

Musterlösung F 02

Aufgabe 1:

$$\text{a) } \sigma_l = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} \text{ mm}^2} = \frac{25000 \text{ N}}{\frac{\pi \cdot (100^2 - 90^2)}{4} \text{ mm}^2} = 167,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\Delta L = \varepsilon \cdot l = \frac{\sigma}{E} \cdot l = \frac{167,5}{210000} \cdot 1000 \text{ mm} = 0,798 \text{ mm}$$

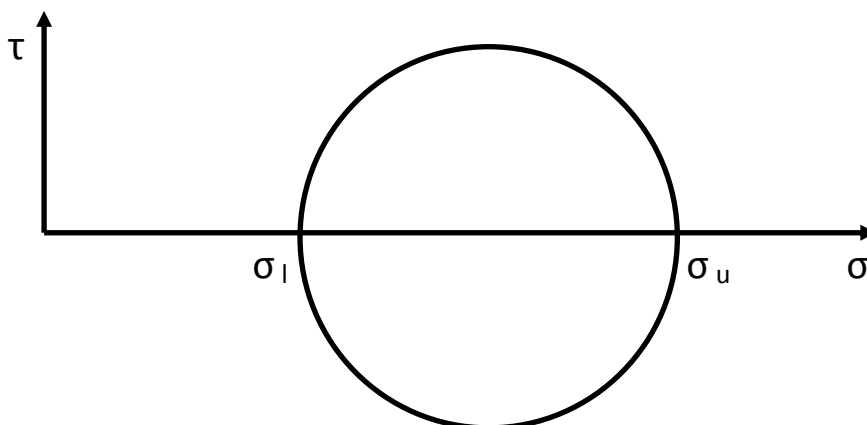
$$S_F = \frac{R_e}{\sigma_l} = \frac{310}{167,5} = 1,85 > 1,5 \Rightarrow \text{O.K.}$$

$$S_B = \frac{R_m}{\sigma_l} = \frac{450}{167,5} = 2,69 > 2 \Rightarrow \text{O.K.}$$

$\Rightarrow$ Sicherheit ausreichend

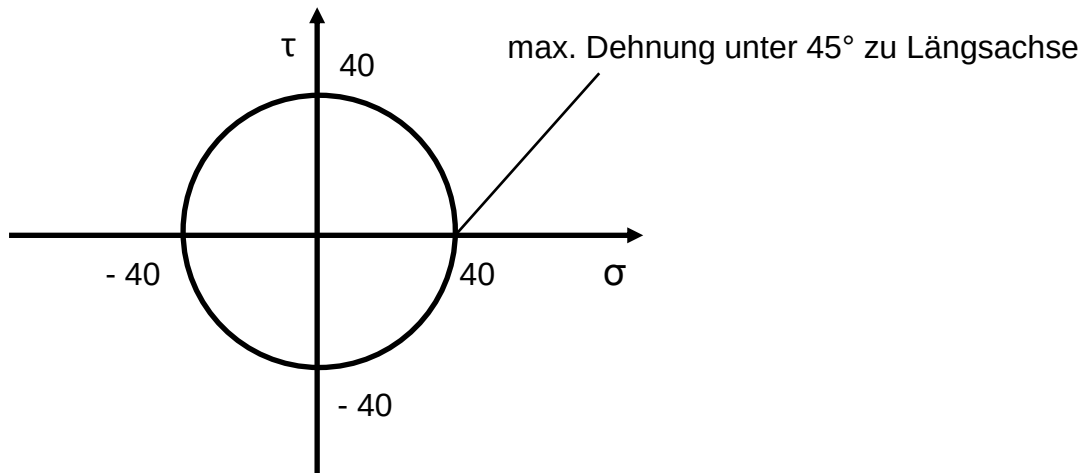
$$\text{b) } \sigma_u = \frac{p \cdot d}{2s} = \frac{8 \cdot 90}{2 \cdot 5} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 72 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_l = \frac{p \cdot d}{4s} = \frac{8 \cdot 90}{4 \cdot 5} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 36 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



$$\text{c) } \tau_{ta} = \frac{M_{ta}}{W_t} \quad W_t = \frac{\pi}{16} \cdot \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right) = 67524 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{ta} = \frac{2700000 \text{ Nmm}}{67524 \text{ mm}^3} \approx 40 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$



max. Dehnung

$$\epsilon_u = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_u - \mu \cdot \sigma_l) = \frac{1}{210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot [40 - 0,3 \cdot (-40)] \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 0,000248$$

d) Vergleichsspannungsamplitude $\sigma_{v,a}$ nach SH:

$$\sigma_{v,a} = \frac{1}{2} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) = \frac{1}{2} (\sigma_u - \sigma_r) = \frac{1}{2} \left[p_{\text{Sch}} \cdot \frac{d}{2s} - (-p_{\text{Sch}}) \right]$$

Ertragbare Spannungsamplitude σ_A :

$$\sigma_A = \sigma_W \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_A}{R_m}}$$

$\sigma_A = \sigma_m$ für schwellende Beanspruchung

$$\sigma_{wpol} \left(R_m = 450 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right) = 180 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_w = \sigma_{wpol} \cdot f = 180 \cdot 0,68 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 122,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_A = \sigma_w \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_A}{R_m}} \Rightarrow \sigma_{A1/2} = \frac{-\frac{\sigma_w^2}{R_m} \pm \sqrt{\frac{\sigma_w^4}{R_m^2} + 4\sigma_w^2}}{2}$$

$$\sigma_{A1/2} = \frac{-\frac{122^2}{450} \pm \sqrt{\frac{122^4}{450^2} + 4 \cdot 122^2}}{2} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = -16,65 \pm 123,53 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{A1} = 106,88 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \left[\sigma_{A2} = -140,17 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Versagen bei: $\sigma_A = \sigma_{v,a}$

$$\sigma_A = \frac{1}{2} p_{\text{sch}} \cdot \left(\frac{d}{2s} + 1 \right)$$

$$\Rightarrow p_{\text{sch}} = \frac{2 \cdot \sigma_A}{\left(\frac{d}{2s} + 1 \right)} = 21,38 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 213,8 \text{ bar}$$

Überprüfung:

$$2\sigma_A = \sigma_{\text{sch}} \approx 214 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < R_e$$

Aufgabe 2:

a) $\sigma_1 = E \cdot \varepsilon_1 = \frac{-E \cdot \varepsilon_2}{\mu} = \frac{-210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot (-0,0004)}{0,3} = 280 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$A_A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 - a^2 = (\pi \cdot 100 - 36) \text{ mm}^2 = 278,6 \text{ mm}^2$$

$$F = \sigma_1 \cdot A_A = 280 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 278,16 \text{ mm}^2 = 77,88 \text{ kN}$$

Plastische Verformung:

$$R_{p0,2} = \frac{-E \cdot \varepsilon_2}{\mu}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{R_{p0,2} \cdot \mu}{E} = \frac{720 \cdot 0,3}{210000} = 0,00103$$

b) $\varepsilon_1 = -0,0015 \Rightarrow \sigma_1 = -E \cdot 0,0015 = -315 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$\sigma_{\text{zul}} = \frac{R_{p0,2}}{S_F} = \frac{720}{1,5} = 480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Da $|\sigma| < 480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ist Belastung zulässig.

Bei großer Länge kann es zum Knicken kommen.

c) $\sigma_B = \frac{M_b}{W_b}$

$$W_b = \frac{I_{\text{Kreis}} - I_{\text{Quadrat}}}{\frac{D}{2}} = \frac{7854 - 108}{10} \text{ mm}^3 = 774,6 \text{ mm}^3$$

$$I_{\text{Kreis}} = \frac{\pi}{64} D^4 = \frac{\pi}{64} \cdot (20 \text{ mm})^4 = 7854 \text{ mm}^4$$

$$I_{\text{Quadrat}} = \frac{1}{12} a^4 = \frac{1}{12} (6 \text{ mm})^4 = 108 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{\text{zul}} = 480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_b + \frac{20000 \text{ N}}{A_A} = \frac{M_b}{W_B} + \frac{20000 \text{ N}}{A_A}$$

$$\Rightarrow M_b = W_b \cdot \left(\sigma_{\text{zul}} - \frac{20000 \text{ N}}{A_A} \right) = 774,6 \text{ mm}^3 \cdot \left(480 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - \frac{20000 \text{ N}}{278,16 \text{ mm}^2} \right) = 3161,1 \text{ Nm}$$

d) FB: $\sigma_{\text{max}} \leq \sigma_{\text{zul}}$

$$\sigma_{\text{max}} = \alpha_k \cdot \sigma_n$$

aus Diagramm:

$$\frac{d}{D} = 0,20 \Rightarrow \alpha_k = 2,25$$

$$\sigma_n = \frac{F}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} - D \cdot d}$$

Der Term $D \cdot d$ wird hierbei als Näherung der Querschnittsfläche in der Bohrung gesehen

$$n_{pl} = \sqrt{\frac{\epsilon_{max}}{\epsilon_F}} = \sqrt{\frac{E \cdot \epsilon_{max}}{R_{p0,2}}}$$

$$n_{pl} = \sqrt{\frac{210000 \cdot 0,005}{720}} = 1,21$$

$$\sigma_{zul} = \frac{n_{pl} \cdot R_{p0,2}}{S_F}$$

$$\sigma_{zul} = \frac{1,21 \cdot 720}{1,5} = 579,7 \frac{N}{mm^2}$$

$$\alpha_k \cdot \frac{F}{\frac{\pi \cdot D^2}{4} - D \cdot d} = \sigma_{zul}$$

$$\Rightarrow F = \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4} - D \cdot d \right) \cdot \frac{\sigma_{zul}}{\alpha_k} = \left(\frac{\pi \cdot 20^2 mm^2}{4} - 20 mm \cdot 4 mm \right) \cdot \frac{579,7 \frac{N}{mm^2}}{2,25} = 60329,8 N$$