



Übungsblatt 8

Ausgabe am 11.12.2014

Besprechung am 17/18.12.2014, 15:15-16:00

Kurzreferat (15 min):

Quantenmechanische Deutung der Streuung: Kohärenz und Inkohärenz

Literatur: z.B. Bleck-Neuhaus – Elementarteilchen, Kapitel 5.5

http://www.pit.physik.uni-tuebingen.de/~herschmid/Lehre/Bleck-Neuhaus-Elementarteilchen_Kap-5.pdf

Gruppe 1: Julian Langer

Gruppe 2: Manuel Kaiser

Gruppe 3: Julian Robertz

Gruppe 4:

Aufgabe 1: Wirkungsquerschnitt 1

Eine dünne Zielfolie („target“) der Dicke $1 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$ aus ^{24}Mg ($M_A = 24.3u$) wird mit einem 10nA Strahl von α -Teilchen beschossen. Ein Detektor, der einen Raumwinkel von $2 \cdot 10^{-3} \text{ sr}$ überdeckt, misst 20 Protonen pro Sekunde. Geben Sie den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, p)$ unter der Annahme isotroper Streuung an.

Lösung 1:

Es gilt:

$$\sigma = \frac{f_R}{I_{\text{Strahl}} \cdot \rho \cdot d \cdot \frac{N_A}{M_A}}$$

Da die Reaktion isotrop sein soll, gilt für die Gesamtzahl der emittierten Protonen

$$f_R = 20 \cdot \left(\frac{4\pi}{2 \cdot 10^{-3}} \right) = 1.25 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$$

Für den Teilchenstrom gilt

$$I_T = \frac{I_{el}}{Ze} = \frac{10^{-8}}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 3.13 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

Die Targetdicke ist

$$\rho \cdot d = 10^{-32} \frac{\text{kg}}{\text{fm}^2}$$

Damit ergibt sich

$$\sigma = 161 \text{ mb}$$

Aufgabe 2: Wirkungsquerschnitt 2

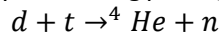
Deuteronen mit der Energie $E_{kin} = 5\text{MeV}$ werden auf ein senkrecht zum Strahl stehendes



Kern- und Teilchenphysik

WiSe 2013/14

Tritium-Target mit der Massendichte $\rho = 0.2 \text{ mg/cm}^3$ geschossen, um die Reaktion



zu untersuchen. Die Strahl hat eine Querschnitts Fläche von 1 cm^2 , und das Target eine Dicke von 1 cm . Die Masse eines Tritiumkerns ist 3.0160 u .

- Wie viele Neutronen fliegen pro Sekunde durch einen Detektor mit der Stirnfläche $F = 20 \text{ cm}^2$, der im Abstand $R = 3 \text{ m}$ vom Target unter einem Winkel $\theta = 30^\circ$ zur Strahlrichtung der Deuteronen aufgestellt ist, wenn der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ unter diesem Winkel 13 mb/sr ist und der Deuteronenstrom, der auf das Target trifft $I_d = 2 \mu\text{A}$ ist.
- Wie groß ist die auf den Detektor auftreffende Neutronenzahl pro Sekunde, wenn das Target so gedreht wird, dass es vom gleichen Deuteronenstrom nicht unter 90° , sondern unter 80° getroffen wird?

Lösung 2:

a) Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta f_R / \Delta\Omega}{j_{\text{Strahl}} \cdot N_{\text{Teilchen}}^{\text{Target}}} = \frac{\Delta f_R / \Delta\Omega}{I_{\text{Strahl}} \cdot n_{\text{Target}}^F} =$$

mit

$$\Delta\Omega = F/R^2$$

$$I_{\text{Strahl}} = \frac{I_d}{Z \cdot e}$$

und

$$n_{\text{Target}}^F = \rho \cdot d \cdot N_A / M_A$$

damit ergibt sich für die gesuchte Größe

$$\Delta f_R = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{F}{R^2} \cdot \frac{I_d}{Ze} \cdot \frac{\rho \cdot d \cdot N_A}{M_A}$$

durch einsetzen der gegebenen Werte erhält man

$$\Delta f_R \approx 1444 \text{ s}^{-1}$$

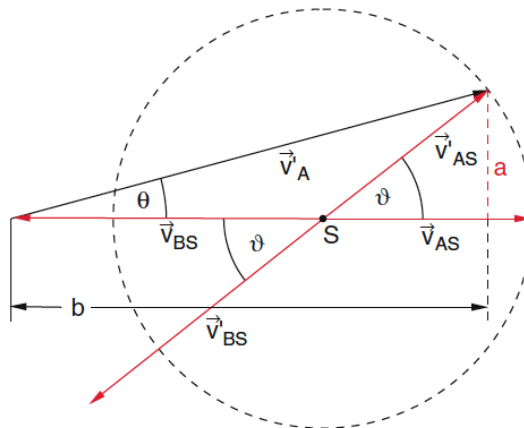
b) Dreht man das Target, wird die effektive Targetdicke um den Faktor $\cos^{-1} \phi$ erhöht, d.h. die Neutronenzahl erhöht sich um 1.54% .

Aufgabe 3: Wirkungsquerschnitt im Labor- und Schwerpunktsystem

Eine elastische Kernreaktion $A + B \rightarrow A' + B'$ ($v_B = 0$) habe im Laborsystem den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ mit $d\Omega = 2\pi \sin(\theta) d\theta$. Berechnen Sie daraus den entsprechenden Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\omega}$ mit $d\omega = 2\pi \sin(\vartheta) d\vartheta$ im Schwerpunktsystem.

Anmerkung: Der Faktor zwischen Labor- und Schwerpunktwirkungsquerschnitt heißt auch Jacobi-Determinante.

Hinweis: Entnehmen sie den Zusammenhang zwischen den Winkeln im Labor- und Schwerpunktsystem aus nachstehendem Diagramm (der Index S bezeichnet Größen im Schwerpunktsystem):



Lösung 3:

Durch die Veränderung des Bezugssystems ändert sich das Raumwinkelement, in welches die Teilchen gestreut werden.

Bezugssystem 1 : $d\Omega = \sin(\theta) d\theta d\phi$

Bezugssystem 2: $d\omega = \sin(\vartheta) d\vartheta d\phi$

Der Zusammenhang zwischen $d\sigma/d\Omega$ und $d\sigma/d\omega$ ist gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{d\omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{\sin(\theta) d\theta d\phi}{\sin(\vartheta) d\vartheta d\phi}$$

Da die azimuthalen Winkel $d\phi$ und $d\Phi$ bei obiger Transformation entlang der Strahlachse unverändert bleiben ist lediglich der Faktor

$$\frac{\sin(\theta) d\theta}{\sin(\vartheta) d\vartheta}$$

aus obiger Skizze zu bestimmen. Wegen $d(\cos\theta) = -\sin\theta d\theta$ gilt

$$\frac{\sin(\vartheta) d\vartheta}{\sin(\theta) d\theta} = \frac{d(\cos\vartheta)}{d(\cos\theta)}$$

d.h. zu Lösung des Problems muss eine Beziehung zwischen $\cos\vartheta$ und $\cos\theta$ hergestellt werden.

Der Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten in Labor- und Schwerpunktsystem ist wie folgt und in der Skizze entsprechend dargestellt:

$$\vec{p}_{BS} + \vec{p}_{AS} = 0 \Rightarrow v_{BS} = \frac{m_A}{m_B} \cdot v_{AS}$$

$$\vec{v}_A - \vec{v}_S = \vec{v}_{AS}$$

$$\vec{v}_B - \vec{v}_S = \vec{v}_{BS} \Rightarrow \vec{v}_{BS} = -\vec{v}_S$$

$$\vec{v}'_A - \vec{v}_S = \vec{v}'_{AS} \Rightarrow \vec{v}'_A + \vec{v}_{BS} = \vec{v}'_{AS}$$

$$\vec{v}'_B - \vec{v}_S = \vec{v}'_{BS} \Rightarrow \vec{v}'_B + \vec{v}_{BS} = \vec{v}'_{BS}$$

Für die elastische Steuerung im Schwerpunktsystem gilt weiterhin

$$p_{AS} = p'_{AS} \Leftrightarrow v_{AS} = v'_{AS}$$

$$p_{BS} = p'_{BS} \Leftrightarrow v_{BS} = v'_{BS}$$

$$\frac{v'_{BS}}{v'_{AS}} = \frac{v_{BS}}{v_{AS}} = \frac{m_A}{m_B} := S$$

Aus der Skizze lässt sich damit ablesen



Kern- und Teilchenphysik

WiSe 2013/14

$$\tan(\theta) = \frac{a}{b} = \frac{v'_{AS} \cdot \sin\vartheta}{v'_{BS} + v'_{AS} \cos\vartheta} = \frac{\sin\vartheta}{\frac{v'_{BS}}{v'_{AS}} + \cos\vartheta} = \frac{\sin\vartheta}{\frac{m_A}{m_B} + \cos\vartheta} = \frac{\sin\vartheta}{S + \cos\vartheta}$$

Den Zusammenhang zwischen $\cos\vartheta$ und $\cos\theta$ erhält man über

$$\tan\theta = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta} - 1}$$

zu (wie man leicht sieht ☺)

$$\cos\theta = \frac{\cos\vartheta + S}{\sqrt{1 + 2S \cdot \cos\vartheta + S^2}}$$

und damit

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{d(\cos\theta)}{d(\cos\vartheta)} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{1 + S \cdot \cos\vartheta}{(1 + 2S \cdot \cos\vartheta + S^2)^{\frac{3}{2}}}$$

d.h. über den Faktor J (die Jacobi-Determinante)

$$J(\vartheta) := \frac{1 + S \cdot \cos\vartheta}{(1 + 2S \cdot \cos\vartheta + S^2)^{\frac{3}{2}}}$$

lässt sich der Wirkungsquerschnitt vom Bezugssystem 1 in das Bezugssystem 2 umrechnen wie:

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = J(\vartheta) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}$$