

Teilprüfung

EINFÜHRUNG IN DIE FESTIGKEITSLEHRE

Professor Dr. rer. nat. S. Schmauder

Datum: 22. Februar 2010

Hilfsmittel: Ausgegebenes Formelblatt, nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Prüfungsdauer: 60 min

Der im 1. Prüfungsteil aufgeführte Hinweis für Wiederholer gilt auch für diese Teilprüfung.
**Nur die auf dem Aufgabenblatt eingetragenen Lösungen und Lösungswege werden
eingesammelt und bewertet! Der Lösungsweg wird mitbewertet!**

Name:

Matrikelnummer:

Musterlösung zur Einsicht

Aufgabe1:

Eine Welle mit Durchmesser **d = 26 mm** und geschliffener Oberfläche (siehe Bild 1) aus dem Werkstoff E295 wird zunächst statisch auf Torsion belastet:

$$M_t = 300 \text{ Nm}, M_b = 0 \text{ Nm}.$$

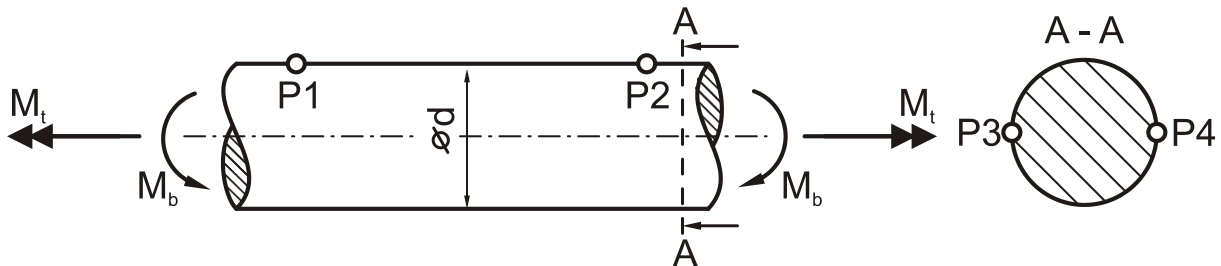


Bild 1: Welle

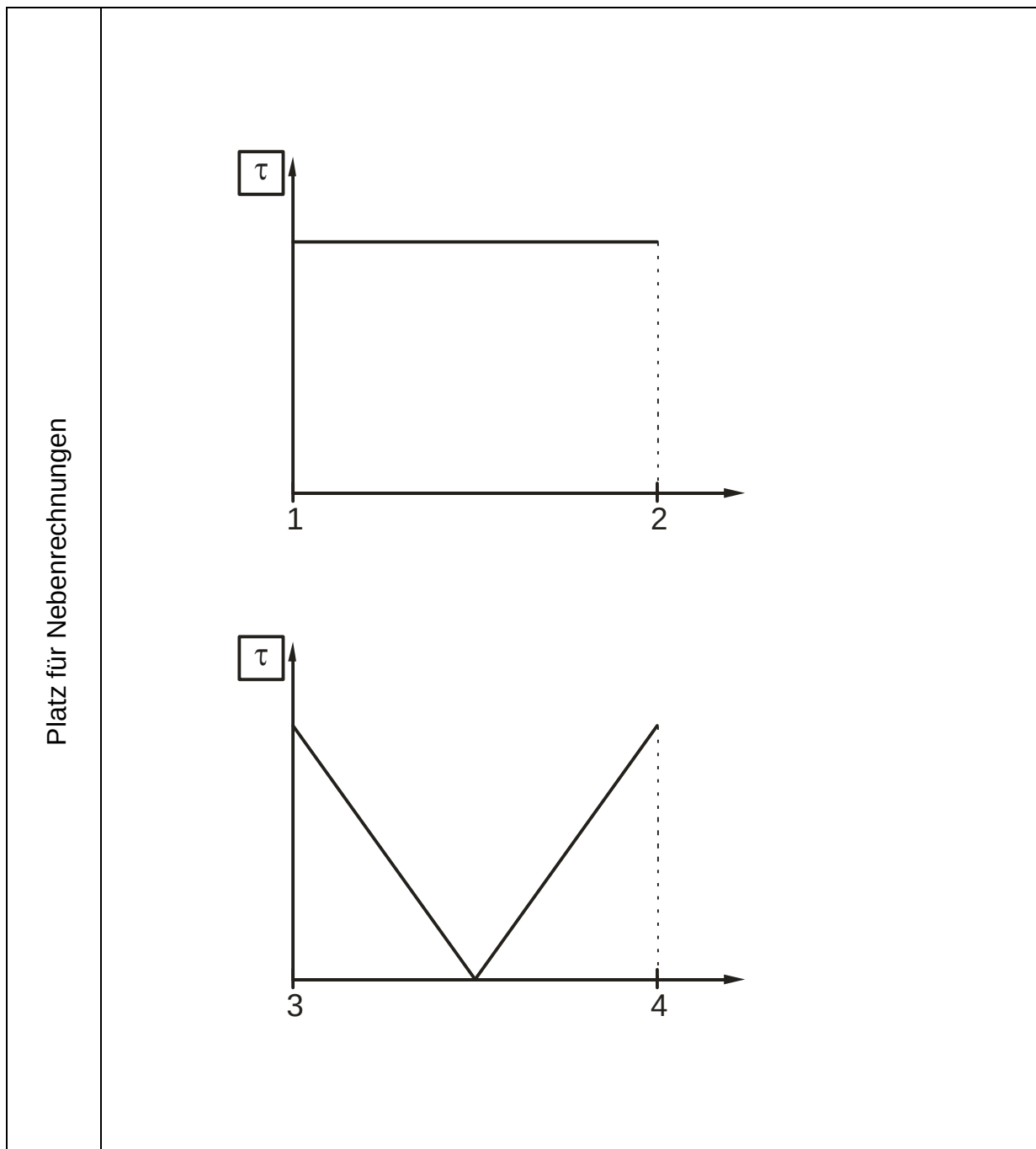
Gegeben:

E295: $R_e = 295 \text{ MPa}$; $R_m = 500 \text{ MPa}$; $A_5 = 20 \%$; $\mu = 0,3$; $\tau_{tf} = 0,58 R_e$;

a) Welche Schubspannung herrscht an der höchstbelasteten Stelle des Stabes?

Platz für Nebenrechnungen	$\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$ $W_t = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 = 3451 \text{ mm}^3$ $\tau_t = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 300.000 \text{ Nmm}}{\pi \cdot (26 \text{ mm})^3}$ $\tau_t = 86,93 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	
Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
$\tau_t =$		

- b) Zeichnen sie schematisch den Spannungsverlauf (Betrag der Schubspannung) an der Oberfläche entlang der geradlinigen Verbindung P1-P2 sowie im Querschnitt entlang der geradlinigen Verbindung P3-P4.



- c) Berechnen Sie das maximal ertragbare Biegemoment, welches auf die Welle zusätzlich zum Torsionsmoment wirken darf, so dass plastische Verformung mit einer Sicherheit von 1,5 ausgeschlossen werden kann.

(Wenn Sie Aufgabenteil a) nicht lösen konnten, verwenden Sie $\tau_t = 90 \text{ MPa}$)

Platz für Nebenrechnungen

FB:

$$\sigma_v \leq \sigma_{zul}$$

R.S.:

$$\sigma_{zul} = \frac{R_e}{S_F} = \frac{295 \text{ MPa}}{1,5} = 196,67 \text{ MPa}$$

L.S.:

GEH:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot \tau_t^2}$$

$$\sigma_v^2 - 3 \cdot \tau_t^2 = \sigma_b^2$$

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b}$$

$$W_b = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 = 1725,5 \text{ mm}^3$$

$$\frac{32 \cdot M_b}{\pi \cdot d^3} = \sqrt{\sigma_v^2 - 3 \cdot \tau_t^2}$$

$$M_b = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 \cdot \sqrt{\sigma_v^2 - 3 \cdot \tau_t^2}$$

$$M_b = \frac{\pi}{32} \cdot (26 \text{ mm})^3 \cdot \sqrt{(196,67 \text{ MPa})^2 - 3 \cdot (86,93 \text{ MPa})^2} \quad \text{bzw}$$

$$M_b = \frac{\pi}{32} \cdot (26 \text{ mm})^3 \cdot \sqrt{(196,67 \text{ MPa})^2 - 4 \cdot (86,93 \text{ MPa})^2}$$

$$218374 \text{ Nmm} \quad (206969 \text{ Nmm})$$

$$218,4 \text{ Nm}$$

SH:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 4 \cdot \tau_t^2}$$

$$\sigma_v^2 - 4 \cdot \tau_t^2 = \sigma_b^2$$

$$\frac{32 \cdot M_b}{\pi \cdot d^3} = \sqrt{\sigma_v^2 - 4 \cdot \tau_t^2}$$

$$M_b = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 \cdot \sqrt{\sigma_v^2 - 4 \cdot \tau_t^2}$$

$$158705 \text{ Nmm} \quad (136817 \text{ Nmm})$$

$$158,7 \text{ Nm}$$

Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
$M_b =$		

Im Betrieb überlagert sich nun die statische Torsions- mit einer statischen Biegebelastung.

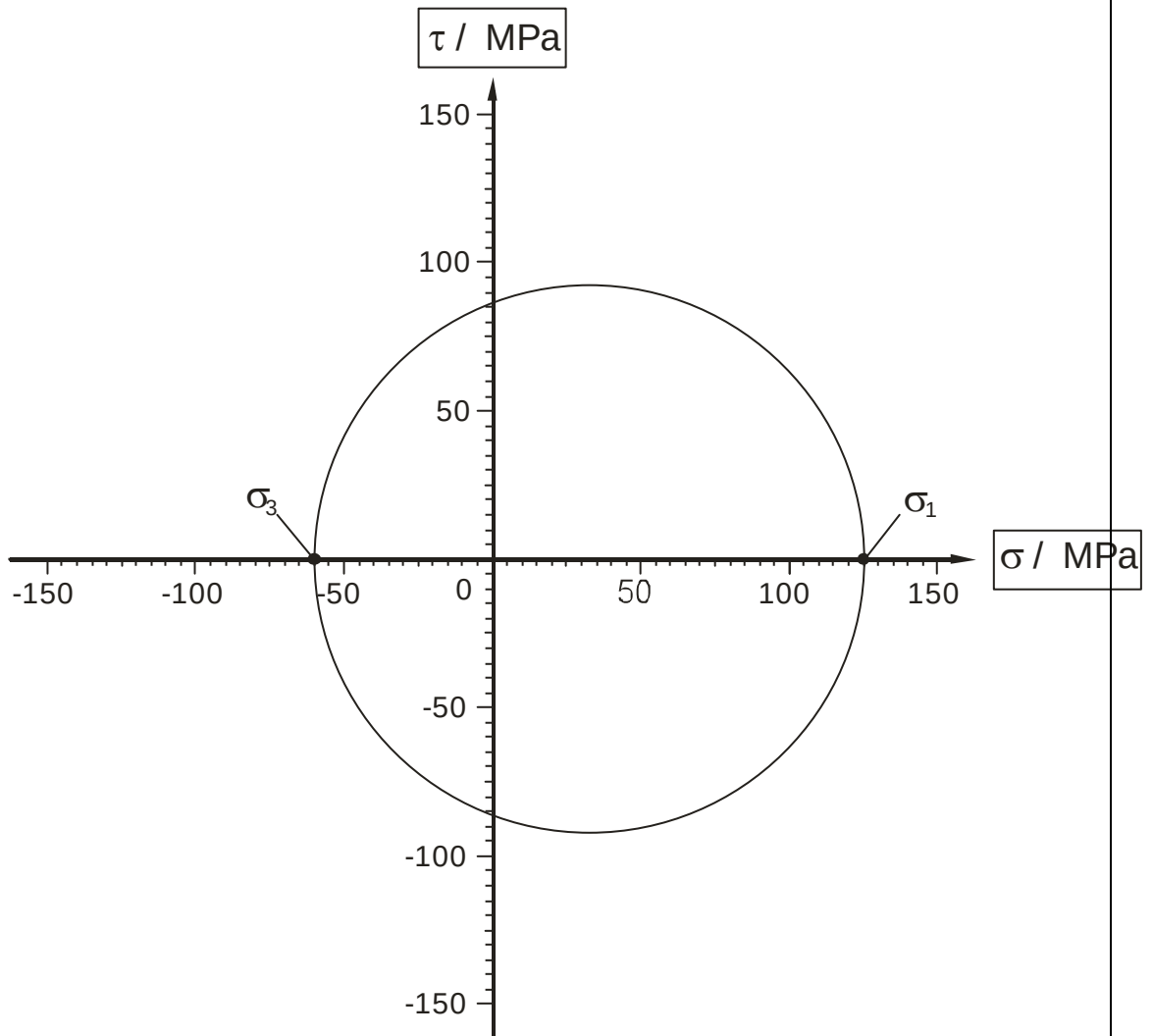
- d) Berechnen Sie für die höchstbeanspruchte Stelle in Punkt P2 die maximale und minimale Hauptspannung σ_1 und σ_3 . Gehen Sie dabei von der in Aufgabenteil a) berechneten Schubspannung und einer Biegespannung von $\sigma_b = 65 \text{ MPa}$ aus.

(Wenn Sie Aufgabenteil a) nicht lösen konnten, verwenden Sie $\tau_t = 90 \text{ MPa}$)

Platz für Nebenrechnungen	$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$		
	$\sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$		
	mit $\sigma_y = 0$		
	$\sigma_1 = \frac{65\text{MPa}}{2} + \sqrt{\left(\frac{65\text{MPa}}{2}\right)^2 + 86,93\text{MPa}^2} = 125,3\text{MPa}$		
	$\sigma_3 = \frac{65\text{MPa}}{2} - \sqrt{\left(\frac{65\text{MPa}}{2}\right)^2 + 86,93\text{MPa}^2} = -60,3\text{MPa}$		
	Mit Alternativwerten:		
	$\sigma_1 = \frac{65\text{MPa}}{2} + \sqrt{\left(\frac{65\text{MPa}}{2}\right)^2 + 90\text{MPa}^2} = 128,2\text{MPa}$		
	$\sigma_3 = \frac{65\text{MPa}}{2} - \sqrt{\left(\frac{65\text{MPa}}{2}\right)^2 + 90\text{MPa}^2} = -63,2\text{MPa}$		

- a) Zeichnen Sie den Mohr'schen Spannungskreis für die in Aufgabenteil d) berechnete Belastung und beschriften Sie die Achsen.

(Wenn Sie Aufgabenteil d) nicht lösen konnten, verwenden Sie $\sigma_1 = 150 \text{ MPa}$ und $\sigma_3 = -50 \text{ MPa}$)



Zuletzt soll auf die Welle durch Anfahr- und Abbremsvorgänge ein rein wechselndes Torsionsmoment der Größe $M_t = 150 \text{ Nm}$ aufgebracht werden. (Es wirken ansonsten keine Belastungen mehr.)

- b) Führen Sie einen Sicherheitsnachweis (statische und zyklische Betrachtung nötig!) für diese Beanspruchung durch. Ist die Belastung mit Sicherheit ertragbar?

statisch:

$$\tau_{t,\max} \leq \tau_{t,\text{zul}}$$

R.S.:

Fließen:

$$\tau_{t,F} \approx 0,58R_e = 1711\text{MPa}$$

Bruch:

$$\tau_{t,B} \approx R_m = 500\text{MPa}$$

L.S.:

$$\tau_{t,\max} = \frac{M_{t,\max}}{W_t} = \frac{150.000\text{Nmm}}{3451\text{mm}^3} = 43,47\text{MPa}$$

Sicherheit gegen Fließen:

$$S_F = \frac{\tau_{t,F}}{\tau_{t,\max}} = \frac{1711\text{MPa}}{43,47\text{MPa}} = 3,94 > 1,5$$

Sicherheit gegen Bruch:

$$S_B = \frac{\tau_{t,B}}{\tau_{t,\max}} = \frac{500\text{MPa}}{43,47\text{MPa}} = 11,5 > 2$$

zyklisch:

$$\tau_{t,a} \leq \tau_{t,A}$$

$$\tau_{t,m} = 0 \Rightarrow \tau_{t,a} = 43,47\text{MPa}$$

$$\tau_{t,A} = \frac{\tau_{t,w} \cdot f}{S_D}$$

$$\tau_{t,w} = 145\text{MPa (aus Diagramm)}$$

$$f = 0,94 \text{ (aus Diagramm)}$$

$$\tau_{t,A} = 136,3\text{MPa}$$

$$S_D = \frac{\tau_{t,w} \cdot f}{\tau_{t,a}} = \frac{145\text{MPa} \cdot 0,94}{43,47\text{MPa}} = 3,14 > 2,5$$

Die Belastung kann sowohl statisch als auch dynamisch mit Sicherheit ertragen werden.

Platz für Nebenrechnungen		
Eintragung Endergebnis	Ergebnis	
Belastung ertragbar?		

Aufgabe2:

Ein Karosserieprüfstand in der Automobilindustrie besitzt eine rohrförmige Haltevorrichtung ($d_a = 16 \text{ mm}$, $s = 2 \text{ mm}$, $L = 500 \text{ mm}$), auf der ein Rohbauteil der Karosserie aufgesetzt werden kann, siehe Bild 2. Dabei können idealisiert folgende Vereinfachungen getroffen werden:

- Beide Enden der Haltevorrichtung sind fest eingespannt.
- Die angreifende Kraft F wirkt in Achsrichtung auf die Stütze.

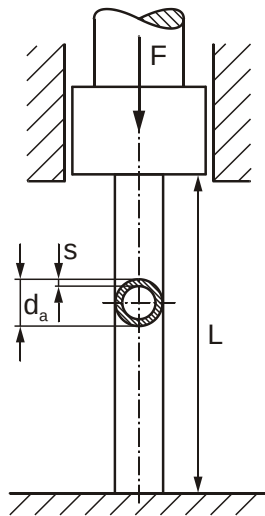


Bild 2: Haltevorrichtung Karosserieprüfstand

- c) Geben Sie in unten stehender Tabelle an, wodurch eine Stütze aus beliebigem Werkstoff unter Druckbelastung prinzipiell versagen könnte. Markieren Sie (X) für die beiden Werkstoffe EN-GJL-300 und S260 die möglichen Versagensarten.

Eintragung Endergebnis			
	Versagensart 1	ggf. Versagensart 2	ggf. Versagensart 3
Versagensart:	Fließen	Bruch	Knicken
EN-GJL-300:		X	X
S260:	X		X

Im Folgenden wird die Stütze aus S260 ausgeführt.

Gegeben:

S260: $R_e = -\sigma_{dF} = 260 \text{ MPa}$; $R_m = 450 \text{ MPa}$; $E = 210.000 \text{ MPa}$; $A_5 = 22 \%$; $\mu = 0,3$

- d) Berechnen Sie für die in Frage kommenden Versagensfälle die zulässigen statischen Druckkräfte F . Geben Sie die insgesamt zulässige statische Druckkraft F an. Verwenden Sie die kleinsten üblichen Sicherheitsfaktoren (Es handelt sich um keine sicherheitskritische Anwendung).

Platz für Nebenrechnungen	$A = \frac{\pi}{4} (d_a^2 - d_i^2) = \frac{\pi}{4} (16^2 - 12^2) = 88 \text{ mm}^2$ Rechnung gegen Fließen: $S_F = 1,2$ $\sigma_{zul} = \frac{R_e}{S_F} = \frac{260 \text{ MPa}}{1,2} = 216,67 \text{ MPa}$ $F_{zul} = \sigma_{zul} \cdot A = 216,67 \text{ MPa} \cdot 88 \text{ mm}^2 = 19059 \text{ N} = 19,06 \text{ kN}$ Rechnung gegen Knicken: $S_K = 2,5$ $I = \frac{\pi}{64} (d_a^4 - d_i^4) = 2199,11 \text{ mm}^4$ $F_{zul} = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{L^2} \cdot \frac{1}{S_K} \quad \left(= \frac{F_K}{S_K} \right)$ $F_{zul} = 4 \cdot \pi^2 \cdot \frac{210000 \text{ MPa} \cdot 2199,11 \text{ mm}^4}{(500 \text{ mm})^2 \cdot 2,5} = 29,17 \text{ kN}$
--------------------------------------	---

Platz für Nebenrechnungen	Insgesamt zulässig: $F_{zul} = 19059\text{N} = 19,06\text{kN}$ Anmerkung: positive und negative Werte werden anerkannt	
Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
$F_{zul} =$		

- e) An der Außenwand der Stütze sind in Längs- und Querrichtung Dehnmessstreifen (DMS) angebracht. Im Betrieb wird in Längsrichtung eine Dehnung von $\varepsilon_l = -0,087\% = -0,00087$ angezeigt. Berechnen Sie die Dehnung in Querrichtung und die Kraft, die im Betrieb auf die Stütze wirkt. Ist diese Kraft zulässig?

(Wenn Sie Aufgabenteil b) nicht lösen konnten, verwenden Sie $F_{zul} = 20\text{ kN}$.)

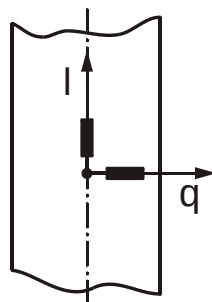


Bild 3: Dehnmessstreifen (DMS) an der Stütze

Platz für Nebenrechnungen	Dehnung in Querrichtung: $\varepsilon_q = -\mu \cdot \varepsilon_l = -0,3 \cdot (-0,087\%) = 0,0261\% = 0,000261$ Kraft im Betrieb: $\sigma = E \cdot \varepsilon_l = 210000\text{MPa} \cdot (-0,00087) = -182,7\text{MPa}$ $F = \sigma \cdot A = (-182,7\text{MPa}) \cdot 88\text{mm}^2 = (-)16,07\text{kN}$ Belastung ist zulässig, da $F < F_{\text{zul}}$ Anmerkung: positive und negative Werte für die Kraft werden anerkannt	
Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
F _{Betrieb} =		
Zulässig?		-

- f) Durch die Auf- und Abspannvorgänge der Karosserieteile auf die Vorrichtung wird die obere Einspannung der Haltevorrichtung nach einiger Zeit in einer Richtung aufgeweitet. Dadurch kann die Haltevorrichtung an der oberen Seite nur noch als „geführt“ und nicht mehr als „fest eingespannt“ betrachtet werden. Die untere Einspannung ist weiterhin als „fest eingespannt“ zu betrachten.

Ist die im Aufgabenteil c) errechnete Last weiterhin zulässig?

(Wenn Sie Aufgabenteil c) nicht lösen konnten, verwenden Sie $F_{\text{Betrieb}} = 16,0 \text{ kN}$.)

Platz für Nebenrechnungen	Neuer Belastungsfall: zulässige Lasten: $F_{\text{zul}} = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{L^2} \cdot \frac{1}{S_K}$ $F_{\text{zul}} = 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{210000 \text{ MPa} \cdot 2199,11 \text{ mm}^4}{(500 \text{ mm})^2 \cdot 2,5} = 14,59 \text{ kN}$ Belastung ist nicht zulässig, da jetzt $F > F_{\text{zul}}$		
Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit	
$F_{\text{zul}} =$			
Last aus c) zulässig?			

Viel Erfolg!