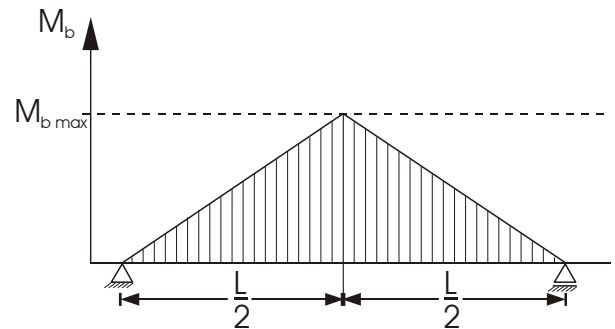


L Ö S U N G - Aufgabe 1:

a)

$$M_{b\max} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{4} \cdot 5000 \text{ N} = 1250 \text{ Nm}$$



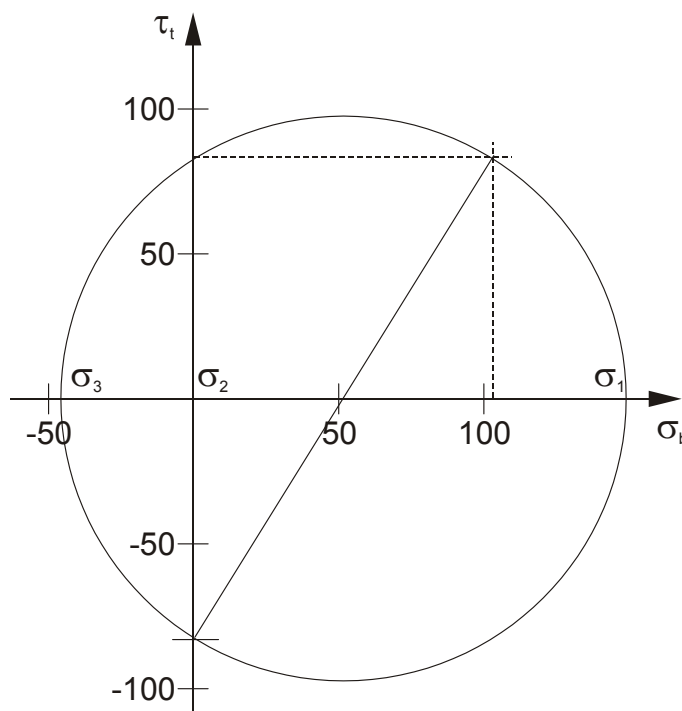
b)

$$W_t = \frac{\pi}{16} D^3 = \frac{\pi}{16} \cdot (50 \text{ mm})^3 = 24544 \text{ mm}^3$$

$$W_b = \frac{\pi}{32} D^3 = \frac{\pi}{32} \cdot (50 \text{ mm})^3 = 12272 \text{ mm}^3$$

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{2000 \text{ Nm}}{24544 \text{ mm}^3} = 81,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{b\max} = \frac{M_{b\max}}{W_b} = \frac{1250 \text{ Nm}}{12272 \text{ mm}^3} = 101,9 \text{ MPa}$$



Berechnet oder abgelesen:

$$\sigma_1 = 147 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -45,2 \text{ MPa}$$

c)

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2} = \sqrt{100^2 + 4 \cdot 80^2} \text{MPa} = 188,7 \text{MPa}$$

$$\sigma_{zul} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{R_m}{S_B} = \frac{420 \text{MPa}}{2} = 210 \text{MPa} \\ \frac{R_e}{S_F} = \frac{300 \text{MPa}}{1,5} = 200 \text{MPa} \end{array} \right\} = 200 \text{MPa}$$

$$\sigma_{zul} > \sigma_v \Rightarrow \text{sicher!}$$

d)

$$\sigma_{zul} = \frac{420 \text{MPa}}{4} = 105 \text{MPa}$$

$$\sigma_v = \sigma_1 \equiv \sigma_{zul}(\text{NH})$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{4} + 80^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_b + \frac{\sigma_b^2}{4} = \frac{\sigma_b^2}{4} + 80^2$$

$$\Rightarrow \sigma_b = \frac{\sigma_1^2 - 80^2}{\sigma_1} = \frac{105^2 - 80^2}{105} = 44 \text{MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{F \cdot I}{4W_b} \Rightarrow F = \frac{4\sigma_b W_b}{I} = \frac{4 \cdot 44 \text{MPa} \cdot 12272 \text{mm}^3}{1000 \text{mm}} = 2162 \text{N}$$

L Ö S U N G - Aufgabe 2:

a)

$$\sigma_a = 0$$

$$\sigma_u = \frac{p_i \cdot d_i}{2 \cdot s} = \frac{20 \text{MPa} \cdot 90 \text{mm}}{2 \cdot 5 \text{mm}} = 180 \text{MPa}$$

$$\sigma_r = -\frac{p_i}{2} = -10 \text{MPa}$$

$$\sigma_v(\text{SH}) = 180 \text{MPa} - (-10 \text{MPa}) = 190 \text{MPa} < 320 \text{MPa} = R_e \Rightarrow \text{kein Fließen}$$

$$\varepsilon_a = \frac{1}{E} (\sigma_a - \mu(\sigma_u + \sigma_r)) = \frac{1}{210000 \text{MPa}} (0 - 0,3(180 \text{MPa} - 10 \text{MPa})) \approx 0,00024$$

b)

$$F = p_i \cdot \left(\frac{d_i}{2}\right)^2 \cdot \pi = 20 \text{MPa} \cdot (45 \text{mm})^2 \cdot \pi = 127235 \text{N}$$

c)

$$\sigma_n = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4} - D \cdot d} = \frac{127235 \text{ N}}{\frac{\pi \cdot (40 \text{ mm})^2}{4} - 40 \cdot 5 \text{ mm}^2} = 120,4 \text{ MPa}$$

$$\alpha_k \left(\frac{D}{d} = 0,125 \right) = 2,37$$

$$\sigma_{\max} = \alpha_k \cdot \sigma_n = 2,37 \cdot 120,4 \text{ MPa} = 285,4 \text{ MPa}$$

$$n_{pl} = \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_{el}}} = \sqrt{1 + \frac{0,001 \cdot 210000}{320}} = 1,287$$

$$\sigma_{zul} = \frac{n_{pl} \cdot R_e}{S_F} = \frac{1,287 \cdot 320 \text{ MPa}}{1,5} = 274 \text{ MPa} < \sigma_{\max} \Rightarrow \text{nicht zulässig}$$

$$(\text{alternativ}) = \frac{1,287 \cdot 320 \text{ MPa}}{1,2} = 343,2 \text{ MPa} > \sigma_{\max} \Rightarrow \text{zulässig}$$

d)

Schwingende Beanspruchung im Druckschwellbereich:

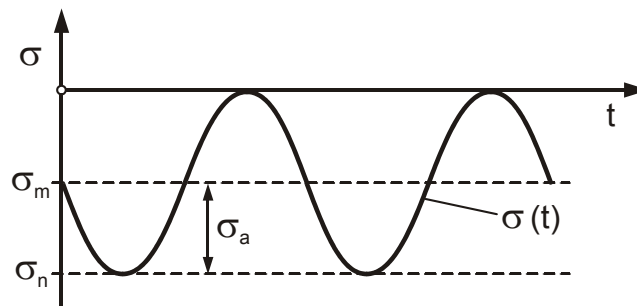


Bild 1: Verlauf der Beanspruchung

$$\sigma_n = \frac{F}{A_k}$$

$$\sigma_n = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4} - D \cdot d} = \frac{100000 \text{ N}}{\frac{\pi \cdot (40 \text{ mm})^2}{4} - 40 \cdot 5 \text{ mm}^2} = 94,6 \text{ MPa}$$

Berechnung von σ_m mit Kerbeinfluss (Bohrung)

$$\sigma_{m,\max} = \alpha_k \cdot \sigma_n \cdot 0,5 \quad (\text{Wird mit STATISCHER Formzahl berechnet})$$

mit α_k aus Formzahldiagramm ($\alpha_k = 2,37$)

$$\sigma_{m,\max} = 2,37 \cdot 94,6 \text{ MPa} \cdot 0,5 = 112,1 \text{ MPa}$$

Wegen der wirkenden Druckbeanspruchung folgt:

$$\sigma_{m,\max} = -112,1 \text{ MPa}$$

Ertragbare Spannungsamplitude σ_A :

$$\sigma_A = f \cdot \sigma_W \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{m,\max}}{R_m}}$$

$\sigma_W = 210 \text{ MPa}$ (aus Diagramm für polierte Oberfläche)

$f(R_m = 500 \text{ MPa}) = 0,93$ (geschliffen)

$$\sigma_A = 0,93 \cdot 210 \text{ MPa} \cdot \sqrt{1 - \frac{-112,1}{500}} = 216,1 \text{ MPa}$$

$$\beta_k = \frac{2,37}{1 + \frac{55}{320} \cdot \sqrt{\frac{2}{2,5}}} = 2,05$$

$$\sigma_{a\text{zul}} = \frac{\sigma_A}{S_D} = \frac{216,1 \text{ MPa}}{2} = 108,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{a\max} = \beta_k \cdot \sigma_{an} = \beta_k \cdot \frac{\sigma_n}{2} = 2,05 \cdot 94,6 \text{ MPa} \cdot 0,5 = 96,9 \text{ MPa}$$

$\sigma_{a\text{zul}} > \sigma_{a\max} \Rightarrow$ Belastung mit Sicherheit ertragbar

Statische Rechnung gegen Fließen nicht gefordert (Aufgabentext)