

Dosimetrie Zusammenfassung II

Vorträge

DIN 6800-2 Allgemeiner Teil + Photonen

Eric

Anwendungsbereich

- Ermittlung Wasserenergiedosis (C-leistung) nach Sondenmethode
 - mit offenen luftgefüllten Ionisationskammern
 - ^{60}Co -Gammastrahlung und Bremsstrahlung
 - mind. $4 \times 4 \text{ cm}$ Feldgröße
 - bei Elektronenstrahlung

⇒ Messungen unter Referenz- und Nichtreferenzbedingungen (relative Dosisverteilung in Wasser, Dosisquerschnitt, PDD)

Begriffe

Offene Kammer → Ionisationskammer bei der sich Luft im Ionisationsvolumen frei (bewegen kann) mit Umgebungsluft ausgleichen kann

Feldgröße → charakteristische Fläche mit Begrenzung durch Wendepunkte der lateralen Dosisprofile bzw. 50%-Isodosenkurve

(mit Ausgleichsfilter bei allen Feldgrößen, ohne bis max. $10 \times 10 \text{ cm}$)

Referenzbedingungen → Bedingungen, unter denen alle Einflussgrößen und Geräteparameter vereinbarte, anwendungsnähe Referenzwerte annehmen

(! Achtung ≠ Bezugsbedingungen bei Kalibrierung)

Messprinzip

- Messung der Ionenladung eines Vorzeichens, die durch ionisierende Strahlung in einer luftgefüllten Ionisationskammer erzeugt wird
- Sammlung der Ionen durch elektrisches Feld
 - stark genug für Sättigung - erfasst alle Ionen
 - schwach genug um Gasverstärkung auszuschließen
- Ladung (unkomprimierte Anzeige) ist proportional zur Luft-Energiedosis, Luftdichte und Messvolumen
- nach Kalibrierung der luftgefüllten Ionisationskammer kann Wasser-Energiedosis angezeigt und gemessen werden
- Kalibrierung mit ^{60}Co -Gammastrahlen im Wasserphantom [Gy] unter Bezugsbedingungen

Ionisationskammern

a) hochenergetische Photonenstrahlung: **KOMPAKTKAMMER** (bei Flachkammer Messunsicherheit höher)

aber im Anfangsbereich des Dosisaufbaubereichs unterhalb 80% des Dosismaximums und an ebenen Grenzflächen Flachkammer empfohlen!

- b) Hochenergetische Elektronenstrahlung: FLACHKAMMER
 ! Vorschrift: Flachkammer bei Halbwertstiefe $< 4 \text{ cm}$
 (mittlere Elektronenenergie an Oberfläche $< 10 \text{ MeV}$)
 Kompaktkammern oberhalb Grenze erlaubt!

Phantome

- Wasserphantom muss in seiti. und Tiefen ausdehnung
 5 cm größer sein als zu messende Feldgröße / Messtiefe
 → Einstrahlung durch Phantomwand = äquivalente
 Wasserschichtdicke $d_{\text{eq}} = \frac{\rho_{\text{wand}}}{\rho_{\text{Wasser}}} \cdot d_{\text{wand}}$

MESSUNG WASSER-ENERGIEDOSIS

a) Photonen

$$D = (M - M_0) \cdot N \cdot k_p \cdot k_h \cdot k_s \cdot k_p \cdot k_r \cdot k_T \cdot k_{Q,M}$$

b) Elektronen

$$D = (M - M_0) \cdot N \cdot k_p \cdot k_h \cdot k_s \cdot k_p \cdot k_r \cdot k_T \cdot k_{E,M}$$

Positionierung Ionisationskammern

- Position der Ionisationskammer im Raum ist durch Bezugspunkt
 beschrieben + Orientierung der Kammer in Bezug auf
 Strahlenfeld

- a) Flachkammer → Bezugspunkt in Mitte zw. Eintrittsfenster
 & Luftvolumen
 b) Kompaktkammer → Bezugspunkt auf Symmetrieachse
 (Abstand durch Hersteller angegeben)

! MESSUNG ABER IM EFFEKTIVEN MESSPUNKT!

Bezugspunkt dann bei $z_B = z_M + \Delta z$

- Diese Positionierung bewirkt Korrektur der vom Dosisgrad.
 abhängigen Messfehler, sowie der Fehler durch
 Verdrängung des Phantommaterials und den Einfluss
 der Form der Kammer auf Eintritt von Sekundärelektronen!

Kalibrierfaktor N

- bei Bezugsbedingungen gilt $D = M \cdot N$
 → Bsp.: ^{60}Co -gammastrahlung
 293,15 K, 1013,25 hPa
 Messtiefe 5 cm, Abstand Quelle - Messort 100 cm

KORREKTIONSFAKTOREN

k_p - Luftdichte

$$k_p = \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Luft,ref}}}$$

T ... Temperatur Messvolumen
 p ... Luftdruck

k_h - Luftfeuchte

- Korrektur zw. 30% - 75% Luftfeuchte + absolute Luftfeuchte
 $< 20 \text{ g/m}^3$ nicht nötig

- außerhalb dieser Grenzen sollten Kammer nicht betrieben werden

k_s - unvollständige Sättigung

→ durch Rekombination innerhalb des Kammerolumens treten Ladungsverluste auf

$$k_s = 1 + \frac{\mu \cdot E \cdot D_p}{U}$$

D_p ... Wasser-ED pro Puls am Messort

U ... Kammer-Spannung

k_p - Polarität Kammer-Spannung

→ Anzahl der Elektronen aus Umgebung, die in Messelektrode (inklusive Zuleitung) ein- und austreten ist verschieden (Effekt beim Umpolen sichtbar)

$$k_p = \frac{\left(\frac{M_1 + M_2}{M_1} \right)_{\text{Mess}}}{\left(\frac{M_1 + M_2}{M_1} \right)_{\text{kal}}}$$

M_1 ... Betrag Anzeige bei im Kalibrier-schein angegebener Polarität

M_2 ... Betrag bei entgegengesetzter Polarität der Anzeige Kammer-Sp.

k_r - untersch. Positionierung

→ Kalibriermessung am Bezugspunkt, spätere Messung am effektiven Messpunkt

(! Grund: neue Erkenntnisse über eff. Messpunkt führen zu keiner Neukalibrierung)

⚡ NICHT ERLAUBT: Messen an Bezugspunkt, weglassen k_r ⚡

$$k_r = \frac{1}{1 + \delta_{co} \cdot \Delta z_{co}}$$

Δz ... Bezugspunktverschiebung

↓
für Kompaktkammern 0,5 · r

k_T - Temperatur

→ Temperatureinflüsse außer auf Luftdichte selten bekannt

→ dann $k_T = 1$ + Berücksichtigung im Unsicherheitsbudget

D_w bei Photonenstrahlung

$k_{Q,M}$ berücksichtigt Strahlungsqualität (M unter beliebigen Messbedingungen)

→ Strahlungsqualität in Messortumgebung wird von Feldgröße, Messiefe, Strahlungsqualität der einfallenden Photonen und Abstand zum Zentralstrahl beeinflusst

→ Definition von Referenzbedg. unter denen $k_{Q,M}$ mit kleinster Messunsicherheit bekannt

$$k_{Q,M} = k_{Q,R} \cdot k_{Q,NR}$$

$$\text{Strahlungsqualitätsindex} \Rightarrow Q = 1,2661 \cdot \frac{M_{20}}{M_{10}} - 0,0595$$

M_{20} ... Anzeige 20cm Tiefe

M_{10} ... Anzeige 10cm Tiefe

SSD = 100cm mit Feldgröße an Oberfläche 10x10cm

Strahlungsqualitätsindex ist Parameter, durch den relative spektrale Teilchenflussdichte einer einfallenden hochenergetischen Photonenstrahlung charakterisiert wird.

$$k_{Q,NR} = 1 \Rightarrow k_{Q,M} = k_{Q,R}$$

Dw bei Photonenstrahlung - Nicht Referenzbedg.

a) alleinige Abweichung / Messiefe $k_{a, nr} = 1$
Feldgröße

b) bei Messungen von Dosisquersprofilen an Orten mit
"Dosis-Krümmung" muss Volumeneffekt berücksichtigt
werden

VOLUMENEFFEKT: Einfluss von punktförmigem
Detektor abweichende Form und
Größe einer Ionisationskammer
auf die der Luft im Messvolumen
zugeführte Energiedosis

DIN 6800-2 Elektronen + Anhang

Eva

Wasser - Energiedosis bei Elektronenstrahlung

$$D = (M - M_0) \cdot k_s \cdot k_h \cdot k_s \cdot k_p \cdot k_t \cdot k_{E, H} \cdot N$$

↑ Kalibrierfaktor

$k_{E, H}$ Berücksichtigung Strahlungsqualität
→ berücksichtigt Änderung des Ansprechvermögens
der Ionisationskammer bei Verwendung von
 e^- -Strahlung im Vergleich zu Bezugsbedingung
für Kalibrierung (^{60}Co - gamma)

Ansprechvermögen Ionisationskammer beeinflusst durch

→ Volumeneffekt

(nicht punktförmig, sondern endlich ausgedehntes
Messvolumen)

→ Strahlungsqualität

(abhängig von einfallender E-Strahlung, Feldgröße,
Messiefe und Abstand Messort zum Zentralstrahl)

→ Hohlraumeffekt

(Elektronenfluenz durch Kammer verändert)

» deshalb Referenzbedingungen für Dosismessung
definiert

($k_{E, H}$ mit kleinster Messunsicherheit bekannt)

$$k_{E, H} = k_{E, R} \cdot k_{E, NR}$$

$k_{E, R}$ Korrektur Strahlungsqualität zwischen Bezugsbeding.
für Kalibrierung und Ref. beding für Dosismessung

$k_{E, NR}$ unter Nicht-Ref. Beding.

Kennzeichnung Strahlungsqualität

→ Halb vertiefte R_{50} der Wasser - Energie Dosis

• Bestimmung mit Flachkammer im Zentralstrahl

$R_{50} > 7 \text{ cm}$ Feldgröße $20 \times 20 \text{ cm}$ um Streustrahlung zu verm.

» Referenziefe $z_{ref} = 0,6 R_{50} - 0,1 \text{ cm}$

Unter Referenzbedingungen $k_{E,M} = k_{E,R}$

- $k_{E,R}$ abhängig von Typ der Ionisationskammer und durch R_{50} charakterisierte Strahlungsqualität

Für andere Tiefen wird zusätzlich beschränktes Massenschwächungsvermögen + Storfaktor p berücksichtigt.

Wasser - ED bei variierender Feldgröße



- Halbwert tiefe R_{50} verringert sich bei Feldern, die kleiner als Ref-Feldgr. (10x10 cm) sind
- mittlere Elektronenenergie $\bar{z}_{ref}$ in guter Näherung unabhängig von Feldgröße

R_{50} wird bei Referenzfeldgröße bestimmt !

↓
 $k_{E,M}$ gilt als feldgrößen unabhängig

Anhang A

EFFEKTIVER MESSPUNKT

- berücksichtigt Einfluss des Verdrängungseffekts durch Ionisationskammer
- feste Lagebeziehung zum Bezugspunkt

bei Kompaktkammern $\sim \Delta z = 0,5 \cdot r$

Hohlraumtheorie

→ BRAGG GRAY BEDINGUNGEN

(Luftgefüllte Sonde für Messung in Wasser = Kammermaterial äquivalent zu Wasser.

- 1) FLUENZ (Flussdichte) der Strahlung darf durch luftgefüllte Sonde nicht verändert werden
- 2) Photonen dürfen nicht wechselwirken (Luftdichte 1000 fach höher als H_2O , vernachlässigbare Wechselwirkungswahrscheinlichkeit)
- 3) δ -Elektronen GGW (gleiche Anzahl rein- / raus)
⚡ Achtung praktisch nicht möglich deutlich mehr ein als raus

⇒ UMRECHNUNG WED erfolgt über Massenschwächungsvermögen der Materialien und somit nur ELEKTRONEN WW.

UNVOLLSTÄNDIGE SÄTTIGUNG

- in luftgefüllter Ionisationskammer gemessene Ladung stets kleiner als die im Messvolumen der Ionisationskammer erzeugte Ladung durch
 - a) Anfangrekombination
 - b) Diffusion von Ladungsträgern
 - c) Volumenrekombination

Protokolle

25.11.16 Anna

DIN 6800-1 = Übersichtsnorm Sondenmethode

Normative Verweise

→ nur undatierte normative Verweise gelten als aktuelle Normen

KORRELATIONSFAKTOR

- Faktor zur Berücksichtigung der Abweichung zwischen Bezugsbedingungen und Referenzbedingungen / Messbedg.
- Bezugsbeding. bei Kalibrierung
- Messbedingungen bei Dosismessung

BEZUGSPUNKT

→ vom Hersteller angegeben

- a) Zylinderkammer auf Kammerachse im Schwerpunkt (Luftvol.)
- b) Flachkammer Innenseite Eintrittsfenster im Mittelpunkt

→ bei Kalibrierung mit Bezugspunkt an bekannten Ort (Dosis) (060 in 5cm Tiefe Zentralstrahl), Verdrängungseffekt nicht berücksichtigt

Wenn Detektor statt kalorimetrischer Messung muss Umrechnung von Detektor absorbiertes Energie in Wasser absor. Energie!

→ weitere Korrelationsfaktoren für Kammer-Ausdehnung (Flussdichte der Strahlung bei Abwesenheit der Sonde)

UMRECHNUNG LUFT-ENERGIEDOSIS IN WASSER-ENERGIEDOSIS

Unterscheidung Energiebereiche a) Niederenerget. (Röntgen)
b) Hochenerget. (Str. Therapie)

- a) man geht von Sekundär- e^- Gleichgewicht aus (e^- kommen durch geringe Energie nicht an im Messvolumen)
↓ nur Elektronen aus WW der Photonen gemessen

Umrechnung über Massenschwächungskoeff. $D_w = \frac{\mu_w}{\mu_{air}} \cdot D_{air}$

NUR PHOTONEN - WW betrachten!

- b) Reichweite Sekundärelektronen steigt, durchfliegen Kammer
→ müssen WW der e^- betrachtet werden

Bragg-Gray 1) Fluenz durch Sonde nicht verändert
2) keine Photonen WW in Luft (Dichte Air $\ll$ H₂O ↓ kleine WW Wahrsch.)
3) δ -Elektronen GGW

Umrechnung über Massenschwächungsvermögen $D_w = \frac{S_w}{S_{air}} \cdot D_{air}$

NUR ELEKTRONEN - WW BETRACHTET!

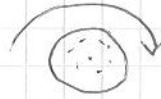
Beschränktes Massenschwächungsvermögen

- niederenerg. e^- geben Energie im Luftvolumen ab (Reichweite!)
- berücksichtigt δ -Elektronen nicht

Erfolgreicher Messpunkt

- Messort = Ort an dem Dosis "ohne" Vorhandensein der Kammer gemessen wird
- Erfolgreicher Messpunkt korrigiert Störung des Strahlenfeldes durch Vorhandensein der Kammer
- Messortverschiebung oder Gradientenkorrektur ($r/2$ Richtung Strahlenquelle)

⚡ Achtung Rotationsbestrahlung

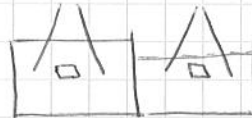


Messpunkt je nach Einstrahlwinkel verschoben!

TPR-Messungen

Tissue - Phantom Ratio

- beschreibt Verhältnis der Dosiswerte in unterschiedlicher Tiefe bei gleichem Fokus - Detektor Abstand
- im Unterschied zu Tiefendosisverlauf, TPR-Messung unter konstanter Feldgröße!
- TPR-Messung ist nur vom Absorbermaterial abhängig, nicht vom Abstandsquadratgesetz
- bei Tiefendosisverlauf wirkt sich Divergenz des Strahlenfeldes aus!



PDD in TPR

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{(r_1)^2}{(r_2)^2}$$

$$D_2 = D_1 \cdot \frac{(r_1)^2}{(r_2)^2} = D_1 \cdot \frac{(FHA + Tiefe)^2}{(Ref. Tiefe)^2}$$

TPR-Messung mit höheren Dosiswerten, Schwächung eines Messpunkts wird auf konstanten Fokus - Detektor - Abstand umgerechnet

- Referenztiefe liegt näher an Strahlenquelle als Detektor! beim PDD
- Ausschließlich Schwächung betrachtet

02.12.

~~12.02.16~~ Eric / Max

Korrektur vs Korrektion

- a) Korrektur Beseitigung fehlerhafter Messwert
- b) Korrektion Anpassung an systembedingte Abweichungen

Korrektionsfaktoren

- 1) Luftdruck 1hPa ~ 1% Änderung
 - ⚡ Barometer auf NN, Umrechnung barometrische Höhenformel
 - + temperaturabhängig

2) Unvollständige Sättigung

- Ladungsverluste durch Rekombination in Messvolumen
- gemessene Ladung stets kleiner
- Ausmaß des Effekts ähnlich in Baureihe, in Praxis vernachlässigbar

3) Polarität Hammerspannung

- keine Exemplarstreuung
- spektrums- und hertenabhängig

Elektronenstrahlung

Aufstreuungseffekt

Dosisverteilung Photonen- und Elektronenstrahlung bei gleicher Feldgröße sehr unterschiedlich

a) Photonen → WW mit Materie

- nur Comptonquanten gestreut
- Primärphotonen breiten sich größtenteils geradlinig aus

b) Elektronen → selbst auch gestreut

- Veränderung Richtung + Aufweitung Elektronenbündels durch Aufstreuungseffekt

Stärke der Streuung abhängig von Ordnungszahl / Dichte Absorber

(nimmt mit zunehmender Elektronenenergie ab)

TDV

Durch Aufstreuung der Elektronen wird in tieferen Schichten mehr Energie deponiert als in Oberfläche!

- Tiefendosismaximum nicht tiefer
- Abfall der Kurve nach Erreichen der praktischen Reichweite, gesamte Energie abgegeben (freikill)
- restliche Dosis durch erzeugte Bremsstrahlung

Bei kleinen Feldern zusätzlich **AUSSTREUEFFEKT**

- kompensiert Aufstreuungseffekt
- e^- streuen aus Feld
- Dosismaximum in geringere Tiefen verschoben

Bei größeren Feldern **EINSTREUEFFEKT** hebt diese auf, einzig Aufstreuungseffekt bemerkbar.

Referenzfilme

- abhängig R_{50} , Elektronenenergie

a) niedrige Elektronenenergien $\hat{=}$ Dosismax = Z_{ref}

b) hohe - " - Z_{ref} ist tiefer



Vorteil KE, μ vergleichbar an allen Linacs

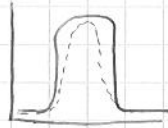
- bevorzugt für Monitorkalibrierung

Volumeneffekt und Dosisquerprofile

Abweichung Dosisquerprofil durch Volumeneffekt
(Kammer nicht unendlich klein, räumliche Ausdehnung)

! Empfehlung Messung Querprofil mit möglichst kleinem Messvolumen

wahres Dosisquerprofil Delta-Kurve, Realität eher flach



rechnerische Volumenkorrektur
der Software korrigiert

Feldgröße

Angaben zur Feldgröße in der Regel auf Isozentrum bezogen!

Messtechnische Kontrolle

- vor Inbetriebnahme + 2-jährlich
- Messinstrumente auf Genauigkeit geprüft

±3% Abweichung

✓

±3% - 5%

Ursachenforschung + ✓

>5%

Stilllegung

Unterschied

Mittlere Ionisierungsenergie

→ Energie, die im Mittel nötig ist um Elektronen-Paar
herauszulösen

≈ Luftenergiedosis

Ionisierungsenergie

→ Bindungsenergie K-Elektron

09.12.16 Mario / Felix / Andy

TPR-Messung + Relative Output Faktoren

OUTPUT-Faktoren (totale Streufaktoren)

→ beschreiben die Abhängigkeit der Wasser-Energiedosis von
der Feldgröße unter Ref.bedingungen

→ abhängig von / Phantomstreuung

→ außerdem / Strahlkopfstreuung (steigt mit Feldgröße)
Rückstreuung von Blenden

$$\text{Total scatter factor} = \frac{\text{Phantom scatter}}{\text{Head scatter}}$$

Head scatter correction

→ stellt Beziehung zw. Feldgröße und Ref. Feldgröße her

$$S_c = \frac{D(F)}{D(F_{ref})}$$

Phantom Scatter kann nicht experimentell bestimmt werden!

- bezeichnet Streuung im Phantom
- Ableitung über total scatter correction factor

Total scatter correction factor

- Einfluss beider Größen Kollimatoreinstellung + Feldgröße am Phantom

Messung Wasserphantom $SSD = 100\text{cm}$

$FrzF = 10 \times 10\text{cm}$

für total scatter

⇒ Messung untersch. Feldgrößen

Miniphantom für head scatter = Plexiglasplatte

⚠ Achtung sekundär- e^- verfälschen Ergebnis

⇒ Feldgröße mit großem Einfluss auf Streufaktoren, damit auf Dosis

(Streufaktoren) fallen mit mit abnehmend Fläche

→ Phantom scatter S_p stärkeren Einfluss als head scatter S_h

→ bei großen Feldgrößen Abweichungen konstant, da Kollimator fast komplett aus Photonenstrahl gefahren

[für sehr kleine Felder Radiochromfilme]

Rechteck-Felder

$2\text{cm} \times 34\text{cm}$ vs $34\text{cm} \times 2\text{cm}$

 Kollimatoren

Ein Kollimator (Xin Praxis) näher an Dosismonitorkammer ↓

kleinere Kantenlänge = geschlossener Kollimator ↓

stärkere Rückstreuung auf Monitoreinheit ↓

Linac schaltet näher ab ↓

GEMESSENE DOSES GERINGER

16.12.16 Eva/Paul

Korrekturfaktoren

$$D = (M - M_0) \cdot N \cdot k_g \cdot k_h \cdot k_s \cdot k_p \cdot k_r \cdot k_T \cdot k_{Q,M} \quad k_h, k_T = 1$$

k_g → Farmer-Kammer in ^{90}Sr (radioaktive Kontrollvorrichtung)

Herstellerinfo bei Referenzbedingungen umgerechnet

Vergleich ermöglicht Korrekturfaktor (Luftdruck der veränderten Luftdruck + Temperatur einbezieht)

$$k_p = \frac{k_{p, \text{heute}}}{k_{p, 0}}$$

umgerechneter Wert } Unterschied liegt an ρ, T
Messwert

k_{M10} 400V Kammerspannung, 60s Messung

Strahlungsqualitätsindex; $k_{Q,R}$ → Wasserphantom $t = 10\text{cm}, 20\text{cm}$

$$Q = 1.2661 \times \frac{M_{20}}{M_{10}} - 0.059$$

↪ Berechnung Korrekturfaktor für Strahlungsqualität

$k_p \rightarrow$ Farmer-Kammer bei wechselnder Polarität betreiben
Polaritätseffekt ergibt sich aus Mittelwert der gemessenen Dosisbeiträge bei pos und neg. Polarität

$k_s \rightarrow$ Jaffe-Diagramm
Dosismessungen unter Variation Kammerstromspannung
 M für Luftdichte, Polarität korrigiert

$1/M$ gegen $1/U$ aufgetragen

$\rightarrow$ Extrapolation der Geraden führt zu Kehrwert des Anzeigewerts $1/M_s$ für vollständige Sättigung
(Schnittpunkt Gerade, Ordinate)

$$U_s = \frac{M}{M_s}$$

$\rightarrow$ weitere Möglichkeit Dosis pro RUS
Pulsfrequenz über Oszilloskop an Magnetron-Strom

KONSTANZPRÜFUNG

! Prüfung ob abgegebene Dosis pro MU konstant ist!

Dosismessungen für untersch. MUs
 $\rightarrow$ ab 5 MU sollte stabil sein

$MU \rightarrow D[Gy] \rightarrow D[Gy]/MU$ ab 10 MU konstant

13.01.17 Sharin, Andy

MPG $\rightarrow$ Bestrahlungsanlagen Kategorie IIb
immer mit CE-Kennzeichnung und
deutscher Bedienungsanleitung

Monitorkalibrierung

$\rightarrow$ Wetterlage kann Werte schwanken lassen
 $\rightarrow$ Dosis 1/2 lesen intern MU Empfindlichkeit fest
 $\sim 100 MU = 1 Gy$

Vorteil
Empfindlichkeit
anpassung
immer $100 Gy = MU$

Keilfilter

$\rightarrow$ Schwächung Zentralstrahl, aber Ionisationskammer misst davor
(Vorwahl MU anpassen!)

Feldhomogenisierung

$\rightarrow$ durch Formeffekt, weniger durch Ausgleichskörper
 $\rightarrow$ durch Comptonstreuung im Target Kühl (Kupfer)
 $\rightarrow$ glättet geometrische Form



Heel-Effekt

- Röntgenröhre
- nimmt aufgrund Aufrauung der Anode mit Abkehrung zu
- Intensitätsunterschiede der Röntgenstrahlung bezüglich Ausstrittsrichtung
 - a) kathodenseitig → weniger geschwächt
 - b) anodenseitig → aufgehärktes Spektrum, längerer Weg durch Anode

Bestimmung k_s - Sättigungskorrektur durch Jaffe-Diagramm
→ y-Achsenabschnitt bei $1/M$ gegen $1/M$ aufgetragen = $1/M_s$

$$k_s(u) = \frac{M_s}{M_u}$$



oder über Pulsdosis

ELEKTRONEN

Unterschied e^- /Photonen - Betrieb

- anstelle des Targets dünnes Ausstrittsfenster aus Be (damit e^- möglichst wenig gebremst)
- Streufolien vor Primärkollimator
- Feldhomogenisierung zweite Streufolie (Ausstreuerung)
zusätzlich Elektronentubus
 - Luftschichten streuen e^- am Rand ein
 - Dosisprofil aufgehüllt

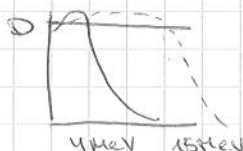
Anwendung Elektronenbestrahlung

- oberflächennahe Tumore
- Strahlenfeldbestrahlung normal
- Rotationsbestrahlung für Ganzhautbestr. / Arm bzw Bein

PDD

- Elektronenstrahlung mit Reichweite $x = \frac{E [MeV]}{2}$
- aber Bremsstrahlungsgrund nach exp. Schwächungsgezet (steigt mit Energie der e^-)
- Dosismaximum verschiebt sich in Tiefe bei $E \uparrow$

für e^-
mit
Flachkammer
(kleiner
Messchamber)



bei höheren Energien größere Ausdehnung
Tumor für mindest Dosis möglich

Umrechnung Ionendosis / Wasserenergiedosis

- Veränderung Messorttiefe, verändert aufgrund der kontinuierlich. Energieabgabe der Elektronen die mittlere und wahrscheinlichste Energie ↓ Dosisumrechnungsfaktor
- Berücksichtigung CSDA continuous slowing down approximation
- k_E energieabhängig (Energieabh.)

$k_{E,H}$ für beliebige Messbedingungen $k_{E,H} = k_{E,R} \cdot k_{E,NR}$

Ionendosisverläufe e^- Rooskammer / Farmerkammer

- für hohe Energien geringe Abweichungen zwischen Kammern im Anfangsbereich
- tiefe Energien
 - a) Rooskammer Dosismax liegt tiefer
Kurve steigt langsamer
 - b) Kompaktkammer
→ stärkerer Anstieg durch größeres Volumen

PDD (Roos-Kammer)

Reichweite $\bar{e}$ nimmt mit zunehmender Dose Energie zu
Oberfläche verfälscht, da Kammer nicht $t=0$ einnimmt

→ besser Advanced Markus Kammer ohne Schutzkappe

Dosisquerschnitt

- großer Feld steilerer Abfall als bei kleineren
- Ausstrahlung in w. Feldern Dosisverlust am Rand in geringe Tiefe

keine Leuchtammer für Dosisquerschnitt
horizontale Ausdehnung zu groß

hoher Dosisgradient - Effekt hoch

virtueller Quellpunkt

e^- Neutronenverlauf in Luft

flexible Kompaktkammer

Hülle absorbiert niederenergetische Photonen



$$y = mx + c \quad x = -\frac{c}{m}$$

reale Bedingungen

- vielfache Streuprozesse
- Verschlebung Fokus in Richtkammer
- abhängig Bauform Strahler
variiert stark mit Feldgröße, Energie
- höhere Energie → näher am berechneten ~ Winkel

Verandons muss individuell bestimmt werden

Kern- und Teilchenphysik Zsmfssg

Vorlesung 1

Typische Längenskalen

meV : thermische Neutronenbremsung
eV : sichtbares Licht ; äußere Atomhülle
keV : Röntgenstrahlung, innere atomare Schale
MeV : γ -Strahlung ; Bindungsenergien in Kernen
MeV-TeV : Beschleuniger

10^{-10} m Atom , 10^{-14} Atomkern , 10^{-15} Proton
 $< 10^{-18}$ m Elektronen , Quark

Typische Energieskalen

Atome		Nuklei	Quarks	Electroweak
eV 10^0	keV 10^3	MeV 10^6	GeV 10^9	TeV 10^{12}

BAUSTEINE DER MATERIE

Atome $\rightarrow$ Elektronen und Atomkern elektrisch gebunden
(elektromagn. Kraft)
Größe 10^{-10} m , Elektron $< 10^{-19}$ m
Ladung Atom insgesamt neutral
n Elektronen mit jeweils $-e$, Kern $n \times +e$

Atomkerne $\rightarrow$ Kerne gebunden durch "starke" Kern-Kraft
Größe : mittlere Größe ~ 5 fm
Bindungsenergie bis zu 8 MeV/Nukleon

Nukleonen $\rightarrow$ Protonen und Neutronen gebunden durch starke Kraft
Größe : p, n ~ 1 fm
Proton $+e$, Neutron 0

Vorlesung 2

Einheiten

1 Fermi (fm) = 10^{-15} m
Protonenradius $\hat{=} 0.8$ fm

Wirkungsquerschnitt 1 barn = 100 fm^2

Rate $R = \text{Fluss } \Phi \times \text{Wirkungsquerschnitt } \sigma \times \text{Anzahl Targetkerne } N$

Wirkungsquerschnitt [Einheit einer Fläche]

1 barn = $10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$

Einheiten Energie

→ in eV (Elektronenvolt), entspricht Energie, die Elektron beim Durchlaufen einer Potentialdifferenz $\Delta V = 1V$ aufnimmt

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Joule}$$

[höchste bisher gemessene Teilchenenergie $3 \times 10^{20} \text{ eV}$ kosm. Strahlung]

Einheiten Impuls $\vec{p}$

→ in eV/c angegeben

→ relativistischer Energiesatz $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$

$$1 \text{ eV}/c = 0.535 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$E = mc^2$ für Teilchen in Ruhe

$E = pc$ für Photonen ($m=0$)

$E \approx pc$ für hochenergetische Teilchen $E \gg mc^2$

→ Messung des Impulses über Krümmung der Teilchenbahn im Magnetfeld

Einheiten Masse

$$\rightarrow 1 \text{ eV}/c^2 = 1.781 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$$

Zusammenhang totale Energie und Impuls über relativist. Energiesatz

$$m = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - (pc)^2}$$

→ um ein Teilchen der Masse M [GeV/c^2] zu erzeugen, muss mindestens die Energie $E = M$ [GeV] im Schwerpunktsystem aufgebracht werden

$$m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2 \quad m_p = 938 \text{ MeV}/c^2 \quad m_H = 125.3 \text{ GeV}/c^2$$

NATÜRLICHE EINHEITEN

⇒ alle relevanten Größen der Hochenergiephysik können in Energie (MeV, GeV) oder Länge (fm) ausgedrückt werden, es gilt

$c = \hbar = k_B = 1$ und eV [natürliche Einheiten]
zusätzlich $\epsilon_0 = m_0 = 1$ für komplettes Einheitensystem



$$E^2 = p^2 + m^2 \quad \text{Einstein}$$

$$E \cdot t = \Gamma \cdot p = \hbar = 1 \quad \text{Heisenberg}$$

$$E = k_B \cdot T = T \quad \text{Boltzmann}$$

N-E nach SI-E

$$1 = \hbar c = 197.326 \text{ MeV fm}$$

$$1 = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$1 = k_B = 8.617 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$$

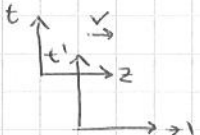
$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Feinstrukturkonstante SI $\alpha = 1/137 = 1/4\pi \cdot e^2 / \epsilon_0 \hbar c$
 HEP $\alpha = e^2 = 1/137$

→ α ist dimensionslos, d.h. selben Wert in allen Einheitensystemen,
 Ladungskonstante e kann nicht unabhängig zu 1 gewählt werden
 » Gauss + NE $e = \sqrt{\alpha} \approx 0.085 \cdot 2$

[5.9 Übersicht Einheiten!]

RELATIVISTISCHE KINEMATIK

nicht rel. Bereich 
$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ v & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow z' = vt + z$$

Relativistische Effekte studieren mit $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{E_{\text{total}}}{E_{\text{rest}}} = 1 + \frac{E_{\text{kin}}}{m_0 c^2}$

Bsp: Proton $E_{\text{kin}} = 100 \text{ MeV}$ ↑?
 10% Massenzunahme (Proton = $938 \text{ MeV}/c^2$)

Transformation zwischen Bezugssystemen, die sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ relativ zueinander bewegen ist charakterisiert durch

$$\beta \equiv \frac{\vec{v}}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Vierervektoren $c=1$

$S = (t, \vec{x}) = (t, x, y, z)$ Ort-Zeit-Vierervektoren

$P = (E, \vec{p}) = (E, p_x, p_y, p_z)$ Energie-Impuls-Vierervektor

$$S^2 = t^2 - (\vec{x})^2$$

Vierervektoren transformieren (Bsp z-Richtung)

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} E' \\ p_x' \\ p_y' \\ p_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

$$E' = \gamma E - \beta\gamma p_z$$

$$p_z' = \gamma p_z - \beta\gamma E$$

$$p_x' = p_x$$

$$p_y' = p_y$$

$$\left. \begin{array}{l} E' = \gamma E - \beta\gamma p_z \\ p_z' = \gamma p_z - \beta\gamma E \\ p_x' = p_x \\ p_y' = p_y \end{array} \right\} p_t' = p_t = \sqrt{(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}$$

d.h. bei Relativbewegung in z-Richtung ist der dazu senkrechte Impuls p_t eine Lorentz-Invariante

Eigenschaften Vierervektoren S und P ist die Invarianz ihres Quadrats unter Lorentz-Transform. $(S')^2 = S^2, (P')^2 = P^2$

↓

Quadrat des Viererimpulses $P = (E, \vec{p})$, $P^2 = E^2 - p^2 \equiv m^2$
 heißt invariante Masse und ist für Teilchen identisch mit Ruhemasse.

(Ruhesystem Teilchen $P = (E=m_0, 0) \rightarrow P^2 = m_0^2$)

RELATIVISTISCHER ENERGIESATZ

$$E^2 = p^2 + m^2$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{p} &= m\gamma \vec{\beta} \\ E &= \sqrt{m^2 + p^2} = m\gamma \end{aligned} \right\} \vec{\beta} = \vec{p}/E$$

relativistische Teilchen mit

1) Längenkontraktion

- Gegenstand der Länge L_0 in Ruhesystem, aus bewegtem System ($\vec{\beta}$) erscheint der Gegenstand in Bewegungsrichtung verkürzt

$$L' = L_0/\gamma$$

2) Zeitdilatation

- Ereignis einer Zeit τ_0 , erscheint im bewegten System verlängert

$$\tau' = \tau_0 \gamma$$

>> Konsequenzen für Teilchenphysik

Bsp. Lebensdauer 10 GeV Pion

$$\gamma = \frac{E}{m} = \frac{10^4}{140} = 71 \quad c\tau' = c\tau_0 \gamma = 557 \text{ m}$$

ermöglicht π -Strahl an Beschleunigern!

Rechnen mit Invarianten

→ Fixed Target $P_1 = (E, \vec{p})$ $P_2 = (m, 0)$

$$E_{cm}^2 = (P_1 + P_2)^2 = (E + m, \vec{p})^2 = E^2 + 2Em + m^2 - p^2$$

$$E_{cm} = \sqrt{s} = \sqrt{2m^2 + 2Em} = \sqrt{2Em_{beam}}$$

verfügbare Energie zur Teilchenproduktion skaliert mit Wurzel der Strahlenenergie

→ Collider $P_1 = (E, \vec{p})$ $P_2 = (E, -\vec{p})$

$$E_{cm}^2 = (2E, 0)^2 = 4E^2 \quad E_{cm} = \sqrt{s} = 2E$$

QUANTENMECHANIK

Heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar = 2\pi\hbar$$

Zusammenfassung Kap 1

- Skalen $f_m = 10^{-15} \text{ m}$ $\text{MeV} = 10^6 \text{ eV}$
- in natürlichen Einheiten ($c = \hbar = k_B = 1$) sind die Einheiten von Energie, Masse, Impuls, Temperatur MeV
- Umrechnung nach SI durch $1 = \hbar c = 197 \text{ MeV}$
- Heisenbergsche Unschärferelation $\Delta x \cdot \Delta p = \Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$ ($\approx \hbar/2$)
- bestimmt Zusammenhang zwischen Skalen
- Räumliche kleine Strukturen bedingen hohe Impulse
- Pauli-Prinzip bestimmt den Aufbau komplexer Teilchen aus Fermionen (Nukleonen, Quarks)

relativistische Beziehungen NE

- invariante Masse $m^2 = (E, \vec{p})^2$
- relativ. Energiesatz $E^2 = p^2 + m^2 \Leftrightarrow E = m\gamma$
- Zeitdilatation $L' = L_0/\gamma$ $\tau' = \tau_0 \gamma$
- rel. Massenzunahme $m' = m_0 \gamma$
- Längenkontraktion $L' = L_0/\gamma$

Vorlesung 3

ZERFALL INSTABILER KERNE

Einheit Aktivität radioaktiver Quellen

1 Curie $\hat{=}$ Aktivität 1g ^{226}Ra

1 Becquerel (Bq) $\hat{=}$ 1 Zerfall/s

$$1\text{C} = 37\text{GBq}$$

Zerfallsarten

Ein instabiler Kern kann sich (sofern energetisch möglich) über verschiedene Zerfallsarten in Tochterkern umwandeln:

α -Zerfall $(N, Z) \rightarrow (N-2, Z-2) + \alpha$
(hauptsächlich in schweren Kernen)

Z..Protonenzahl

N..Neutronenzahl

β^+ -Zerfall $(N, Z) \rightarrow (N+1, Z-1) + e^+$
Protonenüberschuss $1p \rightarrow 1n + e^+ + \bar{\nu}_e$

β^- -Zerfall $(N, Z) \rightarrow (N-1, Z+1) + e^-$
Neutronenüberschuss $1n \rightarrow 1p + e^- + \bar{\nu}_e$

β^- -Einfang $(N, Z) + e^- \rightarrow (N+1, Z-1)$ (aus Kernnaher Schale)
EC / Konkurrenzprozess zu β^+ Proton im Kern durch EC $\rightarrow$ Neutron + Neutrino

p-Zerfall $(N, Z) \rightarrow (N, Z-1) + p$

n-Zerfall $(N, Z) \rightarrow (N-1, Z) + n$

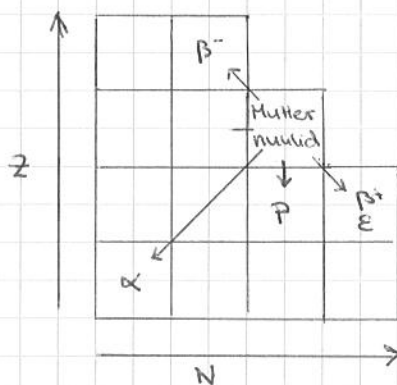
γ -Zerfall $(N, Z)^* \rightarrow (N, Z) + \gamma$

Spaltung $(N, Z) \rightarrow (N_1, Z_1) + (N_2, Z_2) + n$

↳ Energiebilanz muss gelten

$$M(Z, A) \geq M(Z', A') + M_2$$

Mutterkern Tochterkerne + Zerfallsteilchen



Detaillierte Infos zu Kernen in
Kartschner Nuklidkarte

Radioaktiver Zerfall

Radioaktive Zerfälle in einem Zeitintervall dt zur Abnahme dN der Anzahl der Kerne

$$dN = -\lambda N dt \quad \lambda \dots \text{Zerfallskonstante}$$

Aktivität A der Quelle [Bq], ist keine Konstante sondern nimmt mit der Zeit exponentiell ab

Spezifische Aktivität [Bq/mg] Bsp ^{235}U 80 Bq/mg

$$A := \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N$$

Exponentielles Zerfallsgesetz

$$dN = -\lambda N \cdot dt \quad \frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad \int_{N_0}^N \frac{1}{N} dN = -\lambda \int_{t_0}^t dt$$

$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}$$

Halbwertszeit $N(t_{1/2}) = \frac{1}{2} N(0) \quad \frac{1}{2} = e^{-(\lambda \cdot t_{1/2})}$

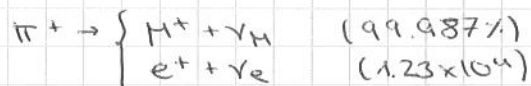
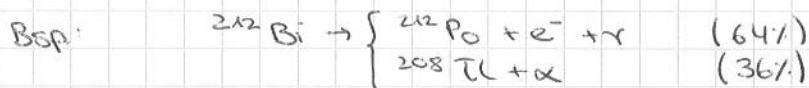
$$t_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln(2)$$

mittlere Lebensdauer $\tau = 1/\lambda$

$$t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$$

Verzweigungsverhältnisse

Ein radioaktiver Kern (Teilchen) kann in versch. Zerfallsprodukte ("Zerfallsarten") zerfallen.



Zerfallsgesetz $\frac{dN}{dt} = -\lambda_1 N - \lambda_2 N = N(0) \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \quad \tau = (\lambda_1 + \lambda_2)^{-1}$$

$$f_i = \frac{\lambda_i}{\lambda} \quad i = 1, 2$$

f_i ... Verzweigungsverhältnisse

λ ... totale Zerfallsbreite

λ_i ... partielle Zerfallsbreite

?

Aktivität und Dosis

Einheiten

Aktivität A

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ Zerfall/s}$$

Energiedosis D

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$$

(absorbierte Strahlungsenergie / Masse)

Dosisleistung dD/dt

$$1 \text{ Gy/s}$$

(absorbierte Strahlungsenergie / Masse / Zeit)

Biologisch - phys. Einheiten

→ bewerten den schädigenden Einfluss versch. Strahlarten auf menschliches Gewebe

Äquivalentdosis H

$$H = D \cdot Q$$

Q ... Qualitätsfaktor

$$1 \text{ mSv} = 1 \text{ mJ/kg}$$

Äquivalentdosisleistung dH/dt

$$1 \text{ mSv/a}, 1 \text{ mSv/h}$$

Qualitätsfaktor Q

$$Q = 1$$

x-ray, β -, Elektronen

$$2,3$$

thermische Neutronen

$$10$$

schnelle Neutronen, Protonen

$$20$$

α -Teilchen, schwere Ionen

Natürliche Radioaktivität

Entstehung nat. Radioaktivität

→ primordiale Entstehung [Nukleosynthese]

- Urknall $13.7 \cdot 10^9$ J in der Nukleosynthese sind keine schweren langlebigen radioaktiven Elemente entstanden (bis Lith.)
- in Sternen: Verschmelzen leichter Kerne zu schwereren Kernen ($A \leq 60$)
- in Sternexplosionen: komplizierte Kernreaktionspfade für Kerne mit $A > 60$

⇒ Halbwertszeit im Vergleich zum Alter der Erde bestimmt Häufigkeit des Vorkommens!

Bsp. primordiale Radionuklide ^{40}K , ^{235}U

Biologische Wirksamkeit

Schädigende Wirkung beruht hauptsächlich auf Aufbruch von Molekülbindungen der DNA!

$$| \text{Estrahlung} \sim \text{keV-MeV} \Leftrightarrow E_{\text{DNA Bruch}}^{\text{DNA}} \sim \text{eV} |$$

Geringe strahlungsschäden können durch körpereigene Reparaturmechanismen geheilt werden.

Qualitätsfaktor & Vergleich Ionisierungsdichte Bsp α vs γ

Natürliche Radioaktivität II

Kosmische Höhenstrahlung

→ von Kollisionen von hochenergetischen Protonen mit Molekülen der Erdatmosphäre erzeugte Nuklide:

^{14}C , ^3H , ^{22}Ne , ^7Be

Bsp Strahlenbelastung (kosm.)

$\sim 0.3-0.4 \text{ mSv/a}$

Flugzeug $2.5 \mu\text{Sv/h} \xrightarrow{10\text{h}} 25 \mu\text{Sv}$

Erdboden 0.4 mSv/a (Uran-Thoriumreihe, ^{40}K)

Natürliche Zerfallsreihen

→ Startpunkte sind primordiale Radionuklide

→ α -Zerfall verringert Massenzahl A um 4 Einheiten

3 natürliche Zerfallsreihen

- ^{238}U -Reihe ($4n+2$) "Uran-Radium-Reihe"
- ^{235}U -Reihe ($4n+3$) "Uran-Actinium-Reihe"
- ^{232}Th -Reihe ($4n$) "Thorium-Reihe"

Radon

- im Gestein natürlich vorkommendes ^{238}U , ^{232}Th
- Diffusion durch obere Gesteinsschichten in Keller etc.
- $\sim 1-2 \text{ mSv/a}$

Radionuklide im menschl. Körper ^{40}K , ^{14}C , ^{87}Rb , ^{210}Pb etc.

Strahlenbelastung in D

- a) Äußere Exposition 0.7 mSv/a
- b) Innere Exposition 1.2-2.2 mSv/a
- c) Medizinische Belastg. 0.5-1.6 mSv/a
2.4-4.5 mSv/a

Speichergewebe der Radionuklide im Körper

- ^3H → Gewebe (Wasser)
- ^{14}C → Fett
- ^{40}K → Muskeln / Knochen
- ^{90}Sr → Knochen
- ^{131}I → Schilddrüse
- ^{226}Ra → Knochen
- natU → Nieren / Knochen

Bsp. Rechnung Strahlenbelastung

Neutronen-Laborquelle ^{252}Cf , $A = 100 \text{ kBq}$, $E_N = 1 \text{ MeV}$
 $R = 2 \text{ m}$

$$\Phi = \frac{A}{4\pi R^2} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}^2\text{s}} \quad \text{Flussdichte}$$

[Energiedosisberechnung S.24]

Biologischer Strahleneffekt

Dosis [mSv]

- 10 000 Tod innerhalb von 30 Tagen
- 4 500 50% stirbt innerhalb von 30 Tagen
- 2 500 akute Strahlenerkrankung
- 1 000 mögliche akute Strahlenerkrankung
- 500 geringe (reversible) Blutbildveränderungen
- 250 Effekte bei Chromosomenuntersuchg sichtbar

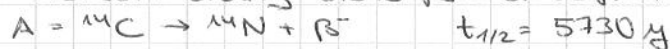
Anwendung v. Radioaktivität

- 1) Krebstherapie Ionenbestrahlung
- 2) Radioaktive Tracer β^- -Strahler zur lokalen Krebstherapie
 β^+ -Strahler PET (^{18}F)
Erzeugung $^{18}\text{F} \Rightarrow p + ^{18}\text{O} \rightarrow ^{18}\text{F} + n$ im Zyklotron (Beschleuniger)

[Anwendung zur Datierung ? S.27]

Radiocarbon - Datierung

→ Altersdatierung biologischer Objekte

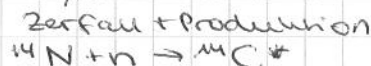


$N_{14}/N_{12} + N_{13}$ (t_1) Messgröße, Bestimmung im Massenspektrogr.
oder Zählrate von β^-

Spezifische A 250 Bq/kg

Carbonaustausch wird bei Tod eines Organismus gestoppt

$N_{14}/N_{12} + N_{13}$ (t_0) bekannt, da ^{14}C in konstanter Proportion mit Luft vorhanden ist



NB: durch überirdische Atomtests hat sich ^{14}C Anteil der Luft verdoppelt

Radiocarbon - Datierung funktioniert $50.000 \text{ y} < t_0 < 500 \text{ y}$

$^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ Verhältnis nicht ganz konstant als Zeitfunktion, beeinflusst durch Sonnenaktivität, Erdmagnetfeld, Ereignisse wie Supernova

Datierung von (Materialien) Mineralien / Meteoriten

1) Kalium-Argon-Methode

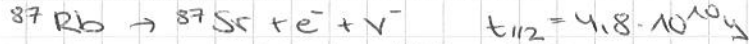


Messung Verhältnis ${}^{40}\text{K} / {}^{40}\text{Ar}$

$$10^8 > t_0 > 10^6 \text{ y}$$

(Annahme kein ${}^{40}\text{Ar}$ bei Bildung des Materials)
keine Diffusion

2) Rubidium-Strontium-Methode



Messung Verhältnis ${}^{87}\text{Rb} / {}^{87}\text{Sr}$

$$4,5 \cdot 10^9 \text{ y} > t_0 > 10^5 \text{ y}$$

(Annahme Sr/Rb homogen durchmischt in pre-solaren Wolken)

Aktivierungsanalyse

Nachweis geringer Atomkonzentrationen durch Radioaktivierung



- für Echtheit Kunstgegenstände
Verunreinigungen, Rechtsmedizin, Umweltschutz

Empfindlichkeit $10^{-10} - 10^{-12} \text{ g}$



außerdem

- berührungsfreie Dickenmessung
- Sterilisierung von med. Instrumenten, Haltbarmachen Lebensmittel
- Hydrologische Untersuchungen

Zusammenfassung

→ mögliche Zerfallsarten α , $\beta^\pm$ -Emission, K-Einfang oder Kernspaltung

→ Zahl instabiler Kerne nimmt exponentiell ab nach dem Gesetz $N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}$

Nach mittlerer Lebensdauer $\tau = 1/\lambda$ ist nur noch $1/e$ der zur Zeit $t=0$ vorhandenen Kerne übrig

→ quantitative Erfassung ionisierender Strahlung

• Aktivität = Zahl der Zerfälle pro Sekunde [1 Bq]

• Energiedosis D = im ganzen Körper der bestrahlt wurde, absorbierte Strahlenenergie pro Masseneinheit [1 Gy]

• Äquivalentdosis H = $D \cdot Q$ berücksichtigt strahlenartabhängige Gewebeschädigung [1 Sv]

→ Strahlentherapie mit γ -strahlenden Radioisotopen ${}^{60}\text{Co}$
Ionen aus Beschleunigern

Einsatz radioaktiver Isotope als Tracer

→ mit Hilfe bekannter Halbwertszeiten radioaktiver Nuklide kann das Alter archäologischer Objekte bestimmt werden

α -Zerfall

α -Teilchen werden monochromatisch emittiert, typischer Wert $E_{\text{kin}} \sim \text{MeV}$

- Visualisierung Nebelkammer
- gleiche, geringe Reichweite
- hohe Ionisationsdichte
- Q-Wert $Q_\alpha = \Delta H$ entscheidend für Halbwertszeit

Geiger-Nuttall-Regel $\ln(\lambda) = -a_1 \cdot \frac{Z}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} + a_2$

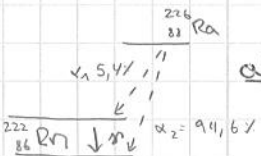
Kinematik



Kinetische Energien E_{TK} und E_α teilen sich nach Zerfall in entsprechendem Massenverhältnis auf:

$$\frac{M_\alpha}{M_{\text{TK}}} \approx \frac{4}{A-4} \Rightarrow E_{\text{kin},\alpha} \approx \frac{4}{A-4} \cdot Q_\alpha \quad E_{\text{kin},\text{TK}} \approx \frac{4}{A} \cdot Q_\alpha$$

$$E_{\text{kin},\alpha} \gg E_{\text{kin},\text{TK}}$$



aber α -Zerfall kann auch angeregtes Niveau des Tochterkerns populieren $\Rightarrow$ Doppellinie mit diskreten α -Energien
 α_1/α_2 Verzweigungsverhältnis

Moderner Nachweis der α -Strahlung zeigt diskretes Linienspektrum des Zerfalls in verschiedene angeregte Zustände des Tochterkerns.
 ($^{208}\text{At} \rightarrow ^{204}\text{Bi}$)

Coulombwall

Kern kann Teilchen aussenden wenn gilt

$$\Delta M = M(Z,A) - M(Z-2,A-2) - M_\alpha \geq 0 \quad (\text{Q-Wert})$$

Bsp $^{226}\text{Rd} \rightarrow ^{222}\text{Rn} + \alpha \quad t_{1/2} = 1600 \text{ a}$

$$M(^{226}\text{Rd}) = 226,025 \text{ u}$$

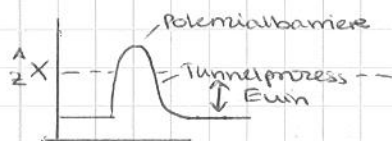
$$M(^{222}\text{Rn}) = 222,017 \text{ u}$$

$$M_\alpha = 4,001 \text{ u}$$

$$\Delta M = 0,00632 \text{ u} = 5,89 \text{ MeV}/c^2$$

^{226}Rd ist vergleichsweise stabil, denn Coulombwall verhindert Zerfall!

$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} = \alpha_{\text{thc}} \cdot \frac{Z_1 Z_2}{A^{1/3} \text{ fm}}$$



Tunnelleffekt

quantenmechanischer Tunnelleffekt (Gamow-Modell) ergibt eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit > 0 innerhalb und jenseits der Potentialbarriere



[Lösung der Schrödingergleichung für Bereiche Tunneleffekt S.41]

↓
es ergibt sich eine Transmissionswahrscheinlichkeit

$$P_T(E) = |T|^2 = \frac{1}{1 + \frac{V^2}{4E_\alpha(V-E_\alpha)} \sinh^2(\kappa a)}$$

[Berechnung Tunnelwahrscheinlichkeit für Coulombbarriere S.44]

Gamov-Faktor $G = 2g = 4\pi\alpha \cdot (Z-2)/\beta_\alpha$

Mittlere Lebensdauer Kern $\tau = \frac{1}{\omega_\alpha \cdot \nu_\alpha \cdot P_\alpha}$

ω_α ... Bildungswahrscheinlichkeit α -Teilchen im Kern

↓
ergibt Geiger-Nuttall-Regel!

Bsp. Zerfallswahrscheinlichkeit $^{212}_{84}\text{Po}$ $2.5 \cdot 10^{-48}$

Zusammenfassung

- α -Zerfall kommt nur bei schweren Elementen vor
 $A > 205$
- Coulombbarriere verhindert trotz positiver Q -Werte energetisch möglichen Zerfall
 Q -Wert $M(Z,A) - M(Z-2,A-2) - M_\alpha = \Delta M$
- Tunneleffekt (Gamow) erlaubt Zerfall mit energieabhängiger Wahrscheinlichkeit $P_\alpha \sim e^{-G}$
Gamow-Faktor $G \sim (Z-2)/\sqrt{E_{\text{kin}}}$
- α -Spektren nehmen diskrete Werte an

β -Zerfall

- β -Spektrum kontinuierlich
- Neutrino als beteiligtes Teilchen
- Paritätsverletzung beim β -Zerfall

Vorlesung 4/5

β -Zerfall

→ besitzt kontinuierliches Energiespektrum



Impulsbilanz $\vec{p}_{\alpha i} \longleftrightarrow \vec{p}_e$

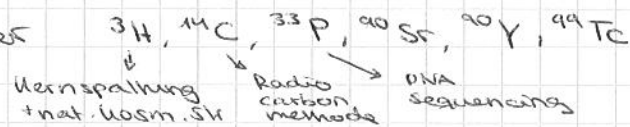
→ β -Zerfälle i. A. sehr kleine Übergangswahrscheinlichkeiten (lange Lebensdauern) $\tau(\beta) \sim 10^{-3} \text{ s} - 10^{16} \text{ a}$

→ Lebensdauer skaliert stark mit dem Q -Wert des Zerfalls
 $\tau \sim Q^{-5}$

β -Zerfälle

- a) neutronenreiche Kerne = β^- -Zerfall
- b) protonenreiche Kerne = β^+ -Zerfall, β^- -Einfang

Übersicht reiner β -Strahler



β -Zerfall

→ β -Zerfall ist elementarer Zerfall und beruht auf der schwachen Wechselwirkung und dem Austausch der Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung W^+ und W^-

NUR schwache WW kann u in d -Quark (oder umgekehrt) umwandeln, verboten in starker WW

Fermionen

a) QUARKS

up, charm, top
down, strange, bottom

$\begin{pmatrix} u, c, t \\ d, s, b \end{pmatrix}$

b) LEPTONEN

Elektronen-Neutrino
Myon-Neutrino
Tau-Neutrino
Elektron
Myon
Tau

ν_e
 ν_μ
 ν_τ
 e
 μ
 τ

c) BOSONEN

Photon
Gluon
Boson Z
 W Boson (Eichbosonen)

γ
 g
 Z^0
 $W^\pm$

+ Higgs Boson

β -Zerfall Klassifizierung

β^- -Zerfall $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$

freie Neutronen zerfallen mit Halbwertszeit von $\tau = 887\text{s}$ und einem Q -Wert von $Q = (m_n - m_p) \cdot c^2 = 780\text{keV}$

Neutronenzerfall im Kern $^A_Z X \rightarrow ^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}$
möglich wenn

$$\Delta E = [M(^A_Z X) - M(^A_{Z+1} Y)] \cdot c^2 > (m_e + m_{\bar{\nu}}) \cdot c^2$$

β^+ -Zerfall $p \rightarrow n + e^+ + \nu$

freie Protonen sind stabil ($\tau > 10^{35}\text{a}$)

(Vorhersage von Varianten der GUT $p \rightarrow e^+ + \pi^0$ unter Verletzung der Baryonenzahl)

Protonenzerfall im Kern $^A_Z X \rightarrow ^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu$
möglich wenn

$$\Delta E = [M(^A_Z X) - M(^A_{Z-1} Y)] \cdot c^2 > (m_e + m_{\nu}) \cdot c^2$$

Elektroneneinfang EC: $e^- + p \rightarrow n + \nu$

→ EC... electron capture

→ findet sowohl an freien Protonen als auch am Kern statt

→ basiert auf Einfang des Kollenelektrons (meist aus innerer Schale mit anschließender Emission von Auger-Elektron oder γ -Quant

→ EC konkurriert mit β^+ -Zerfall

↳ AUGER-ELEKTRONEN
 γ wird reabsorbiert und
 e^- emittiert

EC im Kern ${}_Z^AX + e^- \rightarrow {}_{Z-1}^AY + \nu_e$

Energiebilanz $[M({}_Z^AX) + 2 \cdot m_e] - [M({}_{Z-1}^AY) + (Z-1) \cdot m_e] > E_B(1s)$

Q-Werte

IM β -Zerfall IST DER Q-WERT DIE MAXIMALE ENERGIE DES EMITTIERTEN ELEKTRONS ODER POSITRONS, WENN RÜCKSTOß-ENERGIE DES TOCHTERKERNES VERNACHLÄSSIGT WIRD!

M sind Kernmassen. Wenn Atommassen M angegeben sind (Niveaus im Termschema), müssen Elektronenmassen und Bindungsenergie der Hülle berücksichtigt werden

$$Q(\beta^-) = M(Z, A) - M(Z+1, A) - m_e$$

$$Q(\beta^+) = M(Z, A) - M(Z-1, A) - m_e$$

$$Q(EC) = M(Z, A) + m_e - M(Z-1, A)$$

|| Z...Protonenzahl
|| N...Neutronenzahl

unter Berücksichtigung M (Vernachlässigung der Bindungsenergie Elektronen)

$$Q(\beta^-) = M(Z, A) - M(Z+1, A)$$

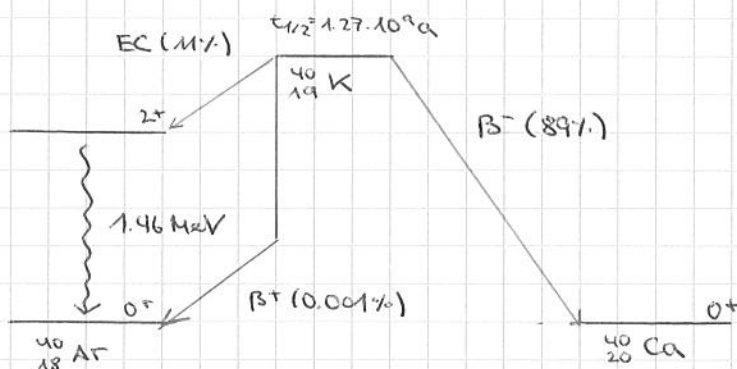
$$Q(\beta^+) = M(Z, A) - M(Z-1, A) - 2m_e$$

$$Q(EC) = M(Z, A) - M(Z-1, A)$$

Bsp. Kalium 40

→ stärkste Quelle natürlicher Radioaktivität im menschlichen Körper (16% natürliche Strahlenbelastung)

→ Vorkommen 0.01% in natürlichem Kalium



Stabilitätsparabeln?

Energiespektrum

Energiespektrum dN/dE und die Übergangsrate $\lambda(E)$ des β -Zerfalls lassen sich mit Fermi-Theorie (Fermi's goldene Regel) sehr genau beschreiben

$$d\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot G_F^2 \cdot |M_{fi}|^2 \cdot \frac{dn}{dE}$$

Stärke der WW
Kopplungskonst

Matrixelement

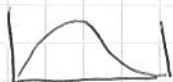
(Überlapp Wellenfunkt.)

Dichte Endzustände

Fermi-Theorie: Punkt-WW

W^+ sehr schwer, schwache WW extrem kurzreichweitig

Energiespektrum



Coulombwechselwirkung verzerrt das Elektron bzgl.

Positronenspektrum (Fermi-Funktion $F(E, Z)$ berücksichtigt)

Fermi-Funktion

- wegen Coulombanziehung ist im β^+ -Zerfall die Wellenfunkt. des Elektrons am Kern stärker lokalisiert, so dass Übergangswahrsch. leicht erhöht (β^- -Zerfall erniedrigt) vor allem für kleine Energien wichtig
- Korrekturfkt. $F(E, Z)$ hängt von Energie E des Elektrons (Positrons) und Kernladungszahl Z ab

[Fermi-Kurie-Plot S.18]

Bestimmung Neutrinomasse mit Mainzer Thium Spektrometer (Elektron-stat. Filter der β -Energien mit magn. Folussierung) Sensitivität $\sim$ Größe

1) Thium Quelle

Zerfall emittiert e^- + anti-electron neutrino
 e^- zum Detektor

2) Transport über Magnetfelder zu Spektrometer Thium herausgepumpt

3) Analyse e^- -Geschwindigkeit

Transmittiert wenn Energie hoch genug

4) e^- gezählt am Detektor

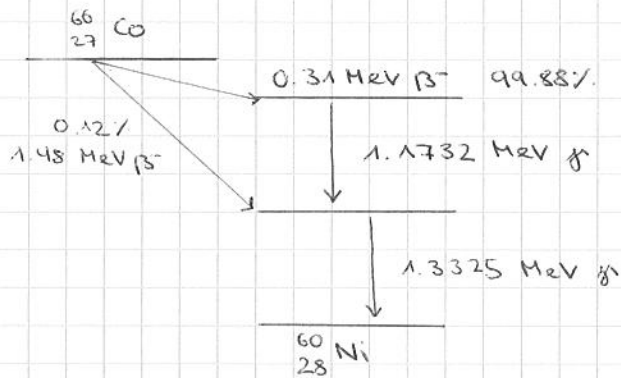
→ integrated β^- -spectrum

Zusammenfassung

- β -Zerfall: Schwache Wechselwirkung verantwortlich
- kontinuierliche Energieverteilung der Elektronen (Dreikörperzerfall aus Energie- und Impulserhaltung notwendig) und damit Existenz von neutralen Leptonen sehr kleiner Masse **NEUTRINO-HYPOTHESE**
- Energieverteilung der e^- wird durch Fermi-Theorie unter Annahme einer Punktwechselwirkung beschrieben (Fermi-Kurie-Plot)
- Messung der Endpunktenergie des β -Spektrums ergibt potentiell Aufschluss über Neutrinomasse Sensitivität KATRIN $\Delta m \approx 200$ meV

γ -Zerfall

Bsp $^{60}_{27}\text{Co}$ (künstliches radioaktives Isotop)



gebräuchliche
radioaktive
 γ -Quelle

Anwendung
- Lebensmittelber.
- Sterilisation
- Radiotherapie

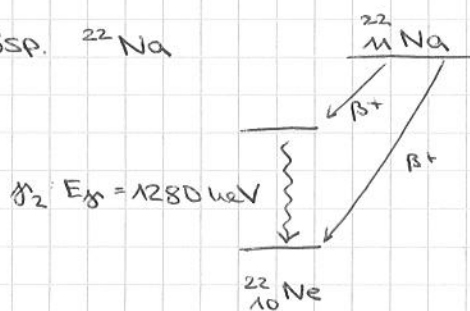
γ -Emission aus angeregten Zuständen eines Tochterkerns
eines Tochterkerns nach Teilchenzerfall (α oder β)

→ typische Energien: 100 keV - 10 MeV

γ -Zerfall immer in Zusammenhang mit α - oder β -Zerfall!

→ Übergänge aus angeregten Kernzuständen, analog zu
Übergängen in Atomhülle

Bsp. $^{22}_{11}\text{Na}$

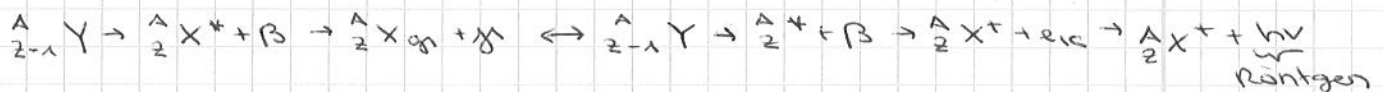


Spektrum

zusätzliche γ -Linien
durch Paarvernichtung von
Positronen (in Ruhe)
 $\beta^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ ($h\nu = mc^2 = 511 \text{ keV}$)

Nachweiswahrscheinlichkeit
 $e_\gamma < 1$
 $E_\gamma, 2E_\gamma, E_{\gamma_1}, E_{\gamma_2}, E_{\gamma_1+\gamma_2}, \dots$

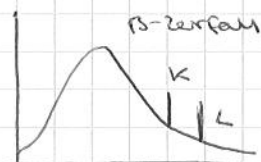
Innere Konversion



innerer Photoeffekt

- γ -Quant wird von Hülle absorbiert und stattdessen wird Elektron emittiert
- tritt vor allem auf, wenn γ -Emission durch Auswahlregel verboten ist

$$E_{\text{wh}}(e_{\text{ic}}) = E(^A_ZX^*) - E(^A_ZX) - E_{\text{B}}(e_{\text{K,L}})$$



IC Elektronen
 ΔE -Absorption
in K oder L
Schale

innere Paarbildung

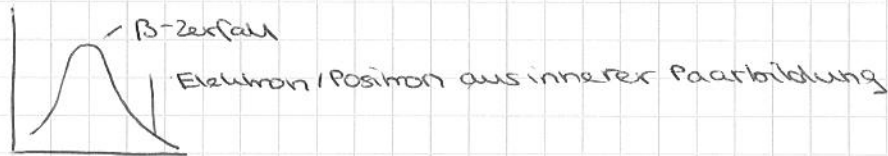
→ bei Vernarrungsenergien $E(\frac{A}{2}X^*) > 2m_0c^2 = 1022 \text{ keV}$
kann der Kern die Energie auch durch Erzeugung
eines e^+e^- -Paares im Kern-Coulombfeld abgeben

Übergang $^{16}\text{O}^*(6.06 \text{ MeV}) \rightarrow ^{16}\text{O} \text{ (Grundzustand)} + \gamma$
verboten aufgrund von Drehimpuls auswahlregeln

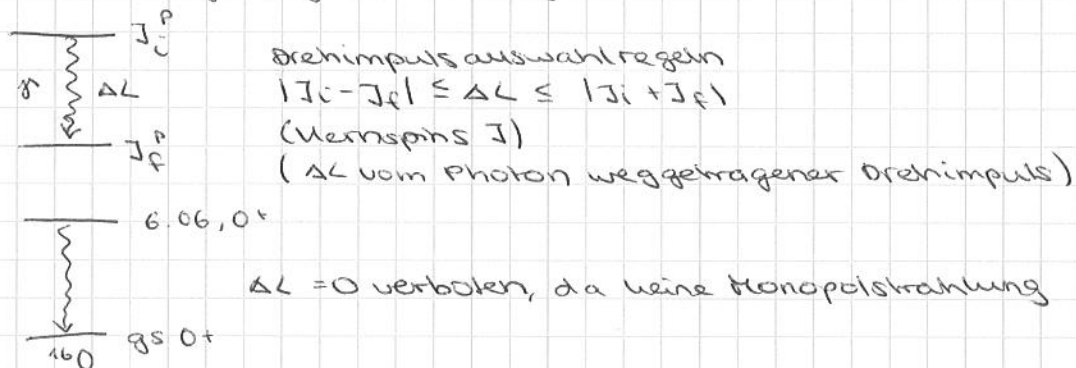
$$^{16}\text{O}^* \rightarrow ^{16}\text{O} + e^- + e^+ + E_{\text{kin}}$$

$$E_{\text{kin}} = 6060 \text{ keV} - 1022 \text{ keV} = 5038 \text{ keV}$$

$$E_{\text{kin}}(e^+) = E_{\text{kin}}(e^-) = 2519 \text{ keV}$$



Auswahlregeln γ -Strahlung



allgemein: das EM-Strahlungsfeld kann nach Kugelflächen-funktion $Y_l^m(\theta, \phi)$ entwickelt werden

→ aufgrund der Drehimpuls und Paritätserhaltung sind nur bestimmte Übergänge zwischen definierten Kernniveaus (charakterisiert durch J^P) erlaubt

Zusammenfassung

→ Zerfall aus angeregten Zuständen eines Kerns, die durch α oder β -Zerfall populiert werden



→ innere Konversion / Paarbildung (falls γ -Zerfall durch Auswahlregeln verboten) Anregungsenergie auf Hüllenelektron übertragen führt zur Paarbildung



→ γ -Zerfall zw. Zuständen mit wohldef. Quantenzahlen (J^P) statt, dadurch gelten Auswahlregeln

a) Drehimpuls $Y_l^m(\theta, \phi) = \begin{cases} \text{el. Multipole} & E_1, E_2, E_3 \\ \text{mag. Multipole} & M_1, M_2, M_3 \end{cases}$

b) Parität $E_L \Rightarrow \Delta P = (-1)^L$
 $M_L \Rightarrow \Delta P = -(-1)^L = (-1)^{L+1}$

Parität $\pi = 1$ symmetrisch $\pi = -1$ antisymmetrisch

Vorlesung 6

Kern: gebundene Zustände von Nukleonen
Skala 10^{-15} m , $E_B \sim 8 \text{ MeV}$
 $E_B \ll M_N (1\%) \rightarrow$ Nukleonen bewegen sich im Kern
(potential?) nicht relativistisch

Nomenklatur $\rightarrow$ Charakterisierung durch Anzahl Neutronen N
und Protonen Z
 $A = N + Z$

alternativ $(A, Z) \leftrightarrow A X \leftrightarrow {}^A_Z X \leftrightarrow {}^A_Z X_N$
Bsp ${}^4\text{He}$, ${}^{208}\text{Pb}$

$Z=1$ Kerne mit eigenen Namen

${}^1\text{H} = p = \text{Proton}$

${}^2\text{H} = d = \text{Deuteron}$

${}^3\text{H} = t = \text{Triton}$

Begriffe

- Nuklid** $\rightarrow$ Kern ${}^A_Z X$ mit A Nukleonen,
 Z Protonen und $N = A - Z$ Neutronen ${}^{208}_{82}\text{Pb}$
 ${}^7_3\text{Li}$
- Isotope** $\rightarrow$ Kerne mit untersch. Neutronenzahl,
aber gleicher Protonenzahl ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{14}_6\text{C}$
- Isotone** $\rightarrow$ Kerne mit gleicher Neutronenzahl,
aber untersch. Z (Protonen) ${}^{14}_6\text{C}$, ${}^{15}_7\text{N}$, ${}^{16}_8\text{O}$
- Isobare** $\rightarrow$ gleiche Massenzahl A ${}^{14}_6\text{C}$, ${}^{14}_7\text{N}$
- Spiegelkerne** $\rightarrow$ Kerne mit vertauschten Werten
von N und Z ${}^{13}_6\text{C}$, ${}^{13}_7\text{N}$
 $Z_1 = N_2$; $N_1 = Z_2$
- Isomere** $\rightarrow$ Kerne mit gleichem N, Z in versch.
Zuständen

Atomare Masseneinheit $1 \text{ u} := \frac{1}{12} M({}^{12}\text{C}) = 931.494 \text{ MeV}$

Massendefekt $\Delta := M(Z, A) - A \cdot \frac{1}{12} M({}^{12}\text{C}) = B({}^{12}\text{C}) - B(Z, A)$

Kernmodelle

a) Einteilchenmodelle

Nukleonen bewegen sich im gemittelten Potential der anderen
Nukleonen

$\rightarrow$ Fermigas Modell

$\rightarrow$ Schalenmodell (Jensen, Goeppert-Mayer)

b) Kollektive Modelle

Wechselwirkung zw. Nukleonen kann nicht mehr als (kleine)

Störung der Einteilchenbewegung aufgefasst werden

$\rightarrow$ Tröpfchenmodell

$\rightarrow$ Modelle kollektiver Schwingung deformierter Kerne
(Bohr & Mottelson)

TRÖPFCHENMODELL

→ Kern wird beschrieben in enger Analogie zu klassischem Flüssigkeitstropfen

FERMIGASMODELL

- Nukleonen bewegen sich unabhängig voneinander in mittlerem Kernpotential
- das Kernpotential berechnet sich aus der Quantenstatistik eines Gases von Fermionen

SCHALENMODELL

- Nukleonen bewegen sich quantenmechanisch (Schrödinger-Gleichung), Potential erhält Spin-Bahn Terme (magische Zahlen, Spin, Parität, Einleichenanregung)

Kernradien- und -dichten

Messungen zeigen für Kerne $A \gg 1$ annähernd konstante Dichte im Inneren

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{A}\right)}$$

Kernradien beschrieben durch $R = 1.2 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$

$$\rho_0 = \frac{A}{V} = \frac{A}{(1.2 \text{ fm} \cdot A^{1/3})^3} \approx 0.14 \text{ fm}^{-3}$$

Bindungsenergie E_B/A

→ ist die bei Bindung freier Nukleonen zu einem Kern frei werdende Energie

$$\langle E_{\text{Bindung}}/A \rangle \approx +8 \text{ MeV} \quad (1\% \text{ m Nukleon})$$

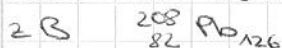
Massendefekt $\Rightarrow$ Masse eines stabilen Atomkerns ist kleiner als Summe der konstituierenden Nukleonen

Stabilität

Kerne mit hoher Bindungsenergie liegen im Stabilitätstal

$$Z \approx \frac{A}{1.97 + 0.015 \cdot A^{2/3}}$$

Deutlicher Neutronenüberschuss bei schweren stabilen Kernen



→ Kerne außerhalb des Stabilitätstales zerfallen durch α -/ β -Zerfall oder Spaltung

Bethe-Weizsäcker-Massenformel

- ↳ beschreibt Verlauf der Bindungsenergie mit semi-empirischer Beziehung
- Kerneigenschaften (Inkompressibilität, kurzreichweitige Kräfte, Sättigung) in Analogie zu Flüssigkeiten
- Anpassung von Parametern an experimentelle Daten

Tröpfchenmodell

Volumenenergie

- Bindung eines Nukleons nur mit unmittelbaren Nachbarn (Kurzreichweitigkeit der Kernkraft) → Kernkräfte gesättigt
- Bindungsenergie / Nukleon unabhängig von Gesamtzahl der Nukleonen

$$E_v/A = \text{const.} \Leftrightarrow E_v = +a_v \cdot A$$

Oberflächenenergie

- Bindung an Oberfläche reduziert in Proportion zur Oberfläche

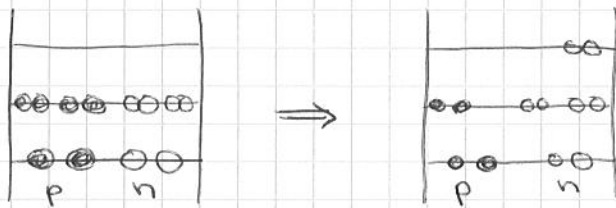
Coulombterm

- Abstoßung durch Protonen verringert Bindungsenergie

$$E_c = -a_c \cdot Z^2 \cdot A^{-1/3}$$

Symmetrieenergie

- für symmetrische Konfigurationen ($N=Z$) können energetisch günstigsten Niveaus besetzt werden
 - werden bei symm. Kern Protonen gegen Neutronen getauscht, müssen Neutronen auf höheres Niveau besetzen (geringere Bindungsenergie)
 - stark asymmetrische Kerne sind ungebunden
- $$E_s = -a_s \cdot (N-Z)^2 / A$$



Paarungsenergie

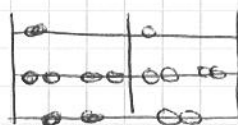
- Kern mit gepaartem Spin sind um $E_p^{gg}(A) - E_p^{uu} \approx 2 \text{ MeV}$ stärker gebunden als mit ungepaartem Spin

$$E_p(A) = \alpha_p A^{-1/2} \cdot \delta$$

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{gg-Kerne} \\ 0 & \text{ug, gu-Kerne} \\ -1 & \text{uu-Kerne} \end{cases}$$



BRUNNEN
gg-Kern



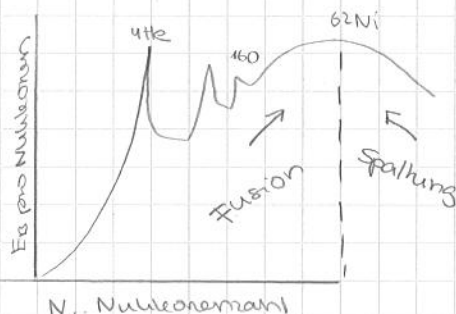
uu-Kern

$$E_{\text{Bindg}} = E_{\text{Volumen}} + E_{\text{Oberfläche}} + E_{\text{Coulomb}} + E_{\text{Symmetrie}} + E_{\text{Paarung}}$$

[Faktoren etc. S.16]

Mittlere Bindungsenergie $E_B/A \approx 8 \text{ MeV}$!

Bindungsenergiesystematik



E_B/A maximal bei $A=56-58$
(^{56}Fe , ^{56}Ni)

Energiegewinn durch Fusion bis $A=56$

Energiegewinn durch Spaltung ab $A=56$

⇒ Tröpfchenmodell kann Bindungsenergiesystematik beschreiben, allerdings für gewisse Werte von N und Z kleine Abweichungen ⇒ MAGISCHE ZAHLEN

Z oder N 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

(doppelt magische Atomkerne Bsp ^{208}Pb $^{126}_{82}\text{Pb}$)

- spez. Eigenschaften magische Kerne
 - hohe Bindungs- / Separationsenergien
 - viele Isotope bei gleichem Z
 - relative Häufigkeit der Kerne
 - hohe Anregungsenergie des ersten angeregten Zustands
 - kleine Neutronen-Einfangquerschnitte

gesucht superschwere, relativ stabile Kerne (Bsp $Z=126$)
↳ gezielte Fusion leichter Kern "super heavies" zu erzeugen

Massenparabeln

→ Kerne mit gleichem A und versch Z liegen auf Massenparabeln

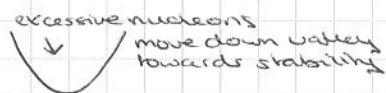
A ungerade (ug oder gu) Kerne

↳ Kerne zerfallen durch β^- oder β^+ Zerfall entlang der Parabel in Minimum des Stabilitätskells

A gerade (uu oder gg) Kerne

↳ ergeben sich 2 Parabeln (durch Paarungsenergie getrennt)

→ Kerne können (durch seltenen) doppelten β -Zerfall entlang der Parabel wandern



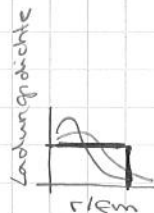
Was leistet Tröpfchenmodell?

- beschreibt Bindungsenergien als Fkt von N und Z
- Beiträge zur Bindungsenergie
- Stabilitätstal
- kann magische Zahlen nicht erklären

Vorlesung 7/8

Fermigasmodell

Flacher, Zentraler Verlauf der Kerndichteverteilung und rascher Abfall wird durch Kastenpotential angenähert (Vernachlässigung Coulombkraft)



$$V(r) = \begin{cases} V_0 & r < R \\ 0 & r \geq R \end{cases} \quad \text{Teilchen werden durch Kugelschale zusammengehalten}$$

Wegen $\vec{F} = -\nabla V$ bewegen sich im Inneren Nukleonen kraftfrei (Kräfte der Nukleonen auf -einander heben sich im Mittel auf, am Rand wirkt starke Kraft nach innen)

Fermigas Modell $\rightarrow$ Zwei unabhängige nicht-w.w. Gase (w.w. $\ll$ kin. Energie)

Neutronengas $\rightarrow$ Kastenpotential

Protonengas $\rightarrow$ Kastenpotential + Coulomb

Besetzung der Zustände entsprechend Schrödingergleich, unter Berücksichtigung Quantenstatistik eines Fermi-Gases

$\rightarrow$ Zustände aufgefüllt bis Fermi-Energie E_F

$\rightarrow$ Pauli-Prinzip: jeder Protonen- bzw. Neutronenzustand kann mit jeweils 2 Teilchen (Spin up, Spin down) besetzt werden

$$\begin{array}{ll} \text{Fermi-Energie} & E_F \approx 33 \text{ MeV} \\ \text{Bindungsenergie} & E_B/A \approx 8 \text{ MeV} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Potenzialtiefe} \\ E_0^{\text{Neutron}} \approx 41 \text{ MeV} = E_0^{\text{Proton}} + E_{\text{Coulomb}} \end{array} \right\}$$

$$E_F^{\text{Neutron}} = E_F^{\text{Proton}} \quad (\text{ansonsten würden Neutronen zu Protonen zerfallen})$$

Trotz hoher Dichte ($\rho_0 \approx 0.15 \text{ fm}^{-3}$, 60% des Kernvolumens) werden durch die Nukleonen eingenommen

„freie Bewegung der Nukleonen“!

Begründung: Streuung ist Pauli unterdrückt

[Streuung eines Nukleons in unbesetztes Niveau nicht möglich, da aufgrund der Energieerhaltung dann ein anderes Nukleon in tieferes Niveau fallen müsste, Pauli-Verbot]

Was leistet Fermigas Modell

- erklärt Impulsverteilung der Nukleonen im Kern (Fermi-Impuls)
- erklärt Asymmetrieterm der semi-empirischen Massenformel
- Berechnung E_v/E_0 semi-quantitativ
- erklärt freie Bewegung der Nukleonen trotz hoher Dichte (Pauli-Blockung)

Zusammenfassung

a) Tröpfchenmodell

beschreibt Systemenergie der Bindungsenergien semi-empirisch, d.h. durch Anpassung der Parameter der i.w. klassischen Massenformel an experimentellen Daten

$$E_{\text{Bindung}} = E_{\text{Volumen}} + E_{\text{Oberfl}} + E_{\text{Coulomb}} + E_{\text{Symmetrie}} + E_{\text{Paarung}}$$

b) Fermi-Gas-Modell

Beschreibung Nukleonen als Quantengas (Fermi-Statistik)
aus entsprechender Besetzung des Phasenraums ergeben sich
Potentialtiefe und Energie der Nukleonen im Kern

Spin/Drehimpuls

Gesamtdrehimpuls $\vec{J}$ eines Nukleons ist die Summe der
intrinsic Spin und des Bahndrehimpulses

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$$

Intrinsic Spin $\vec{S}$ mit $S = 1/2 \hbar$ und geradzahligem Bahndreh-
impuls L

Paarungsenergie: Kerne gewinnen zusätzliche Energie, wenn
Protonen bzw. Neutronen mit gleicher Ortswellenfunktion zu
Paaren mit Gesamtdrehimpuls Null gruppieren

$$L_1 = L_2 \quad m_1 = -m_2 \quad j_1 + j_2 = 0$$

$\Rightarrow$ im Grundzustand $\sum \vec{L}_i = 0$
ungerade Massenzahl $A \rightarrow I = \text{halbzahlig}$
gerade $A \rightarrow I = \text{ganzzahlig}$

ALLE KERNE MIT GERADEM Z UND GERADEM N HABEN $I=0$

Kopplung intrinsic Spin und Bahndrehimpuls

$\rightarrow$ Nukleon

$$\text{Proton } \vec{J} = 1/2 \\ \Delta^+ (qqq) \rightarrow \vec{J} = 3/2$$

Elektromagnetische Momente

Statische elektromagnetische Eigenschaften der Kerne
werden durch ihre elektromagnetischen Momente
charakterisiert (Info Verteilung Ladung, magn. Momente
im Kern)

Elektrisches Quadrupolmoment Q

Magnetisches Dipolmoment μ

$\rightarrow$ Abhängigkeit von Ladungsverteilung im Kern,
Maß für Kernform (Kernform konst. Ladungsdichte)

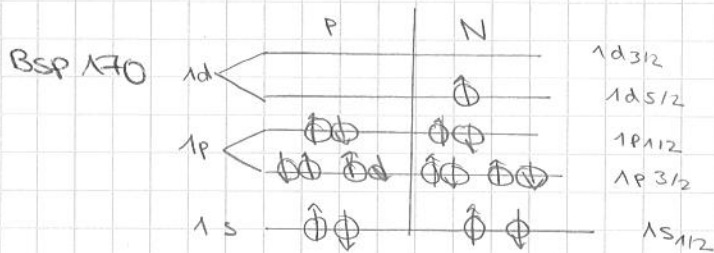
SCHALENMODELL (Ein-Teilchen Modell)

Schalenmodell des Kerns $\hat{=}$ dem der Elektronenhülle mit n , Drehimpuls l und Projektionen m

Schalen sind Zustände (n, l, m_l) und Kerne mit vollbesetzten Schalen sind stabil und kugelsymmetrisch

Einführung Spin-Bahn-Wechselwirkung von Nukleonen in Zentralfeld hebt Entartung der Drehimpulszustände auf

→ Berücksichtigung Spin-Bahn-Kopplung ergibt richtige energetische Reihenfolge der abgeschlossenen Schalen und erklärt magische Zahlen



⇒ Schalenmodell

1) erklärt magische Zahlen

2) Spin des Grundzustands von Kernen

$$gg \rightarrow \vec{J}_1 + \vec{J}_2 = 0 \quad J^P = 0^+$$

lg (gu)-Kerne Spin durch Valenznukleon $J^P = (j)^{\pm}$

$$\text{uu Kerne} \quad |j_1 - j_2| \leq J \leq j_1 + j_2$$

3) angeregte Zustände

→ quantitative Vorhersagen für magn.-Dipolmomente

Kollektive Anregung von Kernen 19

Rotationen (deformierte Kerne)
Vibrationen (α, β , Riesenresonanzen)
Abregung

KERNREAKTIONEN

- umfassen unelastische und reaktive Stöße von Kernen, bei denen energiereich angeregte Kerne oder ganz neue Kerne entstehen können
- durch unelastische Streuung oder Transferration werden Anregungszustände untersucht und Quantenzahlen bestimmt
- durch Neutroneneinfang können schwere Elemente (Transurane) bis $^{254}_{100}\text{Fm}$ erzeugt werden
| Spaltungen von $^{235}_{92}\text{U}$ angeregt werden
- Kerne mit $\frac{Z^2}{A} > 51$ spalten spontan,
 $\frac{Z^2}{A} < 51$ u. w. durch Tunneleffekt
- Fusion leichter Kerne ist exotherm
- durch Fusion schwerer Kerne können superschwere Transurane hergestellt werden

Cherenkov-Strahlung

$$V_{\text{schwell}} = \beta \cdot c > c/n \quad n \dots \text{Brechungsindex}$$

→ durch dielektrisches Medium, emittiert Cherenkov-Strahlung

Asymmetrische Polarisierung führt zu kontinuierlichem Photonen-spektrum (dominant UV-Bereich)

Feynman-Diagramme

Fermionen	→
Anti-Fermionen	←
Photonen	~~~~~
W/Z-Bosonen	----
Glukonen	ooooo

Vertices: Punkte an denen 3 oder mehr Linien zsm. treffen
an jedem Vertex sind Ladung, Energie und Impuls erhalten

Physik Wiederholungsfragen!

- 1) Relativistischer Energie-Impuls-Beziehung
 $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2 = m^2c^4 + p^2c^2$
- 2) Rate einer Reaktion $R = \sigma \cdot \Phi \cdot N$
- 3) Teilchen mit Ruhemasse 0 bewegen sich stets mit Lichtgeschwindigkeit
- 4) α -Zerfall Bsp $^{212}\text{Bi} \rightarrow ^{208}\text{Tl}^* + \alpha$
- 5) Radioaktiver Zerfall
Zerfallskonstanten $\rightarrow$ mittlere Lebensdauer $\tau = \frac{1}{\lambda_a + \lambda_b}$
- 6) α -Zerfall nur bei schweren Elementen
 $A > 205$
- 7) Freie Neutronen zerfallen mit Halbwertszeit von ca 10 min
- 8) Neutrinos haben eine sehr kleine Ruhemasse im Vgl. zu anderen Elementarteilchen
- 9) Elektroneinfang (EC)-Zerfall basiert auf Einfang eines Hüllenelektrons mit anschließender Emission von Auger-Elektronen oder Röntgenquanten
- 10) Was ist Äquivalentdosisleistung?
 $\dot{H} = \frac{dD}{dt} Q$
- 11) Einheit Äquivalentdosisleistung?
 $1 \mu\text{Sv/h}$
- 12) Mittlere Strahlenbelastung in Deutschland $2,5\text{--}5 \text{ mSv/a}$
- 13) α -Zerfall
Damit α -Teilchen den Kern verlassen kann, ?
Energie größer als Coulombbarriere?
- 14) In der schwachen Wechselwirkung ist Leptonen- und Baryonenzahl erhalten
- 15) Form der β -Spektren ergibt sich aus dem Phasenraumfaktor und der Fermi-Korrekturfunktion
- 16) Tröpfchenmodell (Weizsäcker-Modell) für Atomkerne
Liefert einen guten Näherungswert für die Bindungsenergie für eine Vielzahl von versch. Kernen
- 17) In einem Feynman-Diagramm gilt an jedem Vertex Energie- und Impulserhaltung

Cherenkov-Strahlung wird emittiert von Teilchen
→ die sich schneller als c/n im Medium bewegen

Photon unterliegt nicht schwacher WW

↓
für Umwandlung Protonen in Neutronen
nicht für gebundene Zustände

Eichbosonen Massen

$$m(\gamma) = 0$$

$$m(W^\pm) = 80,4 \text{ GeV}/c^2$$

$$m(Z^0) = 91,2 \text{ GeV}/c^2$$

$$m(\text{gluon}) = 0$$

Nukleonen haben Substruktur aus punktförmigen Teilchen!
→ 3 Valenzquarks

Schwache WW verletzt Parität

↳ Symmetrieeigenschaft

$\text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$ Größe eines Atoms

$\text{fm} = 10^{-15} \text{ m}$ Kerngröße $1.3 - 1.4 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$
↳ Nukleongröße

Obergrenze Größe eines Elektrons $< 10^{-19} \text{ m}$

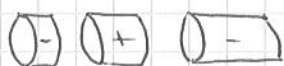
α, β, γ -Strahlung Reichweite $\alpha < \beta < \gamma$

1) Elektrostat. Beschleuniger

Prinzip Ionen oder Elektronenquelle
Beschleunigungsfeld (Kondensator mit Lochblende) E-Feld
Vakuumsystem
Strahlführung mit Fokussierenden Elementen

Van de Graaf

- Potentialdifferenz ΔV
- Terminal wird durch Bandgenerator positiv geladen
- höhere Energien durch Tandem - Van - de - Graaf
- [Ladungsart vom Band abgestreift, Hohlkugel wird geladen mit Elektrode verbunden]

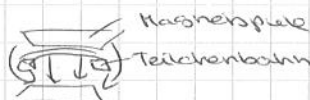
Hochfrequenz - Linear Beschleuniger

- feldfreie Driftröhren
- zwischen den Röhren Wechselfeld
- $V = V_0 \cdot \cos(\omega t)$

→ Länge der Driftröhren muss für phasengerechtes Einschießen angepasst sein

Limitation - Anzahl der Komponenten (Kosten)
- Strahl ist gepulst

Strahl (+ oder -) durch 1. Röhre (- oder +), behindert sich
Teilchen in Driftröhre umgepolt stößt ab, nächste Driftröhre zieht an

Betatron - Kreis Beschleuniger

Vakuumkammer mit Magnetspule

↳ induzierter Strom in Leiterschleife durch sich zeitlich änderndes Magnetfeld

Induziertes E-Feld hält Teilchen auf Bahn und beschleunigt

↳ Erhöhung des Magnetfeldes erhöht Fluss Φ
E-Feld tangential zur Bahn

Feldgradient fokussiert Strahl

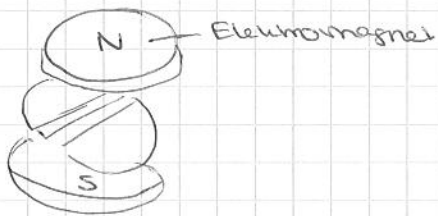
Strahl oszilliert um Sollbahn (Betatron-Schwingungen)

nicht für Protonen geeignet

max. Energie 300 MeV bei $R=1\text{m}$

kaum mehr angewendet

Zyklotron



$$\left. \begin{aligned} F_{\text{Lorentz}} &= -q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \\ F_{\text{Zentrip}} &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned} \right\} r = \frac{mv}{qB}$$

Beschleunigung im Spalt (HF)

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

- nur bei fester Frequenz und B-Feld nur bis zum nicht rel. Grenzfall zu r-Beschleunigung ($E_{\text{Proton}} < 30 \text{ MeV}$)
- nicht für e^- (Bremsstrahlverluste)
- für höhere Energien muss Magnetfeld nachgeführt werden
- gepulster Strahl

Zyklotron

- flache, zwei D-förmige Teile zerteilte, Kammer
- Spalt dazwischen
- Magnetfeld $\perp$ Kammer
- Beschleunigung über angelegte HF im Spalt
- Ionen aus Ionenquelle im Zentrum der Kammer erzeugt und von Magnetfeld auf Kreisbahn gezwungen
- Magnetfeld konstant + Beschleunigung vergrößert Kreisbahn
- Teilchen extrahiert wenn R der Kammer erreicht

Zyklotron vs



großer Dipol, $B = \text{konst}$
ein Durchlauf
niedrige Energie

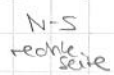
Synchrotron



viele kleine Magnete
veränderliches Feld
hohe Energie

Synchrotron

konstanter Bahrradius + HF Resonatoren zur Beschleunigung
Dipolmagnete zur Ablenkung der Teilchen auf gewünschte Kreisbahn
Quadrupollinsen zur Fokussierung
(Fokussierung (Bündel) + Defokussierung andere)



Magnetfeld synchron zur Beschleunigung hochgeführt

supraleitende Kavitäten: Beschleunigung der Teilchen
Resonante Anregung E-Felder via HF-Einkopplung

Limitation: erreichbare Endenergie für e^- durch Synchrotronstrahlung begrenzt
für Hadronen keine generellen Kosten

Kollider Modus Teilchen + Anti-Teilchen gegenläufig injiziert

Schwache Fokussierung → B-Feld Gradient treibt Teilchen auf Sollbahn
höhere Energien → starke Fokussierung $\begin{bmatrix} | & | & | & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | & | & | & | \end{bmatrix}$ Quadrupol-Magnete mit nettofokussierendem Effekt

normalleitend
→ Verluste durch
Wandwärmestrom

Luminosität

Ereignisrate R in einem Collider ist proportional dem Wechselwirkungsquerschnitt, die Proportionalitätskonstante L heißt LUMINOSITÄT

$$L = R / \sigma \quad [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}]$$

→ abhängig von Anzahl Teilchen / Pakete n
bunch crossing frequency f
Strahlprofile σ_x, σ_y

Fixed Target

vs

Collider

↓

result: fast moving
small particles

result: slow moving
very heavy particles

$$p_1 = (E, \vec{p}) \quad p_2 = (m, 0)$$

$$p_1 = (E, \vec{p}) \quad p_2 = (E, -\vec{p})$$

Vorteil

- hohe Ereignisrate dichte Targetfolien
- einfache Variation
- Bruchteil Teilchenenergie für Erzeugung neuer Teilchen

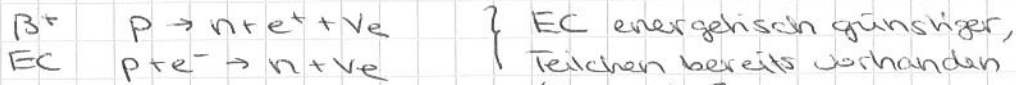
- max. Energie (2 · Ebeam) zur Verfügung für neue T.
- geringere Energien erzeugte Teilchen

aber Luminosität niedrig

Kosmische Beschleuniger

Mündliche Prüfung Kern- und Teilchenphysik

- 1) Herstellung Isotope (Generator, Zyklotron?)
- 2) Funktionsweise Zyklotron
- 3) Wechselwirkung Elektronen mit Materie
- 4) α , β , γ - Zerfall
 β -Zerfall β^+ , β^- , EC



- 5) Q-Wert positiv für Zerfall (Q-Wert) $\rightarrow$
- 6) Kernmodelle

a) Tröpfchenmodell

- Erläuterung Prinzip
- Stabilität $N=2$, bei höheren Massenzahlen Neutronenüberschuss

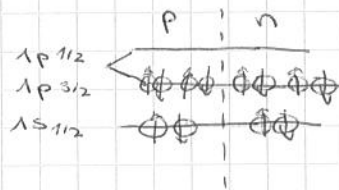


Bethe Weissäcker $E_{\text{Bindg}} = E_{\text{vol}} + E_{\text{Ober}} + E_{\text{Coulomb}} + E_{\text{Paar}} + E_{\text{symm}}$

Ursache Coulombbindung zwischen Protonen senkt Bindungsenergie $\nearrow$ für hohe Bindungsenergie bei AT Neutronen günstiger

b) Kernmodell / Schalenmodell

- Aufzeichnen ^{12}C



$\hookrightarrow$ wie würde Schema für ^{14}C aussehen?
 Veränderung nach Zerfall?

- Warum auf s- "Schale" 2 p/n und auf p-Schale 4

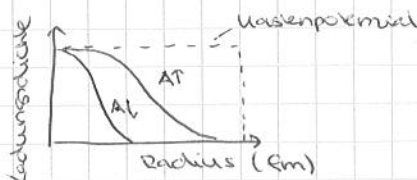
$\hookrightarrow$ Erläuterung über Quantenzahlen (n, l, m_l)

Pauli Prinzip!

Zustände	s	-1/2 / 1/2	} Drehimpuls spin
	p	-3/2 / -1/2 / 1/2 / 3/2	

c) Fermigasmodell

- Kernpotenzial $\rightarrow$ Vereinfachung Massienpotenzial



Kernstärke unabhängig von A

Veränderung Kernpotenzial mit Massenzahl (Größe des Kerns)

7) Angewandte Kernphysik

- Grenzwerte Kat. A 6msv/a Kat. B 1msv/a
- Linearbeschleuniger
 $\hookrightarrow$ Wechselwirkungen Photonen
- Filmdosimeter Funktionsweise + Aufbau

KRIEGER ZSHFASSUNG

1) Aufbau Atomhülle

Atom besteht aus

- elektrisch positiv geladenen, nahezu punktförmigen Atomkern
- negativ geladener Atomhülle (enthält Elektronen)

Elektronen wegen Coulombanziehung in stationären, diskreten Zuständen, ohne Energieverlust durch Abstrahlung

Elektronenzustände unterscheiden sich vor allem in Bindungsenergie

- Orbitale stellen Wahrscheinlichkeitsverteilung der e^- um Kern dar
- Ort der größten Aufenthaltswahrscheinlichkeit in diesen Elektronenorbitalen stellt näherungsweise Kugeloberfläche um Atomkern dar [Elektronenschalen]

5 Quantenzahlen

Hauptquantenzahl n

Bahndrehimpulsquantenzahl l

deren z-Komponente m_l

Spin s

deren Komponenten m_s

↳ Elektronenzustand mit $\{n, l, m_l, s, m_s\}$

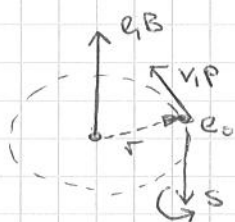
Hauptquantenzahl $n \hat{=}$ Bohrschen Schalennummer K, L, M
[$n=1$: K etc.] $n=1$ innerste Schale

Elektronen nur Zustände mit diskreten, von n abhängigen Bahndrehimpulswerten einnehmen

(ganzzahlige Einheiten des Planckschen Wirkungsquantums h)

K $\rightarrow l=0$ L $\rightarrow l=0, 1$ M $\rightarrow l=0, 1, 2$ $l \leq n-1$

Hüllenelektronen ein von Bahndrehimpuls abhängiges Magnetfeld



Komponente des Bahndrehimpulses
 m_l auch Magnetquantenzahl

$-l < m_l < l$ ganzzahlig

$m_l = -l, -l+1, \dots, l-1, l$

Eigendrehimpuls der Elektronen wird Spin genannt, in Einheiten des elementaren Drehimpulses h $s = 1/2 h \rightarrow \pm 1/2 h$



Teilchen mit halbzahligem Spin = FERMIONEN
(Elektronen, Protonen, Neutronen)

Teilchen mit ganzzahligem Spin = BOSONEN
(Photonen, π -Mesonen $\rightarrow$ "Spin-1-Teilchen")

Für Fermionen gilt PAULI PRINZIP (für halbzahligem Spin)

→ atomarer Zustand, mit vollständigem Satz Quantenzahlen charakterisiert, kann nur 1 Fermionen enthalten

→ Konsequenzen für Elektronen auf 1 Schale, Zahl

Nukleonen in Atomkernzuständen etc.

$$n_{\max} = 2 \cdot n^2$$

→ maximale Besetzungszahl $n_{\max}$

→ Edelgasionfiguration wenn für Hauptquantenzahl die maximale Elektronenbesetzung erreicht

→ im neutralen Atom ist Summe der Elektronen aller Schalen gleich Ordnungszahl Z

Ordnungszahl Z eines Materials

- beeinflusst stark die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit von Röntgen- oder Gammastrahlung

Valenzelektronen sitzen auf äußerster Schale, sind für chem. Wertigkeit (Valenz) zuständig

Je nach Abstand zum Atomkern (Schalenradius) ist die Stärke der elektrischen Bindungskräfte untersch. groß
COULOMBKRÄFTE

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$$

einfacher Fall $1e^-$ auf Bohrscher Kreisbahn $E_{\text{bind}} \propto \frac{e^2 \cdot Z}{r}$

(Bohrsches Modell mit Bahnen mit diskreten Radien)

4 GGW-Bedingungen zw. Coulombkraft / Zentripetalkraft

Größe eines Atoms $\sim 10^{-10} \text{ m}$

Bindungsenergie

→ benötigt um e^- aus Annäherung des positiv geladenen Atomkern zu entfernen

effektive Kernladungszahl Z_{eff} berücksichtigt Abschirmungseffekte

2) Anregung und Ionisation von Atomhüllen

Elektronen können durch Aufnahme von Energie die Coulombbindung an Atomkern ganz oder teilweise überwinden

Energie $\geq E_{\text{bind}}$ führt zur Entfernung e^- aus Atomhülle
⇒ IONISATION

• in Ursprungsschale entsteht Defektsstelle (Elektronenloch)

• Atom anschließend einfach positiv geladen

→ ^{Rücksprung} ~~Abregung~~ mit Emission charakteristischer Photonenstrahlung oder Augerelektronen-Emission

$E < E_{\text{bind}}$

kann e^- auf äußere Schale gehoben werden

⇒ ANREGUNG

• e^- wechselt lediglich Platz in Atomhülle

• Ändert Elektronenkonfiguration

• Anregungsenergie $\hat{=}$ Differenz E_{bind} zwischen Schalen

Grundzustand (Zustand minimaler Gesamtenergie)



Anregungszustand (veränderte Elektronenkonfiguration)

4) Atomkern

Atomkern besteht aus Z Protonen und N Neutronen

Protonen + Neutronen = Nukleonen

Gesamtzahl Nukleonen Nukleonenzahl $A = Z + N = \text{Massenzahl}$

${}_Z^AX_N$ Bsp ${}_{6}^{12}\text{C}_6$

Kernmasse

- Nukleon mit 2000facher Masse von e^-
- $m_e = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- oft atomare Masseneinheit u ($1/12$ Masse ${}^{12}\text{C}$)

Kernradien

- Radius der Nukleonen $\sim 1,4 \text{ fm}$
- Kerndurchmesser durch Streuexperimente
- Kernradius nimmt wegen dichter Nukleonenpackung nur mit dritter Wurzel der Nukleonenzahl A zu

$$r_{\text{Kern}} = r_0 \cdot A^{1/3}$$

$$r_0 = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Typische Kernradien um Faktor $10^4/10^5$ kleiner als Hakenradius ($\sim 10^{10} \text{ m}$)

Dichte der Kernmaterie

- Massendefekt = Massenverlust bei Nukleonenbindung
- Kernmaterie von A unabhängig, extrem hohe Dichte
- Nukleonen in direktem Kontakt durch kurzreichweitige ($\sim 2 \text{ fm}$) Kernkräfte gebunden
- starke Kernkraft setzt nach größerer Entfernung schlagartig aus
- Kernkräfte $>$ abstoßende elektr. Kräfte (Coulomb) sonst instabil

⇒ Wechselwirkung zwischen Nukleonen sind starke Wechselwirkungen

5) Atomkernmodelle

TRÖPFCHENMODELL

- dichte Packung der Nukleonen ähnelt Moleküle im Flüssigkeits tropfen
- Kernmaterie wie Flüssigkeit inkompressibel (nicht weiter zu verdichten, sonst Abstoßung)
- kurze Reichweite der Bindungskräfte der Nukleonen $\Rightarrow$ molekulare Kräfte in Flüssigkeit
- beim Zusammenstoßen von Nukleonen wird Bindungsenergie frei (Kondensationswärme)
- Nukleonen an Kernoberfläche mit zurückhaltender Oberflächenspannung, die Ausritt aus Kernverband erschwert

↳ Kern als inkompressibler Flüssigkeitstropfen, der durch kurzreichweitige Paarkräfte zusammengehalten wird

Energiebilanz (totale Bindungsenergie)

$$B_{\text{tot}} = B_{\text{kond}} + B_{\text{oberfl.}} + B_{\text{coulomb}} + B_{\text{sym}} + B_{\text{paar}}$$

Kondensationsenergie: analog zur Energie die bei Kondensation einer Flüssigkeit aus Gas freigesetzt wird (Volumenenergie)

Oberflächenenergie: Nukleonen an Kernoberfläche weniger Nachbarn $\rightarrow$ schwächere Bindung
Bindungsenergieverlust $\sim$ Kernoberfläche

Coulombkraft: lockert Bindungen
abstoßende Coulombkraft zw. Protonen

Asymmetriekraft: symmetrische Kerne $N=Z$ stärker gebunden
Bindungsverminderung bei Protonen/Neutronen-Asymmetrie

Paarungsenergie: Kerne besonders stabil, wenn N, Z gerade Anzahl haben (keine ungepaarten Nukleonen)
 $B_{\text{paar}} = 0$ für ug/ug

FF	Einschub	gg-Kern	Protonen + Neutronen gepaart
		uu-Kern	-1-
		ug/ug	ungepaart

II

Bethe-Weizsäcker Formel $B_{\text{tot}} = B_{\text{vol}} + B_{\text{oberfl.}} + B_{\text{coulomb}} + B_{\text{sym}} + B_{\text{paar}}$
 $\rightarrow$ je nach Massenzahl eingesetzt

Kerne sind stabil wenn Bindungsenergie nach Formel ein Minimum erreicht,
für höhere Energien instabil, radioaktiv

$\Rightarrow$ Tröpfchenmodell ist im Stande global die Stabilität von Atomkernen vorherzusagen

" nur stabil wenn $N=Z$

mit zunehmender Massenzahl Neutronenüberschuss notwendig

MAGISCHE NUKLEONENZAHLEN

- besonders hohe Bindungsenergien
- nicht durch Tröpfchenmodell erklärbar

KERNSCHALENMODELL

- Aufteilung der gegenseitigen paarweise auftretenden Nukleonenbindung in gemeinsamen zentralen Teil und Restwechselwirkung
- bei besonders hohen Kernbindungen sollen nach Schalenmodell bei doppelt magischen Nukleonzahlen ($N+Z$)

6) Bindungsenergie und Massendefekt von Atomkernen

Um Nukleonen aus Kernverband zu lösen, muss gegen anziehende Kernkraft Arbeit geleistet werden

Bindungsenergie $\sim$ Nukleonenanzahl

Verhältnis Protonen-Neutronen

6-8 MeV pro Nukleon $\bar{E}_{\text{bind}}$

Bindungsenergie bei Bildung von Atomkernen meist durch Gammastrahlung frei.

↳ Massendefekt: Summe Bestandteile $>$ Masse Kern

experimentelle Bestimmung mit Massenspektrographen
(E- und B-Felder, Auftrennung nach Flugbahn)

Höchste mittlere Bindungsenergie $Z \approx 20-30$, Maximum ^{56}Fe
↳ zunehmende Bindungsenergie = höherer Massendefekt

7) Energiegewinn durch Änderung der Ordnungszahl

a) Kernfusion

Verschmelzung leichter Nuklide zu schweren Kernen

b) Kernspaltung

Massenzahlbereich $A=235$

2 asymmetrische Bruchstücke

ZUSAMMENFASSUNG

Atomkerne aus Protonen/Neutronen, die durch Restwechselwirkung aus starker Wechselwirkung zwischen Nukleonenbausteinen (Quarks) aneinander gebunden sind

Proton und Neutron udd

Kernkräfte kurzreichweitige Paarkräfte, die Nukleonen in unmittelbarem Kontakt binden & Kernmaterie extrem hohe Dichte

Mit zunehmender Massenzahl wird für Kernstabilität höherer Neutronenüberschuss (bis zu 50%) benötigt

Tröpfchenmodell für pauschale Energieberechnungen, Vorhersagen der Stabilität

Kerne können wie Atomhüllen in höhere Zustände angeregt werden

Wird ausreichend Energie zugeführt, können Kerne Nukleonen emittieren

Begriffsdefinitionen

Augererefekt → Emission von Hüllen Elektronen beim Auffüllen innerer Elektronenlöcher als Konkurrenz zur Fluoreszenz

Baryon → schweres Teilchen (Hadron) aus 3 Quarks (Proton, Neutron) mit halbzahligem Spin

Betateilchen → Synonym für Elektronen/Positronen

Boson → Teilchen mit ganzzahligem Spin (Mesonen, Photonen)

Elektronenneutrino → ν_e ist Lepton
Masse nahe 0
übernimmt Rest zerfallsenergie bei β -Zerfall

Fermion → Teilchen mit halbzahligem Spin (Quarks, Leptonen, Nukleonen)

Hadron → Teilchen, die starker WW unterliegen (Mesonen 2 Quarks, Baryonen 3 Quarks)

Lepton → leichtes Elementarteilchen (e^- , e^+ , Neutrinos)

Mesonen → "mittelschwere" Hadronen aus Quark-Antiquark mit ganzzahligem Spin (π^0 , $\pi^\pm$)

Neutron ist im freien Zustand radioaktiv!

Quark → punktförmige Elementarteilchen mit gebr. elektr. Ladungen
nicht als freie Teilchen