

Übung 1: Physikalische Grundlagen

Wiederholung 1

- Wiederholen Sie wichtige Naturkonstanten und Einheiten, wie Barn, Elementarladung, Elektronenvolt, Avogadro-Konstante, Lichtgeschwindigkeit und Ruhemasse bzw. Ruheenergie des Elektrons. (Formelsammlung)
- Wie werden Ort, Raumwinkel und Raumrichtungen physikalisch beschrieben?
- Was ist Radioaktivität und welche Arten gibt es?

Wiederholung 2

$$\sigma = \frac{N}{\Phi}$$

$$\Sigma = \sigma \cdot n_{a,N}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dE}$$

- Definieren Sie Wirkungsquerschnitt, Wirkungsquerschnittsdichte, differentieller Wirkungsquerschnitt.
- Mit welchen Teilen des Atoms kann ein Photon wechselwirken? Hülle + Kern
- Welche Wechselwirkungsprozesse sind dann möglich?

Photo
Compton
Streuung

Paarbildung
~~Compton~~
Kernphotoeffekt

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Anzahldichte n_a (Anzahl von Atomen je Volumen) von Aluminium, Eisen, Wolfram und Blei. Verwenden Sie dazu die Massendichte ρ und die molare Masse M . Geben Sie das Ergebnis in cm^{-3} und in $(b \cdot \text{cm})^{-1}$ an.

$$\text{Anzahldichte } n_{a,N} = \frac{\rho \cdot N_A}{M_{\text{mol}}}$$

$$n_a = \frac{\rho \cdot N_A}{M_{\text{mol}}}$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie mit Hilfe des umseitigen Diagramms (Abbildung 1) den totalen Wirkungsquerschnitt σ_t für Photonen der Energie der K-Kante von Blei und berechnen Sie damit die totale Wirkungsquerschnittsdichte Σ_t . Betrachten Sie nun σ_t als effektive Trefferfläche und vergleichen Sie diese mit der Querschnittsfläche eines Bleiatoms.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow A = \pi r^2$$

Hinweis: Schätzen Sie das Volumen eines Bleiatoms aus der Anzahldichte ab.

$$\Sigma_t = n_{a,N} \cdot \sigma_t$$

$$n_{a,N} = \frac{\rho \cdot N_A}{M_{\text{mol}}} = \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{\text{mol}^{-1}}{\text{g/mol}} \right] = [\text{cm}^{-3}]$$

σ_t an K-Kante ablesen

$$3 \times 10^{-3} b = 3000 b = 3000 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$$

$$1 b = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

$$\Sigma_t = n_{a,N} \cdot \sigma_t = [\text{cm}^{-3} \cdot \text{cm}^2] = [\text{cm}^{-1}]$$

σ_t effektive Trefferfläche $3 \cdot 10^3 b$

$V_{\text{pb}} \approx (n_{a,\text{pb}})^{-1}$

$$V_{\text{Atom}} = \frac{N}{N_{\text{ges}}} = \frac{1}{N_{\text{ges}}} (n_{a,N})$$

$$V_{\text{Atom}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

$\sigma_t \ll A_{\text{pb}}$

Atomhülle nicht massiv, WW nur vertezelt, $\sigma_t < A_{\text{pb}}$

Aufgabe 3

In einem experimentellen Aufbau können zwischen einer ^{55}Fe -Quelle und einem Zählrohr mehrere Folien aus Aluminium (mit $\frac{\mu}{\rho} = 0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}}$ bei der Energie der Mn-K α /K β -Strahlung aus genannter Quelle) der Dicke 0,1 mm gebracht werden. Der Abstand zwischen Quelle und Zählrohr beträgt $d = 2$ cm. Ohne Aluminiumfolien wird eine Aktivität von 1 MBq und ohne Quelle eine Aktivität von 10 Bq gemessen. Wie viele Aluminiumfolien sind zwischen Quelle und Zählrohr zu bringen, um praktisch keinen Messeffekt (Messungenauigkeit von 1 %) mehr zu erhalten?

$$I(x) = I(0) \cdot e^{-\mu x}$$

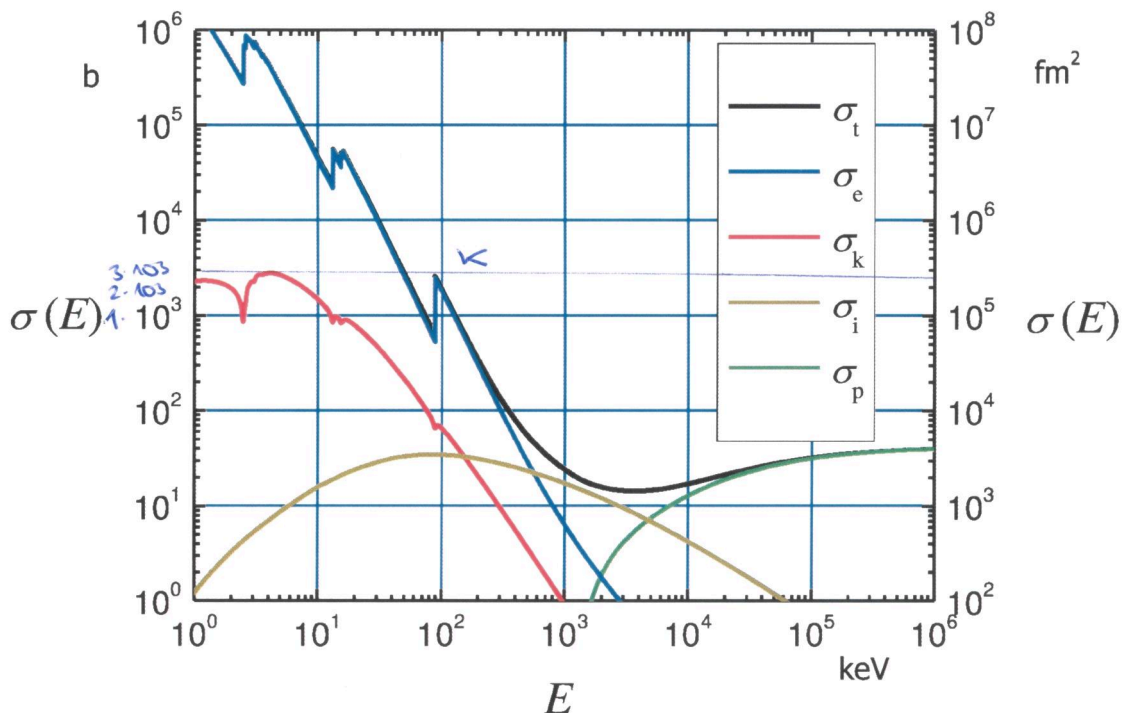


Abbildung 1: mikroskopische Wirkungsquerschnitte σ_x in Abhängigkeit der Photonenenergie E

A3] ^{55}Fe -Quelle
 $\frac{\mu}{\rho} = 0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}}$
 $d = 2 \text{ cm}$

Mn-K α /K β -Strahlung

$d = 0,1 \text{ mm}$

$I(0) = 1 \text{ MBq} + 10 \text{ Bq}$

$$S = \frac{M(0) - M(x)}{M(0) - M(d)} = 1 - e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot d}$$

$M(0)$... Messeffekt ohne Absorber
 $M(x)$... Messeffekt mit Absorber
 $M(d)$... Nullwert

Übung 1 WW Strahlung/Materie

W1)

- a) Barn $1b = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$ Maß für
Elementarladung $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Elektronenvolt $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
Avogadro-Konstante $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Lichtgeschwindigkeit $c \approx 300.000.000 \text{ m/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Ruhemasse/-energie $\bar{e}$ 511 keV
 $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $[1 \text{ kg} = 5,609 \cdot 10^{35} \text{ eV}]$

- b) Ort $\rightarrow$ Position eines Punktes / Körpers im Ortsraum zu Zeitpunkt
(Ortsvektor als Abstand vom Koordinatenursprung) $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
Raumwinkel $\rightarrow$
Größe Projektionsfläche auf Einheitskugel an Punkt $\Omega = \frac{A}{r^2}$
Raumwinkellement $d\Omega$ angegeben durch Polwinkel θ / Azimutalwinkel ϕ (Kugelkoordinaten)
 $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi = -d\mu d\phi$
 $\mu = \cos\theta \quad \frac{d\mu}{d\theta} = -\sin\theta \Leftrightarrow d\theta = \frac{-d\mu}{\sin\theta} \rightarrow d\theta \sin\theta = -d\mu$
Raumrichtungen $\rightarrow$
Ort als Vektor im Raum
Richtung als Einheitsvektor

- c) Radioaktivität $\rightarrow$ Eigenschaft instabiler Atomkerne spontan ionisierende Strahlung auszusenden
Umwandlung unter Aussendung von Teilchen in anderen Zustand

α -/ β -/ γ -Strahlung

- α -Zerfall $\rightarrow$ bei Zerfall entsteht Helium-Kern
 β^- -Zerfall $\rightarrow \beta^-$ -Zerfall Neutronenüberschuss
 ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + e^- + \bar{\nu}_e$
 β^+ -Zerfall Neutronenmangel / Protonenübers.
 ${}_1^1p \rightarrow {}_0^1n + e^+ + \nu_e$
 γ -Zerfall $\rightarrow$ angeregte Zustände von Atomkernen

W2)

a) Wirkungsquerschnitt

Mikroskopischer Wirkungsquerschnitt

- Funktion der Energie
- Trefferfläche für Wechselwirkung zwischen Teilchen und Materie
- materialabhängig

$$\sigma = N / \Phi \quad \text{Teilchenfluss}$$

Unterschied

1. Totaler Wirkungsquerschnitt σ_t
Summe Einzel-Wirkungsquerschnitte aller möglichen Prozesse (Streuung oder Absorption)
2. Differenzieller Wirkungsquerschnitt σ_d
einfallende Strahlung am Target gestreut, Intensitätsverteilung durch Raumwinkel Ω
$$\sigma_d = \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (\text{Raumwinkelement, Kegel})$$

Wirkungsquerschnittsdichte $\Sigma = n_{a,v} \cdot \sigma$

- Produkt aus Anzahl-dichte oder auch Atomzahl-dichte $n_{a,v}$ des atomaren Targets und σ

b) Atomhülle vs Atomkern

c) Wechselwirkung

Streuung an gebundenen e^-

Photoabsorption > auf innerer Schale (K, L, M)

e^- mit Differenz aus Photonen- / Bindungsenergie ΔE zwischen Schalen als Photon emittiert

Comptonstreuung - inelast. WW mit äußeren Hüllenelektronen

e^- mit Teilenergie gestreut, Compton photon

Paarbildung

> 1,022 MeV im Coulombfeld der Kerne

Paarbildung e^- / e^+

> 2,044 MeV im Coulombfeld der Elektronen

Tripletbildung

(Kernphotoeffekt)

* Aufgabe 1)

$$n_a = \frac{N_T}{\rho V}$$

$$u = \frac{m}{\rho}$$

$$M = \frac{m}{n}$$

$$n = N_T / N_A$$

Anzahl-dichte (Anzahl von Atomen je Volumen)

$$n_{a,v} = \rho \cdot \frac{N_A}{M_{\text{mol}}}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$(\text{b} \cdot \text{cm})^{-1}$$

Aluminium

$$\rho = 2,699 \text{ g/cm}^3$$

$$M_{\text{mol}} = 26,98 \text{ g/mol}$$

$$n_{a,v} = 6,02 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$$6,02 \times 10^{22} (\text{b} \cdot \text{cm})^{-1}$$

Eisen

$$\rho = 7,874 \text{ g/cm}^3$$

$$M_{\text{mol}} = 55,85 \text{ g/mol}$$

$$n_{a,v} = 8,49 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

Wolfram

$$\rho = 19,3 \text{ g/cm}^3$$

$$M_{\text{mol}} = 183,85 \text{ g/mol}$$

$$n_{a,v} = 6,32 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

Blei

$$\rho = 11,35 \text{ g/cm}^3$$

$$M_{\text{mol}} = 207,2 \text{ g/mol}$$

$$n_{a,v} = 3,30 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

Aufgabe 2)

totaler Wirkungsquerschnitt σ_t
 → Photonen der K-Kante von Blei

$$\sigma_t = \frac{1200}{2800} b \quad (\sigma_t = 120\,000 \text{ fm}^2)$$

totale Wirkungsquerschnittsdichte Σ_t

$$\Sigma_t = n_{\alpha, V} \cdot \sigma_t \quad n_{\alpha, V} = 3,3 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \quad 1b = 10^{-28} \text{ m}^2$$

$$= 3,3 \cdot 10^{22} (b \cdot \text{cm})^{-1}$$

$$\Sigma_t = 3,3 \cdot 10^{22} (b \cdot \text{cm})^{-1} \cdot 2800 b = ? \quad 9268 \text{ cm}^{-1}$$

$$[\Sigma] = \text{cm}^{-1}$$

Bleiatom $n_{\alpha, V} = 3,3 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ (Atomzahldichte)

$$V_{\text{Atom}} = \frac{N}{V_{\text{gesamt}}} = \frac{1}{3,3 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}} = 3,03 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Atom}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad r = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \frac{V}{\pi}} = \frac{2,8 \cdot 10^{-8} \text{ cm}}{1,9 \cdot 10^{-8}}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \frac{2,52 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2}{1,175 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2}$$

$\sigma_t \ll A_{\text{pb}}$
 6 Größenordnungen

Atomhülle nicht massiv, nur an
 wenigen Stellen Wechselwirkung
 ↳ Wirkungsquerschnitt kleiner als
 Atomradius

Aufgabe 3)

^{55}Fe -Quelle

Mn-K α / β Strahlung

1 MBq

Zählrohr

Alu-Folien

$M/\rho = 0,01312 \text{ m}^2/\text{g}$

$d = 0,1 \text{ mm}$

Abstand
 $x = 2 \text{ cm}$

Untergrund

10 Bq

Aluminiumfolien um keinen Messwert zu erzielen
 (Messungenauigkeit 1%)

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$10 \text{ Bq} = 10^6 \text{ Bq} \cdot e^{-\mu x}$$

$$\frac{M}{\rho} \cdot \rho = \mu = 0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}} \cdot 2699 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$= 269000 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\mu = 35410,88 \frac{1}{\text{m}}$$

$$x = 0,325 \text{ mm}$$

$$A_F = \frac{0,325}{0,1} = 3,25 \rightarrow 4 \text{ Folien}$$

$\frac{M}{\rho}$ Massenschwächkoeff $\neq \mu$ Schwächungskoeff

$$S(x) = \frac{M(0) - M(x)}{M(0) - M_0} = \frac{1 \text{ MBq} - 10,1 \text{ Bq}}{1 \text{ MBq} - 10 \text{ Bq}} =$$

$$S(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$x = n \cdot \Delta$$

$$S(x) = 1$$

$$\& n = \ln \left(\frac{-1 \text{ MBq} - 10,1 \text{ Bq}}{1 \text{ MBq} - 10 \text{ Bq}} \right) \cdot \frac{-8}{\ln 2} = 4,65 = 5$$

$$A(0 \cdot \Delta) = 1 \text{ MBq} \quad A_0 = 10 \text{ Bq}$$

$$\text{Messungenauigkeit} \quad A(n \cdot \Delta) = 1,01 \cdot A_0$$

$$S(x) = 1 - T(x) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-\lambda \cdot x \cdot 8}$$

$$T(x = n \cdot \Delta) = \frac{A(n \cdot \Delta) - A_0}{A(0) - A_0}$$

$$A(n \cdot \Delta) = 10,1 \text{ Bq} \\ A(0) = 1 \text{ MBq}$$

$$\ln \left(\frac{1,01 \cdot A_0 - A_0}{A(0) - A_0} \right)$$

$$\Rightarrow n = 5$$

Übung zur Vorlesung Wechselwirkung von Strahlung mit Materie (BM 2) MSc Medizinische Strahlenwissenschaften

Übung 2: Photonen

Wiederholung 1

- a) Was sind kohärente und inkohärente Streuung und wo finden diese statt? Geben Sie jeweils eine die Effekte beschreibende Theorie zusammen mit dem dazugehörigen differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ an. *klein Nistina inh.*
- b) Warum sind der Himmel blau und die Abendsonne rot?

Wiederholung 2

- a) Welche Prozesse können nach einem Photoeffekt auftreten?
- b) Berechnen Sie die kleinstmögliche Energie, den prozentualen und den absoluten Energieverlust COMPTON-gestreuter Photonen aus den Nukliden ^{241}Am , ^{137}Cs , ^{60}Co und ^{22}Na .

Aufgabe 1

Wie stark schirmt die Erdatmosphäre kosmische Gammastrahlung ab? Gehen Sie von einer Photonenenergie von 10 MeV aus. Verwenden Sie den Normaldruck zur Abschätzung der Atmosphärendicke, dieser gelte unabhängig von der Höhe. Wie stark wäre eine Wasserschicht mit derselben Abschirmwirkung? (Hinweis: Nutzen Sie XCOM für die Massenschwächungskoeffizienten)

Aufgabe 2

Eine Zählmessung ergibt 8421 Impulse in der Hauptmessung, eine Untergrundmessung ergibt 517 Impulse. Beide Messungen dauerten 100 s. Wie groß sind die Effektzählrate und ihre Messabweichung? Wie verändert sich die Messabweichung durch Vervierfachen der Messzeit? Sie haben für eine erneute, genauere Messung nur eine Stunde Zeit. Wie teilen Sie sich diese Messzeit für Hauptmessung und Untergrund ein?

↳ Poisson - Verteilung

$$\Delta N_H = \sqrt{N_H} \quad \Delta N_U = \sqrt{N_U}$$

$$4\text{-fache Messdauer} \Rightarrow \frac{N_H \cdot 4}{t \cdot 4}$$

$$\text{Effektzählrate } Z = \frac{N_H - N_U}{t}$$

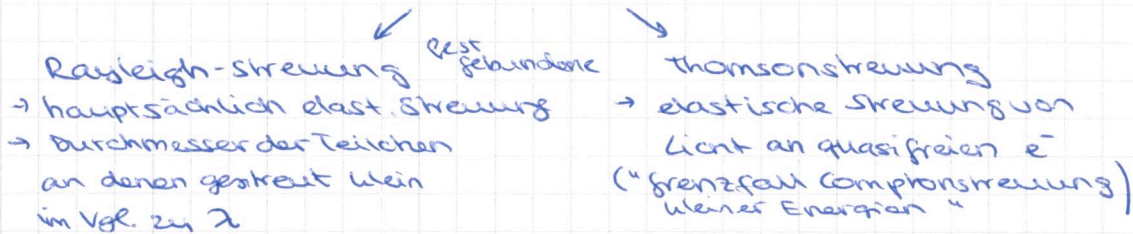
$$\Delta Z = \sqrt{\frac{N_H}{t^2} + \frac{N_U}{t^2}}$$

Übung 2 Wechselwirkung

11.05.17

W1)

- a) Kohärente Streuung
- WW von Photonen geringer Energie mit e^- der Atomhülle
 - erzwungene Schwingungen gleicher Frequenz
 - Frequenz- und phasengleiche Abstrahlung unter veränderter Richtung
 - ! kein Energieverlust



Unterschied (Atom vs e^-)

Kohärente Streuung nimmt mit der Ordnungszahl stark zu, aber auch mit Energie stark ab.

Inkohärente Streuung (Comptonstreuung)

- 60 keV - einige MeV dominant
- Inelastische WW eines Photons mit äußerem schwach gebundenen Hüllenelektron
- Teil der Energie auf e^- übertragen + Ablenkung des Photons aus Bewegungsrichtung
- e^- verlässt Hülle im Winkel θ

Theorien

Kohärente Streuung

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta)$$

Compton Streuung (Klein-Nishina)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{K-N} = \frac{1}{2} r_e^2 K (1 - K \sin^2 \theta + K^2)$$

- b) Warum sind Himmel blau und Abendsonne rot?

Streuung des Lichts an Molekülen der Atmosphäre
je höher die Energie des Lichts umso größer die Streuung

- Blaues Licht stärker gestreut als rotes, Luft der Umgebung scheint blau, weil Auge von allen Richtungen von gestreutem Licht getroffen wird

Abendsonne erscheint rötlich, da Licht längere Strecke zurücklegen muss, blau stärker abgelenkt, es bleiben rot

W2)

a) Welche Prozesse können nach Photoeffekt auftreten?

Photoelektron $\rightarrow$

γ -Quant $\rightarrow$ Kohärente Streuung, Photoeffekt, (nach "Zurückfallen" auf günstigeres Niveau)

b) Kleinstmögliche Energie der Compton-Photonen

^{241}Am	35,9 %	59,5 keV	37 %	13,9 keV
^{137}Cs				
^{60}Co				
^{22}Na				

$$E_{\gamma}' = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_0 c^2} \cdot (1 - \cos \theta)} \quad \stackrel{180^\circ}{=} \quad = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma} \cdot 2}{511 \text{ keV}}} = \frac{13,9 \text{ keV}}{1 + \frac{13,9 \text{ keV} \cdot 2}{511 \text{ keV}}} = 13,18 \text{ keV}$$

proz. $\frac{13,18}{13,9} \cdot 100 = 94,82\%$

abs : 0,72 keV

Cs	66,1,1	184,32	72,14	477,34
^{60}Co	1173	209,8	82,11	963,2
	1332	241,4		

A2)

Zählmessung 8421 Impulse Hauptmessung $t_1 = 100s$
 517 Impulse Untergrund $t_2 = 100s$

$\approx 8,5$

$$\text{Zählrate} = \frac{N_H}{t} - \frac{N_U}{t} = 79,04 \text{ s}^{-1} \quad \Delta Z = \sqrt{\frac{8421}{(100)^2} + \frac{517}{(100)^2}} = \sqrt{\frac{N_H}{t_H^2} + \frac{N_U}{t_U^2}}$$

Annahme Messunsicherheit Zeit vernachlässigbar!

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial N_H}\right)^2 \Delta N_H^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial N_U}\right)^2 \Delta N_U^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{t_H}\right)^2 \Delta N_H^2 + \left(\frac{1}{t_U}\right)^2 \Delta N_U^2}$$

$$\Delta N_H = \sqrt{N_H} \quad \Delta N_U = \sqrt{N_U}$$

$$\Delta Z = 0,95 \text{ s}^{-1}$$

$$Z = (79,04 \pm 0,95) \text{ s}^{-1}$$

Vervierfachen Messzeit $\rightarrow$ unveränderte Zählrate aber mit veränderter Messunsicherheit

$$t_{H_2} = t_{U_2} = 400s = 4t_{H_1}$$

(1/4 der Messunsicherheit)

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{8421}}{4t_H}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{517}}{4t_U}\right)^2} = \frac{1}{4} \Delta Z$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right)} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{4^2} = \frac{1}{4}$$

Zählrate

$$t_{ges} = t_H + t_0 = 1h \rightarrow t_0 = t_{ges} - t_H = 60 \text{ min} - t$$

$$N_H = 84,21 \cdot t_H \quad N_U = 5,71 \cdot t_0$$

$$\Delta Z = \frac{1}{t_H} \cdot \sqrt{(84,21 \cdot t_H)^2 + \frac{t_H^2}{(t_{ges} - t_H)} \cdot (5,71 \cdot (t_{ges} - t_H))^2}$$

$$Min(\Delta Z) = 47,6 \text{ min} \rightarrow \frac{2856s}{744s}$$

$$t_0 = 12,4 \text{ min}$$

A1) Abschwächung kosmische Strahlung durch Erdatmosphäre

$$\Delta Z = \sqrt{\frac{N_H}{t_H^2} + \frac{N_U}{t_U^2}} = \sqrt{\frac{(t_{ges} - t_U)^2}{60} + \frac{3600}{3600}}$$

$$\rho_{Luft} = \frac{p_0 M}{RT}$$

$$p_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_0 = 20^\circ\text{C} = 293,15 \text{ K}$$

$$R = 8,31432 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

du

Molare Masse Luft

$\rightarrow$ Luft 78% N_2 , 21% O_2 , 1% Argon

$$M_{Luft} = 0,78 \cdot 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 2 + 0,21 \cdot 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 2 + 0,01 \cdot 40 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 28,96 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 0,02896 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$\rho_{Luft} = 1,204 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Einheiten

$$Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$

$$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$F = m \cdot a$$

$$J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

$$[S] = \frac{\frac{kg}{m \cdot s^2} \cdot \frac{kg}{mol}}{\frac{J}{mol \cdot K}} = \frac{\frac{kg^2}{m \cdot s^2}}{\frac{kg \cdot m^2}{s^2}} = \frac{kg}{m^3}$$

Dichte + Luftdruck nehmen mit zunehmender Höhe ab

Pascalsches Gesetz

$$p(h) = \rho g h + p_0$$

$$h = \frac{p(h) - p_0}{\rho g} = \frac{101325 \text{ Pa} - 101325 \text{ Pa}}{1,204 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8,578 \text{ km}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_A}{V_A - V_F}$$

Übung zur Vorlesung Wechselwirkung von Strahlung mit Materie (BM 2) MSc Medizinische Strahlenwissenschaften

Übung 3: Photonen und Neutronen

Wiederholung 1

- a) Stellen Sie die Massenschwächungskoeffizienten μ/ρ und die Wirkungsquerschnitte σ für Blei, Germanium, Aluminium, Kohlenstoff und Wasserstoff für alle Photonenwechselwirkungen mit Hilfe von NIST XCOM (hier erhalten Sie nur μ/ρ , berechnen Sie daraus σ) zusammen. Berechnen Sie die Größe

$$\zeta(E) = \frac{\sigma_t(E)}{\mu_t/\rho(E)} \cdot \frac{1}{2 \cdot u}$$

$$\sigma_t = \mu_t/\rho \cdot \frac{M_{\text{mol}}}{N_A} \cdot \frac{1}{2u} = \frac{M_{\text{mol}}}{2} = \frac{A}{2} \sim Z$$

Hierbei ist u die atomare Masseneinheit. Was fällt Ihnen auf? Leiten Sie dieses Ergebnis für $\zeta(E)$ her bzw. vereinfachen Sie die rechte Seite. Welche Schlussfolgerung ziehen Sie für das Verhältnis σ/Σ ?

$$\sigma/\Sigma \sim Z$$

- b) Erstellen Sie eine Übersicht über die Ordnungszahl- und die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts und der Wirkungsquerschnittsdichte für alle Photonenwechselwirkungen!
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für alle Photonenwechselwirkungen in Wasser bei einer Energie von 10 MeV! Welches sind dosiswirksame Wechselwirkungen?

$$\sigma = \mu_t/\rho \cdot \frac{M_{\text{mol}}}{N_A}$$

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{M}{\rho} \cdot uA$$

Wiederholung 2

- a) Welchen Arten von Wechselwirkungen können Neutronen unterliegen? $S/\Delta t$ Wartezeit
- b) In welche Bereiche werden Neutronen anhand ihrer Energie eingeteilt? Wie groß sind jeweils die Grenzenenergien? $0,5 \text{ eV}, 0,5 \text{ MeV}, 20 \text{ MeV}$
- c) Was passiert, wenn Neutronen auf den menschlichen Körper treffen?

Schnelle Neutronen $\rightarrow$ Streuung an Protonen,
Moderiert, geben fast gesamte Energie ab
Rückstoßprotonen

* Aufgabe 1

Thema

$\rightarrow$ Einpaar an Wasserstoffkernen
hochenergetische Photonenstrahlung

Eine dünne Folie aus 0,1 g Gold wird zur Aktivierung thermischen Neutronen mit einer mittleren Flussdichte von $\bar{\varphi} = 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ausgesetzt. Wie groß ist die maximal erreichbare Aktivität (Sättigungsaktivität), und wie lange müsste bestrahlt werden, um diese mit 1% Abweichung zu erreichen? Für welche praktische Anwendung wird die Neutronenaktivierung genutzt?

Hinweis: Für die Reaktion $^{197}\text{Au} + n \rightarrow ^{198}\text{Au} + \gamma$ beträgt der mittlere thermische Wirkungsquerschnitt $\sigma_{(n,\gamma)}^{\text{th}} = 90 \text{ b}$.

$$A = \sigma_{\text{th}} \cdot \bar{\varphi} \cdot N_A \cdot \frac{m_{\text{Au}}}{M_{\text{mol}}} \cdot (1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t_{\text{B}}})$$

$t_{\text{B}} \rightarrow \infty$ Sättigungsaktivität

$$A_{\text{Satt}} \stackrel{!}{=} A \quad t_{\text{B}}?$$

W1b) Übersicht Ordnungszahl- und Energieabhängigkeit Wirkungsquerschnitts Photonenwechselwirkung.

Kohärente Streuung $\sigma_{\text{coh}} \propto f_{\text{el},V} \frac{Z^{1,5}}{E_{\gamma}^2}$

Bild
Handels

Comphoneffekt $\sigma_{\text{incoh}} \propto f_{\text{el},V} \frac{Z}{A} \frac{1}{\sqrt{E_{\gamma}}}$

Ordnungszahl
unabhängig

Photoeffekt $\sigma_{\text{photo}} \propto f_{\text{el},V} \frac{1}{A} \frac{Z^{4-4,5}}{E_{\gamma}^{3-1}}$

OZ abhängig

Paarbildung $\sigma \propto f \frac{Z^2}{A} \ln(E_{\gamma})$

$\rightarrow E \ll 511 \text{ keV } 1/E$
 $E \gg 511 \text{ keV } 1/E$

c) Wahrscheinlichkeit Photonenw. 10 MeV

$$\sigma = M/p \cdot \frac{M_{\text{mol}}}{N_A}$$

$$M_{\text{mol}} = 18,02 \text{ g/mol}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$$

$$\sigma_{\text{coh}} = 5,63 \cdot 10^{-7} \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot \frac{18,02 \text{ g/mol}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}} = 1,68 \times 10^{-29} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{\text{compton}} = 5,09 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

(inkohärent)

$$\sigma_{\text{photo}} = ~~4,14~~ 4,14 \times 10^{-30} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{\text{paar}} = 1,4 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{\text{tot}} = 6,5 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

compton $\rightarrow$

Wahrscheinlichkeiten Luise

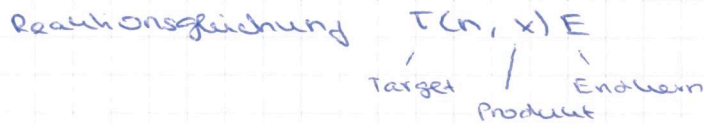
Photo	0,0006
Koh	0,0025
Inkoh	77,06%
Paar (K)	21,18%
Paar (e ⁻)	1,78%

auf
totalen
ww-Quer-
schnitt
gerechnet

[XCOM Photon Cross Sections Data]

W2)

- a) Neutron wechselwirkt ausschließlich mit Atomkern, aufgrund fehlender elektr. Ladung



Reaktionsarten

1) Streuung



→ Resonanzstreuung: Streuung des Photons Neutrons am mittleren Feld des Kerns

- **elastisch**: Endkern im Grundzustand + Neutron unter Verlust von Bewegungsenergie gestreut
- **inelastisch**: -"- Anregungszustand (nur Mehrnukleonkerne, Targetkern fängt in kurz ein, Energieübertrag auf Kern, Abgabe als gammaquanten)

2) Absorption

- **Neutroneneinfang mit gammaquantenemission** (thermischer Einfang)
- **Neutroneneinfang mit Emission einzelner geladener Teilchen**
- **Neutroneninduzierte Spaltung** und Spallation (Zerteilung Atomkern in Bruchstücke)

! Wichtigste Wechselwirkungskomponente schneller Neutronen ist Streuung an Protonen der Wassermoleküle! [Bewegungsenergie auf Proton übertragen, Rückstoßproton sind dicht ionisierend, bewegen sich durch Absorber und sind hauptverantwortlich für Dosis]

b) Klassifikation Neutronen

Langsame (thermische oder epithermische) Neutronen:

$E < 0,5 \text{ eV}$

Mittelschnelle Neutronen

$0,5 \text{ eV} < E < 0,5 \text{ MeV}$

Schnelle Neutronen

$0,5 \text{ MeV} < E < 20 \text{ MeV}$

Sehr schnelle Neutronen

$E > 20 \text{ MeV}$

c) Was passiert wenn Neutronen menschlichen Körper treffen?

- wichtigste WW mit menschl. Körper ist Streuung an Protonen der Wassermoleküle
- dadurch Neutronen moderiert, dh sie übertragen durch elast. Stoßprozesse fast gesamte Energie auf Protonen des Absorbers
- Rückstoßprotonen bewegen sich dann durch Absorber, sind elektr. geladen & dicht ionisierend
- Übertragung Energie in unmittelbare Umgebung
- Protonen sind hauptverantwortlich für Entstehung der Energiedosis

→ aber bei thermischen Neutronen: Einfang durch Wasserstoffkerne

→ beim Einfang wird ihre Energie in Form von hochenergetischer Photonenstrahlung frei

M) $0,1 \text{ g Gold}$
 $\bar{\Phi} = 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$



Sättigungsaktivität $A_s = \Sigma \cdot \Phi = \sigma \cdot N \cdot \Phi$

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{0,1 \text{ g}}{196,97 \text{ g/mol}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23}$$

$N = 3,05 \cdot 10^{20}$ Kerne (aktivierbare Teilchen)

$A_s = \sigma \cdot N \cdot \Phi = 27,51 \text{ GBq}$ $\sigma = 90 \text{ b}$ $\bar{\Phi} = 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

$A = \sigma \cdot \Phi \cdot N_A (1 - e^{-\lambda t})$ Aktivierungsgleichung

$A = A_s \pm 1\%$ $\lambda = 0,275 \text{ d}^{-1}$ $A = 27,5 \text{ Bq} - 0,275 \text{ GBq} = 27,225 \text{ Bq}$

$27,225 \text{ GBq} = \sigma \cdot \Phi \cdot N_A (1 - e^{-\lambda t})$

$0,99 = 1 - e^{-\lambda t}$

$0,01 = e^{-\lambda t}$

$\ln(0,01) = -\lambda t$

$t = \frac{\ln(0,01)}{-\lambda} = \frac{\ln(0,01)}{0,275}$
 $= 17,9 \text{ d}$

$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 0,275 \text{ d}^{-1}$

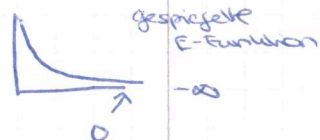
Anwendung: Aktivierungsanalyse zur Reinheitsbestimmung
 quantitative Elementarbestimmung
 Herkunftsbest. Archäologie

(Strahlentherapie, Kernspaltung Kernreaktoren)

oder Maat

$A(t \rightarrow \infty) = \sigma \cdot \Phi \cdot N_A (1 - e^{-\lambda t})$
 $= \sigma \cdot \Phi \cdot N_A (1 - e^{-\infty})$
 $A_s = \sigma \cdot \Phi \cdot N_A$

$t = 17,74 \text{ d}$



Übung zur Vorlesung Wechselwirkung von Strahlung mit Materie (BM 2) MSc Medizinische Strahlenwissenschaften

Übung 4: Elektronen und Strahlungsfeldgrößen

Wiederholung 1

- a) Photonen – Kernphotoeffekt: Welche Rolle spielt dieser im Strahlenschutz? Was ist eine Riesenresonanz? *Luftst. (Positronenstrahlung) Materialat. (Neutronenat.) Riesenresonanz → Schwingungsanregung von Atomkernen*
- b) Welchen Arten von Wechselwirkungen können Elektronen unterliegen? *Streuung (stille Kern elast./inelast. elast./inelast. Bremsen)*
- c) Was ist die mittlere freie Weglänge? Vergleichen Sie die Werte für Photonen und Elektronen der Energie 1 MeV in Wasser! *$\lambda = 1/\sum_i = 1/n_{el} \cdot \sigma$ + inelast. Kernreaktion*
- d) Bremsvermögen von Elektronen – Was versteht man unter der kritischen Energie? Schätzen Sie die kritische Energie von Elektronen in Wasser und Blei ab. *$S_{rad}/S_{col} > 1$ $\frac{S_{rad}}{S_{col}} = \frac{EZ}{1600 \text{ MeV}^2}$*
- e) Erstellen Sie eine Übersicht über die in der Vorlesung eingeführten Strahlungsfeldgrößen ($N, \dot{N}, \varphi, \varphi_\Omega, \Phi, R, \Psi, \varphi, \Phi, \varphi_\Omega, \Psi, s, \zeta, \chi, \zeta$)! Klären Sie dabei die Begriffe fixe und nicht-fixe Quellen, vektoriell, volumenbezogen, raumwinkelbezogen und spektral.

Aufgabe 1

- f) Erklären Sie die Wirkungsweise einer Röntgenröhre und die Entstehung des Röntgen-Spektrums. Wovon hängt die Wahl des Fenstermaterials ab? Schätzen Sie die Bremsstrahlungsausbeute in einer Wolframanode (Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre 90 keV) ab. Welche Konsequenzen ergeben sich daraus. *möglichst geringe Absorption Wahl Z $\frac{S_{rad}}{S_{col}} = 0,8\%$*

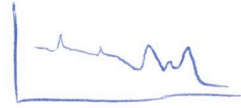
Aufgabe 2

Durch eine Nadelstrahl-kollimierte ^{137}Cs -Quelle wird ein HPGe-Detektor bestrahlt. Die sich auf der Detektoroberfläche ergebende Flussdichte beträgt $10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. *High Purity Germanium - Detektor*

- a) Um welche Art von Detektor handelt es sich bei einem HPGe-Detektor? Machen Sie sich mit der Funktionsweise vertraut. *→ Kalibrierung für Konversion Strom → Energie notwendig mit bekanntem Strahler*
- b) Welche Flussdichte messen Sie, wenn sich zwischen Quelle und Detektor eine 2 mm dicke Blei-Schicht befindet? *$\mu_{Pb} = 5,406 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ $\varphi = \varphi_0 e^{-\mu d}$*
- c) Schätzen Sie dann die gemessene Zählrate des Detektors im Vollenergiepeak, auch Photopeak genannt, ab (ohne Bleischicht!). Nehmen Sie dazu eine Querschnittsfläche des Nadelstrahls von 3 mm^2 und eine Detektordicke von 5 mm an. *$\varphi = \frac{d^2 N}{dA dt} = \frac{d}{dA} \frac{dN}{dt}$ $z = \frac{dN}{dt}$ Zählrate $\varphi \int dA = \int dz$ $\varphi \cdot A = z \Rightarrow z = \varphi \cdot A$*

Spektrum

→ Compton continuum
Photopeak



wenn Paarbildung

- a) beide Photonen ww → ~~one~~ Photopeak
- b) ein Photon ww → single Escape Peak
(Photopeak - 511 keV)
- c) keins ww, beide können nicht detektiert werden → Double Escape Peak
(Photopeak - 1022 keV)

Zählrate

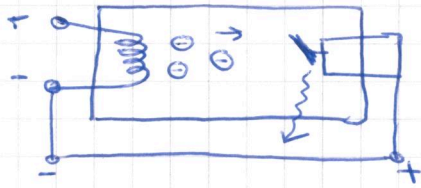
$$\Phi = P \cdot A \Rightarrow 30.000 \text{ s}^{-1}$$

$$S = 1 - e^{-\mu x} \quad \text{mit Photopeak + Detektorfläche}$$

0,05 %

$$30.000 \text{ s}^{-1} \cdot 0,05 \Rightarrow \text{Zählrate im Detektor } \underline{\underline{5 \text{ s}^{-1}}}$$

Aufgaben



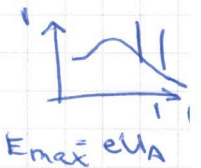
schräge Anodenteile
 elektr. Bremsblock auf Anode
 wird zu kleinerem opt. Brennpunkt
 die hier Abbildung benötigt wird

Aufbau Röntgenröhre

- Generator zur Versorgung des Röntgenstrahlers mit Hochspannung und Strom
- Röntgenröhre Kathode, Anode, Wehnelt-Zylinder
- Vakuum in Röntgenröhre
- Filter zum Aufhärten & Homogenisieren d. Röntgenstrahl.

Entstehung

- e^- aus Glühkathode herausgelöst, mittels anliegende Spannung zw. Anode und Kathode in Richtung Anode beschleunigt
- e^- treffen auf Target (Anode), starke Abbremsung führt zur Bremsstrahlerzeugung
- außerdem charakt. Röntgenstrahlung, durch e^- in Anodenmaterial direkt e^- herausgeschlagen
 ↳ Lücke aufgefüllt ↳ charakt. Röntgenstrahlung



Fenster

- dünne Berylliumfolie oder Glas (geringe Absorption)

Abdichtung Umgebung
 ↳ Austritt durch Fenster

- möglichst geringe Ordnungszahl

$Z = 74$ Wolfram

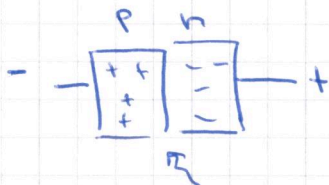
$$\frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{col}}} \approx \frac{Z \cdot E}{1600 \text{ mc}^2} > 1$$

Strahlungsbremmung / Stopbremm

$$= \frac{74 \cdot 90 \text{ keV}}{1600 \text{ keV}} = 0,8\%$$

Konsequenz hohe Wärmeproduktion
 ↳ erforderliche Kühlung

A2) HPGe Halbleiterdetektor



Elektronen werden vom Valenz ins Leitungsband gehoben

hohe Gleichspg. in Sperrrichtung → kein Strom
 Strahlung erzeugt Elektronen-Loch-Paar
 ↳ freie Ladungsträger → Stromimpuls

p-n-Diöde

In Sperrrichtung mit Gleichspannung betreiben → Normalzustand fließt kein Strom
 aber bei Einfall von Strahlung

b) Flussdichte zw. Quelle und Detektor
2 mm Blei

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} = I_0 \cdot e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot d}$$

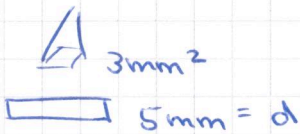
$$\frac{\mu}{\rho}_{\text{Pb, XCOM}} = 0,1099 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \quad d = 2\text{mm} = 0,2\text{cm}$$

$$I = 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \cdot e^{-0,1099 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot 0,2\text{cm} \cdot 11,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$$

$$I = 0,78 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

78%

Transmission

c)  $A = 3\text{mm}^2$
 $d = 5\text{mm}$

Teilchen
fluss

$$\dot{N} = I \cdot F = 10^6 \frac{1}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \cdot 3\text{mm}^2 = 30.000 \text{ 1/s}$$

Hauptpeak bei 661,7 keV (Vollenergiepeak)
[yield = 85,1% $\gamma = 0,851$]

WW - Wahrscheinlichkeit am Detektor ϵ

$$\epsilon = 1 - e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot d} \quad (1 - \text{Transmission})$$

→ nur geschwächte Teilchen detektiert

Ge 661,7 keV $\frac{\mu}{\rho} = 1,763 \cdot 10^{-3} \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ (Photoeffekt)

$$\rho_{\text{Ge}} = 5,323 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\epsilon = 1 - e^{-\frac{\mu}{\rho} \cdot \rho \cdot d} = 1 - e^{-4,68 \cdot 10^{-3}} \approx 0,5\%$$

$$\dot{N} = \dot{N} \cdot \gamma \cdot \epsilon = 30.000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,85 \cdot 4,68 \cdot 10^{-3} = 11,95 \frac{1}{\text{s}}$$

119,5 1/s
140,4 1/s

Übung 5: Strahlungstransport

Wiederholung 1

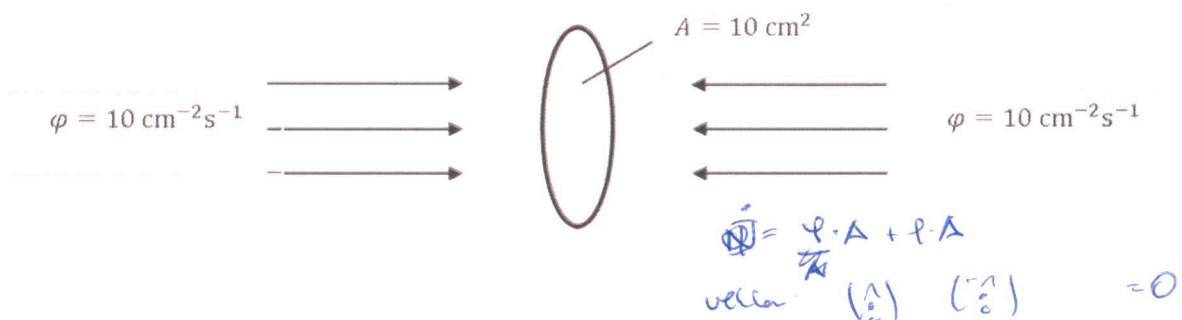
- a) Wie lauten das Formelzeichen und die Abhängigkeiten (z.B. $\zeta(r, t)$) für ...
- Spektrale und raumwinkelbezogene Emersionsteildichten?
 - Vektorielle Teilchenradianz?
 - Spektrale, vektorielle Energieflussdichte?
 - Teilchenfluenz?
 - Vektorielle Energiefluenz?
 - Volumenbezogener Fluss aus fixen Quellen?
- b) Wie wird die vektorielle, spektrale Energieradianz aus der spektralen Teilchenradianz berechnet?
Wie wird die vektorielle Energiefluenz aus der spektralen Teilchenradianz berechnet?
- c) Wie lautet die Strahlungstransportgleichung BOLTZMANNschen Typs? Was bedeuten die einzelnen Terme? Um welche Art von Gleichung handelt es sich? *Integro-diff. glg.*
- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass entlang eines Weges der Länge d mindestens ein Teilchen eine Wechselwirkung eingeht? Wie lauten dann die Dichte- und die Verteilungsfunktion?

$$P_{WW} ds = \mu_t \frac{N(s)}{N(0)} ds = \mu_t e^{-\mu_t \cdot s} ds$$

Aufgabe 1

Dichtefkt $f(s) = \mu_t e^{-\mu_t \cdot s}$
Vert $F(s) = 1 - e^{-\mu_t \cdot s}$

Wie groß sind Teilchenfluss und vektorieller Teilchenfluss für eine kreisförmige Fläche $A = 10 \text{ cm}^2$, welche beidseitig einer monoenergetischen Flussdichte $\varphi = 10 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ausgesetzt ist.



Strahlungstransportgl.

$$\begin{aligned}
 \vec{\Omega} \cdot \nabla \rho_{E,\Omega}(\vec{r}) &= -\sum_t (E) \rho_{E,\Omega}(\vec{r}) \\
 &+ \int_0^\infty \int_{4\pi} \sum_s (E') \rho(\vec{r}) \rho_{E,\Omega}(\vec{r}) dE' \\
 &+ S_{E,\Omega}(\vec{r})
 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Schwächung eines monoenergetischen, parallelen Bündels von Photonenstrahlung in einer homogenen Stoffschicht der Dicke d mit Hilfe der Strahlungstransportgleichung BOLTZMANNschen Typs. Gesucht ist die Flussdichte $\varphi(x)$ für die Photonen, die den Detektor erreichen. Dabei sind folgende Bedingungen zu berücksichtigen:

1. Die Flussdichte φ_0 und die Energie E_0 der Photonen vor dem Auftreffen auf die Stoffschicht sind zeitlich konstant.
2. Die Photonen treffen senkrecht auf die Stoffschicht und die Betrachtung erfolgt eindimensional entlang der x -Achse.
3. Die Stoffschicht selbst enthält keine Quellen.

Welche Terme der Strahlungstransportgleichung BOLTZMANNschen Typs entfallen also? Und wie lautet dann ihre Lösung?

Aufgabe 3

Durch eine Nadelstrahl-kollimierte ^{137}Cs -Quelle wird ein HPGe-Detektor bestrahlt. Die sich dadurch ergebene Flussdichte auf der Detektoroberfläche beträgt $10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Jetzt wird eine 2 mm dicke Blei-Schicht zwischen Quelle und Detektor gebracht. Beschreiben Sie qualitativ, wie die Flussdichte auf der Detektoroberfläche von der Position der Blei-Schicht abhängt!



Aufbau

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = -\mu_t \cdot \varphi$$

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = -\sum_t \sigma_t(E) \cdot \varphi(x)$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\mu_t \cdot \varphi$$

$$\int \frac{1}{\varphi} d\varphi = \int -\mu_t dx$$

$$\ln \varphi = -\mu_t x + C$$

$$\varphi = e^{-\mu_t x + C}$$

Übung 5

A1

$$p_{\text{ges}} = p + p = 20 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad A = 10 \text{ cm}^2 \quad p = 10 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Teilchenfluss } \dot{N} = p_{\text{ges}} \cdot A = 200 \text{ s}^{-1}$$

$$\dot{N} = \int_{A_1} p_{\text{ges}} dA = p_{\text{ges}} \cdot A$$

$$\text{Vektoreller Teilchenfluss? } \vec{D} = \vec{P} \cdot \vec{A} + \vec{P} \cdot \vec{A} = 0$$

↳ da entgegengesetzte Richtung

$$\iint_{\partial V} \vec{D} \cdot \vec{n} dA$$

$$\dot{N} = \frac{dN}{dt}$$

$$p = \frac{d^2 N}{dt dA} = \frac{d\dot{N}}{dA} \quad \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$$

A2

• keine Zeitabh. → dt entfällt

• keine Quelle → rechte Seite (und 0 gesetzt) $S_{E,\Omega}$

• eindimensional → Anstelle Divergenz $\vec{\nabla}$ wird $\partial/\partial x$ verwendet, keine Einströmung

$$\rightarrow \frac{d}{dx} \Phi(x) + \mu \Phi(x) = 0 \quad \frac{d\Phi}{\Phi} = -\mu dx \quad (I)$$

bei $x=0$ ist $\Phi_p(x=0) = \Phi_0$ und $\Phi(x=d)$ wird gesucht

→ (I) von $x=0$ bis $x=d$ integrieren

$$\int_{\Phi_0}^{\Phi_d} d\Phi \Phi^{-1} = - \int_0^d dx \mu$$

$$\hookrightarrow \int_{\Phi_0}^{\Phi_d} d\Phi \Phi^{-1} = -\mu d \rightarrow [\ln(\Phi)]_{\Phi_0}^{\Phi_d} = -\mu d$$

$$\hookrightarrow \ln\left(\frac{\Phi_d}{\Phi_0}\right) = -\mu d \rightarrow \Phi_d = \Phi_0 e^{-\mu d}$$

$$\frac{d p_{\text{e,ne}}}{dt} = \left(\frac{d p_{\text{e,ne}}}{dt} \right)_{\text{in}} + \text{rest weg}$$

und wegen keine Quelle keine Einströmung

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla p_{e,n}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma_t(E) p_{e,n}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = \int_0^\infty \int_{\Omega'} \Sigma_s(E') p(\vec{r}, E', E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) p_{e,n}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) dE' d\Omega'$$

$$\rightarrow \vec{\Omega} \cdot \nabla p_{e,n}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = -\Sigma_t(E) p_{e,n}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + S_{e,n}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad \text{keine Quellen}$$

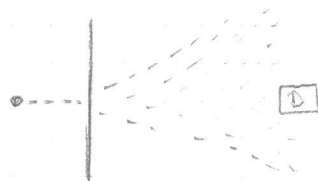
$$\frac{d}{dx} p_E(x) = -\Sigma_t(E_0) p_E(x) \quad dp = -\mu p dx$$

$$p_E(x) = p_{0,E} e^{-\Sigma_t(E_0) x} \rightarrow p_0 e^{-\mu x}$$

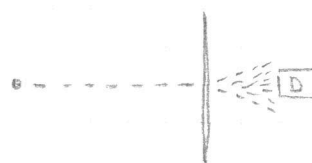
A3

Absorption der Blutschicht wird von der Position nicht beeinflusst.

→ Abs. Ausbreitung höher bei gr. Detektor - Blut - Abstand
⇒ kleinere Flussdichte



Ausbreitung der Strahlung



Fast komplette Strahlung vom Dt. erfasst

Übung zur Vorlesung
Wechselwirkung von Strahlung mit Materie (BM 2)
MSc Medizinische Strahlenwissenschaften

Übung 7: makroskopische Größen und Wiederholung

Wiederholung 1

$$D = K - B + Y - \operatorname{div}(\Psi_{gs}) - \operatorname{div}(\Psi_s)$$

- Betrachten Sie die Energiebilanz der numerischen Dosimetrie. Was bedeuten die einzelnen Terme? Formulieren Sie diese Gleichung für die Spezialfälle Photoeffekt und Sekundärteilchengleichgewicht (nur indirekt ionisierende Strahlung) um!
- Was ist eine „Dosisaufbauplatte“ und warum ist diese bei der Dosimetrie hochenergetischer Photonenstrahlung mit Ionisationskammern notwendig? Was genau messen Ionisationskammern demnach? *vor Max kein SEG, Ionisationskammern messen Vermögen*
- Welche zwei grundlegenden Methoden zur Messung der Dosis mit Hilfe einer Sonde gibt es? Wie unterscheiden diese sich? *SEG / Bragg Gray*
- Was sind Reichweite und Bremsvermögen und wie hängen diese zusammen? Wie hängt die Reichweite von der Massendichte ab? *Reichweite Eindringtiefe in Medium*
- Was ist der Bragg-Peak und wo ist dieser dargestellt?

↳ deponierte E-Wer-Eindringwege

Aufgabe 1

Was ist die beste Abschirmung gegen 5 MeV γ -Strahlung?

- (a) Blei (b) Aluminium
(c) Plastik (d) wechselnde Schichten von Blei und Plastik
(e) wechselnde Schichten von Plastik und Blei

Was ist die beste Abschirmung gegen 5 MeV β -Strahlung?

- (a) Blei (b) Aluminium
(c) Plastik (d) wechselnde Schichten von Blei und Plastik
☒ (e) wechselnde Schichten von Plastik und Blei

Gammastrahlung unterliegt folgenden Wechselwirkungsprozessen:

- (a) Bremsstrahlung
(b) Paarbildung
(c) inkohärente Streuung
(d) photoelektrischen Effekt

Die Zerfallskonstante λ ($N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$), die mittlere Lebensdauer τ und die Halbwertszeit $T_{1/2}$ sind durch folgende Gleichungen verknüpft:

- (a) $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$ (b) $\lambda \cdot T_{1/2} = 1$ (c) $T_{1/2} = \ln \tau$
(d) $\lambda \cdot \tau = T_{1/2}$ (e) $\lambda \cdot \tau = \lambda$

Eine Röntgenröhre wird mit einer Spannung von 100 kV betrieben. Wie groß ist die maximale Energie der Röntgenphotonen?

(a) 10 keV

~~(b)~~ 100 keV

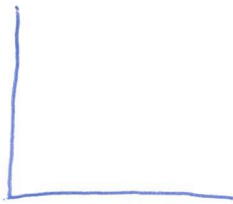
~~(c)~~ $1,6 \cdot 10^{-14}$ J

(d) 100 kJ

(e) $1,6 \cdot 10^{-14}$ As

Aufgabe 2

Zeichnen Sie den prinzipiellen Verlauf des energieabhängigen Wirkungsquerschnitts von Photonen, Elektronen und Neutronen.



A1)

Abschirmung 5 MeV - γ -Strahlung
 $\rightarrow$ al Blei

Hoch-Z-Material
 große Dichte

-11- 5 MeV - β -Strahlung
 $\rightarrow$ e) wechselnd Plastik, Blei

Plastik um Bremsstrahlungsausbeute zu verringern
 ($S_{\text{coll}} > S_{\text{rad}}$)

Gammastrahlung WW-Prozesse

- a) Bremsstrahlung
- b) Paarbildung X
- c) inelastische Streuung X
- d) photoelektrischer Effekt X

Zerfallskonstante λ ($N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$), gilt für mittlere Lebensdauer und $T_{1/2}$
 $T_{1/2} = T \cdot \ln 2$ ($\lambda \cdot T = 1$)

Spannung 100 ke
 b) 100 keV

c) $1,6 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

ÜBUNG 7

20.07.17

Wiederholung 1

a) Energiebilanz der numerischen Bornapproximation

$$\iiint_V D \cdot \rho \cdot dV = \iiint_V \gamma \cdot \rho \cdot dV - \iiint_V \text{div}(\vec{\Psi}) \cdot dV$$

Kernreaktionen verlorene Teilchenfluent

Gaußscher Integralsatz zur Umwandlung eines Oberflächenintegrals in Divergent des Volumenintegrals

$$D = \gamma - 1/\rho \text{div}(\vec{\Psi})$$

Energieübertrag nur durch geladene Teilchen

Kerma, definiert für indirekt ionisierende Strahlung
 (um Dosisdeposition beschreiben zu können)

$$D = K - B + \gamma_0 - 1/\rho \text{div}(\vec{\Psi}_g) - 1/\rho \text{div}(\vec{\Psi}_{gs})$$

Spezialfall Photoeffekt $\gamma_0 = 0$
 $B = 0$
 $\text{div}(\vec{\Psi}_g) = 0$
 $\left(\begin{array}{l} K > 0 \\ (\vec{\Psi}_g) > 0 \end{array} \right)$

BRUNNEN

$$D = K - 1/\rho \text{div}(\vec{\Psi}_{gs})$$

SEG für indirekt ionisierende Strahlung

$$\Psi_g = 0$$

$$\Psi_{gs} = 0$$

$$D = K - B + Y$$

?

b) Dosisaufbauplatte

- hohe Energien, verursachen e^- mit gewisser Reichweite
- Aufbaueffekt bis zu Reichweite der Sekundäre e^-
- csda, e^-
- Sekundärelektronengleichgewicht für Messung mit Ionisationskammern nötig, ab Dosismaximum anzunehmen

$$D = K - B + Y$$

$$D = K$$

IONISATIONSKAMMERN
MESSEN KERMA

(vernachlässigung Bremsstrahlung, Kernreaktionen)
(Wirkungsquerschnitt WW)

c) Dosimetrie Liniger Kapitel 10

(SEG
Bragg-Gray-Bedingungen)

- Messung an Ort, bei der es keinen Detektor gibt
(Strahlungsfeld nicht beeinflussen)

→ SEG

- homogenes Material
- Weites Volumen

$$D_M = \frac{\left(\frac{M}{\rho}\right)_M}{\left(\frac{M}{\rho}\right)_S} \cdot D_S$$

fordert kein
 $e^- e^-$ GGW

→ Bragg Gray-Bedingungen

Primärteilchenfeld mit Verhalten ohne Sonde

Dosis entsteht Photonenstrahlung ausschließlich durch
Sekundärteilchen WW und bei e^- aus Elektronenstrahlung
der e^- erster Generation

$$D_M = \frac{\left(\frac{S_{col}}{\rho}\right)_M}{\left(\frac{S_{col}}{\rho}\right)_S} \cdot D_S$$

d) Reichweite

$$R = \int dx = \int \frac{dE}{\frac{dE}{dx}} dx = \int \frac{dx}{\frac{dE}{dx}} dE$$

$$= \int \frac{1}{\frac{dE}{dx}} dE = \int \frac{1}{S} dE$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{f_2}{f_1}$$

S: Bremsvermögen

Reichweite

→ Elektronen: in der Tiefe sind keine Primärelektronen mehr zu beobachten

Bremsvermögen

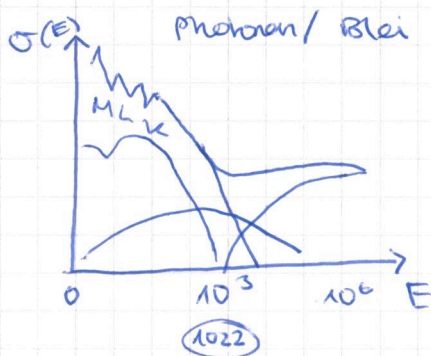
→ mittlere Energieabgabe pro Wegstrecke

e) Bragg-Peak

→ Wirkungsquerschnitt für WW erhöht, je langsamer das Teilchen wird

→ bei schweren geladenen Teilchen von Bedeutung

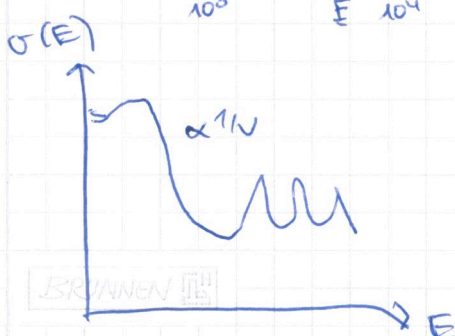
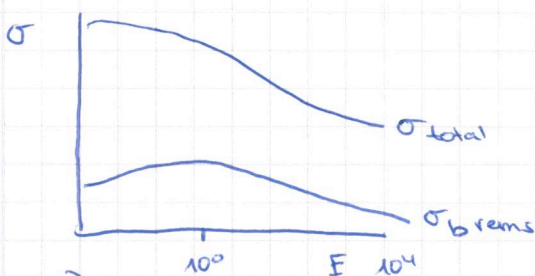
A2) Wirkungsquerschnitt, energieabhängig



Querschnitte!
Zeichnen!

Klausur
!!

Elektronen in Wolfram



Neutronen

Zusfsg Wechselwirkungen

Vorlesung 1a GRUNDPROZESSE DER WECHSELWIRKUNGEN

I

Charakteristische Größen

Mikroskopischer Wirkungsquerschnitt σ

- Trefferfläche, an der Wechselwirkung zwischen Teilchen und Materie
- Dimension einer Fläche

$$[\sigma] = 1b = 10^{-28} m^2$$

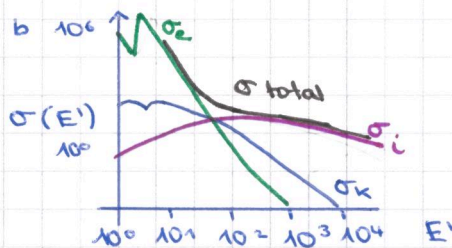
- σ wird als Funktion der Energie angegeben $\sigma_x(E)$, wobei der Index x einen bestimmten Prozess symbolisiert ($\sigma_e \hat{=}$ Wirkungsquerschnitt des Photoeffekts)
- ICRU-85 Definition

$$\sigma = \frac{N}{\Phi}$$

N ... mittlere Anzahl an Wechselwirkungen von Teilchen an Target
 Φ ... Teilchenfluenz

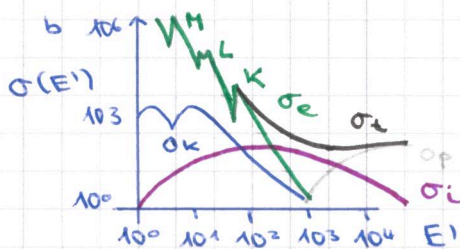
- Unterschied totaler und differentieller Wirkungsquerschnitt

Bsp. Photonenquerschnitt Aluminium ($Z=13$)



σ_e ... Photoeffekt
 σ_i ... inkohärent
 σ_k ... kohärent

Photonenquerschnitt Blei ($Z=82$)



σ_p ... Paarbildung

Totaler Wirkungsquerschnitt σ_T

- Summe der Einzel-Wirkungsquerschnitte aller möglichen Prozesse (Bsp. Streuung, Absorption) des einfallenden Teilchens

$$\sigma_T = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \dots$$

Differentieller Wirkungsquerschnitt σ_d

- wird einfallende Strahlung am Target gestreut, ist Intensitätsverteilung durch Raumwinkel Ω beschrieben

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Raumwinkel Ω

- Raumwinkel Ω einer Fläche bezüglich eines Punkts ist definiert als die Größe ihrer Projektionsfläche auf Einheitskugel am Punkt
- Einheit $[\Omega] = \text{steradian} [sr]$

$$\Omega = \frac{A}{R^2}$$



Raumwinkelement $d\Omega$

→ Raumwinkelement $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$
 $= -d\mu d\phi$

in Kugelkoordinaten Polarwinkel θ
 Azimutalwinkel ϕ



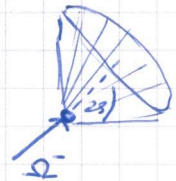
Richtungsvektor

- Richtungsvektor $\vec{\Omega}$ ist geometrischer Vektor
- in eine Richtung bzgl. des Koordinatensystems definiert
- jedem differentiellen Raumwinkelement $d\Omega$ lässt sich auf Einheitskugel ein Richtungsvektor zuweisen
- gleich dem zugehörigen Oberflächennormalenvektor

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad u^2 + v^2 + w^2 = 1$$

Polare Streuwinkelverteilung θ

- Ereignisse mit gleichem θ liegen auf einem Kegel
- $\vec{\Omega} = (u, v, w)$ Richtung vor Streuung
- $\vec{\Omega}' = (u', v', w')$ Richtung nach Streuung



Vektoralgebra

Skalarprodukt vor und nach Streuung ergibt Richtungskosinus μ des polaren Streuwinkels

$$\mu = \cos\theta = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$$

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' = u \cdot u' + v \cdot v' + w \cdot w'$$

Differentieller Wirkungsquerschnitt σ_Ω

- für willkürliche Polarisation entfällt die Abhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts σ_Ω vom Azimutalwinkel ϕ
- Raumwinkelement wird von Kegel mit Öffnungswinkel θ bis $\theta + d\theta$ bestimmt

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta = -2\pi d(\cos\theta) = -2\pi d\mu$$

→ Vorteil Nutzung μ statt θ

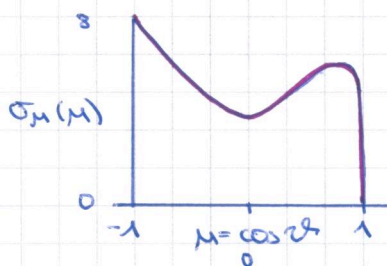
- diff. Wirkungsquerschnitt ist Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Richtungsänderung in das Intervall $[\theta, \theta + d\theta] = [\mu, \mu + d\mu]$

Integration über alle Raumrichtungen

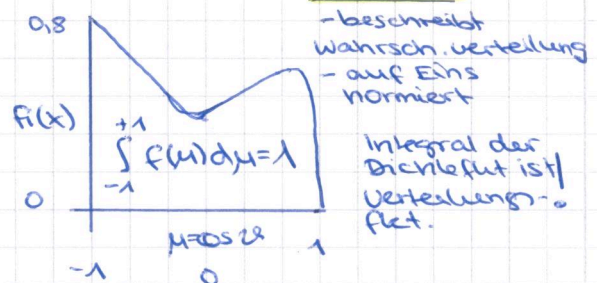
$$\int_{4\pi} \sigma_\Omega d\Omega = 2\pi \int_{-1}^1 \sigma_\Omega(E, \theta) d(\cos\theta) = \sigma(E)$$

Bsp. Diff. Querschnitt Inkohärente Streuung bei Ti ($Z=22$)

↓ $E=36 \text{ keV}$



$E=36 \text{ keV}$ Dichtefkt



Unterschiede $\sigma_M(\mu)$ und $f(\mu)$

→ Dichtefunktion $f(\mu)$ ist Verteilung des Richtungskosinusses μ und des polaren Streuwinkels ϑ

$$f(\mu) = \frac{\sigma_M(\mu)}{\int_{-1}^1 \sigma_M(\mu) d\mu} = \frac{\sigma_M(\mu)}{\sigma}$$

→ $f(\mu)$ ist einheitslose Wahrscheinlichkeitsdichte

→ $\sigma_M(E)$ hat Einheit m^2 bzw b des Wirkungsquerschnitts

Doppelt differenzierbarer Wirkungsquerschnitt $\sigma_{E,\Omega}$

→ Maß dafür, dass Energie des Teilchens nach Wechselwirkung im Intervall $[E', E' + dE]$ und der Streuwinkel $[\vec{\Omega}', \vec{\Omega}' + d\vec{\Omega}]$

$$\sigma_{E,\Omega}(E', E, \mu) = \frac{d\sigma(E', E, \sigma)}{dE, d\Omega}$$

Wirkungsquerschnittsdichte Σ (makroskopischer Querschnitt)

→ Produkt aus Anzahldichte oder Atomzahldichte $n_{a,v}$ (Anzahl pro Volumen) des atomaren Targets und dem betrachteten Wirkungsquerschnitt σ

$$\Sigma = n_{a,v} \cdot \sigma$$

$$n_{a,v} = \rho \cdot n_{a,m} = \rho \cdot \frac{N_A}{M_{mol}}$$

→ Anzahldichte $n_{a,m}$ ist Zahl an Atomen, die Absorber pro Masseneinheit enthält

Bsp Σ von Wolfram bei 150 keV

Massenschwächungskoeff $\mu/g = 1,581 \text{ cm}^2/g$

Dichte $\rho = 19,25 \text{ g/cm}^3$

Molare Masse $M_{mol} = 184 \text{ g/mol}$

$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ 1/mol}$

$$\Sigma = n_{a,v} \cdot \sigma$$

$$n_{a,v} = \rho \cdot \frac{N_A}{M_{mol}}$$

$$\sigma = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{M}{N_A}$$

$$\sigma = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{M}{N_A} = 4,83 \times 10^{-22} \text{ cm}^2 \quad n_{a,v} = \rho \cdot \frac{N_A}{M_{mol}} = 6,29 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$$\Sigma = n_{a,v} \cdot \sigma = 30,42 \text{ cm}^{-1} \quad (= \mu \cdot \rho)$$

→ auch als Wechselwirkungskoeff μ vom Typ "... " bezeichnet

→ enthält Material verschiedene atomare Targets so ergibt sich für die Reaktion x eine Wirkungsquerschnittsdichte von

$$\Sigma_x = \sum_{i=1}^N n_{a,v}^i \cdot \sigma_x^i$$

also Summe der Wirkungsquerschnittsdichten der atomaren Targets

(Σ_a ist Wirkungsquerschnittsdichte für Absorption)

II

Totale Wirkungsquerschnittsdichte Σ_t

→ Summe aller möglichen Wechselwirkungen einer Art von Strahlungsteilchen

$$\Sigma_t = \sum_{i=1}^N n_{i,N} \cdot \sigma_i$$

Vorlesung 1b WECHSELWIRKUNG PHOTONEN

Photonen

- Quanten des elektromagnetischen Feldes

$$E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$E = 1 \text{ keV} \quad \lambda = 1,24 \text{ nm} \approx 10 \text{ \AA}$$

- Spektralbereich von Photonenstrahlung

Optischer Spektralbereich

NIR 780 - 1000 nm

VIS 380 - 780 nm

UV 1 - 380 nm

Röntgen- und γ -Strahlung

ultraweiche

< 10 keV

weiche

< 100 keV

"normale"

< 1 MeV

harte

> 1 MeV

Arten von Photonenstrahlung

→ Unterscheidung von

Gammastrahlung : stammt aus Kern

Röntgenstrahlung : kommt aus Hülle

Vernichtungsstrahlung : entsteht durch Annihilation v. Teilchen

→ Positronen - Elektronen Annihilation ergibt 2 Photonen mit Energie von je 511 keV

Schwächung S

- beim Auftreffen von Photonenstrahlung auf Absorber, wird ursprüngliche Photonenstrahlung geschwächt
= Intensitäts- bzw. Photonenzahlverlust

$$S(x) = \frac{I(0) - I(x)}{I(0)}$$

$I(0)$... Ausgangsintensität

- Absorber hat Flächenmasse / Massenbedeckung $x = \rho \cdot d$ [kg/m^2]

- Effekt kann Fluenz Φ , Dosis D oder Messeffekt M sein

Für Schwächung gilt

$$S(x) = 1 - T(x)$$

$T(x)$ ist TRANSMISSION

$$T(x) = \frac{I(x)}{I(0)}$$

⇒ Je größer die Schwächung, desto kleiner ist Transmission!

Schwächung wird im Allgemeinen über folgenden

Differenzquotienten bestimmt

M_0 ... Messeffekt ohne Absorber

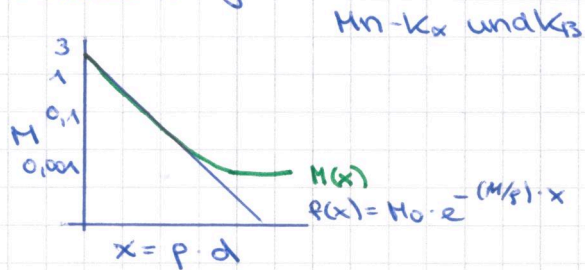
M_x ... Messeffekt mit Absorber

M_d ... Messeffekt ohne Quelle

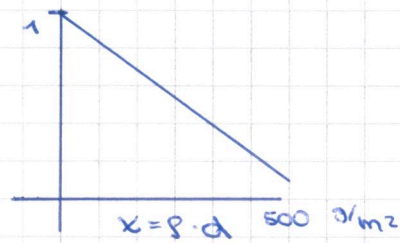
$$S(x) = \frac{M(0) - M(x)}{M(0) - M_d}$$

(Dunkelstrom / BG)

Schwächung



Transmission



Theoretische Beschreibung der Schwächung

Exponentielles Schwächungsgesetz
 M ... linearer Schwächungskoeff.

$$S(x) = 1 - e^{-M \cdot d}$$

mit M/ρ

$$S(x) = 1 - e^{-M/\rho \cdot \rho \cdot d} = 1 - e^{-M/\rho \cdot x}$$

x ... Flächenmasse

$$x = \rho \cdot d$$

M/ρ ist Massenschwächungskoeff.

Bsp.

Schwächung bzw. Transmission
monoenergetisches Photonenstrahlbündel mit
 $E = 50 \text{ keV}$, 100 keV und 1 MeV
durch 1mm Blei

geg. $\rho_{\text{Pb}} = 11,35 \text{ g/cm}^3$

$$S(x) = 1 - e^{-M/\rho \cdot \rho \cdot d}$$
$$T(x) = 1 - S(x)$$

Zusammenfassung SCHWÄCHUNG

- Schwächung schmaler, monoenergetischer Strahlenbündel ungeladener Teilchen wird durch exponentielles Schwächungsgesetz für den Teilchenfluss, die Primärteilchenanzahl oder die Intensität mit Hilfe des material- und energieabhängigen linearen Schwächungskoeff. M beschrieben
- M ist umgekehrt proportional zur Halbwertschichtdicke $d_{1/2}$ im Material
- praktisch oft Massenschwächungskoeff. M/ρ verwendet

Wichtigste WW-Prozesse von Photonen

Kohärente Streuung in Atomhülle $\Rightarrow$ Thomson- / Rayleigh-Streuung

Inkohärente Streuung in Atomhülle $\Rightarrow$ Comptonstreuung

Vollständige Absorption in Hülle $\Rightarrow$ Photoeffekt

Vollständige Absorption im elektrischen Feld des Kerns $\Rightarrow$ Paarbildung

Vollständige Absorption im Atomkern $\Rightarrow$ Kernphotoreaktionen

KOHÄRENTE STREUUNG

= WW von Photonen geringer Energie mit Elektronen der Atomhülle !

e^- werden zu erzwungenen Schwingungen mit gleicher Frequenz wie die einfallenden Photonen angeregt

↓

Kohärente Streuung an gebundenen Elektronen der Atomhülle

⇒ Frequenz- und phasengleiche Abstrahlung unter polarem Streuwinkel 2θ und Azimutalwinkel ϕ



Frequenz- und phasengleich $\hat{=}$ ohne messbaren Energieverlust aber Richtungsänderung
Interferenzen möglich

Querschnitte sind groß bei niedrigen Energien $E \ll m_e c^2$

Schwächung erfolgt nur durch "Herausstreuen" aus dem Strahlenbündel

→ Unterscheidung in

a) Thomson-Streuung

- elast. Streuung von Licht an geladenen freien oder schwach gebundenen Teilchen (quasifreie Elektronen)
- Grenzfall der Comptonstreuung für kleine Energien
- aus Oszillatormodell ($\omega \gg \omega_0$ elektromag. Welle > Teilchen) klassischer Thomson-Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = \frac{1}{6\pi\epsilon_0^2} \cdot \frac{e^4}{m_e^2 c^4} = 6,65 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$$

- Oszillatormodell beschreibt Streuung von Licht an Atomen

b) Rayleigh-Streuung

- bezeichnet hauptsächlich elast. Streuung
- Durchmesser der Teilchen an denen gestreut wird, muss klein im Vergleich zur Wellenlänge λ sein (Streuung sichtbares Licht an kleinen Molekülen $\omega \ll \omega_0$)
- Streuquerschnitt $\sigma_R \sim \omega^4$

$$\sigma_R(\omega) \approx \sigma_T \frac{\omega^4}{\omega_0^4}$$

→ Gesamtwahrscheinlichkeit (diff. Wirkungsquerschnitt)

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 2\theta)$$

$$\begin{array}{ll} 2\theta = 0^\circ/180^\circ & 1 + \cos^2 2\theta = 2 \\ 2\theta = 90^\circ & = 1 \end{array}$$

⇒ Streuwahrscheinlichkeit in Vorwärts- bzw Rückwärtsrichtung ist doppelt so hoch wie senkrecht zum einfallenden Photon

- Hüllenelektronen werden für $Z > 1$ zu kohärenten Schwingungen angeregt
- daraus resultierende Interferenzen werden durch Atomfaktor F berücksichtigt
 $F(q, Z)$, Wahrscheinlichkeit dass Impuls q von e^- aufgenommen

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{3} (1 + \cos^2 \vartheta) \cdot F(q, Z)$$

Darstellung in Abhängigkeit von Energie und Ordnungszahl

$$\sigma_{\text{coh}} \propto \frac{p \cdot Z^{15}}{A \cdot E^2_{\text{phot}}} \propto \frac{\beta_{e,v} \cdot Z^{15}}{E^2_{\text{phot}}}$$

⇒ Kohärente Streuung nimmt mit Ordnungszahl Z stark zu, aber mit zunehmender Energie stark ab

! Nur wichtig für niedrige Photonenenergien (keV-Bereich) und bei hohem Z !

Kohärente Streuung führt nicht zu Energieverlust, daher KEIN Beitrag zur Dosis.

- in Praxis ergibt sich energieabhängiger Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\Omega}^k(E)$ durch Faltung mit Atomfaktor $F(x, Z)$ (aus Theorie Fraunhofer Beugung)

$$\sigma_{\Omega}^k(E) = \sigma_T \cdot [F(x, Z)]^2 \quad x = E \cdot \sin^2 \vartheta / 2$$

für Vorwärtstreuung $\vartheta = 0$, $x = 0$ gilt $F(0, Z) = Z$

[Berechnung integraler Querschnitte mit Hilfe Formfaktornäherung S. 24]

- näherungsweise gilt für ein Atom mit Kernladungszahl Z und hinreichend kleiner Energie (oberhalb K-Kante)

$$\sigma_K^{\text{Atom}}(E \rightarrow 0) = \frac{8}{3} \pi \cdot r_e^2 \cdot Z^2$$

- näher an und unterhalb der K-Kante gilt anormale kohärente Streuung
- bei höheren Energien nimmt Querschnitt drastisch ab und es gilt $\sigma_K^{\text{Atom}}(E) \propto E^{-2}$

INKOHÄRENTE Streuung: COMPTON STREUUNG

- dominant im Energiebereich 60 keV bis einige MeV (mikrosc. Wirkungsquerschnitt variiert nur um 1 Größenordnung)
- dabei für alle Stoffe zwischen 100 keV bis einige MeV praktisch einziger Energieverlust durch WW
- für Materialien hohes Z auch Photoeffekt
hohes E Paarbildung

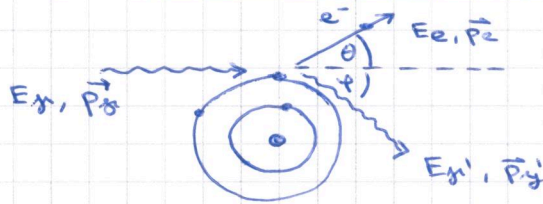
= Inelastische WW eines Photons mit äußeren, schwach gebundenen (quasi freien) Hüllenelektron

Photon überträgt Teil seiner Energie und seines Impulses auf das Elektron

↓

Ablenkung des Photons aus seiner Bewegungsrichtung (Streuung) um Winkel φ

Gestoßenes Elektron verlässt Hülle im Winkel θ



Relativist. Streutheorie berücksichtigt Impuls der Photonen

$$p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}$$

Gesamtenergie vor Stoß $E_{\text{vor}} = E_\gamma + mc^2$

nach Stoß $E_{\text{nach}} = E_e + E_{\gamma'} = mc^2 + E_{\gamma'}$

Impuls nach Stoß auf Photon + Elektron

$$p_{\text{nach}} = p_{\gamma'} + p_e = \frac{E_{\gamma'}}{c} + m_e v_e$$

=> Gesamtenergie und Gesamtimpuls müssen vor und nach dem Stoß gleich bleiben

$$E_\gamma + mc^2 = E_{\gamma'} + mc^2$$

Energie und Impulsbilanz

$$\frac{E_\gamma}{c} = \frac{E_{\gamma'}}{c} + m_e v_e$$

relativistisch $m_e = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v_e/c)^2}}$

=> Nicht nur Betrag des Impulses, sondern auch Richtung des Impulses erhalten!

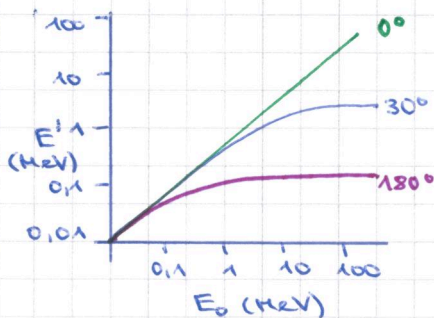
$$\frac{E_\gamma}{c} = \frac{E_{\gamma'}}{c} \cdot \cos \varphi + \frac{m_0 \cdot v_e \cdot \cos \theta}{\sqrt{1 - (v_e/c)^2}} \quad \begin{matrix} (=0 & \text{Impulskomponente} \\ \perp & \sin \varphi / \sin \theta) \end{matrix}$$

=> Restenergie des Streuphotons $E_{\gamma'}$ als Funktion der Einstrahlungenergie E_γ und Photonenstreuungswinkels φ

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (1 - \cos \varphi)}$$

=> Impuls Elektron $p_e = \frac{1}{c} \sqrt{(E_{\gamma'} - E_\gamma)^2 - 2E_0(E_{\gamma'} - E_\gamma)}$ $E_e = E_0 + E_{\gamma'} - E_\gamma$

Abhängigkeit der Energie des Streuphotons von ursprünglichen Energien E_0



0° = ohne Streuung

Energie einfallendes = Energie Streuphoton

Je größer Streuwinkel des Photons, desto geringer die Energie des Streuphotons!

(größere Energie an Elektron)

⇒ Je mehr Energie das Comptonelektron erhält, desto kleiner ist der Streuwinkel und dementsprechend größer ist die Ablenkung der gestreuten Photons.

Um 2π zurückgestreute Photonen können keine höhere Energie als halbe Elektronenruheenergie ($E_0/2 = 255 \text{ keV}$) haben

↓ Energieübertrag von Photonen auf e^- bei Comptonstreuung ab einigen hundert keV besonders hoch

Winkelverteilung Photonen (Compton)

→ Energie des gestreuten Photons E_1 durch Energie- und Impulserhaltung festgelegt

→ Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt gibt an welcher Streuwinkel wie häufig auftritt (diff. Wirkg. querschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$)

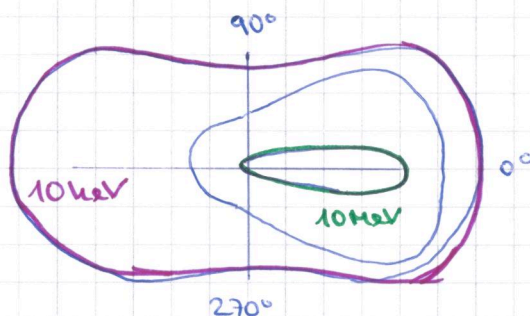
$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Klein-N.}} = \frac{1}{2} r_e^2 k (1 - k + \sin^2 \varphi + k^2) \quad k = \frac{E_1}{E_0} = \frac{1}{1 + \frac{E_0}{mc^2} (1 - \cos \varphi)}$$

für Energien (klein gegenüber Ruheenergie des e^-) gilt $k \rightarrow 1$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Klein-N.}} = \frac{1}{2} r_e^2 (1 + \cos^2 \varphi) = \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{Thomson}}$$

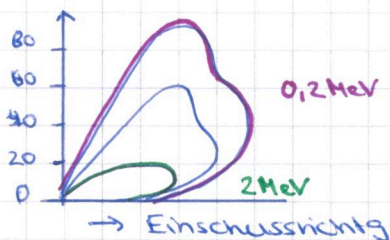
Winkelverteilung

$\%_0 \rightarrow$



PHOTONEN

→ vorwiegende Streuung in vorderen Halbraum der Comptonelektronen



COMPTON-ELEKTRONEN

Zusammenfassung Comptonstreuung

- wichtigster WW-Prozess über weite Energiebereiche
- dominant in Röntgendiagnostik und Strahlentherapie

$$\sigma_{\text{incoh}} \propto \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{E_{\gamma}}$$

↳ proportional zur volumenbezogenen Elektronendichte
weitgehend unabhängig von Ordnungszahl

- Bindung des Elektrons hat keinen großen Effekt auf Energie - Streuwinkel - Beziehung, aber auf Winkelverteilung

PHOTOEFFEKT

- einfliegendes Photon stößt Elektron (Photoelektron) aus innerer Schale der Atomhülle
- Photoeffekt vor allem bei niedrigen Photonenenergien ($< 100 \text{ keV}$) und Targets mit hoher Ordnungszahl
- gesamte Energie des Photons wird auf e^- übertragen (K-, L-, M-Schale)

Energie des frei werdenden e^- ist Differenz Photonenenergie E_{γ} und Elektronenbindungsenergie E_b .

> E_{γ} muss größer sein als Bindungsenergie

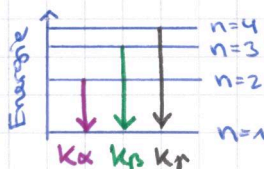
$$E_{\text{kin}} = E_{\gamma} - E_b (\text{K, L, M...}) > 0$$

- entstandenes Elektronenloch wird von außen aufgefüllt
- Energiedifferenz als Photon oder Auger- e^- emittiert



[Schalenmodell K- $2e^-$, L- $8e^-$, M- $18e^-$ etc. S48]

Entstehung $K\alpha$, $K\beta$, $K\gamma$ - Strahlung



Winkelverteilung Photoelektronen



80% der Photowechselwirkung an K-Elektronen
(restl. 20% an äußeren Schalen)

$$\sigma_{\text{photo}} \propto p \cdot \frac{Z^{4-4,5}}{A}$$

Ordnungszahlabhängigkeit

Energieabhängigkeit des Photoeffekts gegeben

$$\sigma_{\text{photo}} \propto p \cdot \frac{Z^{n-1}}{E_{\gamma}^3} \quad E_{\gamma} \ll 511 \text{ keV}$$

$$\sigma_{\text{photo}} \propto p \cdot \frac{Z^{n-1}}{E_{\gamma}} \quad E_{\gamma} \gg 511 \text{ keV}$$

(leichte Elemente $n \approx 4,5$)
(schwere Elemente $n \approx 4$)

⇒ Wahrscheinlichkeit für Photoabsorption am höchsten
wenn Photonenenergie und Bindungsenergie der Schale
gleich sind

Konsequenz für StrSch

- für kleine Röhrenspannungen in der Röntgendiagnostik
ist Schutzwirkung von Blei / Wolfram besonders hoch
("Photoeffektschürzen")

Photoeffekt Zusammenfassung

- beim Photoeffekt wird einfallendes Photon absorbiert und ein Photoelektron aus einer inneren Schale des Absorberatoms freigesetzt
- e^- übernimmt ganze Photonenenergie
- Photoelektronen zeigen photonenenergieabhängige Winkelverteilung
- Photoeffekt u.a. bei niedrigen Photonenenergien und hohen Ordnungszahlen
- Anwendung: Bleischürze in Röntgendiagnostik

PAARBILDUNG

- Photonen können mit elektr. Feld geladener Teilchen wechselwirken (Kern oder e^-)
- im starken Coulombfeld des Kerns kann sich aus Photonenenergie ein Elektron-Positron-Paar bilden
- Voraussetzung: Photonenenergie muss Energie-Masse-Äquivalent für $2e^-$ übersteigen ($E_{\gamma} \geq 2 \cdot 511 \text{ keV}$)
- Photonenenergie verteilt sich auf Ruhemasse des Teilchen-Antiteilchen Paares und kin. Energie beider Teilchen
- Photon wird vollständig absorbiert
- Atomkern bleibt unverändert, nur zur Impulserhaltung
- auch im Coulombfeld der Hüllenelektronen Triplettbildung möglich, aber $E_{\gamma} \geq 4m_0c^2$ (2044 keV)
- Elektron-Positronen-Paar gebildet + herausgelöstes Hüllenelektron
- Paar vorwiegend in ursprüngl. Strahlrichtung emittiert

$$E_{\text{kin}} = E_{\gamma} - 2m_0c^2 = E_{\gamma} - 1022 \text{ keV}$$

- Jedes Teilchen kann mit fast gleicher Wahrscheinlichkeit jede Energie bekommen (Restenergie nicht gleichverteilt)

- Positron erhält wegen Abstoßung vom Coulombfeld eine geringfügig höhere Energie als e^-

Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{paar}} = p \cdot \frac{Z^2}{A} \cdot \ln E_p$$

- e^-, e^+ bewegen sich nach Entlebung durch Absorber, geben durch Vielfachstöße ihre Bewegungsenergie ab
- kommt Positron beinahe zur Ruhe, dann Rekombination mit Hüllenelektron (Annihilation)
- Vernichtungsstrahlung zwei 511 keV Photonen unter 180°

Vernichtung vor vollständiger Abbremsung

= "Vernichtung im Fluge"

(restl. Bewegungsenergie in Photonenenergie umgewandelt)

- Vernichtungsstrahlung verlässt Absorber, trägt nicht zur lokalen Dosis bei

[Vor Annihilation kann POSITRONIUMATOM entstehen (ms)]

a) Orthopositronium

↳ Spin e^-, e^+ je $1/2 \Rightarrow$ Gesamtspin 1

b) Parapositronium

↳ Spins entgegengerichtet $\Rightarrow$ Gesamtspin 0 $\Downarrow$

Paarbildung Zusammenfassung

- bei Paarbildung spontan im elektr. Feld des Kerns e^-, e^+ -Paar
- Energieschwelle von 1022 keV
- Atomkern unverändert, nur Impulserhaltung
- Triplettbildung im Feld eines Hüllenelektrons 2044 keV
- Positron zerstrahlt nach Abbremsung bei Rekombination mit e^- zu zwei Vernichtungsgammaquanten (2×511 keV)
- bei Paarvernichtung in Ruhe $\leftarrow \xrightarrow{180^\circ}$

KERNPHOTOREAKTIONEN

- Photonen können mit Nukleonen in Atomkernen aufgrund ihrer elektromag. Eigenschaften wechselwirken
- Energie einfallendes Photon absorbiert $\rightarrow$ Kernanregung
wenn E groß genug, können Kernkeichen emittiert werden
E schwach 6~20 MeV

Wichtigste Kernphoto reaktionen (γ, n)
 $(\gamma, 2n)$!
 (γ, p) °

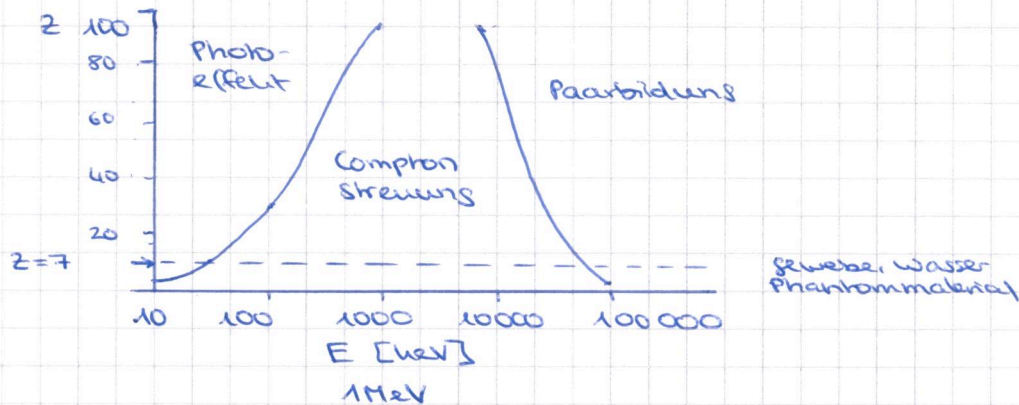
(bei schweren Kernen Bsp Uran auch Photospaltung)

- bei Photo energien ohne Teilchen emission geht Kern durch Emission von Gammaquanten in Grundzustand zurück (γ, γ)
- durch Störung Neutronen- Protonen - GGW werden Kerne oft **RADIOAKTIV**

$\sigma_{\text{kernphoto}}$ in erster Näherung unabhängig von Ordnungszahl

Konsequenz RT $\rightarrow$ Aktivierung Strukturmaterial
(Neutronenaktivierung)
Luftaktivierung
(Positronenstrahler)

Proportionalitäten Photonen-WW



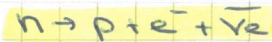
Vorlesung 1c WECHSELWIRKUNG NEUTRONEN

III

Neutronen n

- elementarisch neutrale Teilchen, aber mit magnetisch. Moment
- neben Protonen Bestandteil der meisten Atomkerne
- gehört zu Hadronen, genauer Baryonen
- Ruhemasse 939,6 MeV
- Spin $1/2$ (Fermionen)

Freies Neutron kann durch β^- -Zerfall in Proton, Elektron und Elektron-Anti-Neutrino zerfallen



Klassifikation Neutronen

thermische Neutronen	$E_n < 0,5 \text{ eV}$
mittelschnelle Neutronen	$0,5 \text{ eV} < E_n < 0,5 \text{ MeV}$
schnelle Neutronen	$0,5 \text{ MeV} < E_n < 20 \text{ MeV}$
sehr schnelle Neutronen	$E_n > 20 \text{ MeV}$

Anwendung Neutronen

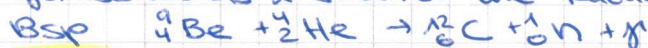
- Kernspaltung in Kernreaktoren
- Neutronenquellen für Forschung
- Untersuchung magn. Strukturen
- Neutronenstreuung zur Vermessung der Dispersion von Phononen und Magnonen
- Strahlentherapie

Neutronen-Erzeugung

Induzierte Neutronenmission durch geladene Teilchen

(α, n) Kernreaktion

Gemische aus α -Strahler wie Radium, Polonium etc.



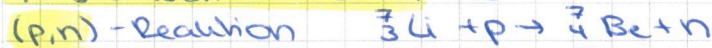
(γ, n) Kernreaktion

Reaktionstyp nur möglich, wenn γ -Energie Schwellenwert überschreitet



→ Protonen beschleuniger

Austauschreaktionen wie



Induzierte Neutronenemission durch Photonen

→ durch schnelle Elektronen ($>10\text{MeV}$) wird im Material Bremsstrahlung erzeugt

→ aufgrund Kernphotoeffekts werden durch Bremsstrahlung Neutronen freigesetzt

Kernspaltung

→ Spontanspaltung von Nukliden wie Californium ${}^{252}\text{Cf}$ (je Spaltprozess 3 Neutronen frei)

→ Induzierte Spaltung

Neutronennachweis

Neutronen selbst bewirken keinerlei Ionisation

→ Nachweis kann nur INDIREKT erfolgen

a) Nachweis langsamer Neutronen

→ Wahrscheinlichkeit einer Kernreaktion relativ hoch



b) Nachweis schneller Neutronen

→ Nachweis durch Spuren von Rückstoßkernen in Nebelkammer (Plastik-Szintillatoren)

Wechselwirkungen

Neutronen dringen ungehindert in Absorbermaterial ein, da ihre Bewegungsrichtung weder durch neg. geladene Kernhülle noch pos. Kernladung beeinflusst wird!

⇒ Wechselwirkungen erfolgen nur mit Atomkern (aufgrund nicht vorhandenen Coulombfeldes)

Wechselwirkung mit Kern nur innerhalb weniger Nukleonentrassen (einige 10^{-15}m)

Reaktionen mit Kern durch Reaktionsgleichung beschrieben

$T(n,x)E$

T... Targetkern
E... Endkern
X... Reaktionsprodukt

↳ wenn Endkern $E = \text{Targetkern } T$, kann sich dieser im Grundzustand oder durch Energieübertragung in angeregtem Zustand sein

Wechselwirkungswahrsch. hängt ab von

- Neutronenenergie
- Kernradius Reaktionspartner
- indiv. nukleare Eigenschaften (Nukleonenzonfigur.)
- Drehimpuls
- Bindungsenergie
- Entfernung Neutron - Targetkern

! Neutronen haben keine endliche Reichweite in Materie!

↳ gilt als indirekt ionisierende Strahlung

WW	a) Streuung b) Absorption c) keine WW	} hauptsächlich erfahren Neutronen STREUUNG
----	---	--

a) Streuung

- Resonanzstreuung = Streuung des Neutrons am mittleren Feld des Atomkerns

- 1) Elastische Streuung, sofern Kern im Grundzustand bleibt
- 2) Inelast. Streuung, sofern Kern in Anregungszustand bl.

b) Absorption

- Neutroneneinfang mit Gammaquanten emission (thermischer Einfang)
- Neutroneneinfang mit Emission einzelner geladener Teilchen
- Neutroneninduzierte Spaltung und Spallation

(Spallation $\hat{=}$ Zerteilung eines Atomkerns in kleine Bruchstücke und i.d.R. mehrere Neutronen durch Teilchen hoher Ekin)

Elastische Neutronenstreuung

- einfliegendes Neutron wird am Atomkern gestreut, ohne diesen anzuregen oder zu verändern
- Flugbahn des Neutrons wird verändert und es verliert Bewegungsenergie
- Kern nimmt verlorengegangene Energie auf

$T(n, n)T$

Inelastische Neutronenstreuung

- nur an Mehrnukleonenkernen
- Targetkern fängt Neutron kurzfristig ein, Energieübertragung vom Neutron auf Kern
- Energie wird entweder sofort oder nach endlicher Lebensdauer wieder abgegeben (Gammaquanten)

$T(n, n')T^*$

T^* ... angeregter Kernzustand
 n' ... Neutron nach Streuung

Neutroneneinfang

- Neutronen können im Vorbeiflug an Kern eingefangen werden
- für langsame Neutronen = thermischer Einfang

Je langsamer das Neutron, desto länger ist die Aufenthaltsdauer im Kernfeld » erhöhte Einfangwahrscheinlichkeit

Für niedrige Neutronenenergien $\sigma \propto 1/v_n$ v_n ... Geschw.

- es entstehen angeregte Zwischenkernen (Quantenzustände mit diskreten Energien)
- Bildungswahrscheinlichkeit Zwischenkern hat Resonanzcharakter und besitzt Maxima für Neutronenenergien

- Anregungsenergie wird vorwiegend durch γ -Strahlung abgegeben
- für schwere und mittelschwere Kerne überwiegt (n, γ) -Reaktion
- bei wenigen leichten Kernen auch Aussendung Proton / α -Teilchen

Je höher die Neutronenenergie, desto wahrscheinlicher ist (n, p) - / (n, α) -Reaktion!

Elastische Neutronen WW mit menschl. Gewebe

! Wichtigste Wechselwirkungskomponente schneller Neutronen in menschlichem Gewebe ist Streuung an Protonen der Wassermoleküle!

- Neutronen werden MODERIERT, d.h. sie übertragen durch elastische Streuprozesse fast ihre ganze Bewegungsenergie auf Protonen des Absorbers
- RÜCKSTOßPROTONEN bewegen sich dann durch Absorber
- diese sind elektrisch geladen und somit stark ionisierend übertragen sie ihre Energie in unmittelbare Umgebung

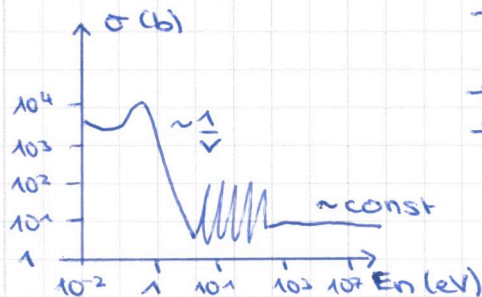
⇒ Protonen sind hauptverantwortlich für Entstehung der Energiedosis

! Für thermische Neutronen, werden sie von Wasserstoff-Kernen eingefangen!

- Bindungsenergie wird in Form hochenergetischer Photonenstrahlung frei

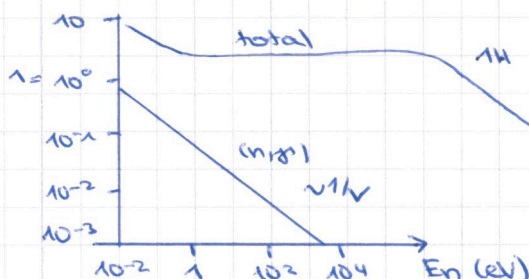
Totaler Wirkungsquerschnitt

(Kadmium) NEUTRONEN - Wirkungsquerschnitt



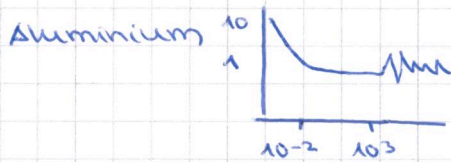
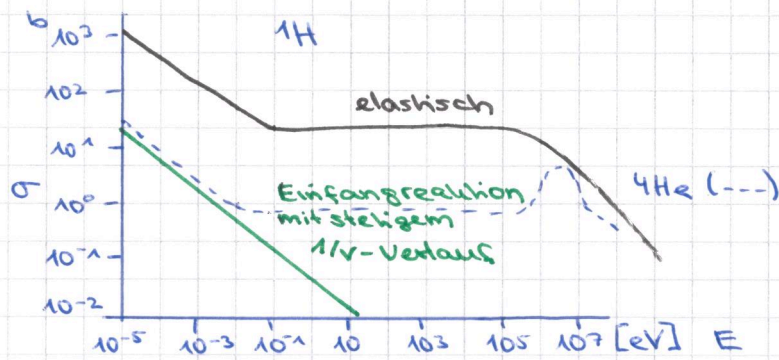
- für Energien bis etwa 10 keV gilt reine $1/v$ -Abhängigkeit
- vielfältige Resonanzen bis 1 keV
- oberhalb dieser Resonanzen verändert sich Wirkungsquerschnitt bis in MeV-Bereich nur wenig

Totaler Wirkungsquerschnitt für Protonen



- $1/v$ bis 1 eV
- ab da konstanter, von Neutronenenergie unabhängiger Wirkungsquerschnitt für elast. Neutronenstreuung

Wechselwirkungsprozess Wasserstoff



Produkte von Neutronenwechselwirkungen

- Spaltprodukte einer Kernspaltung werden "Asche" genannt
- zusätzlich Aktivierungsprodukte
- Restkernstrahlung
- viel Radioaktivität

⚡ Gefahr: Aussetzung der Kühlung im Reaktor

Zusammenfassung Neutronen

- Neutronen werden nach Energie klassifiziert
- Wirkungsquerschnitt der Neutronen abhängig von Geschwindigkeit der Neutronen

$$\sigma \propto 1/v_n$$

IV

Vorlesung 1d WECHSELWIRKUNGEN SCHNELLER GELADENER TEILCHEN

Geladene Teilchen

- Elektronen, Protonen
- Mehrnukleonensysteme: Deuteronen
Triton
Alpha-Teilchen
Atomionen
schwere Moleküle
jew. Antiteilchen

Elektronen

- leichtestes elektr. geladenes Elementarteilchen
- $e = 1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Spin $s = \pm 1/2 \hbar$ (Fermion)

Beim Eindringen in Materie

- wechselwirkt e^- aufgrund des elektrischen Feldes vorwiegend mit Hüllenelektronen
- Wechselwirkungen über E-Feld = Coulomb-WW
- viele Wechselwirkungen mit geringeren Energiebeiträgen bis e^- zum Stillstand kommt (Strecke die e^- im Absorber zurücklegt = **BAHNLÄNGE**)

Wechselwirkungen

Elastische Streuung an Atomhülle (Rückstoß)

Inelastische Stöße an Atomhülle (soft collisions)

Binäre inelastische Stöße mit einzelnen Hüllenelektronen (hard collisions)

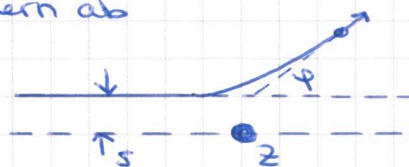
Elastische Coulombstreuung an Atomkernen

Inelastische Coulombstreuung an Atomkern ~~(fester Kern)~~

↳ = **BREMSSTRAHLERZEUGUNG**

Inelastische Kernreaktionen

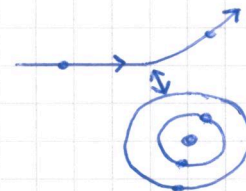
⇒ Art der Wechselwirkung hängt von Nähe des Teilchens zu Atomkern ab



z... Stoßzentrum
s... Stoßparameter
phi... Streuwinkel

a) große Stoßparameter $s \gg r_{\text{atom}}$

- ▶ Coulomb-WW mit gesamter Atomhülle
- ▶ Atomhülle durch einfliegendes Teilchen verformt / polarisiert aber keine Ionisation / Anregung
- ▶ Teilchen verliert geringen Anteil seiner Energie
- ▶ Masse Kern $\gg m_e$, daher Energieverlust vernachlässigbar
- ▶ Flugrichtung Teilchens verändert
- ▶ Elastische Streuung
- ▶ Ohne Erzeugung eines Photons



aber Anregung oder Ionisation äußer Elektronenschale möglich

- ▶ Energieverlust des einfliegenden Teilchens in Höhe der Energie die benötigt wird um äußeres Hüllen- e^- anzuregen (wenige eV)
- ▶ Richtungsänderung
- ▶ Inelastische Streuung
- ▶ aus Hülle gelöste **SEKUNDÄRELEKTRONEN** geben Energie direkt in unmittelbare Umgebung ab

⇒ elastische und inelastische Streuung ($s \gg r_{\text{Atom}}$) als **soft collisions** bezeichnet

~ 50% des Energieverlusts geladener Teilchen

Aufgrund vieler kleiner Energieverluste wird das einfliegende Teilchen quasi kontinuierlich gebremst
→ **continuous slowing down**

Cerenkov-Strahlung

- ▶ besondere Art der WW mit großem Stoßparameter
- ▶ wenn geladene Teilchen im Medium schneller als dort geltende Lichtgeschw. bewegen (Vgl. Überschallknall)

b) mittlerer Stoßparameter ($s \approx r_{\text{Atom}}$)

- ▶ ist Stoßparameter $\approx$ Atomradius können auch Stöße mit e^- der inneren Hüllen stattfinden
- ▶ **DIREKTE STÖßE**
- ▶ bei sog. hard collisions ist Energieverlust höher
- ▶ da direkte Stöße mit Hüllen- e^- auch als binäre Stöße bezeichnet

⇒ gestoßene Hüllenelektronen mit vglweise hoher Energie und Streuwinkel emittiert = **δ -ELEKTRONEN** (Sekundärelektronen mit genügend Energie wieder Ionisationen auszulösen)

- ▶ δ - e^- verlassen Teilchenbahn seitlich und geben Energie durch weiche Stöße im Absorber ab

c) kleiner Stoßparameter ($s \ll r_{\text{Atom}}$)

- ▶ einfliegende Teilchen mit genügend Energie um Hülle zu durchdringen $\gg$ WW mit Coulombfeld des Kerns
- ▶ Streuung ohne Energieverlust = **COULOMB-STREUUNG** (elast. Kernstreuung)
↳ selten und führt zu Verbreiterung des Teilchenstrahls

Streuung der Teilchen im Kernfeld auch unter Energieverlust

⇒ **BREMSSTRAHLERZEUGUNG**

(Teil der frei werdenden Energie in Photonenstr. umgewandelt)
(inelastische Kernstreuung)

d) sehr kleine Stoßparameter ($s \approx r_{\text{Kern}}$)

- ▶ in unmittelbarer Nähe des Kerns kann es zu direkter Wechselwirkung kommen
- ▶ bei e^- WW über Coulombkräfte

Wechselwirkungswahrscheinlichkeit

Abhängig von Teilchenart, Teilchenmasse
Teilchenenergie
Absorbereigenschaften

Je höher die Masse des einfliegenden geladenen Teilchens, desto weniger werden diese aus ihrer Bahn abgelenkt und fliegen mehr oder weniger geradlinig durch den Absorber.

⇒ Unelast. Stöße führen zu Anregung oder Ionisation der Atome mit Hüllenelektronen
STOßBREMSVERMÖGEN

⇒ Unelast. Stöße mit Atomkern führen zur Richtungsänderung des einfliegenden Teilchens mit Emission elektromag. Strahlung
STRAHLUNGSBREMSVERMÖGEN

Totaler mikroskopischer Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_T = \sigma_e + \sigma_i + \sigma_a + \sigma_b$$

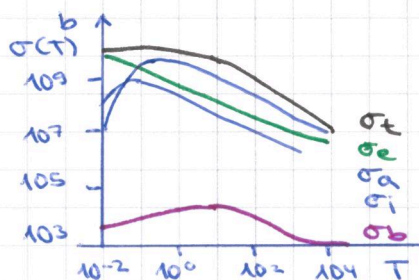
e... elast. Streuung

i... Ionisationsbremsung

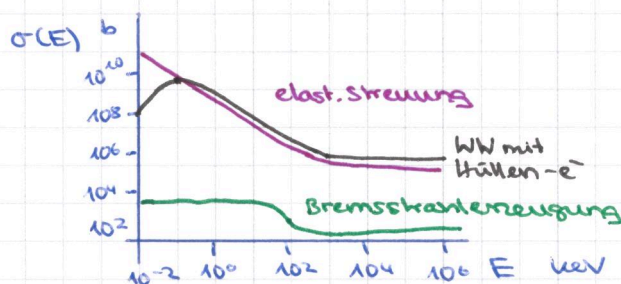
a... Anregung

b... Strahlungsbremsung

Wirkungsquerschnitt
Wolfram



Wasser



Bremsvermögen

Energieverlust geladener Teilchen Stot als gesamter mittlerer Energieverlust des Teilchens pro Wegstrecke

$$S_{\text{tot}} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{tot}} = S_{\text{col}} + S_{\text{rad}}$$

S_{col}

Stoßbremsung

S_{rad}

Strahlungsbremsung

⇒ Stoßbremsvermögen

- schwere Teilchen wie Protonen, Deuteronen, α -Teilchen verlieren Energie fast ausschließlich durch Stoßbremsung
- kleiner Teil der Energie pro Stoß abgegeben
- viele Stöße bis zur vollständigen Abbremsung
- wenn $m_T \gg m_e$ fast keine Richtungsänderung

→ mittlerer differentieller Energieverlust pro Wegstrecke kann mit BETHE - BLOCH - GLEICHUNG berechnet werden



$$S_{col} = - \left(\frac{dE}{dx} \right)_{col} = \frac{4\pi n z^2}{m_e v^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \left(\ln \left(\frac{2m_e v^2}{1 - \beta^2} \right) - \beta^2 \right)$$

$$\Rightarrow S_{col} \propto \rho \cdot \frac{Z}{A} \cdot z^2 \cdot \frac{1}{v^2}$$

v... moment. Geschwindigkeit Teilch.
z... Ladungszahl

Stoßbremsvermögen abhängig vom inversen Geschwindigkeitsquadrat, Ladung der Teilchen und Elektronendichte des Materials

→ Strahlungsbremsvermögen

- geladene Teilchen erfahren im Coulombfeld der Atomkerne eine Richtungsänderung
- Bremsstrahlungsemission, Verluste müssen u.a. bei Teilchen kleiner Masse (e^- mit $E > m_e c^2$) berücksichtigt werden

⇒ Im Gegensatz zur Ionisationsbremsung kann bei Strahlungsbremsung nahezu gesamte kinetische Energie auf einmal abgegeben werden

➤ KONTINUIERLICHES BREMSSTRAHLSPEKTRUM

→ mittlerer diff. Energieverlust pro Wegstrecke über BETHE - HEITLER - GLEICHUNG

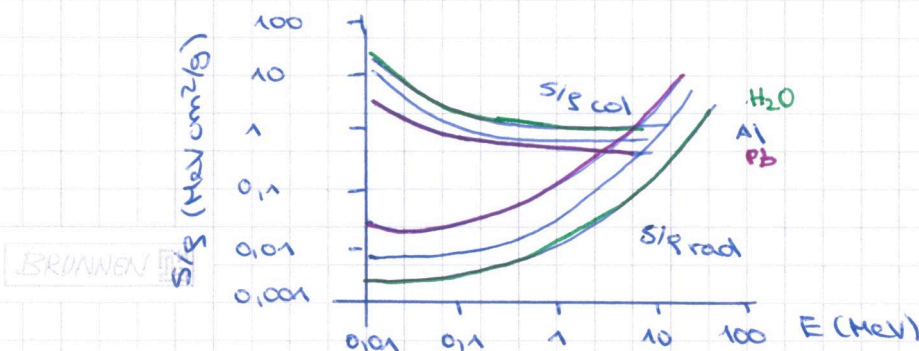
$$S_{rad} = - \left(\frac{dE}{dx} \right)_{rad} = 8 \cdot r_e^2 \cdot n \cdot \frac{Z^2}{A} \cdot (E + m_e c^2) \left(\ln \left(\frac{2(E + m_e c^2)}{m_e c^2} \right) - \frac{1}{3} \right)$$

$$\Rightarrow S_{rad} \propto \rho \cdot \frac{Z^2}{A} \cdot E_{tot}$$

TOTALES MASSEN BREMSVERMÖGEN $\left(\frac{S}{\rho} \right)_{tot} = \left(\frac{S}{\rho} \right)_{col} + \left(\frac{S}{\rho} \right)_{rad}$

Verhältnis $\frac{S_{rad}}{S_{col}} \approx \frac{ZE}{1600 \cdot m_e c^2}$

! ⇒ Energie, bei der gilt $\frac{S_{rad}}{S_{col}} > 1$, somit Strahlungsbremsung die Stoßbremsung übertrifft heißt KRITISCHE ENERGIE.



Streuvermögen Elektronen

- Elektronen werden wegen ihrer geringen Masse mehr oder weniger aus ursprünglicher Bahn abgelenkt
- Streuprozesse

Einzelstreuung	
Mehrfachstreuung	2-20x
Vielfachstreuung	>20x
- Einzelstreuung oft = große Streuwinkel (Mehr- und Vielfachstrg. mit kleinen Streuwinkeln)
- mit zunehmender Schichtdicke des Absorbers nimmt Wahrscheinlichkeit für Mehr bzw. Vielfachstreuung zu

⇒ Verteilung des Streuwinkels $W(\theta)$ geht in NORMALVERTEILUNG (Gaußverteilung) über

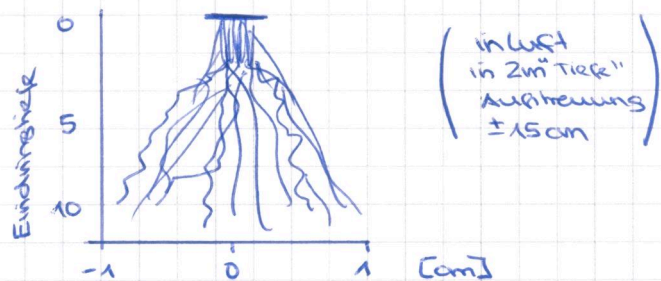
Breite der Verteilung hängt ab von

Tiefe im Absorber
Materialeigenschaften
Elektroneneinschussenergie

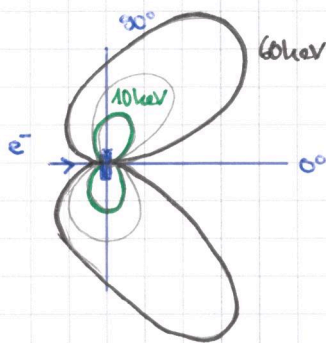
$$W(\theta) = W(0) \cdot e^{-\frac{\theta^2}{\bar{\theta}^2}}$$

$\bar{\theta}^2$ mittleres Streuwinkelquadrat (Maß für mittl. Strahlaufbreitung)

Streuvermögen Wasser

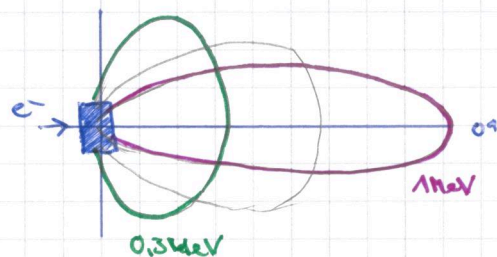


Winkelverteilung Bremsstrahlphotonen



dünnes Target +
NIEDRIGE ELEKTRONENENERGIEN

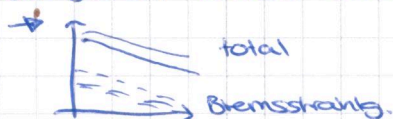
- seitliche Maxima der Intensitätsverteilung (vgl. Strahlungsfeld Dipol)



dickes Target +
HOHE ENERGIE

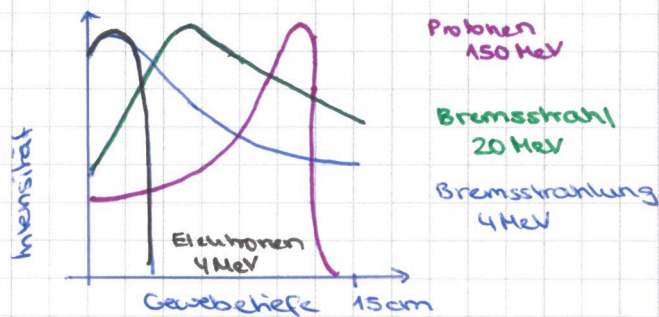
- Diffusion der Elektronen und Mehrfach-NW
- Intensitätsverteilung homogener Maxima bei ET zunehmend nach vorne gerichtet

Vergleich Totaler Wirkungsquerschnitt vs. Strahlungsbremmung



Bremsstrahlerzeugung ist selten, aber relativ zu anderen inelastische! mit hohem Energieverlust verbunden

Tiefendosisverläufe



Zusammenfassung Elektronen

- WW geladener Teilchen über viele Einzelschritte
- abgebremst, aber Primärteilchenanzahl nicht verringert
- bei Teilchenbremsung erzeugt es Sekundärelektronenfeld mit unwiegend niedrigen Energien (große Energieüberträge durch δ^-e^- selten)
- überwiegend Vielfach-WW mit Elektronenhülle und Bremsstrahlerzeugung im E-Feld der Atomkerne
- Bremsvermögen gegeben durch Energieverlust des einkaufenden Teilchens aller WW und der vom Teilchen zurückgelegten Strecke
- Stoßbremsvermögen ist kaum von Ordnungszahl Z des Absorbers, aber proportional zum Quadrat der effektiven Teilchenladung
+ umgekehrt proportional zum Geschwindigkeitsquadrat (oberhalb 100 keV nur noch wenig energieabhängig)
- Strahlungsbremsvermögen nimmt mit der Energie der geladenen Teilchen und Quadrat der Ordnungszahl des Mediums zu

$$S_{\text{tot}} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{tot}}$$

$$S_{\text{col}} \propto \frac{\rho \cdot Z}{A} \cdot E^2$$

$$S_{\text{rad}} \propto \frac{\rho \cdot Z^2}{A} \cdot E^2$$

- $\Rightarrow$ Strahlungsbremsung spielt nur bei relativistischen Teilchenbewegung eine Rolle
- $\Rightarrow$ Bei hohen Energien und schweren Absorbern dominiert für e^- als Energieverlustprozess die Strahlungsbremsung

Massenbremsvermögen ist der Quotient aus Bremsvermögen und Absorberdichte

$$\left(\frac{S}{\rho} \right)_{\text{tot}}$$

V

Vorlesung 2a

PHYSIKALISCHE GRÖßEN STRAHUNGSTRANSPORT

Strahlungsfeld

- Ausbreitung ist stochastischer Prozess
- bei genügend großer Anzahl an Ereignissen als kontinuierlicher, nichtstochastischer Vorgang
- ↳ Darstellung durch Strahlungsfeld

Teilchen bilden Strahlungsfeld,

beschrieben durch $\vec{v}$, E_{kin} , E_{tot} , $\vec{p}$

Drehimpuls (Spin + elektr. Ladung)

nicht
abstandsabhängig

- a) paralleles Strahlungsfeld
= Teilchenrichtungen stimmen überein

I, N , Energiedichte
= konstant

- b) DIVERGENTES Strahlenfeld

= läuft Auseinander

- Impulsbeträge können gleich sein, aber nicht Impulsvektoren
- räumliche Energiedichte, sowie Teilchenzahl verringern sich mit zunehmendem Abstand von Quelle (ABSTANDQUADRATGESETZ)

Teilchenstrahlung

- Energie wird in Form von kinetischer Energie und Ruhemasse transportiert

Photonenstrahlung

- transportierte Energie besteht aus elektromag. Feldenergie
- ⇒ Definition über Energie- und Impulspektrum

Stochastischer Charakter

- Treffen Teilchen eines Strahlungsfeldes auf Materie kommt es zu zufällig austretenden NW
- (kein kontinuierlicher Energieübertrag)

(stat. Schwankungen bei Messungen von Strahlungsfeldern geringer Intensität)

- Strahlungsfelder unterliegen zeitlichen und räumlichen Verteilungen und Entwicklungen

- 1) **SKALARE** Strahlungsfeldgrößen

- energetische Verteilung und Teilchenzahl

- 2) **VEKTORIELLE** Strahlungsfeldgrößen

- Richtungsverteilungen und Transportphänomene

Größen nicht konstant → differenzielle Angaben nötig (bezogen auf (A, t, E, p, Ω))

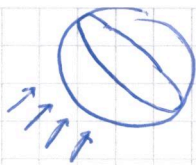
Integrale Größen: Gesamtenergie, Teilchenzahl

Fluss = bezogen auf Zeit
Fluenz = flächendifferenz

$$d\Omega = r^2 \sin\vartheta d\vartheta d\alpha$$



Flussdichte



Großkreis ist Ebene durch Kugelmittelpunkt.

! Jede Einstrahlrichtung hat
Großfläche (gleichberechtigt)

Quellstärke S

Unterscheidung:

a) fixer Quellen

- Eigenschaften der Quelle sind nicht durch Strahlungsfeld selbst beeinflussbar
- Bsp. Quellenmission von Radionukliden oder Anlagen zur Erzeugung IR (Beschleuniger...)

b) nicht fixer Quellen

- Streuquellen oder Sekundärstrahler, da sie vom übrigen Strahlungsfeld abhängig sind
- Bsp. Bremsstrahlungserzeuger

Quellstärke

→ Teilchenfluss aus fixen Quellen
(emittierte Anzahl an Teilchen N_E
pro Zeitintervall dt)

$$S = \dot{N}_E = \frac{dN_E}{dt}$$

Quelldichte

$$s = \frac{dS}{dV} = \frac{d^2 N_E}{dV dt}$$

Teilchendichte = Teilchenrate

Teilchenquellen- und -senken

→ im Sinne der Transporttheorie verschwinden Teilchen, welche
wechselwirken in einer Senke
(da Streuung = Richtungs- / Energieänderung)

Quellen $\chi_{E,\Omega}$

Senken $\xi_{E,\Omega}$

(varsigma)

Zsmhang Ψ und n

$$\Psi(\vec{r}, \vec{E}) = n(\vec{r}, t) \cdot v$$

⇒

s - Quelldichte

S - streuteilchendichte

χ - Emissionsteilchendichte

ξ - Stößeilchendichte

VI

Vorlesung 2b

STRAHLUNGSTRANSPORTGLEICHUNG

Definition

⇒ Der gesamte Ausbreitungsprozess (von Emission der Strahlung, über Wechselwirkungsprozesse im Medium, bis zur Absorption oder Herausstreuerung) wird als Strahlungstransport bezeichnet!

Durch Wechselwirkungsprozesse geht der Transport von Teilchen mit ständiger Änderung der Energie und Richtung einher.

Wahrscheinlichkeitsdichte

= Wahrscheinlichkeit der Strahlungsteilchen aus einem Energie- und Richtungsintervall $E' \dots E' + dE, \vec{\Omega}' \dots \vec{\Omega}' + d\vec{\Omega}'$ durch WW am Ort $\vec{r}$ in betrachtetes Intervall $E \dots E + dE, \Omega \dots \Omega + d\Omega$ zu gelangen

$$dW = p(\vec{r}, E', E, \vec{\Omega}, \vec{\Omega}') dE' d\Omega' dV$$

p.. Wahrscheinlichkeitsdichte

$$dW = P_{WW}(\vec{r}, E') \cdot P_S(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) dE d\Omega' dV$$

↑
Wahrscheinlichkeit
WW an Ort $\vec{r}$

↑
Wahrsch. Richtung-/Energieänderung
infolge WW

$$\Sigma_t = n_a \cdot \sigma \quad \Sigma_x = \sum_{i=1}^N n_a^i \cdot \sigma_x^i$$

[Σ_t totale Wirkungsquerschnittsdichte umfasst Summe der Wirkungsquerschnittsdichten aller mögl. WW für eine Art von Strahlungsteilchen]

$$\Sigma_t = \mu_t(E) \quad \text{linearer Schwächungskoeff.}$$

Mittlere freie Weglänge Δ

- Weglänge, die ein Teilchen wechselwirkungsfrei in Material zurücklegt

$$\Delta = \frac{1}{\Sigma_t}$$

$$[\Delta] = m$$

oft für best WW
Bsp Δ_e (Photoeffekt)

⇒ Wahrscheinlichkeitsdichte für WW nach Strecke s

$$P_{WW} ds = \mu_t \underbrace{\frac{N(s)}{N(0)}}_{\text{Transmissionskoeff.}} ds = \underbrace{\mu_t e^{-\mu_t s}}_{\text{Dichte für}} ds$$

Erwartungswert

$$\bar{s} = \frac{1}{\mu_t} = \Delta$$

Strahlungstransportgleichung

→ folgende Prozesse berücksichtigt

- 1) Absorption und Herausschreitung
- 2) Hineinschreitung
- 3) Erzeugung von Teilchen

- 1) Absorption und Herausschreitung aus betrachtetem Energie- und Richtungsintervall

$$(d\varphi_{E,\Omega})_a = -\Sigma_t(E) \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega$$

- 2) Hineinschreitung in betrachtetes Intervall

$$(d\varphi_{E,\Omega})_e = \int_0^\infty \int_{4\pi} \Sigma_s(E') p(\vec{r}, E', E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) dE' d\Omega' d\Omega$$

Σ_s makroskopischer Streuquerschnitt

- 3) Erzeugung von Teilchen durch Quellen im Strahlungsfeld

$$(d\varphi_{E,\Omega})_s = S_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) d\Omega$$

⇒ Bilanzgleichung

$$\frac{d\varphi_{E,\Omega}}{dt} = \left(\frac{d\varphi_{E,\Omega}}{dt} \right)_a + \left(\frac{d\varphi_{E,\Omega}}{dt} \right)_e + \left(\frac{d\varphi_{E,\Omega}}{dt} \right)_s$$

BOLTZMANN'SCHE TRANSPORTGLEICHUNG

Verluste

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = -\Sigma_t(E) \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \int_0^\infty \int_{4\pi} \Sigma_s(E') p(\vec{r}, E', E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \varphi_{E,\Omega}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) dE' d\Omega' + S_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad \left. \vphantom{\int_0^\infty \int_{4\pi}} \right\} \text{Gewinne}$$

Integrale Form

$$\psi(\vec{x}) = \int_{\vec{x}'} K(\vec{x}, \vec{x}') \psi(\vec{x}') d\vec{x}' + \psi_0(\vec{x})$$

$\psi(\vec{x})$ Dichte der Verteilung aller Teilchenzustände direkt nach WW

$\psi_0(\vec{x})$ direkt nach Erzeugung durch Quelle

$K(\vec{x}, \vec{x}')$ Wahrsch. mit der Teilchen aus Zustand $\vec{x}'$ durch WW Zustand $\vec{x}$ erreicht

VII

Vorlesung 2c LÖSUNG TRANSPORTGLEICHUNG

1) Schwächung monoenergetischer Photonenstrahlung

→ monoenergetische Photonenstrahlung der Energie E_0 durchstrahlt unendlich ausgedehnte Materialschicht der Dicke x

gesucht: Flußdichte $\varphi(x)$ Photonen die ohne WW das Material passieren

(quellseitige Kollimation, $\perp$ auf Abschirmung
keine Energie- bzw. Richtungsabhängigkeit vor und in
Abschirmung sind keine Quellen vorhanden)

⇒ Vereinfachung $\frac{d\varphi(x)}{dx} = -\Sigma_t(E_0)\varphi(x)$

wenn Schichtdicke gering genug, sodass keine Photonen durch Mehrfachstreuung in ursprüngliche Bahn zurückgestreut werden:

$$\varphi(x) = \varphi_0 e^{-\Sigma_t(E_0)x}$$

exponentielles
Schwächungsgesetz

Randbedingung, dass keine gestreuten Photonen einen Beitrag zur Flußdichte $\varphi(x)$ leisten

2) Abbremsung Neutronen

→ in unendlich ausgedehnten, nicht absorbierenden und quellfreiem Streumedium

→ keine Richtungs- und Ortsabhängigkeit,
totaler Wirkungsquerschnitt $\hat{=}$ Streuquerschnitt

$$\Sigma_s(E)\varphi_E(E) = \int_0^\infty \Sigma_s(E')P(E',E)\varphi_E(E')dE'$$

in Streumedium Wasserstoff

$$P(E,E') = \begin{cases} 1/E' & E' > E \\ 0 & E' < E \end{cases}$$

Annahme 1eV bis 1MeV
 $\Sigma_s(E)$ annähernd energieunabhängig

$$\varphi_E(E) = \int_E^\infty \varphi_E(E') \frac{dE'}{E'}$$

Integration
⇒

$$\varphi_E(E) = \frac{C}{E}$$

(Fermisches $1/E$ Spektrum)

Numerische Lösungen

► Monte Carlo

Methode beschreibt theoretisches Experiment, bei dem der Zustand $\vec{x}$ eines beliebigen Teilchens auf dem Weg durch ein Medium verfolgt wird

"Lebensgeschichte" durch Zufallsgröße X

$$[a, b] \text{ mit } X \text{ gilt } p(x) > 0 \quad \int_a^b p(x) dx = 1$$

⇒ Ist Wahrscheinlichkeitsdichte konstant, so ist Zufallsgröße gleichverteilt!

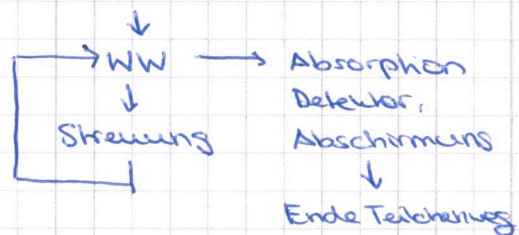
Für $[0, 1]$ Zufallsgröße = Zufallszahl Z

Auslösen (Transformation Zufallszahlen mit Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(x)$ bestimmt)

$$Z = \int_a^x p(x) dx = \begin{cases} 0 & x=a \\ 1 & x=b \end{cases}$$

Grafische Darstellung MC

Quellenmission



⇒ Jede Simulation mit Startpunkt (Quellenmission)

Bestimmung von Anfangsort, Anfangsrichtung, Anfangsenergien

[Numerische Lösungen für einzelne Schritte 59-15]

Ort der WW, abhängig von freier Weglänge des Teilchens

Art der WW → Absorption → beendeter Teilchenschicksal

→ Streuung

° Richtung und Energie zu bestimmen

Reunion

⇒ Monte Carlo kann ohne einschränkende Randbedingungen eingesetzt werden

aber hoher Rechenaufwand $10^5 - 10^6$ Teilchenschicksale

Rechenbeispiel

Photon $E = 100 \text{ keV}$

Wechselwirkungsfreier Weg $L = 2,5 \text{ cm}$ in Wasser

Berechnen einer WW nach $2,5 \text{ cm}$

Transmission
bis $2,5 \text{ cm}$

$$\mu_t = \Sigma_t = 0,1707 \text{ cm}^{-1}$$

$$P(x \geq d) = 1 - P(x \leq d) = e^{-\Sigma_t \cdot d}$$
$$P(x \geq d) = 0,653 = 65,3\%$$

Würfelexperiment (Weglänge gewürfelt)

Zufallszahlen
zw 0 u 1

$$x \in [1,6]$$

Multiplikation mit $1/6$ $[1/6, 1]$

$$1/\Sigma_t = \lambda$$

$$x' = -\lambda \cdot \ln(x)$$

$$[0, 10,5]$$

Anzahl an Ereignissen
mit $P \geq d$ und
berechne Häufigkeit

Häufigkeit

$$1/6 / 2/6 / 3/6 > 2,5$$

$$1$$

$$4/6 / 5/6 / 1/6 < 2,5$$

$$0$$

$$H = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i$$

$\Rightarrow$ Rasterungenabhängigkeit
führt zu 50%

$$N=10 \quad 0,8$$

$$10^2 \quad 0,56$$

$$10^6 \quad 0,50$$

$\Rightarrow$ Starke Rasterung des Dehnungsbereiches sorgt für
Unterschied

VIII

Vorlesung 2d WW Strahlung / Materie

Macroscopische Größen

Absorption und Streuung geladener Teilchen

Lineares Bremsvermögen S gibt mittleren Energieverlust
eines geladenen Teilchens pro Weglänge an

$$\text{Massenbremsvermögen} \quad \frac{S}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \sim n_a \frac{Z^2 Z}{\rho} \sim Z^2 \left(\frac{Z}{A} \right) \text{ konst.}$$

Elektronenbahnen aufgrund vieler elast. Streuung nicht
geradlinig

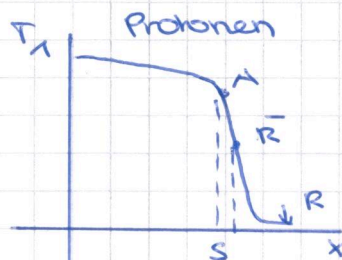
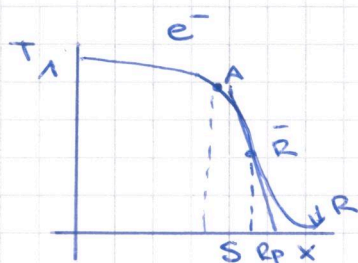
$\hookrightarrow$ BAHNLÄNGE gibt Weg vom Anfang der Elektronenbahn
bis zum Ende wieder, einschließlich aller Krümmungen

$$L = \int_0^{E_0} \frac{dE}{S_{\text{tot}}}$$

$$\text{Mittlere Reichweite} \quad R(E_0) = \int_0^{E_{\text{max}}} dx = \int_0^{E_0} \frac{dE}{S}$$

REICHWEITE R (für e^-) ist Tiefe in der keine Primärelektronen
mehr beobachtet werden können

Transmissionskurven



$\bar{R}$ mittlere Reichweite
 R Reichweite

A Teilchenverluste Absorption / Streuung
 R_p prat. Reichweite

S ... Reichweitenverschmierung (straggling)

$\Rightarrow$ aufgrund hoher Anteile an großwinkligen Streueignissen bei e^- (v.a. hohe Energien), stark ausgeprägtes Reichweitenstraggling im Vgl. zu schweren Teilchen
 (auch Rückwärtsbew. möglich)

kleine e^- -Masse führt zu großen stat. verteilten Richtungsänderg.
 mittlere Bahnlänge $>$ durchsch. Reichweite

$\Rightarrow$ UMWEGEFAKTOR $X = \frac{L}{R_p}$
 (abhängig von E , Material)



Schwere Teilchen kaum von Bahn abgelenkt
 Bahnlänge $\approx$ Reichweite Näherung $X=1$

Bremsung und Diffusion von Neutronen

- aufgrund großer Durchdringungsfähigkeit nicht einfach abzuschirmen (dick + schwer)
- real: Wassertank
 Wände aus Stahl bzw. Normalbeton
- Abschirmdicke über Transportmethode zu berechnen

schnelle Neutronen $E \geq 1 \text{ MeV}$

durch Materialschicht exponentiell geschwächt $\varphi(x) = \varphi_0 e^{-x/L}$

φ_0 Flussdichte n

L Relaxationslänge ($e^{-1} \approx 37\%$ des Flusses reduziert)

$\hookrightarrow$ abhängig von Energie Neutronen

Geometrie Abschirmung + Stoffzusammensetzung
 Energiebereich hoher Abschirmung

schnelle Neutronen streuen elastisch oder inelastisch
 Spaltneutron + Material Expon., Schwächungsgesetz

Für mittlere Neutronen $1/E$ -Spektrum

$\rightarrow$ bei anderenartigen Medien Zweiparameter $\propto \varphi(E) = \frac{C}{E^x}$

Schwächung Photonen

Flussdichte $d\varphi = -\mu \varphi dx$ $\varphi = \varphi(x=0) e^{-\mu x}$

Halbwertsdicke
(50% primäre Quanten)

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

$$\varphi(h \cdot d_{1/2}) = \varphi \frac{1}{2^n}$$

$$\varphi(d) = \varphi_0 \cdot e^{-\frac{x \cdot \ln 2}{d_{1/2}}}$$

Linearer Schwächungskoeff. $\mu = \sum \mu_i = n \cdot \sigma_t = n \cdot (\sigma_{ph} + \sigma_c + \sigma_p)$

Praxis Massen-schwächungskoeff. $\frac{\mu}{\rho} = \sum P_i \cdot \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_i$

↳ Vorteil

Unterschied Absorber über Z

0,5-3 MeV (Compton) $\mu/\rho = \text{const. materialunabh.}$

Massenenergieabsorptionskoeff. $\frac{\mu E}{\rho} = (1 - g_{ph}) \frac{1}{E - P} \cdot \frac{dE_{win}}{dx}$

⇒ Divergenz Strahlenbündel führt zur Abnahme der Strahlungsintensität in Ferne (Abstandsquadratgesetz)

+ Streustrahlung (führt zu relativen Ortsdosisleistungserhöhung)

$$\varphi(x) = G \cdot \varphi_0 \cdot e^{-\mu/\rho \cdot \rho \cdot x} \quad G \dots \text{Geometriefaktor}$$

$$G(r) = \frac{r_0^2}{r^2}$$

IX

Vorlesung 3a ENERGIEBILANZ

Vektorielle Energieflussdichte beschreibt Energie transport bei Transport von Strahlungsteilchen

→ Energiebilanz mit Energiedosis
Kerma
Bremsstrahlungsverlusten

Energiedosis $D = \frac{dE}{dm} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dV}$

4 aus 2 Anteilen

- Differenz Strahlungsenergie die in Volumenelement dV herein- und herausgeht wird
- Berücksichtigung Energieäquivalent der Massendifferenz durch Kern- und Elementarteilchenreaktionen

KERMA

= Kinetic Energy released in matter

(Hilfsgröße für Energieübertrag indirektionisierender Teilchen auf energieübertragende Sekundärteilchen)

$K = \frac{dE_k}{dm}$ (kein direktes Maß für D , da Sekundärteilchen Energie außerhalb Sondenvolumens abgeben können)

Bremsstrahlungsverluste
- Sekundärteilchen

$B = \frac{dE_B}{dm}$

Zugeführte Energie

$d^3 E_0^T = E \cdot \Phi_{E,\Omega} (E, \vec{\Omega}) \cdot \cos \vartheta \cdot dE d\Omega dA$

$dE_0^T = -dA \cdot \vec{\Psi}$

Energiebilanz im Strahlungsfeld

$D = \gamma - \frac{1}{\rho} \text{div}(\vec{\Psi})$



$D = K - B + \gamma_g - \frac{1}{\rho} \text{div}(\vec{\Psi}_g) - \frac{1}{\rho} \text{div}(\vec{\Psi}_{g1})$

Vereinfachung für SEG

$D = K - B + \gamma_g - \frac{1}{\rho} \text{div}(\vec{\Psi}_g)$

Energieübertrag geladene Teilchen

$K = 0, \Psi_{gs} = 0$

γ_g (bei hohen Energien)

keine Kern- und Teilchenreaktionen)

! schwere Teilchen Protonen, α -T, Ionen $B = 0$

$D = -\frac{1}{\rho} \text{div}(\vec{\Psi}_g)$

nicht für e^- !

Negative Divergenz deutet auf Senke beim Energie transport hin.

$\text{div} = \nabla \cdot$

$D = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\Omega} \cdot \frac{d}{dx} \vec{\Psi}_g$

Integration

$D(\vec{r}) = \int_0^\infty \frac{S}{\rho} (E) \Phi_E(\vec{r}, E) dE$

für e^-

$D(\vec{r}) = \int_0^\infty \left[\frac{S}{\rho} (E) - \frac{1}{\rho} \frac{dE_B}{dx} \right] \cdot \Phi_E(\vec{r}, E) dE$

Energieübertrag Photonen

$$D = K - B + Y_{\gamma}$$

unterhalb 20 MeV Y_{γ} vernachlässigbar

$$D = K - B \quad (\text{Voraussetzung SEG})$$

$$D = -\frac{1}{\rho} \frac{dW}{dx} (\vec{\Psi}_{\gamma})$$

Neutronen

$$D = -\frac{1}{\rho} \frac{dW}{dx} (\vec{\Psi}_n)$$

$$D(\vec{r}) = \frac{1}{\rho} \int_0^{\infty} \frac{dE}{dx} \Phi_E(\vec{r}, E) dE$$

Im Fall der Neutronen Kernreaktion entscheidender Beitrag zur Energieübertragung