

WICHTIGE FORMELN

Wirkungsquerschnitt $\sigma = \frac{N}{\Phi} = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{M_{\text{mol}}}{N_A}$

Anzahldichte $n_{\text{at}} = \rho \cdot \frac{N_A}{M_{\text{mol}}}$

Wirkungsquerschnittsdichte $\Sigma = n_{\text{at}} \cdot \sigma \quad \Sigma_t = \mu_t$

Schwächung $S = \frac{I(0) - I(x)}{I(0)} \quad S(x) = 1 - T(x)$

Transmission $T(x) = \frac{I(x)}{I(0)}$

Messung Schwächung $S = \frac{M(0) - M(x)}{M(0) - M_d}$

Exponentielles Schwächungsgesetz $S(x) = 1 - e^{-\mu \cdot d}$
 $= 1 - e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot d}$
 $S(x) = 1 - e^{-\mu/\rho \cdot x}$

Flächenmasse $x = \rho \cdot d$

Wirkungsquerschnitt kohärente Streuung $\sigma_{\text{coh}} \propto \frac{\rho \cdot Z^{2,5}}{A \cdot E^2_{\text{phot}}} \propto \rho_{\text{el}} \cdot \frac{Z^{1,5}}{E^2_{\text{phot}}}$

in kohärente Streuung (Comptonstreuung) $\sigma_{\text{incoh}} \propto \rho \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{1}{\sqrt{E_x}} \propto \rho_{\text{el}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E_x}}$

Photoeffekt $\sigma_{\text{photo}} \propto \rho \cdot \frac{Z^{4-4,5}}{A \cdot E_x^{3-1}}$

Paarbildung $\sigma_{\text{paar}} \propto \rho \cdot \frac{Z^2}{A} \cdot \ln E_x \quad E_x > 1022 \text{ keV}$

Wirkungsquerschnitt Neutroneneinfang für kleine Energien $\sigma \propto 1/v_n$
 $(v_n \dots \text{Neutronengeschwindigkeit})$

Bremsvermögen $S_{\text{tot}} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{tot}} = S_{\text{col}} + S_{\text{rad}}$

Strahlungsbremsvermögen $S_{\text{rad}} \propto \rho \cdot \frac{Z^2}{A} \cdot E_{\text{tot}}$

Stoßbremsvermögen $S_{\text{col}} \propto \rho \cdot \frac{Z}{A} \cdot Z^2 \cdot \frac{1}{\gamma^2}$

Totales Massen-Bremsvermögen $\left(\frac{S}{\rho} \right)_{\text{tot}} = \left(\frac{S}{\rho} \right)_{\text{col}} + \left(\frac{S}{\rho} \right)_{\text{rad}}$

Verhältnis $\frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{col}}} \approx \frac{Z \cdot E}{1600 \cdot m_e c_0^2} \quad \frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{col}}} > 1 \quad \text{Unische Energie}$

Mittlere freie Weglänge

$$\Lambda = \frac{1}{\sum t}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sum t} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{n_{av} \cdot \sigma}$$

Energie gestr. Comptonphoton

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_{ec}^2} (1 + \cos \varphi)}$$

Atmosphärendicke

$$p = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot h \cdot A \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g$$

Effekthäufigkeit

$$\frac{M - BG}{t}$$

[s⁻¹]

$$Z = \frac{N_H - N_U}{t}$$

Messabweichung

$$\Delta Z = \sqrt{\frac{N_H}{t_{H2}} + \frac{N_U}{t_{U2}}}$$

Goldfolie

$$A = \sigma \cdot n \cdot \bar{\varphi} \cdot N_A \cdot \frac{m_{Au}}{M_{mol}} \cdot \left(1 - e^{-\ln 2 / T_{1/2} \cdot t_B}\right)$$

Stättigkeit $t_B \rightarrow \infty$

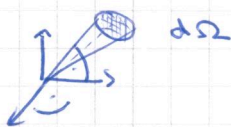
$$A_s = \sigma \cdot \bar{\varphi} \cdot N_A \cdot \frac{m_{Au}}{M_{mol}}$$

1) WW-Prozesse Def.

→ σ_t totaler Wirkungsquerschnitt
 $[\sigma_t] = b$

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_c + \sigma_p + \sigma_{\text{paar}} + \dots$$

$$\frac{dQ}{d\Omega}$$

diff.
Wirkungq.Raumwinkel
bezogen)

→ Wirkungsquerschnittsdichte

$$\Sigma_t = \mu = n_{a,i} \sigma_t$$

↳ volumenbezogene
Anzahldichte

$$n_{a,i} = \rho \cdot \frac{N_A}{M_{\text{mol}}}$$

$$\Sigma_x = \sum_i n_{a,i} \sigma_x^i$$

→ N ... # Teilchen
 $\frac{dN}{dt}$ Teilchenfluss

$\frac{dN}{dt \cdot dA_{\perp}}$ Teilchenflussdichte $\varphi(\vec{r}, t)$

$\frac{d^3N}{dt dA dE}$ spektrale Teilchenflussdichte (nach Energie) $\varphi(\vec{r}, t, E)$

$\frac{d^3}{dt dA d\Omega}$ Teilchenradianz (nach Raumwinkel) $\varphi(\vec{r}, t, \Omega)$

$\frac{dN}{dt dA dE d\Omega}$ spektrale Teilchenradianz $\varphi(\vec{r}, t, E, \Omega)$

$\frac{dN}{dA}$ Teilchenfluss $\Phi(\vec{r})$

2) WW-Prozesse Photonen

Photonen $E = h \cdot \gamma = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

Transmission $T = I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu x}$
 Schwächung $S = 1 - T$

- Kohärente Streuung

- Photoeffekt

- Comptonstreuung

- Paarbildung (Coulombfeld)

an Atomhülle

einige keV

~100 keV

einige MeV

> 1 MeV

↓ E_T Kernphoto-
reaktionen

WW-Querschnitte !

$$\sigma_c \propto g \cdot \frac{Z \cdot 1}{A \sqrt{E_r}}$$

über hohen Bereich
unabhängig von Z

(leichte Elemente)
 $Z/A \sim \text{const}$

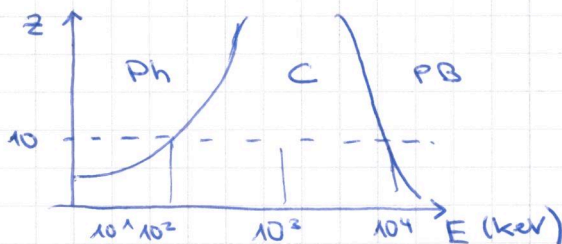
wovon hängt Energieübertrag des Photons ab
↳ Streuwinkel

$$E_{\gamma'} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_0 c^2} (1 - \cos \varphi)}$$

$$\sigma_p \propto g \cdot \frac{Z^{4-4,15}}{A \cdot E^3}$$

$E_{\gamma} \geq \text{Bindungsenergie } e^-$

$$\sigma_{\text{Raut}} \propto g \cdot \frac{Z^2}{A} \ln(E_{\gamma})$$



3) Neutronen

thermisch
mittelschnell
schnelle
sehr schnelle

$E_n \leq 0,5 \text{ eV}$
 $\leq 0,5 \text{ MeV}$
 $< 20 \text{ MeV}$
 $> 20 \text{ MeV}$

!

(entstehen durch Kernreaktionen)

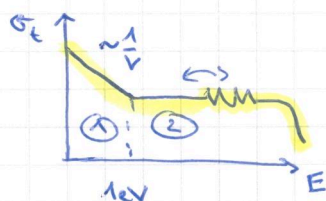
Wechselwirkungen ausschließlich am Kern

- energieabhängig
- Kernradius Reaktionspartner, Bindungsenergien

Reichweite "unendlich"

WW → Streuung
Absorption
keine WW

(Neutroneneinsatz ! für therm. N. Emission
mit Protonen - Emission)
Kernspaltung



① je thermischer, desto wahrschein. WW
(niederenergetische Neutronen)

② Wechselwirkungsquerschnitt
konstant

Plateau
 $1-10 \text{ MeV}$

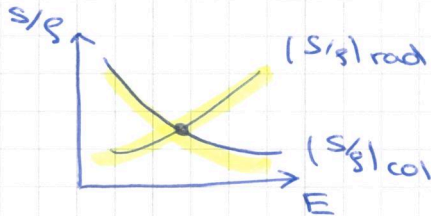
4) geladene Teilchen

WW: Stöße / Streuung
Bremsstrahlerzeugung

(Bremsvermögen)

$$S_{\text{tot}} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{tot}} = S_{\text{col}} + S_{\text{rad}}$$

→ schwere geladene Teilchen verlieren Energie hauptsächlich durch Stöße (keine Stöße mit geringem Energieverlust)

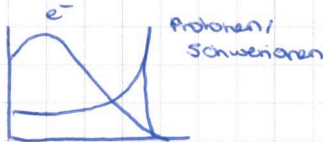


Je schneller e^- , desto wahrsch. Strahlungsbremmung!

• KRITISCHE ENERGIE
oberh. $E_{\text{mit}}: \frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{col}}} > 1$

$$E_{\text{krit}} \approx \frac{ZE}{1600 \text{ mc}^2}$$

→ geladene Teilchen können komplett abgebremst werden



Vorteil für Bestrahlung mit gelad. T
↳ endliche Reichweite

Bremsvermögen

$$S_{\text{tot}} \sim q^2 \text{ (Ladungszahl)} \\ \sim \frac{1}{v^2}$$

(je langsamer das Teilchen, desto höher WW-Wahrsch.)

==

5) Strahlungstransportgleichung

I Absorption / Heraussstreuung

II Hineinstreuung

III Quellen
(fixe
nicht fixe

$X = S + \int$
Quelldichte
Streuquellen



nicht fixe Quellen
vernachlässigen
Streuung

$$\frac{d\rho}{dt} = I + II + III$$

(Integrodifferenzielle Gleichung → Lösung nur numerisch)
oft nicht möglich

6) Energiebilanz

$$\Psi(\vec{r}) = \int_0^{\infty} \int_0^{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \vec{E} \cdot \Phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) d\Omega dE$$

Energiebilanz

$$D = K \pm B + Y - 1/g \operatorname{div} \Psi_g - 1/g \operatorname{div} \Psi_{gs}$$

K ... Kerma

B ... Bremsstrahlungsverluste

Y ... Kernreaktion

e^-

$$K=0$$

$$\Psi_{gs}=0$$

$$Y=0$$

(SEG ... sekundärelektronen gleichgewichtet)
bei nicht zu hohen Energien

$$D = -B - 1/g \operatorname{div} \Psi_g$$

(B für e^- deutlich, sonst eher vernachlässigbar)

Protonen

$$D = K - B$$

$$\Psi_{gs}=0 \text{ (SEG)}$$

$$Y=0$$

$$\Psi_g=0$$

ÜBUNG 1

W1) ✓
W2)

a) Def. Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = \frac{N}{\Phi} \quad \begin{array}{l} \text{Anzahl WW} \\ \text{Fluenz} \end{array}$$

Wirkungsquerschnittsdichte

$$\Sigma_t = n_a \cdot \sigma$$

diff. Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$; $\frac{d\sigma}{dE}$

b) } Wechselwirkungen
c)

A1) Anzahldichte n_a (Atome pro Volumen) von Blei

$$n_a = \frac{\rho \cdot N_A}{M_{\text{mol}}} = \frac{11,35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{207,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 3,29 \times 10^{22} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$$\rho = 11,35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$M_{\text{mol}} = 207,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$3,29 \times 10^{22} \frac{1}{10^{24} \text{ b} \cdot \text{cm}} = \underline{\underline{3,29 \times 10^{-2} (\text{b} \cdot \text{cm})^{-1}}}$$

A2) ges. totaler Wirkungsquerschnitt σ_t
für Photonen der K-Kanten Energie

→ Berechnen totaler Wirkungsquerschnittsdichte Σ_t

$$\sigma_t = 3 \cdot 10^3 \text{ b}$$

$$\Sigma_t = n_a \cdot \sigma_t = \frac{\rho \cdot N_A}{M_{\text{mol}}} \cdot \sigma_t = 3,29 \times 10^{-2} (\text{b} \cdot \text{cm}^{-1}) \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ b} = \underline{\underline{98,7 \text{ 1/cm}}}$$

σ_t als effektive Trefffläche
Blei-Atom Querschnittsfläche

$$V = \frac{1}{n_a} = 3,04 \times 10^{-23} \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

$$r = 1,93 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$A = \pi r^2 = 1,175 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$$

$\sigma_t \ll A_{\text{pb}}$ WW nur an e^- , punktförmig im Volumen

A3) ^{55}Fe -Quelle

Zählrohr

Aluminiumfolien

Abstand Quelle + Zählrohr

$$\rho = 2,71 \cdot 10^6 \text{ g/m}^3$$

$$\mu/\rho = 0,01312 \text{ m}^2/\text{g}$$

$$d = 2 \text{ cm}$$

$$d = 0,08 \text{ mm}$$

M ohne Absorber 1 MBq

M ohne Quelle 10 Bq

Ungenauigkeit 1%

$$S = \frac{M(0) - M(x)}{M(0) - M(d)} = 1 - e^{-\mu x}$$

$$\frac{10^6 \text{ Bq} - 10,1 \text{ Bq}}{10^6 \text{ Bq} - 10 \text{ Bq}} = 1 - e^{-\mu x}$$

$$e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot x} = 1 \times 10^{-7}$$

$$-\mu/\rho \cdot \rho \cdot x = \ln(10^{-7})$$

$$x = 5,66 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$5,66 \times 10^{-1} \text{ mm}$$

$$x = 4,53 \times 10^{-1} \text{ mm} = 0,45 \text{ mm}$$

$\Rightarrow$ 5 Al-Folien

ÜBUNG 2

W1) Kohärente Streuung $\rightarrow$ Thomson quasifreie e^-
 inkohärente Streuung Rayleigh gebundene e^-
 (Compton)

$$\text{Kohärente Streuung} \quad \frac{d\sigma_e}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \vartheta)$$

(Streuung in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung)

$$\text{Inkohärente Streuung (Klein-Nishina)} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \kappa (1 - \kappa \sin^2 \vartheta + \kappa^2)$$

$$\kappa = E_\gamma' / E_\gamma$$

W2) Prozesse nach Photoeffekt

- $\rightarrow$ niederfallendes e^- füllt Loch unter Aussendung γ -Quant mit Energie diff. zwischen den Schalen
- $\rightarrow$ Auger- e^-

b) Berechnen Sie kleinstmögliche Energie, prozentualer und absoluter Energieverlust

Photonen aus Nuklid

zu Am

$$E_\gamma' = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \vartheta)}$$

kleinste Energie $\rightarrow 180^\circ$

$$E_\gamma = 13,9 \text{ keV}$$

$$E_\gamma' = \frac{13,9 \text{ keV}}{1 + \frac{13,9 \text{ keV}}{511 \text{ keV}} (1 - \cos 180^\circ)} = 13,18 \text{ keV}$$

Absoluter Energieverlust 0,72 keV
 prozentual 5,18%

$$\frac{E_\gamma - E_\gamma'}{E_\gamma}$$

A1) Wie stark schirmt Erdatmosphäre kosmische Gammastrahlung ab.

Photonenenergie 10 MeV

Normaldruck zur Abschätzung Atmosphärendicke h

$$p = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot h \cdot A \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g$$

$$p = \rho \cdot h \cdot g \quad h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{1013,25 \text{ hPa}}{1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 7936 \approx 8000 \text{ m}$$

$$S = 1 - e^{-\mu x} = 1 - e^{-M/\rho \cdot \rho \cdot x}$$

$$M = 2,109 \cdot 10^{-2} \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \quad \rho = 0,001293 \text{ g/cm}^3 \quad S = 99\%$$

Vergleich Wasserschicht

$$1 - e^{-M/\rho \cdot \rho \cdot d_{\text{Luft}}} = 1 - e^{-M/\rho \cdot \rho \cdot d_{\text{Wasser}}}$$

$$-M/\rho \cdot \rho \cdot d_{\text{Luft}} = -M/\rho \cdot \rho \cdot d_{\text{Wasser}}$$

$$d_{\text{Wasser}} = 983,12 \text{ cm}$$

A2) Zählmessung 8421 Impulse / Untergrund 517
100 s Messung

Effektivzählrate
Messabweichung

$$\frac{C - C_0}{100 \text{ s}} = \frac{8421 \text{ Imp} - 517}{100} = 79,04 \text{ 1/s}$$

$$\Delta \bar{C}_u = \sqrt{\frac{N_H}{t_H^2} + \frac{N_U}{t_U^2}} = 50,95 \text{ 1/s}$$

Teil 2 ?

ÜBUNG 3

W1) $\sigma = \frac{M}{\rho} \cdot \frac{M_{\text{mol}}}{N_A}$

$$u = 1/N_A$$

$$\bar{Z} = \frac{\sigma \epsilon}{M/\rho} \cdot \frac{1}{2u} = \frac{M_{\text{mol}}}{N_A} \cdot \frac{1}{2u} = \frac{M}{2 \text{ g/mol}} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{Z}}$$

$$\frac{Z}{\bar{Z}} \sim Z$$

Photonenwechselwirkung

Photoeffekt

$$\sigma_{\text{photo}} \propto Z^2 \cdot \frac{Z^{3,5}}{E_\gamma^{3,5}}$$

Σ'
1 > 5 MeV

Compton

$$\sigma_{\text{comp}} \propto Z \cdot \frac{1}{\sqrt{E_\gamma}}$$

$\frac{1}{\sqrt{E_\gamma}}$

Kohärent

$$\sigma_{\text{coh}} \propto \frac{Z^2}{A \cdot E^2}$$

Paarbildung

$$\sigma_{\text{pair}} \propto \frac{Z^2}{A} \cdot \ln E_\gamma$$

[Kernphotoeffekt abhängig von Kerneresonanzen]

c) Photonen $E = 10 \text{ MeV}$ in Wasser

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{M}{g} \cdot \frac{M_{\text{mol}}}{N_A}$$

Dosiswirksame WW

→ Compton
Photoeffekt

WZ)

a) WW Neutronen

Absorption, gestreut, keine WW

b) Klassifikation

thermische < 0,5 eV

mittelschwere < 0,5 MeV

schnelle 0,5 MeV < E < 20 MeV

sehr schnelle > 20 MeV

c) Neutronen menschl. Gewebe

→ langsame Neutronen

Einfang durch Wasserstoffkernen
Bindungsenergie in Form hochenerg.
Photonen, Strahlung frei

→ schnelle Neutronen

Streuung an Protonen
werden moderiert
Bewegungsenergie auf Proton
Rückstoßprotonen durch Absorber
→ Dosisverursachung

A1) dünne Folie 0,1g gold Aktivierung thermischer Neutronen

maximal erreichbare Aktivität
(Sättigungsaktivität)

$$\bar{\varphi} = 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

1% Abweichung

$$\sigma_{th} = 90 \text{ b}$$

$$N = m \cdot \frac{N_A}{M_{mol}}$$

$$A = \sigma_{th} \cdot \bar{\varphi} \cdot N_A \cdot \frac{m_{Au}}{M_{Au}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot t_{EB}}\right)$$

to: Bestrahlungsdauer

Sättigungsaktivität $t_{EB} \rightarrow \infty$

$$\lim_{t_{EB} \rightarrow \infty} A = 2,751 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

$$\Rightarrow A_{95\%} = 2,72349 \cdot 10^{10} \text{ Bq} = \sigma_{th} \cdot \bar{\varphi} \cdot N_A \cdot \frac{m_{Au}}{M_{Au}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} t_{EB}}\right)$$

$\approx 17,9 \text{ d}$

Anwendungen

- ▷ zerstörungsfreie Materialanalyse
- Herkunftsbest. Archäologie

ÜBUNG 4

W1)

a) Kernphotoeffekt

Rolle Strahlentherapie → St. Luftwechsel / h Luftaktivierung
Aktivierung Materialien Metall, Nahrung

Riesenresonanz

- ↳ Schwingungsanregung von Atomkernen
(kol. Schwingung Protonen gegen Neutronen)

b) WW e^-

elast. Streuung → Hüllenelektron

soft / hard collision

inelast. Streuung

Atomkern inelast. Bremsstrahlung

+ inelast. Kernreaktionen

c) Mittlere freie Weglänge

↳ bis zur 1. WW

$$\lambda = \frac{1}{\sum_i \sigma_i} = \frac{1}{n_{av} \cdot \sigma}$$

$$n_{av} = \rho \cdot \frac{N_A}{M_{mol}} \Rightarrow \sigma = \frac{\rho}{\lambda} \cdot \frac{M_{mol}}{N_A}$$

Protonen $\lambda = 14,12 \text{ cm}$

Elektronen $\lambda = 0,536 \text{ cm}$

d) Bremsvermögen e^-

Kritische Energie $\Rightarrow \frac{S_{rad}}{S_{col}} > 1$



Schätzen Sie kritische Energie von Elektronen in Wasser und in Blei ab.

$$\frac{S_{rad}}{S_{col}} = \frac{E \cdot Z}{1600 m_e c^2}$$

$$S_{col} = 1600 m_e c^2$$

Z = Wasser 8

$$E = \frac{1600 \cdot 511 \text{ keV}}{8} = \frac{1600 \cdot 511 \text{ keV}}{8} = 102,2 \text{ MeV}$$

A1)

Fenstermaterial

möglichst geringe Absorption

geringe Ordnungszahl (Beryllium)

Bremsstrahlungsausbeute

$$\frac{S_{rad}}{S_{col}} = \frac{E \cdot Z}{1600 m_e c^2} = \frac{74 \cdot 80 \text{ keV}}{1600 \cdot 511 \text{ keV}} = 0,8\%$$

Anodenanschrägung elektr. Brennfleck > opt Brennfleck

A2)

Nadelstrahl kollimierte ^{137}Cs -Quelle

HPGe Detektor

auf Detektoroberfläche $10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

a) HPGe Halbleiterdetektor

hohe Gleichspannung in Sperrrichtung kein Strom

Strahlung erzeugt e^- -Loch Paar $\rightarrow$ freie Ladungsträger

$\rightarrow$ Stromimpuls

$\rightarrow$ Kalibrierung für Konvention Strom $\rightarrow$ Energie mit bekanntem Strahler

b)

Flussdichte

Quelle und Detektor $d=2 \text{ mm Pb}$

$10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \text{ s}}$

$$\mu/g = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g} \quad \rho = 8,27 \text{ g/cm}^3$$

$$\Phi = \Phi_0 \cdot e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot d} = \Phi_0 \cdot e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot d} = 7,97 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

c) Schätzen Zahlrate im Totenergiepeak

(Photopeak) ohne Bleischicht

Nadelstrahl $\varnothing 3 \text{ mm}^2$

$d=5 \text{ mm}$ Detektor

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot 0,5 \text{ cm}} = 99,55\% \quad \text{Transmission Detektor}$$

$$\Phi = A \cdot \Phi = 0,03 \frac{1}{\text{cm}^2} \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} = 30.000 \text{ s}^{-1}$$

$$Z = 0,9955 \cdot 30.000 \text{ s}^{-1} = 29865 \text{ s}^{-1} \Rightarrow Z = 135 \text{ s}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \Phi \cdot dA &= dZ \\ \Phi \rho dA &= \rho dZ \\ Z &= \Phi \cdot A \end{aligned}$$

ÜBUNG 5

A1) Teilchenfluss
vektorieller Teilchenfluss

N/E

Kreisfläche $A = 10 \text{ cm}^2$

beidseitig monoenergetisch Flussdichte $\varphi = 10 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

$$\begin{aligned}\dot{N} &= \varphi \cdot A + \varphi \cdot A \\ &= 10 \text{ cm}^{-2} \cdot 10 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} + 10 \text{ cm}^{-2} \cdot 10 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} \\ &= \underline{\underline{200 \text{ s}^{-1}}}\end{aligned}$$

$$\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 10 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} 10 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{0}}$$

A2) Schwächung monoenergetisches, paralleles Bündel von Photonenstrahlung, homogene Stoffschicht Dicke d

$\varphi(x)$ Flussdichte, die Detektor erreichen

- 1) φ_0, E_0 konstant vor Auftreffen
- 2) $\perp, 10$
- 3) Quellen

Terme entfallen

$\Rightarrow$ Lösung?

Quellen-Term
 $\int \int$ -Integral Hineinstreuterm
 (

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\Sigma_t \cdot \varphi = -\mu_t \cdot \varphi$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\mu_t \cdot \varphi$$

$$\int \frac{1}{\varphi} d\varphi = -\mu_t dx$$

$$\ln \varphi = -\mu_t x + C$$

$$\varphi = e^{-\mu_t x + C}$$

A3) Abstand Bleischicht, Detektor



Signal höher direkt am Absorber wegen Aufstreuung



ÜBUNG 7

W1) Energiebilanz

Wechselwirkung Strahlung/Materie

20.04.17

1. Grundprozesse der Wechselwirkungen

Mikroskopischer Wirkungsquerschnitt σ

- Trefferfläche für Wechselwirkung zw Teilchen und Material
- $[\sigma] = 1b = 10^{-28} m^2$ 'Barn'
- Funktion der Energie
- mit zunehmender Energie nimmt totaler Wirkungsquerschnitt σ_t ab (σ_t ist summe der Einzel-Wirkungsquerschnitte)
- Wirkungsquerschnitte materialabhängig

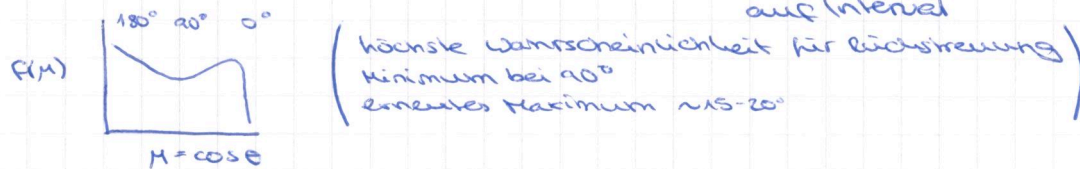
Strahlung an Target gestreut & beschrieben durch Intensitätsverteilung über Raumwinkel Ω

Richtungsvektor $\vec{\Omega}$

- vor streuung $\vec{\Omega}$ und nach streuung $\vec{\Omega}'$
- $\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' = \cos \vartheta = \mu$
 μ - Raumwinkel element

Totaler Wirkungsquerschnitt = Wahrsch. für Treffer

Bsp. Wirkungsquerschnitt = -11- für Richtungsänderung auf Intervall



→ Dichtefunktion ist auf 1 normierte Verteilung des Richtungscosinus μ des polaren Streuwinkels

Bsp: Schwächung & Transmission

Photonen $E = 50 \text{ keV}, 100 \text{ keV}, 1 \text{ MeV}$
Pb 1mm Absorber

$\frac{\mu}{g}$	$\Rightarrow$	8,041 cm^2/g	(50 keV)	} Tabelle
		5,549	(100 keV)	
		$7,102 \cdot 10^{-2}$	(1 MeV)	

$$S(x) = 1 - e^{\mu/5 \cdot \rho \cdot d} \quad ? \quad \rho \cdot d \rightarrow \frac{11,35 \text{ g}}{\text{cm}^3} \cdot 0,01 \text{ cm} = 0,1135 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

$S = 99,99 \%$	$T = 0,01 \%$
$S = 99,82 \%$	$T = 0,18 \%$
$S = 7,74 \%$	$T = 92,26 \%$

25 Aufgaben

nist.gov → data

$$r_e = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \cdot \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,8719 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Kohärente Streuung

- bei kleinen Photonenenergien
- Streuung unter Richtungsänderung ohne Energieverlust

(24 überspr.)

Comptonstreuung (Herleitung Comptonstreuformel)

$$E_\gamma + m_0 c^2 = E_{\gamma'} + m_e c^2$$

$$m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}}$$

$$E_\gamma + m_0 c^2 = E_{\gamma'} + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}}$$

$$\frac{m_0^2 c^4}{\left(1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2\right)} = (E_\gamma - E_{\gamma'} + m_0 c^2)^2$$

$$= (E_\gamma - E_{\gamma'})^2 + 2m_0 c^2 \cdot (E_\gamma - E_{\gamma'}) + m_0^2 c^4$$

$$m_0^2 c^4 \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2} - 1 \right) = E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_{\gamma'} + E_{\gamma'}^2 + 2m_0 c^2 (E_\gamma - E_{\gamma'})$$

$$m_0^2 c^4 \left(\frac{\left(\frac{v_e}{c}\right)^2}{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2} \right) = \frac{m_0^2 c^2 v_e^2}{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}$$

$$\text{EE: } \frac{m_0^2 c^2 v_e^2}{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2} = E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_{\gamma'} + E_{\gamma'}^2 + 2m_0 c^2 (E_\gamma - E_{\gamma'}) \quad *$$

$$\text{IE: } \frac{E_\gamma}{c} = \frac{E_{\gamma'}}{c} + \frac{m_0 \cdot v_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}}$$

$$\frac{m_0^2 v_e^2 c^2}{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2} = (E_\gamma - E_{\gamma'})^2$$

$$\frac{m_0^2 v_e^2 c^2}{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2} = E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_{\gamma'} \cdot \cos\varphi + E_{\gamma'}^2 \quad *$$

Gleichsetzen *

$$E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_{\gamma'} + E_{\gamma'}^2 + 2m_0 c^2 (E_\gamma - E_{\gamma'}) = E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_{\gamma'} \cdot \cos\varphi + E_{\gamma'}^2$$

$$2E_\gamma E_{\gamma'} (1 - \cos\varphi) = 2m_0 c^2 (E_\gamma - E_{\gamma'})$$

$$E_{\gamma'} (E_\gamma (1 - \cos\varphi) + m_0 c^2) = m_0 c^2 E_\gamma$$

$$E_{\gamma'} = \frac{m_0 c^2 E_\gamma}{(E_\gamma (1 - \cos\varphi) + m_0 c^2)}$$

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (1 - \cos\varphi)}$$

⚡ Impuls richtungs-
abhängig
cos d. Streuwinkels
beachten

Rückstreuung Photon
 $\rightarrow 180^\circ$ mit max $\frac{E_0}{2}$ S. 38

04.05.17

Wechselwirkung V3

Photoeffekt

$\rightarrow$ Streuung von e^- in gesamten Raum möglich, auch wenn Rückstreuung mit verschwindender Wahrscheinlichkeit

$$\sigma_{\text{photo}} \propto p \cdot \frac{Z^{4-4,5}}{A}$$

4 für hohe Ordnungszahlen

4,5 - 11 - niedrige Z

Bsp. Bleischürze für Strsch in Röntgendiagnostik

Paarbildung

Wirkungsquerschnitte!

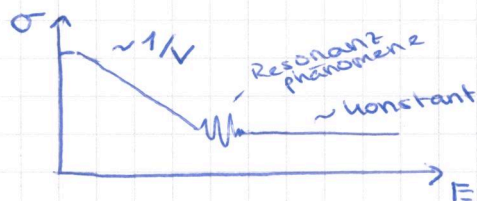
11.05.17

Wechselwirkung V4

Wechselwirkung von Neutronen energieabhängig!
 $\sigma \sim E$

- $\rightarrow$ Neutronen haben ähnlich wie Photonen keine endliche Reichweite in Materie
- $\rightarrow$ Wechselwirkung nur mit Kernen (10^{-15} m)
 - keine WW
 - Streuung
 - Absorption

Totaler WW-Querschnitt Neutronen



Thermische Neutronen (S. 23)

$\rightarrow 1/v$ Verlauf
 Kernreaktion durch langen Verbleib im Kernfeld (Einfangreaktion)

für höher energetische Neutronen Streuprozess dominant (konstanter Wirkungsquerschnitt)

! Klassifizierung!!

$$\sigma \propto \frac{1}{v_n}$$

(vor allem für weiche Neutronenenergien)

Wechselwirkung
→ geladene Teilchen

18.05.17

Wechselwirkungen über E-Feld = Coulomb-WW
- geringe Energieüberträge, aber viele Einzelprozesse
- hard collision stößt e^- heraus

Cerenkov-Strahlung
(vor allem bei Übergang ~~von~~ in dichteres Medium)

Stoßbremsvermögen nimmt mit zunehmender Energie ab
Strahlungsbremsvermögen nimmt mit zunehmender Energie zu

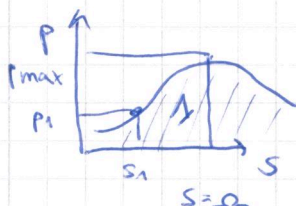
$$\frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{col}}} \approx \frac{Z \cdot E [\text{MeV}]}{800}$$

$$m_e = 0,511 \text{ MeV} \\ 5.32$$

leichtes Material mit größerem Stoßbremsvermögen als dichteres M.
bei gleicher Energie
- " - mit kleinerem Strahlungsbremsvermögen als dichteres
bei gleicher Energie

n-Dot → e^- Donatoren

22.06.17



Wahrscheinlichkeit-Dichte-Funktion

$$\int_{-\infty}^{\infty} P dS = 1$$

$$\frac{\partial \Psi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \Omega, t)}{\partial \vec{r}} d\vec{r} = \left(\frac{\partial \Psi_{E,\Omega}}{\partial \vec{r}} \right)_a + \left(\frac{\partial \Psi_{E,\Omega}}{\partial \vec{r}} \right)_e + \left(\frac{\partial \Psi_{E,\Omega}}{\partial \vec{r}} \right)_s$$

↑ Einsetzen für Maxwell wichtig!

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \Omega, t)}{\partial t} &= \frac{\partial \Psi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \Omega, t)}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \\ &= \frac{\partial \Psi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \Omega, t)}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{v} \end{aligned}$$

Ableitung
nach der
Zeit

$$= \vec{v} \cdot \nabla \Psi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \Omega, t) = v \cdot \Omega \cdot \nabla \Psi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \Omega, t)$$

$$\nabla = \begin{pmatrix} \partial/\partial r_1 \\ \partial/\partial r_2 \\ \partial/\partial r_3 \end{pmatrix}$$

Ableitungsoperator des Raumes

2b / S. 20 zeitliche Änderung der Flussdichte nach der Zeit $\frac{d\Psi_{E,\Omega}}{dt}$

Differenzierelle Betrachtg Boltzmannsche Transportgleichung

$$\frac{\partial \varphi_{E,\Omega}}{\partial t} = - \sum_t(E) \cdot \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \frac{ds}{dt} \quad (\text{Absorption und Herausstrahlung})$$

(Hineinstrahlung aus Energiefenster und Richtung $E', \vec{\Omega}'$ in E und Ω)

$$+ \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \sum_s(E') \cdot p(\vec{r}, E', E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}, t) \cdot \varphi_{E',\Omega'}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) dE' d\vec{\Omega}' \frac{ds}{dt}$$

$$+ S_{E,\Omega} \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \left(\frac{ds}{dt} \right) \quad (\text{Quellterm})$$

$$\frac{\partial \varphi_{E,\Omega}}{\partial t} = v \cdot \vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

$$\frac{ds}{dt} = v$$

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = - \underbrace{\sum_a(E)}_{\text{se-Term}} \varphi_{E,\Omega} + \sum_s P_{\vec{r}, E', E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}, t} \cdot \varphi_{E',\Omega'}$$

$\Rightarrow$ Änderung + Absorption = Summe der Gewinne
Summe der Verluste

Bilanz ausgeglichen

KLAUSUR 03.08.17

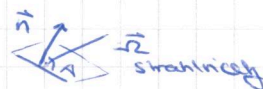
11⁰⁰ Uhr+ Taschenrechner
Formelsammlung

3a

Fluenz = Anzahl Teilchen pro Fläche $\bar{\Psi}$ kerma = kinetic energy release (per unit of mass)
in matter

$$\text{Energiedosis } D = \frac{dE_D}{dm} = \frac{1}{\rho} \frac{dE_D}{dV}$$

sg $\vec{n}$ Richtungseinheitsvektor der Strahlung
 $\vec{n}$ Flächennormal



$$\vec{n} \cdot \vec{n}_{\text{strahlung}} = \cos \theta$$

Energiebilanz

$$\iiint_V D \cdot \rho \cdot dV = \iiint_V \gamma \cdot \rho \cdot dV - \oint \vec{\Psi} \cdot d\vec{A}$$

(Kern und
Elementarteilchenreaktionen) + (Differenz der Strahlungsenergie)

Minus durch
Umformung
 $\iiint_V \dots$... Volumenintegral über x, y, z

Gauß'scher Integralsatz

→ erlaubt Umrechnung Flächenintegral in Volumenintegral

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \text{grad} &= \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \vec{f} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} \\ \text{rot} &= \nabla \times \vec{f} \end{aligned}$$

↓

$$D = \gamma - \frac{1}{\rho} \text{div}(\vec{\Psi})$$

S.M

III

Im Volumen deponierte Energie gegeben durch Energieausbeute
 $\gamma \dots$ [im Photonenfall]

S12 → ENERGIEBILANZ FÜR BELIEBIGE STRAHLENFELDER

$$K-B + \gamma_a - \frac{1}{\rho} \text{div}(\vec{\Psi}_0)$$

(Kernabsorptionsenergie)
(Reaktionen)

Sekundärelektronengleichgewicht

3b

Energieübertragung auf Material

Für geladene Teilchen gilt

$$\text{kerma} = 0 \quad !!!$$

$$\vec{\Psi}_{\text{gel}} = 0$$

(Energiefluss der geladenen
Sekundärteilchen)

(Im kinischen Bereich auch $\gamma=0$, aufgrund zu niedriger Energien)

Bremsstrahlverluste vernachlässigbar für schwerere geladene Teilchen

$$D = K - B + \cancel{\gamma} - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\cancel{\psi_g}) - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\cancel{\psi_n})$$

S.14

Für Photonen

$\gamma=0$
< 20 MeV und SEG

Energiebilanz

$$D = K - B + \cancel{\gamma} - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\cancel{\psi_g}) - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\cancel{\psi_n})$$

(primär geladene
Teilchen)

(sekundär geladene
Teilchen = 0
durch SEG)

Um primär deponierte Energie der Photonen
zu berücksichtigen

S.12

$$-\frac{1}{\rho} (\vec{\psi}_n)$$

neutronelle Energiefluenz
der Photonen

S.17

Für Neutronen

Kerma, da nicht geladene Teilchen kinetische Energie
an Sekundärelektronen abgeben

First-Collision-Basis DFC