

Teilprüfung zur Diplom-Vorprüfung im Fach

EINFÜHRUNG IN DIE FESTIGKEITSLEHRE

Professor Dr. rer. nat. S. Schmauder

Datum: 12. Oktober 2009

Hilfsmittel: Ausgegebenes Formelblatt, nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Prüfungsdauer: 60 min

Der im 1. Prüfungsteil aufgeführte Hinweis für Wiederholer gilt auch für diese Teilprüfung
**Nur die auf dem Aufgabenblatt eingetragenen Lösungen und Lösungswege werden
eingesammelt und bewertet! Der Lösungsweg wird mitbewertet!**

Name:

Matrikelnummer:

Musterlösung

Aufgabe1: Tank unter Innendruck

Für ein Fahrzeug mit Brennstoffzellen-Antrieb wird ein Flüssigtank ($D_{\text{ausßen}} = 340 \text{ mm}$; $D_{\text{innen}} = 300 \text{ mm}$) für Wasserstoff aus dem Werkstoff 20MnCr5 entwickelt. Der Speicher wird im Normalfall mit Wasserstoff bei einem Innendruck von 600 bar gefüllt. An der Außenseite sind an der Messstelle A Dehnmessstreifen (DMS) in Längs- und Umfangsrichtung appliziert, siehe Bild 1. Der Tank kann als in Längsrichtung frei beweglich angenommen werden.

20MnCr5:

$R_{p0,2} = 900 \text{ MPa}$; $R_m = 1140 \text{ MPa}$; $E = 210000 \text{ MPa}$; $\mu = 0,3$; $A_5 = 11\%$

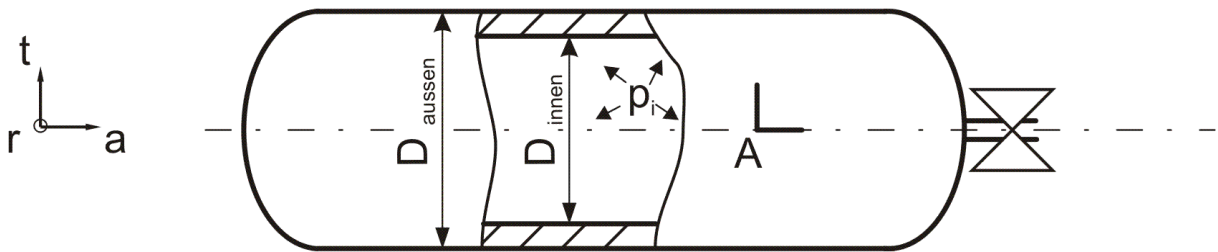


Bild 1: Flüssigwasserstoff-Tank

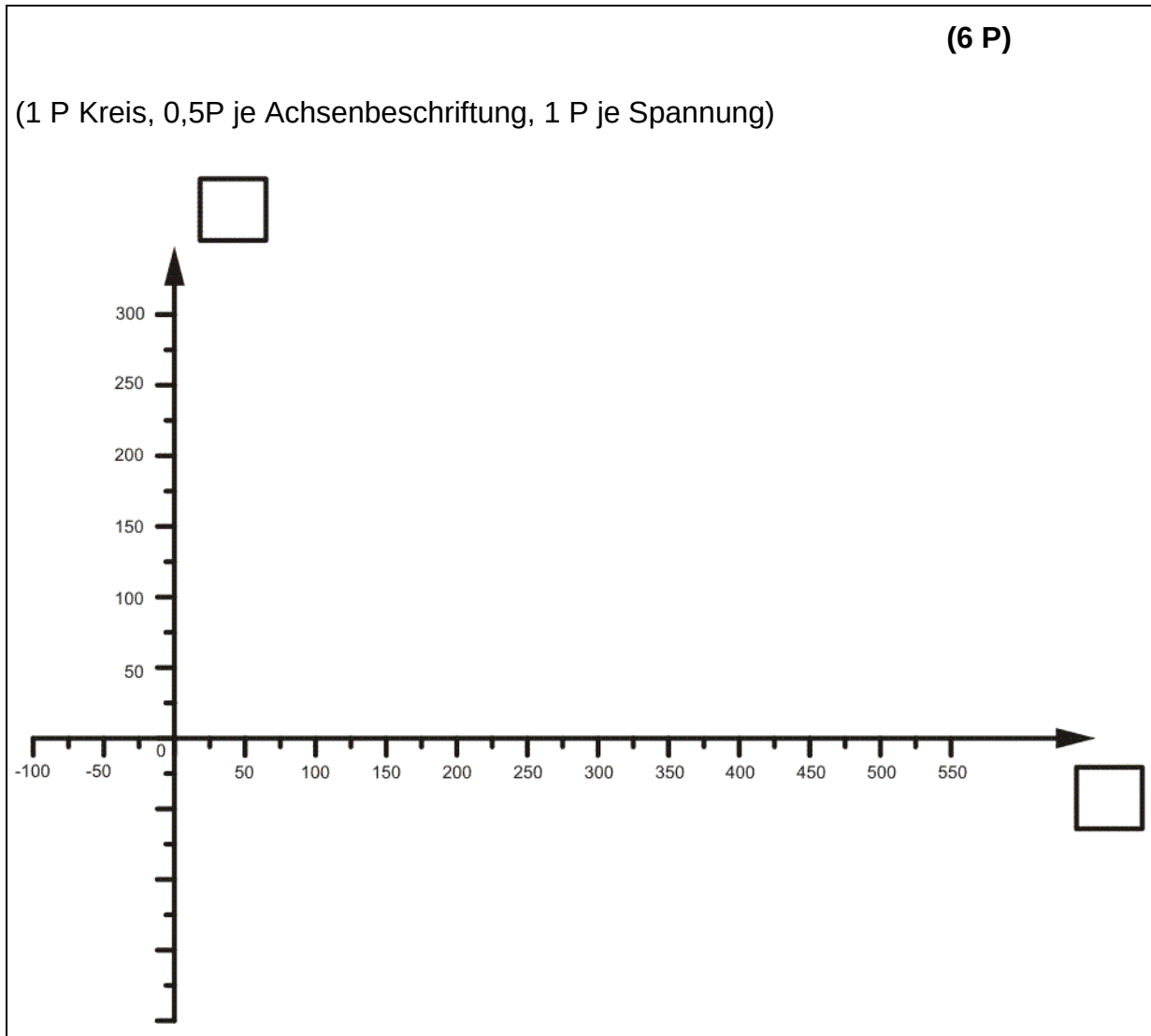
- a) Durch Erwärmung des Tanks oder Fehlbetankung kann im Tank ein höherer als spezifizierter Druck entstehen. Wird dieser nicht durch Motorbetrieb verbraucht, muss der Wasserstoff ab einem Tank-Innendruck von 650 bar durch ein Überdruckventil abgelassen werden. Wie groß werden Längs- und Umfangsdehnung an Stelle A im Moment des Ablassens, wenn das Ventil ordnungsgemäß funktioniert?

Platz für Nebenrechnungen	(4 P.)	
	Dehnungen bei 650 bar Innendruck:	
	$\sigma_u = \frac{p \cdot d_i}{2 \cdot s} = \frac{p \cdot D_{\text{innen}}}{2 \cdot \frac{1}{2}(D_{\text{ausßen}} - D_{\text{innen}})} =$ $= \frac{65 \text{ MPa} \cdot 300 \text{ mm}}{2 \cdot 20 \text{ mm}} = 487,50 \text{ MPa}$	(1 P)
	$\sigma_l = \frac{p \cdot d_i}{4 \cdot s} = \frac{p \cdot D_{\text{innen}}}{4 \cdot \frac{1}{2}(D_{\text{ausßen}} - D_{\text{innen}})} =$ $= \frac{65 \text{ MPa} \cdot 300 \text{ mm}}{4 \cdot 20 \text{ mm}} = 243,75 \text{ MPa}$	(1 P)
	$\varepsilon_u = \frac{1}{E}(\sigma_u - \mu \cdot \sigma_l) = \frac{1}{210 \text{ GPa}} \cdot (487,50 - 0,3 \cdot 243,75) \text{ MPa} =$ $= 0,001973 = 0,1973 \%$	(1 P)
	$\varepsilon_l = \frac{1}{E}(\sigma_l - \mu \cdot \sigma_u) = \frac{1}{210 \text{ GPa}} \cdot (243,75 - 0,3 \cdot 487,5) \text{ MPa}$ $= 0,0004643 = 0,0464 \%$	(1 P)
Eintragung Endergebnis		
Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
Umfangsdehnung:	= 0,001973 = 0,1973 %	-/- oder %
Längsdehnung:	= 0,0004643 = 0,0464 %	-/- oder %

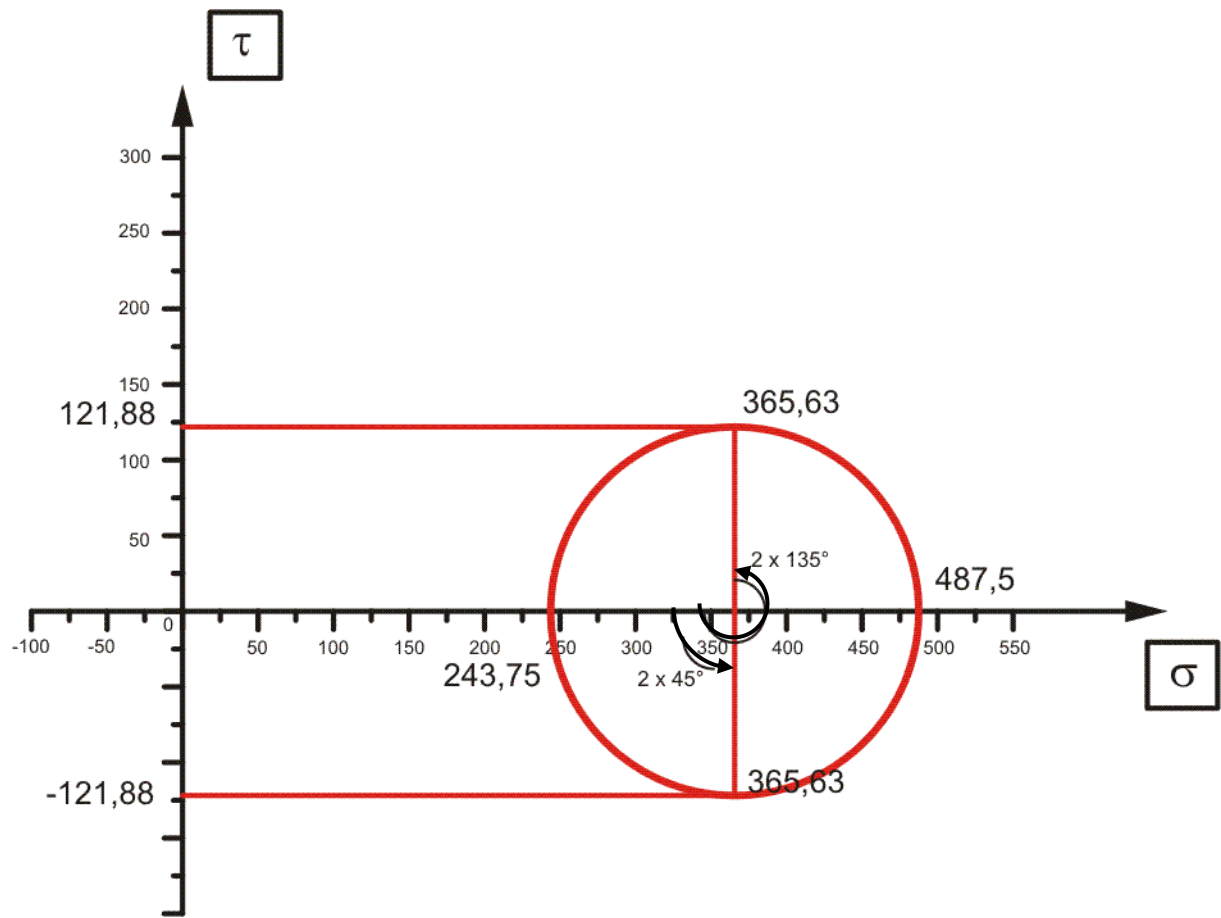
- b) Berechnen Sie aus den in Aufgabenteil a) ermittelten Dehnungen an Stelle A die Spannungen in Axial- und Umfangsrichtung. Geben Sie die Spannung in Radialrichtung für die Außenwand und die Innenwand an.

Platz für Nebenrechnungen	(4 P.)	
	Spannungen:	
	$\sigma_u = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_u + \mu\varepsilon_l) = \frac{210000\text{MPa}}{1-0,3^2} \cdot (0,1973\% + 0,3 \cdot 0,04643\%) =$	(1 P)
	= 487,5MPa	
	$\sigma_l = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_l + \mu\varepsilon_u) = \frac{210000\text{MPa}}{1-0,3^2} \cdot (0,04643\% + 0,3 \cdot 0,1973\%) =$	(1 P)
	= 243,7MPa	
Radialspannung:		
Außenseite: $\sigma_{r,a} = 0 \text{ MPa}$		(1 P)
Innenseite: $\sigma_{r,i} = -p = -65 \text{ MPa}$		(1 P)
Eintragung Endergebnis		
Ergebnis		Einheit
Umfangsspannung		487,50 MPa
Längsspannung		243,75 MPa
Radialspannung		
- Innenseite		- 65 MPa
- Außenseite		0 MPa

- c) Zeichnen Sie für den Überlastfall von 650 bar den Mohrschen Spannungskreis für die $\sigma_u - \sigma_l$ –Ebene in untenstehendes Diagramm ein und bestimmen Sie die Normal- und Schubspannungen unter 45° sowie 135° zur Längsrichtung des Behälters. Beschriften Sie die Achsen des Diagramms.



Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
$\sigma_{45^\circ} =$	$\sigma_{45^\circ} = 365,63 \text{ MPa}$	
$\tau_{45^\circ} =$	$\tau_{45^\circ} = -121,88 \text{ MPa}$	
$\sigma_{135^\circ} =$	$\sigma_{135^\circ} = 365,63 \text{ MPa}$	
$\tau_{135^\circ} =$	$\tau_{135^\circ} = +121,88 \text{ MPa}$	



- d) Berechnen Sie die Vergleichsspannung bei 650 bar Innendruck mit Hilfe der Schubspannungshypothese an der Innen- und Außenseite des Tanks.

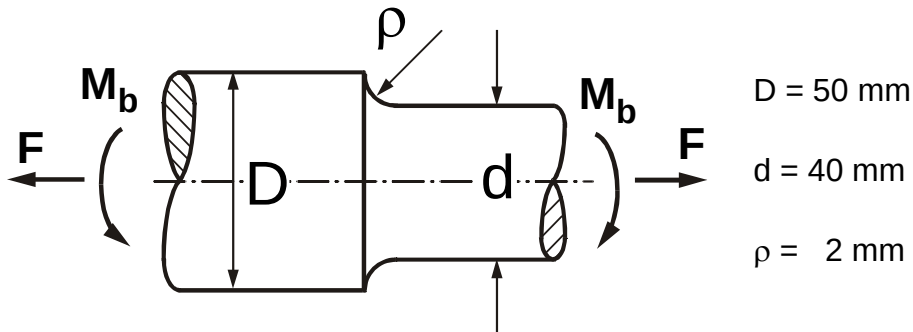
Platz für Nebenrechnungen	(3 P)			
	Spannungen: $\sigma_u = 487,50 \text{ MPa}$ $\sigma_l = 243,75 \text{ MPa}$ Radialspannung: Außenseite: $\sigma_{r,a} = 0 \text{ MPa}$ Innenseite: $\sigma_{r,i} = -p = -65 \text{ MPa}$ Vergleichsspannungen (Schubspannungshypothese): $\sigma_{v_innen}(SH) = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ $\sigma_{v_innen}(SH) = \sigma_u - \sigma_r = \sigma_u - (-p) = 487,50 \text{ MPa} - (-65 \text{ MPa}) = 552,5 \text{ MPa}$ (1,5 P) $\sigma_{v_ausßen}(SH) = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_u - 0 = 487,5 \text{ MPa}$ (1,5 P)			
Eintragung Endergebnis		Innenseite		Außenseite
		Ergebnis	Einheit	Ergebnis Einheit
Vergleichsspannung		552,5 MPa		487,5 MPa

- e) Wo ist die höchstbeanspruchte Stelle des Bauteils? Mit welchen Sicherheiten wurde der Behälter im Überlastfall mit 650 bar ausgelegt? Sind diese Sicherheiten jeweils ausreichend? Ist die Sicherheit insgesamt ausreichend?

Platz für Nebenrechnungen	(4 P)	
	Innenseite = Höchstbeanspruchte Stelle	(0,5 P)
	Rechnung gegen Fließen und Bruch	
	$S_F = \frac{R_e}{\sigma_v} = \frac{900 \text{ MPa}}{552,5 \text{ MPa}} = 1,63$	(1 P)
	Ausreichend, da > 1,2	(0,5 P)
	$S_B = \frac{R_m}{\sigma_v} = \frac{1140 \text{ MPa}}{552,5 \text{ MPa}} = 2,06$	(1 P)
	Ausreichend, da > 2,0	(0,5 P)
Insgesamt ausreichend		(0,5 P)
Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
Höchstbeanspruchte Stelle	Innenseite	---
	$S_F = 1,63$	
	$S_B = 2,06$	
Sicherheit ausreichend?	ja	---

Aufgabe 2: Gekerbte Welle

Die in Bild 3 dargestellte Welle aus dem Werkstoff S235JR kann durch die Zugkraft F und das Biegemoment M_b belastet werden.



S235JR:

$$R_e = 260 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; R_m = 420 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; A_5 = 22\%; E = 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; \mu = 0,3$$

a) Bestimmen Sie die Formzahlen für die Lastfälle Zug und Biegung.

Platz für Nebenrechnungen	(3 P)
	$\frac{\rho}{d} = \frac{2}{40} = 0,05$ (0,5 P)
	$\frac{D}{d} = \frac{50}{40} = 1,25$ (0,5P)
	Abgelesen aus Diagramm: $\Rightarrow \underline{\underline{\alpha_{kz} = 2,15}}; \quad \underline{\underline{\alpha_{kb} = 1,95}}$
Ergebnis	$\underline{\underline{\alpha_{kz} = 2,15}};$ $\underline{\underline{\alpha_{kb} = 1,95}}$ je (1P)

- b) Welche statische Zugkraft F kann die stillstehende Welle bei angemessener Sicherheit (näherungsweise) aufnehmen, wenn an der höchstbeanspruchten Stelle eine maximale Dehnung von $\varepsilon_{\text{ges}} = 0,3\%$ auftreten darf und das statische Biegemoment 200 Nm beträgt?

Hinweis: für auftretende plastische Dehnungen gilt: $\sigma = \eta_{\text{pl}} \cdot R_e$

Platz für Nebenrechnungen		7,5 P
	$\sigma_{\text{max}} \leq \sigma_{\text{zul}}$	(0,5 P)
	$\sigma_{\text{max}} = \alpha_{\text{kz}} \cdot \sigma_z + \alpha_b \cdot \sigma_b$	(1 P)
	$= \alpha_{\text{kz}} \cdot \frac{4F}{\pi d^2} + \alpha_b \frac{M_b}{W_b} = \alpha_{\text{kz}} \cdot \frac{4F}{\pi d^2} + \alpha_{\text{bk}} \frac{32 \cdot M_b}{\pi d^3}$	(1 P)
	$\sigma_{\text{zul}} = \frac{\eta_{\text{pl}} \cdot R_e}{S_F}$	(1 P)
	$\eta_{\text{pl}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\text{ges}}}{\varepsilon_F}}$	(1 P)
	$\varepsilon_F = \frac{R_e}{E} = \frac{260}{210000} = 0,1238\%$	(0,5 P)
	$\eta_{\text{pl}} = \sqrt{\frac{0,3}{0,1238}} = 1,557$	(0,5 P)
	$\Rightarrow \alpha_{\text{kz}} \cdot \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{\eta_{\text{pl}} \cdot R_e}{S_F} - \alpha_{\text{bk}} \frac{32 \cdot M_b}{\pi d^3}$	
	$S_F = 1,5$	(0,5 P)
	$F_{\text{zul}} = \frac{\pi d^2}{4 \cdot \alpha_{\text{kz}}} \left(\frac{\eta_{\text{pl}} \cdot R_e}{S_F} - \alpha_{\text{bk}} \frac{32 \cdot M_b}{\pi d^3} \right)$ $= \frac{\pi \cdot 40^2}{4 \cdot \alpha_{\text{kz}}} \left(\frac{1,58 \cdot 260}{1,5} - 1,95 \frac{32 \cdot 200}{\pi \cdot 40^3} \right) \text{ kN} = \underline{\underline{1214 \text{ kN}}}$	(1 P)

Ergebnis	$F_{zul} = \underline{\underline{1214 \text{ kN}}}$	(0,5 P)
----------	---	---------

Im Folgenden wird die nun umlaufende Welle ausschließlich durch Biegung beansprucht.

- c) Wie groß wäre das zulässige Biegemoment M_b , wenn die Welle auf Umlaufbiegung beansprucht wird (Oberfläche poliert)?

Platz für Nebenrechnungen		5,5 P
	$\sigma_{amax} \leq \sigma_{azul}$	(0,5 P)
	$\sigma_{amax} = \beta_k \cdot \sigma_{an}$	(0,5 P)
	$\sigma_{an} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{32 \cdot M_b}{\pi \cdot d^3}$	(0,5 P)
	$\beta_{kb} = \frac{\alpha_{kb}}{1 + \frac{55}{R_e} \sqrt{\frac{c}{\rho}}} = \frac{195}{1 + \frac{55}{260} \cdot \sqrt{\frac{2}{2}}} = \frac{195}{121} = 1,61$	(1 P)
	Aus Diagramm	
	$R_m = 420 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \sigma_{bWpol} = 205 \text{ N/mm}^2$	(1 P)
	$\beta_k \cdot \frac{32 \cdot M_b}{\pi \cdot d^3} = \frac{\sigma_{bWpol}}{S_D}$	
	$S_D = 2$	(0,5 P)
	$\Rightarrow M_{bzul} = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot \sigma_{bWpol}}{32 \cdot \beta_k \cdot S_D} = \frac{\pi \cdot 40^3 \cdot 205}{32 \cdot 1,61 \cdot 2} = \underline{\underline{400 \text{ Nm}}}$	(0,5 P)
Ergebnis	$M_{bzul} = \underline{\underline{400 \text{ Nm}}}$	(1 P)

Viel Erfolg!