

Aufgabe 1:

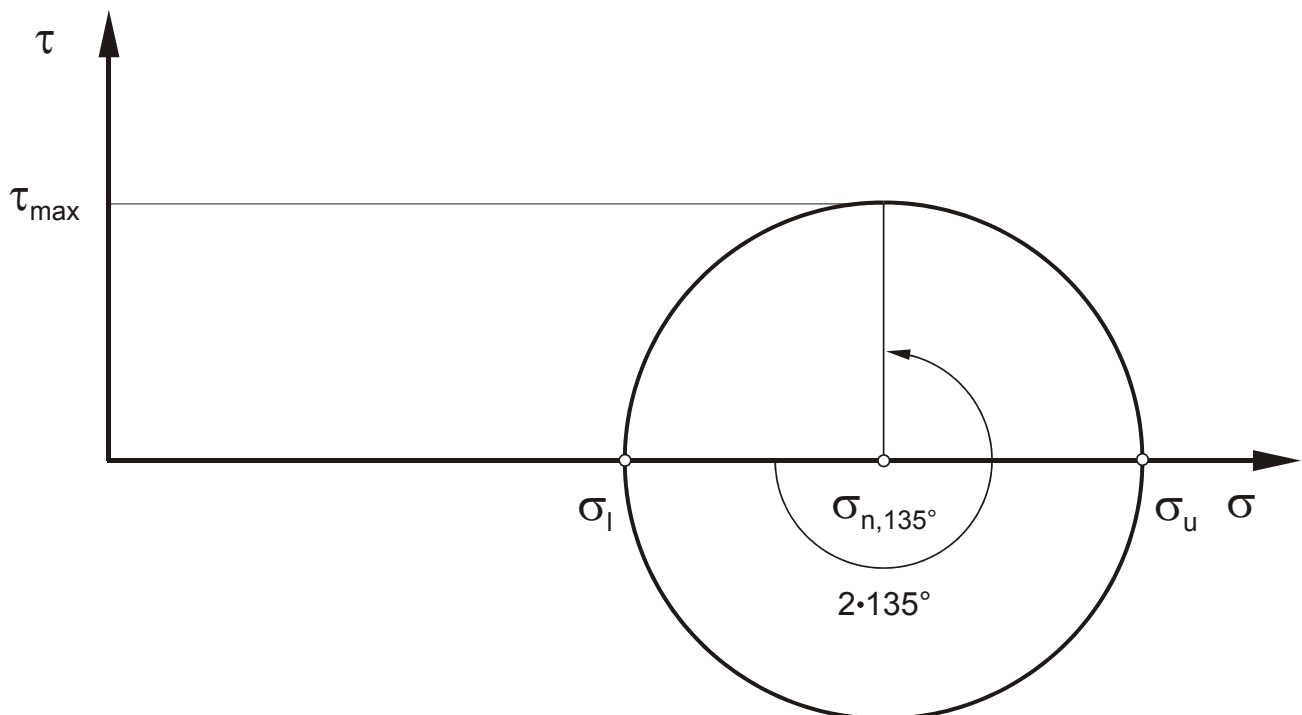
$$a) \quad \sigma_u = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_u + \mu\varepsilon_l) = \frac{210000}{1-0,3^2} \cdot (0,0729 + 0,3 \cdot 0,0171) \cdot 10^{-2} \text{ MPa} = \underline{\underline{180,07 \text{ MPa}}}$$

$$\sigma_l = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_l + \mu\varepsilon_u) = \frac{210000}{1-0,3^2} \cdot (0,0171 + 0,3 \cdot 0,0729) \cdot 10^{-2} \text{ MPa} = \underline{\underline{89,93 \text{ MPa}}}$$

Durchmesser Verhältnis:

$$u = \frac{D_a}{d_i} = \frac{80 \text{ mm}}{72 \text{ mm}} = 1,11 \leq 1,2 \Rightarrow \text{dünnwandiger Hohlzylinder}$$

$$\sigma_u = \frac{p \cdot d_i}{2 \cdot s} \Rightarrow p = \frac{\sigma_u \cdot 2 \cdot s}{d_i} = \frac{180,07 \cdot 2 \cdot 4}{72} \text{ MPa} = \underline{\underline{20,01 \text{ MPa}}} \hat{=} 200 \text{ bar}$$

b) Mohrscher Spannungskreis für die (σ_u, σ_l) -Ebene

c) Maximale Schubspannung tritt unter einem Winkel von 135° auf. Die zugehörige Schubspannung beträgt $\tau_{\max} = 45,1 \text{ MPa}$ und die zugehörige Normalspannung beträgt $\sigma_{n,135^\circ} = 135 \text{ MPa}$.

d) Versagen tritt zuerst an Rohrinneuseite auf

$$\sigma_v \leq \sigma_{zul}$$

$$\sigma_u = 180,07 \text{ MPa}; \quad \sigma_l = 89,93 \text{ MPa}; \quad \sigma_r = -\frac{p}{2} = -\frac{20,01 \text{ MPa}}{2} = -10,01 \text{ MPa}$$

$$\sigma_v(\text{GEH}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_u - \sigma_l)^2 + (\sigma_l - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_u)^2} = 164,68 \text{ MPa}$$

$$\sigma_v(\text{SH}) = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_u - \sigma_r = 180,07 - (-10,01) \text{ MPa} = 190,08 \text{ MPa}$$

$$S_F = \frac{R_e}{\sigma_v(\text{SH})} = \frac{260 \text{ MPa}}{190,08 \text{ MPa}} = 1,37 \Rightarrow \text{ausreichend (1,2-2)}$$

$$S_B = \frac{R_m}{\sigma_v(\text{SH})} = \frac{420 \text{ MPa}}{190,08 \text{ MPa}} = 2,21 \Rightarrow \text{ausreichend (2-3)}$$

Aufgabe 2:

a) Berechnung der Sicherheit für statische Beanspruchung

Kombination von Vorspannkraft $F_v = 15 \text{ kN}$ und Torsionsmoment $M_t = 65 \text{ Nm}$. Die höchstbeanspruchte Stelle ist im Kerbgrund.

$$\text{FB: } \sigma_{v,\max} \leq \sigma_{zul} \text{ mit } \sigma_{zul} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} \frac{R_e}{S_F} = \frac{300}{1,5} \text{ MPa} \\ \frac{R_m}{S_B} = \frac{550}{2,5} \text{ MPa} \end{array} \right\} = 200 \text{ MPa}$$

$$\text{Geometriedaten: } A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} 20^2 \text{ mm}^2 = 314,16 \text{ mm}^2$$

$$W_t = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16} 20^3 \text{ mm}^3 = 1570,80 \text{ mm}^3$$

$$\text{Nennspannungen: } \sigma_{z,n} = \frac{F_v}{A} = \frac{15000}{314,16} \text{ MPa} = 47,75 \text{ MPa}$$

$$\tau_{t,n} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{65000}{1570,8} \text{ MPa} = 41,38 \text{ MPa}$$

$$\text{Formzahlen: } \left. \begin{array}{l} \frac{\rho}{d} = \frac{5}{20} = 0,25 \\ \frac{D}{d} = \frac{30}{20} = 1,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \alpha_{k,z} = 1,48 \\ \alpha_{k,t} = 1,18 \end{array}$$

$$\text{Maximalspannungen: } \sigma_{z,\max} = \alpha_{k,z} \cdot \sigma_{z,n} = 1,48 \cdot 47,75 \text{ MPa} = 70,66 \text{ MPa}$$

$$\tau_{t,\max} = \alpha_{k,t} \cdot \tau_{t,n} = 1,18 \cdot 41,38 \text{ MPa} = 48,83 \text{ MPa}$$

$$\text{Vergleichsspannungen: } \sigma_{v,\max}(\text{SH}) = \sqrt{\sigma_{z,\max}^2 + 4 \cdot \tau_{t,\max}^2} = 120,54 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{v,\max}(\text{GEH}) = \sqrt{\sigma_{z,\max}^2 + 3 \cdot \tau_{t,\max}^2} = 110,21 \text{ MPa}$$

Die Beanspruchung ist zulässig.

b) Berechnung des Verdrehwinkels

Polare Flächenträgheitsmomente:

$$I_{p,1} = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32} 20^4 \text{ mm}^4 = 15707,96 \text{ mm}^4$$

$$I_{p,2} = \frac{\pi}{32} D^4 = \frac{\pi}{32} 30^4 \text{ mm}^4 = 79521,56 \text{ mm}^4$$

$$\text{Schubmodul: } G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{210000}{2(1+0,3)} \text{ MPa} = 80769,23 \text{ MPa}$$

$$\text{Verdrehlängen: } l_1 = (112 - 25 - 10) \text{ mm} = 77 \text{ mm}$$

$$l_2 = (25 + 10) \text{ mm} = 35 \text{ mm}$$

$$\text{Verdrehwinkel: } \varphi = \frac{M_t \cdot l_1}{G \cdot I_{p,1}} + \frac{M_t \cdot l_2}{G \cdot I_{p,2}} = 0,25^\circ$$

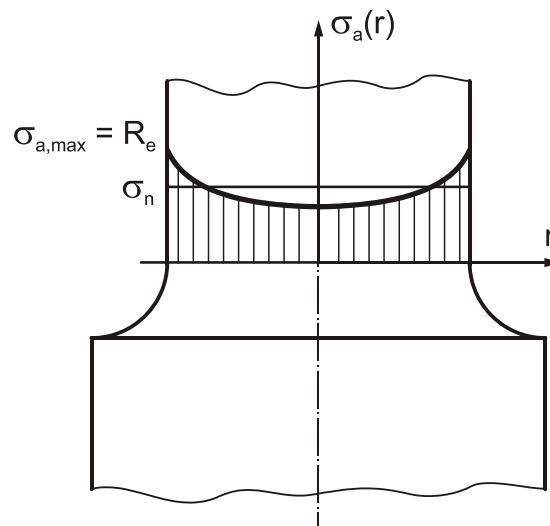
c) Berechnung der zusätzlichen Betriebslast bei Fließbeginn

$$\sigma_{z,\max} = R_e = 300 \text{ MPa}$$

$$F_{\text{FB}} = \frac{\sigma_{z,\max} \cdot A}{\alpha_{k,z}} = \frac{R_e \cdot A}{\alpha_{k,z}} = \frac{300 \cdot 314,16}{1,48} \text{ N} = 63,68 \text{ kN}$$

$$F_{pl,1} = F_{FB} - F_V = (63,68 - 15) \text{ kN} = 48,68 \text{ kN}$$

Verlauf der Axialspannung:



d) Berechnung der zusätzlichen Betriebslast bei begrenzter plastischer Dehnung

Stützziffer bei einer plastischen Dehnung von 0,3 %:

$$n_{pl} = \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_F}} = \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_p}{R_e/E}} = \sqrt{1 + \frac{0,003}{300/210000}} = 1,76$$

$$F_{pl} = n_{pl} \cdot F_{FB} = n_{pl} \cdot \frac{R_e \cdot A}{\alpha_k} = 1,76 \cdot 63,68 \text{ kN} = 112,1 \text{ kN}$$

$$F_{pl,2} = F_{pl} - F_V = (112,1 - 15) \text{ kN} = 97,1 \text{ kN}$$