

Teilprüfung

EINFÜHRUNG IN DIE FESTIGKEITSLEHRE

Professor Dr. rer. nat. S. Schmauder

Datum: 13.02.2012

Hilfsmittel: Ausgegebenes Formelblatt, nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Prüfungsdauer: 60 min

Der im 1. Prüfungsteil aufgeführte Hinweis für Wiederholer gilt auch für diese Teilprüfung.
**Nur die auf dem Aufgabenblatt eingetragenen Lösungen und Lösungswege werden
eingesammelt und bewertet! Der Lösungsweg wird mitbewertet!**

Name:

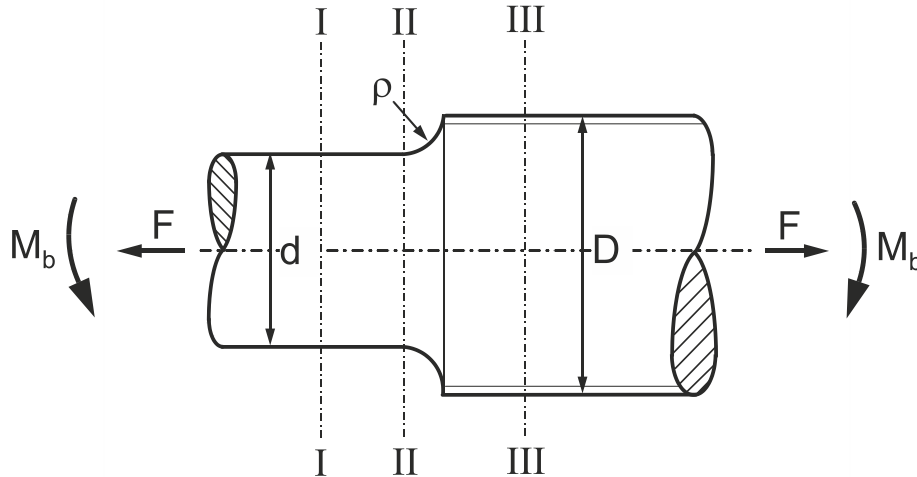
Matrikelnummer:

Studiengang:

Musterlösung

Aufgabe 1:**(30 Punkte)**

Der polierte Schraubenbolzen in Bild 1 aus dem Werkstoff 42CrMo4 mit $d = 15 \text{ mm}$, $D = 30 \text{ mm}$ und $\rho = 3 \text{ mm}$ wird mit der Zugkraft F belastet. In den Teilaufgaben a) bis d) tritt zunächst kein Biegemoment auf ($M_b = 0$). Die Kerbwirkung des Gewindes kann vernachlässigt werden.

**Abbildung 1.1:** Schraubenbolzen

Hinweis: In den Querschnitten I-I und III-III kann der Einfluss der Kerbe vernachlässigt werden.

Werkstoffdaten 42CrMo4:

$R_e = 900 \text{ MPa}$; $R_m = 1100 \text{ MPa}$; $E = 210000 \text{ MPa}$; $A_5 = 12\%$; $\mu = 0,3$

a) Ermitteln Sie die Formzahlen für Zug- und Biegebelastung

Platz für Nebenrechnungen	$\alpha_{k,b} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{2 \cdot \rho}{(D-d)} + 116 \cdot \frac{\rho}{d} \left(1 + 2 \cdot \frac{\rho}{d}\right)^2 + 0,2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \rho}{(D-d)}\right)^3 \frac{d}{D}}} = 1,456$ $\alpha_{k,zd} = 1 + \frac{1}{\sqrt{0,62 \cdot \frac{2 \cdot \rho}{(D-d)} + 7 \cdot \frac{\rho}{d} \left(1 + 2 \cdot \frac{\rho}{d}\right)^2}} = 1,578$
Ergebnis	$\alpha_{k,b} = 1,456$ $\alpha_{k,z} = 1,578$

- b) Bestimmen Sie für eine Zugkraft von $F_1 = 60 \text{ kN}$ die Spannung im Querschnitt III - III sowie an der maximal beanspruchten Stelle. Bestimmen Sie zudem an dieser Stelle die maximal mit üblicher Sicherheit ertragbare Kraft F .

Platz für Nebenrechnungen	Querschnitt III-III $A_{III-III} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 30^2}{4} = 706,9 \text{ mm}^2$ $\sigma_{III-III} = \frac{F}{A_{III-III}} = \frac{60.000 \text{ N}}{706,9 \text{ mm}^2} = 84,9 \text{ MPa}$ Höchstbeanspruchter Querschnitt: $A_{II-II} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 15^2}{4} = 176,7 \text{ mm}^2$ $\sigma_{II-II,n} = \frac{F}{A_{II-II}} = \frac{60.000 \text{ N}}{176,7 \text{ mm}^2} = 339,5 \text{ MPa}$ $\sigma_{II-II,max} = \sigma_{II-II,n} \cdot \alpha_{k,zd} = 339,5 \text{ MPa} \cdot 1,578 = 535,8 \text{ MPa}$ F.B.: $\sigma_{zug} \leq \sigma_{zul}$ $\sigma_{zul} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{R_e}{S_F} = \frac{900}{15} = 600 \\ \frac{R_m}{S_B} = \frac{1100}{2} = 550 \end{array} \right\} = 550 \text{ MPa}$ $F_{zul} = \sigma_{zul} \frac{A_{II-II}}{\alpha_k} = 550 \text{ MPa} \frac{176,7 \text{ mm}^2}{1,578} = 61,6 \text{ kN}$
Ergebnis	$\sigma_{III-III} = 84,9 \text{ MPa}$ $\sigma_{II-II,max} = 535,8 \text{ MPa}$ $F_{zul} = 61,6 \text{ kN}$

- c) Die Kraft F wirke rein wechselnd. Bestimmen Sie die maximale Spannungsamplitude für eine rein wechselnde Kraft $F_{2,\max} = 37,5 \text{ kN}$. Ist die Sicherheit gegen Schwingungsbruch ausreichend?

Platz für Nebenrechnungen	$\beta_{k,zd} = \frac{\alpha_{k,zd}}{n_\chi} = \frac{\alpha_{k,zd}}{1 + \frac{55}{R_e} \sqrt{\frac{c}{\rho}}} = \frac{1578}{1 + \frac{55}{900} \sqrt{\frac{2}{3}}} = 15030$ $\sigma_{zdW} = 450 \text{ MPa}$ $\sigma_{II-II,n} = \frac{F_{2,\max}}{A_{II-II}} = \frac{37.500 \text{ N}}{176,7 \text{ mm}^2} = 212,2 \text{ MPa}$ $\sigma_{II-II,\max} = \sigma_{II-II,n} \cdot \beta_{k,zd} = 212,2 \text{ MPa} \cdot 1503 = 319,0 \text{ MPa}$ $S_D = \frac{\sigma_{zd,chw}}{\sigma_{II,\max}} = 1,41$ Sicherheit $S_D < 2$ und damit nicht ausreichend.
Ergebnis	$S_D = 1,41 < 2$ nicht ausreichend

- d) In welchem Wertebereich liegt die Kerbwirkungszahl β_k im Vergleich zur Formzahl α_k ? Kann dies begründet werden?

Platz für Nebenrechnungen	Es gilt im Allgemeinen $1 \leq \beta_k \leq \alpha_k$ Durch dynamische Stützwirkung reduziert sich die maximale Spannungsamplitude im Vergleich zur statischen Beanspruchung
Ergebnis	$1 \leq \beta_k \leq \alpha_k$ Durch dynamische Stützwirkung reduziert sich die maximale Spannungsamplitude im Vergleich zur statischen Beanspruchung

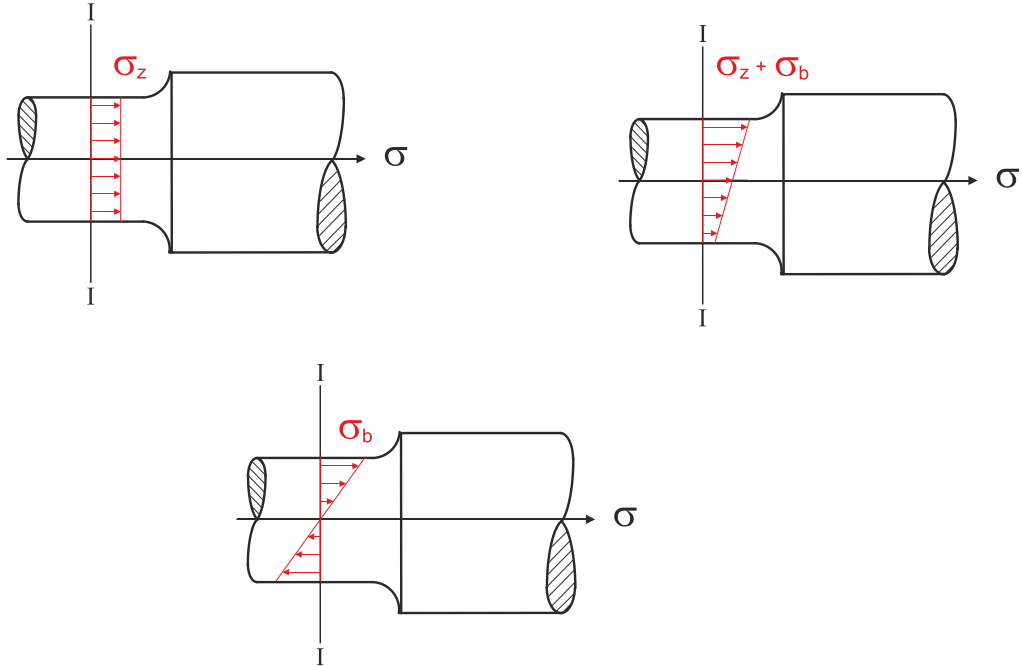
- e) An der Kerbstelle soll eine Gesamtdehnung von $\varepsilon = 0,5 \%$ zugelassen werden. Ermitteln Sie näherungsweise die hierfür notwendige statische Kraft $F_{0,5}$. Benennen Sie das verwendete Berechnungsverfahren und begründen kurz Sie dessen Anwendbarkeit. Aus welchem Grund können hier plastische Verformungen toleriert werden?

Platz für Nebenrechnungen	$\varepsilon_F = \frac{R_e}{E} = \frac{900}{210.000} = 0,43 \%$ $n_{pl} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{ges}}{\varepsilon_F}} = \sqrt{\frac{0,5}{0,43}} = 1,08$ $F_{0,5} = n_{pl} \cdot F_F = n_{pl} \cdot \frac{R_e A_{II-II}}{\alpha_k} = 1,08 \cdot \frac{900 \text{ MPa} \cdot 176,7 \text{ mm}^2}{1,578} = 108,8 \text{ kN}$
Platz für Nebenrechnungen	Die plastische Stützziffer wird zur besseren Ausnutzung von Tragfähigkeitsreserven von Bauteilen verwendet. Die auftretenden plastischen Verformungen sind lokal begrenzt und können deshalb toleriert werden
Ergebnis	$F_{0,5} = 1108,8 \text{ kN}$ Die plastische Stützziffer wird zur besseren Ausnutzung von Tragfähigkeitsreserven von Bauteilen verwendet. Die auftretenden plastischen Verformungen sind lokal begrenzt und können deshalb toleriert werden.

- f) Auf den Bolzen wirke nun zusätzlich das statische Biegemoment $M_b = 50 \text{ Nm}$. Berechnen Sie die statische Kraft F_B bei Fließbeginn.

Platz für Nebenrechnungen	$W_b = \frac{\pi}{32} d^3 = \frac{\pi}{32} 15^3 = 331,34 \text{ mm}^3$ $\sigma_{b,n} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{50.000 \text{ Nmm}}{331,34 \text{ mm}^3} = 150,9 \text{ MPa}$ $\sigma_{b,max} = \sigma_{b,n} \cdot \alpha_{k,b} = 150,9 \text{ MPa} \cdot 1,503 = 226,8 \text{ MPa}$ $\sigma_{II-II,max} = \sigma_{b,max} + \sigma_{z,max}$ Fließbeginn bei $\sigma_{II-II,max} = R_e$ $\frac{F_{FB}}{A_{II-II}} \alpha_{k,zd} + \sigma_{b,max} = R_e$ $F_{FB} = \frac{A_{II-II}}{\alpha_{k,zd}} (R_e - \sigma_{b,max}) = \frac{176,7 \text{ mm}^2}{1,578} (900 \text{ MPa} - 226,8 \text{ MPa}) = 75,4 \text{ kN}$
Ergebnis	$F_B = 75,4 \text{ kN}$

- g) Skizzieren Sie im Querschnitt I-I den Spannungsverlauf aus Zugbelastung und Biegebelastung sowie aus der Kombination beider.

Platz für Nebenrechnungen	 The diagrams illustrate the stress distribution in a mechanical part with a central neck, specifically in cross-section I-I. The part is shown in three states: Top-left: Shows the stress distribution σ_z due to axial loading. The stress is uniform across the cross-section, represented by horizontal red arrows of equal length. Bottom-left: Shows the stress distribution σ_b due to bending. The stress is linear, with tension on one side and compression on the other, represented by horizontal red arrows of varying lengths. Top-right: Shows the combined stress distribution $\sigma_z + \sigma_b$. The stress is linear, shifted from the neutral axis, representing the superposition of the axial and bending stresses.
Ergebnis	

Aufgabe 2:**(30 Punkte)**

Die in Bild 2 dargestellte Welle mit $d = 40 \text{ mm}$, $a = 250 \text{ mm}$ und $L = 1000 \text{ mm}$ aus dem Stahl 15MnNi6-3 ist Teil einer Seilwinde und wird durch die Masse m zunächst rein statisch belastet. Die Erdbeschleunigung sei $g = 9,81 \text{ g/m}^2$.

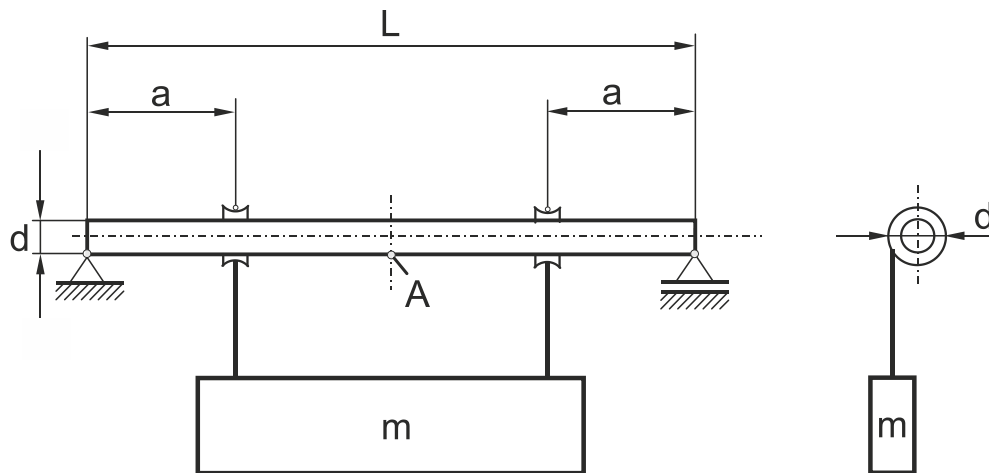


Abbildung 2.1: Antriebswelle

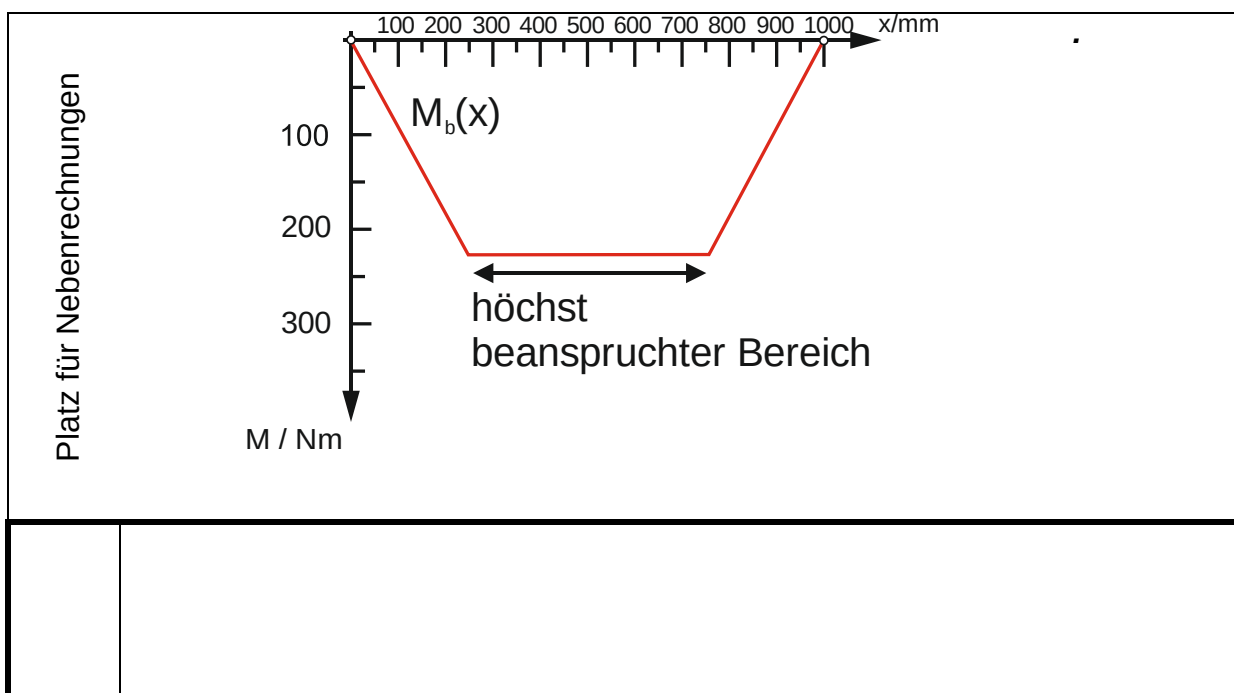
Werkstoffdaten 15MnNi6-3:

$R_e = 435 \text{ MPa}$; $R_m = 660 \text{ MPa}$; $E = 210000 \text{ MPa}$; $A_5 = 23\%$; $\mu = 0,3$

Werkstoffdaten GJL-350:

$R_m = 360 \text{ MPa}$; $E = 100000 \text{ MPa}$; $\mu = 0,25$

- a) Skizzieren Sie den Biegemomentenverlauf über der Wellenlänge L . Wo befindet sich die höchstbeanspruchte Stelle?



- b) Bestimmen Sie für diese Beanspruchung das maximale Biegemoment in Größenwerten.

Platz für Nebenrechnungen	Lagerkraft: $F = \frac{m \cdot g}{2}$ Daraus resultiert: $M = \frac{F \cdot L}{4} = \frac{m \cdot g \cdot L}{8}$
Ergebnis	$M = \frac{F \cdot L}{4} = \frac{m \cdot g \cdot L}{8}$

- c) Wie groß ist die maximale zulässige Masse m, mit der die Welle beansprucht werden kann? Die auftretende Torsionsbeanspruchung soll hierbei vernachlässigt werden. Wie groß ist das maximale Biegemoment?

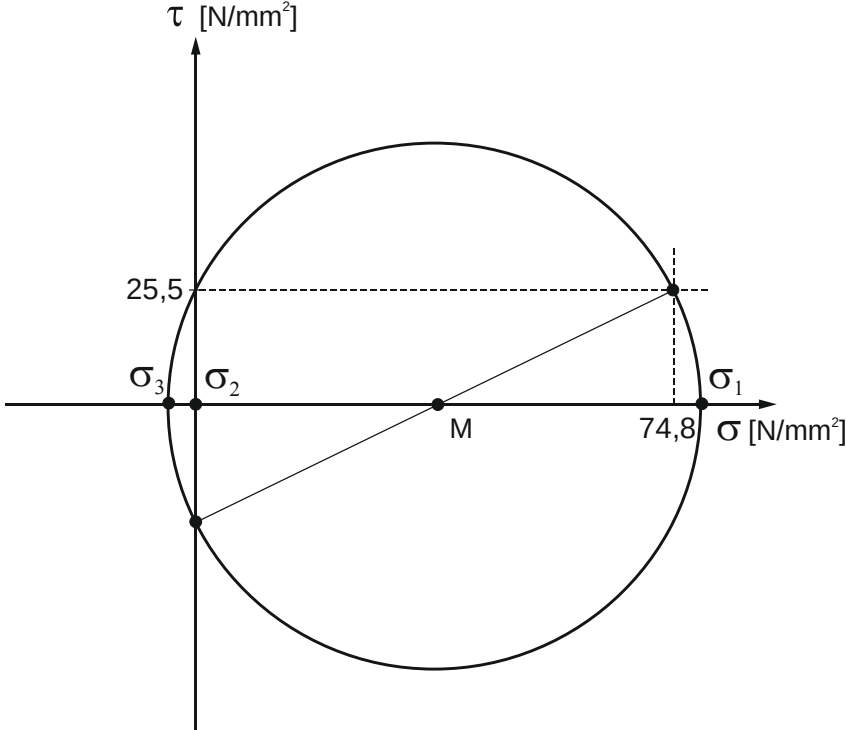
Platz für Nebenrechnungen	F.B.: $\sigma_b \leq \sigma_{zul}$ $\sigma_{zul} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{R_e}{S_F} = \frac{435}{1,5} = 290 \\ \frac{R_m}{S_B} = \frac{660}{2} = 330 \end{array} \right\} = 290 \text{ MPa}$ $\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{FL / 4}{W_b}$ $W_b = \frac{\pi}{32} d^3 = 6283,2 \text{ mm}^3$ $\Rightarrow F_{zul} = \frac{\sigma_{zul} 4 W_b}{L}$ $\Rightarrow m_{zul} = \frac{2 \sigma_{zul} 4 W_b}{g L} = \frac{2}{9,81} \frac{290 \cdot 4 \cdot 6283,2}{1000} = 1485,9 \text{ kg}$
Ergebnis	$m_{zul} = 1485,9 \text{ kg}$

- d) Wie groß wäre die zulässige Masse m' , wenn das Torsionsmoment mit berücksichtigt werden sollte?

Platz für Nebenrechnungen	$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{F \cdot d}{2 \cdot W_t}$ $W_t = \frac{\pi}{16} d^3 = 12566 \text{ mm}^3$ $\sigma_{zul} = \sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_t^2} = \sqrt{\left(\frac{FL}{4W_b}\right)^2 + 3\left(\frac{Fd}{2W_t}\right)^2}$ <i>Alternativ</i> $\sigma_{zul} = \sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2} = \sqrt{\left(\frac{FL}{4W_b}\right)^2 + 4\left(\frac{Fd}{2W_t}\right)^2}$ Mit $F = \frac{m \cdot g}{2}$ folgt: $m_{zul}' = \frac{2}{g} \frac{\sigma_{zul}}{\sqrt{\left(\frac{L}{4W_b}\right)^2 + 3\left(\frac{d}{2W_t}\right)^2}}$ $= \frac{2}{9,81} \frac{290}{\sqrt{\left(\frac{1000}{4 \cdot 6283,2}\right)^2 + 3\left(\frac{40}{2 \cdot 12566}\right)^2}} = 1482,4 \text{ kg}$ <i>Alternativ</i> $m_{zul}' = \frac{2}{g} \frac{\sigma_{zul}}{\sqrt{\left(\frac{L}{4W_b}\right)^2 + 3\left(\frac{d}{2W_t}\right)^2}}$ $= \frac{2}{9,81} \frac{290}{\sqrt{\left(\frac{1000}{4 \cdot 6283,2}\right)^2 + 3\left(\frac{40}{2 \cdot 12566}\right)^2}} = 1481,2 \text{ kg}$
Ergebnis	$m_{zul}' = 1482,4 \text{ kg}$

Im Folgenden wird die Welle statisch so beansprucht, dass an der Stelle A das Biegemoment $M_b = 470 \text{ Nm}$ und das Torsionsmoment $M_t = 320 \text{ Nm}$ auftritt.

- e) Zeichnen Sie für die Stelle A den Mohrschen Spannungskreis und bestimmen Sie die Hauptspannungen graphisch.

Platz für Nebenrechnungen	$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{470000}{6283,2} = 74,8 \text{ MPa}$ $\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{320000}{12566,4} = 25,5 \text{ MPa}$  $\sigma_1 = 83 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$ $\sigma_3 = -8 \text{ MPa}$
Ergebnis	$\sigma_1 = 83 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$ $\sigma_3 = -8 \text{ MPa}$

- f) Bestimmen Sie die Hauptspannungen rechnerisch. Welcher Spannungszustand liegt vor?

=Platz für Nebenrechnungen	Rechnerische Ermittlung der Hauptspannungen $\sigma_1 = \frac{\sigma_b}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2} = 82,7 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$ $\sigma_3 = \frac{\sigma_b}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2} = -7,9 \text{ MPa}$ Es liegt ein 2-achsiger Spannungszustand vor
Ergebnis	$\sigma_1 = 82,7 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = 0 \text{ MPa}$ $\sigma_3 = -7,9 \text{ MPa}$

- g) Ist diese Beanspruchung für die Welle zulässig? Ist die Beanspruchung zulässig, falls die Welle alternativ aus dem Gusseisen GJL-350 gefertigt wird?

=Platz für Nebenrechnungen	Mit $\sigma_b; \tau_t$ aus Teil e) Für den Stahl: 15MnNi6-3: (duktil: GEH; SH) $\sigma_v(\text{GEH}) = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_t^2} = 86,9 \leq \sigma_{zul} \Rightarrow \text{zulässig}$ <i>Alternativ:</i> $\sigma_v(\text{SH}) = \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2} = 90,5 \text{ MPa} \leq \sigma_{zul} \Rightarrow \text{zulässig}$ Für das Gusseisen GJL-350: (spröd. NH) $\sigma_{zul} = \frac{R_m}{S_b} = \frac{360}{4} = 90 \text{ MPa}$ $\sigma_v(\text{NH}) = \sigma_1 = 82,7 \text{ MPa} \leq \sigma_{zul} \Rightarrow \text{zulässig}$
----------------------------	---

Ergebnis	Die Beanspruchung ist zulässig
----------	--------------------------------

Im nachfolgenden Aufgabenteil kann das Torsionsmoment vernachlässigt werden.

- h) Wie muss die Oberfläche der Welle aus 15MnNi6-3 bearbeitet werden, damit ein Schwingungsbruch der umlaufenden Welle mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann? ($M_b = 470 \text{ Nm}$)

=Platz für Nebenrechnungen	$\sigma_{W,pol} = 326 \text{ MPa (abgelesen)}$ Es gilt: $\sigma_{zul} = \frac{f * \sigma_{W,pol}}{S_D}$ $F.B.: \sigma_b \leq \sigma_{zul}$ $\sigma_b = \frac{f * \sigma_{W,pol}}{S_D}$ $\Rightarrow f = \frac{\sigma_b S_D}{\sigma_{W,pol}} = \frac{74,8 * 2}{326} = 0,481$ Die Oberfläche muss somit nicht bearbeitet werden. Eine geschmiedete Oberfläche ist ausreichend.
Ergebnis	Die Oberfläche muss somit nicht bearbeitet werden. Eine geschmiedete Oberfläche ist ausreichend.

Guten Erfolg!