



Übungsblatt 11

Ausgabe am 14.1.2015

Besprechung am 21/22.1.2015, 15:15-16:00

Kurzreferat (15 min): Ortho- und Parawasserstoff – Manifestation des Protonenspins.

Literatur: [Bleck-Neuhaus, Kap. 7.1.4](#)

Gruppe 1: Stefan Wälde

Gruppe 2: Simon Meier

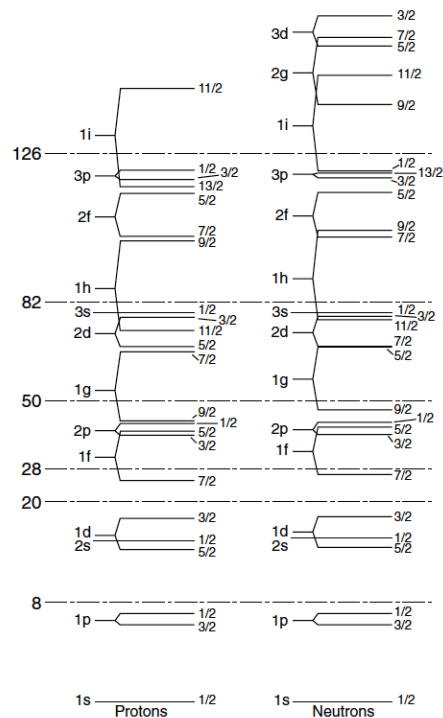
Gruppe 3: Marina Walt

Gruppe 4: Julian Linek

Aufgabe 1: Schalenmodell 1

- Geben sie die Schalenmodell-Konfiguration der Protonen und Neutronen für folgende Kerne an: Tritium, ${}^3\text{He}$, ${}^7\text{Li}$, ${}^{13}\text{C}$, ${}^{48}\text{Ca}$ (vergl. Skript 7.2, p57)
- Geben Sie dementsprechend den Spin und die Parität ($P = -1^L$) an

Benutzen dazu folgendes Schema der Energieniveaus:



Lösung 1:

- Protonen- bzw. Neutronen-Konfiguration. Die Niveaus können mit jeweils mit maximal $2j + 1$ Nukleonen besetzt werden:



Teilchen	#n	Neutronen-Konfiguration
3_1H	2	$(s_{1/2})_n^2$
3_2He	1	$(\textcolor{red}{1s}_{1/2})_n^1$
7_3Li	4	$(1s_{1/2})_n^2 (\textcolor{red}{1p}_{3/2})_n^1$
${}^{13}_6C$	7	$(1s_{1/2})_n^2 (1p_{3/2})_n^4 (\textcolor{red}{1p}_{1/2})_n^1$
${}^{48}_{20}Ca$	28	$(1s_{1/2})_n^2 (1p_{3/2})_n^4 (1p_{1/2})_n^2 (1d_{5/2})_n^6 (2s_{1/2})_n^2 (2d_{3/2})_n^4 (1f_{7/2})_n^8$

Teilchen	#p	Protonen-Konfiguration p
3_1H	1	$(\textcolor{red}{s}_{1/2})_p^1$
3_2He	2	$(1s_{1/2})_p^2$
7_3Li	3	$(1s_{1/2})_p^2 (1p_{3/2})_p^2$
${}^{13}_6C$	6	$(1s_{1/2})_p^2 (1p_{3/2})_p^4$
${}^{48}_{20}Ca$	20	$(1s_{1/2})_p^2 (1p_{3/2})_p^4 (1p_{1/2})_p^2 (1d_{5/2})_p^6 (2s_{1/2})_p^2 (2d_{3/2})_p^4$

- c) Leuchtnukleonen sind die jeweils ungepaarten Nukleonen (rot markiert). Daraus ergibt sich für Spin und Parität. ${}^{48}_{20}Ca$ hat kein ungepaartes Nukleon und deswegen keinen Drehimpuls.

Teilchen	$J^P = J^{(-1)^L}$
3_1H	$\frac{1}{2}^+$
3_2He	$\frac{1}{2}^+$
7_3Li	$\frac{3}{2}^-$
${}^{13}_6C$	$\frac{1}{2}^-$
${}^{48}_{20}Ca$	0^+

Aufgabe 2: Schalenmodell 2

Berechnen Sie den Abstand zwischen den Neutronenschalen $1p_{1/2}$ und $1d_{5/2}$ für Kerne mit in ${}^{16}O$ aus den gesamten Bindungsenergien für

$${}^{15}O (E_B = 111.9556 \text{ MeV})$$

$${}^{16}O (E_B = 127.6193 \text{ MeV})$$

$${}^{17}O (E_B = 131.7627 \text{ MeV})$$

Hinweis: Nehmen Sie an, die Bindungsenergien setzen sich zusammen aus der Bindungsenergie des doppelt-magischen Rumpfes und der Energie des



Kern- und Teilchenphysik

WiSe 2013/14

Leuchtnukleons bzw. des Loches im Rumpf.

Lösung 2:

Wie im Aufgabenblatt angegeben soll die Energie der $^1p_{1/2}$ und $^1d_{5/2}$ Schale durch die Differenz der Bindungsenergien der Sauerstoff-Isotope ^{17}O und ^{15}O zur Bindungsenergie des doppeltmagischen Rumpfes ^{16}O bestimmt werden:

$$\begin{aligned} E(^1d_{5/2}) &= E_B(^{16}\text{O}) - E_B(^{17}\text{O}) \\ E(^1p_{1/2}) &= E_B(^{15}\text{O}) - E_B(^{16}\text{O}) \end{aligned}$$

Damit folgt für den Energieabstand der $^1d_{5/2}$ und $^1p_{1/2}$ Schale:

$$\begin{aligned} E(^1d_{5/2}) - E(^1p_{1/2}) &= 2E_B(^{16}\text{O}) - E_B(^{15}\text{O}) - E_B(^{17}\text{O}) \\ &= 11.5203 \text{ MeV} \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} E_B(^{15}\text{O}) &= 111.9556 \text{ MeV} \\ E_B(^{16}\text{O}) &= 127.6193 \text{ MeV} \\ E_B(^{17}\text{O}) &= 131.7627 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

a) Leiten Sie klassisch eine Formel zur Abschätzung des maximalen Bahndrehimpulses bei der Streuung von Protonen der kinetischen Energie E an Neutronen her. Verwenden Sie dazu den Stoßparameter b , den Sie gegenüber der Potentialreichweite R abschätzen.

Hinweis: Berechnen sie den Bahndrehimpuls unter Verwendung des Konzeptes der reduzierten Masse.

b) Verwenden Sie diese Formel, um den Drehimpuls bei dieser Streuung mit den Energien $E = 200 \text{ keV}$, 2 MeV und 10 MeV abzuschätzen.

Lösung 3:

a) Mithilfe des Konzeptes der reduzierten Masse für ein Zweikörperproblem berechnet sich der Drehimpuls des n-p-Systems zu

$$L = b \cdot \mu \cdot v$$

mit

$$\mu = \frac{m_p \cdot m_n}{m_p + m_n} \approx \frac{m_N}{2}$$

und

$$v \approx \sqrt{2m_N E}$$

daraus folgt

$$L = \frac{b}{2} \cdot \sqrt{2m_N E}$$

Der Stoßparameter b muss kleiner sein als die Reichweite $2R_0$ der Kernkräfte zwischen zwei Nukleonen, um eine Ablenkung aufgrund der Kernkraft zu bewirken:



$$l_{max} \leq \frac{1}{\hbar} R_0 \sqrt{2m_N E} = \frac{1}{\hbar c} \cdot R_0 \cdot \sqrt{2mc^2 \cdot E}$$

b) Mit $R_0 = 1,5 \text{ fm}$ und $m_N = 939 \text{ MeV}/c^2$ ergibt sich

$$l_{max} < \frac{1}{197} \cdot 1,5 \cdot \sqrt{2 \cdot 939 \cdot 0,2} = 0,15$$

Entsprechend ergibt sich für

$$E = 2 \text{ MeV} \Rightarrow l_{max} = 0,5$$

$$E = 10 \text{ MeV} \Rightarrow l_{max} = 1$$

d.h. für $E = 0,2 \text{ MeV}$ reine s-Wellen ($l = 0$) Streuung, überwiegend s-Wellen Streuung für 2 MeV und p-Wellen ($l = 1$) Streuung für 10 MeV .