

Teilprüfung

EINFÜHRUNG IN DIE FESTIGKEITSLEHRE

Professor Dr. rer. nat. Siegfried Schmauder

Datum: 07.10.2013

Hilfsmittel: ausgegebenes Formelblatt,
nicht programmierbarer Taschenrechner

Prüfungsdauer: 60 min

Der im 1. Prüfungsteil aufgeführte Hinweis für Wiederholer gilt auch für diese Teilprüfung.

Nur die auf dem Aufgabenblatt eingetragenen Lösungen und Lösungswege werden eingesammelt und bewertet! Der Lösungsweg wird mitbewertet!

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Studiengang: _____

Viel Erfolg!

MUSTERLÖSUNG

MUSTERLÖSUNG

(30 Punkte)

Eine fest eingespannte Haltelasche aus 42CrMo4 wird durch eine im Punkt P angreifende Kraft F_α belastet, siehe Abbildung 1.1. Die Richtung der Kraft F_α wird durch den Winkel $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ festgelegt. Die Dicke b der Haltelasche ist konstant.

42CrMo4: $R_e = 650\text{MPa}$; $R_m = 1100\text{MPa}$; $E = 210000\text{MPa}$; $\mu = 0,3$; $A_5 > 12\%$

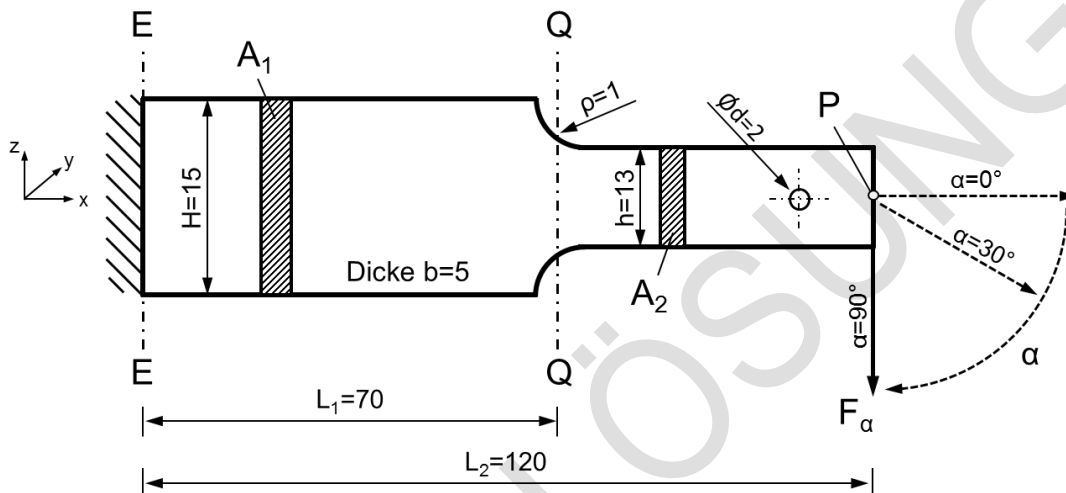
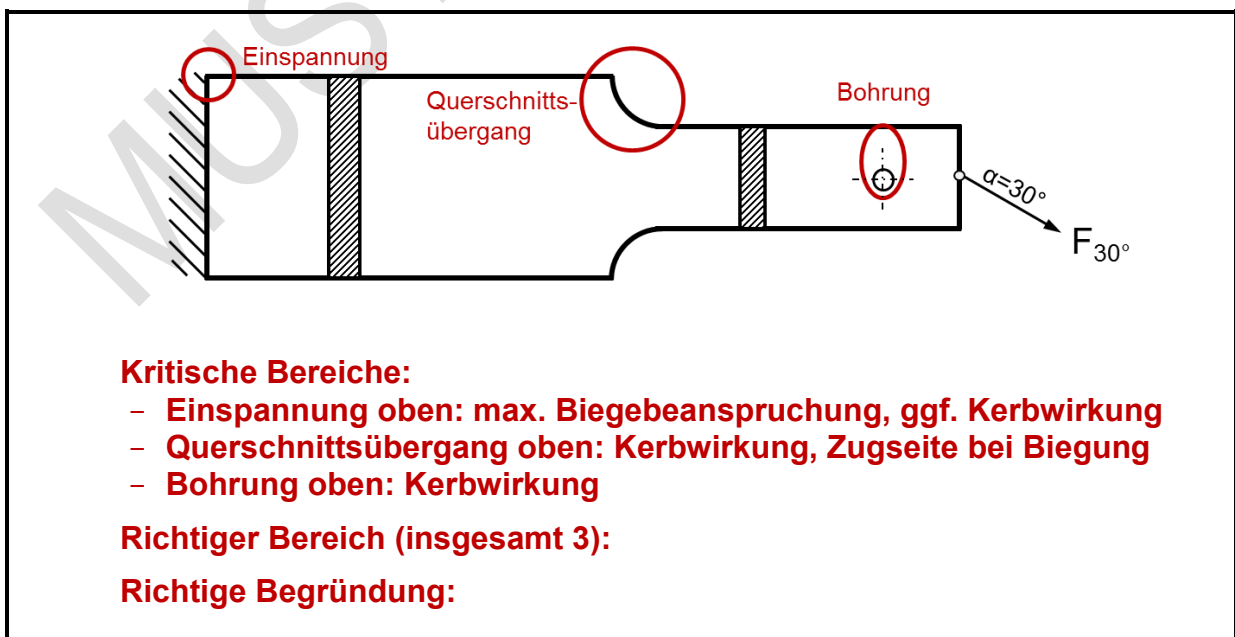


Abbildung 1.1: Haltelasche aus 42CrMo4; Längeneinheit: mm.

- a) Kennzeichnen Sie in untenstehendem Bild die kritischen Bereiche, an denen bei der Kraft F_{30° mit Versagen zu rechnen ist und begründen Sie jeweils Ihre Antwort.



- b) Zunächst wird die Haltelasche durch die Kraft $F_{90^\circ} = 375 \text{ N}$ statisch belastet. Dürfen dabei Schubspannungen, die durch Querkräfte verursacht werden, an der Einspannstelle E – E vernachlässigt werden? Begründen Sie Ihre Antwort. Berechnen Sie anschließend die Sicherheit gegen Fließen an der Einspannstelle E – E. Ist diese Sicherheit ausreichend?

Hinweis:

Die Schubspannung soll konstant über der Fläche wirken. Zudem darf die Kerbwirkung an der Einspannstelle E – E vernachlässigt werden.

Beanspruchung an der Einspannstelle E-E: Biegung + Schub

Maximale Biegespannung:

$$\sigma_{b\max,E} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{45000 \text{ Nmm}}{187,5 \text{ mm}^3} = 240 \text{ MPa}$$

mit $W_b = \frac{b \cdot H^2}{6} = \frac{5 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm}^2}{6} = 187,5 \text{ mm}^3$

und $M_b = F_{90^\circ} \cdot L_2 = 375 \text{ N} \cdot 120 \text{ mm} = 45000 \text{ Nmm}$

Schubspannung:

$$\tau_E = \frac{F_{90^\circ}}{A_1} = \frac{F_{90^\circ}}{b \cdot H} = \frac{375 \text{ N}}{5 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm}} = 5 \text{ MPa}$$

Vergleich Schubspannungen und Biegespannung:

$$\tau_E = 5 \text{ MPa} \ll \sigma_{b\max,E} = 240 \text{ MPa}$$

Schubspannungen dürfen vernachlässigt werden, da sie deutlich geringer sind als die Biegespannung.

Auch andere sinnvolle Begründungen (z.B. SH, GEH) sind möglich!

Berechnung der Sicherheit gegen Fließen:

Festigkeitsbedingung: $\sigma_v \leq \sigma_{zul} \Leftrightarrow \sigma_{b\max,E} \leq \frac{R_e}{S_F}$

$$\Rightarrow S_F = \frac{R_e}{\sigma_{b\max,E}} = \frac{650 \text{ MPa}}{240 \text{ MPa}} = \underline{\underline{2,7083}}$$

Die Sicherheit gegen Fließen ist ausreichend (> 1,2 bis 2,0).

Hinweis:

In den folgenden Aufgabenteilen sind Spannungen infolge des Querkraftschubs zu vernachlässigen.

- c) Im Betrieb wirkt an der Einspannstelle E – E eine Zugspannung von $\sigma_{z\max,E} = 300 \text{ MPa}$. Wie groß darf dort eine zusätzlich wirkende Torsionsspannung $\tau_{t\max,E}$ maximal werden, damit Fließen an der Einspannstelle E – E mit der üblichen Sicherheit ausgeschlossen wird? Die Kerbwirkung an der Einspannstelle E – E darf vernachlässigt werden.

Schub wird vernachlässigt.

Festigkeitsbedingung: $\sigma_v \leq \sigma_{zul} \Leftrightarrow \sigma_v \leq \frac{R_e}{S_F}$

Mehrachsiges Beanspruchung:

Variante 1: Schubspannungshypothese (SH)

$$\sigma_{v,SH} = \sqrt{\sigma_{z\max,E}^2 + 4 \cdot \tau_t^2} \leq \frac{R_e}{S_F} \left(= \frac{650 \text{ MPa}}{1,5} = 433,3 \text{ MPa} \right)$$

Gleichsetzen und nach τ_t auflösen:

$$\sigma_{z\max,E}^2 + 4 \cdot \tau_t^2 \leq \left(\frac{R_e}{S_F} \right)^2 \Leftrightarrow \tau_t \leq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{R_e}{S_F} \right)^2 - \sigma_{z\max,E}^2}$$

$$\Rightarrow \tau_t \leq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{650 \text{ MPa}}{1,5} \right)^2 - (300 \text{ MPa})^2} = \underline{\underline{156,35 \text{ MPa}}}$$

Variante 2: Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH)

$$\sigma_{v,GEH} = \sqrt{\sigma_{z\max,E}^2 + 3 \cdot \tau_t^2} \leq \frac{R_e}{S_F} \left(= \frac{650 \text{ MPa}}{1,5} = 433,3 \text{ MPa} \right)$$

Gleichsetzen und nach τ_t auflösen:

$$\sigma_{z\max,E}^2 + 3 \cdot \tau_t^2 \leq \left(\frac{R_e}{S_F} \right)^2 \Leftrightarrow \tau_t \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\left(\frac{R_e}{S_F} \right)^2 - \sigma_{z\max,E}^2}$$

$$\Rightarrow \tau_t \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\left(\frac{650 \text{ MPa}}{1,5} \right)^2 - (300 \text{ MPa})^2} = \underline{\underline{180,53 \text{ MPa}}}$$

Die zusätzliche Torsionsspannung darf maximal 156,35 MPa (SH) bzw. 180,53 MPa (GEH) betragen.

- d) Im Folgenden wirkt nur die Kraft $F_{30^\circ} = 500 \text{ N}$ unter einem Winkel $\alpha = 30^\circ$ auf die Haltelasche. Wie groß ist die Sicherheit gegen Fließen an der Einspannstelle E – E? Ist diese Sicherheit ausreichend? Die Kerbwirkung an der Einspannstelle E – E darf vernachlässigt werden.

Schub wird vernachlässigt.

Zerlegung der schrägen Kraft ($\alpha=30^\circ$) in einen horizontalen ($\alpha=0^\circ$) und einen vertikalen ($\alpha=90^\circ$) Kraftanteil:

$$F_{0^\circ} = \cos(\alpha) \cdot F_\alpha = \cos(30^\circ) \cdot 500 \text{ N} = 433 \text{ N}$$

$$F_{90^\circ} = \sin(\alpha) \cdot F_\alpha = \sin(30^\circ) \cdot 500 \text{ N} = 250 \text{ N}$$

Berechnung der maximalen Spannung:

→ Überlagerung von Zug und Biegung: Oberseite

$$\sigma_{\max,E} = \sigma_z + \sigma_b$$

$$\sigma_z = \frac{F_{0^\circ}}{A_1} = \frac{433 \text{ N}}{75 \text{ mm}^2} = 5,77 \text{ MPa}$$

mit $A_1 = b \cdot H = 5 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm} = 75 \text{ mm}^2$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{30000 \text{ Nmm}}{187,5 \text{ mm}^3} = 160 \text{ MPa}$$

mit $M_b = F_{90^\circ} \cdot L_2 = \sin(30^\circ) \cdot F_{30^\circ} \cdot L_2 = \sin(30^\circ) \cdot 500 \text{ N} \cdot 120 \text{ mm} = 30000 \text{ Nmm}$

und $W_b = \frac{b \cdot H^2}{6} = \frac{5 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm}^2}{6} = 187,5 \text{ mm}^3$

$$\Rightarrow \sigma_{\max,E} = 5,77 \text{ MPa} + 160,00 \text{ MPa} = \underline{\underline{165,77 \text{ MPa}}}$$

Berechnung der Sicherheit gegen Fließen:

Festigkeitsbedingung: $\sigma_v \leq \sigma_{\text{zul}} \Leftrightarrow \sigma_{\max,E} \leq \frac{R_e}{S_F}$

$$\Rightarrow S_F = \frac{R_e}{\sigma_{\max,E}} = \frac{650 \text{ MPa}}{165,77 \text{ MPa}} = \underline{\underline{3,92}}$$

Die Sicherheit gegen Fließen ist ausreichend ($> 1,2$ bis $2,0$).

- e) Nun wird die Haltelasche nur durch die Kraft F_{0° unter einem Winkel $\alpha = 0^\circ$ belastet. Bei welcher Kraft F_{0° beginnt der Werkstoff im Querschnittsübergang Q – Q zu fließen?

Reine Zugbeanspruchung

Fließen im Querschnitt Q – Q, wenn:

$$\sigma_{\max,Q} = R_e$$

Maximale Zugspannung im Querschnitt Q – Q:

$$\sigma_{\max,Q} = \alpha_{k,z} \cdot \sigma_{n,Q}$$

Formzahl $\alpha_{k,z}$ aus Formzahldiagramm:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{H}{h} = \frac{15 \text{ mm}}{13 \text{ mm}} = 1,1538 \\ \frac{\rho}{h} = \frac{1 \text{ mm}}{13 \text{ mm}} = 0,0769 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_{k,z} = 2,0 \text{ (gültig: 1,95 bis 2,05)}$$

berechneter Wert:

$$\alpha_{k,z} = 1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{H-h} + 5 \cdot \frac{\rho}{h} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \rho}{h}\right)^2}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{15-13} + 5 \cdot \frac{1}{13} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot 1}{13}\right)^2}} = 1,994$$

Die zugehörige Nennspannung beträgt:

$$\sigma_{n,Q} = \frac{R_e}{\alpha_{k,z}} = \frac{650 \text{ MPa}}{2,0} = 325 \text{ MPa} = \frac{F_{0^\circ}}{A_2}$$

Kraft bei Fließbeginn:

$$\Rightarrow F_{0^\circ} = A_2 \cdot \sigma_{n,Q} = 65 \text{ mm}^2 \cdot 325 \text{ MPa} = \underline{\underline{21125 \text{ N}}}$$

mit $A_2 = b \cdot h = 5 \text{ mm} \cdot 13 \text{ mm} = 65 \text{ mm}^2$

- f) Die Gesamtdehnung an der höchstbeanspruchten Stelle im Bereich der Bohrung ist auf 0,5 % zu begrenzen. Berechnen Sie hierfür die entsprechende Kraft F_{0° .

Zustand bei 0,5 % Gesamtdehnung?

→ Berechnung der Dehnung bei Fließbeginn:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Leftrightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \Leftrightarrow \varepsilon_F = \frac{R_e}{E} = \frac{650 \text{ MPa}}{210000 \text{ MPa}} = 0,31\% < 0,5\%$$

Bei 0,5 % Gesamtdehnung herrscht somit ein (teil)plastischer Zustand.

Formzahl $\alpha_{k,\text{Bohrung}}$ aus Formzahldiagramm:

$$\frac{d}{h} = \frac{2 \text{ mm}}{13 \text{ mm}} = 0,1538 \Rightarrow \alpha_{k,\text{Bohrung}} = 2,6 \text{ (gültig 2,6 bis 2,65)}$$

Fließbeginn im Bereich der Bohrung, wenn:

$$\sigma_{\max,B} = R_e$$

Maximale Spannung im Bereich der Bohrung:

$$\sigma_{\max,B} = \alpha_{k,\text{Bohrung}} \cdot \sigma_{n,B}$$

Die zugehörige Nennspannung beträgt:

$$\sigma_{n,B} = \frac{R_e}{\alpha_{k,\text{Bohrung}}} = \frac{650 \text{ MPa}}{2,6} = 250 \text{ MPa} = \frac{F_{0^\circ,F}}{A_{\text{Bohrung}}}$$

Kraft bei Fließbeginn:

$$F_{0^\circ,F} = A_{\text{Bohrung}} \cdot \sigma_{n,B} = 55 \text{ mm}^2 \cdot 250 \text{ MPa} = 13750 \text{ N}$$

mit $A_{\text{Bohrung}} = (h - d) \cdot b = (13 \text{ mm} - 2 \text{ mm}) \cdot 5 \text{ mm} = 55 \text{ mm}^2$

Berechnung der plastischen Stützziffer:

$$n_{pl} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\text{ges}}}{\varepsilon_F}} = \sqrt{\frac{0,5\%}{0,31\%}} = 1,27$$

Kraft bei einer Gesamtdehnung von 0,5 % (teilplastisch):

$$\Rightarrow F_{0^\circ,pl} = n_{pl} \cdot F_{0^\circ,F} = 1,27 \cdot 13750 \text{ N} = \underline{\underline{17462,5 \text{ N}}}$$

- g) Die statisch wirkende Kraft $F_{0,m} = 10000 \text{ N}$ wird im Betrieb durch eine rein wechselnde Kraft $F_{0,a} = \pm 2500 \text{ N}$ überlagert. Wie groß ist die Sicherheit gegen Schwingungsbruch an der höchstbeanspruchten Stelle im Bereich der Bohrung? Verwenden Sie als Kerbwirkungszahl $\beta_{k,\text{Bohrung}} = 2,2$.

Falls Sie Aufgabenteil f) nicht lösen konnten, verwenden Sie $\alpha_{k,\text{Bohrung}} = 2,6$.

Festigkeitsbedingung: $\sigma_{v,a} \leq \sigma_{a,zul} \Leftrightarrow \sigma_{a,max,B} \leq \frac{\sigma_A}{S_D}$

Maximale Spannungsamplitude (linke Seite):

$$\sigma_{a,max,B} = \beta_{k,\text{Bohrung}} \cdot \sigma_{a,n,B} = 2,2 \cdot 45,45 \text{ MPa} = 100 \text{ MPa}$$

mit $\sigma_{a,n,B} = \frac{F_{0,a}}{A_{\text{Bohrung}}} = \frac{2500 \text{ N}}{55 \text{ mm}^2} = 45,45 \text{ MPa}$

und $A_{\text{Bohrung}} = (h - d) \cdot b = (13 \text{ mm} - 2 \text{ mm}) \cdot 5 \text{ mm} = 55 \text{ mm}^2$

Ertragbare Spannungsamplitude (rechte Seite):

$$\sigma_A = \sigma_w \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}} = 450 \text{ MPa} \cdot \sqrt{1 - \frac{472,73 \text{ MPa}}{1100 \text{ MPa}}} = 339,8 \text{ MPa}$$

(zähe Werkstoffe)

Zug-/Druck-Wechselfestigkeit:

$$\sigma_w = f(R_m) = f(1100 \text{ MPa}) = 450 \text{ MPa} \quad \text{(aus Diagramm)}$$

Mittelspannung:

$$\sigma_m = \alpha_{k,\text{Bohrung}} \cdot \sigma_{m,n,B} = 2,6 \cdot 181,81 \text{ MPa} = 472,73 \text{ MPa}$$

mit $\sigma_{m,n,B} = \frac{F_{0,m}}{A_{\text{Bohrung}}} = \frac{10000 \text{ N}}{55 \text{ mm}^2} = 181,81 \text{ MPa}$

Berechnung der Sicherheit gegen Schwingungsbruch:

$$\Rightarrow S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_{a,max,B}} = \frac{339,8 \text{ MPa}}{100 \text{ MPa}} = \underline{\underline{3,398}}$$

Die Sicherheit gegen Schwingungsbruch ist ausreichend (> 1,5 bis 2,5).

Aufgabe 2:

(30 Punkte)

Eine Fahrradfedergabel soll aus der Aluminiumlegierung AlZn6CuMgZr gefertigt werden. Zur Dämpfung ist die Gabel mit Druckluft gefüllt. Eine vereinfachte Darstellung der Gabel ist in Abbildung 2.1 gezeigt. Die Reibung zwischen Kolbenstange und Dämpferzylinder darf vernachlässigt werden.

AlZn6CuMgZr: $R_e = 460 \text{ MPa}$; $R_m = 520 \text{ MPa}$; $E = 70000 \text{ MPa}$; $\mu = 0,3$; $A = 12\%$

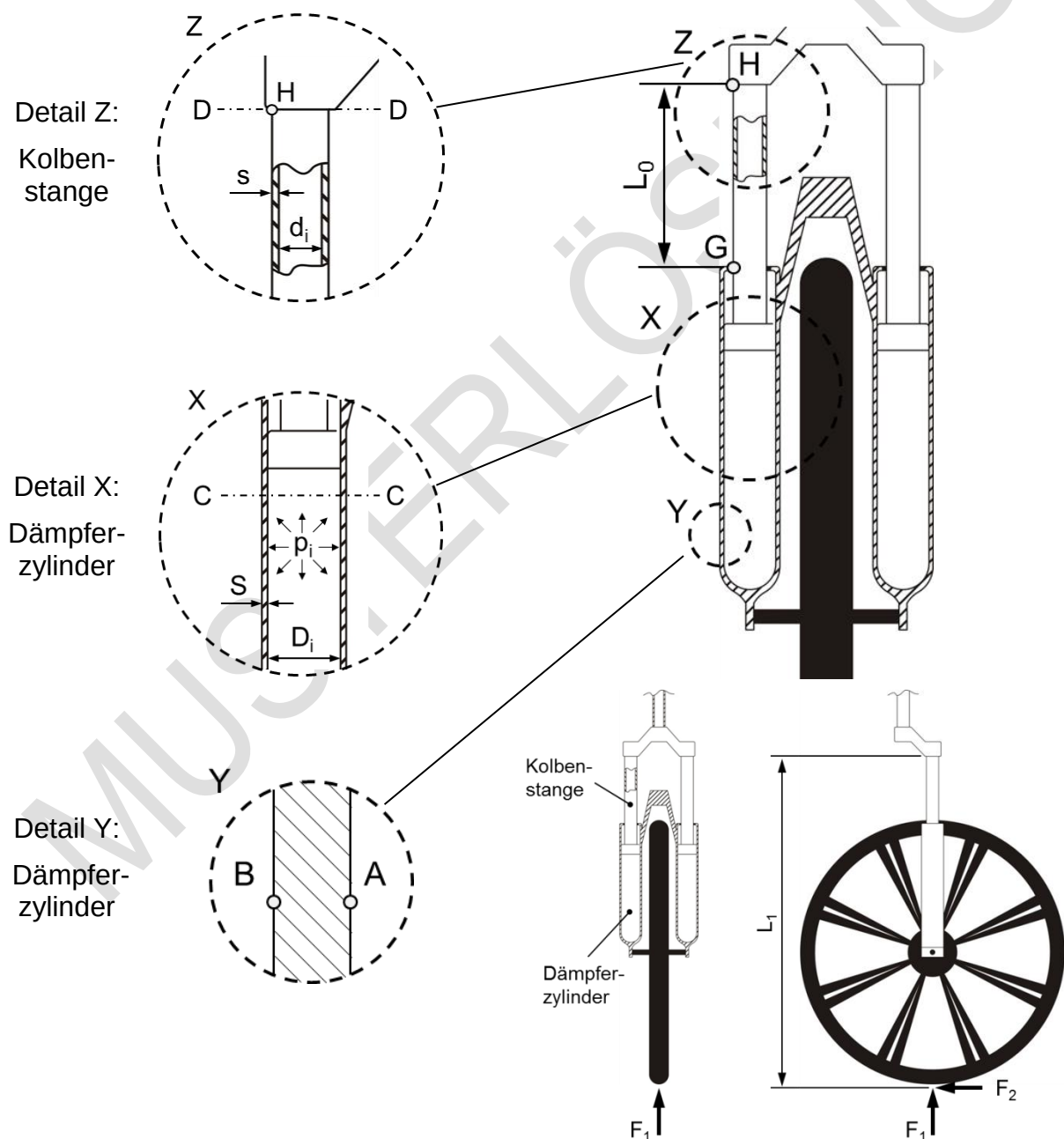


Abbildung 2.1: Fahrradfedergabel aus AlZn6CuMgZr mit Details

- a) Durch das Gewicht des Fahrers steigt der Innendruck p_i im Dämpferzylinder auf 20 bar. Der projektierte Innendurchmesser D_i des dünnwandigen Dämpferzylinders beträgt 40,0 mm, die Wanddicke S ist 1,0 mm. Berechnen Sie die Axial-, Radial- und Umfangsspannungen in den Punkten A (Innenseite) und B (Außenseite).

Spannungen an Punkt A (Innenseite):

Radialspannung: $\sigma_{r,A} = -p_i = -2 \text{ MPa}$

Umfangsspannung: $\sigma_{u,A} = \frac{p_i \cdot D_i}{2 \cdot S} = \frac{2 \text{ MPa} \cdot 40 \text{ mm}}{2 \cdot 1 \text{ mm}} = 40 \text{ MPa}$

Axialspannung: $\sigma_{a,A} = 0 \text{ MPa}$

Spannungen an Punkt B (Außenseite):

Radialspannung: $\sigma_{r,B} = 0 \text{ MPa}$

Umfangsspannung: $\sigma_{u,B} = \frac{p_i \cdot D_i}{2 \cdot S} = \frac{2 \text{ MPa} \cdot 40 \text{ mm}}{2 \cdot 1 \text{ mm}} = 40 \text{ MPa}$

Axialspannung: $\sigma_{a,B} = 0 \text{ MPa}$

Hinweis:

Keine Axialspannungen, da lastfreier Zylinder in axialer Richtung.

- b) Um wie viel vergrößert sich der Außendurchmesser D_a des Dämpferzylinders durch die Belastung (Innendruck $p_i = 20 \text{ bar}$) aus Aufgabenteil a)?

Da der Spannungszustand an der Außenoberfläche einachsig ist, gilt nach dem Hookeschen Gesetz: $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Vergrößerung des Umfangs aufgrund der Umfangsspannung:

$$\Delta U = U \cdot \varepsilon = \pi \cdot D_a \cdot \frac{\sigma_{u,A}}{E} (= 0,075 \text{ mm})$$

$$U_{\text{neu}} = U + \Delta U \quad \text{und} \quad U_{\text{neu}} = \pi \cdot D_{\text{neu}} = \pi \cdot (D_a + \Delta D_a) \\ \Rightarrow U + \Delta U = \pi \cdot (D_a + \Delta D_a)$$

Durchmesserzunahme:

$$\Delta D_a = \frac{U + \Delta U - \pi \cdot D_a}{\pi} = \frac{\Delta U}{\pi} = D_a \cdot \frac{\sigma_{u,A}}{E} = 42 \text{ mm} \cdot \frac{40 \text{ MPa}}{70000 \text{ MPa}} = \underline{\underline{0,024 \text{ mm}}}$$

Hinweis:

Auch andere sinnvolle Lösungswege sind zulässig.

- c) Im Betrieb wird die Fahrradfedergabel in axialer Richtung zusätzlich mit $F_1 = 2000 \text{ N}$ belastet. Welcher Druck entsteht dadurch im Dämpferzylinder? Wie groß ist hierbei die Sicherheit gegen Fließen im Querschnitt C – C? Ist diese Sicherheit ausreichend?

Berechnung des Innendrucks im Dämpferzylinder:

$$p_{i,ges} = p_i + p_{i,Last}$$

Die Kraft F_1 teilt sich „symmetrisch“ auf beide Zylinder auf.

$$p_{i,Last} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_1}{A} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2000 \text{ N}}{1256,64 \text{ mm}^2} = 0,8 \text{ MPa} = 8 \text{ bar}$$

mit $A = \frac{\pi}{4} \cdot D_i^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (40 \text{ mm})^2 = 1256,64 \text{ mm}^2$

$$\Rightarrow p_{i,ges} = 20 \text{ bar} + 8 \text{ bar} = 2 \text{ MPa} + 0,8 \text{ MPa} = 2,8 \text{ MPa} = \underline{\underline{28 \text{ bar}}}$$

Berechnung der Sicherheit im Querschnitt C – C:

- Kritische Stelle ist Punkt A (Innenseite)
- Berechnung nach Schubspannungshypothese (SH), da zäher Werkstoff (GEH auch möglich)

Festigkeitsbedingung: $\sigma_v \leq \sigma_{zul} \Leftrightarrow \sigma_{max} - \sigma_{min} \leq \frac{R_e}{S_F}$

$$\Rightarrow S_F = \frac{R_e}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} = \frac{R_e}{\sigma_u - \sigma_r}$$

mit $\sigma_{max} = \sigma_u = \frac{p_{i,ges} \cdot D_i}{2 \cdot S} = \frac{2,8 \text{ MPa} \cdot 40 \text{ mm}}{2 \cdot 1 \text{ mm}} = 56 \text{ MPa}$

und $\sigma_{min} = \sigma_r = -p_{i,ges} = -2,8 \text{ MPa}$

$$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} = \frac{460 \text{ MPa}}{56 \text{ MPa} - (-2,8 \text{ MPa})} = \underline{\underline{7,8}}$$

Die Sicherheit gegen Fließen ist ausreichend (> 1,2 bis 2,0).

- d) Im Fahrbetrieb wird die Fahrradfedergabel in axialer Richtung mit $F_1 = 2000 \text{ N}$ und mit $F_2 = 500 \text{ N}$ auf Biegung belastet, siehe Abbildung 2.1. Die Gesamtlänge L_1 beträgt in diesem Betriebsfall 840 mm . Welche maximale Zugbeanspruchung entsteht dadurch im Querschnitt D – D? Der zugehörige Rohrendurchmesser d_i beträgt 30 mm und die Wanddicke s ist $1,0 \text{ mm}$. Die Kerbwirkung darf vernachlässigt werden. Wie groß ist die Sicherheit gegen Bruch an dieser Stelle? Ist diese Sicherheit ausreichend?

Berechnung der maximalen Spannung:

→ Überlagerung von Druck und Biegung

Die Kräfte F_1 und F_2 teilen sich „symmetrisch“ auf beide Zylinder auf.

$$\sigma_{\max} = \sigma_d + \sigma_b$$

$$\sigma_d = \frac{-\frac{1}{2} \cdot F_1}{A} = \frac{-\frac{1}{2} \cdot 2000 \text{ N}}{97,4 \text{ mm}^2} = -10,27 \text{ MPa}$$

mit $A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_a^2 - d_i^2) = \frac{\pi}{4} \cdot ((32 \text{ mm})^2 - (30 \text{ mm})^2) = 97,4 \text{ mm}^2$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{210000 \text{ Nmm}}{731,94 \text{ mm}^3} = 286,9 \text{ MPa}$$

mit $M_b = \frac{1}{2} \cdot F_2 \cdot L_1 = \frac{1}{2} \cdot 500 \text{ N} \cdot 840 \text{ mm} = 210000 \text{ Nmm}$

und $W_b = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d_a^4 - d_i^4}{d_a} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{(32 \text{ mm})^4 - (30 \text{ mm})^4}{32 \text{ mm}} = 731,94 \text{ mm}^4$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = -10,27 \text{ MPa} + 286,91 \text{ MPa} = \underline{\underline{276,64 \text{ MPa}}}$$

Berechnung der Sicherheit gegen Bruch:

Festigkeitsbedingung: $\sigma_v \leq \sigma_{\text{zul}} \Leftrightarrow \sigma_{\max} \leq \frac{R_m}{S_B}$

$$\Rightarrow S_B = \frac{R_m}{\sigma_{\max}} = \frac{520 \text{ MPa}}{276,64 \text{ MPa}} = \underline{\underline{1,88}}$$

Die Sicherheit gegen Bruch ist nicht ausreichend ($S < 2$ bis 3).

- e) Die Fahrradfedergabel lässt sich im unbelasteten Zustand blockieren. Die Länge L_0 der ausgefahrenen Kolbenstange beträgt dann 300 mm. Wie groß ist die Sicherheit der ausgefahrenen Kolbenstange gegen Knicken bei der rein axialen Belastung der Fahrradfedergabel von $F_1 = 2000 \text{ N}$? Die Kolbenstange kann im Punkt H als fest eingespannt und im Punkt G als gelenkig gelagert betrachtet werden. Ist die Sicherheit ausreichend?

Eulerscher Knickfall 3

Festigkeitsbedingung:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{zul}} \Leftrightarrow \sigma_{K,\text{wirk}} \leq \sigma_{K,\text{zul}}$$

Mit $\sigma_{K,\text{wirk}} = \frac{F_{\text{wirk}}}{A}$ und $\sigma_{K,\text{zul}} = \frac{\sigma_K}{S_K} = \frac{F_K}{A \cdot S_K}$ folgt:

$$\frac{F_{\text{wirk}}}{A} \leq \frac{F_K}{A \cdot S_K} \Leftrightarrow F_{\text{wirk}} \leq \frac{F_K}{S_K} \Leftrightarrow S_K \leq \frac{F_K}{F_{\text{wirk}}}$$

Berechnung der Knicklast (Knickfall 3):

$$F_K = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{l_0^2} = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{70000 \text{ MPa} \cdot 11711,07 \text{ mm}^4}{(300 \text{ mm})^2} = 179797 \text{ N}$$

mit $I = \frac{\pi}{64} \cdot (d_a^4 - d_i^4) = \frac{\pi}{64} \cdot ((32 \text{ mm})^4 - (30 \text{ mm})^4) = 11711,07 \text{ mm}^4$

Berechnung der wirkenden Kraft:

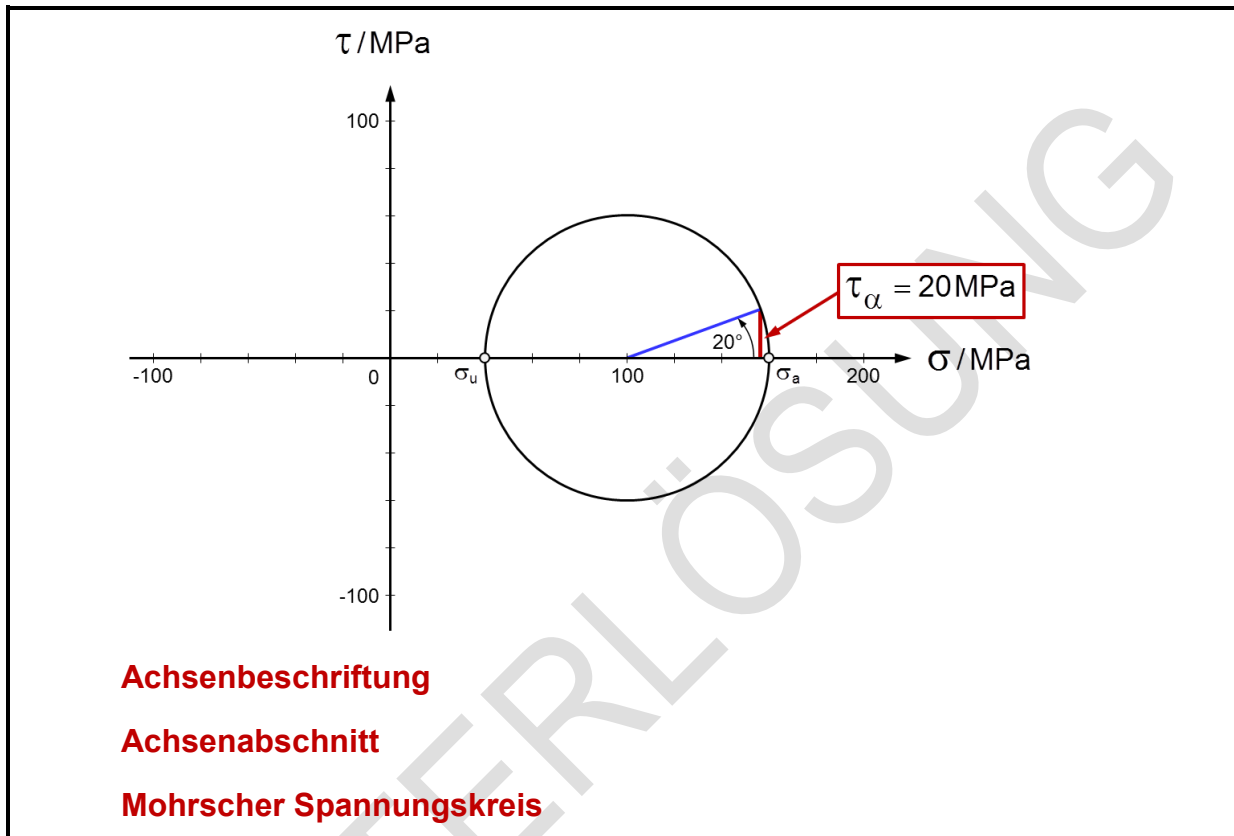
$$F_{\text{wirk}} = \frac{1}{2} \cdot F_1 = \frac{1}{2} \cdot 2000 \text{ N} = 1000 \text{ N}$$

Berechnung der Sicherheit gegen Knicken:

$$\Rightarrow S_K = \frac{F_K}{F_{\text{wirk}}} = \frac{179797 \text{ N}}{1000 \text{ N}} = \underline{\underline{179,8}}$$

Die Sicherheit gegen Knicken ist ausreichend ($> 2,5$ bis 5).

- f) Im realen Fahrbetrieb wird die Fahrradfedergabel auch durch Biegung und Torsion belastet. An der Oberfläche an Punkt B wurden die Spannungen $\sigma_u = 40 \text{ MPa}$, $\sigma_a = 160 \text{ MPa}$ und $\tau_{ua} = 0 \text{ MPa}$ gemessen. Zeichnen Sie den zugehörigen Mohrschen Spannungskreis in untenstehendes Diagramm und beschriften Sie die Achsen.



- g) An Punkt B ist ein wanddurchdringender Riss aufgetreten. Die Rissorientierung ist $\alpha = 10^\circ$ (mathematisch positiv) zur Zylinderachse. Der Riss soll geschweißt werden. Welche Schubspannungen muss die Schweißnaht bei der Belastung aus Aufgabenteil 2 f) aufnehmen?

Abgelesen aus Mohrschem Spannungskreis aus Aufgabenteil f):

$\tau_\alpha = \underline{\underline{20 \text{ MPa}}} \text{ (doppelter Winkel: } 20^\circ \text{)}$

Hinweis: gültige Werte im Bereich zwischen 17 MPa und 23 MPa

Alternative Berechnung mit hergeleiteter Formel:

$$\tau_\alpha = \tau_{10^\circ} = \frac{\sigma_a - \sigma_u}{2} \cdot \sin(2\alpha) = \frac{160 \text{ MPa} - 40 \text{ MPa}}{2} \cdot \sin(20^\circ) = \underline{\underline{20,52 \text{ MPa}}}$$