



Kern- und Teilchenphysik

10. Konzepte für subatomare Untersuchungen

10.3 Teilchenbeschleuniger

Hans Rudolf Schmidt
Wintersemester 2018/2019



10. Konzepte für subatomare Untersuchungen

10.2 Teilchenbeschleuniger

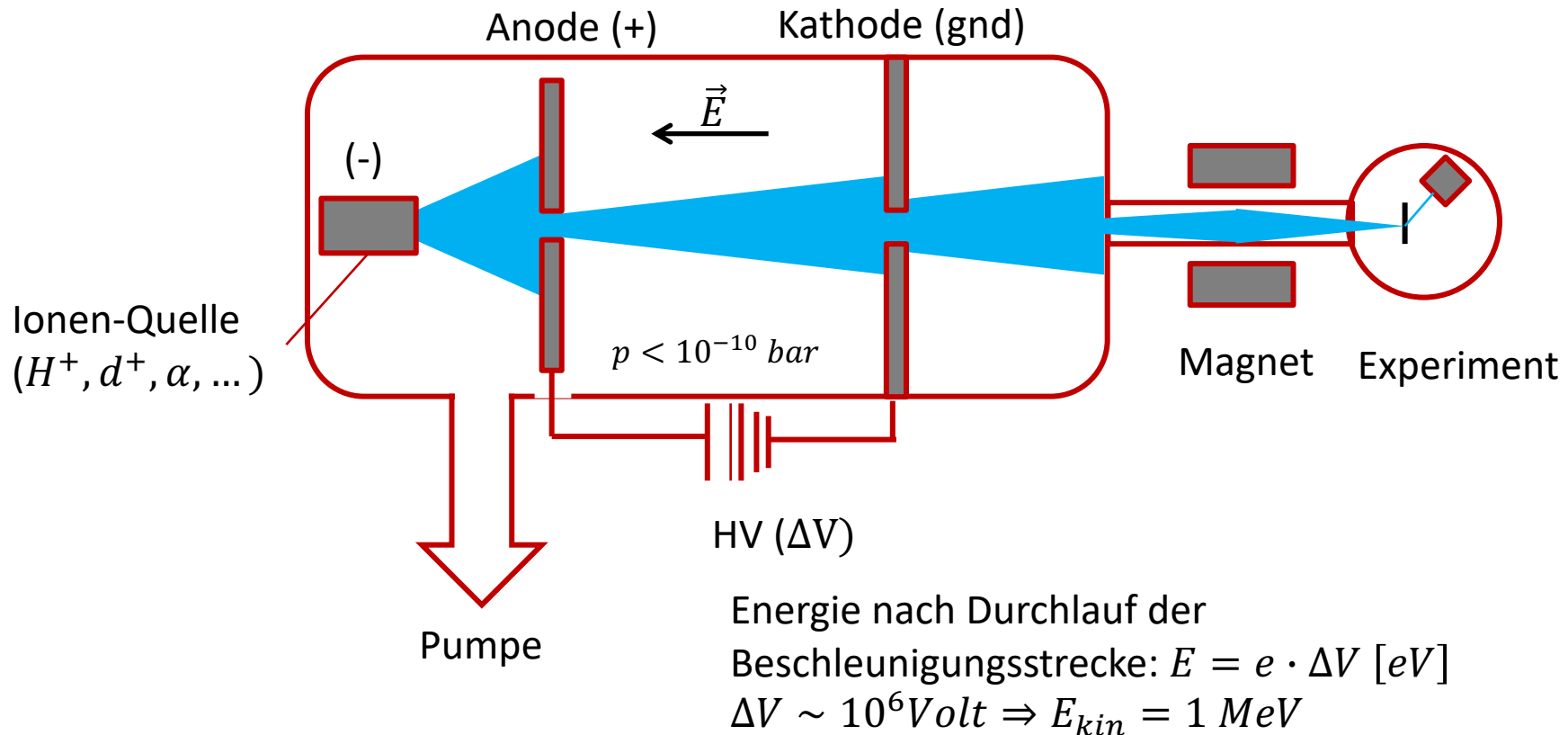
- i. Elektrostatische Beschleuniger
- ii. Betatron
- iii. Linearbeschleuniger
- iv. Zyklotron
- v. Synchrotron
- vi. Collider- & Fixed-Target Experimente

Elektrostat. Beschleuniger – Prinzip (1)

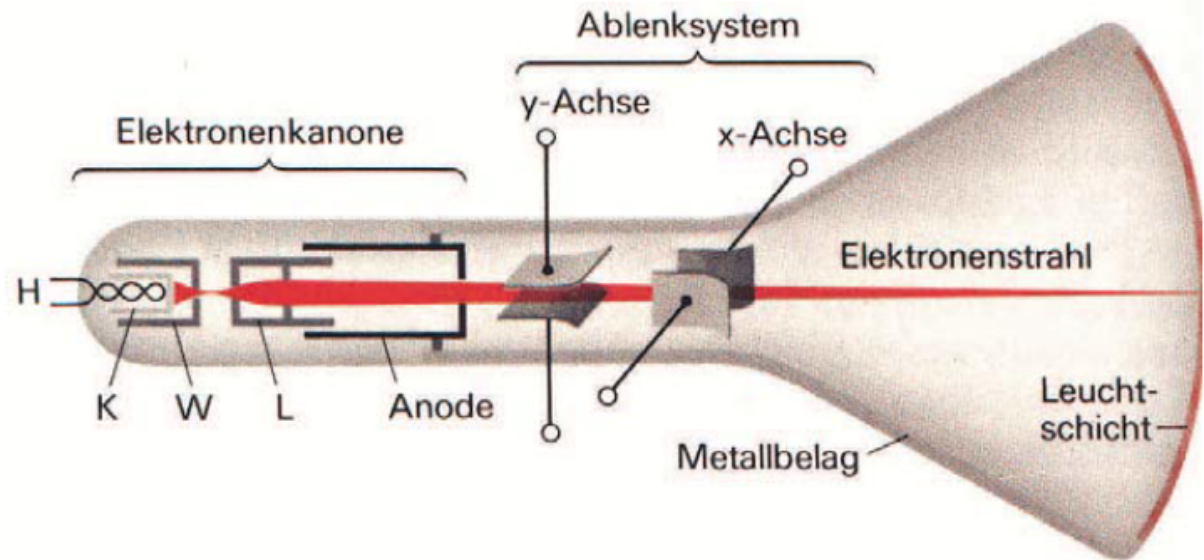
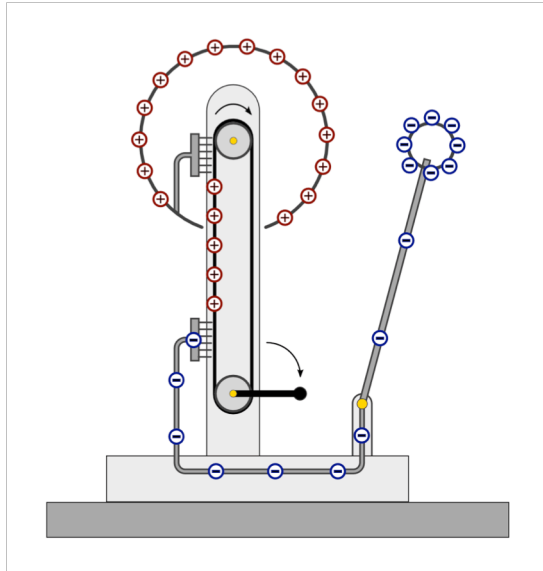


Prinzipielle Komponenten eines **elektrostatischen** Beschleunigers:

- a) Ionen- oder Elektronenquelle
- b) Beschleunigungsfeld – Kondensator mit Lochblenden
- c) Vakuumsystem
- d) Strahlführung mit fokussierenden Elementen

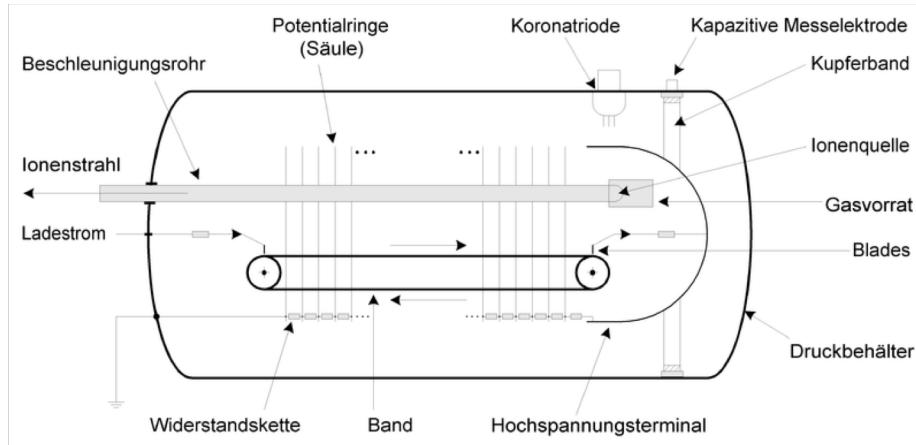


Elektrostat. Beschleuniger – Prinzip (2)



Hochspannungsquelle
für MV: Bandgenerator

Röhrenfernseher, im Prinzip eine
Elektronenbeschleuniger mit angeschlossenem
Nachweissystem.....



Van-de-Graaf:

Potentialdifferenz ΔV

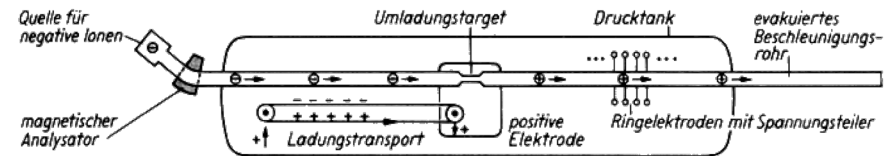
Energie $E_{kin} = q \cdot \Delta V$

Terminal wird durch umlaufendens Band („Bandgenerator“) positiv geladen:

bis $10 - 20 \text{ MV} \leftrightarrow E_{kin}/A = 10 - 20 \text{ MeV}$,
 $I^{max} \sim 100 \mu A$

Limitation: el. Überschlüge (Korona-Entladung)

Höhere Energie durch **Tandem**-Van-de-Graaf möglich:



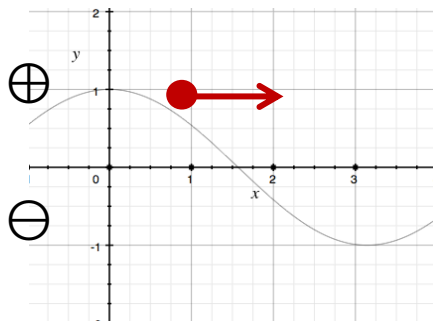
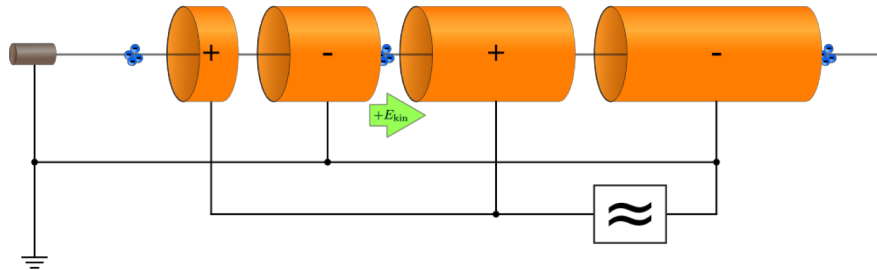
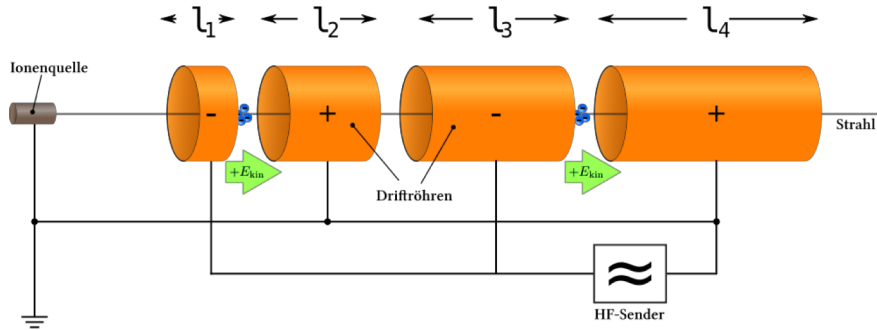
Potentialdifferenz ΔV wird durch umladen (z.B. $H^- \rightarrow p$) zweifach ausgenutzt

Energie: $E_{kin}/A = (q + 1) \cdot \Delta V$



Van-de-Graaf, Rosenau, Tübingen

Hochfrequenz-Linear-Beschleuniger



Wideröe (1928):

feldfreie Driftröhren, zwischen Röhren

Wechselfeld: $V = V_0 \cdot \cos(\omega t)$

Energie: $E_{kin}/A = nqV_0$

Geschwindigkeitszunahme:

$$v_n = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_{kin} + m_0 c^2} \right)^2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{nqV_0 + m_0 c^2} \right)^2}$$

Länge der Driftröhren muss für „phasenrichtiges“ Einschießen entsprechend angepasst sein:

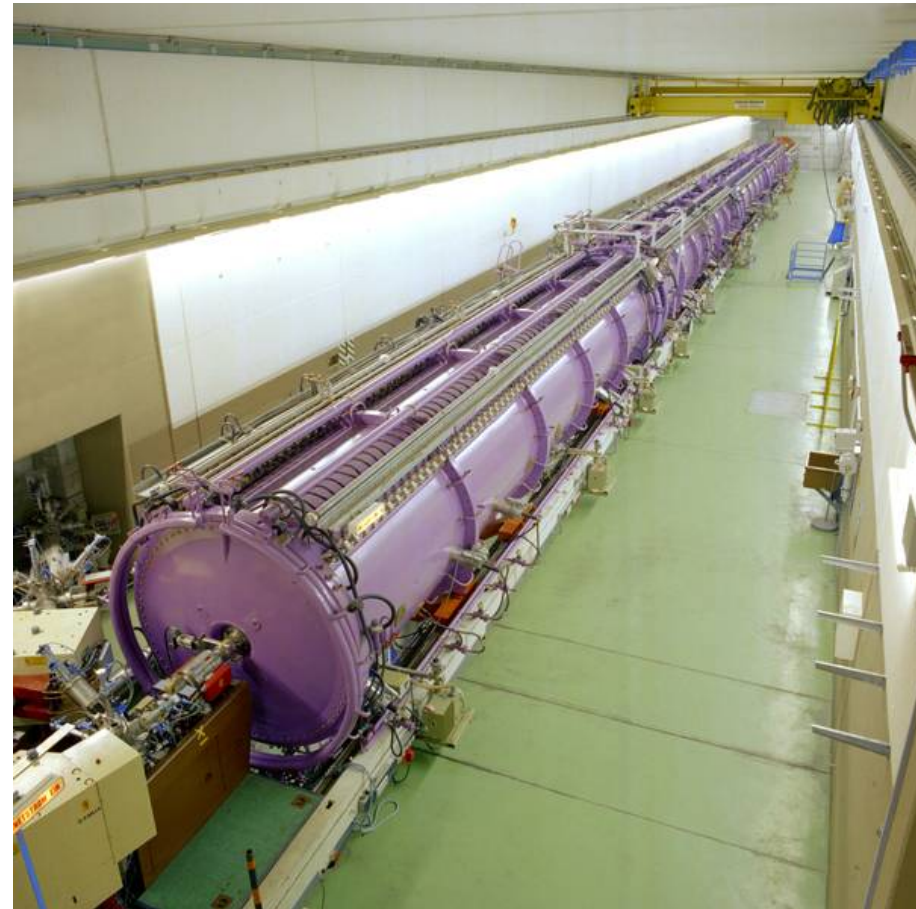
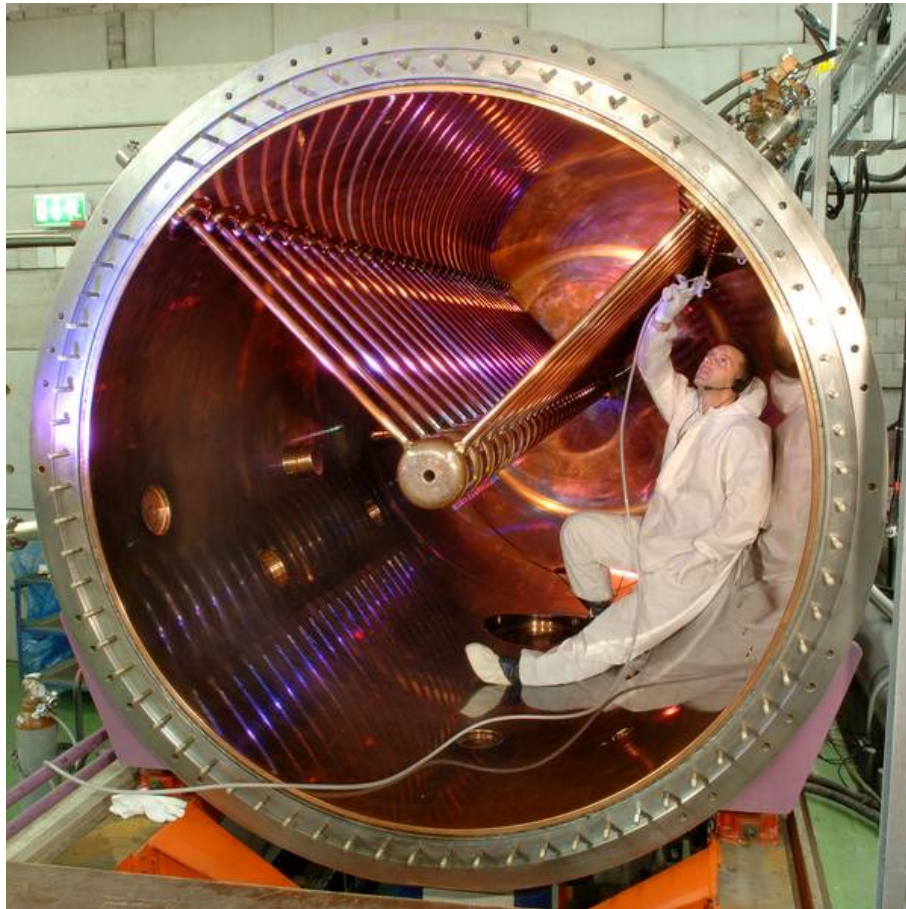
$$t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2\nu} = \pi/\omega$$

$$l_n = v_n \cdot t = c \cdot \pi/\omega \sqrt{1 - \left(\frac{m_0^2 c^2}{nqV_0 + m_0 c^2} \right)^2}$$

Limitation:

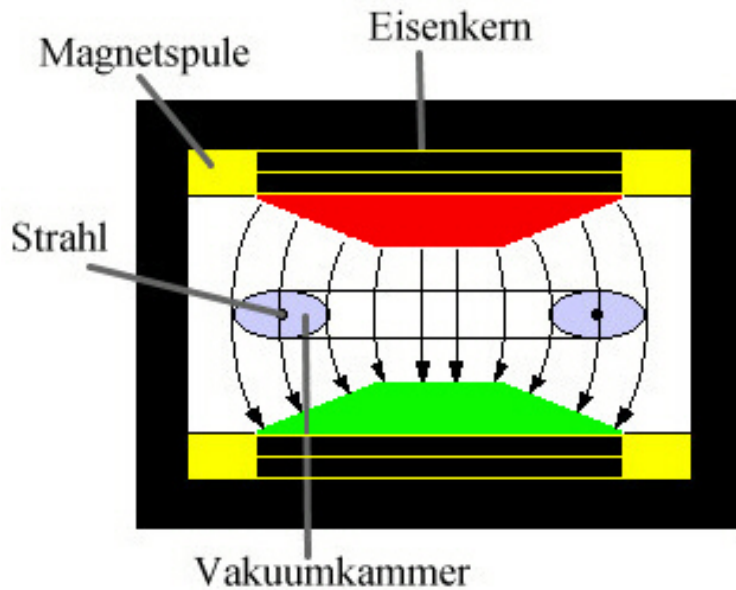
- die erreichbare Endenergie ist durch die Anzahl der Komponenten (Kosten!) begrenzt;
- Strahl ist gepulst.

GSI – UNILAC (Darmstadt)



Kurzform LINAC = Linear Accelerator

Betatron (Kreisbeschleuniger)



NB:

- Feldgradient fokussiert Strahl (sog. „schwache“ Fokussierung)
- Strahl oszilliert um Sollbahn (sog. Betatron-Schwingung)
- nicht für Protonen geeignet (zu wenige Umläufe)
- max. Energie für Elektronen 300 MeV bei $R = 1m$
- heute kaum mehr Anwendungen

grundl. Gleichungen:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow \oint \vec{E} d\vec{s} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dA \Rightarrow$$

$$U_{ind} = \oint \vec{E} d\vec{s} = 2\pi r_0 E = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dA$$

$$= \pi r_0^2 \frac{\partial \langle B \rangle}{\partial t} \Rightarrow$$

$$\frac{dp}{dt} = F = eE = e \frac{r_0}{2} \frac{\partial \langle B \rangle}{\partial t} \Rightarrow p = e \frac{r_0}{2} \langle B \rangle \quad (1)$$

$$\vec{F} = -q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$p = eB(r_0) \cdot r_0 \quad (2)$$

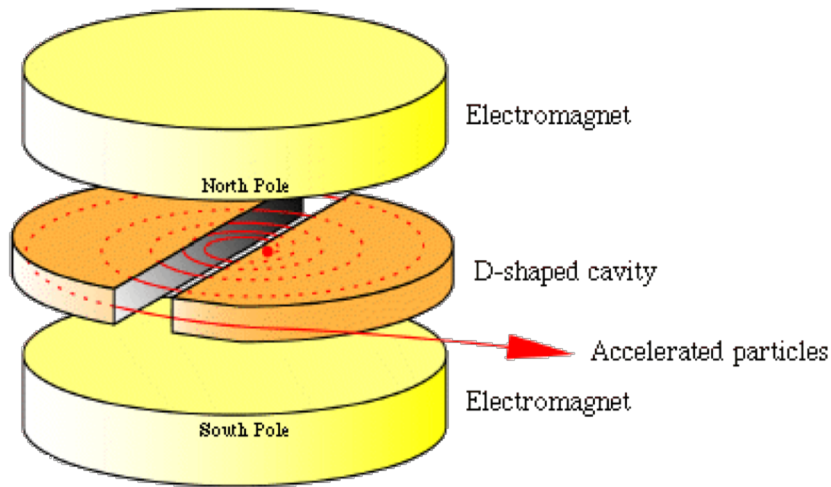
d.h. Teilchen (Elektronen) werden durch das induzierte E-Feld beschleunigt und gleichzeitig auf Kreisbahn gehalten.

Betatron Bedingung für stabilen Orbit (1) u. (2):

$$\underbrace{B(r_0)}_{\text{Haltefeld}} = \underbrace{\frac{1}{2} \langle B \rangle}_{\text{„beschleunigendes“ Feld}}$$

Haltefeld „beschleunigendes“
Feld

Zyklotron



$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_{\text{Lorenz}} &= -q\vec{v} \times \vec{B} \\ F_{\text{Zentripetal}} &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

Beschleunigung im Spalt (HF, wie LINAC)

$$t_{1/2} = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi m}{qB} \Rightarrow$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

(Zyklotronfrequenz)

NB:

- bei fester Frequenz und B-Feld nur bis zum nicht-rel. Grenzfall zu r Beschleunigung geeignet ($E_{\text{proton}} < 30 \text{ MeV}$)
- für Elektronen nicht geeignet (rel. Effekte, Bremsstrahlungsverluste)
- für höheren Energien muss Magnetfeld oder Frequenz nachgefahren werden (Isochron- bzw. Synchrotron-Zyklotron)
- gepulster Strahl
- wird heutzutage häufig für Radiotherapie eingesetzt (Medizin)

Energie bei Extraktion ($r_{\text{max}} = R$):

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(qRB)^2}{2m}$$

$$\left. \begin{aligned} B &= 1.6 \text{ T} \\ \rho &= 0.5 \text{ m} \end{aligned} \right\} E_{\text{kin}}^p = 31 \text{ MeV}$$

Moderne Beschleuniger: LHC (1)



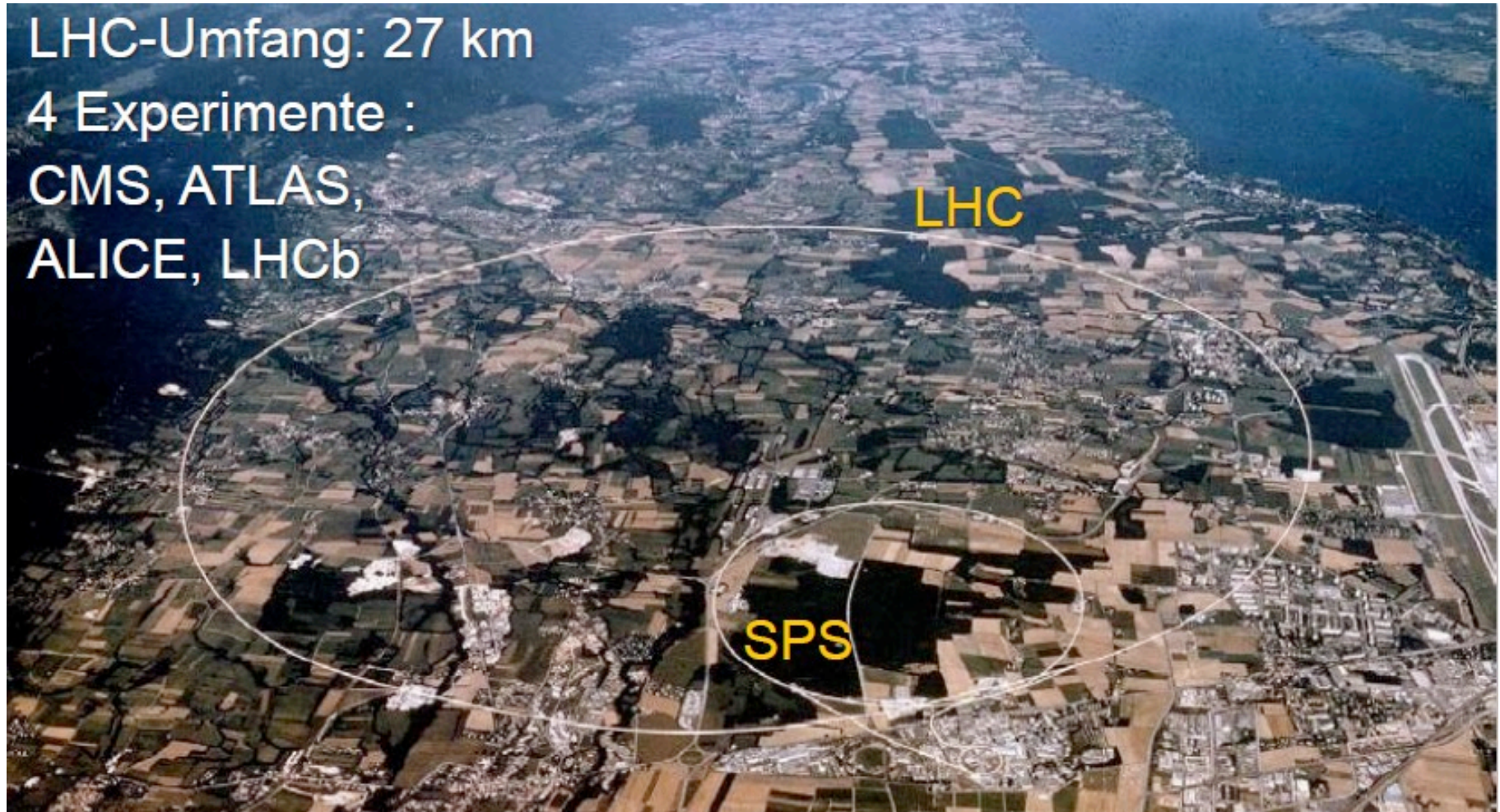
Der Beschleuniger mit der derzeit höchsten Teilchenenergie ist der LHC des CERN.

Prinzip: Synchrotron-Speicherring

LHC-Umfang: 27 km

4 Experimente :

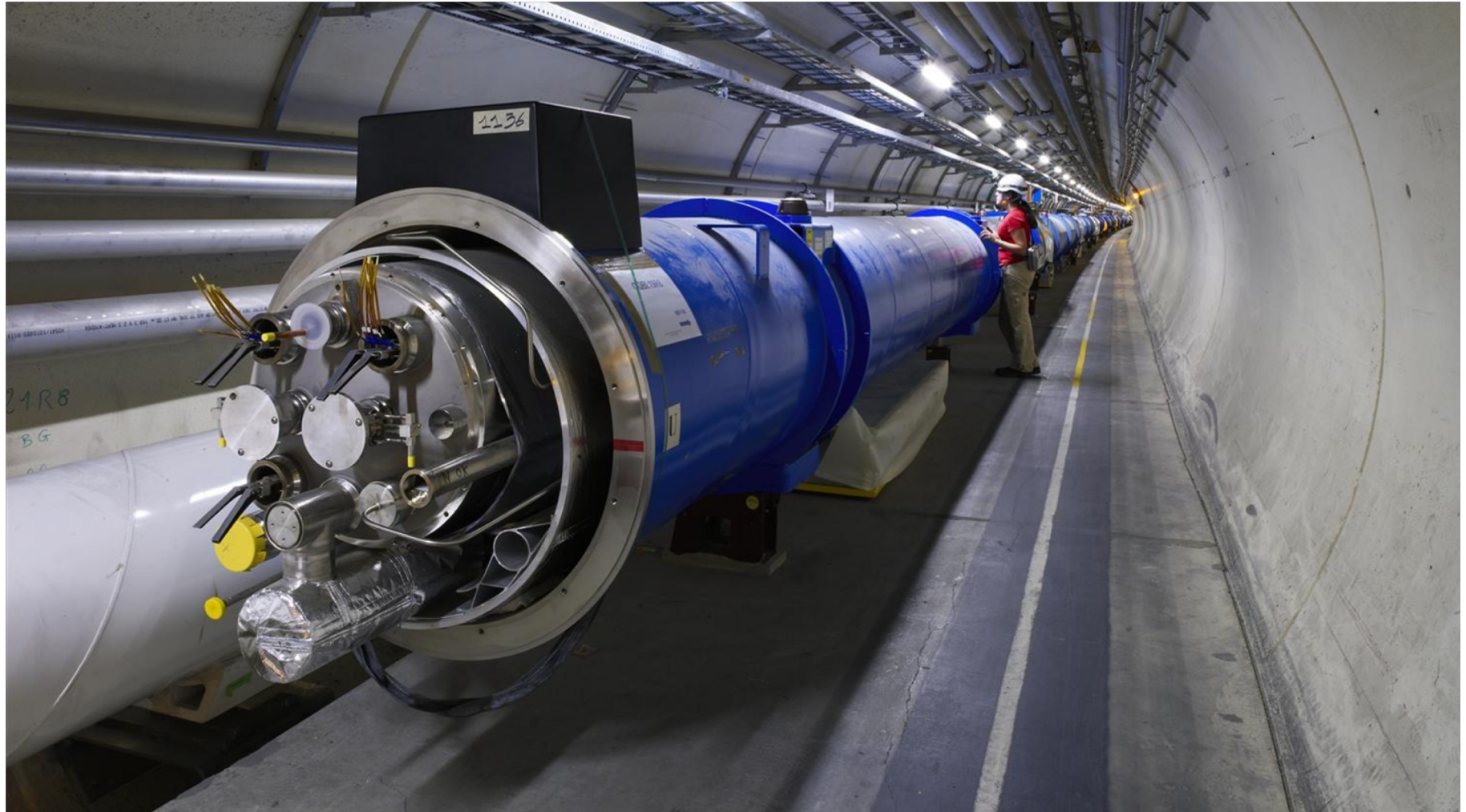
CMS, ATLAS,
ALICE, LHCb



Moderne Beschleuniger: LHC (2)



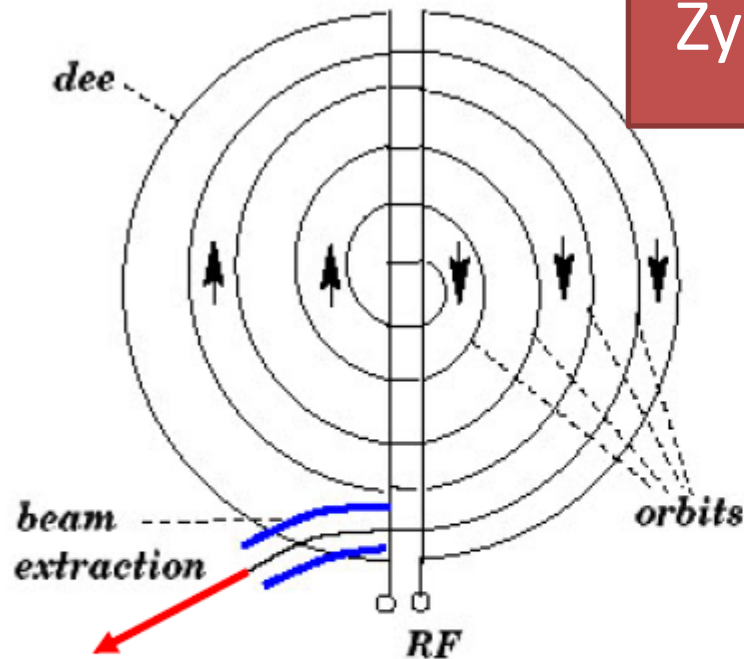
Im LHC werden Proton **in zwei Ringen** bis auf **7 000 000 MeV** (7 TeV) beschleunigt!



Kreisbeschleuniger: Zyklotron vs. Synchrotron

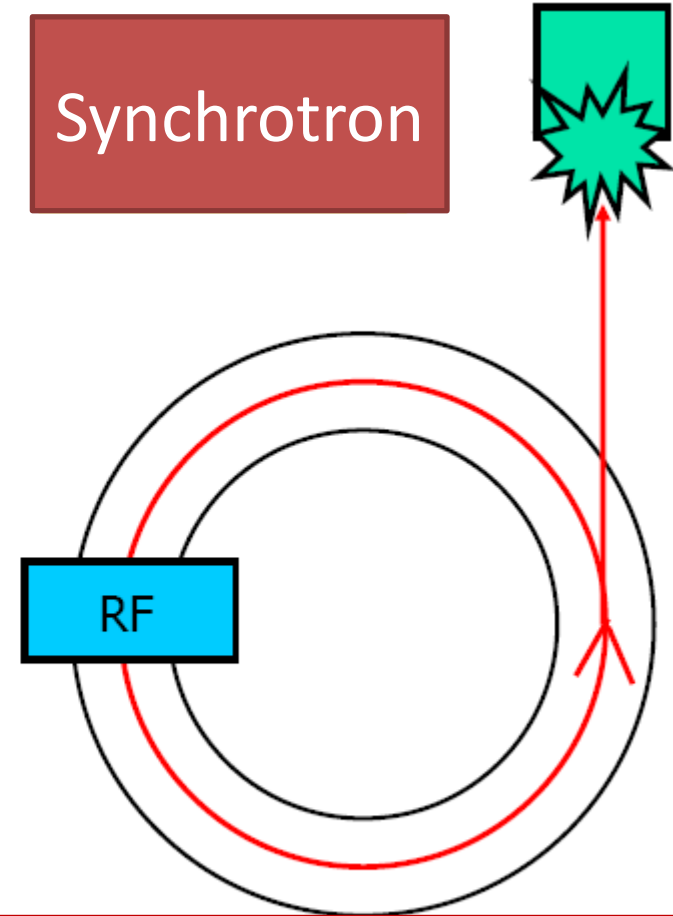


Zyklotron

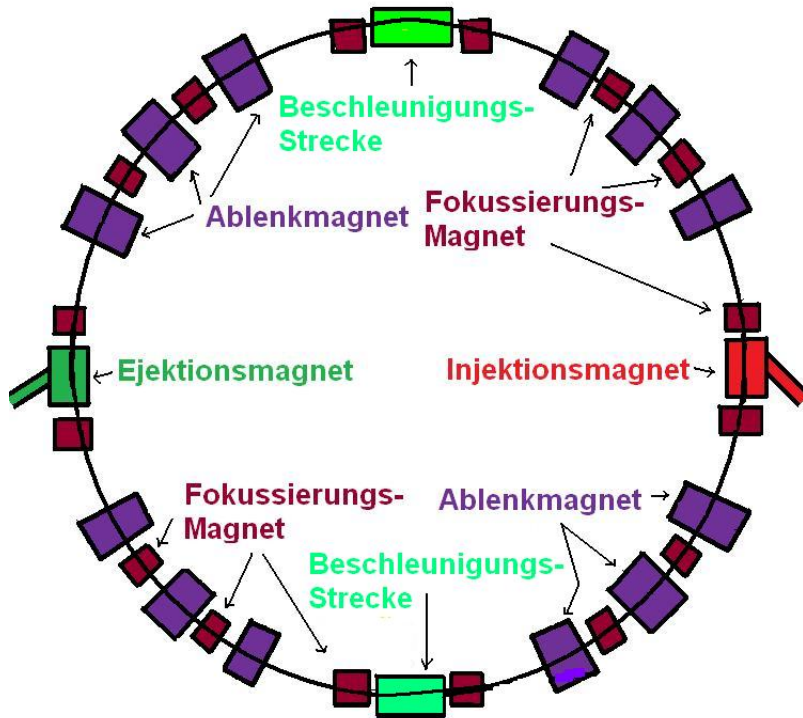


großer Dipol mit $B = \text{konstant}$,
ein Durchlauf, rel. niedere
Energie

Synchrotron



viele, kleine Magnete, veränderliches
Feld, hohe Energie



- Dipolmagnete:
 - Zwingen Teilchen auf Sollbahn
- Quadrupolmagnete: Fokussierung der Teilchen
- supraleitende Kavitäten: Beschleunigung der Teilchen, Kompensation von Strahlungsverlusten
- Magnetfeld B wird synchron zur Teilchenenergie hochgefahren

Limitation:

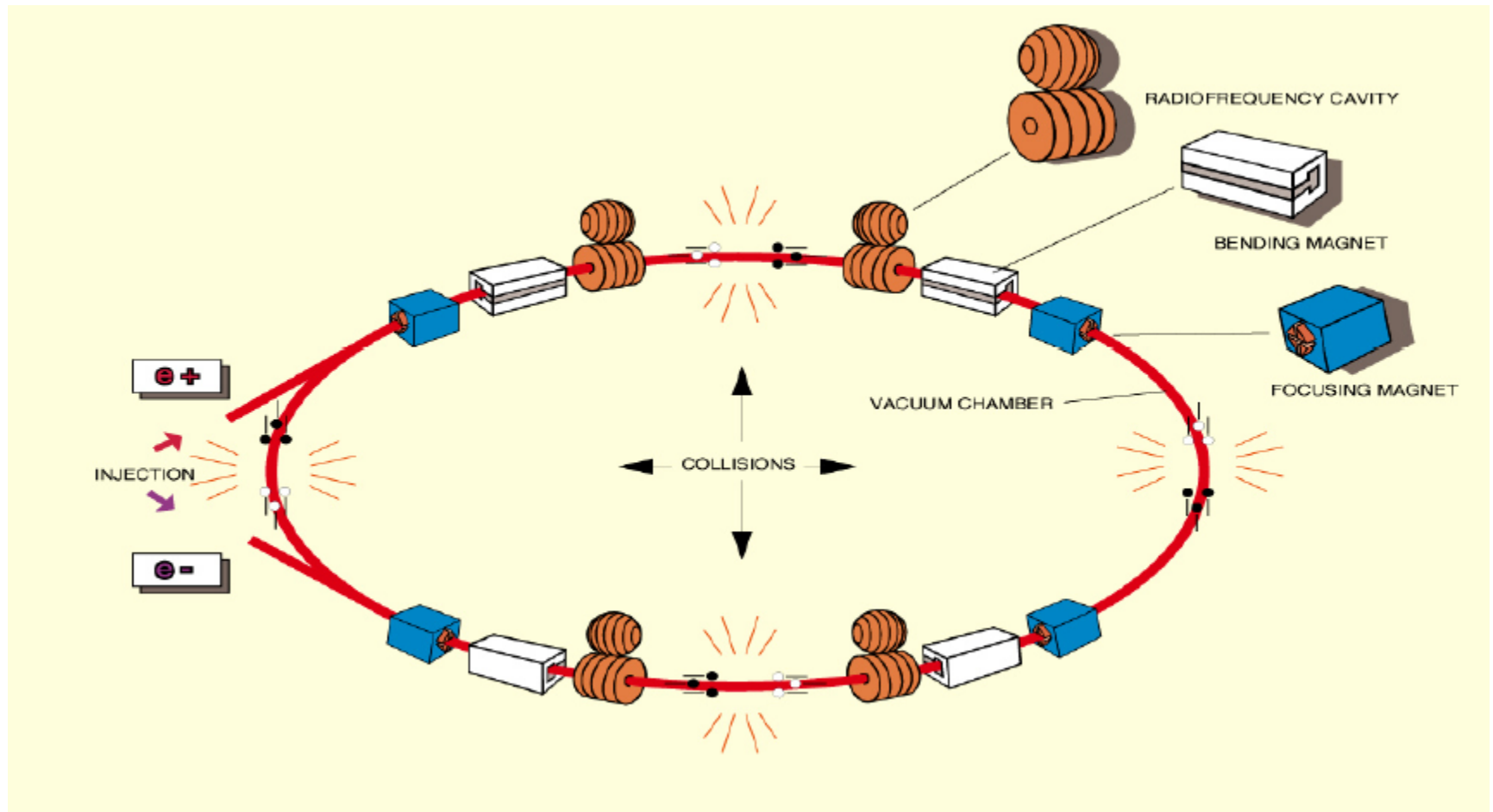
- erreichbare Endenergie für Elektronen durch Synrotronstrahlung begrenzt (CERN: $E_{LEP}^{max} \approx 103 \text{ GeV}$)
- für Hadronen keine prinzipiellen Grenzen (ausser Kosten)

$$\Delta E_{\text{Radiation}} = (Ze) \cdot \frac{\beta^3 \gamma^4}{\epsilon B R} \sim \gamma^4$$

$$\gamma = E/m$$

Prinzipieller Aufbau eines Hoch Energie Beschleunigers im Kollider-Modus

Im Kollider-Modus werden Teilchen und Anti-Teilchen (e^+e^- , $p\bar{p}$) gegenläufig injiziert.
(LHC: zwei getrennte Ringe)

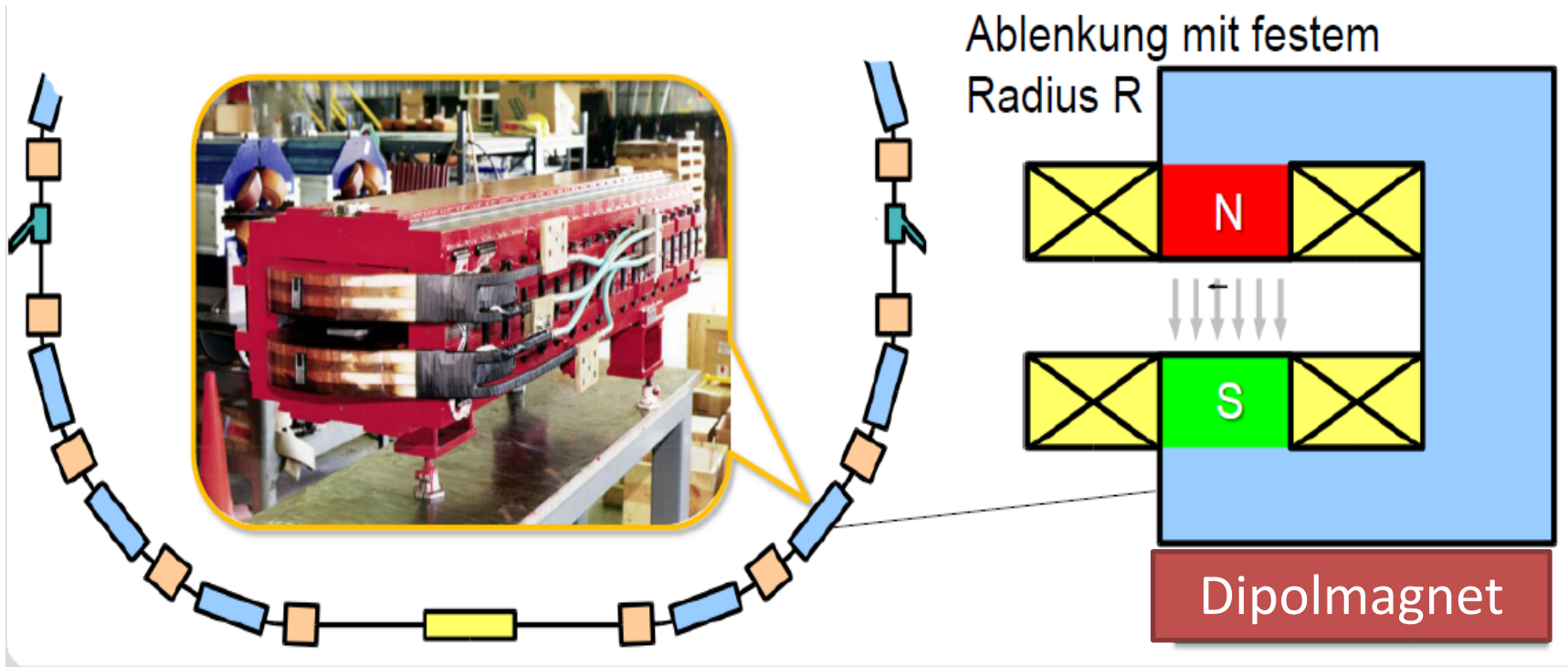


Synchrotron : Dipolmagnete



Ablenkung auf feste Sollbahn entsprechend der Gleichung:

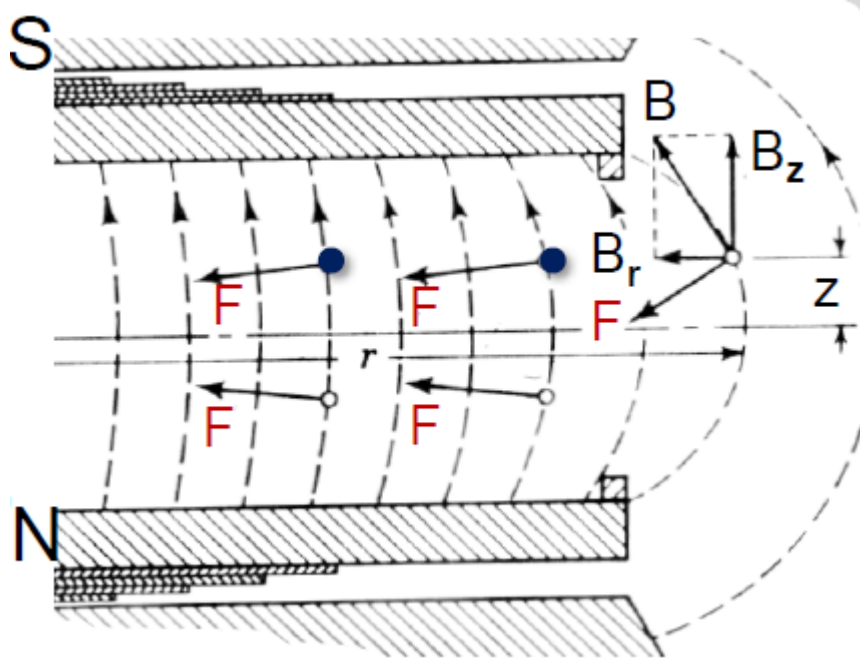
$$p_{max} \left[\frac{GeV}{c} \right] = 0.3 \cdot Z \cdot B_{max} [T] R_{ring} [m]$$



Schwache Fokussierung

Synchrophasotron $E_p = 10 \text{ GeV}$, Dubna, Russia

B-Feld Gradient treibt Teilchen auf Sollbahn → schwache Fokussierung



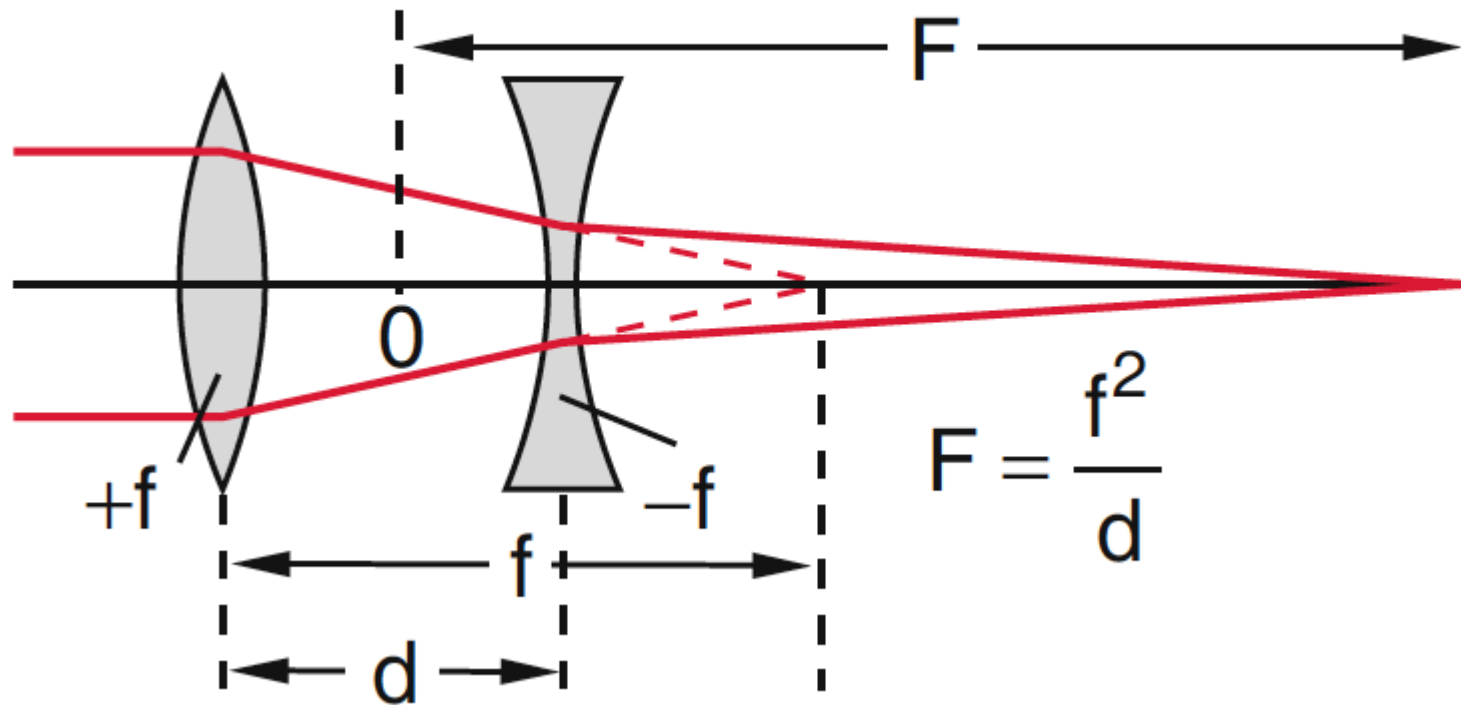
Das Prinzip der „schwachen Fokussierung“ erfordert enorm große Magnete für hohe Teilchenenergien, LHC mit schwacher Fokussierung nicht möglich! Erfindung der „starken Fokussierung“ ermöglichte höhere Energien!



Starke Fokussierung (1)



Analogon aus der Optik:



Sammellinse mit Brennweite f und Zerstreuungslinse mit Brennweite $-f$. Gesamtsystem hat die Gesamtbrennweite

$$F = \frac{f^2}{d}$$

und wirkt für $d > 0$ fokussierend.

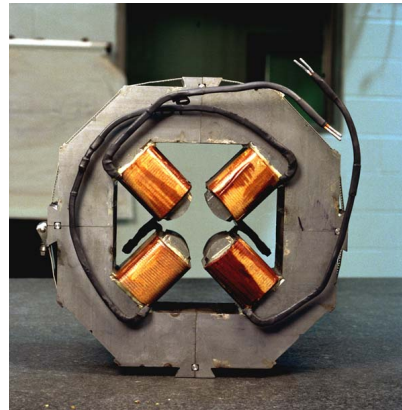
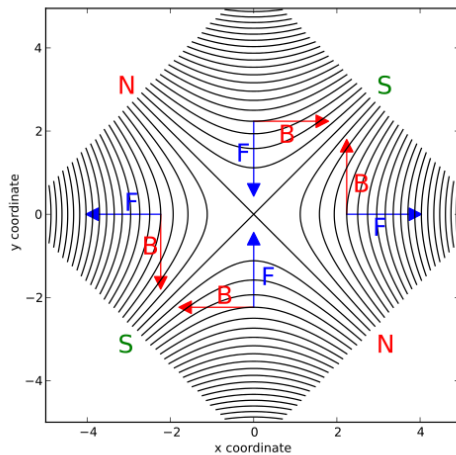
Starke Fokussierung (2)



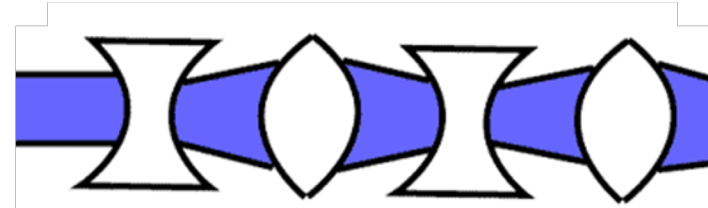
Inhomogens Quadrupol-Feld mit $\vec{B} = (B_x, B_y)$

$$\begin{aligned}\vec{F}_y &= q\vec{v}_z \times \vec{B}_x \\ \vec{F}_x &= q\vec{v}_z \times \vec{B}_y\end{aligned}$$

Wirkung auf Teilchenstrahl:
y fokussierend
x de-fokussierend



Anordnung von fokussierend und defokussierenden Quadrupole-Magneten mit netto-fokussierendem Effekt!



FoDo-Lattice

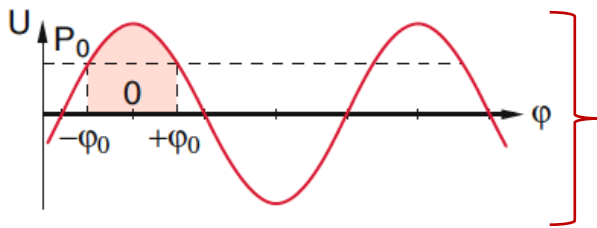


Ohne die „Erfindung“ der starken Fokussierung (195x) wäre LHC etc. nicht möglich.

Synchrotron : Kavitäten



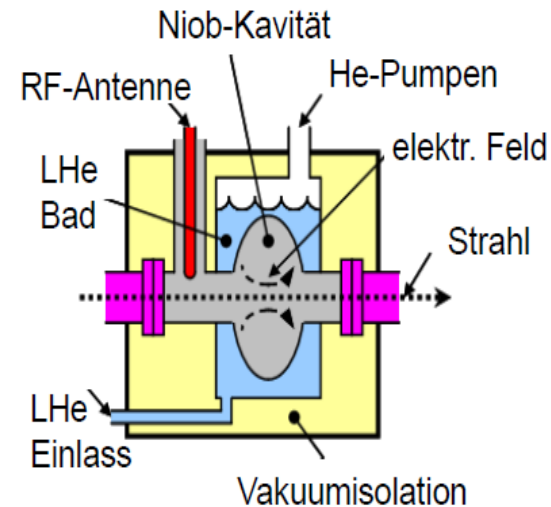
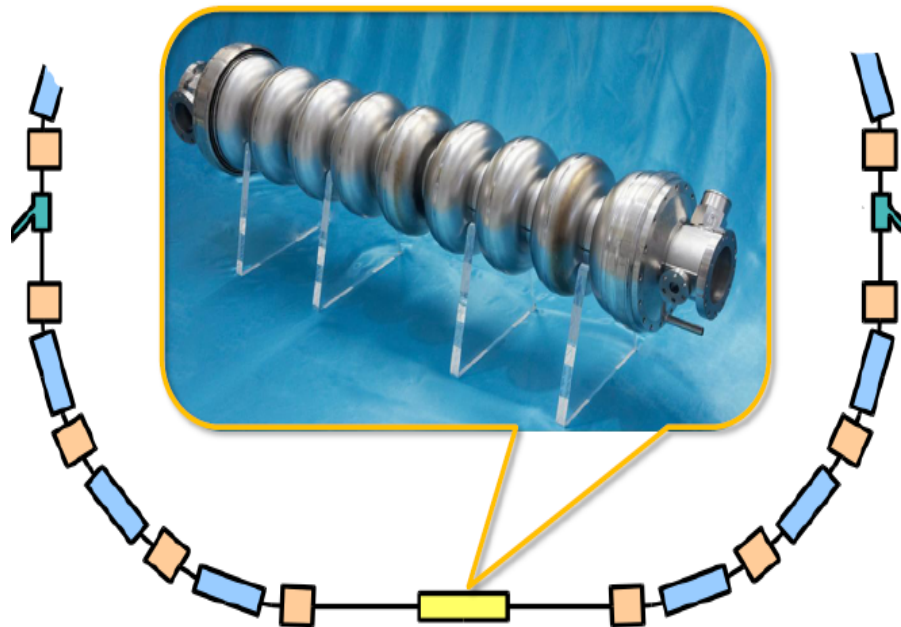
- Hohlraumresonator: Resonante Anregung elektrischer Felder via HF-Einkopplung
- Frequenz: 200 MHz-3GHz
 - normalleitend (300 K) Cu-Kavitäten $\Rightarrow$ Verluste durch Wand und Strahl
 - supraleitend (1.8 K) Nb-Kavitäten $\Rightarrow$ hohe Güte, nur Strahlverluste



Stabiler Phasenbereich des Hohlraumresonators beim Durchlaufen des Teilchenpakets.

Energiegewinn: $\Delta E \sim q \cdot \langle U_0 \rangle \cdot \cos \varphi(t_n), |\varphi(t_n)| < \varphi_0$

Aufbau eines Kryomoduls:



supraleitende Kavität

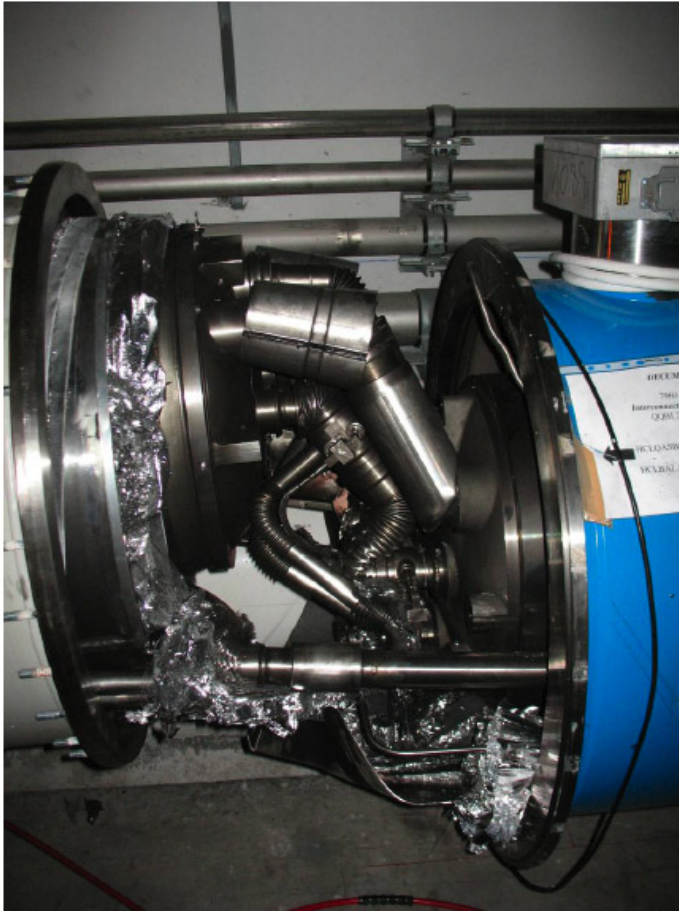
LHC: Parameter



Umfang	26.569 km
$E_{Strahle}$ (nominal)	$pp: 14 TeV$
	$PbPb: 1148 TeV = 0.2 mJ$
Luminosität (pp)	$10^{34} s^{-1} cm^{-1}$
Anzahl „Teilchenpakete“	2808
Teilchen/Paket	$1.15 \cdot 10^{11}$
Gespeicherte Energie	0.36 GJ
Anzahl Dipole	1232
Feld/Strom/Energie	8 Tm/11.8 kA/7 MJ
Gespeicherte Energie	11 GJ

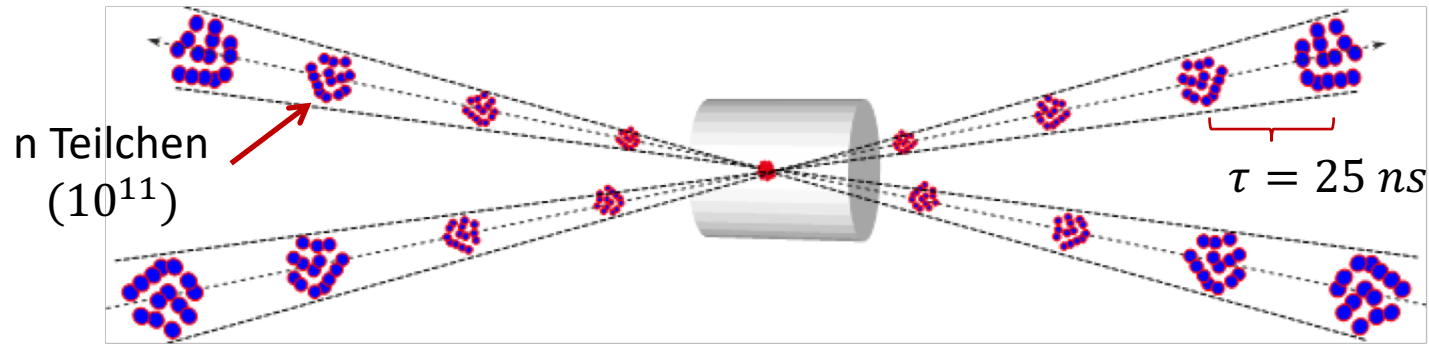


LHC Unfall (1)



LHC Unfall (2)





Die Ereignisrate R in einem Collider ist proportional dem Wechselwirkungsquerschnitt, die Proportionalitätskonstante L heißt **Luminosität**:

$$L = R/\sigma [cm^{-2}s^{-1}]$$

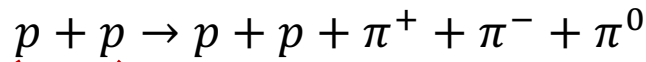
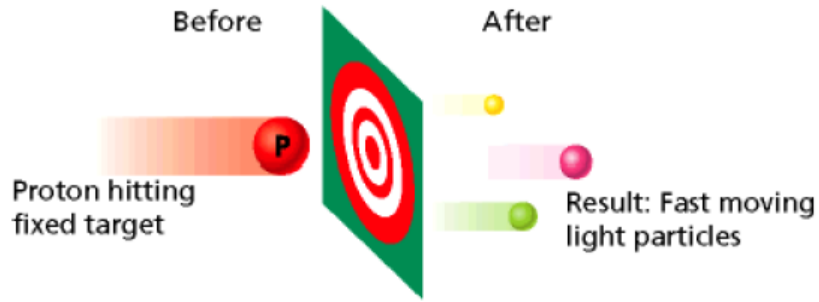
Die Luminosität berechnet sich aus der **Anzahl der Teilchen/Paket n** , „**bunch crossing**“ **Frequenz f** und **Strahlprofile (σ_x, σ_y)** zu

$$L = f \cdot \frac{n_1 \cdot n_2}{4\pi \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Fixed Target vs Collider (1)



Fixed Target Mode



aus Beschleuniger
extrahiert

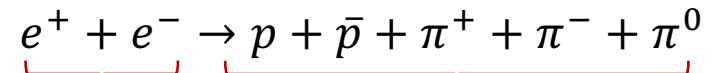
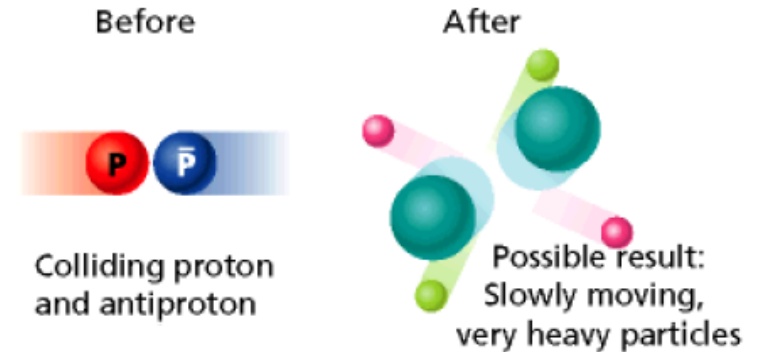
neu erzeugte Teilchen

stationäres Targer, z.B.
flüssiger Wasserstoff,
Gaszelle oder dünne
Folie



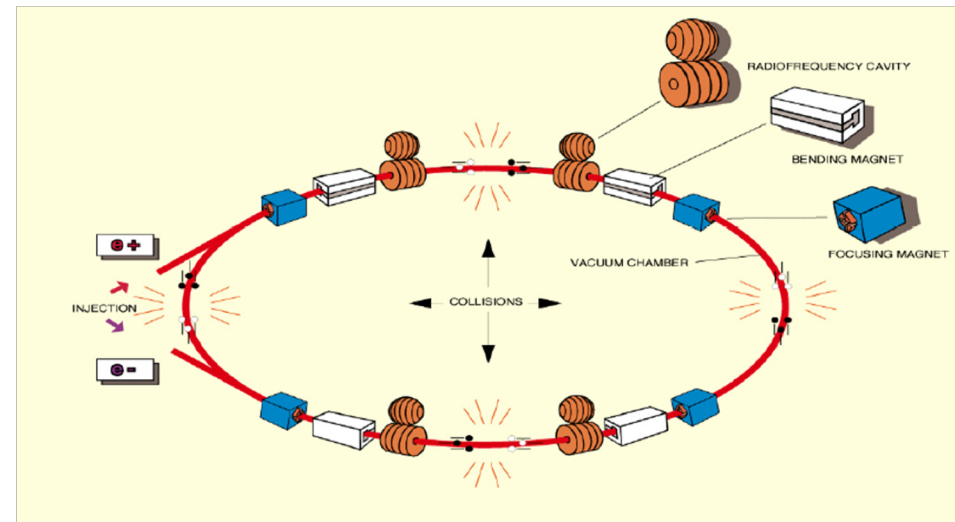
Targetrad eines
kernphysikalischen
Experiments

Collider Mode



neu erzeugte Teilchen

Beschleunigung und Kollision von Teilchen und Anti-Teilchen im gleichen Beschleunigerring



Fixed Target vs Collider (2)



Fixed Target:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_1 &= (E, \vec{p}) \text{ and } \mathbf{P}_2 = (m, 0) \\ E_{cm}^2 &= (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)^2 = (E + m, \vec{p})^2 = E^2 + 2Em + m^2 - p^2 \Rightarrow \\ E_{cm} &= \sqrt{s} = \sqrt{2m^2 + 2Em} \approx \sqrt{2E_{beam}m}\end{aligned}$$

verfügbare Energie zur Teilchenproduktion skaliert mit der Wurzel der Strahlenergie!

Collider:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_1 &= (E, \vec{p}) \text{ and } \mathbf{P}_2 = (E, -\vec{p}) \\ E_{cm}^2 &= (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)^2 = (2E, 0)^2 = 4E^2 \Rightarrow \\ E_{cm} &= \sqrt{s} = 2E \approx 2E_{beam}\end{aligned}$$

verfügbare Energie zur Teilchenproduktion skaliert mit den Strahlenergiens!
Absolut notwendig für die Produktion von neuen, schweren Teilchen (Higgs, SUSY).

Fixed Target vs Collider (3)



Anti-Proton Produktion: reaction $p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$

Produktionsschwelle: Berechne minimale Energie um $\bar{p}$ zu produzieren.

Annahme: Nach der Reaktion sind alle Teilchen im Schwerpunktsystem in

Ruhe: $\sqrt{s} = 4m_p$ (verletzt Impulserhaltung)

Collider: $s = \left| (E_1^{lab}, \vec{p}_1) + (E_2^{lab}, -\vec{p}_1) \right|^2$, $E_{1,2}^{lab} = 2m_p = E_{1,2}^{kin} + m_p$
 $\Rightarrow E_{1,2}^{kin} = m_p$

Fixed target: $s = \left| (E_1^{lab}, \vec{p}_1) + (m_p, 0) \right|^2 \Rightarrow E_1^{lab} = \frac{(4m_p)^2 - 2m_p^2}{2m_p} = 7m_p$
 $\Rightarrow E_1^{kin} = 6m_p$



Fixed Target Experimente

Vorteile:

- Hohe Ereignisrate durch Verwendung dicker Targetfolien (begrenzt nur durch Mehrfachreaktionen im Targetmaterial)
- einfache Variation der Reaktionen
- rel. einfacher Experimentaufbau (im Vergl. zu Collider-Experimenten)

Nachteile:

- nur Bruchteil der Teilchenenergie steht für zur Erzeugung neuer Teilchen zur Verfügung
- hohe Energien der erzeugten Teilchen (erschwert den Nachweis)

NB:

dies gilt i.w. für Hochenergieexperiment, für kernphysikalische Niederenergie-Streuexperiment ist fixed Target ok.

Fixed Target vs Collider (5)

Collider Experimente

Vorteile:

- Die zur Erzeugung neuer Teilchen zu Verfügung stehende Energie ist maximal ($2 \cdot E_{beam}$)
- In $p\bar{p}$ oder e^+e^- - Collidern können die selben Strahlführungsmagnete für beide Strahlen verwendet werden
- die Energien der erzeugten Teil sind eher niedrig (leichter zu messen).

Nachteile:

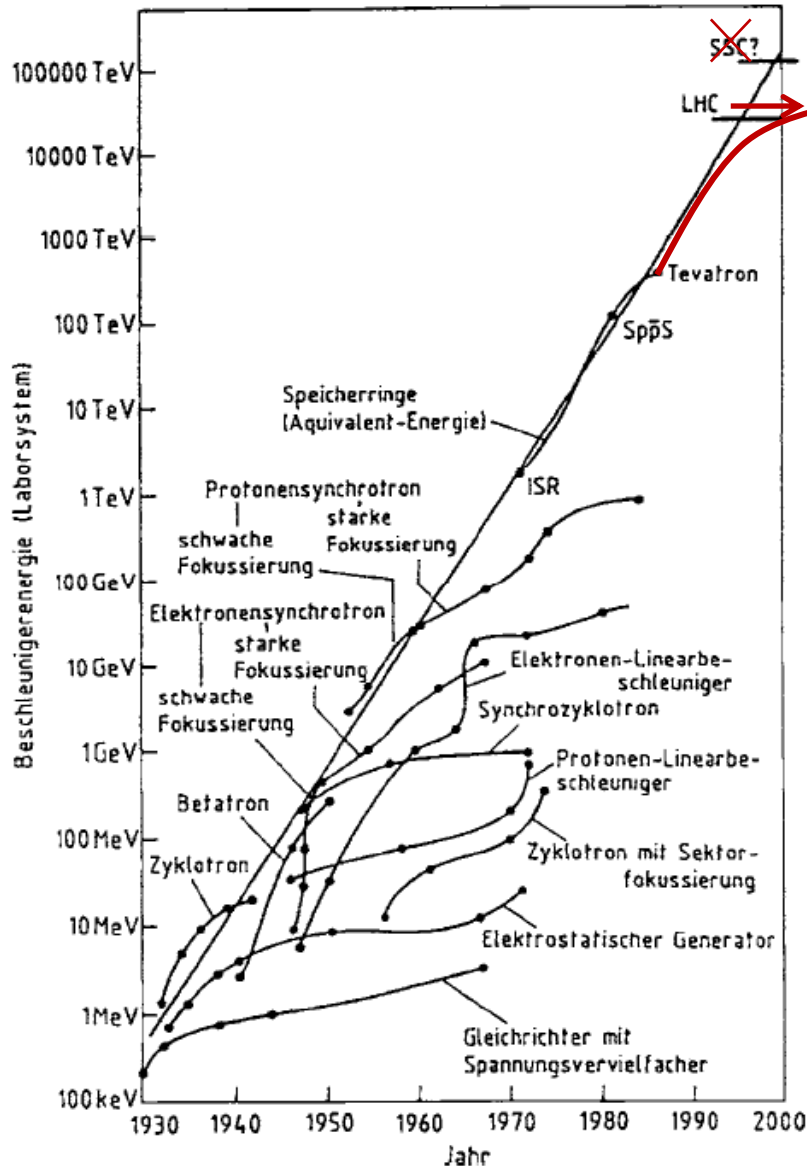
- die Luminosität ist vergleichsweise niedrig, speziell für $p\bar{p}$
- die Teilchensorten sind festgelegt, bzw. für A+B ($p + p, p + Au, Au + Au, e + p$) sind **zwei Ringe** erforderlich (2×Kosten)

NB:

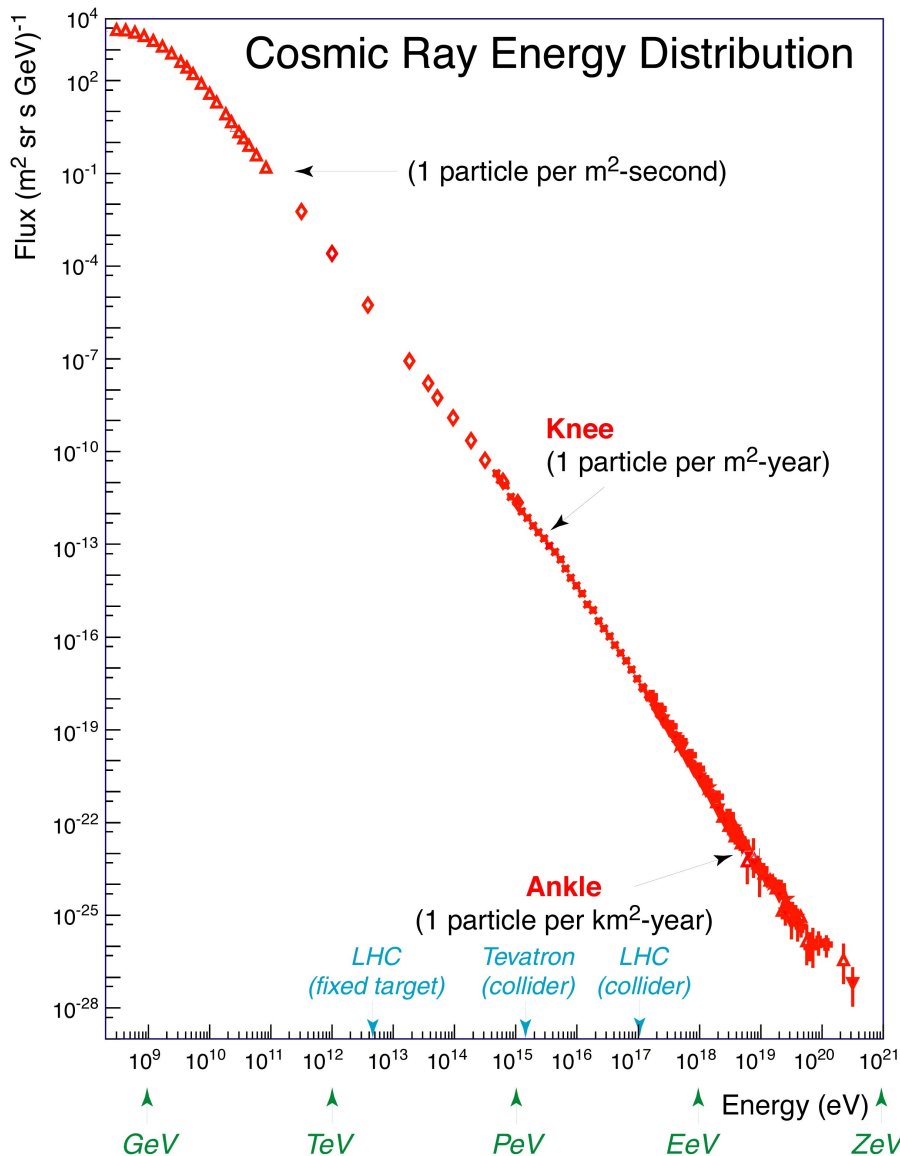
die Collider der nächsten Generation sind e^+e^- Linear Collider (wg. Synchrotronabstrahlung)



Moore'sche Gesetz für Beschleuniger



Entwicklung neuer Beschleunigertechnologien ermöglicht (bisher) Energie-Verdopplungszeit von 2.1 Jahren!



- Aktuelles Forschungsgebiete: Quellen extrem hochenergetischer Teilchen in der kosmischen Strahlung.
- Äquivalente Energie des LHC:

$$E_{LHC}^{fixed\ target} = 10^{17} \text{ eV!}$$

- Rate am LHC:

$$R_{kosmisch} \times 10^{38}$$



Für Präzessionsexperimente (Higgs-Factory) werden e^+e^- -Beschleuniger benötigt!

Problem: Ringbeschleuniger für Elektronen bei Energien $E_{\text{Strahl}} > 100 \text{ GeV}$ nicht geeignet. Strahlverluste durch Synchrotronstrahlung:

$$\Delta E \sim \gamma^4$$

Bei

- $E = 50 \text{ GeV} \Rightarrow \Delta E = 130 \text{ MeV}$ pro Umlauf
- $E = 90 \text{ GeV} \Rightarrow \Delta E = 1700 \text{ MeV}$ pro Umlauf ($\Delta P \sim 17 \text{ MW}$)

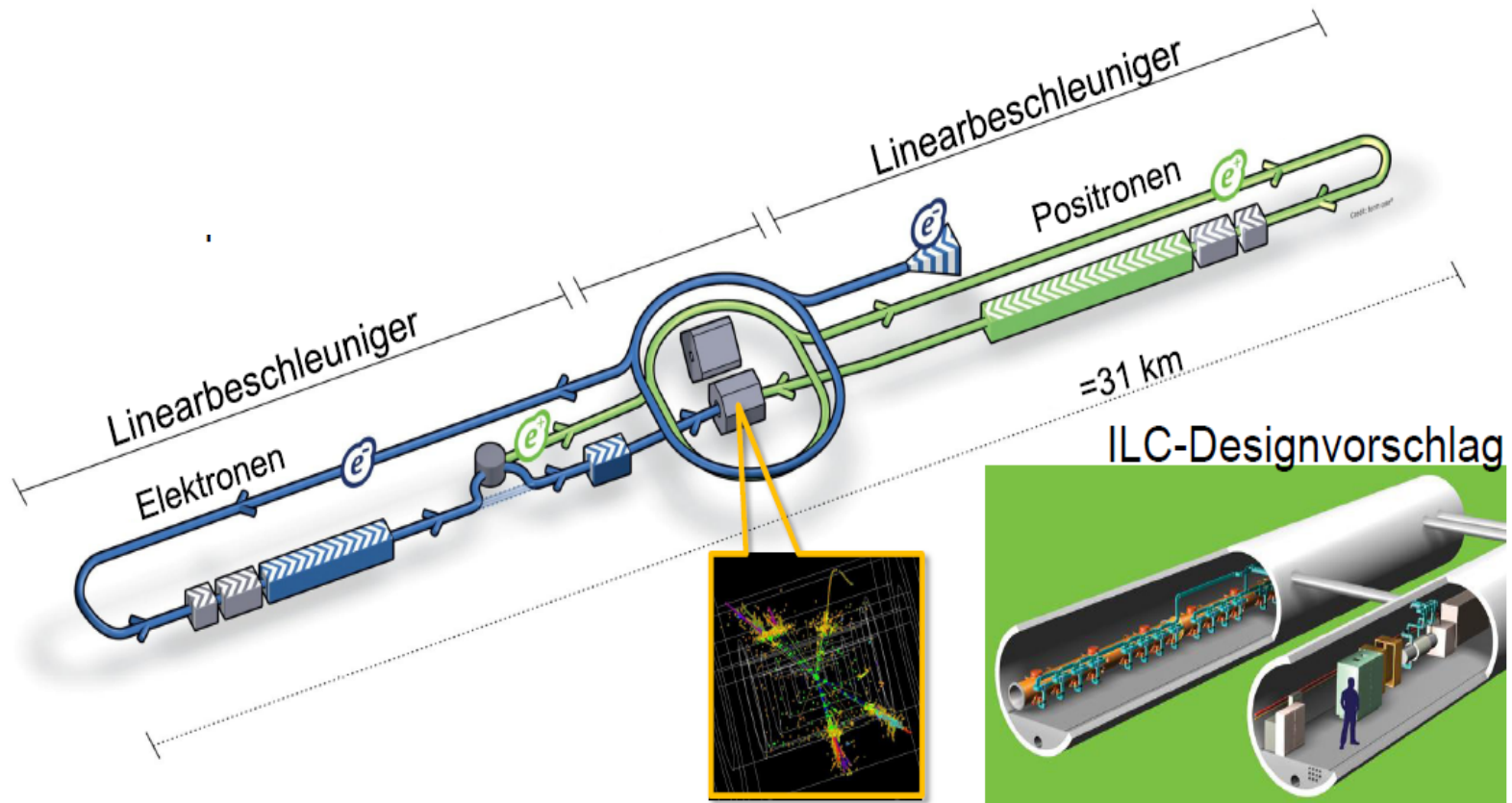
⇒ { **ILC:** International Linear Collider
CLIC: CERN Linear Collider

Ausblick: ILC (2)



Mögliche Lösung: **Linear** Collider (vergl. SLAC) - Inter

- 2 separate Elektronen-Linear-Beschleuniger für jeweils (?) 250MeV
- möglicher Standort: Japan
- mehr Information:





Teilchenbeschleunigung durch ein- oder mehrmaliges Durchlaufen einer Potentialdifferenz:

Linearbeschleuniger:

elektrostatische Beschleuniger:

Van-de-Graaf, Tandem
bis zum 20 MeV Teilchenenergie

Hochfrequenz-Linacs (Wideröe-Prinzip):

feldfreie Driftröhren mit angelegter
Hochfrequenz (→Injektoren)

Zyklotron:

bei konstantem Magnetfeld
Spiralbahn, bis zu 30 MeV
Teilchenenergie, mit Tricks deutlich
höher (→Medizin und Industrie)

Kreisbeschleuniger:

Teilchen akkumuliert Energie durch
mehrmaliges Durchlaufen ein
Hochfrequenzstrecke, Teilchen wird
durch Magnetfeld auf Kreisbahn
gehalten

Speicher-Ringe:

Synchrotrons - Magnetfeld wird
hochgefahren und der
zunehmenden Teilchenenergie
angepasst → **LHC**