



Übungsblatt 12

Ausgabe am 21.1.2015

Besprechung am 28/29.1.2015, 15:15-16:00

Kurzreferat (15 min): Tiefunelastischen eN vs. νN Streuung – „Abzählen“ der Quark und Gluon Ladungen

Literatur:

[Povh, Ch. 8, p 97-102](#)

[Bleck-Neuhaus, p 605-606](#)

[Friedman Nobel Lecture](#)

Skript 10, p 17-20

Gruppe 1:

Gruppe 2:

Gruppe 3: Jan Kemmler

Gruppe 4: Julia Nagel

Aufgabe 1: Streuung von Elektronen

- nochmals zum Üben: Wie groß ist die Wellenlänge von 330 MeV/c (24 GeV/c) Elektronen im Vergleich zum Protonenradius ($r = 0.8 \text{ fm}$)?
- Elektronen von 330 MeV/c streuen elastisch an ^{56}Fe nach $\theta = 10^\circ$. Unter der Annahme, dass die Ladungsverteilung diejenige einer harten Kugel ist (und die Born Approximation Gültigkeit hat): um welchen Faktor wird der Mott-Wirkungsquerschnitt durch den Formfaktor reduziert?

Hinweis: In Aufgabe 2a aus Übungsblatt 9 wurde der entsprechende Formfaktor zu

$$F(x) = \frac{3}{x^3} \cdot (\sin(x) - x \cdot \cos(x)), \quad x = \frac{qR}{\hbar}$$

bestimmt. Zur Lösung der Aufgabe müssen sie also den elastischen Impulsübertrag q (siehe dazu Skript 7.1) und den Kernradius R bestimmen.

Lösung 1:

a) Mit

$$p = \hbar k = 2\pi\hbar \frac{1}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi \cdot \hbar c}{pc} = 6.28 \cdot 197 \frac{\text{MeVfm}}{pc}$$

und

$$pc = 330 (24000) \text{ MeV}$$

folgt

$$\lambda = 3.75 (0.05) \text{ fm}$$

b) für den Impulstransfer in der elastischen Streuung gilt unter der Vernachlässigung des Kernrückstoßes (d.h. $p = p_i = p_f$)

$$\vec{q} = \vec{p}_i - \vec{p}_f$$

$$q^2 = p_i^2 + p_f^2 - 2p_i \cdot p_f \cdot \cos \theta = 2p^2(1 - \cos \theta) = 4p^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

$$q = 2p \cdot \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) = 2 \cdot 330 \cdot \sin(0.5 \cdot 10^\circ) = 57.52 \text{ MeV}/c$$

und



$$R = 1.2 \cdot A^{\frac{1}{3}} = 1.2 \cdot (56)^{\frac{1}{3}} = 4.6 \text{ fm}$$

gilt

$$x = qc \cdot \frac{R}{\hbar c} = 57.52 \cdot \frac{4.6}{197} = 1.34$$

damit ergibt sich für $F(q^2)$

$$F(q^2) = 0.829$$

und

$$F^2(q^2) = 0.69$$

d.h. der Wirkungsquerschnitt ist gegenüber der Streuung an einem punktförmigen Teilchen um den Faktor 0.69 reduziert.

Aufgabe 2: Tief-unelastische Elektronenstreuung bei HERA

Der Elektron-Proton-Collider HERA bei DESY (Hamburg) wurde gebaut zur Untersuchung der unelastischen Streuung von Elektronen an Protonen. Dazu wurden Elektronen mit einer Energie von 27.5 GeV und Protonen mit einer Energie von 820 GeV zur frontalen Kollision gebracht. Die relevanten kinematischen Variablen der tief-unelastischen Elektron-Proton-Streuung sind das Quadrat des Viererimpuls-Übertrags

$$q^2 = (\mathbf{P} - \mathbf{P}')^2 := -Q^2$$

und die Bjorken-Variable

$$x := \frac{Q^2}{2q \cdot P}$$

- Berechnen Sie die Schwerpunktsenergie der Reaktion. Mit welcher Energie müsste ein Elektron ein stationäres Protonentarget treffen, um die gleiche Schwerpunktsenergie zu erreichen. Vernachlässigen Sie alle Massen.
- Wie groß ist der maximale Wert von Q^2 bei HERA? Wie groß wäre er mit $E_e = 27.5 \text{ MeV}$ auf ein stationäres Target? Schätzen Sie aus dem Viererimpulsübertrag die räumliche Auflösung ab.

Hinweis: siehe Skript 9, S. 22

- Der ZEUS-Detektor bei HERA deckt den Winkelbereich $7^\circ \leq \theta \leq 178^\circ$ ab. Die minimale Elektronenenergie, die im Detektor nachgewiesen werden kann ist $E'_e = 5 \text{ GeV}$. Welcher kinematische Bereich in Q^2 und x wird von diesem Experiment also abgedeckt.

Hinweis: Machen Sie zur Berechnung von x vereinfachende Annahmen über Massen und Winkel.

Lösung 2:

- Die Schwerpunktsenergie berechnet sich zu

$$s = (\mathbf{P}_p + \mathbf{P}_e)^2 = m_p^2 c^4 + 2(E_p E_e - \vec{p}_p \vec{p}_e c^2) \approx 4E_p E_e = 90200 \text{ GeV}^2 / c^2$$

$$\sqrt{s} = 318 \text{ GeV}$$

Im stationären Fall wäre

$$E_p = m_p c^2, \vec{p}_p = 0$$

$$s \approx 2E_e m_p c^2 := 90200 \frac{\text{GeV}^2}{c^2} \Rightarrow$$

$$E_e = 54 \text{ TeV}$$

- Der Impulsübertrag ist gegeben durch

$$Q^2 \approx 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$



Der maximale Impulsübertrag wird erreicht wenn

$$Q_{max}^2 := s$$

d.h.

$$Q_{max}^2 = 4E_e E_e' \cdot \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

und

$$s \approx 4E_p E_e'$$

d.h. der maximale Impulsübertrag Q^2 wird erreicht bei Streuung der Elektrons unter $\theta = 180^\circ$ und maximaler Streuenergie, die erreicht wird wenn das Elektron die gesamte Energie des Protons erhält, d.h.

$$E_e' = E_p \Rightarrow$$

$$Q_{max}^2 = 4E_e E_p = 4 \cdot 27.5 \cdot 820 = 90200 \text{ GeV}^2/c^2$$

Für Elektronen von 27.5 GeV auf eine statinäres Target gilt

$$s \approx 2E_e \cdot m_p c^2$$

d.h.

$$Q_{maxi}^2 = 51.6 \text{ GeV}^2/c^2$$

Die räumliche Auflösung berechnet sich aus

$$\Delta r = \frac{\hbar}{Q} = \frac{\hbar c}{Qc}$$

zu

$$\Delta r = \frac{0.197}{\sqrt{90200}} = 6,6 \cdot 10^{-4} \text{ fm}$$

bzw.

$$\Delta r = \frac{0.197}{\sqrt{51.6}} = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ fm}$$

d.h. in beiden Fällen deutlich kleiner als der Protonenradius.

- c) Für Zeus ist das minimale Q^2 geben durch den minimalen Streuwinkel ($\theta = 7^\circ$) und die minimal experimentell auflösbare Streuenergie ($E' = 5 \text{ GeV}$),

d.h.

$$Q_{min}^2 = 4 \cdot 27.5 \cdot 5 \cdot \sin^2(3.5) = 2.05 \text{ GeV}^2/c^2$$

Das maximale Q^2 ist bei $\theta = 178^\circ$ und $E' = E_p$,

d.h

$$Q_{max}^2 = 4 \cdot 27.5 \cdot 820 \cdot \sin^2(89) = 90172 \text{ GeV}^2/c^2$$

Zur Berechnung von x berechnet man

$$x = \frac{Q^2}{2\mathbf{P}_p \mathbf{q}}$$

$$\mathbf{P}_p = (E_p, \vec{p}_p) \text{ und } \mathbf{q} = (E - E', \vec{q})$$

Wir machen die vereinfachende Annahmen, dass die Massen vernachlässigt werden können und für die betrachteten Winkel $\vec{p}_p \cdot \vec{q} \approx 0$ ist. Dann gilt

$$\mathbf{P}_p \mathbf{q} \approx E_p \cdot (E_e - E_e') = \begin{cases} 920 \cdot (27.5 - 5) \frac{\text{GeV}^2}{c^2} \text{ für } \theta = 7^\circ \\ 920 \cdot 920 \frac{\text{GeV}^2}{c^2} \text{ für } \theta = 178^\circ \end{cases}$$

d.h.

$$x_{min} \approx 4.8 \cdot 10^{-5} \quad \text{und} \quad x_{max} \approx 1$$