



Übungsblatt 4

Ausgabe am 13.11.2014

Besprechung am 19/20.11.2014, 15:15-16:00

Kurzreferat (15 min):

Übergangsstrahlung

Was ist Übergangsstrahlung („transition radiation“)?

Literatur: <http://de.wikipedia.org/wiki/Übergangsstrahlung>

Wie wird Übergangsstrahlung zur Elektronidentifizierung ausgenutzt (z.B. im ALICE Transition Radiation Detector)

Literatur: <http://arxiv.org/abs/1111.4188> Seite 23-26

Gruppe 1: -

Gruppe 2: Matthias Biegger

Gruppe 3: Dominik Maile

Gruppe 4: Lars Hanke

Aufgabe 1: Compton-Streuung

- Zeigen Sie, dass ein Photon in der Compton-Streuung seine gesamte Energie *nicht* an das Elektron übertragen kann.
- Wenn die maximale Energie, die in einem Compton-Streuprozess an ein Elektron übertragen wird 30 keV ist, was war dann die Wellenlänge des Photons?

Lösung 1:

- Wir nehmen an, dass das Photon seine gesamte Energie an das Elektron überträgt. Impulserhaltung impliziert dann

$$p_\gamma = p'_e \Leftrightarrow \frac{h}{\lambda} = p'_e$$

wobei p'_e der Impuls des Elektrons nach der Streuung ist.

Sei T'_e die kinetische Energie des Elektrons nach der Streuung und m_0 seine Ruhemasse. Aus der Energieerhaltung folgt

$$h\nu + m_0c^2 = T'_e + m_0c^2$$

$$T'_e = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = p'_ec$$

Für die totale Energie des Elektrons gilt

$$E_e'^2 = (m_0c^2)^2 + (p'_ec)^2$$

$$(T'_e + m_0c^2)^2 = (m_0c^2)^2 + (p'_ec)^2$$

$$(m_0c^2)^2 + T_e'^2 + 2T'_em_0c^2 = (m_0c^2)^2 + (p'_ec)^2$$

Mit obiger Beziehung für T'_e gilt dann

$$(p'_ec)^2 + 2p'_em_0c^2 = (p'_ec)^2$$

$$2m_0cp'_e = 0$$

Dies impliziert

$$p'_e = 0$$

bzw.

$$\lambda = 0$$



Kern- und Teilchenphysik

WiSe 2013/14

was nicht möglich ist, d.h. obige Annahme führt zu einer physikalisch unsinnigen Ergebnis.

b) Bei maximalem Energietransfer zum Elektron ist die Compton-Verschiebung der Wellenlänge gegeben durch

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos 180^\circ)$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0 c}$$

Energieerhaltung ergibt

$$E_\gamma - E'_\gamma = T'_e$$

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = T'_e$$

$$\frac{hc(\lambda' - \lambda)}{\lambda\lambda'} = T'_e$$

Mit obiger Beziehung zwischen λ und λ' ergibt sich

$$\lambda^2 + \frac{2h}{m_0 c} \lambda - \frac{2h^2}{m_0 T'_e} = 0$$

In „praktischerer“ Form lautet die Gleichung ($\lambda_b = \frac{\lambda}{2\pi}$)

$$\lambda_b^2 + \frac{2\hbar c}{m_0 c^2} \lambda_b - \frac{2(\hbar c)^2}{m_0 c^2 T'_e} = 0$$

und $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$, $m_0 c^2 = 0.511 \text{ MeV}$, $T'_e = 0.03 \text{ MeV}$

$$\lambda_b^2 + 771 \lambda_b - 5063144 = 0$$

Damit ergibt sich als sinnvolle Lösung

$$\lambda_b = 1897,4 \text{ fm}$$

bzw

$$\lambda = 11915 \text{ fm} = 11,9 \text{ pm}$$

Aufgabe 2: Auflösung „diskreter“ Detektoren

Betrachten Sie eine MWPC mit Drahtabstand Δ . Nehmen Sie an, dass für senkrecht zur Drahtebene einfallende Spuren das Signal immer auf dem nächstliegenden Draht induziert wird. Zeigen Sie, dass die RMS-Ortsauflösung eines solchen Detektors durch $\sigma = \Delta/\sqrt{12}$ gegeben ist.

Lösung 2:

Der RMS Messfehler σ ist gegeben durch

$$\sigma^2 = \frac{\int (x_{\text{gemessen}} - x_{\text{wahr}})^2 f(x_{\text{wahr}}) dx_{\text{wahr}}}{\int (x_{\text{gemessen}} - x_{\text{wahr}}) dx_{\text{wahr}}}$$

dabei ist x_{gemessen} die gemessene Position der Spur, x_{wahr} die wahre Position der Spur und $f(x_{\text{wahr}})$ die Wahrscheinlichkeitsdichte die wahre Spur zu messen.

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit sei der Draht bei $x = 0$, d.h. $x_{\text{gemessen}} = 0$.

Für die Wahrscheinlichkeitsdichte gilt ($x \equiv x_{\text{wahr}}$)

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\frac{\Delta}{2} < x < \frac{\Delta}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

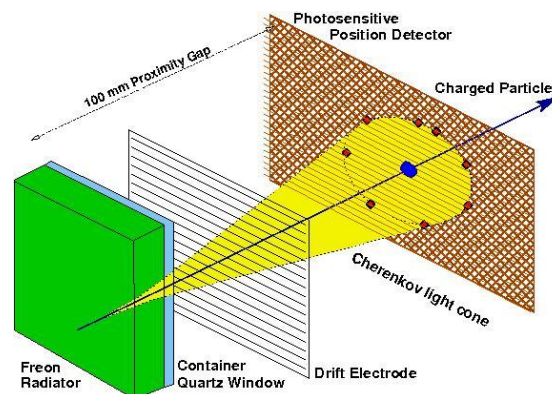
Damit ergibt sich



$$\sigma^2 = \frac{\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} f(x)x^2 dx}{\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} x dx} = \frac{\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} x^2 dx}{\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} x dx} = \frac{\Delta^2}{12}$$

Aufgabe 3: Cherenkov-Detektor

In der Vorlesung wurde der Cherenkov Effekt besprochen. Dieser Effekt wird in sog. RICH-Detektoren (Ring Imaging Cherenkov Detector) zur Bestimmung von Teilchengeschwindigkeiten ausgenutzt.



Ein solcher RICH-Detektor habe einen 1 cm dicken Radiator, der mit flüssigem Freon (Brechungsindex $n = 1.22$) gefüllt ist. Der Abstand L zwischen dem Radiator und dem Photodetektor sei 9.5 cm.

- Wie groß sind die Schwellenimpulse oberhalb derer Pionen bzw. Kaonen Cherenkovlicht erzeugen?
- Berechnen Sie die Größe der Ringradien auf dem Photodetektor für Licht aus der Mitte des Radiators als Funktion des Impulses und stellen Sie diese Funktion im Bereich vom Pion-Schwellenimpuls für Pionen und Kaonen bis 2 GeV graphisch dar.

Lösung 3:

- Geladene Teilchen, die sich in einem dielektrischen Medium mit der Geschwindigkeit



Kern- und Teilchenphysik

WiSe 2013/14

c bewegen, emittieren Cherenkov-Strahlung, wenn ihre Geschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit c/n in diesem Medium überschreitet. Die Bedingung für Cherenkov-Strahlung ist also:

$$\beta c > c/n$$

Daraus folgt der Schwellenwert für

$$\beta_{Schwelle} = 1/n$$

Aus relativistischer Kinematik ist die Beziehung zwischen Impuls p und Geschwindigkeit β bekannt ($c = 1$)

$$\beta = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2}}$$

Daraus ergibt sich die Beziehung zwischen Schwellenimpuls p und Brechungsindex n

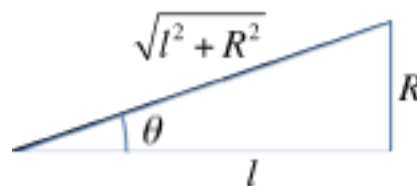
$$p_{Schwelle} = \frac{m}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

Die entsprechenden Werte $p_{Schwelle}$ for Pionen und Kaonen sind

$$p_{\pi} = 199.8 \text{ MeV} \quad (m_{\pi} = 139.6 \text{ MeV})$$

$$p_K = 706.4 \text{ MeV} \quad (m_K = 493.7 \text{ MeV})$$

b) Die geometrischen Verhältnisse zwischen Cherenkov Ringradius R , Abstand zum Photodetektor l und Strahlungswinkel θ sind unten skizziert, wobei $l = l' + \frac{D}{2} = 10 \text{ cm}$



Aus der Skizze folgt

$$\cos\theta = \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}}$$

andererseits gilt

$$\cos\theta = \frac{1}{\beta n}$$

Daraus ergibt sich die Beziehung

$$R = l \sqrt{\frac{n^2 p^2}{p^2 + m^2} - 1}$$

Dies lässt sich graphisch wie folgt darstellen

