

Aufgabe 1:

a) $\Delta l = \varepsilon \cdot l_0 = \frac{\sigma}{E} \cdot l_0$

Schraube: $\sigma = \frac{F_V}{A_S} = \frac{4 \cdot F_V}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 25000}{\pi \cdot 12^2} = 2210 \text{ MPa}$

$$\Delta l = \frac{\sigma}{E} \cdot l_1 = \frac{2211 \cdot 130}{210000} \text{ mm} = 0,137 \text{ mm}$$

Hülse: $\sigma = -\frac{F_V}{A_H} = -\frac{4 \cdot F_V}{\pi \cdot (D^2 - (D - 2s)^2)} = -\frac{4 \cdot 25000}{\pi \cdot (30^2 - 24^2)} \text{ MPa} = -98,2 \text{ MPa}$

$$\Delta l = \frac{\sigma}{E} \cdot l_2 = \left| \frac{-98,2 \cdot 80}{210000} \right| \text{ mm} = 0,037 \text{ mm}$$

b) Fließen für $\sigma = \frac{F_V}{A} = R_e$ bzw. $R_{p0,2}$

Schraube:

$$F_F = R_{p0,2} \cdot A_S = R_{p0,2} \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 490 \cdot \frac{\pi}{4} 12^2 \text{ N} = 55417,69 \text{ N} = 55,4 \text{ kN}$$

Hülse:

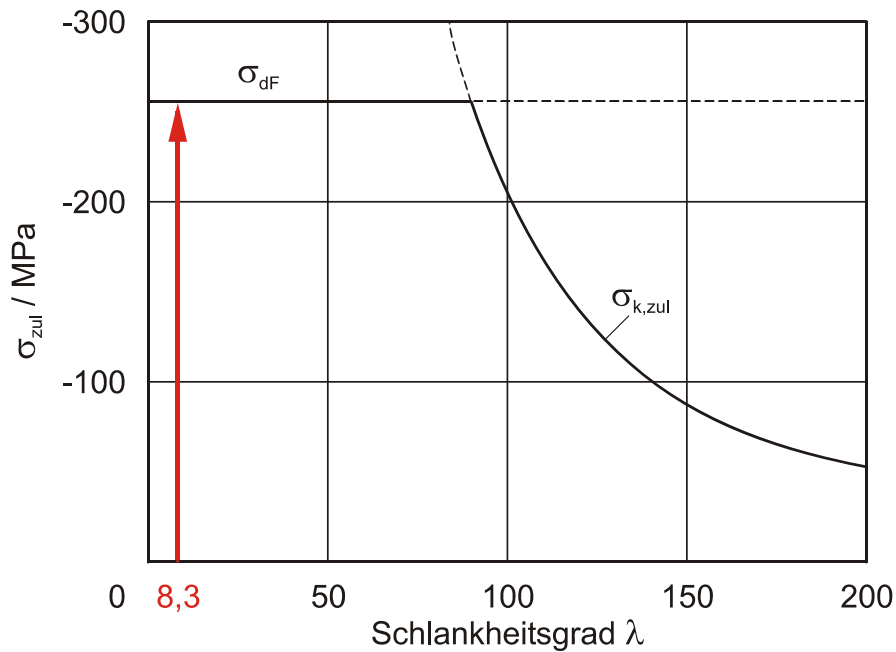
$$F_F = R_e \cdot A_H = R_e \cdot \frac{\pi}{4} (D^2 - (D - 2s)^2) = 260 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (30^2 - 24^2) \text{ N} = 66161,94 \text{ N} = 66,2 \text{ kN}$$

⇒ Fließen tritt zuerst in der Schraube, bei einer Kraft von 55,4 kN auf.

Mögliche Versagensmöglichkeiten der Hülse: Fließen oder Knicken.

$$\lambda = l \cdot \sqrt{\frac{A}{I}} = l_2 \cdot \sqrt{\frac{\frac{\pi}{4} (D^2 - (D - 2s)^2)}{\frac{\pi}{64} (D^4 - (D - 2s)^4)}} = \frac{4 \cdot l_2}{\sqrt{(D^2 + (D - 2s)^2)}} = \frac{4 \cdot 80}{\sqrt{(30^2 + 24^2)}} = 8,33$$

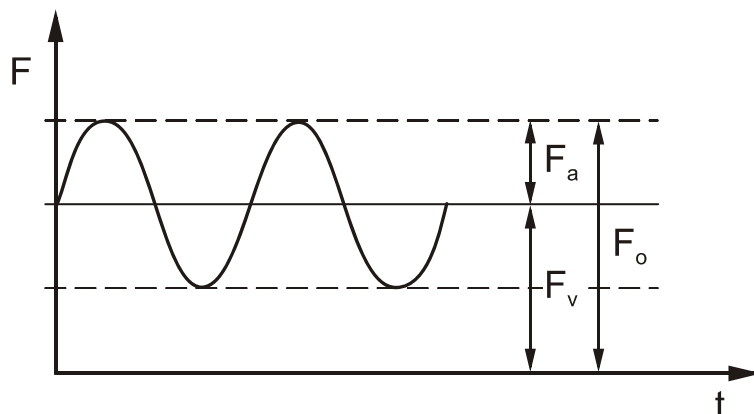
⇒ Nach Diagramm $\sigma_{zul} = f(\lambda)$ kommt nur Fließen in Betracht. Somit keine Gefahr des Knickens



c) Versagensmöglichkeiten für die Schrauben mit geschliffener Oberfläche:

Fließen, Schwingungsbruch

d) Berechnung der Sicherheiten:



$$F_a = 12,5 \text{ kN}$$

$$F_v = 25 \text{ kN}$$

$$F_o = F_v + F_a = 37,5 \text{ kN}$$

Fließen:

Festigkeitsbedingung: $\sigma_o \leq \sigma_{o,zul}$

$$\sigma_o = \frac{F_o}{A_S} = \frac{4 \cdot F_o}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 37500}{\pi \cdot 12^2} \text{ MPa} = 331,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{0,zul} = \frac{R_{p0,2}}{S_F} \Rightarrow S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_0} = \frac{490 \text{ MPa}}{331,6 \text{ MPa}} = 1,48 \Rightarrow \text{ausreichend } (S_F = 1,2 \div 2)$$

Schwingungsbruch:

Festigkeitsbedingung: $\sigma_a \leq \sigma_{a,zul}$

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_S} = \frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 12500}{\pi \cdot 12^2} \text{ MPa} = 110,5 \text{ MPa}$$

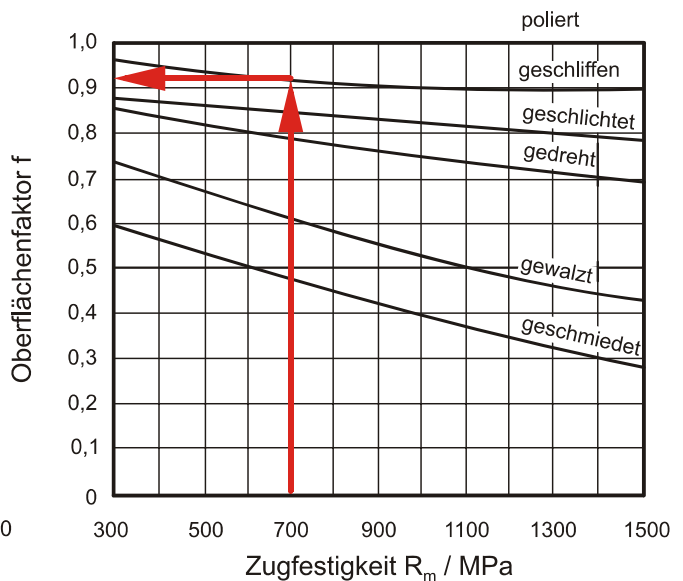
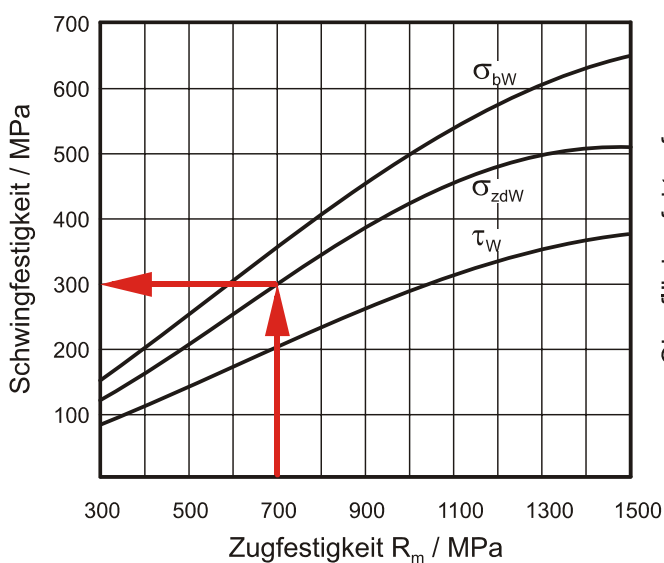
$$\sigma_{a,zul} = \frac{\sigma_A}{S_D}; \quad \sigma_A = f(\sigma_m) \quad \text{rechnerisch}$$

$$\sigma_A = \sigma_W \sqrt{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}}$$

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_S} = \frac{4 \cdot F_m}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 25000}{\pi \cdot 12^2} \text{ MPa} = 221,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_W (\text{geschliffen}) = f \cdot \sigma_{W,pol}$$

$$\text{Mit } R_m = 700 \text{ MPa} \Rightarrow \sigma_{W,pol} = 300 \text{ MPa}; f = 0,92$$



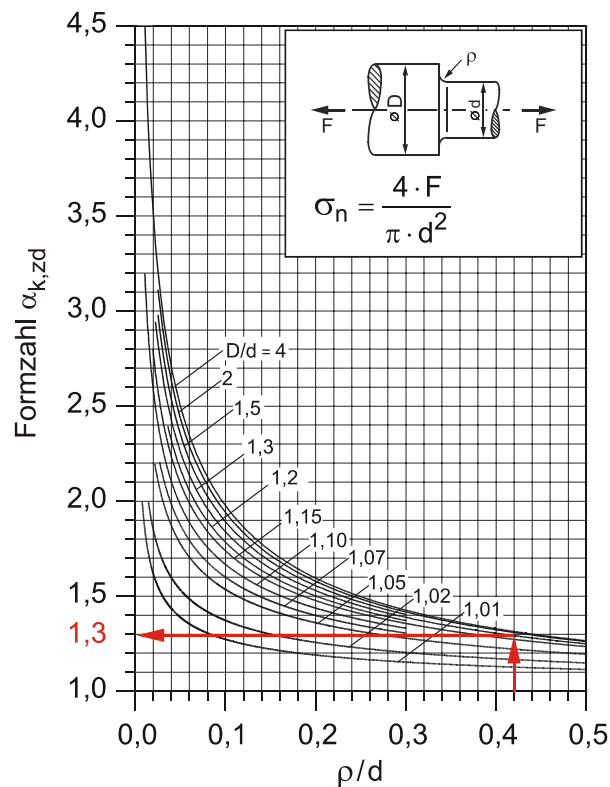
$$\sigma_W = 0,92 \cdot 300 \text{ MPa} = 276,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_A = 276,0 \cdot \sqrt{1 - \frac{2210}{700}} \text{ MPa} = 228,3 \text{ MPa}$$

$$S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_a} = \frac{228,3 \text{ MPa}}{110,5 \text{ MPa}} = 2,1 \Rightarrow \text{ausreichend } (S_D = 1,5 \div 2,5)$$

e) Kerbwirkung:

$$\frac{\rho}{d_1} = \frac{5}{12} = 0,42 ; \quad \frac{D_1}{d_1} = \frac{16}{12} = 1,33 \Rightarrow \alpha_{k,z} = 1,3$$



Fließen:

Festigkeitsbedingung: $\sigma_{0,max} \leq \sigma_{0,zul}$

$$\sigma_0 = \frac{F_0}{A_S} = \frac{4 \cdot F_0}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 37500}{\pi \cdot 12^2} \text{ MPa} = 331,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{0,max} = \alpha_{k,z} \cdot \frac{F_0}{A_S} = 1,30 \cdot 331,6 \text{ MPa} = 431,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{o,zul} = \frac{R_{p0,2}}{S_F} \Rightarrow S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{o,max}} = \frac{490 \text{ MPa}}{431,1 \text{ MPa}} = 1,13 \Rightarrow \text{nicht ausreichend } (S_F = 1,2 \div 2)$$

Schwingungsbruch:

Festigkeitsbedingung: $\sigma_{a,max} \leq \sigma_{a,zul}$

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_S} = \frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 12500}{\pi \cdot 12^2} \text{ MPa} = 110,5 \text{ MPa}$$

$$\beta_k = \frac{\alpha_k}{1 + \frac{55}{R_{p0,2}} \cdot \sqrt{\frac{C}{\rho}}} = \frac{1,3}{1 + \frac{55}{490} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}} = 1,21$$

$$\sigma_{a,max} = \beta_{k,z} \cdot \frac{F_a}{A_S} = 1,21 \cdot 110,5 \text{ MPa} = 134,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{a,zul} = \frac{\sigma_A}{S_D}; \quad \sigma_A = f(\sigma_m) \quad \text{rechnerisch}$$

$$\sigma_A = \sigma_W \sqrt{1 - \frac{\sigma_{m,max}}{R_m}}$$

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_S} = \frac{4 \cdot F_m}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 25000}{\pi \cdot 12^2} \text{ MPa} = 221,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m,max} = \alpha_{k,z} \cdot \frac{F_m}{A_S} = 1,30 \cdot 221,0 \text{ MPa} = 287,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_W (\text{geschliffen}) = f \cdot \sigma_{W,pol}$$

$$\text{Mit } R_m = 700 \text{ MPa} \Rightarrow \sigma_{W,pol} = 300 \text{ MPa}; f = 0,92$$

$$\sigma_W = 0,92 \cdot 300 \text{ MPa} = 276,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{A,max} = 276,0 \cdot \sqrt{1 - \frac{287,3}{700}} \text{ MPa} = 211,9 \text{ MPa}$$

$$S_D = \frac{\sigma_{A,max}}{\sigma_a} = \frac{211,9 \text{ MPa}}{134,1 \text{ MPa}} = 1,58 \Rightarrow \text{ausreichend } (S_D = 1,5 \div 2,5)$$

Aufgabe 2:

a) Dehnungen bei 1,5 bar Innendruck:

$$\sigma_l = \frac{p \cdot d_i}{4 \cdot s} = \frac{p \cdot (D_{\text{ausßen}} - 2 \cdot s)}{4 \cdot s} = \frac{0,15 \text{ MPa} \cdot (260 \text{ mm} - 2 \cdot 1,5 \text{ mm})}{4 \cdot 1,5 \text{ mm}} = 6,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_u = \frac{p \cdot d_i}{2 \cdot s} = \frac{p \cdot (D_{\text{ausßen}} - 2 \cdot s)}{2 \cdot s} = \frac{0,15 \text{ MPa} \cdot (260 \text{ mm} - 2 \cdot 1,5 \text{ mm})}{2 \cdot 1,5 \text{ mm}} = 12,85 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_l = \frac{1}{E} (\sigma_l - \mu \cdot \sigma_u) = \frac{1}{21000 \text{ MPa}} \cdot (6,43 - 0,3 \cdot 12,85) \text{ MPa} = 1,22 \cdot 10^{-5} = 0,00122 \%$$

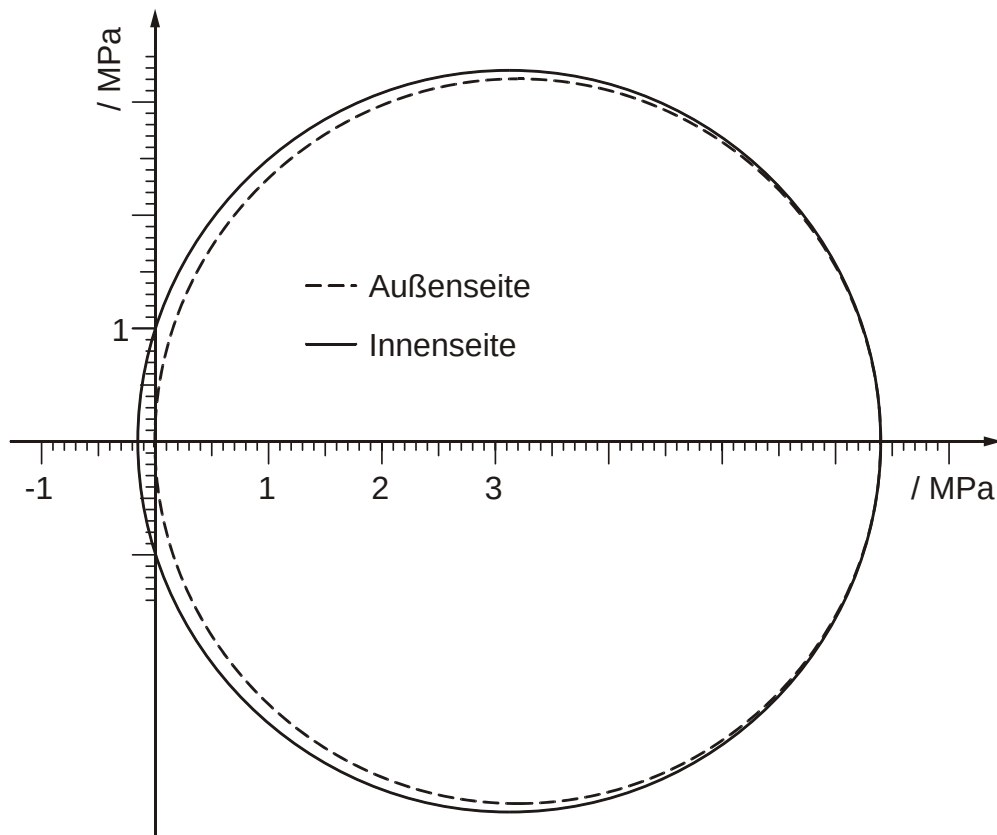
$$\varepsilon_u = \frac{1}{E} (\sigma_u - \mu \cdot \sigma_l) = \frac{1}{21000 \text{ MPa}} \cdot (12,85 - 0,3 \cdot 6,43) \text{ MPa} = 5,20 \cdot 10^{-5} = 0,00520 \%$$

b) Spannungen bei 1,5 bar Innendruck:

$$\sigma_l = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot (\varepsilon_l - \mu \varepsilon_u) = \frac{210000}{1 - 0,3^2} \cdot (1,22 \cdot 10^{-5} - 0,3 \cdot 5,20 \cdot 10^{-5}) \text{ MPa} = 6,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_u = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot (\varepsilon_u - \mu \varepsilon_l) = \frac{210000}{1 - 0,3^2} \cdot (5,20 \cdot 10^{-5} - 0,3 \cdot 1,22 \cdot 10^{-5}) \text{ MPa} = 12,85 \text{ MPa}$$

$$\sigma_r = 0 \text{ MPa Außenseite!!}$$



c) Vergleichsspannungen (Schubspannungshypothese)

$$\sigma_{V_innen}(SH) = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$$

$$\sigma_{V_innen}(SH) = \sigma_u - \sigma_r = \sigma_u - (-p) = 12,85 \text{ MPa} - (-0,15 \text{ MPa}) = 13 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{V_aussen}(SH) = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_u - 0 = 12,85 \text{ MPa}$$

d) Kritischer Innendruck

$$FB: \sigma_{V_innen} \leq \sigma_{zul} = R_{p0,2}$$

$$R_{p0,2} = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_u - (-p) = \frac{p \cdot d_i}{2 \cdot s} + p = \frac{p \cdot (d_i + 2 \cdot s)}{2 \cdot s}$$

$$p = \frac{R_{p0,2} \cdot 2 \cdot s}{d_i + 2 \cdot s} = \frac{400 \text{ MPa} \cdot 2 \cdot 1,5 \text{ mm}}{260 \text{ mm}} = 4,62 \text{ MPa} = 46,2 \text{ bar}$$