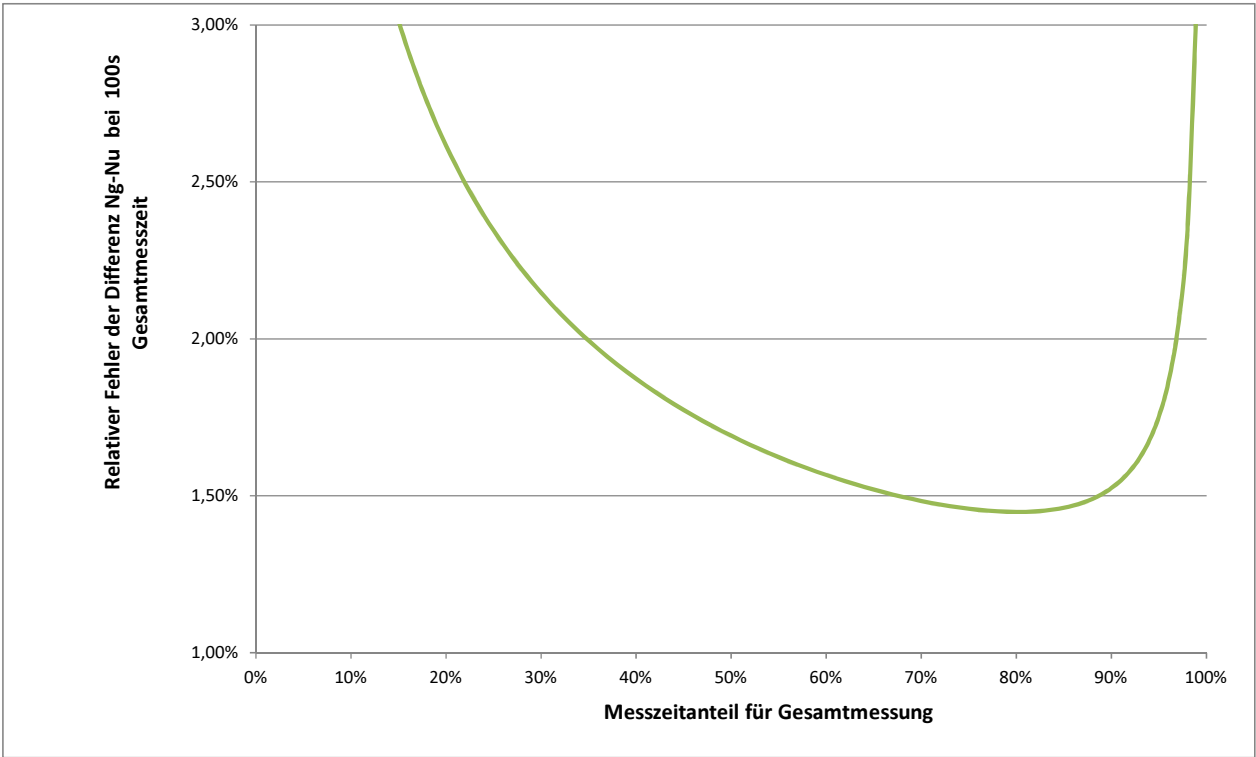


Optimierung Messzeit Untergrund zu Messzeit Gesamtsignal für kleinstmöglichen Fehler in Gesamt - Untergrund

	beide	pro 100s	Fehler bei 100s Messzeit
Messzeitanteil	RG:	8421	1,09%
für Gesamt	RU:	517	4,40%
x	f	6,14%	
1%		11,61%	
2%		8,21%	
3%		6,71%	
4%		5,81%	
5%		5,20%	
6%		4,75%	
7%		4,40%	
8%		4,12%	
9%		3,88%	
10%		3,68%	
11%		3,51%	
12%		3,37%	
13%		3,23%	
14%		3,12%	
15%		3,01%	
16%		2,92%	
17%		2,83%	
18%		2,75%	
19%		2,68%	
20%		2,62%	
21%		2,55%	
22%		2,50%	
23%		2,44%	
24%		2,39%	
25%		2,35%	
26%		2,30%	
27%		2,26%	
28%		2,22%	
29%		2,18%	
30%		2,15%	
31%		2,11%	
32%		2,08%	
33%		2,05%	
34%		2,02%	
35%		1,99%	
36%		1,97%	
37%		1,94%	
38%		1,92%	
39%		1,90%	
40%		1,87%	
41%		1,85%	
42%		1,83%	
43%		1,81%	
44%		1,79%	
45%		1,77%	
46%		1,76%	
47%		1,74%	
48%		1,72%	
49%		1,71%	
50%		1,69%	
51%		1,68%	
52%		1,66%	
53%		1,65%	
54%		1,64%	
55%		1,62%	
56%		1,61%	
57%		1,60%	
58%		1,59%	
59%		1,58%	
60%		1,57%	
61%		1,56%	
62%		1,55%	
63%		1,54%	
64%		1,53%	
65%		1,52%	
66%		1,51%	
67%		1,50%	
68%		1,50%	
69%		1,49%	
70%		1,48%	
71%		1,48%	
72%		1,47%	
73%		1,47%	
74%		1,4628%	
75%		1,4589%	
76%		1,4555%	
77%		1,4527%	
78%		1,4506%	
79%		1,4492%	
80%		1,4487%	
81%		1,4490%	
82%		1,4504%	
83%		1,4529%	
84%		1,4567%	
85%		1,4620%	
86%		1,4692%	
87%		1,4785%	
88%		1,4904%	
89%		1,5056%	
90%		1,5249%	
91%		1,5494%	
92%		1,5810%	
93%		1,6222%	
94%		1,6773%	
95%		1,7533%	
96%		1,8636%	
97%		2,0367%	
98%		2,3480%	
99%		3,1044%	

Ableitung = 0 liefert Minimum bei x = 1 / (1 -/+ Wurzel(f))

80,1% 132,9%



Nebenrechnung für x = 0,5

7904	94,5409964	1,20%
	94,5409964	
3952	66,8505797	1,69%

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} \right)^{1/2}$$

$$= \frac{-x^{-2} + 1(1-x)^{-2}}{\sqrt{\quad}}$$

$$\text{Zähler} \quad \frac{4}{(1-x)^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{4x^2 - (1-x)^2}{4x^2(1-x)^2} = (4-x)x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4(4-x)}}{2(4-x)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4-x}}{4-x}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5-x}}{4-x}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5-x}}{1-x} = \frac{1 \pm \sqrt{5-x}}{(1-\sqrt{5-x})(1+\sqrt{5-x})} = \frac{1}{1-\sqrt{5-x}}$$

Sei R eine Messung mit der Meßzeit T1 und U die Untergrundmessung mit der Meßzeit T2.

Frage: wie muss T2 gewählt werden, damit der Fehler der Untergrundkorrigierten Messung so klein wie möglich ist?

Die Netto-Zählrate (physikalisch sinnvoller ist als Netto-Counts) ist gegeben durch

$$n = \frac{R}{T_1} - \frac{U}{T_2}$$

Und der Messfehler durch

$$\sigma_n^2 = \left(\frac{\partial n}{\partial R}\right)^2 \sigma_R^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial U}\right)^2 \sigma_U^2 = \frac{\sigma_R^2}{T_1^2} + \frac{\sigma_U^2}{T_2^2} = \frac{R}{T_1^2} + \frac{U}{T_2^2} = \frac{r}{T_1} + \frac{u}{T_2} \Rightarrow \sigma_n = \sqrt{\frac{r}{T_1} + \frac{u}{T_2}}$$

Wobei r = R/T1 die Zählrate der Messung und u = U/T2 die Untergrundzählrate darstellt.

Falls T1 und T2 unabhängig sind, gilt

$$\min(\sigma_n) = \sqrt{\frac{r}{T_1}} \quad \text{für } T_2 \rightarrow \infty \quad (\text{wie zu erwarten})$$

Falls T1=t und T2=T-t abhängig sind, gilt

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{r}{t} + \frac{u}{T-t}} = \sqrt{r} \cdot \sqrt{\frac{1}{t} + \frac{f}{T-t}} \quad \text{mit } f = \frac{u}{r}$$

$$\sigma_n = \text{MIN} \Rightarrow \frac{d\sigma_n}{dt} = 0 = \frac{\sqrt{r}}{2} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{t} + \frac{f}{T-t}}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{t^2} + \frac{f}{(T-t)^2}\right) \Rightarrow \frac{(T-t)^2}{t^2} = f = \left(\frac{T}{t} - 1\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 + \sqrt{f} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{1 + \sqrt{f}} \quad \text{mit } x = \frac{t}{T} \quad (\text{was ich nicht erwartet habe})$$

aber in Übereinstimmung mit Hansjörgs Ausführungen, nur etwas einfacher 😊