



Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

BM2 - Vorlesung Nr. 1

Aufbau der Vorlesung

1. Grundprozesse der Wechselwirkung
 - a) Charakteristische Größen – integrale und differentielle Wirkungsquerschnitte
 - b) Wechselwirkung von Photonen
 - c) Wechselwirkung von Neutronen
 - d) Wechselwirkung schneller geladener Teilchen (z.B. Elektronen, Positronen, leichte und schwere Ionen)



Aufbau der Vorlesung

1. Grundprozesse der Wechselwirkung
2. Die Strahlungstransportgleichung und ihre Lösungen
 - a) Physikalische Größen zur Charakterisierung des Strahlungstransportes
 - b) Strahlungstransportgleichung
 - c) Lösung der Transportgleichung
 - d) Makroskopische Größen zur Beschreibung der Wechselwirkung von Strahlung mit Materialschichten



Aufbau der Vorlesung

1. Grundprozesse der Wechselwirkung
2. Die Strahlungstransportgleichung und ihre Lösungen
3. Änderung des Strahlungsfeldes und Energieübertragung auf Material als Folge des Strahlungstransportes
 - a) Energiebilanz im Strahlungsfeld
 - b) Energieübertragung auf Material

Aufbau der Vorlesung

1. Grundprozesse der Wechselwirkung

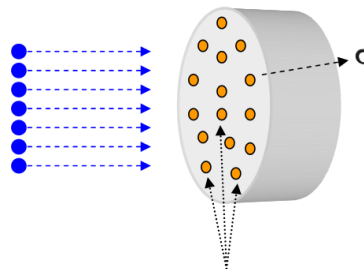
- Charakteristische Größen – integrale und differentielle Wirkungsquerschnitte
- Wechselwirkung von Photonen
- Wechselwirkung von Neutronen
- Wechselwirkung schneller geladener Teilchen (z.B. Elektronen, Positronen, leichte und schwere Ionen)

1. a) Charakteristische Größen

Mikroskopischer Wirkungsquerschnitt σ

- Anschaulich: der Wirkungsquerschnitt σ ist die Trefferfläche, an der eine Wechselwirkung zwischen Teilchen und Material stattfindet
- Daher hat σ die Dimension einer Fläche mit der Einheit Barn [b]:
 $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$

Teilchenstrahl



Wechselwirkungszentren mit der jeweiligen "Treffer-Fläche" σ

H. Krieger: Grundlagen der Strahlungsphysik

1. a) Charakteristische Größen

Mikroskopischer Wirkungsquerschnitt σ

- σ wird als Funktion der Energie angegeben $\sigma_x(E)$, wobei der Index x einen bestimmten Prozess symbolisiert, z.B. $\sigma_e(E)$ steht für den Wirkungsquerschnitt des Photoelektrischen Effekts
- σ ist nach ICRU-85 definiert als: $\sigma = \frac{N}{\phi}$
 N = mittlere Anzahl an Wechselwirkungen von Teilchen mit einem Target
 ϕ = Teilchenfluenz der das Target ausgesetzt ist
- Es wird zwischen **totalen** und **differentiellen** Wirkungsquerschnitt unterschieden

1. a) Charakteristische Größen

Photonenquerschnitte von Aluminium ($Z=13$)

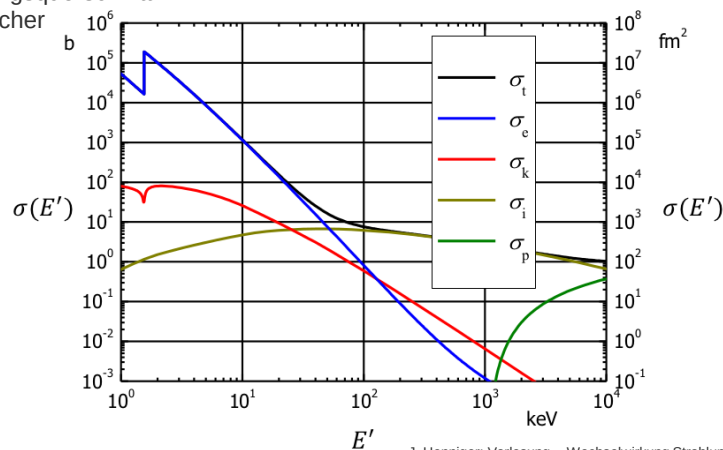
σ_t : Totaler Wirkungsquerschnitt

σ_e : Photoelektrischer

σ_k : Kohärenter

σ_i : Inkohärenter

σ_p : Paarbildung



J. Henniger: Vorlesung – Wechselwirkung Strahlung-Stoff

1. a) Charakteristische Größen Photonenquerschnitte von Blei (Z=82)

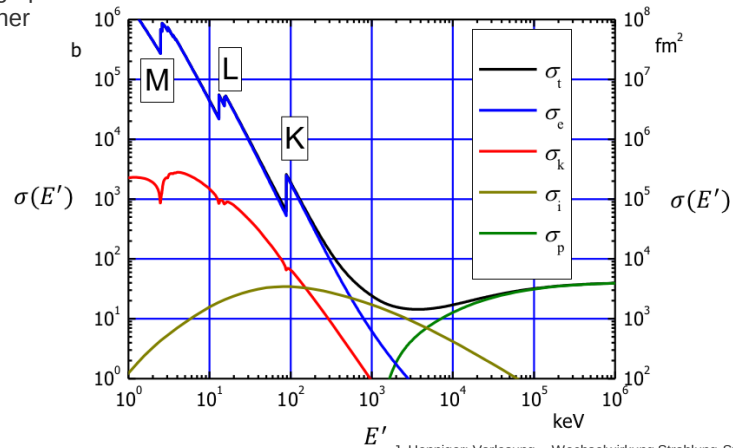
σ_t : Totaler Wirkungsquerschnitt

σ_e : Photoelektrischer

σ_k : Kohärenter

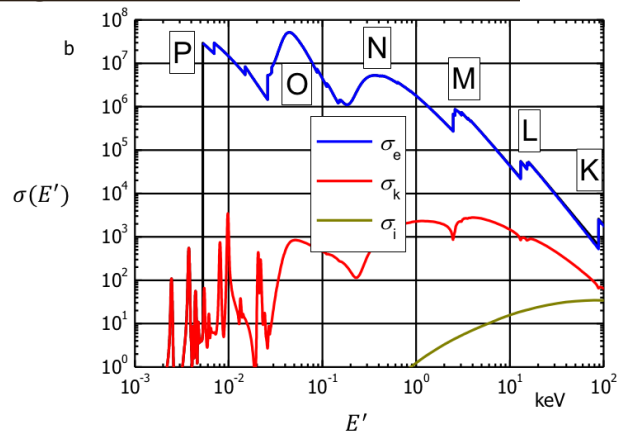
σ_i : Inkohärenter

σ_p : Paarbildung



J. Henniger: Vorlesung – Wechselwirkung Strahlung-Stoff

1. a) Charakteristische Größen Photonenquerschnitte von Blei (Z=82) für die Energien zwischen 1 eV und 100 keV



J. Henniger: Vorlesung – Wechselwirkung Strahlung-Stoff



1. a) Charakteristische Größen

Totaler Wirkungsquerschnitt σ_t

- σ_t ist die Summe der Einzel-Wirkungsquerschnitte aller möglichen Prozesse (z.B. Streuung oder Absorption) des einfallenden Teilchens
- $\sigma_t = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5 + \dots$



1. a) Charakteristische Größen

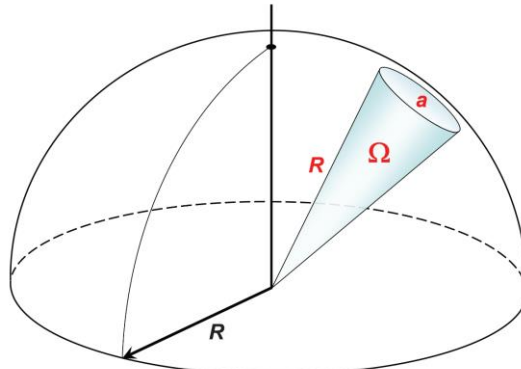
differentieller Wirkungsquerschnitt σ_Ω

- Wird einfallende Strahlung am Target gestreut, so ist deren Intensitätsverteilung durch den Raumwinkel Ω beschrieben
- Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist dann gegeben durch: $\frac{d\sigma}{d\Omega}$

1. a) Charakteristische Größen

Raumwinkel Ω

- Der Raumwinkel Ω einer Fläche bezüglich eines Punkts ist definiert als die Größe ihrer Projektionsfläche auf der Einheitskugel am Punkt.
- $\Omega = \frac{a}{R^2}$
- Einheit steradian [sr]



<http://www.seos-project.eu/modules/laser-rs/laser-rs-c03-s02-p02.de.html>

1. a) Charakteristische Größen

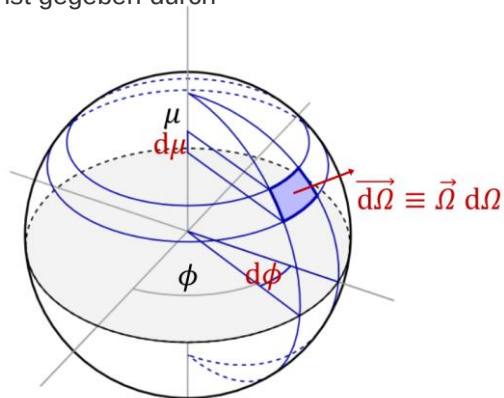
Raumwinkelement $d\Omega$

- Das Raumwinkelement $d\Omega$ ist gegeben durch

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$= -d\mu \, d\phi$$

in Kugelkoordinaten
mit Polarwinkel θ
und Azimutalwinkel ϕ



J. Henniger: Vorlesung – Wechselwirkung Strahlung-Stoff

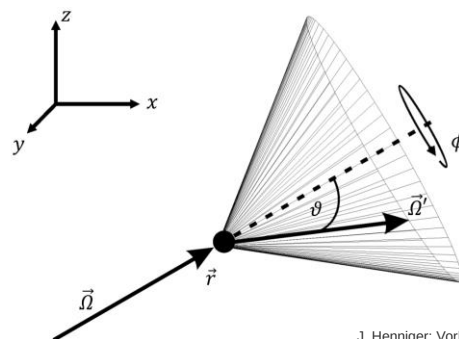
1. a) Charakteristische Größen Richtungsvektor

- Richtungsvektor $\vec{\Omega}$ ist geometrischer Vektor
- In eine Richtung bzgl. des Koordinatensystems definiert
- Jedem differentiellen Raumwinkelement $d\Omega$ lässt sich auf der Einheitskugel ein Richtungsvektor zuordnen
- Dieser ist gleich dem zugehörigen Oberflächennormalenvektor (kartesische Koordinaten):

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \quad u^2 + v^2 + w^2 = 1$$

1. a) Charakteristische Größen Polare Streuwinkelverteilung θ

- Ereignisse mit gleichem ϑ liegen auf einem Kegel
- $\vec{\Omega} = (u, v, w)$ Richtung vor der Streuung
- $\vec{\Omega}' = (u', v', w')$ Richtung nach der Streuung





1. a) Charakteristische Größen Vektoralgebra

das Skalarprodukt der Bewegungsrichtungen vor bzw. nach der Streuung

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' = u \cdot u' + v \cdot v' + w \cdot w'$$

und das ergibt den Richtungskosinus μ des polaren Streuwinkels ϑ

$$\mu = \cos \vartheta = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$$



1. a) Charakteristische Größen Differentieller Wirkungsquerschnitt σ_{Ω}

- für willkürliche Polarisierung entfällt die Abhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts σ_{Ω} vom Azimutalwinkel ϕ
 $\rightarrow \sigma_{\Omega}(\dots, \cancel{\phi}, \mu)$
- das Raumwinkelement wird von einem Kegel mit dem Öffnungswinkel ϑ bis $\vartheta + d\vartheta$ bestimmt
 $\rightarrow d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta = -2\pi d(\cos \vartheta) = -2\pi d\mu$
- Vorteil der Nutzung von μ anstatt ϑ

1. a) Charakteristische Größen

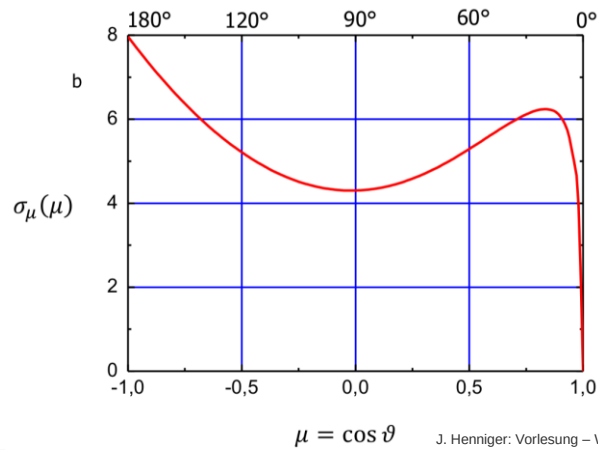
Differentieller Wirkungsquerschnitt σ_Ω

- der differentielle Wirkungsquerschnitt ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit für eine Richtungsänderung in das Intervall $[\vartheta, \vartheta + d\vartheta] = [\mu, \mu + d\mu]$
- Die Integration über alle Raumrichtungen liefert

$$\int_{4\pi} \sigma_\Omega d\Omega = 2\pi \int_{-1}^1 \sigma_\Omega(E, \vartheta) d(\cos \vartheta) = \sigma(E)$$

1. a) Charakteristische Größen

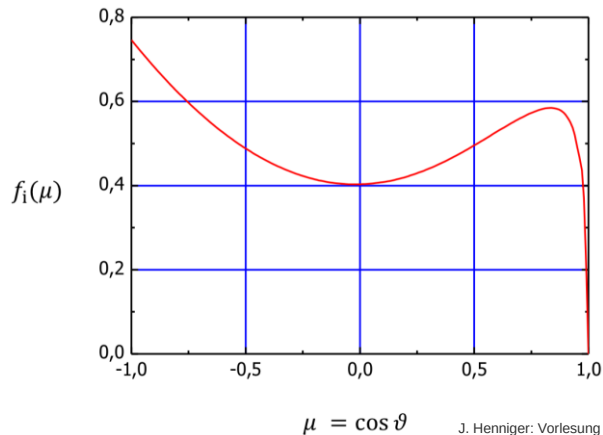
Differentieller Querschnitt für inkohärente Streuung bei $E = 36 \text{ keV}$ an Ti ($Z=22$)





1. a) Charakteristische Größen

Dichtefunktion $f_i(\mu)$ des inkohärenten Querschnitts für Ti (Z=22) bei 36 keV



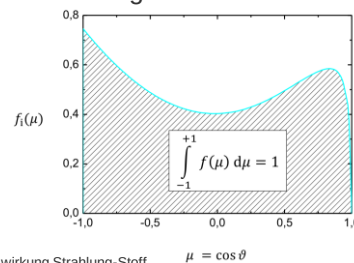
J. Henniger: Vorlesung – Wechselwirkung Strahlung-Stoff



1. a) Charakteristische Größen

Dichtefunktionen $f_i(\mu)$

- Die Dichtefunktion beschreibt eine stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Sie ist stets auf Eins normiert
- Das Integral über den gesamten Definitionsbereich der Funktion ergibt also 1
- Das Integral der Dichtefunktion ist die Verteilungsfunktion.



J. Henniger: Vorlesung – Wechselwirkung Strahlung-Stoff



1. a) Charakteristische Größen

Unterschiede zwischen $\sigma_\mu(\mu)$ und $f(\mu)$

- Die Dichtefunktion $f(\mu)$ ist die Verteilung des Richtungskosinuses μ des polaren Streuwinkels ϑ
- Definition: $f(\mu) = \frac{\sigma_\mu(\mu)}{\int_{-1}^1 \sigma_\mu(\mu) d\mu} = \frac{\sigma_\mu(\mu)}{\sigma}$
- $f(\mu)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte ohne physikalische Einheit
- $\sigma_\mu(E)$ hat die Einheit m^2 bzw. b des Wirkungsquerschnitts



1. a) Charakteristische Größen

Der doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt

- Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt ist definiert als

$$\sigma_{E\Omega}(E', E, \mu) = \frac{d\sigma(E', E, \sigma)}{dE d\Omega}$$

- Mit Energie E vor bzw E' nach der Wechselwirkung
- Ein Maß dafür, dass die Energie des Teilchens nach der Wechselwirkung im Intervall $[E', E' + dE]$ und der Streuwinkel in $[\vec{\Omega}', \vec{\Omega}' + d\vec{\Omega}]$ liegt



1. a) Charakteristische Größen Wirkungsquerschnittsdichte Σ

- Die Wirkungsquerschnittsdichte Σ ist definiert durch

$$\Sigma = n_{a,V} \cdot \sigma$$

- Also das Produkt aus der Anzahlldichte oder auch Atomzahlldichte $n_{a,V}$ (Anzahl pro Volumen) des atomaren Targets und dem betrachteten Wirkungsquerschnitt σ
- Die Anzahlldichte $n_{a,m}$ ist die Zahl an Atomen die ein Absorber pro Masseneinheit enthält
- Die Anzahlldichte $n_{a,V}$ ist definiert durch

$$n_{a,V} = \rho \cdot n_{a,m} = \rho \frac{N_A}{M_{mol}}$$

- In der Neutronen- und Reaktorphysik wird Σ auch als makroskopischer Querschnitt bezeichnet



Beispiel: Wirkungsquerschnittsdichte von Wolfram bei 150 keV

- Massenschwächungskoeffizient: $\frac{\mu}{\rho} = 1,581 \text{ cm}^2/\text{g}$
- Dichte: $19,25 \text{ g/cm}^3$
- Molare Masse: 184 g/mol
- Avogadrokonstante: $6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$

Ergibt:

$$\sigma = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{M}{N_A} = 1,581 \cdot \frac{184}{6,02 \cdot 10^{23}} = 48,3 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^2 = 483 \text{ barn}$$

$$n_{a,V} = \rho \cdot \frac{N_A}{M} = 19,25 \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{184} = 63 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$$

$$\Sigma = n_{a,V} \cdot \sigma = 30,4 \text{ cm}^{-1} (= \mu \cdot \rho)$$



1. a) Charakteristische Größen

Wirkungsquerschnittsdichte Σ

- In der Strahlenschutzphysik wird $\Sigma_{...}$ auch als Wechselwirkungskoeffizient $\mu_{...}$ vom Typ „...“ bezeichnet
- Enthält ein Material verschiedene atomare Targets so ergibt sich für die Reaktion x eine Wirkungsquerschnittsdichte von

$$\Sigma_x = \sum_{i=1}^N n_{a,v}^i \cdot \sigma_x^i$$

- Also die Summe der Wirkungsquerschnittsdichten der atomaren Targets
- Beispiel: Σ_a ist die Wirkungsquerschnittsdichte für Absorption



1. a) Charakteristische Größen

Totale Wirkungsquerschnittsdichte Σ_t

- Des weiteren gibt es die totale Wirkungsquerschnittsdichte, welche als die Summe der Wirkungsquerschnittsdichten aller möglichen Wechselwirkungen einer Art von Strahlungsteilchen definiert ist

$$\Sigma_t = \sum_{i=1}^N n_{a,v}^i \cdot \sigma_t^i$$



Literatur:

- H. Krieger: Grundlagen der Strahlungsphysik
- O. Dohm: Vorlesungsskript Wahlfach Medizinische Physik
- J. Henniger: Vorlesung – Wechselwirkung Strahlung-Stoff
- W. Stolz: Radioaktivität – Grundlagen
- B. Dörschel: Praktische Strahlenschutzphysik