



Übungsblatt 1

Ausgabe am 23.10.2014

Besprechung am 29/30.10.2014, 15:00-16:00

Kurzreferat (ca. 15 min):

Relativistische Invarianten der Punktmechanik

Vertiefen sie den Begriff der relativistischen Invarianten

- was sind rel. Invarianten?
- Beispiele für rel. Invarianten;
- was speziell sind die Mandelstam-Variablen?
- wofür sind die gut?

Vortragende: Sebastin Völkel (Gruppe 3), Frithjof Tillinger (Gruppe 4)

Die Entdeckung der Radioaktivität

Schildern sie die Entdeckung der Radioaktivität anhand der Arbeiten von Henri Becquerel und Marie/Pierre Curie.

Vortragende: Stephanie Göggelmann (Gruppe 1), Katrin Meyer (Gruppe 2)

Aufgabe 1: Einheiten und Größenordnungen

a) Geben sie in untenstehender Tabelle die natürlichen Einheiten in Vielfachen der Energie (wenn möglich) an, sowie die Umrechnungsfaktoren zu SI Einheiten.

Größe	Dimension		Umrechnung
	SI Einheiten	Natürliche Einheiten	
Masse	kg		
Länge	m		
Zeit	s		
Energie	$kg \cdot m^2/s^2$		
Impuls	$kg \cdot m/s$		
Geschwindigkeit	m/s		
Drehimpuls	$kg \cdot m^2/s$		
Wirkungsquerschnitt	m^2		
Kraft	$kg \cdot m/s^2$		
Temperatur	K		
Ladung	$A \cdot s$		

b) Das frühe Universum bestand aus einem Gas aus Quarks und Gluonen. Die Beziehung zwischen Energiedichte ϵ und Temperatur T wird oft angegeben als

$$\epsilon = N_{DOF} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot T^4$$



Kern- und Teilchenphysik

WiSe 2014/15

Was ist der numerische Wert der Energiedichte in $[GeV/(fm^3)]$ bei einer Temperatur von $T = 170 MeV$ und $N_{DOF} = 47.5$?

c) Atomkerne haben den Radius $R = R_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}$ mit $R_0 = 1.2 fm$. (i) Wie groß ist die Dichte von Kernmaterie? (ii) Welchen Radius hätte die Erde, wenn sie die Dichte von Kernmaterie hätte? (iii) Wie groß wäre die Fallbeschleunigung g auf der Erdoberfläche?

Lösungen 1:

a) Zur Umrechnung werden folgende Beziehungen benötigt:

$$1 = \hbar c = 197 MeV fm = 197 \cdot 10^{-15} MeV \cdot m$$

$$1 = c = 3 \cdot 10^{23} \frac{fm}{s} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$1 MeV = 1.602 \cdot 10^{-13} \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

$$1 = k_B = 8.6717 \cdot 10^{-11} \frac{MeV}{K}$$

$$1.602 \cdot 10^{-19} A \cdot s = e = \sqrt{4\pi\alpha} = 0.303$$

Beispiel Masse:

$$m[MeV] = m \left[\frac{MeV}{c^2} \right] = m \left[\frac{1}{c^2} \cdot 1.602 \cdot 10^{-13} \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \right] =$$

$$m \left[\frac{1}{(3 \cdot 10^8)^2} (s^2/m^2) 1.602 \cdot 10^{-13} \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \right] = m[1.78 \cdot 10^{-30} kg]$$



Kern- und Teilchenphysik

WiSe 2014/15

Größe	Dimension		Umrechnung
	SI Einheiten	Natürliche Einheiten	
Masse	kg	MeV	$1 MeV = \frac{1}{c^2} \cdot 1.602 \cdot 10^{-13} \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = 1.78 \cdot 10^{-30} kg$
Länge	m	MeV^{-1}	$1 m = 1/197 \cdot 10^{15} MeV^{-1}$
Zeit	s	MeV^{-1}	$1 s = 3 \cdot 1/197 \cdot 10^{23} MeV^{-1}$
Energie	$kg \cdot m^2/s^2$	MeV	$1 MeV = 1.602 \cdot 10^{-13} kg \cdot m^2/s^2$
Impuls	$kg \cdot m/s$	MeV	$1 MeV = \frac{1}{c} \cdot 1.602 \cdot 10^{-13} \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = 0.534 \cdot 10^{-21} \frac{kg \cdot m}{s}$
Geschwindigkeit	m/s	dimensionslos	$1 \frac{m}{s} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-8}$
Drehimpuls	$kg \cdot m^2/s$	dimensionslos	$1 kg \cdot \frac{m^2}{s} = \frac{1}{1.054} \cdot 10^{34}$
Wirkungsquerschnitt	m^2	MeV^{-2}	$1 m^2 = (1/197 \cdot 10^{15})^2 MeV^{-2}$
Kraft	$kg \cdot m/s^2$	MeV^2	$1 kg \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{197}{1.602} \cdot 10^{-2} MeV^2$
Temperatur	K	MeV	$1 K = 8.6717 \cdot 10^{-11} MeV$
Ladung	$A \cdot s$	dimensionslos	$1 A \cdot s = 0.303/1.602 \cdot 10^{19}$

b) benutze $1 = (\hbar c)^3 = (197 MeV fm)^3$

$$\epsilon = 47.5 \cdot \frac{\pi}{30} (T)^4 = 47.5 \cdot \frac{\pi}{30} (170)^4 = 543 \frac{MeV}{fm^3} = 0.543 GeV/fm^3$$

c) Dichte von Kernmaterie:

$$\rho_{Kern} = \frac{M_{Kern}}{V_{Kern}} = \frac{A \cdot M_{Nukleon}}{\frac{4}{3} \pi (R_0 \cdot A^{\frac{1}{3}})^3} = \frac{938 MeV}{\frac{4}{3} \pi (1.2)^3 fm^3} = 129.6 \frac{MeV}{fm^3} = 2.3 \cdot 10^{17} \frac{kg}{m^3}$$

Die Masse der Erde ist

$$M_{Erde} = 5.98 \cdot 10^{24} kg$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R_{Erde}^3 = M_{Erde} / \rho_{Kern}$$

$$\Rightarrow R_{Erde} = 1.84 \cdot 10^2 m$$

mit

$$g = G \cdot \frac{M_{Erde}}{r^2}, \quad G = 6.6 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

gilt



$$g = 1.17 \cdot 10^9 \frac{m}{s^2}$$

Aufgabe 2: Relativistische Kinematik

a) Vervollständigen Sie in der Tabelle die Beziehungen zwischen Energie E , kin. Energie T , Impuls p , Geschwindigkeit β und Boostfaktor γ für ein Teilchen der Masse m . Verwenden Sie natürlichen Einheiten, d.h. $c = 1$.

	E	T	p	β	γ
E	E		$\sqrt{p^2 + m^2}$		γm
T	$E - m$	T			
p			p		
β				β	
γ	E/m			$(1 - \beta^2)^{-1/2}$	γ

b) Das Bevatron wurde gebaut um das Antiproton in pp -Reaktionen zu erzeugen. Welche Strahlenergie ist mindestens notwendig, damit das möglich ist? ($m_p = m_{\bar{p}} = 938 \text{ MeV}$).

c) In Kernen ist die kinetische Energie von gebundenen Nukleonen etwa 20 MeV . Welchen Unterschied macht es in der Schwerpunktsenergie des NN -systems, ob der Impuls des Nukleons parallel oder antiparallel zu einem einlaufenden 25 GeV Proton ist?

Lösungen 2:

a)

	E	T	p	β	γ
E	E	$T + m$	$\sqrt{p^2 + m^2}$	$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} m$	γm
T	$E - m$	T	$\sqrt{p^2 + m^2} - m$	$m(1/\sqrt{1 - \beta^2} - 1)$	$m(\gamma - 1)$
p	$\sqrt{E^2 - m^2}$	$\sqrt{T^2 + 2Tm}$	p	$m\beta\gamma$	$m\beta\gamma$
β	$\sqrt{1 - \frac{1}{E/m^2}}$	$\sqrt{1 - \left(\frac{m}{T+m}\right)^2}$	$\frac{p^2/m^2}{\sqrt{1 + p^2/m^2}}$	β	$\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$
γ	E/m	$\frac{T}{m} + 1$	$\frac{p}{m\beta}$	$(1 - \beta^2)^{-1/2}$	γ

b) Ein Anti-Proton wird in einer pp -Reaktion durch die Reaktion (Baryonenzahlerhaltung)

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$$

erzeugt. Annahme: Nach der Reaktion sind alle Teilchen in Ruhe (verletzt allerdings die Impulserhaltung). Die Schwellenenergie ist damit

$$E_{cm} = \sqrt{s} > 4m_p$$

Für eine Fixed-Target-Experiment gilt:

$$s = |(E_{kin} + m_p, p) + (m_p, 0)|^2 = 2m_p E_{kin} + 4m_p^2 > (4m_p)^2 \Rightarrow E_{kin} > 6m_p$$



Kern- und Teilchenphysik

WiSe 2014/15

c) Ein Nukleon mit $E_{kin} = 20 \text{ MeV}$ hat wegen $p = \sqrt{T^2 + 2Tm}$ einen Impuls von etwa 200 MeV . Für ein Strahlteilchen mit $E_{beam} = 25 \text{ GeV}$ gilt $E_{beam} \approx p_{beam}$ und $\sqrt{s} \approx \sqrt{2E_{beam}m_{Nukleon}}$

Für die Schwerpunktsenergien der beiden Fälle gilt

$$s_1 = \left((E_{beam} + m_p) + (E_{Nukleon} + m_p) \right)^2 - (p_{beam} - p_{nukleon})^2$$

$$s_2 = \left((E_{beam} + m_p) + (E_{Nukleon} + m_p) \right)^2 - (p_{beam} + p_{nukleon})^2$$

$$s_2 - s_1 = 4p_{Nukleon}p_{beam}$$

$$s_2 - s_1 = (\sqrt{s_2} - \sqrt{s_1}) \cdot (\sqrt{s_2} + \sqrt{s_1}) \approx \Delta E_{cm} \cdot 2\sqrt{s} \Rightarrow$$

$$\Delta E_{cm} = \frac{2p_{Nukleon}p_{beam}}{\sqrt{2E_{beam}m_{Nukleon}}} \approx 1.46 \text{ GeV}$$