

Übung zur Vorlesung
Wechselwirkung von Strahlung mit Materie (BM 2)
MSc Medizinische Strahlenwissenschaften

Übung 1: Physikalische Grundlagen

Wiederholung:

- a) Wiederholen Sie wichtige Naturkonstanten und Einheiten, wie Barn, Elementarladung, Elektronenvolt, Avogadro-Konstante, Lichtgeschwindigkeit und Ruhemasse bzw. Ruheenergie des Elektrons.
- b) Wie werden Ort, Raumwinkel und Raumrichtungen physikalisch beschrieben?
- c) Was ist Radioaktivität und welche Arten gibt es?
- d) Definieren Sie Wirkungsquerschnitt, Wirkungsquerschnittsdichte, differentieller Wirkungsquerschnitt.
- e) Mit welchen Teilen des Atoms kann ein Photon wechselwirken?
- f) Welche Wechselwirkungsprozesse sind dann möglich?

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Anzahldichte n_a (Anzahl von Atomen je Volumen) von Aluminium, Eisen, Wolfram und Blei. Verwenden Sie dazu die Massendichte ρ und die molare Masse M . Geben Sie das Ergebnis in cm^{-3} und in $(\text{b} \cdot \text{cm})^{-1}$ an.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie mit Hilfe des umseitigen Diagramms (Abbildung 1) den totalen Wirkungsquerschnitt σ_t für Photonen der Energie der K-Kante von Blei und berechnen Sie damit die totale Wirkungsquerschnittsdichte Σ_t . Betrachten Sie nun σ_t als effektive Trefferfläche und vergleichen Sie diese mit der Querschnittsfläche eines Bleiatoms.

Hinweis: Schätzen Sie das Volumen eines Bleiatoms aus der Anzahldichte ab.

Aufgabe 3

In einem experimentellen Aufbau können zwischen einer ^{55}Fe -Quelle und einem Zählrohr mehrere Folien aus Aluminium (mit $(\frac{\mu}{\rho})_{\text{exp}} = 0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}}$ bei der Energie der Mn-K $_{\alpha}$ /K $_{\beta}$ -Strahlung aus genannter Quelle) der Dicke 0,1 mm gebracht werden. Der Abstand zwischen Quelle und Zählrohr beträgt $d = 2$ cm. Ohne Aluminiumfolien wird eine Aktivität von 1 MBq und ohne Quelle eine Aktivität von 10 Bq gemessen. Wie viele Aluminiumfolien sind zwischen Quelle und Zählrohr zu bringen, um praktisch keinen Messeffekt (Messungenauigkeit von 1 %) mehr zu erhalten?

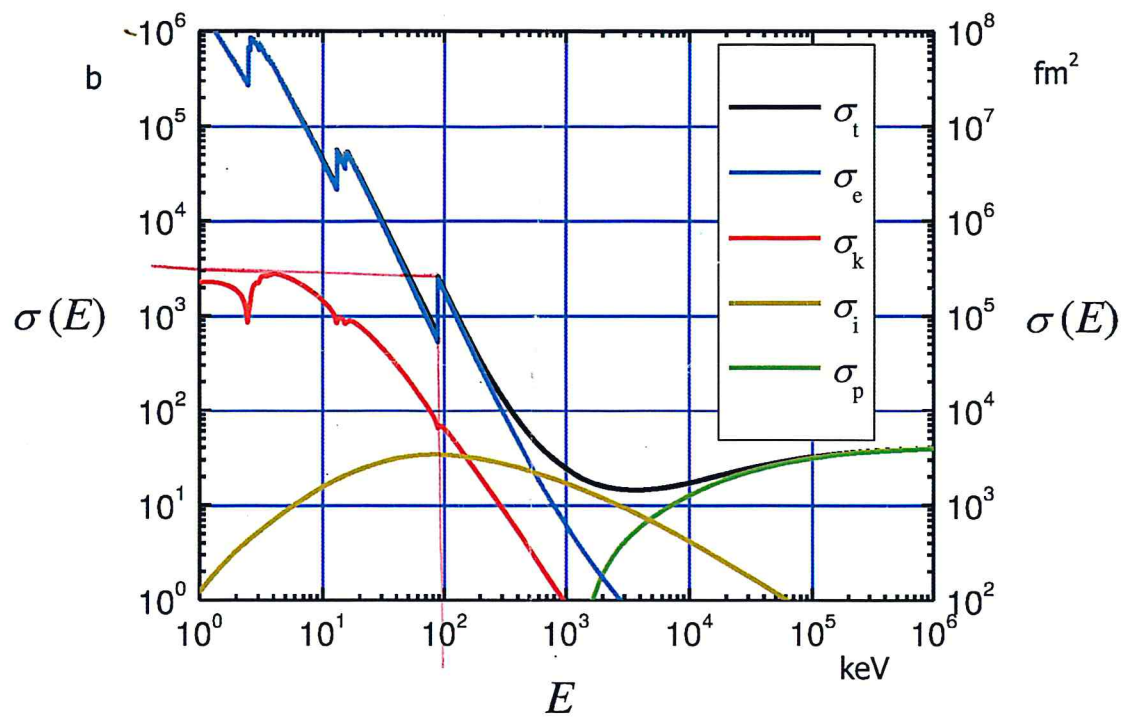


Abbildung 1: Pb: mikroskopische Wirkungsquerschnitte σ_x in Abhängigkeit der Photonenenergie E

Übung 1

Barn, Elementarladung, Elektronenvolt, Avogadro-Konstante, Lichtgeschwindigkeit
 Ruhemasse, Ruheenergie

$$1b = 10^{-28} m^2$$

$$1e = 1,602 \times 10^{-19} C$$

$$N_A = 6,022 \times 10^{23} mol^{-1}$$

$$1eV = 1,602 \times 10^{-19} J$$

$$c = 299792458 m/s$$

$$m_e = 9,109 \times 10^{-31} kg$$

$$E_0, e = mc^2 = 511 eV$$

Q1, Raumwinkel, Raumrichtung, differentialer Raumwinkel

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \Omega = \frac{A}{r^2} \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \quad n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$$

$$\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{1}{r^2} \int r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \int \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$d\Omega = -\sin \theta \, d\theta \, d\phi = -d(\cos \theta) \, d\phi$$

Radioaktivität

Spontanes Zerfallen eines instabilen Kerns

α -Zerfall: Kern zerfällt in Tochterkern + α -Teilchen

β -Zerfall: Im Kern findet $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ oder $p + e^- \rightarrow n + \nu$ statt

γ -Zerfall: Kern geht in einen energetisch niedrigeren Zustand über

Wirkungsquerschnitt, Wirkungsquerschnittsdichte, differentialer Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = \frac{N}{\Phi}$$

$$\Sigma = N_A \sigma = \frac{N_A}{V} \sigma [cm^{-1}]$$

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Mit welchen Teilen des Atoms kann ein Photon wechselwirken?
 Welche Wechselwirkungsprozesse sind dann möglich?

Hüllenelektron: Photoeffekt, Compton, Rayleigh

Kern: Kernphotoeffekt

elekt. Feld des Atoms: e^+e^- Paarerzeugung

Berechnen Sie die Anzahldichte n_a von Al, Fe, W, Pb, Ergebnis in $[cm^{-3}]$ und $[bcm^{-1}]$ angeben

$$n = N_A \rho / M$$

$$N_A = 6,022 \times 10^{23} mol^{-1}$$

$$1b = 10^{-28} m^2 = 10^{-24} cm^2$$

	Al	Fe	W	Pb
$\rho [g/cm^3]$	2,7	7,9	19,3	11,34
$M [g/mol]$	26,9	55,8	183,8	207,2
$n [cm^{-3}]$	6×10^{22}	$8,1 \times 10^{22}$	$6,3 \times 10^{22}$	$3,3 \times 10^{22}$
$n [bcm^{-1}]$	0,06	0,085	0,063	0,033

Bestimmen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt σ_t für Photonen der Energie der K-Kante von Blei und berechnen Sie damit die totale Wirkungsquerschnittsdichte Σ_t .

$$E_K = 90 keV = 9 \times 10^4 eV$$

$$\Sigma_t = \sigma_t n_p = 3000 b \cdot 0,033 (bcm)^{-1} = 99 cm^{-1}$$

$$V_{Atom} = \frac{1}{3} \pi r^3$$

(Volumen von 1 Atom)

$$r = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} = 1,93 \times 10^{-8} cm$$

$$A = \pi r^2 = 1,175 \times 10^{-15} cm^2 = 1,17 \times 10^3 b$$

In einem Aufbau können zwischen einer ^{55}Fe Quelle und einem Zählrohr mehrere Folien aus Al der Dicke g mm gebracht werden. Der Abstand zwischen Quelle und Zählrohr beträgt $d = 2 cm$. Eine Al folie wird eine Aktivität von 1 MBq gemessen, eine 10 Bq. Wie viele Folien sind zwischen Quelle und Zählrohr zu bringen, um keinen Messeffekt mehr zu erhalten?

Messignale ohne Folien
 Nuller Effekt

$$A(0) = 10^6 Bq$$

$$A_0 = 10 Bq$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)_{exp} = 0,01312 m^2/g$$

$$A(n \cdot a) = A_0$$

$$A(n \cdot a) = 1,01 \cdot A_0$$

$$= 10,1 Bq$$

$$S(x) = 1 - T(x) = 1 - e^{-\frac{\mu}{\rho} x}$$

$$\text{Anteil, der transmittiert wird } T(x) = e^{-\frac{\mu}{\rho} x}$$

$$T(x = na) = \frac{A(na) - A_0}{A(0) - A_0} = \frac{1,01 \cdot A_0 - A_0}{A(0) - A_0} = \dots$$

$$T(x) = T(na)$$

$$\frac{1,01 A_0 - A_0}{A(0) - A_0} = e^{-\frac{\mu}{\rho} x}$$

$$\rightarrow x = 0,0455 cm$$

$$n = \frac{x}{a} \approx 5$$

Übung 1: Physikalische Grundlagen

- Wiederholung -

- a)
- 1 barn $1b = 10^{-28} m^2$ [z.B. Wirkungsquerschnitt in Teilchenphys.]
 - Ladung e^- $1e = 1,602 \times 10^{-19} C$
 - Avogadro Konstante $1eV = 1,602 \times 10^{-19} J$
 - Lichtgeschwindigkeit $N_A = 6,022 \times 10^{23} mol^{-1}$ [# Atome/Moleküle in einem mol]
 - Ruhemasse e^- $c = 299792458 m/s$
 - Ruheenergie e^- $m_e = 9,109 \times 10^{-31} kg$
 - $E_{ge} = m_e c^2 = 511 keV$

- b) Ort: beschrieben durch einen 3-dim Vektor $\vec{x} := \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

Raumwinkel: 2dim. Winkel $\rightarrow$ 3dim Winkel, welcher zwischen $0 \leq \Omega \leq 4\pi$ liegt, $\Omega = 4\pi$ deckt den vollen Raum.

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

Raumrichtung: wird durch 3-dim Vektor beschrieben $\vec{n} := \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$
 $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1 \rightarrow$ Einheitsvektor

- c) Radioaktivität: spontanes Zerfallen eines instabilen Kerns

α -Zerfall: Kern zerfällt in Tochterkern + α -Teilchen (He-Kern)
 β -Zerfall: im Kern findet statt $p \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ oder $p + e^- \rightarrow n + \nu$
 γ -Zerfall: Kern geht in einen energetisch niedrigeren Zustand über, unter Aussendung eines Photons γ

- d) Wirkungsquerschnitt: Teilchen A wird auf Teilchen B geschickt
 Trifft Teilchen A den (imaginären) Wirkungsquerschnitt, welcher sich um Teilchen B befindet, so befindet eine Interaktion statt zwischen Teilchen A und B

$$\sigma = \frac{N}{\Phi}$$

Wirkungsquerschnittsdichte

Wenn σ der Wirkungsquerschnitt eines Teilchens ist und das Teilchen mit einer Teilchendichte n vorhanden ist, dann wird bestimmt $R_2 = \sigma \cdot n$ die Wirkungsquerschnittsdichte sein

Einheit: $[R_2] = m^2 \cdot \frac{1}{m^3} = \frac{1}{m}$ $\left(\Sigma = R_{av} \cdot \sigma = \frac{N}{V} \cdot \sigma \text{ cm}^{-1} \right)$

Differenzieller Wirkungsquerschnitt

$\sigma_2 = \frac{d\sigma}{d\Omega}$ ist der Ausdruck, welcher einen differentiellen Wirkungsquerschnitt beschreibt. Er beschreibt für einen gewissen Raumwinkel $\Omega(\theta, \phi)$ wie groß der Wirkungsquerschnitt ist, also wie wahrscheinlich eine Interaktion ist, mit der ein Teilchen nach der WW in das Intervall $[\theta, \theta + d\theta]$ gestreut wird.

e/f Wechselwirkung des Photons

- Blauenergie: (Photoeffekt) anregen, ionisieren, (Rayleigh) kurzfristig in Thomsonstreuung $\rightarrow$ Streuung äußere Hülle
- Kern: anregen, spalten, Compton-Effekt, Kernphotoeffekt
- elektrisches Feld des Atoms: e^+e^- Paarerzeugung

- b) differentieller Raumwinkel $\Omega = \frac{A}{r^2} = \frac{1}{r^2} \int dA$ | in Kugelkoordinaten

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi \quad = \frac{1}{r^2} \int r^2 \sin\theta d\theta d\phi \quad d\Omega = -\sin\theta d\theta d\phi$$

-1- $\rightarrow \mu = \cos\theta$
 $d\mu = -\sin\theta d\theta$ (einsetzen)

$$= \int \sin\theta d\theta d\phi = \int d\mu d\phi = -d(\cos\theta) d\phi$$

Aufgabe 1

Anzahlreiche n_a von Al, Fe, W, Pb, Ergebnis in cm^{-3} und $(b \cdot \text{cm})^{-1}$

Anzahldichte $n = N_A \frac{\rho}{M}$

$N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
 $1 b = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-24} \text{ cm}^2$

$n_a = \frac{N}{V}$

$V = \frac{M}{\rho}$

$n = \frac{N}{V}$

$n = \frac{N}{V}$

	Al	Fe	W	Pb
$\rho [\text{g/cm}^3]$	2,7	7,9	19,3	11,34
$M [\text{g/mol}]$	26,98	55,85	183,85	207,2
$n [\text{cm}^{-3}]$	$0,03 \times 10^{22}$	$8,52 \times 10^{22}$	$6,32 \times 10^{22}$	$3,3 \times 10^{22}$
$n [(b \cdot \text{cm})^{-1}]$	0,000	0,085	0,063	0,033

Aufgabe 2

totalen Wirkungsquerschnitt σ_t bestimmen für Photonen der Energie der K-Kante von Blei und die totale Wirkungsquerschnittsdichte Σ_t

Energie der σ_t -K-Kante: $E_K \sim 9 \times 10^1 \text{ keV} = 90 \text{ keV}$

photoeffekt wird ausgelöst

$\sigma_t (90 \text{ keV}) = 3 \cdot 10^3 b = 3000 b = 3 \text{ kb}$

(oberen Wert ablesen!)

$\Sigma_t = \sigma_t n_{Pb} = 3000 b \cdot 0,033 (b \cdot \text{cm})^{-1} = 99 \text{ cm}^{-1}$

$n_{Pb} = 3,3 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ " $3,3 \times 10^{22}$ Atome pro cm^3 "

$V_{Pb} = \frac{1}{n_{Pb}}$

→ 1 Atom hat ein Volumen von $\frac{1}{3,3 \times 10^{22}} \text{ cm}^3$

→ $V_{\text{Atom}} = 3,03 \times 10^{-23} \text{ cm}^3$

→ aus Volumen den Radius berechnen

$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow r = \left(\frac{3 V_{\text{Atom}}}{4 \pi} \right)^{1/3} = \left(\frac{3 \cdot 3,03 \times 10^{-23} \text{ cm}^3}{4 \pi} \right)^{1/3}$

→ $r = 1,93 \times 10^{-8} \text{ cm}$

→ $A = \pi r^2 = 1,175 \times 10^{-15} \text{ cm}^2 = 1,176 \times 10^9 b$

→ $A \gg \sigma_t$

→ Ein Unterschied von 6 Größenordnungen

Blenden Radius: $r = 1,93 \times 10^{-8} \text{ cm}$, $A = \pi r^2 = 1,176 \times 10^{-15} \text{ cm}^2$

$\sigma_t = 3 \cdot 10^3 \text{ cm}^2 \rightarrow 10^6$ Unterschied

Aufgabe 3

Neuere Al Folien mit $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{exp}} = 0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}}$

Dicke der Folien $0,1 \text{ mm}$

Abstand Quelle - Zählrohr $d = 2 \text{ cm}$

ohne Folie $A = 1 \times 10^6 \text{ Bq}$

ohne Quelle $A = 10 \text{ Bq}$

→ Wie viele Al Folien sind zwischen Quelle & Zählrohr?

• $A = A_0 e^{-\mu d} \rightarrow A_0 = 10^6 \text{ Bq}$ soll auf $A(d) = 10 \text{ Bq}$ absinken

• $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{exp}} = 0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}} \rightarrow \mu = 0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}} \cdot \rho_{\text{Al}} \quad | \rho_{\text{Al}} = 2,7 \text{ g/cm}^3$
 $= 0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}} \cdot 2,7 \text{ g/cm}^3$

$= 354,24 \text{ cm}^{-1}$

• $A(d) = 10 \text{ Bq} = 10^6 \text{ Bq} e^{-354,24 \text{ cm}^{-1} \cdot d} \quad | : 10^6$
 $10^{-5} = e^{-354,24 \text{ cm}^{-1} \cdot d} \quad | \ln()$

$-11,513 = -354,24 \text{ cm}^{-1} \cdot d$

$0,0325 \text{ cm} = d$

• 1 Platte ist $0,1 \text{ mm} = 0,01 \text{ cm}$ dick

→ Wir benötigen 3,25 Platten (also 4 Platten)

oder:

$M(0) = 1 \text{ MBq}$

$M_d = 10 \text{ Bq}$

$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{exp}} = 131,2 \text{ cm}^2/\text{g}$

$S(A) = \frac{M(0) - M(x)}{M(0) - M_d} \rightarrow M(x) = -S(A)(M(0) - M_d) + M_d$

$M(x) = 10^6 \text{ Bq} - 0,99 (10^6 \text{ Bq} - 10 \text{ Bq})$
 $= 10009,9 \text{ Bq}$

$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$

mit $x = \mu d_{\text{Al}}$

bzw $M(x) = M(0) e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{exp}} x}$

$-\frac{\ln\left(\frac{M(x)}{M(0)}\right)}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{exp}}} = x$

$x = -\frac{\ln\left(\frac{10009,9 \text{ Bq}}{10^6 \text{ Bq}}\right)}{131,2 \text{ cm}^2/\text{g}} = 0,0351 \text{ g/cm}^2$

$x = \rho d_{\text{Al}} \rightarrow \# = d_{\text{Al}} = 0,13 \text{ mm} \rightarrow 2 \text{ Platten}$

Aufgabe 3

Cor'mg:

$$S(x) = \frac{M(0) - M(x)}{M(0) - M_d}$$

$$S(x) = 1 - e^{-\frac{\mu}{\rho} x}$$

$$-1 \cdot 10^{-7} = -e^{-0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}} x}$$

$$-19,118 = -0,01312 \frac{\text{m}^2}{\text{g}} x$$

$$x = 1228,518 \text{ g/m}^2$$

$$d = \frac{x}{\rho} = \frac{1228,53 \text{ g/m}^2}{2693000 \text{ g/m}^3} = 0,455 \text{ mm}$$

→ 5 Folien von einer Dicke von 0,1 mm

Faktor

Quelle
 ^{55}Fe

n-Folien
|||
a = 0,1 mm
← 2 cm →

Zähler

Messsignal ohne Folien
Nullwert

$$A(0) = 10^6 \text{ Bq}$$

$$A_0 = 10 \text{ Bq}$$

$$A(n \cdot a) = A_0$$

$$A(n \cdot a) = 1,01 \cdot A_0 = 10,1 \text{ Bq}$$

$$T(x = n \cdot a) = \frac{A(n \cdot a) - A_0}{A(0) - A_0}$$

$$S(x) = 1 - T(x) = 1 - e^{-\frac{\mu}{\rho} x}$$

Anteil, der transmittiert wird

$$T(x) = e^{-\frac{\mu}{\rho} x}$$

$$= \frac{1,01 A_0 - A_0}{A(0) - A_0}$$

$$\frac{1,01 A_0 - A_0}{A(0) - A_0} = e^{-\frac{\mu}{\rho} x}$$

$$x = 0,455 \text{ cm}$$

$$n = \frac{x}{a} \approx 5$$

Übung 2: Photonen

Wiederholung und Übung

- a) Was sind kohärente und inkohärente Streuung und wo finden diese statt?
- b) Wieso werden Bleischürzen in der Röntgendiagnostik auch „Photoeffekt-Schürzen“ genannt?
- c) Welche Prozesse können nach einem Photoeffekt auftreten?
- d) Photonen von 100 keV sollen einem Comptonprozess unterliegen. Welche Photonen haben die höhere Energie, die unter 45° nach vorne oder die um 45° rückgestreuten Photonen? Berechnen Sie zudem die kleinstmögliche Energie, also die Energie, die die 100keV Photonen nach einem Comptonstreuungsprozess mindestens haben und geben Sie dazu den prozentualen Energieverlust an.
- e) Vergleichen Sie diesen mit dem entsprechenden Energieverlust von 600 keV Photonen.
- f) Sie bestrahlen einen Graphitblock aus ultrareinem C-12 mit Photonen unbekannter Energie. Dabei stellen Sie die Emission von 511 keV Photonen fest. Können Sie damit eine Aussage zu der Strahlenenergie Ihrer eingestrahlten Photonen machen?

Aufgabe 1

Wie stark schirmt die Erdatmosphäre kosmische Gammastrahlung ab? Gehen Sie von einer Photonenenergie von 10 MeV aus. Verwenden Sie den Normaldruck zur Abschätzung der Atmosphärendicke, dieser gelte unabhängig von der Höhe. Wie stark wäre eine Wasserschicht mit derselben Abschirmwirkung? (Hinweis: Nutzen Sie XCOM für die Massenschwächungskoeffizienten)

Aufgabe 2

Eine Zählmessung ergibt 8421 Impulse in der Hauptmessung, eine Untergrundmessung ergibt 517 Impulse. Beide Messungen dauerten 100 s. Wie groß sind die Effektzählrate und ihre Messabweichung? Wie verändert sich die Messabweichung durch Vervierfachen der Messzeit? (Annahme: Zählrate bleibt konstant.)

Übung 2

• Kohärente Streuung: Thomson / Rayleigh

- Streuung an gebundenen Elektronen der Atomhülle
- Frequenz- und Phasengleiche Abstrahlung unter polarem Streuwinkel θ und Azimutwinkel ϕ
- Richtungsänderung durch Energieverlust → Interferenzen möglich, $E \ll mc^2$

• Thomson-Streuung

- Elastische Streuung von Licht an geladenen freien/schwach gebundenen Teilchen
- Grenzfall der Comptonstreuung für kleine Photonenenergien
- $\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = \frac{1}{6} \frac{e^4}{m_e^2 c^4} = 6.6 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$
- Oszillationsmodell: Streuung von Licht an Atomen

• Rayleigh-Streuung

- Elastische Streuung
- Durchmesser des Teilchen, an dem gestreut wird, muss im Vergleich zu λ klein sein
- $\sigma_R \sim \omega^4$

• $\sigma_{\text{Koh}} \sim \frac{Z^2}{A} \frac{E^2}{E_{\text{Phot}}^2} \sim \sigma_T \frac{Z^2}{E_{\text{Phot}}^2}$

niedrige Photonenenergien (keV), hohes Z

• Inkohärente Streuung: Compton

- dominant im Energiebereich 60 keV bis einige MeV
- Zwischen 100 keV bis einige MeV für alle Stoffe einzige für den Energieverlust WW
- Energieverlust kontinuierlich verteilt
- Inelastische WW eines Photons mit einem äußeren, schwach gebundenen Hüllenelektron
- Photon überträgt einen Teil seiner Energie + Impulses auf das Elektron
- Ablenkung des Photons aus seiner Bewegungsrichtung um den Winkel θ
- gestoßenes Elektron verlässt die Hülle im Winkel ϕ

• $E'_\gamma = E_\gamma \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2} (1 - \cos \theta)}$

- Je mehr Energie das Comptonelektron erhält, desto kleiner ist sein Streuwinkel und desto größer ist die Ablenkung des gestreuten Photons

• "Photoeffekt - Schürzen" = Bleischürzen

- Für die kleinen Potentialspannungen in der Röntgendiagnostik ist die Schutzwirkung von Blei besonders hoch (hohe Ordnungszahl, Dichte)

• $\sigma_{\text{Photo}} \propto \frac{Z^2}{E_\gamma^3}$ für $E_\gamma \leq 511 \text{ keV}$ // $\sigma_{\text{Photo}} \propto \frac{Z^2}{E_\gamma}$ für $E_\gamma \gg 511 \text{ keV}$

• Prozesse nach dem Photoeffekt

- das entstandene Elektronenloch wird durch ein Elektron der äußeren Schale aufgefüllt
- die Energiedifferenz wird dabei als Photon oder Auger Elektron emittiert
- Ein C-12 Graphitblock wird mit Photonen bestrahlt, 511 keV Emission von Positron-Strahlung
- es wurde ein β^+ Strahles erzeugt, dessen Positron-Elektronen Paarvernichtung sequentiell detektiert wurden
- E_γ der eingeschlossenen Photonen muss höher sein als die Neutronenemissionsschwelle für Kohlenstoff → größer als 18,7 MeV

• Kleinstmögliche Energie bei Photonen, Comptonprozess, Energieverlust

• $E'_\gamma = E_\gamma / (1 + \frac{E_\gamma}{mc^2} (1 - \cos \theta))$

vorwärts: $\cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow E'_\gamma = 94,6 \text{ keV}$

rückwärts: $\cos(135^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow E'_\gamma = 74,96 \text{ keV}$

Bei $\theta = 180^\circ \rightarrow (1 - \cos(180^\circ)) = 2 \rightarrow E'_\gamma$ minimal $\rightarrow E'_\gamma = 71,87 \text{ keV}$

$\theta = 0^\circ \rightarrow (1 - \cos(0^\circ)) = 0 \rightarrow E'_\gamma$ maximal

relativer Verlust zu 100 keV: $\frac{100 \text{ keV} - \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{100 \text{ keV} \cdot 2}{511 \text{ keV}}}}{100 \text{ keV}} = \frac{200 \text{ keV}}{511 \text{ keV} + 200 \text{ keV}} = 0,28$

relativer Verlust bei 600 keV: $\frac{600 \text{ keV} - \frac{600 \text{ keV}}{1 + \frac{600 \text{ keV} \cdot 2}{511 \text{ keV}}}}{600 \text{ keV}} = \frac{120 \text{ keV}}{511 \text{ keV} + 120 \text{ keV}} = 0,19$

→ der relative Verlust ist bei 600 keV größer als bei 100 keV Photonen

- Wie stark schient die Erdatmosphäre kosmische Gammastrahlung ab? Photonenenergie: 10 MeV, Normald

$$P_{\text{Luft}} = \frac{F}{A} = \frac{m_L g}{A} = \frac{V \rho g}{A} = \frac{A h \rho g}{A}$$

$$LD \quad h_L \rho_L = \frac{P_L}{g}$$

$$T_L = e^{-\mu x} = e^{-\frac{\mu}{\rho} \rho h} = 6,7 \times 10^{-10} \quad (T_L = \frac{I(L)}{I_0})$$

$$T_{H_2O} = T_L = 6,7 \times 10^{-10} \quad \dots h = g \sin$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{H_2O} = 2,219 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$$

Exponentenvergleich:

$$\frac{\mu}{\rho} \rho h = 21,13$$

$$h = \frac{21,13}{\frac{\mu}{\rho}} = 9,52 \text{ m}$$

- Eine Zählmessung ergibt 8421 Impuls in der Hauptmessung, 517 Impulse in der Untergrundmessung. Beide Messungen dauern 100 s. Wie groß ist die Effektzählrate und ihre Messabweichung?

$$\text{Zählrate} \quad Z = \frac{x}{t}$$

$$\begin{aligned} \text{Effektzählrate} \quad ZE &= Z - Z_0 \\ &= \frac{N}{t} - \frac{N_0}{t_0} \\ &= 73,04 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Standardsabweichung} \quad \sigma_Z^2 &= \frac{N}{t^2} - \frac{N_0}{t_0^2} \\ \sigma &= \frac{1}{t} \sqrt{N + \left(\frac{t}{t_0}\right)^2 N_0} \\ &= \frac{1}{100} \sqrt{8421 + 517} \\ &= 0,95 \end{aligned}$$

Wie verändert sich die Messabweichung durch vervielfachen der Messzeit?

$$\begin{aligned} \Delta Z &= \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial N_H} \Delta N_H\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial N_U} \Delta N_U\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{t_H} \sqrt{N_H}\right)^2 + \left(\frac{1}{t_U} \sqrt{N_U}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{N_H}{t_H^2} + \frac{N_U}{t_U^2}} \\ &= \sqrt{\frac{84,21}{100} + \frac{5,17}{100}} \\ &= 0,95 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Z &= \sqrt{\left(\frac{Z_H}{4t} + \frac{Z_U}{4t}\right)} \\ &= \frac{1}{2} \Delta Z \end{aligned}$$

→ der Fehler wird durch Vervielfachen der Messzeit halbiert?

Übung 2: Photonen

Wiederholung & Übung

Siehe
Folien

- a) Kohärente Streuung in der Atomhülle: Thomson/ Rayleigh - Streuung:
- Streuung an gebundenen Elektronen der Atomhülle
 - Frequenz- und Phasengleiche Abstrahlung unter polarem Streuwinkel α und Azimutwinkel ϕ
 - $E = E'$ Richtungsänderung ohne Energieverlust $\rightarrow$ Interferenzen möglich
 - Gesamtwahrscheinlichkeit / Wirkungsquerschnitt: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \alpha)$
 $\rightarrow$ Vorzugsrichtungen, abh. vom Winkel α

Inkohärente Streuung in der Atomhülle: Comptonstreuung (kommt häufiger vor)

- Dominant im Energiebereich $\text{eV} \rightarrow \text{einige MeV}$
- Zwischen 100 keV bis einige MeV für alle Stoffe die einzige für den Energieverlust wesentliche WW
- der Energieverlust ist kontinuierlich verteilt
- Inelastische WW eines Photons mit einem äußeren, schwach gebundenen Hüllenelektron
- Das Photon überträgt seinen Teil seiner Energie und seines Impulses auf das Elektron
- Ablenkung des Photons aus seiner Bewegungsrichtung (Streuung) um α

b) "Photoeffekt - Schürzen"

- Für die kleinen Röhrenspannungen in der Röntgendiagnostik ist die Schutzwirkung von Blei / Wolfram besonders hoch (hohe Ordnungszahl & Dichte)
- Der Photoeffekt findet v.a. bei niedrigen Photonenenergien und hohen Ordnungszahlen statt

$\sigma_{\text{Photo}} \sim \frac{Z^{5/2}}{E_\gamma^3}$
 für $E_\gamma < 511 \text{ keV}$
 $\sigma_{\text{Photo}} \sim \frac{Z^5}{E_\gamma}$
 für $E_\gamma > 511 \text{ keV}$

c) Prozesse nach Photoeffekt

- Das entstandene Elektronenlochan wird durch ein Elektron der äußeren Schale aufgefüllt
- Die Energie Differenz wird dabei als Photon oder Auger-Elektron emittiert
- Reionisation: ein externes Elektron besetzt die entstandene Lücke unter Aussendung eines Photons

e)

$$E_\gamma' = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (1 - \cos \phi)}$$

$$E_\gamma' = 511 \text{ keV}$$

$$1u = 931 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_{12} = 12u = 12 \cdot 931 \text{ MeV}/c^2 = 11172 \text{ MeV}/c^2$$

$$511 \text{ keV} = E_\gamma' \geq E_{\gamma' \text{ min}} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} (1 + 1)}$$

$$511 \text{ keV} (1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} \cdot 2) \geq E_\gamma$$

$$511 \text{ keV} + \frac{1022 \text{ keV} E_\gamma}{m_0 c^2} \geq E_\gamma$$

$$511 \text{ keV} \geq E_\gamma (1 - \frac{1022 \text{ keV}}{m_0 c^2})$$

$$\frac{511 \text{ keV}}{1 - \frac{1022 \text{ keV}}{m_0 c^2}} \geq E_\gamma$$

$$\frac{511 \text{ keV}}{1 - \frac{1022 \text{ keV}}{11172 \text{ keV}}} = \frac{511 \text{ keV}}{0,908} \approx 563,05 \text{ keV} \geq E_\gamma$$

$$\text{mit } m_0 = 511 \text{ keV}/c^2$$

$$m_0 c^2 = 511 \text{ keV}$$

Musterlösung

- Wahrscheinlich wurde ein β^+ -Strahler erzeugt, dessen Positron-Elektron-Paarvernichtungsquanten detektiert wurden $\rightarrow E_\gamma$ der eingeschossenen Photonen muss höher sein als die Neutronenemissionsschwelle E_γ Kohlenstoff $\rightarrow$ größer als 187 MeV

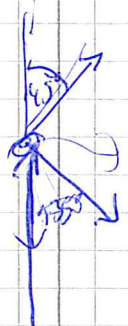
... e) $E_x' \leq E_x : E_x > 511 \text{ keV}$

E_x liegt zwischen 511 keV und $511,05 \text{ keV}$

→ Energie vom Zuströmenden Photon

~~E_x~~

0) d) $p_{\text{er}} = 45^\circ$ $p_{\text{rück}} = 135^\circ$ ($180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$)



$$E'_y = \frac{E_y}{1 + \frac{E_y}{mc^2} (1 - \cos \varphi)}$$

Vorwärts: $\cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

rückwärts: $\cos(135^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

mit $mc^2 = 511 \text{ keV}$

Vorwärts: $E'_y = \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{100 \text{ keV}}{mc^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$

$\Rightarrow$ "große Zahl"
 $= 94,6 \text{ keV}$

rückwärts: $E'_y = \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{100 \text{ keV}}{mc^2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$

$\rightarrow$ "kleinere Zahl"
 $= 74,96 \text{ keV}$

$$E_y^{V'} > E_y^{R'}$$

Bei $\varphi = 180^\circ$ ($1 - \cos(180^\circ) = 2$) ist E'_y minimal

Bei $\varphi = 0^\circ$ ($1 - \cos(0) = 0$) ist E'_y maximal

minimale Energie: $E'_y = \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{100 \text{ keV}}{mc^2} (1+1)} = \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{200 \text{ keV}}{mc^2}} = 71,87 \text{ keV}$

rel. Verlust: $\frac{100 \text{ keV} - \frac{100 \text{ keV}}{1 + \frac{200 \text{ keV}}{mc^2}}}{100 \text{ keV}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{200 \text{ keV}}{mc^2}} = \frac{200 \text{ keV}/mc^2}{1 + \frac{200 \text{ keV}}{mc^2}}$

Bei 600 keV:
rel. Verlust

$$\frac{600 \text{ keV} - \frac{600 \text{ keV}}{1 + \frac{200 \text{ keV}}{mc^2}}}{600 \text{ keV}}$$

$$= \frac{200 \text{ keV}}{mc^2 + 200 \text{ keV}} = 0,28$$

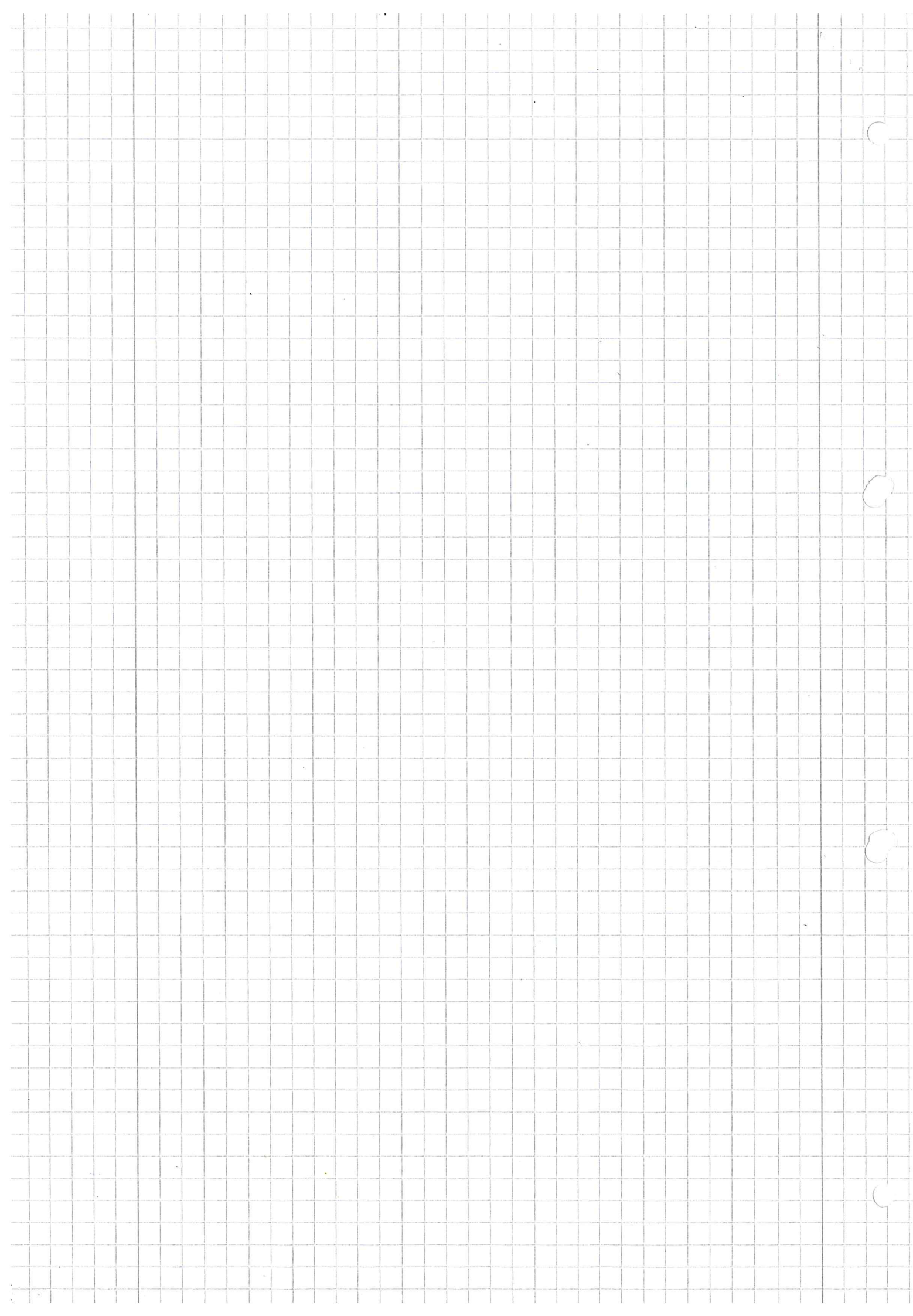
$$= \frac{1200 \text{ keV}}{mc^2 + 1200 \text{ keV}} = 0,701$$

größer als bei 100 keV $\frac{5mc^2 + mc^2 + 100 \text{ keV}}{(mc^2 + 100 \text{ keV})} > 1$

Vergleich: $\frac{\frac{1200 \text{ keV}}{mc^2 + 1200 \text{ keV}}}{\frac{200 \text{ keV}}{mc^2 + 200 \text{ keV}}}$

$$= \frac{600(mc^2 + 1200 \text{ keV})}{mc^2 + 1200 \text{ keV}} = 2,571$$

$\rightarrow$ der rel. Energieverlust ist bei 600 keV größer als bei 100 keV Photonen



Aufgabe 1

Kosmische Gammastrahlung aus dem Kern

Photonenenergie von 10 MeV

Normaldruck: 1,01325 bar

Normaltemperatur: 20°C

Abschätzung der Atmosphärendicke d

Luftdichte: $1,204 \text{ kg/m}^3$
 $\rho = 0,001204 \text{ g/cm}^3$

$$S(x) = I(x) - I_0$$

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

$$S(x) = I_0 (1 - e^{-\mu x})$$

$$S(x) = 1 - e^{-\mu x}$$

$$S(x) = 1 - e^{-\frac{\mu}{\rho} \cdot \rho x}$$

Massenanteile Luft:

N ₂	0,75518
O ₂	0,23135
Ar	0,01288
H ₂ O	0,004
CO ₂	0,00058

$$\frac{\mu}{\rho} = 2,045 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g} \quad (\text{aus Table})$$

$$p = \rho g h$$

$$\frac{p}{\rho g} = h$$

Musterlösung

$$P_{\text{Luft}} = \frac{F}{A} = \frac{m_L g}{A} = \frac{V \rho g}{A} = \frac{A h \rho g}{A}$$

$$h_L g = \frac{P}{\rho}$$

$$T_L = e^{-\mu x} = e^{-\frac{\mu}{\rho} \rho x} = 6,7 \times 10^{-10}$$

$$T_{120} = T_L = 6,7 \times 10^{-10} \Rightarrow h = 9,5 \text{ km}$$

Dicke: $d = h = \frac{1,01325 \text{ bar}}{0,001204 \text{ g/cm}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 8,58 \text{ km}$

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} = I_0 e^{-\frac{\mu}{\rho} \rho x}$$

$$\frac{I(x)}{I_0} = e^{-\frac{\mu}{\rho} \rho x} = e^{-2,045 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g} \cdot 0,001204 \text{ g/cm}^3 \cdot 858000}$$

$$= e^{-21,13} = 6,68 \times 10^{-10}$$

Eine sehr starke Schwächung

Wasser

$$\frac{\mu}{\rho} = 2,219 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g/cm}^3$$

* nur die Exponenten betrachten!

$$\frac{\mu}{\rho} \rho \cdot h = 21,13$$

$$h = \frac{21,13}{\frac{\mu}{\rho} \cdot \rho} = \frac{21,13}{1 \text{ g/cm}^3 \cdot 2,219 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}} = 9,52 \text{ m}$$

2) 8421 Impulse
517 Impulse

Hauptmessung = A
Untergrund = A₀

~~Zeit~~ $t_1 = t_2 = 1000 \text{ s} = t$

$$A = \frac{N}{t}$$

~~A = 8,42~~

Zählrate $\left\{ \begin{array}{l} A = 84,21 \text{ Impulse/s} \\ A_0 = 5,17 \text{ Hz} \end{array} \right.$

Effektzählrate? Poisson Verteilung
Messabweichung?

$$\sigma^2 = m \quad \sigma = \sqrt{m}$$

Poissonverteilung

$$P(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} e^{-\frac{(N-m)^2}{2m}}$$

$$P(N, m) = \frac{(m)^N}{N!} e^{-m}$$

$$R = \frac{dN}{dt}$$

zeitlich konstant $R = \frac{N}{t}$

Musterlösung

$$\Delta n = \sqrt{n} = \sqrt{8421} = 91,76$$

$$\Delta n_0 = \sqrt{n_0} = \sqrt{517} = 22,74$$

$$\Delta A = \frac{\Delta n}{t} = \frac{91,76}{1000} = 0,09176 \text{ Hz}$$

$$\Delta A_0 = \frac{\Delta n_0}{t} = \frac{22,74}{1000} = 0,02274 \text{ Hz}$$

Zählrate $Z = \frac{x}{t}$

Effektzählrate $Z_E = Z - Z_0 = \frac{N}{t} - \frac{N_0}{t_0} = 79,04$

Standardabweichung $\sigma_E^2 = \frac{N}{t^2} - \frac{N_0}{t_0^2}$

$$\sigma = \frac{1}{t} \sqrt{N(E) - N_0} = \frac{1}{1000} \sqrt{8421 + 517} = 0,95$$

$$A_{\text{eff}} = A - A_0 = 79,04 \text{ Hz}$$

Gauß
Normal

$$\Delta A_{\text{eff}} = \sqrt{\Delta A^2 + \Delta A_0^2} = \sqrt{0,09176^2 + 0,02274^2} \text{ Hz} = 0,09576 \text{ Hz}$$

Musterlösung

Messzeit $\tilde{t} = 4000 \text{ s} = 4 \cdot t$

$$\Delta \tilde{Z} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial N_H} \Delta N_H\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial N_0} \Delta N_0\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\tilde{t}} \sqrt{N_H}\right)^2 + \left(\frac{1}{\tilde{t}_0} \sqrt{N_0}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{N_H}{\tilde{t}^2} + \frac{N_0}{\tilde{t}_0^2}\right)} = \sqrt{\frac{84,21}{1000} + \frac{5,17}{1000}} = 0,95$$

$$\tilde{n} = n_H \cdot 4 \cdot n$$

$$\tilde{n}_0 = 4 \cdot n_0$$

Es wird 4x so lange gemessen
also gibt es 4x so viele Impulse

$$\Delta \tilde{Z} = \sqrt{\frac{Z_H^2}{4t} + \frac{Z_0^2}{4t}} = \frac{1}{2} \Delta Z$$

$$\Delta \tilde{n} = \sqrt{\tilde{n}} = 2 \cdot \sqrt{n} = 2 \cdot \Delta n$$

$$\Delta \tilde{n}_0 = \dots = 2 \cdot \Delta n_0$$

$$\Delta \tilde{A} = \frac{\Delta \tilde{n}}{\tilde{t}} = \frac{2 \cdot \Delta n}{4 \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta n}{t} = \frac{1}{2} \cdot \Delta A$$

$$\Delta \tilde{A}_0 = \frac{1}{2} \Delta A_0$$

$$\tilde{A}_{\text{eff}} = \tilde{A} - \tilde{A}_0 = \frac{\tilde{n}}{\tilde{t}} - \frac{\tilde{n}_0}{\tilde{t}} = \frac{4n}{4t} - \frac{4n_0}{4t} = A - A_0 = A_{\text{eff}} \quad \text{Ergebn verändert!}$$

$$\Delta \tilde{A}_{\text{eff}} = \sqrt{(\Delta \tilde{A})^2 + (\Delta \tilde{A}_0)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \Delta A^2 + \frac{1}{4} \Delta A_0^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta A^2 + \Delta A_0^2} = \frac{1}{2} \Delta A_{\text{eff}}$$

das Fehler wird dadurch indem man die Messzeit halbiert: $\Delta A \sim t^{-1/2}$



Übung 3: Photonen und Neutronen

Wiederholung und Übung

- a) Stellen Sie die Massenschwächungskoeffizienten μ/ρ und die Wirkungsquerschnitte σ für Blei, Germanium, Aluminium, Kohlenstoff und Wasserstoff für alle Photonenwechselwirkungen mit Hilfe von NIST XCOM (hier erhalten Sie nur μ/ρ , berechnen Sie daraus σ) zusammen. Berechnen Sie die Größe

$$\zeta(E) = \frac{\sigma_t(E)}{\mu_t/\rho(E)} \cdot \frac{1}{2 \cdot u}$$

Stoßwahrscheinlichkeit

Hierbei ist u die atomare Masseneinheit. Was fällt Ihnen auf? Leiten Sie dieses Ergebnis für $\zeta(E)$ her bzw. vereinfachen Sie die rechte Seite. Welche Schlussfolgerung ziehen Sie für das Verhältnis σ/Σ ?

- b) Erstellen Sie eine Übersicht über die Ordnungszahl- und die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts und der Wirkungsquerschnittsdichte für alle Photonenwechselwirkungen!
- c) Berechnen Sie die relative Wahrscheinlichkeit für alle Photonenwechselwirkungen in Wasser bei einer Energie von 10 MeV! Welches sind dosiswirksame Wechselwirkungen?
- d) Welchen Arten von Wechselwirkungen können Neutronen unterliegen? In welche Bereiche werden Neutronen anhand ihrer Energie eingeteilt? Wie groß sind jeweils die Grenzenenergien?
- e) Was passiert, wenn Neutronen auf den menschlichen Körper treffen?

Aufgabe 1

Eine dünne Folie aus 0,1 g Gold wird zur Aktivierung thermischen Neutronen mit einer mittleren Flussdichte von $\bar{\varphi} = 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ausgesetzt. Wie groß ist die maximal erreichbare Aktivität (Sättigungsaktivität), und wie lange müsste bestrahlt werden, um diese mit 1% Abweichung zu erreichen? Für welche praktische Anwendung wird die Neutronenaktivierung genutzt?

Hinweis: Für die Reaktion $^{197}\text{Au} + n \rightarrow ^{198}\text{Au} + \gamma$ beträgt der mittlere thermische Wirkungsquerschnitt $\sigma_{(n,\gamma)}^{\text{th}} = 90 \text{ b}$.

Handwritten notes:
 N_0 ablesen $\Rightarrow A_0 = \lambda N_0 = A_{\text{max}}$
 man muss 0,99 N_0 Neutronen schicken
 $t_{1/2} (^{198}\text{Au}) = 2,7 \text{ Tage}$
 Literatur "Spalte" (2.)
 $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ cm}^2$

Übung 5

- Massenschwächungskoeffizient μ/s , Stoßzahlendichte $\bar{\gamma}(E) = \frac{\sigma_t(E)}{\mu/s(E)} \cdot \frac{1}{2u}$ vereinfachen

$$\bar{\gamma}(E) \approx Z$$

$$\bar{\gamma}(E) = \frac{\sigma}{\mu/s} \cdot \frac{1}{2u} \stackrel{\mu \approx Z}{=} \frac{\sigma}{\frac{E}{s}} \cdot \frac{1}{2u} \stackrel{\Sigma = n_0 \sigma}{=} \frac{\sigma}{\frac{n_0 \sigma}{s}} \cdot \frac{1}{2u} \stackrel{n_0 = \frac{s N_A}{M_{mol}}}{=} \frac{\sigma}{\frac{s N_A \sigma}{M_{mol}}} \cdot \frac{1}{2u} = \frac{M_{mol}}{N_A} \cdot \frac{1}{2u}$$

$$M_{mol} = A \cdot N_A = 232 \text{ u} \cdot N_A$$

$$\frac{232 \text{ u} \cdot N_A}{N_A \cdot 2u} = 2$$

$|A| = 232$ für leicht Teilchen

- Ordnungszahl- und Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts / -dichte

WW	WQS σ	WQ D $\Sigma = n_{av} \cdot \sigma$	Bemerkung
Kohärent	$\sigma_{Koh} \sim Z^2 \frac{1}{E^2}$		
Compton	$\sigma_{Com} \sim Z \frac{1}{E}$		
Photo	$\sigma_{Photo} \sim Z^2 \frac{1}{E^2}$		
Paar	$\sigma_{Paar} \sim Z^2 \ln(E/E_0)$		

$$E \ll 511 \text{ keV} \sim 1/E^2$$

$$E \gg 511 \text{ keV} \sim 1/E$$

$$E > 1022 \text{ keV}$$

- Relative Wahrscheinlichkeit für alle Photowechselwirkungen in Wasser, $E = 10 \text{ keV}$

$$\sigma = \frac{A}{s} \cdot \frac{M_{mol}}{N_A}$$

$$\sigma_{rel} = \frac{\sigma_i}{\sigma_{total}}$$

$$\sigma_{Koh} = 1,68 \times 10^{-29} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{rel, Koh} = 0$$

$$\sigma_{Com} = 5,09 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{rel, Com} = 0,78$$

$$\sigma_{Photo} = 4,15 \times 10^{-30} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{rel, Photo} = 0,006$$

$$\sigma_{Paar} = 1,41 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{rel, Paar} = 0,22$$

$$\sigma_{total} = 6,5 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

Ähnlichkeit Wasser $\rightarrow$ menschl. Gewebe

$\rightarrow$ effektive Ordnungszahl

Dosis wirksam: Compton Sekundärelektronen

- Arten von Neutronen WW, Energiebereiche, Grenzernergien

x Induziert ionisierende Strahlung, da sie die Atome selbst nicht ionisieren können

x Streuung

- elastische Neutronenstreuung
- inelastische Neutronenstreuung

x Absorption

- Neutroneneinfang mit Gammaquantenemission (thermischer Einfang)
- Neutroneneinfang mit Emission einzelner geladener Teilchen
- Neutroneninduzierte Spaltung und Spaltkation (Zerlegung eines Atomkerns in kleine Bruchstücke)

x keine Wechselwirkung

x Klassifikation

- langsame (thermische/epithermische) Neutronen $E_n < 0,5 \text{ eV}$
- Mittelschnelle Neutronen $0,5 \text{ eV} < E_n < 0,5 \text{ keV}$
- schnelle Neutronen $0,5 \text{ keV} < E_n < 20 \text{ MeV}$
- sehr schnelle Neutronen $E_n > 20 \text{ MeV}$

• Elastische Neutronen WW mit menschl. Gewebe

- + die wichtigste WW-Komponente schneller Neutronen in menschl. Gewebe ist die Streuung an den Protonen der Wassermoleküle
- + Neutronen werden moderiert $\rightarrow$ sie übertragen durch elastische Streuprozesse fast ihre ganze Bewegungsenergie auf die Protonen des Absorbers
- + die Rückstoßprotonen bewegen sich auch durch den Absorber
- + die Protonen sind hauptverantwortlich für die Entstehung der Energiedosis
- + thermische Neutronen werden von Wasserstoffkern eingefangen
- + hochenergetische Photonenstrahlung wird frei
- + Sekundärelektronen tragen auch zur Energiedosis bei

- Eine dünne Folie aus 0,1 g Gold wird zur Aktivierung thermischer Neutronen mit einer mittleren Flussdichte von $\bar{\varphi} = 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ausgesetzt. Wie groß ist die maximale erreichbare Aktivität und wie lange müsste bestrahlt werden um diese 1% Abweichung zu erreichen? $^{197}\text{Au} + n \rightarrow ^{198}\text{Au} + \gamma$ $\sigma_{n,\gamma}^{\text{th}} = 90 \text{ b}$

$$A(t) = N_A (1 - e^{-\lambda t}) \bar{\varphi} \sigma_{n,\gamma}^{\text{th}}$$

$$T_{1/2}^{^{198}\text{Au}} = 2,69 \text{ d} \quad N_A = \frac{G}{M} L \quad | L = 6,023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$= \frac{0,1 \text{ g}}{197 \text{ g/mol}} \cdot L$$

$$A(t \rightarrow \infty) = \frac{0,1 \text{ g}}{197 \text{ g/mol}} \cdot 6,023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} (1 - 0) \cdot 1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} 90 \text{ b}$$

$$= 27,5 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

1% Abweichung von 27,5 GBq

$$0,99 A(t) = N_A (1 - e^{-\lambda t}) \bar{\varphi} \sigma_{n,\gamma}^{\text{th}}$$

$$1 - \frac{0,99 A(t)}{N_A \bar{\varphi} \sigma_{n,\gamma}^{\text{th}}} = e^{-\lambda t}$$

$$t = - \frac{\ln(1 - \frac{0,99 A(t)}{N_A \bar{\varphi} \sigma_{n,\gamma}^{\text{th}}})}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{2,69 \text{ d}} = 2,58 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$t_{99\%} = 1531549 \text{ s} = 17,7 \text{ d}$$

Praktische Anwendung von Neutronen:

- * Kernspaltung in Kernreaktor
- * Neutronenquellen für Forschungszwecke
- * Untersuchung magnetischer Strukturen
- * Neutronenstreuung zur Vermessung der Dispersie von Photonen und Magneten
- * Strahlentherapie
- * Induzierte Neutronenemission durch geladene Teilchen/Plas

Wenn man Radionuklide herstellen will, beschafft man Material mit Neutronen

Übung 3

Wiederholung

b) Kohärente Streuung: $\sigma_{\text{Koh}} \propto \rho_{\text{el}} \propto \frac{Z^{1,5}}{E_\gamma^2}$

(Wirkungsquerschnitt)

Comptoneffekt: $\sigma_{\text{Koh}} \propto \rho_{\text{el}} \propto \frac{Z}{E_\gamma}$

Wirkungsquerschnitt dichte

Photoeffekt: $\sigma_{\text{photo}} \propto \rho_{\text{el}} \propto \frac{1}{A} \cdot \frac{Z^4}{E_\gamma^{3-1}}$

$\Sigma = \rho_{\text{el}} \sigma$

Unterschied um Faktor $1/Z$

Paarbildung: $\sigma_{\text{Paar}} \propto \rho_{\text{el}} \propto \frac{Z^2}{A} \ln E_\gamma$

$E > 1022 \text{ keV}$

d) Indirekt ionisierende Strahlung, da sie die Atome selbst nicht ionisieren können

• Streuung

- Elastische Neutronenstreuung
- inelastische Neutronenstreuung

• Absorption

- Neutroneneinfang mit Gammaquantenemission (thermischer Einfang)
- Neutroneneinfang mit Emission einzelner geladener Teilchen
- Neutroneninduzierte Spaltung und Spallation (Zerlegung des Atomkerns in kleine Bruchstücke)

• keine Wechselwirkung

• langsame Neutronen
Mittelschnelle
schnelle
sehr schnelle

$E_n < 0,025 \text{ eV}$
 $0,025 \text{ eV} < E_n < 0,5 \text{ MeV}$
 $0,5 \text{ MeV} < E_n < 20 \text{ MeV}$
 $E_n > 20 \text{ MeV}$

(thermisch)

e) Die wichtigste WW schneller Neutronen in menschl. Gewebe ist die Streuung an den Protonen des H_2O Moleküls

- Dadurch werden die Neutronen moderiert
- Die Rückstoßprotonen bewegen sich dann durch den Absorber
- da sie elektr. geladen sind & somit recht ionisierend übertragen sie ihre Energie in der unmittelbaren Umgebung
- die Protonen sind hauptverantwortlich für die Entstehung der freien Radikale
- Thermische Neutronen werden vom H_2O eingefangen
- Beim Einfang wird die Bindungsenergie in Form von hochenergetischer Photonenstrahlung frei

• Sekundärelektronen tragen auch zur Energiefreisetzung bei

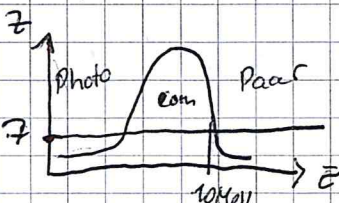
c) Protonen WW in H_2O $10 \text{ MeV} = E_\gamma$ rel. Wahrscheinlichkeit
 $Z=7$ Wasser $A = \text{Proton} + \text{Neutron} (\text{H}_2\text{O})$ wird ignoriert

Kohärente Streuung: $\sigma_{\text{Koh}} \sim \frac{Z^{1,5}}{E_\gamma^2} = \frac{7^{1,5}}{(10 \text{ MeV})^2} = 1,85 \times 10^{-7}$

Comptoneffekt: $\sigma_{\text{Koh}} \sim \frac{Z}{E_\gamma} = \frac{7}{10} = 0,7$

Photoeffekt: $\sigma_{\text{photo}} \sim \frac{Z^4}{E_\gamma^3} = \frac{7^4}{10^3} = 0,09$

Paarbildung: $\sigma_{\text{Paar}} \sim \frac{Z^2}{A} \ln E_\gamma = 7^2 \cdot \ln(10) = 1,30$



→ Paarbildung ist der wahrscheinlichste Prozess

• Verhältnis aus xcm

→

Aufg. 1

$$t_{1/2}(Au^{198}) = 2,7 \text{ d}$$

$$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1,66 \times 10^{-24} \text{ g}$$

Annahme: Während der Aktivierungsphase von Au^{197} ist der radioaktive Zerfall von dem entstehenden Au^{198} vernachlässigbar.

$$m_{Au} = \frac{196,966 \text{ u}}{3,26 \times 10^{-22} \text{ g}} \quad (\text{Masse eines } Au^{197}\text{-Atoms})$$

$$N_{Au} = \frac{0,1 \text{ g}}{m_{Au}} = \frac{0,0005077 \text{ g/u}}{3,05 \times 10^{-20}} \quad (\text{Anzahl an } Au^{197}\text{-Atomen})$$

$$N_0 = 0,99 N_{Au} = 3,027 \times 10^{20} \quad (\text{Anzahl der zu aktivierenden Atome})$$

Annahme: jedes Neutron aktiviert einen Kern.

$$A_0 = \bar{\phi} \cdot \sigma_{Au}^{th} = 90 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1} \cdot NA \quad (\text{Anzahl der aktivierten Kerne pro Sekunde})$$

$$= 90 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{20} = 27 \text{ GBq}$$

$$t = \frac{N_0}{A_0} = \frac{3,36 \times 10^{30} \text{ s}}{27 \text{ GBq}}$$

$$A(t) = \underbrace{\bar{\phi} \cdot \sigma_{Au}^{th}}_{A_0} (1 - e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t})$$

$$0,99 A_0 = A_0 (1 - e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t})$$

$$0,01 = e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} t}$$

$$t = -t_{1/2} \frac{\ln(0,01)}{\ln(2)} = 17,87 \text{ d}$$

Praktische Anwendung:
Nachweis freier Neutronen & Spurenelementen

$$A(t) = N(1 - e^{-\lambda t}) \cdot \bar{\phi} \cdot \sigma_{Au}^{th}$$

$$N = \frac{0,1 \text{ g}}{m_{Au}} \cdot NA = 3,052 \cdot 10^{20} \text{ Kerne}$$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = 0,257 \frac{1}{\text{Tage}}$$

$$A(t \rightarrow \infty) = 27,5 \text{ GBq}$$

$$t = -\left[\ln\left(1 - \frac{A_{max} \cdot 0,99}{N \cdot \bar{\phi} \cdot \sigma}\right) \right] \cdot \frac{1}{\lambda} = 17,74 \text{ Tage} \quad \rightarrow 6 \text{ Halbwertszeiten}$$

Summe

Wiederholung

aus KOM

Lucas

c)

$$\sigma = \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \frac{M_{\text{mol}}}{N_A}$$

$$\sigma_{\text{rel}} = \frac{\sigma_{\text{rel}}}{\sigma_{\text{total}}}$$

$$\sigma_{\text{Koh}} = 1,68 \times 10^{-29} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{\text{rel}} = \text{NO}$$

$$\sigma_{\text{ink}} = 5,09 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{\text{rel}} = 0,78$$

$$\sigma_{\text{Photo}} = 4,15 \times 10^{-30} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{\text{rel}} = \sim 0,0006 \text{ (bei hohem Z interessant)}$$

$$\sigma_{\text{Rus}} = 1,41 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{\text{rel}} = 0,22$$

$$\sigma_{\text{total}} = 6,5 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

Ähnlichkeit Wasser $\rightarrow$ menschl. Gewebe: effektive Ordnungszahl

Dosiswirkung: Compton sekundär Elektronen



Übung zur Vorlesung
Wechselwirkung von Strahlung mit Materie (BM 2)
MSc Medizinische Strahlenwissenschaften

23.6.16

Lösung nachfragen

Übung 4: Elektronen und Strahlungsfeldgrößen

Wiederholung und Übung

- a) Photonen – Kernphotoeffekt: Welcher Rolle spielt dieser im Strahlenschutz?
- b) Welchen Arten von Wechselwirkungen können Elektronen unterliegen?
- c) Was ist die mittlere freie Weglänge? Vergleichen Sie die Werte für Photonen und Elektronen der Energie 1 MeV in Wasser.
- d) Bremsvermögen von Elektronen - Was versteht man unter der kritischen Energie?
Schätzen Sie die Bremsstrahlungsausbeute in Wolfram ab: Wie groß ist die relative Bremsstrahlungsproduktionsrate für Elektronen in der Wolframanode einer Röntgenröhre bei 90kV?
- e) Erstellen Sie eine Übersicht über die in der Vorlesung eingeführten Strahlungsfeldgrößen ($N, \dot{N}, \varphi, \varphi_\Omega, \Phi, R, \Psi, \vec{\varphi}, \vec{\Phi}, \vec{\varphi}_\Omega, \vec{\Psi}, s, \zeta, \chi, \zeta$). Klären Sie dabei kurz die Begriffe fixe und nicht-fixe Quellen, vektoriell, volumenbezogen, raumwinkelbezogen und spektral.

Aufgabe 1

Erklären Sie die Wirkungsweise einer Röntgenröhre und die Entstehung des Röntgen-Spektrums. Wovon hängt die Wahl des Fenstermaterials ab?

Aufgabe 2

Durch eine Nadelstrahl-kollimierte ^{137}Cs -Quelle wird ein HPGe-Detektor bestrahlt. Die Energie der von der Quelle emittierten Gammastrahlung beträgt 662 keV. Die sich auf der Detektoroberfläche ergebende Flussdichte beträgt $10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

- a) Jetzt wird eine 2 mm dicke Blei-Schicht direkt vor die Quelle gebracht. Wie groß ist die Flussdichte jetzt?
- b) Entfernen Sie wieder die Blei-Schicht. Machen Sie sich zunächst mit der Funktionsweise von Halbleiterdetektoren vertraut. Schätzen Sie dann die gemessene Zählrate des Detektors im Vollenergiepeak, auch Photopeak genannt, ab. Nehmen Sie dazu eine Querschnittsfläche des Nadelstrahls von 3 mm^2 und eine Detektordicke von 5 mm an.

Übung 4

kurzelebige Positronenstrahl

• Kernphotoeffekt im Strahlenschutz

- × Aktivierung von Strukturmaterial (Neutronenaktivierung) oder Luft in Bestrahlungsräumen
- × Neutronenaktivierung → Photon wird von einem Kern absorbiert und ein Neutron wird emittiert (γ, n -Reaktion)
- × kurzelebige Positronenstrahler → Proton wird aus dem Kern emittiert (β, p -Reaktion)
- × Energien 6 MeV - 20 MeV
- $^{16}O + \gamma \rightarrow ^{15}O$, $^{14}N + \gamma \rightarrow ^{13}N + \gamma$

• WW Elektronen

- × Elektronen wechselwirken mit Hüllenelektronen des Absorbers, wegen elektrischen Feld vom Elektron
- Coulomb-Wechselwirkungen
- × bei WW finden geringe Energieüberträge statt und durch viele WW verliert das Elektron Energie, bis es zum Stillstand kommt → zurückgelegte Strecke "Weglänge"
- × elastische Streuung an Atomhülle (Rückstoß)
- × inelastische Stöße an Atomhülle (soft collisions) für Energieverlust verantwortlich
- × binäre inelastische Stöße mit einzelnen Hüllenelektronen (hard collisions)
- × elastische Coulombstreuung an Atomkernen
- × unelastische Coulombstreuung an Atomkernen (Bremsstrahlungserzeugung)
- × inelastische Kernreaktionen

• mittlere freie Weglänge Λ

- × Weglänge, die ein Teilchen wechselwirkungsfrei in einem Material zurücklegt
- × Sie ist definiert als das Kehrwert der totalen Wirkungsquerschnitts

$$\Lambda = \frac{1}{\Sigma_t}$$

$$[\Lambda] = m$$

Teilchenart im Wasser	Energie	mittlere freie Weglänge Λ
Elektronen	keV-Bereich	einige nm
Elektronen	1 MeV	150 nm
Photonen	1 MeV	14,4 cm
Schnelle Neutronen		einige dm

$$\Sigma = n_{av} \sigma = \frac{S}{M_{mol}} \sigma$$

$$\sigma = 2,15$$

$$n_{av} = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{(2 \cdot 1,00794 \text{ g/mol} + 15,9949 \text{ g/mol})}$$

• Bremsvermögen / kritische Energie, Elektronen

× kritische Energie: $\frac{S_{rad}}{S_{col}} \approx \frac{2E}{1600 \text{ MeV}^2} > 1$

× relative Bremsstrahlungsproduktionsrate für Elektronen in der Wolframanode einer Röntgenröhre ($Z=74$) bei 90 kV liefert $\frac{S_{rad}}{S_{col}} \approx \frac{2E}{1400} \quad (E < 150 \text{ keV})$

× $S_{rad}/S_{col} \approx 74 \cdot 9,09 \cdot 10^{-5} \approx 0,5\%$

× der gleiche Anteil wird einmal an charakteristischer Röntgenstrahlung erzeugt, so dass praktisch die gesamte Elektronenbewegungsenergie (99,5%) durch Stoßbremsung verloren geht und auf die Anode übertragen wird

• fixe Quellen

- × Eigenschaften der Quellen sind nicht durch das Strahlungsfeld beeinflussbar
- × z.B. Quellenemission von Radionukliden

• nicht fixe Quellen

- × Streuquellen oder Sekundärstrahler, da sie von übrigen Strahlungsfeld abhängen
- × Bremsstrahlungserzeuger

• verteilte

- × gerichtete Strahlungsfeldgrößen, darüber erhält man zusätzliche Infos über die Bestrahlungsrichtung jedes Teilchens

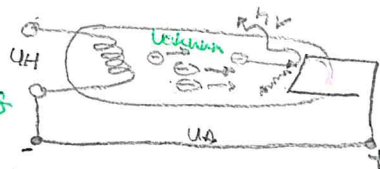
• Spektral

- × auf die Energie der Teilchen bezogen, beschreibt die partielle Ableitung eines Strahlungsfelds
- × nach der Teilchenenergie, dieser Ableitung ist im Index ein ϵ versehen Φ_ϵ
- × räumlich bezogen
- × partielle Ableitung nach dem Raumwinkелеlement $d\Omega$, Index Ω Φ_Ω

Röntgenröhre und die Erzeugung des Röntgen-Spektrums

Aufbau

- Generator $\rightarrow$ Versorgung des Röntgenstrahlrohrs mit Hochspannung & Strom
- Röntgenröhre $\rightarrow$ Kathode, Anode, Vakuum-Zylinder
- Vakuum in der Röntgenröhre
- Filter $\rightarrow$ zum Auflösen & Homogenisieren der Röntgenstrahlung
- Lichtvisier $\rightarrow$ einstellen des Austrahlbündels



Entstehung

- der Heizstromkreis liegt mit Niederspannung an der Kathode an
- der Röhrenstromkreis liegt mit Hochspannung an der Anode an
- Elektronen werden aus der Glühkathode herausgelöst und mittels einer anliegenden Spannung zwischen Anode und Kathode in Richtung positive Elektrode beschleunigt
- Dort treffen Elektronen auf die Anode und werden stark abgebremst, dass Röntgenstrahlung entsteht
- Je nach angelegter Röhrenspannung hat man harte oder weiche Röntgenstrahlen
- charakteristische Röntgenstrahlung
 - beschleunigte energiereiche Elektronen schlagen in Anode Elektronen aus den innersten Schalen der Atome des Anodenmaterials
 - $\rightarrow$ in diese Lücken springen Elektronen aus höheren Energieniveaus oder freie Elektronen
 - $\rightarrow$ da Bindungsenergie der innersten Elektronenniveaus sehr groß ist entsteht charakteristische Röntgenstrahlung
 - $\rightarrow$ Energie entspricht Differenz aus Bindungsenergie der unterschiedlichen Schale
- Bremsstrahlung
 - entsteht durch Beschleunigung und Abbremsung der Elektronen bei der Streuung an positiv geladenen Atomkernen der Anode
- Filtermaterial
 - dünne Berylliumfolie oder Glas, da Beryllium eine sehr geringe Absorption für Röntgenstrahlung hat und somit fast das gesamte Spektrum der erzeugten Strahlung ungehindert passieren lässt $\rightarrow$ geringe Ordnungszahl $\rightarrow$ 4

Durch eine ^{137}Cs -Quelle wird ein HPGe-Detektor bestrahlt. $E = 662 \text{ keV}$, $\varphi_0 = 1 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

- 2mm Pb Schicht vor Quelle $\rightarrow$ Wie groß ist die Flussdichte?

$$\varphi(d) = \varphi_0 e^{-\mu/d} = 7,95 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

- Die Teilchendichte wurde um 20,5% abgeschwächt

- Zählrate des Detektors im Vollenergiepeak (Photopeak), $A = 3 \text{ mm}^2$, $d = 5 \text{ mm}$

$$N = \varphi_0 A = 30000 \text{ s}^{-1}$$

• Zählrate im Photopeak

$$\dot{C} = P_{\text{WW}} \cdot P_e \cdot N = 128 \text{ s}^{-1} \text{ Impulse pro Sekunde}$$

$$P_{\text{WW}} = 1 - e^{-\mu/d}$$

$$P_e = \frac{\sigma_e}{\sigma_t} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{\frac{4\pi}{3}}$$

Aufgabe 2

^{137}Cs - Quelle $\rightarrow$ HPGe Detektor

$E_\gamma = 662 \text{ keV}$

$\rho(0) = 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

a) $d = 2 \text{ mm}$ (Pb)

$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{Pb}}(E_\gamma) = 0,101 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ [x cot]

$\rho_{\text{Pb}} = 11,35 \text{ g/cm}^3$

Schwächungsgesetz für Photonenstrahlung:

$I(d) = I_0 e^{-\mu d}$

$\mu = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{Pb}} \cdot \rho_{\text{Pb}} = 0,101 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot 11,35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1,14635 \text{ cm}^{-1}$

$I(2 \text{ mm}) = 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \cdot e^{-1,14635 \text{ cm}^{-1} \cdot 0,2 \text{ cm}}$
 $= 7,05 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

Die Teilchenflussdichte wurde um 29,5% abgeschwächt

b) $A = 3 \text{ mm}^2$ $d = 5 \text{ mm}$

Funktionsweise Halbleiterdetektor

- Energieaufwand zur Erzeugung freier Ladungsträger ist wegen des großen Abstands von Valenz-/Leitungsband (0,2 eV) so groß, dass schon durch Erwärmung einige e^- ins Leitungsband gelangen
- Ionisierende Strahlung schlägt gebundene e^- durch mit Atomen (Z=82) durch Photoeffekt, Comptoneffekt oder Paarbildung heraus
- Anzahl Elektronen-Lech-Paare: Energieabhängig

$N = \rho \cdot A = 10^6 \cdot 3 \text{ mm}^2 = 300000 \text{ s}^{-1}$

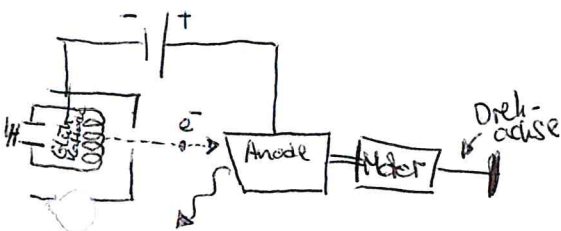
$\dot{Q}_{\text{Peak}} = P_{\text{WW}} \cdot \rho_e \cdot N$

$\rho_e = \frac{\sigma_e}{\sigma_t} = \frac{M_e/\beta}{M_e/\beta} = \frac{1,761 \times 10^{-3}}{7,081 \times 10^{-2}} \times \text{cot}$

$P_{\text{WW}} = 1 - e^{-\frac{M_e}{\beta} \beta d}$

$\dot{Q}_{\text{Peak}} = 128,5 \text{ s}^{-1}$

Aufgabe 1

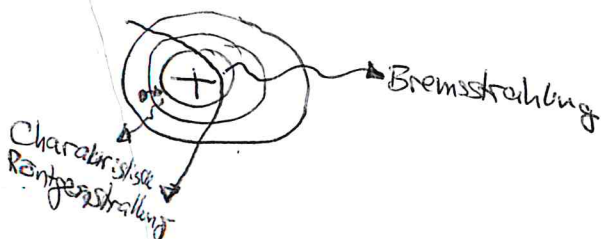
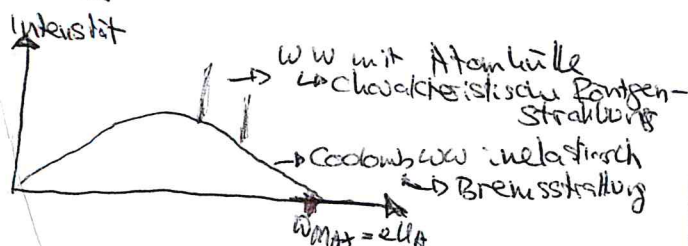


► Gleichspannungsbeschleuniger

► Anode im ~~Vakuum~~ Vakuum

► Kathode = Elektronenquelle

Spektrum



Wiederholung

- a) Komptoneffekt im Strahlenschutz
- Aktivierung von Strukturmaterialien oder der Luft in Bestrahlungsräumen (8-facher Luftwechsel), Strahlenschutz
 - Bei genügend hoher Strahlungsintensität entsteht Neutronenfluss
 - Atomkerne werden durch Komptoneffekt häufig radioaktiv, da ihr Neutronen-Protonen-Gleichgewicht durch Teilchenemission gestört wird

- b) Arten von Elektronen WW
- elastische Streuung an Atomhülle
 - inelastische Stöße an Atomhülle
 - binäre inelastische Stöße mit einzelner Hüllenelektron
 - elastische Coulombstreuung an Atomkern
 - inelastische Coulombstreuung am Atomkern $\rightarrow$ Bremsstrahlungserzeugung
 - inelastische Kernreaktionen

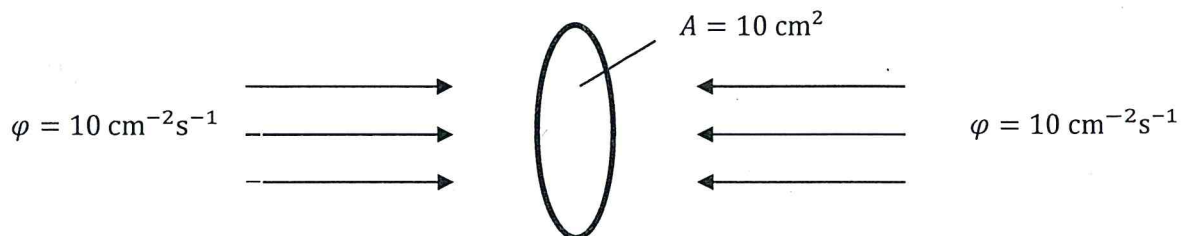
Übung 5: Strahlungstransport

Wiederholung und Übung

- a) Wie lauten das Formelzeichen und die Abhängigkeiten (z.B. $\zeta(\vec{r}, t)$) für ...
- Spektrale und raumwinkelbezogene Emersionsteildichtende? $\chi_{E, \Omega}$
 - Vektorielle Teilchenradianz? $\vec{r}_{E, \Omega} = \vec{\Omega} \cdot \vec{r}_{E, \Omega}$
 - Spektrale, vektorielle Energieflussdichte? $\vec{\Phi}_{E, \Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$
 - Teilchenfluenz? $\phi(\vec{r})$
 - Vektorielle Energiefluenz? $\Psi(\vec{r})$
 - Volumenbezogener Fluss aus fixen Quellen? $S_{E, \Omega}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ *spektrale raumwinkel-
volumenbezogene Quellstärke*
- b) Wie wird die vektorielle, spektrale Energieradianz aus der spektralen Teilchenradianz berechnet?
 Wie wird die vektorielle Energiefluenz aus der spektralen Teilchenradianz berechnet?
- c) Wie lautet die Strahlungstransportgleichung BOLTZMANNschen Typs? Was bedeuten die einzelnen Terme? Um welche Art von Gleichung handelt es sich?
- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass entlang eines Weges der Länge d mindestens ein Teilchen eine Wechselwirkung eingeht? Wie lauten dann die Dichte- und die Verteilungsfunktion?

Aufgabe 1

Wie groß sind Teilchenfluss und vektorieller Teilchenfluss für eine kreisförmige Fläche $A = 10 \text{ cm}^2$, welche beidseitig einer monoenergetischen Flussdichte $\varphi = 10 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ausgesetzt ist?



Aufgabe 2

Betrachten Sie die Schwächung eines monoenergetischen, parallelen Bündels von Photonenstrahlung in einer homogenen Stoffschicht der Dicke d mit Hilfe der Strahlungstransportgleichung BOLTZMANNschen Typs. Gesucht ist die Flussdichte $\varphi(x)$ für die Photonen, die den Detektor erreichen. Dabei sind folgende Bedingungen zu berücksichtigen:

1. Die Flussdichte φ_0 und die Energie E_0 der Photonen vor dem Auftreffen auf die Stoffschicht sind zeitlich konstant.
2. Die Photonen treffen senkrecht auf die Stoffschicht und die Betrachtung erfolgt eindimensional entlang der x -Achse.
3. Die Stoffschicht selbst enthält keine Quellen.

Welche Terme der Strahlungstransportgleichung BOLTZMANNschen Typs entfallen also? Und wie lautet dann ihre Lösung?

Aufgabe 3

Durch eine Nadelstrahl-kollimierte ^{137}Cs -Quelle wird ein HPGe-Detektor bestrahlt. Die sich dadurch ergebende Flussdichte auf der Detektoroberfläche beträgt $10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Jetzt wird eine 2 mm dicke Blei-Schicht zwischen Quelle und Detektor gebracht. Beschreiben Sie qualitativ, wie die Flussdichte auf der Detektoroberfläche von der Position der Blei-Schicht zwischen Quelle und Detektor abhängt!

Übung 5

Spektrale und raumwinkelbezogene Emissionsteildichtedichte

$$\chi_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = S_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + s_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

vektorielle Teilchenradianz

$$\vec{\chi}(\vec{r}, t) = \vec{\Omega} \chi(\vec{r}, t)$$

Spektrale, vektorielle Energieflussdichte

$$\vec{\psi}(\vec{r}, t) = \vec{\Omega} \psi(\vec{r}, t)$$

Teilchenfluenz

$$\phi(\vec{r})$$

vektorielle Energiefluenz

$$\vec{\Psi}(\vec{r}) = \vec{\Omega} \psi(\vec{r})$$

volumenbezogener Fluss aus fixen Quellen

$$S = \frac{dS}{dV} S(\vec{r}, t)$$

vektorielle, spektrale Energiegradient aus spektralen Teilchenradianz

$$\vec{\chi}_{E,2}(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rightarrow \vec{\Psi}_{E,2}(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

$$\vec{\Psi}_{E,2}(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = E \vec{\Omega} \chi_{E,2}(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

vektorielle Energiefluenz aus spektralen Teilchenradianz

$$\vec{\chi}_{E,2}(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rightarrow \vec{\Psi}(\vec{r}) = \vec{\Omega} \psi(\vec{r})$$

$$\vec{\Psi}(\vec{r}) = \int_{Ac} \vec{\Psi}(\vec{r}, t) dt = \int_{Ac} dt \int_{4\pi} d\vec{\Omega} \int_{\infty} dE E \vec{\Omega} \chi_{E,2}(t, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) dt$$

Boltzmannsche Strahlungstransportgleichung

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \chi_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = - \sum_E (E) \chi_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad \text{Absorption + Herausstreuung}$$

$$\text{Hineinstreuung} + \int_{4\pi} \sum_E (E') P(\vec{r}, E', E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \chi_{E,2}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) d\vec{\Omega}' dE'$$

$$\text{Streuung fixe Quellen} + S_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

Dichte- und Verteilungsfunktion

$$P_{WD} ds = \mu_E \frac{N(s)}{N(0)} ds = \mu_E e^{-\mu_E s} ds \quad \text{freie Weglänge}$$

Transmissionskoeffizient

$$\text{Dichtefunktion } f(s) = \mu_E e^{-\mu_E s}$$

$$\text{Verteilungsfunktion } F(s) = \int^s f(s) ds = 1 - e^{-\mu_E s}$$

Wie groß sind Teilchenfluss und vektorieller Teilchenfluss für eine kreisförmige Fläche $A = 10 \text{ cm}^2$, welche beidseitig einer monoenergetischen Flussdichte $\varphi = 10 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ausgesetzt ist

durch die Fläche A fliegen $\varphi_{ges} = \varphi + \varphi = 20 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ Teilchen dune Beachtung der Flugrichtung

dies entspricht bei $A = 10 \text{ cm}^2$ einem Teilchenfluss von $\dot{N} = \varphi_{ges} \cdot A = 200 \text{ s}^{-1}$ Teilchen

da die vektorielle Teilchenflussdichte nach rechts und links den selben Betrag besitzt wie die vektorielle Teilchenflussdichte nach links und sie in entgegengesetzte Richtungen zeigen, heben sie sich in der Summe auf.

die Teilchenflussdichte ist vektoriell $\vec{\varphi} = \vec{0}$ der Nullvektor

Welche Terme der Strahlungstransportgleichung entfallen ...?

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \chi_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = - \sum_E (E) \chi_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad E_0: \text{monoenergetisch, wird nicht aufgeschrieben}$$

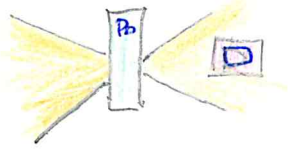
$$\text{keine Hineinstreuung} + \int_{4\pi} \sum_E (E') P(\vec{r}, E', E, \vec{\Omega}', \vec{\Omega}) \chi_{E,2}(\vec{r}, E', \vec{\Omega}', t) d\vec{\Omega}' dE'$$

$$+ S_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) \quad \text{keine Quellen}$$

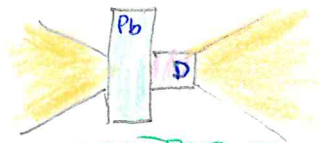
$$\frac{d}{dx} \varphi_E(x) = - \sum_E (E_0) \varphi_E(x)$$

$$\varphi_E(x) = \varphi_0 e^{-\sum_E (E_0) x}$$

- Durch eine NaCl-Strahl kollimierte ^{137}Cs Quelle wird ein H^{210}Pb -Detektor bestrahlt. Es wird eine 2mm dicke Bleischicht zwischen Quelle und Detektor gebracht.



- kleinere Flussdichte
- Strahlung wird ausgestreut



- größere Flussdichte
- Strahlung wird komplett vom Detektor erfasst

(a)

• Vektorielle Richtungsmedien: $\vec{f}_{E,2} = \vec{\Omega} f_{E,2}$ $\vec{f}_E(\varepsilon, \vec{r}, \vec{\Omega}) = \vec{\Omega} f(\varepsilon, \vec{r}, \vec{\Omega})$
 2. Spektrale, vektorielle Energieflussdichte: $\vec{\phi}_E(\varepsilon, \vec{r}, \vec{\Omega}, t) = \vec{\Omega} \phi(\varepsilon, \vec{r}, \vec{\Omega}, t)$

• Vertikale Richtungsänderung: $\vec{f}_{E,2} = \vec{g} + \vec{f}_{E,2}$ $\vec{f}_g(t, \vec{r}_1, \vec{v}) = \vec{g} \rho(t, \vec{r}_1, \vec{v})$

* Spektrale, vektorielle Energieflussdichte: $\vec{\phi}_E(\vec{r}, t) = \vec{S} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = \sum \vec{\phi}_E(\vec{r}, t)$

→ • vektorielle Energiefluens $\vec{\psi} = \int_V \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, \vec{E}, \vec{\Omega}) d\vec{r} d\vec{E} d\vec{\Omega}$ $\vec{\psi}(\vec{r}) = \vec{\Omega} \psi(\vec{r})$

$$S_{E,2}(\vec{r}, \vec{E}, \vec{D}, t) = \frac{d^2 S}{d\vec{r} d\vec{E}} = \frac{d^4 N_F}{dV dt d\vec{r} d\vec{E}}$$

- Steuerelektronendichte: $n(\vec{r}, t) = \frac{q \cdot \rho}{qV}$

Stoßgleichendichte: $\sum_{\epsilon \in \mathbb{Z}} (\vec{F}_i, \vec{p}, \vec{z}, t) \frac{dV}{dt}$

c) Boltzmann'sche Transportgleichung: (Bilanzgleichung) Absorption + Herausstrahlung

$$\vec{R} \nabla p_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{R}, t) = - \Sigma_E(E) p_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{R}, t) + \int_0^\infty \int_{4\pi} \Sigma_S(E') p(\vec{r}, E', E, R', \vec{R}) p_{E,2}(\vec{r}, E', R', t) dE' dR' + S_{E,2}(\vec{r}, E, \vec{R}, t)$$

Hineinstreuung Streuung S_S (freie Quellen)

d) $P_{\text{WdS}} = \mu_e \frac{N(s)}{N(0)} ds = \frac{\mu_e e^{-\mu_e s}}{1} ds$ freie Weglänge

Dichtefunktion: $f(s) = \mu_e$

Freemissionskoeffizient $\rightarrow$ Verfall

Transmissionkoeff. α in %

↳ Verteilungsfunktion

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-st} dt = 1 - e^{-As}$$

$[F] = 1$ Wahrscheinlichkeit, dass
eine WW auf der Strecke
0 bis 5 auftritt

☐ Spektrale Teilchenradianz $\rightarrow$ vekt. Spektr. Energieradianz

$$P_{E,2}(t, \vec{r}, E, \vec{\alpha}) \rightarrow \tilde{\Psi}_{E,2}(t, \vec{r}, E, \vec{\alpha})$$

$$\vec{\psi}_{\pm, 1}(t, \vec{r}, E, \vec{z}) = \pm \vec{z} \cdot \vec{\sigma} \varphi_{\pm, 2}(t, \vec{r}, E, \vec{z})$$

spektrale Reichensradianz $\rightarrow$ vektorielle Energieflussdichte

$$p \in {}_2(t, \vec{r}, t, \vec{r}) \rightarrow \vec{\psi}(\vec{r}) = \vec{r} \cdot \psi(\vec{r})$$

$$\vec{\psi}(\vec{r}) = \int_{\Delta\tau} \vec{\psi}(\vec{r}, t) dt = \int_{\Delta\tau} dt \int_0^\infty d\tau \int_{\frac{1}{2}\pi}^\pi d\theta \in \Sigma \varphi_{\Sigma\tau}(\vec{r}, \tau, \theta) d\tau$$

Persönliche Angaben

☐ Herr ☒ Frau Akad. Grad: _____ Institution
Firma _____

Vorname Maya _____

Name Shaviff _____ Abteilung _____

Tel/Fax _____ Straße Nr. Hofstraße 18

E-Mail maya.shaviff@gmail.com _____ PLZ/Ort 92827 Bamberg
Land _____

Bitte geben Sie an zu welcher Altersgruppe Sie gehören:

- ☐ < 20 Jahre ☒ 21 – 30 Jahre ☐ 31 – 40 Jahre ☐ 41 – 50 Jahre ☐ 51 – 60 Jahre ☐ 60+ Jahre

Tagungsgebühr DGMP (alle Tage)

- bis 30.06.2016 ab 01.07.2016
- ☐ 150 EUR ☐ 180 EUR Mitglied DGMP/ÖGMP/SGSMP/DGA/ISMRM-DS
- ☐ 200 EUR ☐ 230 EUR Nichtmitglied
- ☐ 50 EUR ☒ 50 EUR Studierende & Doktoranden*
- ☐ 50 EUR ☐ 50 EUR MTRA*

Fortbildungsprogramm** (Die Aktualisierung ist nur für Deutschland gültig)

- ☐ 40 EUR Aktualisierung nach RöV
- ☐ 40 EUR Aktualisierung nach StrlSchV
- ☐ 60 EUR Aktualisierung nach StrlSchV und RöV

Anatomie-Demonstrationskurs** (06.–07.09.2016)

- ☒ 190 EUR Studierende & Doktoranden*
- ☐ 240 EUR Regulär

Abend- und Rahmenprogramm der DGMP**

- ☐ 0 EUR Anzahl _____ Get-Together (07.09.2016)
- ☐ 55 EUR Anzahl _____ Gemeinsamer Gesellschaftsabend DGMP und ISMRM-DS (08.09.2016)
- ☐ 0 EUR Anzahl _____ Meet the President der DGMP (09.09.2016, Selbstzahlerbasis)

Tageskarten DGMP

- ☐ 07.09.2016 ☐ 08.09.2016 ☐ 09.09.2016 ☐ 10.09.2016
- ☐ 90 EUR Mitglied DGMP/ÖGMP/SGSMP/DGA/ISMRM-DS
- ☐ 120 EUR Nichtmitglied

2-Tageskarten Audiologie (07.–08.09.2016)

- ☐ 90 EUR Mitglied DGMP/ÖGMP/SGSMP/DGA/ISMRM-DS
- ☐ 120 EUR Nichtmitglied

2-Tageskarten ISMRM (07.–08.09.2016)

- ☐ 90 EUR NUR für Mitglieder der ISMRM-DS
- ☐ 120 EUR Nichtmitglied

Bezahlung (Hinweis: die Zahlung mit Kreditkarte ist nur bei einer Onlineregistrierung unter: www.dgmp-kongress.de möglich)

Zahlung per Überweisung: Mit Erhalt der Rechnung wird der Gesamtbetrag unter Angabe des Namens und der Rechnungsnummer überwiesen.

Datum _____ Unterschrift** 

* Nachweis erforderlich für Studenten und MTRA. Bitte innerhalb einer Woche mit dem Stichwort DGMP 2016 per E-Mail an registrierung@conventus.de, per Post an Conventus GmbH • Carl-Pulfrich-Straße 1 • 07745 Jena oder per Fax an +49 3641 31 16-244 senden.

** Nur in Verbindung mit der Anmeldung zur Tagung buchbar.

*** Mit seiner Unterschrift nimmt der Teilnehmer die Allgemeinen Geschäftsbedingungen auf der Tagungshomepage www.dgmp-kongress.de zur Kenntnis und erkennt diese an.

ANGENEHME

Übung 5

- 1) Durch die Fläche A fliegen $\gamma_{\text{ges}} = \gamma + \rho = 20 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ Teilchen ohne Beachtung der Flugrichtung

Dies entspricht bei $A = 10 \text{ cm}^2$ einem Teilchenfluss von

$$\dot{N} = \gamma_{\text{ges}} \cdot A = 20 \text{ s}^{-1} \quad \text{Teilchen}$$

$2 \cdot 10 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \cdot 10 \text{ cm}^2 = 20 \text{ s}^{-1}$ (Teilchen rechts + links)

Da die vektorielle Teilchenflussdichte nach rechts den selben Betrag besitzt wie die vektorielle Teilchenflussdichte nach links und sie in entgegengesetzte Richtungen zeigen, heben sie sich in der Summe auf.

- die Teilchenflussdichte ist vektoriell $\vec{\gamma} = \vec{0}$ der Nullvektor



$$\vec{\gamma}_1 + (-\vec{\gamma}_2) = \vec{0}$$

~~selber Betrag~~

$$\vec{\gamma} = \gamma_1 \vec{A}_1 - \gamma_2 \vec{A}_1 = \vec{0}$$

2)

- keine Zeitabhängigkeit → ∂_t Term verschwindet

- keine Quelle → rechte Seite wird 0 gesetzt

- eindimensionales Problem → anstelle der Divergenz $\vec{\nabla}$ wird lediglich $\partial/\partial x$ verwendet

$$\rightarrow \frac{d}{dx} \phi(x) + \mu \phi(x) = 0 \rightarrow \frac{d\phi}{\phi} = -\mu dx \quad (I)$$

bei $x=0$ ist $\phi_p(t=0) = \phi_0$ und $\phi(t=d)$ wird gesucht

- (I) von $x=0$ bis $x=d$ integrieren

$$\int_{\phi_0}^{\phi(d)} d\phi \phi^{-1} = - \int_0^d dx \mu$$

$$\hookrightarrow \int_{\phi_0}^{\phi(d)} d\phi \phi^{-1} = -\mu d \rightarrow [\ln(\phi)]_{\phi_0}^{\phi(d)} = -\mu d$$

$$\hookrightarrow \ln\left(\frac{\phi(d)}{\phi_0}\right) = -\mu d$$

$$\hookrightarrow \phi(d) = \phi_0 e^{-\mu d}$$

E_0 : monochromatisch, wird nicht aufgeschrieben

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{p}_{E,R}(\vec{r}, \vec{E}, \vec{r}, t) = -\sum_{\vec{k}} (E_0) p_{E,R}(\vec{r}, \vec{E}, \vec{r}, t)$$

$$+ \int_0^d \int_{\text{mit}} \sum_s (E') p(\vec{r}, \vec{E}', E, \vec{r}', \vec{r}) p_{E,R}(\vec{r}, \vec{E}, \vec{r}', t) d\vec{r}' dE'$$

keine Hinestreuer

$$= S_{E,R}(\vec{r}, \vec{E}, \vec{r}, t) \quad \text{keine Quellen}$$

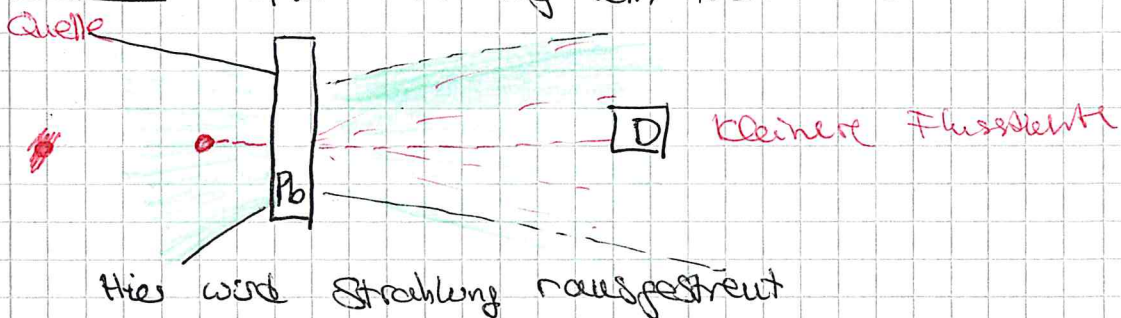
$$\frac{d}{dx} p_E(x) = -\sum_{\vec{k}} (E_0) p_E(x)$$

$$p_E(x) = p_0 e^{-\sum_{\vec{k}} (E_0) x}$$

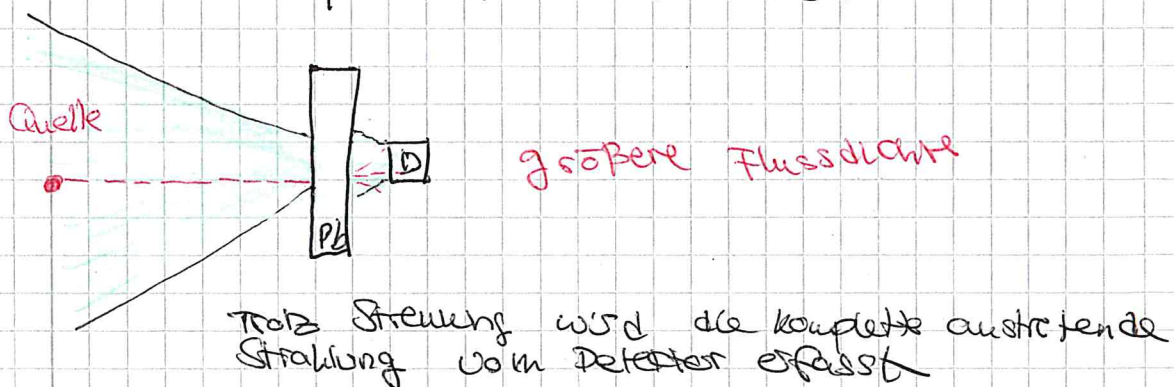
③

Egal wo die dicke Bleischicht zwischen Quelle und Detektor platziert wird, die Absorption wird die selbe sein. Im wesentlichen ist die Winkelverteilung aus der Bleischicht auftretender Teilchen unabhängig von der Lage der Bleischicht zw. Detektor und Quelle. Je weiter nun aber der Abstand zwischen Bleiplatte und Detektor ist, desto mehr kann sich der Strahl weiten, bevor er den Detektor trifft.

Fall 1: Bleiplatte weit weg vom Detektor D



Fall 2: Bleiplatte nahe an Detektor D





Übung zur Vorlesung

Wechselwirkung von Strahlung mit Materie (BM 2)

MSc Medizinische Strahlenwissenschaften

Übung 6: makroskopische Größen und Wiederholung

Wiederholung und Übung

Kern + Elektronen - Bremsstrahlung

keima - Bremsstrahlung

vektorielle Energiefluenz - vektorielle Energiefluenz

primär geladene Teilchen - sekundär geladene Teilchen

$D = K - B + Y_{\text{geladen}} = \int \text{div}(\psi_g) - \int \text{div}(\psi_{gs})$

Betrachten Sie die Energiebilanz der numerischen Dosimetrie. Was bedeuten die einzelnen Terme?

Formulieren Sie diese Gleichung für die Spezialfälle Photoeffekt und Sekundärteilchen-

gleichgewichts (nur indirekt ionisierende Strahlung) um.

b) Was ist eine „Dosisaufbauplatte“ und warum ist diese bei der Dosimetrie hochenergetischer

Photonenstrahlung mit Ionisationskammern notwendig? Was genau messen Ionisationskammern

demnach? *Platz Platte? Wasseräquivalent = Gewebeäquivalent*

c) Was ist der Bragg-Peak?

GMV

Aufgabe 1

❖ Was ist die beste Abschirmung gegen 5 MeV γ -Strahlung?

(a) Blei *$z=82$*

(b) Aluminium

(c) Plastik

(d) wechselnde Schichten von Blei und Plastik

(e) wechselnde Schichten von Plastik und Blei

❖ Was ist die beste Abschirmung gegen 5 MeV β -Strahlung?

(a) Blei

(b) Aluminium

(c) Plastik

(d) wechselnde Schichten von Blei und Plastik

(e) wechselnde Schichten von Plastik und Blei

entstehen die

β -Strahlung

Bremsstrahlung

❖ Gammastrahlung unterliegt folgenden Wechselwirkungsprozessen:

(a) Bremsstrahlung

(b) Paarbildung

(c) inkohärente Streuung

(d) photoelektrischen Effekt

❖ Die Zerfallskonstante λ ($N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$), die mittlere Lebensdauer τ und die Halbwertszeit $T_{1/2}$

sind durch folgende Gleichungen verknüpft:

(a) $T_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$

(b) $\lambda \cdot T_{1/2} = 1$

(c) $T_{1/2} = \ln \tau$

(d) $\lambda \cdot \tau = T_{1/2}$

(e) $\lambda \cdot \tau = 1$

$\tau = \frac{1}{\lambda}$

$N = N_0 e^{-\lambda \tau} = N_0 e^{-1}$

N fällt auf das

$\frac{1}{e}$ -fache ab

❖ Eine Röntgenröhre wird mit einer Spannung von 100 kV betrieben. Wie groß ist die maximale Energie der Röntgenphotonen?

(a) 10 keV

(b) 100 keV

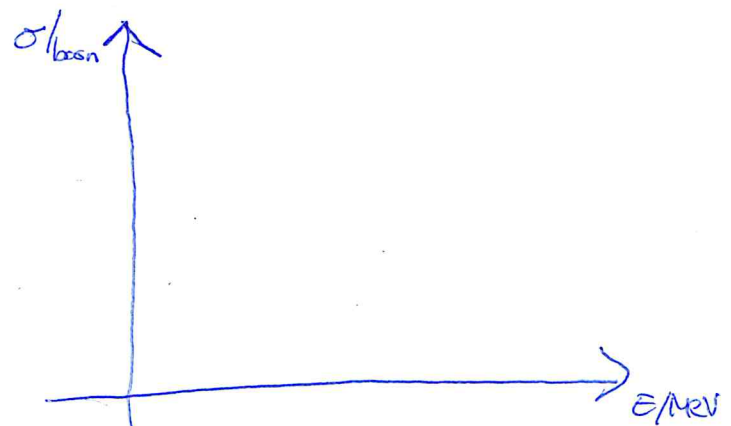
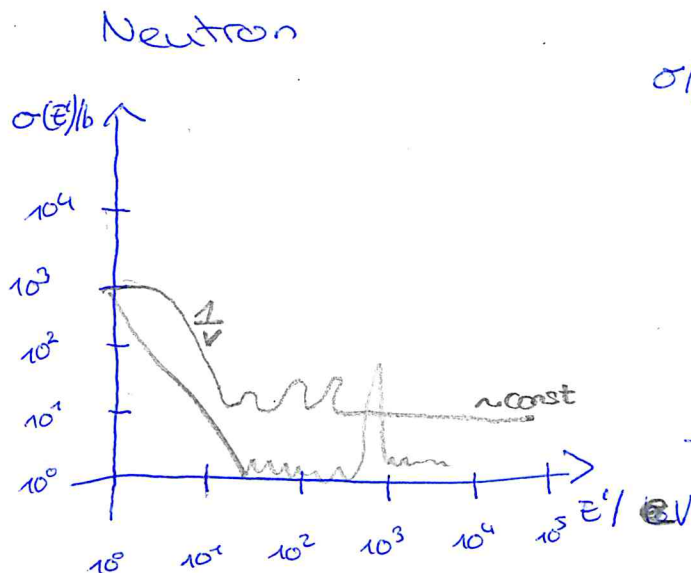
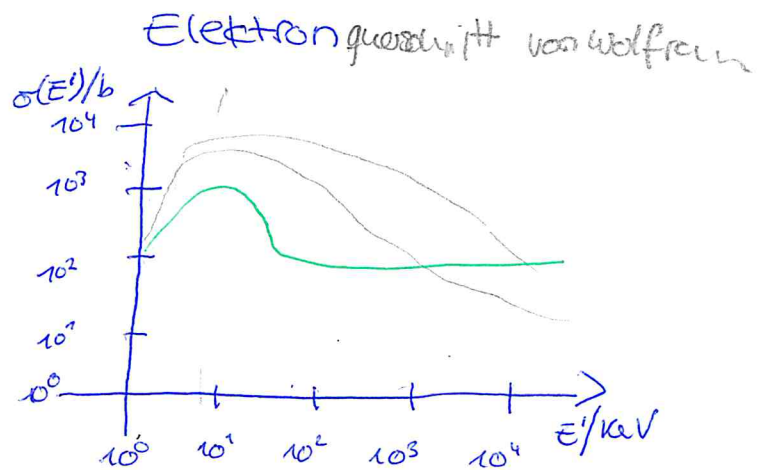
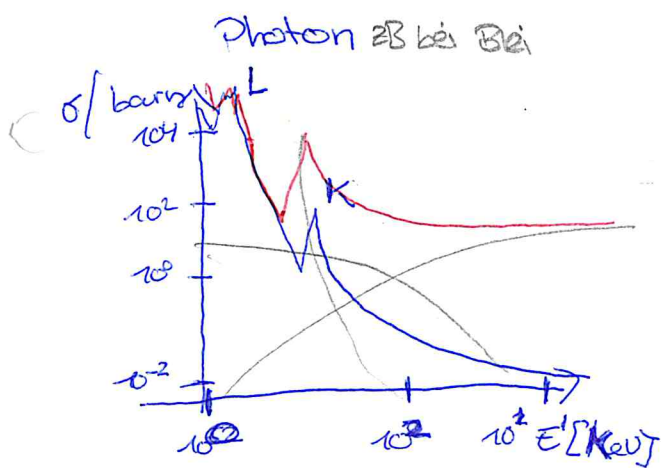
(c) $1,6 \cdot 10^{-14}$ J

(d) 100 kJ

(e) $1,6 \cdot 10^{-14}$ As

Aufgabe 2

Zeichnen Sie den prinzipiellen Verlauf des energieabhängigen Wirkungsquerschnitts von Photonen, Elektronen und Neutronen.



— Photonen gesamt
— Elektronen
— Neutronen

Übung 6

Energiebilanz

$$D = K - B + Y_{\text{geladen}} - \frac{1}{S} \text{div}(\Psi_g) - \frac{1}{S} \text{div}(\Psi_{gs})$$

Kerna - Bremsstrahl
verluste

+ Y_{geladen}
+ Kernreaktion

- vektorielle Erwsfluss
Primär geladene Teilchen

- vektorielle Erwsfluss
sekundär geladene Teilchen

Spezialfall Photoeffekt

Photon

Sekundär
gleichgewicht

$$D = K - \frac{1}{S} \text{div}(\Psi_{\text{ges}})$$

$$D = K - B$$

$$D = K - B + Y_g$$

Dosisaufbauplate

- + für Aufbau effekt
- + um Maximum im Sekundärelektronengleichgewicht zu messen
- + S_{eff} liefert bei hochenergetischer Energie hohe Dosisrate
- + GG stellt sich ein, wenn genug e⁻ stellt werden
- + Luft Kerma wird gemessen
- + D = K

Bragg - Peak

- + An dem Punkt geben geladene Teilchen ihre Energie ab
- + Energie fällt nahezu auf 0 ab

Beste Abschirmung gegen 5 MeV γ Strahlung

Blei

Beste Abschirmung gegen 5 MeV β Strahlung

Wechselnde Schichten von Plastik und Blei → entstehende Bremsstrahlung
γ Strahlung WW → β Strahlung

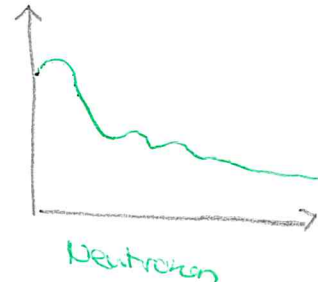
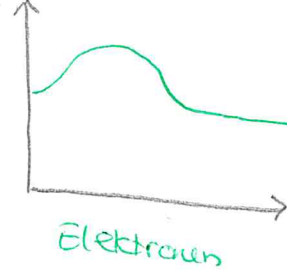
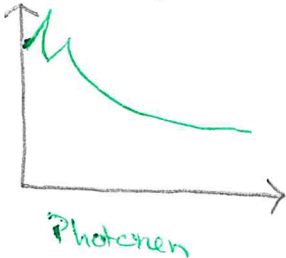
Paarbildung, inkohärente Streuung, Photoelektrischer Effekt
Zerfallskonstante λ mit folgenden Gleichungen verknüpft

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

$$\lambda Z = 1$$

Eine Röntgenröhre wird mit einer Spannung von 100kV betrieben. Wie groß ist die maximale Energie der Röntgenphotonen?
100 keV
1,6 × 10⁻¹⁴ J

Wirkungsquerschnitte



Übung 6

Wiederholungsaufgaben

a)
$$D = K - B + Y_G - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_g) - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_{gs})$$

K Kerma $-$ Bremsstrahlverluste $+ \gamma_G$ + Korrekturen $-$ $\frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_g)$ - $\frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_{gs})$

Photon : $D = K - B$

Probeffekt : $D = K - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_{gs})$

$\frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_g)$ - $\frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_{gs})$

lekt. Energiefluenz - $\frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_{gs})$

Primärgebundene Teilchen - $\frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_{gs})$

Sekundär gebundene Teilchen

Sekundärteilchengleichgewicht: $D = K - B + Y_G$ ~~$\frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_g) - \frac{1}{\rho} \operatorname{div}(\psi_{gs})$~~

- b) Dosisaufbauplatte
- $\frac{\operatorname{div}(\psi_g)}{\operatorname{div}(\psi_{gs})} = 0$ (da nur für indirekt gebundene Teilchen)
- für Aufbaueffekt
 - um Maximum im Sekundärelektronengleichgewicht zu messen
 - S^+ haben bei hochenergetischer Energie hohe Reichweite
 - DGG stellt sich ein, wenn genug erstellt wurden
 - Luft ~~kerma~~ Kerma wird gemessen
 - $D = K$

c) Bragg-Peak

- An dem Punkt geben gebundene Teilchen ihre Energie ab
- Energie fällt nahezu auf 0

Standardmodell der Elementarteilchen

Der Aufbau aller Materie wird mithilfe des Standardmodells der Elementarteilchen beschrieben. Diese Theorie umfasst eine gewisse Anzahl an elementaren Teilchen, die nicht weiter teilbar sind und die uns bekannte Welt einigermaßen beschreiben. Sie sind in zwei Gruppen gegliedert: Die Materieteilchen (Fermionen) und die Austauschteilchen (Bosonen).

Die Materieteilchen teilen sich selbst wiederum in zwei Gruppen auf, die Quarks und die Leptonen. Wechselwirkungen zwischen den Materieteilchen geschehen über die Bosonen. Dabei wird, je nach Wechselwirkung das charakteristische Austauschteilchen von einem Materieteilchen ausgesendet bzw. empfangen.

Sowohl Materieteilchen, als auch Austauschteilchen sind in folgender Tabelle dargelegt:

Quarks						
	1. Generation		2. Generation		3. Generation	
Name	Up	Down	Charm	Stange	Top	Bottom
Symbol	u	d	c	s	t	b
Elektrische Ladung	$2/3$	$-1/3$	$2/3$	$-1/3$	$2/3$	$-1/3$
Ruheenergie (GeV)	$1,7 - 3,1 \cdot 10^{-3}$	$4,1 - 5,7 \cdot 10^{-3}$	$1,15 - 1,35$	$0,08 - 0,13$	$170 - 180$	$4,1 - 4,4$
Leptonen						
	1. Generation		2. Generation		3. Generation	
Name	Elektron	Elektron-Neutrino	Myon	Myon-Neutrino	Tau	Tau-Neutrino
Symbol	e^-	ν_e	μ	ν_μ	τ	ν_τ
Elektrische Ladung	-1	0	-1	0	-1	0
Ruheenergie (MeV)	$0,510998$	$< 2 \cdot 10^{-6}$	$105,658$	$< 0,19$	$1776,82$	$< 18,2$
Bosonen						
Name	Photon	Gluon	Boson		W Boson	
Symbol	γ	g	Z^0		$W^\pm$	
Elektrische Ladung	0	0	0		± 1	
Ruheenergie (GeV)	0	0	91		80	

Was hat es mit dem Higgs-Boson auf sich?

Das heutige Standardmodell unterscheidet sich von der ersten Version. Damals gab es nämlich ein großes Problem: Sämtliche Teilchen wurden als masselos angenommen. Dies war aus dem Grund ein Problem, da alle Materie auf der Welt offensichtlich Masse besitzen, welche aber nicht erklärt werden konnte.

Im Jahr 1964 löste ein englischer Physiker, Peter Higgs dieses Problem. Er erfand einen mathematischen Mechanismus der das Standardmodell dahingehend veränderte, dass alle Elementarteilchen nun als massiv wahrgenommen werden können.

Die Idee: Das ganze Universum wird von einem Feld durchsetzt mit dem alle Elementarteilchen wechselwirken und somit ihre Masse erhalten. Dieser Trick funktionierte jedoch nur, indem Higgs ein neues, weiteres Teilchen dem Standardmodell hinzufügte, das sogenannte Higgs-Boson.

2012 wurde am LHC das erste Mal ein Boson nachgewiesen, welches in seinen Eigenschaften mit dem Higgs-Bosons übereinstimmt.



Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

Modulkennziffer: BM2

Handout

Physikalische Größen und Einheiten

Physikalische Größen	Symbole	Einheiten
Länge (Ortskoordinaten)	$l(x,y,z)$	m bzw. cm
Fläche (geometrisch)	A	m ² bzw. cm ²
Wirkungsquerschnitt	σ	m ² bzw. b
Wirkungsquerschnittsdichte (makroskopische Querschnitte)	Σ, μ	m ⁻¹
Volumen	V	m ³ bzw. cm ³
Zeit	t	s
Anzahldichte	n_a	m ⁻³ bzw. (b cm) ⁻¹
Massendichte	ρ	g/cm ³
Energie	E	J bzw. eV

Üblicherweise wird die Einheit Barn [b] für den Wirkungsquerschnitt benutzt:
1 b = 10⁻²⁸ m² = 10⁻²⁴ cm²

Die Anzahldichte ist gleich der Anzahl durch Volumen.

1 eV = 1,6022 · 10⁻¹⁹ J

Naturkonstanten

Einheiten	Symbol	Wert
Avogadro'sche Zahl	N_A	6,022142 · 10 ²³ Mol ⁻¹
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	2,99792458 · 10 ⁸ m s ⁻¹
Reduzierte Plancksche Konstante	$\hbar = h/(2\pi)$	6,582119 · 10 ⁻²² MeV · s
Elementarladung	e	1,602176 · 10 ⁻¹⁹ C
Elektronenmasse	m_e	9,109382 · 10 ⁻³¹ kg

Zusammengesetzte Naturkonstanten

Einheit	Symbol	Wert
Ruheenergie des Elektrons	$E_0 = m_e \cdot c^2$	510,9989 keV = 511 keV
Klassischer Elektronenradius	$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 E_0}$	2,817943 · 10 ⁻¹⁵ m
Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$	1/137,036
Bohrscher Radius	$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}$	0,52918 · 10 ⁻¹⁰ m

Ionisierende Strahlung

Direkt ionisierend	Indirekt ionisierend
Strahlung elektrisch geladener Teilchen	Strahlungsarten ohne elektrische Ladung
Elektronen, Protonen, Alphateilchen	Photonen, Neutronen
Erzeugen Ionisationen durch Stöße	Lösen Sekundärteilchen, die den größten Teil der Ionisierung im Material erzeugen

Skalare Strahlungsfeldgrößen

Name	Formelzeichen	SI-Einheit
Teilchenzahl	N	1
Teilchenfluss	$\dot{N} = \frac{dN}{dt}$	s ⁻¹
Teilchenflussdichte	$\varphi(t, \vec{r}) = \frac{d^2 N}{dt \cdot dA_1}$	s ⁻¹ · m ⁻²
Spektrale Teilchenflussdichte	$\varphi_E(t, \vec{r}, E) = \frac{d^3 N}{dt \cdot dA_1 \cdot dE}$	s ⁻¹ · m ⁻²
Teilchenradianz	$\varphi_\Omega(t, \vec{r}, \Omega) = \frac{d^3 N}{dt \cdot dA_1 \cdot d\Omega}$	s ⁻¹ · m ⁻² · J ⁻¹
Spektrale Teilchenradianz	$\varphi_{E\Omega}(t, \vec{r}, E, \Omega) = \frac{d^4 N}{dt \cdot dA_1 \cdot dE \cdot d\Omega}$	s ⁻¹ · m ⁻² · sr ⁻¹
Teilchenfluenz	$\Phi(\vec{r}) = \frac{dN}{dA_1}$	m ⁻²
Spektrale Teilchenfluenz	$\Phi_E(\vec{r}, E) = \frac{d^2 N}{dA_1 \cdot dE}$	m ⁻² · J ⁻¹
Spektrale raumwinkelbezogene Teilchenfluenz	$\Phi_{E\Omega}(\vec{r}, E, \Omega) = \frac{d^3 N}{dA_1 \cdot dE \cdot d\Omega}$	m ⁻² · J ⁻¹ · sr ⁻¹
Energie	R	J
Energiefluss	$\frac{dR}{dt}$	J · s ⁻¹
Energiefluenz	$\frac{dR}{dA_1} = \Psi(\vec{r})$	J · m ⁻²
Energieflussdichte	$\frac{d^2 R}{dt \cdot dA_1} = \Psi(t, \vec{r})$	W · m ⁻²
Spektrale Energiefluenz	$\frac{d^2 R}{dA_1 \cdot dE} = \Psi(E, \vec{r})$	m ⁻²
Spektrale Energieflussdichte	$\frac{d^3 R}{dt \cdot dA_1 \cdot dE} = \Psi(t, \vec{r}, E)$	s ⁻¹ · m ⁻²

Vektorielle Strahlungsfeldgrößen

Name	Formelzeichen	SI-Einheit
Vektorielle Teilchenflussdichte	$\vec{\varphi} = \iint \vec{n} \cdot \varphi_n d\Omega$	$s^{-1} \cdot m^{-2}$
Spektrale vektorielle Teilchenradanz	$\vec{\varphi}_{E,\Omega} = \frac{d^2 \vec{\varphi}}{dE \cdot d\Omega}$	$s^{-1} \cdot m^{-2} \cdot J^{-1} \cdot sr^{-1}$
Vektorielle Teilchenfluenz	$\vec{\Phi} = \iint \vec{n} \cdot \Phi_n d\Omega$	m^{-2}
Spektrale vektorielle Teilchenfluenz	$\vec{\Phi}_{E,\Omega} = \frac{d^2 \vec{\Phi}}{dE \cdot d\Omega}$	$m^{-2} \cdot J^{-1} \cdot sr^{-1}$
Vektorielle Energieflussdichte	$\vec{\Psi}(t, \vec{r})$	$m^{-2} \cdot sr^{-1}$
Vektorielle Energiefluenz	$\vec{\Psi}(\vec{r}) = \int \vec{\Psi}(\vec{r}, t) dt$	$keV \cdot m^{-2}$

Anschauliche Bedeutung der skalaren Strahlungsfeldgrößen

Bezeichnung	Bedeutung
Fluss	Teilchen/Zeit Energie/Zeit
Fluenz	Teilchen/Fläche Energie/Fläche
Flussdichte	Teilchen/(Zeit·Fläche) Energie/(Zeit·Fläche)
Spektrale Größen	Auf ein Energieintervall dE bezogene Größen
Radanz	Raumwinkelbezogene differentielle Größe

Spezielle Teilchenzahldichten

Name	Formelzeichen	SI-Einheit
Volumenbezogene Teilchenzahl	$n = \frac{dN}{dV}$	m^{-3}
Teilchendichte	$\dot{n} = \frac{dn}{dt}$	$m^{-3}s^{-1}$
Quellstärke	$S = \frac{dN_f}{dt}$	s^{-1}
Quelldichte (volumenbezogene Quellstärke)	$s = \frac{dS}{dV} = \frac{d^2 N_f}{dV dt}$	$m^{-3}s^{-1}$
Spektrale raumwinkel- und volumenbezogene Quellstärke	$s_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{n}, t) = \frac{d^4 N_f}{dV dt d\Omega dE}$	$m^{-3}s^{-1}keV^{-1}sr^{-1}$
Streuteilchendichte	$\zeta(\vec{r}, t) = \frac{d^2 N_s}{dV dt}$	$m^{-3}s^{-1}$
Spektrale raumwinkelbezogenen Streuteilchendichte	$\zeta_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{n}, t) = \frac{d^4 N_s}{dV dt d\Omega dE}$	$m^{-3}s^{-1}keV^{-1}sr^{-1}$
Emersionsteilchendichte	$\chi(\vec{r}, t) = s(\vec{r}, t) + \zeta(\vec{r}, t)$	$m^{-3}s^{-1}$
Spektrale raumwinkelbezogenen Emersionsteilchendichte	$\chi_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{n}, t) = s_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{n}, t) + \zeta_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{n}, t)$	$m^{-3}s^{-1}keV^{-1}sr^{-1}$
Spektrale raumwinkelbezogenen Stoßteilchendichte	$\zeta_{E,\Omega}(\vec{r}, E, \vec{n}, t) = \frac{d^4 N_c}{dV dt d\Omega dE}$	$m^{-3}s^{-1}keV^{-1}sr^{-1}$
N_f	Anzahl an Teilchen die aus einer fixen Quelle f emittiert werden	
N_s	Anzahl an Teilchen die nach einer Wechselwirkung als Streuteilchen emittiert werden	
N_c	Anzahl der Teilchen an, die in dV und in t ... t + dt stoßen	

Standardmodell der Elementarteilchen

Der Aufbau aller Materie wird mithilfe des Standardmodells der Elementarteilchen beschrieben. Diese Theorie umfasst eine gewisse Anzahl an elementaren Teilchen, die nicht weiter teilbar sind und die uns bekannte Welt einigermaßen beschreiben. Sie sind in zwei Gruppen gegliedert: Die Materieteilchen (Fermionen) und die Austauschteilchen (Bosonen). Die Materieteilchen teilen sich selbst wiederum in zwei Gruppen auf, die Quarks und die Leptonen. Wechselwirkungen zwischen den Materieteilchen geschehen über die Bosonen. Dabei wird, je nach Wechselwirkung das charakteristische Austauschteilchen von einem Materieteilchen ausgesendet bzw. empfangen. Sowohl Materieteilchen, als auch Austauschteilchen sind in folgender Tabelle dargelegt:

Quarks						
	1. Generation		2. Generation		3. Generation	
Name	Up	Down	Charm	Stange	Top	Bottom
Symbol	u	d	c	s	t	b
Elektrische Ladung	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3
Ruheenergie (GeV)	1,7 – 3,1 · 10 ⁻³	4,1 – 5,7 · 10 ⁻³	1,15 – 1,35	0,08 – 0,13	170 – 180	4,1 – 4,4
Leptonen						
	1. Generation		2. Generation		3. Generation	
Name	Elektron	Elektron-Neutrino	Myon	Myon-Neutrino	Tau	Tau-Neutrino
Symbol	e ⁻	ν _e	μ	ν _μ	τ	ν _τ
Elektrische Ladung	-1	0	-1	0	-1	0
Ruheenergie (MeV)	0,510998	< 2 · 10 ⁻⁶	105,658	< 0,19	1776,82	< 18,2
Bosonen						
	Photon	Gluon	Boson	W Boson		
Name	γ	g	Z ⁰	W [±]		
Symbol	γ	g	Z ⁰	W [±]		
Elektrische Ladung	0	0	0	±1		
Ruheenergie (GeV)	0	0	91	80		

Was hat es mit dem Higgs-Boson auf sich?

Das heutige Standardmodell unterscheidet sich von der ersten Version. Damals gab es nämlich ein großes Problem: Sämtliche Teilchen wurden als masselos angenommen. Dies war aus dem Grund ein Problem, da alle Materie auf der Welt offensichtlich Masse besitzen, welche aber nicht erklärt werden konnte.

Im Jahr 1964 löste ein englischer Physiker, Peter Higgs dieses Problem. Er erfand einen mathematischen Mechanismus der das Standardmodell dahingehend veränderte, dass alle Elementarteilchen nun als massiv wahrgenommen werden können. Die Idee: Das ganze Universum wird von einem Feld durchsetzt mit dem alle Elementarteilchen wechselwirken und somit ihre Masse erhalten. Dieser Trick funktionierte jedoch nur, indem Higgs ein neues, weiteres Teilchen dem Standardmodell hinzufügte, das sogenannte Higgs-Boson.

2012 wurde am LHC das erste Mal ein Boson nachgewiesen, welches in seinen Eigenschaften mit dem Higgs-Bosons übereinstimmt.