

Aufgabe 1:

a) Knicken oder Fließen, Bruch

Versagensarten:

1) Knicken	2) Fließen	3) Bruch
------------	------------	----------

b) FB: $\sigma \leq \sigma_{zul}$

$$\sigma = -\frac{F}{A} \quad \text{mit} \quad A = \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2) = \frac{\pi}{4}(70^2 - 60^2) \text{ mm}^2 = 1021,02 \text{ mm}^2$$

$$\text{Fließen: } \sigma \leq \sigma_{zul} = -\frac{R_e}{S_F}$$

$$\Rightarrow F = \frac{R_e}{S_F} \cdot A = 300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1021,02 \text{ mm}^2 \cdot \frac{1}{1,5} = 204203,52 \text{ N} = 204,20 \text{ kN}$$

$$\text{Knicken: } \sigma_{K,zul} = -\frac{F_K}{A \cdot S_K}$$

4. Eulerscher Knickfall:

$$F_K = \frac{4\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} \quad \text{mit} \quad I = \frac{\pi}{64}(d_a^4 - d_i^4)$$

$$\Rightarrow F_{K,zul} = \frac{4\pi^3 \cdot E \cdot (d_a^4 - d_i^4)}{64 \cdot L^2 \cdot S_K} = \frac{4\pi^3 \cdot 210000 \cdot (70^4 - 60^4)}{64 \cdot 5200^2 \cdot 4} \text{ N} = 41576,18 \text{ N} = 41,58 \text{ kN}$$

 $\Rightarrow$ zulässige Druckbelastung entspricht $F = 41,58 \text{ kN}$

Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
zulässige Druckkraft:	41,58kN	kN

$$c) \quad \varepsilon_q = -\mu \cdot \varepsilon_l = -0,3 \cdot -1,399 \cdot 10^{-4} = 4,197 \cdot 10^{-5}$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_l = -\frac{F}{A}$$

$$\Rightarrow F = -A \cdot E \cdot \varepsilon_l = -1021,02 \text{ mm}^2 \cdot 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot -1,399 \cdot 10^{-4} = 30000 \text{ N} = 30 \text{ kN}$$

Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
Querdehnung:	$4,197 \cdot 10^{-5}$	
Druckkraft:	30	kN

- d) Versagen ist unter ausreichender Sicherheit auszuschließen, da in Aufgabenteil b) die Last bei einer sehr konservativen Knicksicherheit von $S_K = 5$ noch ca. 33 kN betragen würde. Somit ist die Last aus Aufgabenteil c) mit ausreichender Sicherheit ertragbar.

$$e) \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \Rightarrow \Delta L = |\varepsilon \cdot L_0| = |\varepsilon_l \cdot L_0| = |-1,399 \cdot 10^{-4} \cdot 5200 \text{ mm}| = 0,728 \text{ mm}$$

Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
Verkürzung:	0,728	mm

$$f) \quad \sigma = \frac{F}{A} = \frac{R_e}{S_F} \Rightarrow A = \frac{F \cdot S_F}{R_e}$$

$$\frac{\pi}{4} \cdot (d_a^2 - (d_a - 2s)^2) = \frac{F \cdot S_F}{R_e}$$

$$\frac{\pi}{4} \cdot (d_a^2 - (d_a^2 - 4 \cdot d_a \cdot s + 4s^2)) = \frac{F \cdot S_F}{R_e}$$

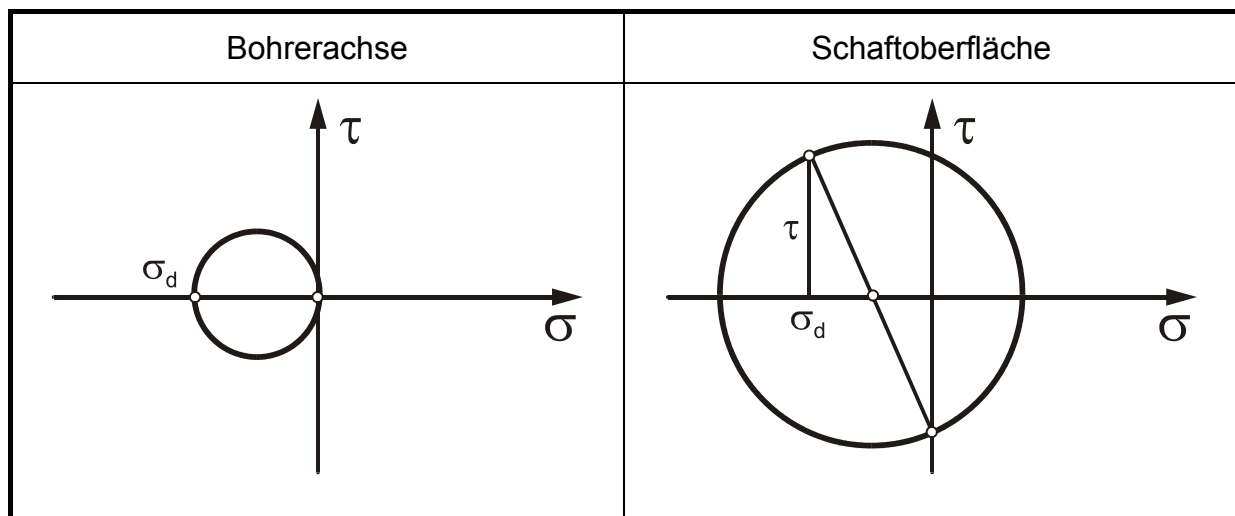
$$\frac{\pi}{4}(4d_a s - 4s^2) = \frac{F \cdot S_F}{R_e}$$

$$\Rightarrow d_a = s + \frac{F \cdot S_F}{\pi \cdot R_e \cdot s} = 5 \text{ mm} + \frac{204000 \text{ N} \cdot 1,5}{\pi \cdot 240 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 5 \text{ mm}} = 86,17 \text{ mm}$$

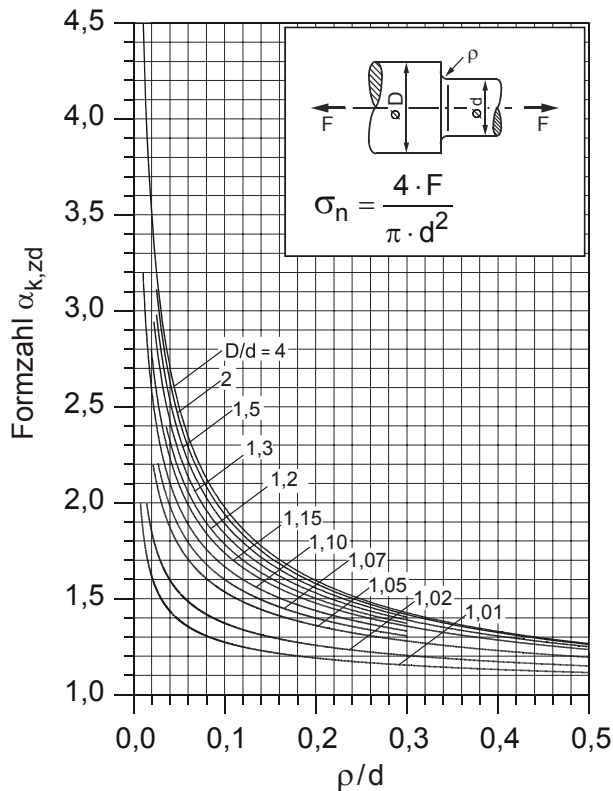
Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
Außendurchmesser:	86,17	mm

Aufgabe 2:

a) Mohrsche Spannungskreise für kombinierte Belastung Druck/Torsion

b) Fläche für die Nennspannungsberechnung: $A_n = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} 10^2 \text{ mm}^2 = 78,54 \text{ mm}^2$

$$\text{Nennspannung aus Druckkraft: } \sigma_{d,n} = -\frac{F_v}{A_n} = -\frac{500}{78,54} \text{ MPa} = -6,37 \text{ MPa}$$



Formzahl nach FKM:

$$\alpha_{k,zd} = 1 + \frac{1}{\sqrt{1,24 \cdot \frac{\rho}{(D-d)} + 7 \cdot \frac{\rho}{d} \cdot \left(1 + \frac{2\rho}{d}\right)^2}}$$

$$\alpha_{k,zd} = 1 + \frac{1}{\sqrt{1,24 \cdot \frac{\rho}{(D-d)} + 7 \cdot \frac{\rho}{d} \cdot \left(1 + \frac{2\rho}{d}\right)^2}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{1,24 \cdot \frac{2}{(20-10)} + 7 \cdot \frac{2}{10} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot 2}{10}\right)^2}} = 1,58$$

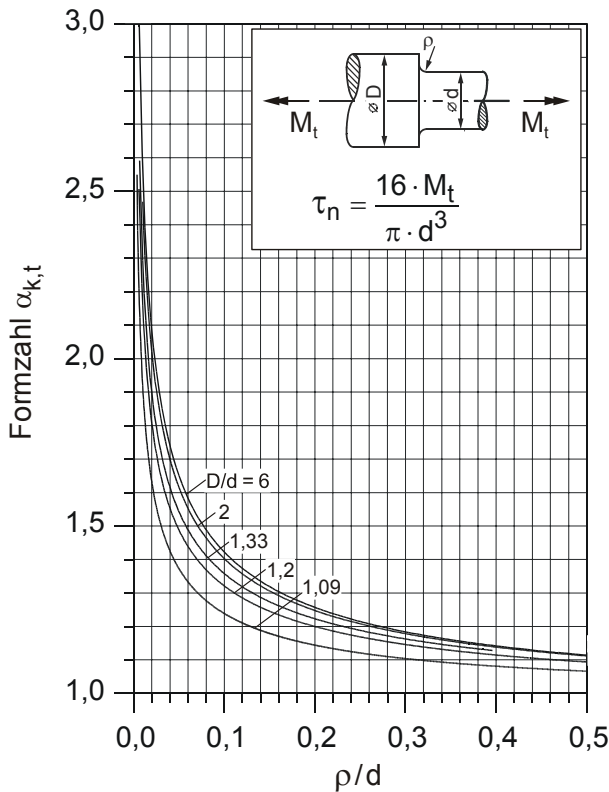
$$\sigma_{d,max} = \alpha_{k,zd} \cdot \sigma_{d,n} = -10,06 \text{ MPa}$$

Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
Nennspannung:	-6,37	MPa
Maximalspannung:	-10,06	MPa

c) Festigkeitsbedingung: $\sigma_v \leq \sigma_{zul} = \frac{R_e}{S} = \frac{900}{2} \text{ MPa} = 450 \text{ MPa}$

$$\sigma_v(\text{GEH}) = \sqrt{\sigma_{d,max}^2 + 3\tau_{t,max}^2} = \sigma_{zul} \Rightarrow \tau_{t,max}(\text{GEH}) = \sqrt{\frac{\sigma_{zul}^2 - \sigma_{d,max}^2}{3}} = 259,74 \text{ MPa}$$

$$\sigma_v(\text{SH}) = \sqrt{\sigma_{d,\max}^2 + 4\tau_{t,\max}^2} = \sigma_{\text{zul}} \Rightarrow \tau_{t,\max}(\text{SH}) = \sqrt{\frac{\sigma_{\text{zul}}^2 - \sigma_{d,\max}^2}{4}} = 224,94 \text{ MPa}$$



Formzahl nach FKM:

$$\alpha_{k,t} = 1 + \frac{1}{\sqrt{6,8 \cdot \frac{\rho}{(D-d)} + 38 \cdot \frac{\rho}{d} \cdot \left(1 + \frac{2\rho}{d}\right)^2 + \left(\frac{2\rho}{D-d}\right)^2 \cdot \frac{d}{D}}}$$

$$\alpha_{k,t} = 1 + \frac{1}{\sqrt{6,8 \cdot \frac{\rho}{(D-d)} + 38 \cdot \frac{\rho}{d} \cdot \left(1 + \frac{2\rho}{d}\right)^2 + \left(\frac{2\rho}{D-d}\right)^2 \cdot \frac{d}{D}}}$$

$$\alpha_{k,t} = 1 + \frac{1}{\sqrt{6,8 \cdot \frac{2}{(20-10)} + 38 \cdot \frac{2}{10} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot 2}{10}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 2}{20-10}\right)^2 \cdot \frac{10}{20}}} = 1,25$$

$$\tau_{t,n}(\text{GEH}) = \frac{\tau_{t,\max}(\text{GEH})}{\alpha_{k,t}} = 208,22 \text{ MPa}$$

$$\tau_{t,n}(\text{SH}) = \frac{\tau_{t,\max}(\text{SH})}{\alpha_{k,t}} = 180,33 \text{ MPa}$$

$$\text{Widerstandsmoment gegen Torsion: } W_t = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16} 10^3 \text{ mm}^3 = 196,35 \text{ mm}^3$$

$$\begin{aligned} \text{Zulässiges Drehmoment: } M_t(\text{GEH}) &= W_t \cdot \tau_{t,n}(\text{GEH}) = 40,88 \text{ Nm} \\ M_t(\text{SH}) &= W_t \cdot \tau_{t,n}(\text{SH}) = 35,41 \text{ Nm} \end{aligned}$$

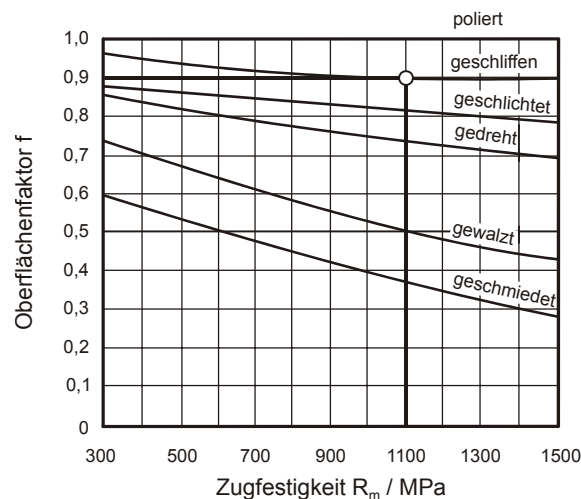
Eintragung Endergebnis	Ergebnis GEH	Ergebnis SH	Einheit
Maximales Drehmoment:	40,87	35,41	Nm
Maximale Schubspannung:	259,74	224,94	MPa

d) Bestimmung des Oberflächenfaktors für geschliffene Oberfläche

$f = 0,9$ aus Diagramm abgelesen.

Die Druckschwellfestigkeit für die Meißeloberfläche ergibt sich zu

$$\sigma_A(\text{geschliffen}) = \sigma_A \cdot f = 440 \cdot 0,9 \text{ MPa} = 396,0 \text{ MPa}$$



Versagen tritt ein für $\sigma_{a,\max} = \sigma_{a,n} \cdot \beta_{k,zd} = \sigma_A(\text{geschliffen})$

$$n_\chi = 1 + \left(\frac{C_1}{K} \right)^m \cdot \sqrt{\frac{C_2}{\rho}} = 1 + \left(\frac{55}{900} \right)^1 \cdot \sqrt{\frac{2}{2}} = 1,06$$

$$\beta_{k,zd} = \frac{\alpha_{k,zd}}{n_\chi} = \frac{1,58}{1,06} = 1,49$$

$$\Rightarrow \sigma_{a,n} = \frac{\sigma_A(\text{geschliffen})}{\beta_{k,zd}} = \frac{396,0}{1,49} = 265,95 \text{ MPa}$$

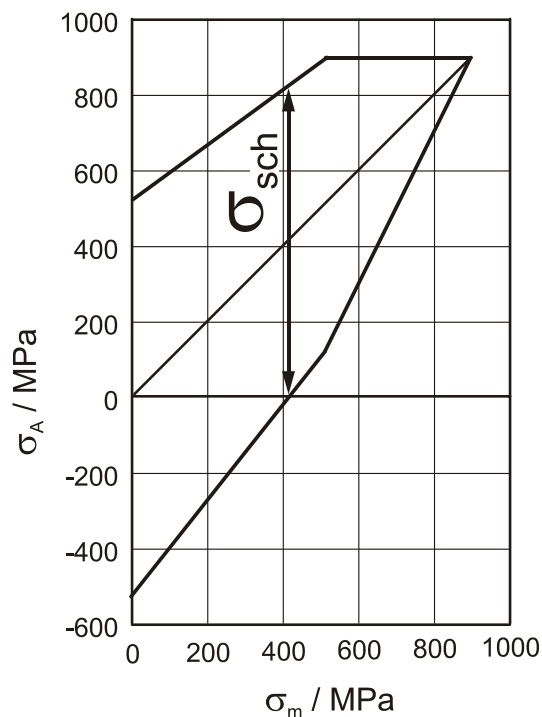
$$F_a = \sigma_{a,n} \cdot A_n = 265,95 \cdot 78,54 \text{ N} = 20887,6 \text{ N}$$

$$F_{sch} = 2 \cdot F_a = 41,78 \text{ kN}$$

Es gibt einen Zusatzpunkt, wenn jemand erkennt, dass die schwellende Kraft eigentlich geringer ist, da die Mittelspannung statisch wirkt und somit mittels $\alpha_{k,zd}$ berücksichtigt werden müsste.

Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
ertragbare Spannungsamplitude (Meißeloberfläche):	396,00	MPa
Nennspannungsamplitude:	265,95	MPa
schwellende Druckkraft:	41,78	kN

e) Diskussion des Dauerfestigkeitsschaubildes nach Smith



Eintragung Endergebnis	Ergebnis	Einheit
Zugschwellfestigkeit :	820,0	MPa

Die Streckgrenze liegt bei 900 MPa. Es kommt also bei dieser Spannung zu plastischem Versagen durch die statische Last. Daher kann auch schwingend keine höhere Spannung ertragen werden.