

Wechselwirkungen der Photonen

- Klassische Streuung, kohärente Streuung, Rayleighstreuung, Thomsonstreuung
- Photoabsorption
- Comptonstreuung
- Paarbildung
- Kernphotoeffekt

Thomsonstreuung

Die Theorie der Thomsonstreuung wurde 1906 von J.J.Thomson veröffentlicht. Hierin wird zunächst die WW eines Photons mit einem freien Elektron beschrieben. Die elektromagnetische Welle versetzt das Elektron in eine Schwingung. Der dadurch entstandene Hertzsche Dipol schwingt mit der gleichen Frequenz wie die einlaufende Welle und strahlt damit auch mit unveränderter Energie in den gesamten Raum ab. Bei dieser WW findet also keine Absorption von Energie statt, sondern nur eine Richtungsänderung.

Thomsonstreuung...

Der Wirkungsquerschnitt für Thomsonstreuung pro Elektron ist:

$$\sigma_{\text{Th}}^e = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 0,6652 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 = 0,6652 \text{ barn}$$

wobei r_0 der klassische Elektronenradius ist: $r_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m \cdot c^2} = 2,818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

Der Wirkungsquerschnitt ist anschaulich die wirksame Fläche für eine WW. Die Gesamtwahrscheinlichkeit ergibt sich dann aus dem Quotienten von wirksamer Fläche und Gesamtfläche. Der differentielle raumwinkelbezogene Wirkungsquerschnitt ist:

$$\frac{d\sigma_{\text{Th}}^e}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} (1 + \cos^2 \vartheta)$$

Für $\theta = 0$ und 180 Grad ist die Klammer 2, für 90 Grad 1. Demnach ist die Streuwahrscheinlichkeit in Vorwärts- bzw. Rückwärtsrichtung doppelt so groß wie senkrecht dazu (bezogen auf das einfallende Photon).

Klassische Streuung

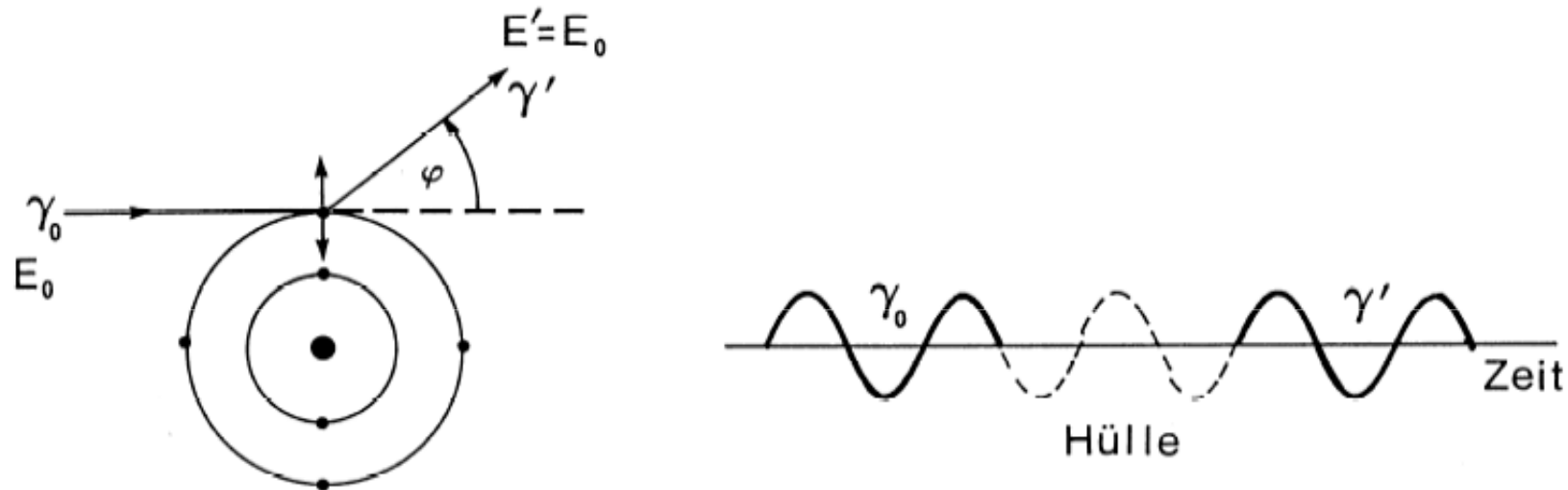


Fig. 4.10: Links: Schematische Darstellung des klassischen Streuvorganges an gebundenen Elektronen. Das primäre Photon regt die Elektronenhülle zu erzwungenen Schwingungen an. Das gestreute Photon hat zwar dieselbe Energie aber im allgemeinen eine andere Richtung als das primäre Photon. Rechts: Phasenbeziehung zwischen einlaufendem Photon γ_0 , Hüllenschwingung und gestreutem Photon γ' .

Klassische Streuung....

Für $Z > 1$ können die Hüllenelektronen zu kohärenten Schwingungen angeregt werden, wodurch es zu Interferenzen kommt, die durch den sogenannten Atomformfaktor berücksichtigt werden.

$$\frac{d\sigma_{\text{Th}}^e}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} (1 + \cos^2 \vartheta) \cdot F(q, Z)$$

Der Atomformfaktor F hängt von der Kernladungszahl Z und der Wahrscheinlichkeit ab, dass der Impuls q von den Elektronen aufgenommen werden kann. Daraus ergibt sich auch eine Abhängigkeit von der Photonenenergie.

(Bei der Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallgittern geht diese Größe dann in den Strukturfaktor über).

Klassische Streuung...

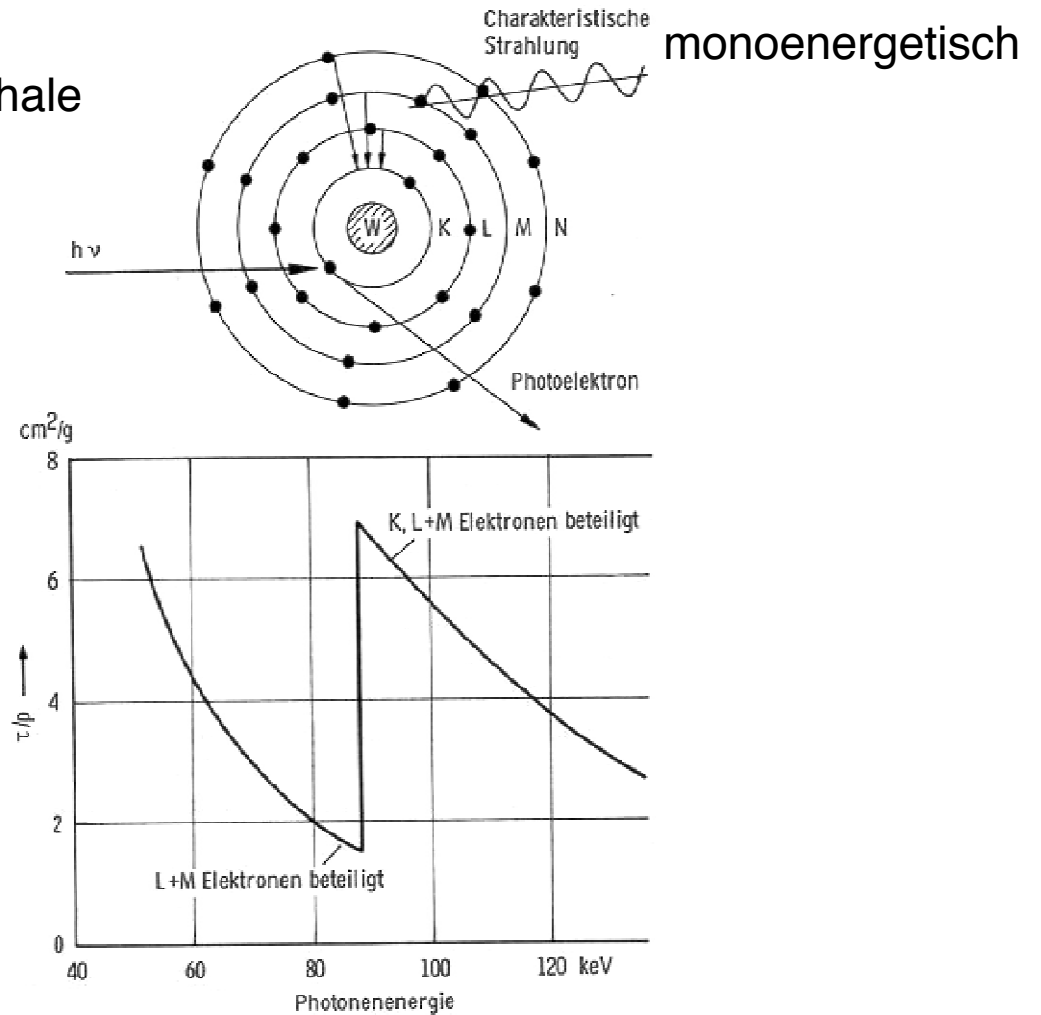
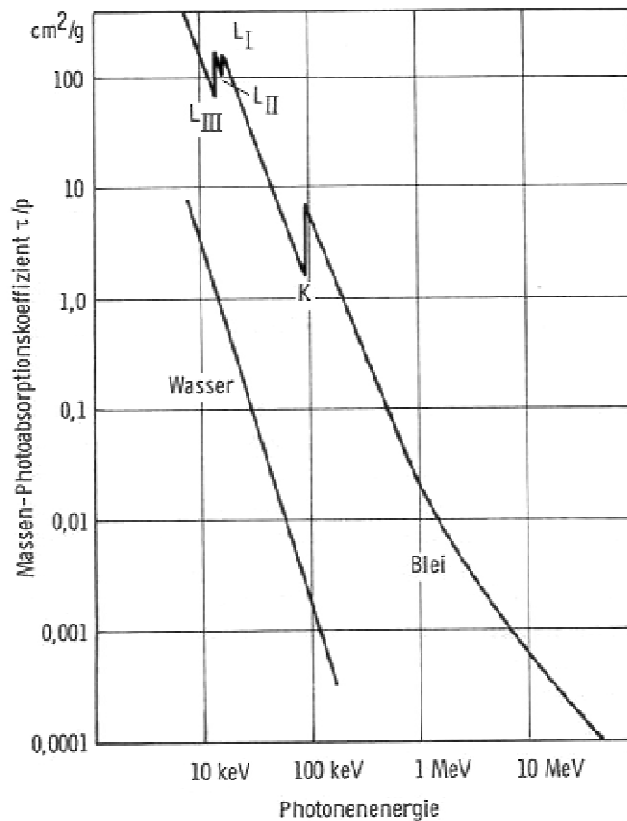
Folgende Abhängigkeiten von Energie und Ordnungszahl bestehen:

$$\sigma_{\text{coh}} \propto \frac{\rho \cdot Z^{2,5}}{A \cdot E_{\text{phot}}^2} \propto \rho_{\text{e,v}} \frac{Z^{1,5}}{E_{\text{phot}}^2}$$

Zusammenfassend: Kohärente oder klassische Streuung nimmt mit der Ordnungszahl stark zu und umgekehrt mit der Energie stark ab. Spielt also nur bei geringen Photonenenergien im keV-Bereich und auch dort nur bei hohem Z eine gewisse Rolle. Aber, kein Energieverlust und dadurch auch kein Beitrag zur Dosis, aber Streustrahlung durch Richtungsänderung. Letzteres führt zur Verschlechterung der Bildqualität in der Röntgendiagnostik. Kohärente Streuung wird häufig auch zur inkohärenten Compton-streuung hinzugerechnet.

Photoabsorption

Knick bei K Schale weil ab da nur noch M Schale

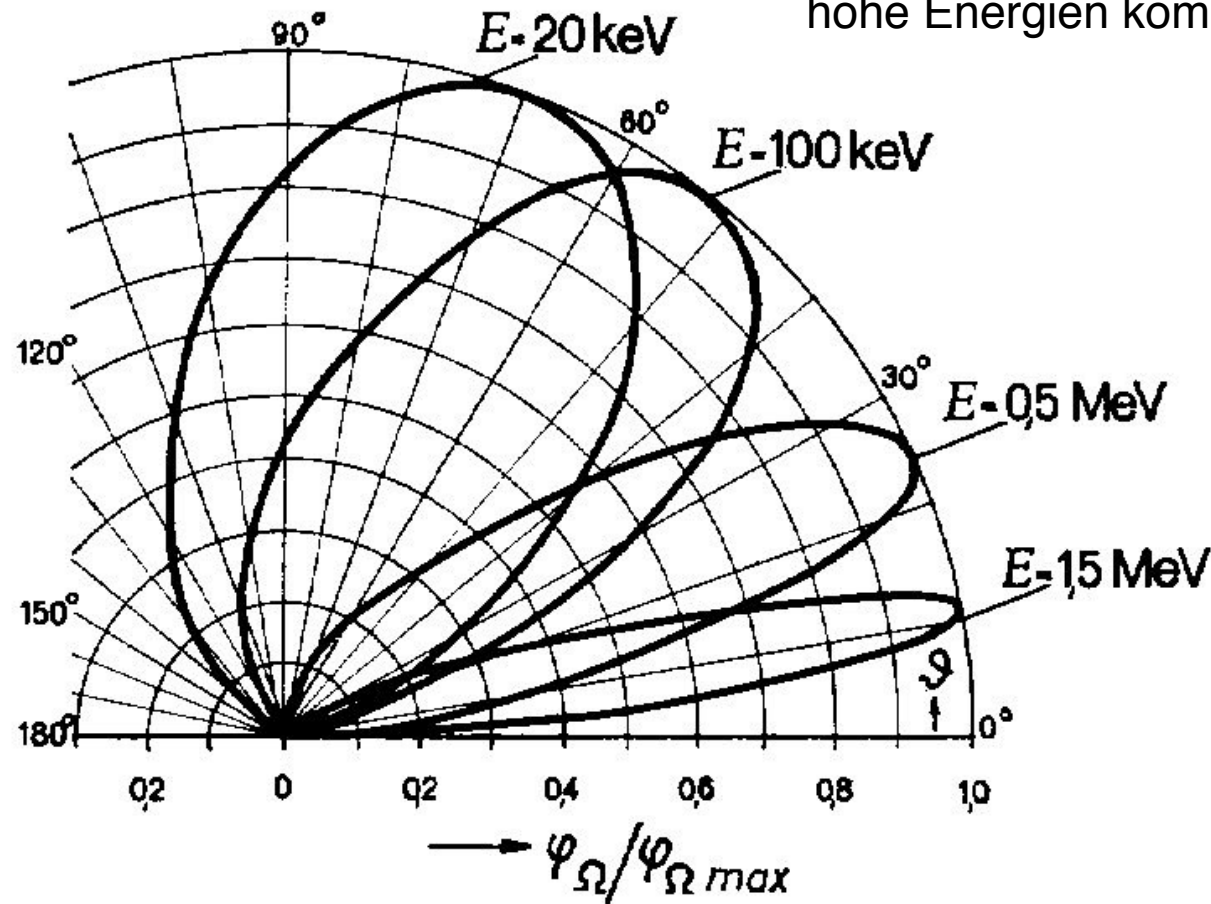


Elektronenreichweite in Wasser:

$\text{Mev}/2 \rightarrow \text{cm}$

Richtungsverteilung der Photoelektronen

spielt fast keine Rolle;
hohe Energien kommen sehr selten vor



Photoabsorption...

starke Abh. Z

Energiesatz:

$$h\nu = E_{\text{kin}} - E_{\text{bindung}}$$

Impulssatz nicht erfüllbar, auch schon aus Richtungsverteilung der Photoelektronen ersichtlich. Kern muss Impuls aufnehmen, daher Photoeffekt bevorzugt an stark gebundenen Elektronen.

Abhängigkeiten:

$$\sigma_p \propto \frac{\rho \cdot Z^{4-5}}{A \cdot E_{\text{phot}}^3} \propto \rho_{e,v} \frac{Z^{3-4}}{E_{\text{phot}}^3}$$

Comptonstreuung

Impulssatz:

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \vartheta + p \cos \varphi$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \vartheta - p \sin \varphi$$

Energiesatz: $h\nu_0 = h\nu' + T$

relativistisches Elektron: $pc = \sqrt{T(T + 2m_0c^2)}$

Eliminiert man T , p und φ $\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \vartheta) = \lambda_c (1 - \cos \vartheta)$

für $\vartheta = 0^\circ$ ist $\lambda' - \lambda_0 = 0$ Differenz der Wellenlänge
Vorwärtsrichtung

für $\vartheta = 90^\circ$ ist $\lambda' - \lambda_0 = \lambda_c$

für $\vartheta = 180^\circ$ ist $\lambda' - \lambda_0 = 2\lambda_c$ zurück gestreut $\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{m}$

Wellenlängenänderung unabhängig von λ_0

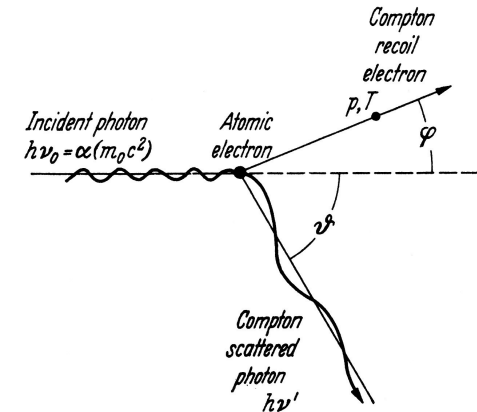


Fig. 9. Trajectories and nomenclature in the scattering plane for the incident photon $h\nu_0$, the scattered photon $h\nu'$, and the scattering electron which acquires momentum p and kinetic energy T .

Comptonsstreuung...

Das gilt aber nicht für die Frequenzänderung und damit auch nicht für die Energieänderung des Comptonstreuquants

$$d\nu = d\left(\frac{c}{\lambda}\right) = -\frac{c}{\lambda^2}d\lambda = -\frac{1}{c}v^2d\lambda \qquad h\nu' = \frac{m_0c^2}{1 - \cos\vartheta + \frac{1}{\alpha}}$$

Für $\alpha \gg 1$ und	$\theta = 180^\circ$	$h\nu' = 255 \text{ keV}$
$\alpha = \frac{\lambda_c}{\lambda}$	$\theta = 90^\circ$	$h\nu' = 511 \text{ keV}$
	$\theta = 60^\circ$	$h\nu' = 1022 \text{ keV}$

Energieshift Comptonstreuquanten

gestreutes Quant

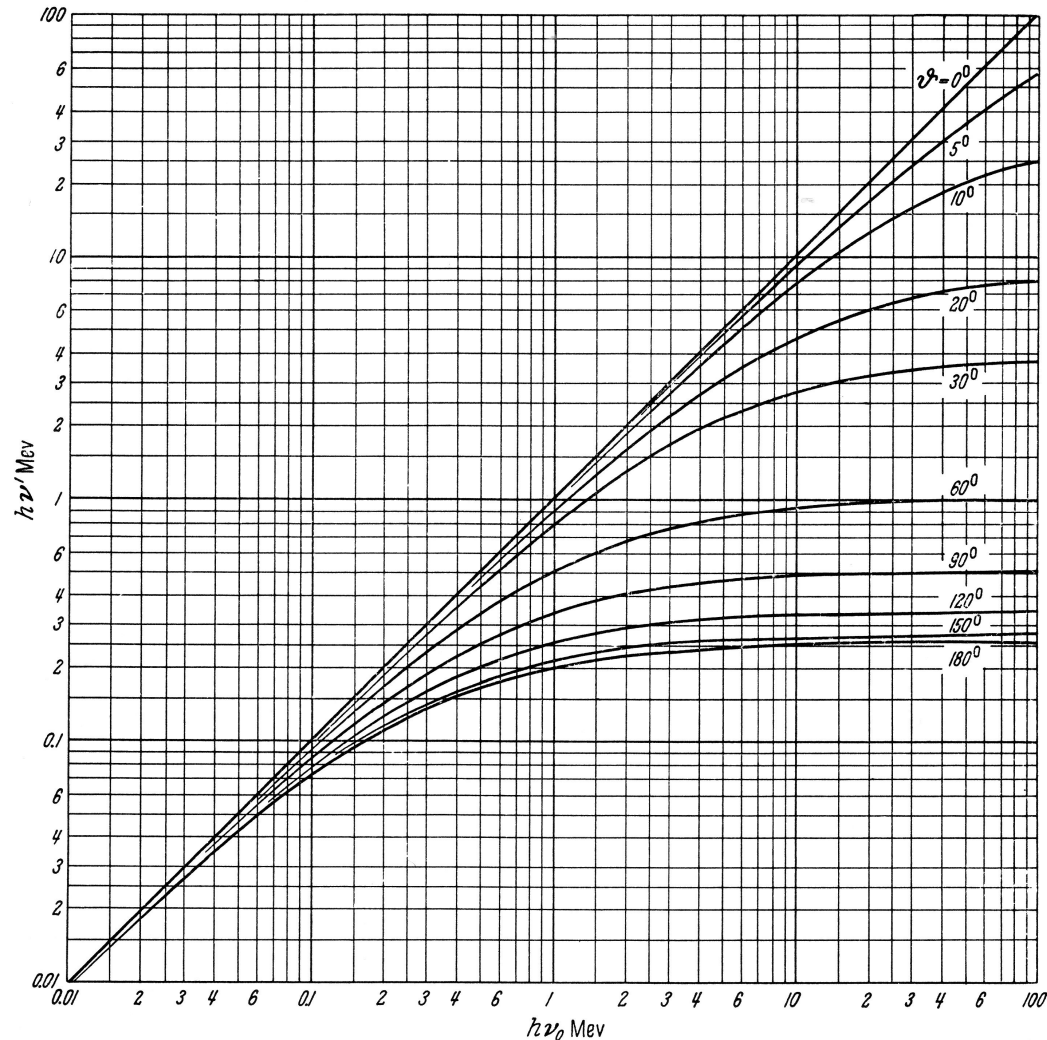
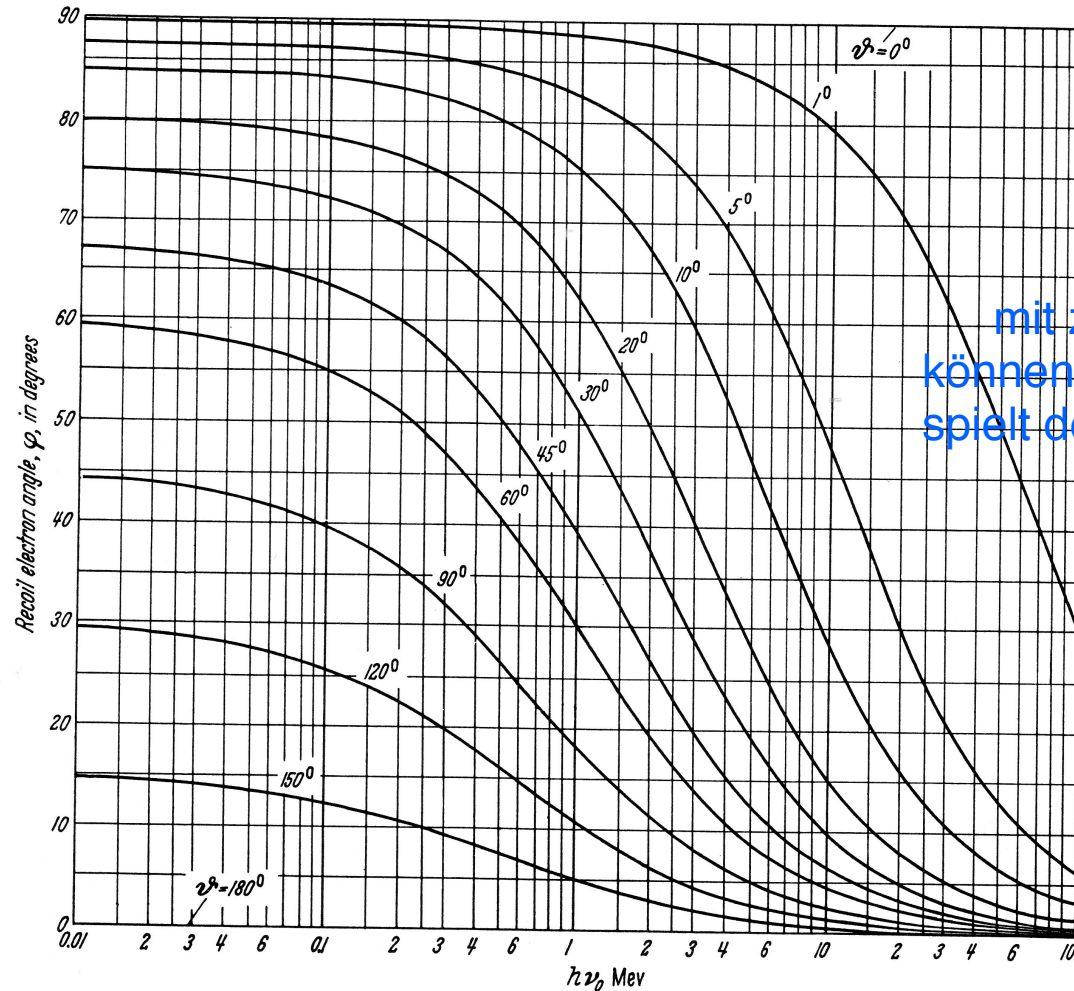


Fig. 10. Dependence of the energy $h\nu'$ of the scattered photon, from (8.5), on $h\nu_0$ and the photon-scattering angle θ .

einfallendes Quant

Medizinische Physik I Prof. Dr. G. Christ

Winkelverteilung Comptonelektronen



$$\cot \varphi = (1 + \alpha) \tan \frac{\vartheta}{2}$$

mit zunehmender Energie Vorwärtsrichtung
können auch mehr Photonenenergie abbekommen,
spielt deshalb eine Rolle, Streuung miteinbezogen

Fig. 11. Dependence of the recoil-electron angle φ on $h\nu_0$ and the photon-scattering angle ϑ , from (9.1).

Maximalenergie Comptonelektron

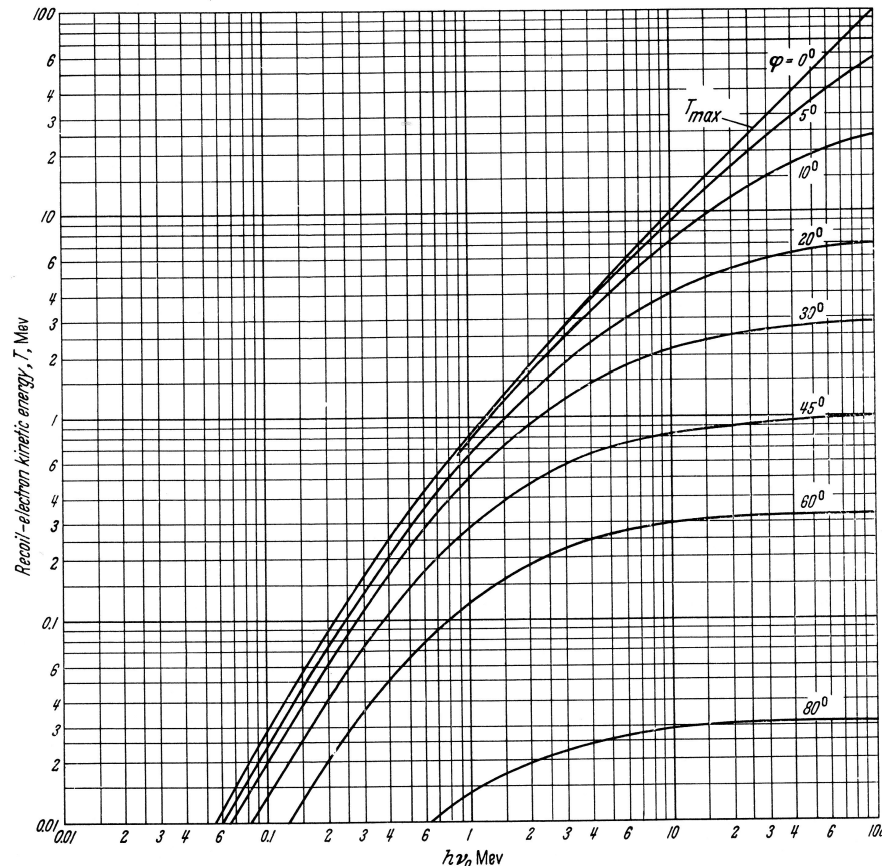


Fig. 12. Kinetic energy T of the recoil electron, projected at the angle φ .

$$T_{\max} = h\nu_0 - \frac{m_0 c^2}{2} \left[1 - \frac{1}{2\alpha} + \left(\frac{1}{2\alpha} \right)^2 - \dots \right]$$

Für $\alpha \gg 1$ gilt:

$$T_{\max} = h\nu_0 - 255 \text{ keV}$$

Comptonphoton zurück gestreut

Klein-Nishina 1929

Wirkungsquerschnitt pro Elektron:

Trefferfläche eines Elektrons für WW

$$\sigma_e = 2\pi r_0^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{\log(1+2\alpha)}{\alpha} \right] + \frac{\log(1+2\alpha)}{2\alpha} - \frac{(1+3\alpha)}{(1+2\alpha)^2} \right\} \frac{\text{cm}^2}{\text{Elektron}}$$

Ist nur eine Funktion von α und damit von der Energie des einfallenden Photons.

Obige Gleichung gibt die Gesamtwahrscheinlichkeit für einen Comptonprozess wieder, also den totalen Wirkungsquerschnitt. Gewichtet man den differentiellen Wirkungsquerschnitt mit der Energie des gestreuten Photons bzw. mit der Energie des Comptonelektrons, so kommt man zum Wirkungsquerschnitt der Streuung bzw. der Absorption. Die Summe aus beiden ergibt wiederum den totalen Wirkungsquerschnitt (nächste Abbildung).

Totaler, Streu- und Absorptions- Wirkungsquerschnitt

bei niederen Energien großer Anteil in Streuung
hohen Energien mehr Absorption

Flächengrößen

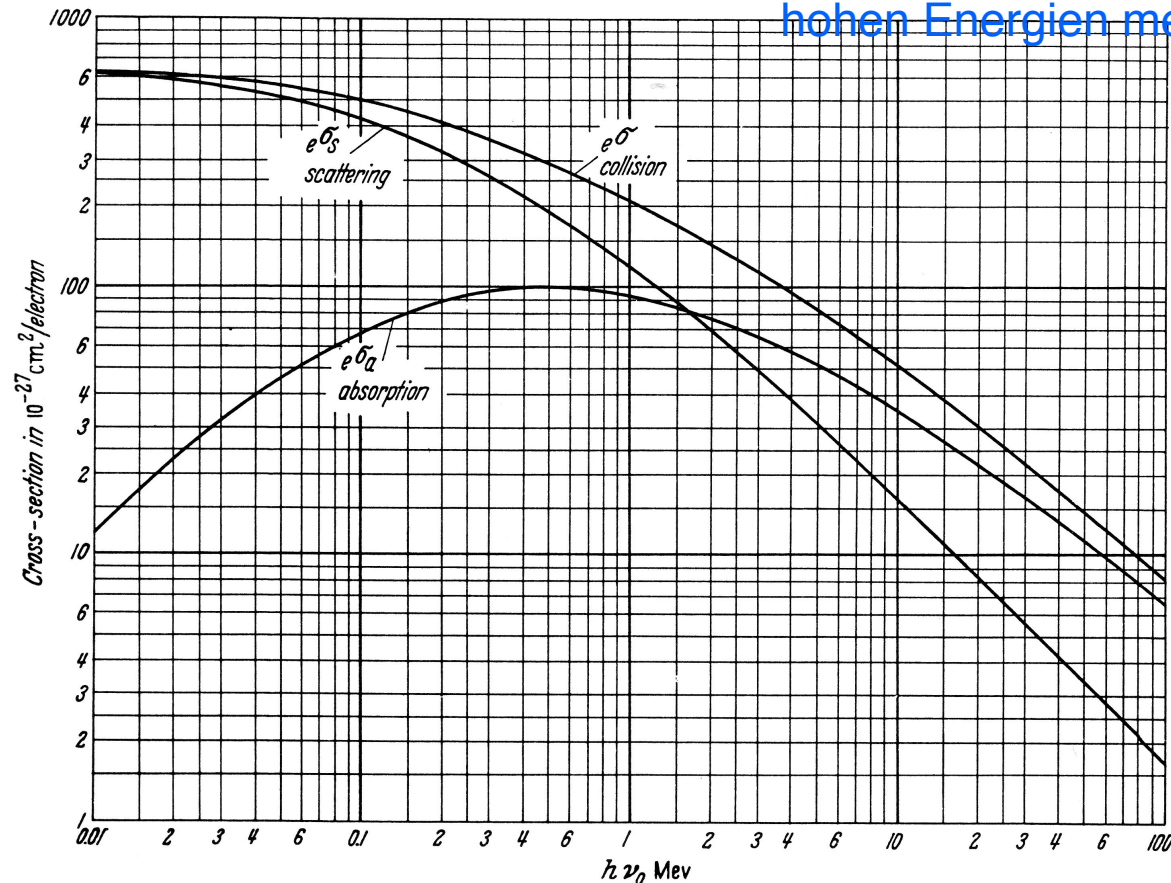


Fig. 27. Klein-Nishina cross sections for collision, scattering, and absorption, from Table 8.

Wirkungsquerschnitte...

Bei geringer Photonenenergie geht nahezu alles in die Streuung, hier geht Klein-Nishina auch in die Thomson-streuung über.

Mit zunehmender Energie wird immer mehr Energie auf das Comptonelektron übertragen, der Absorptions-WQ wird größer als der Streu-WQ.

Insgesamt sinkt aber die Wahrscheinlichkeit für Comptonprozess mit steigender Energie, daher ergibt sich ein Maximum der Absorption bei ca. 5 MeV Photonenenergie.

Richtungsverteilung Comptonstreuquanten

Strahlentherapie:
bei 15 MeV Ausbreitung geringer

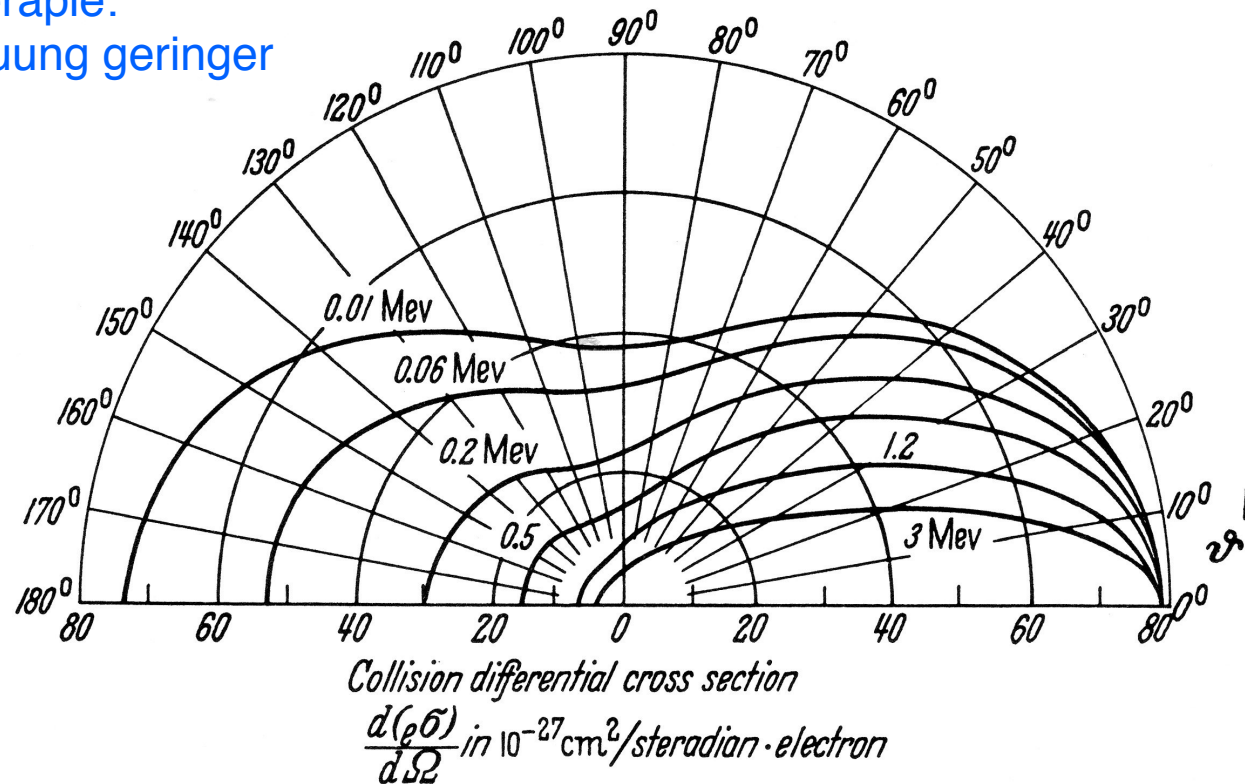


Fig. 17. Differential cross section for the *number* of photons scattered into unit solid angle, $d(\sigma)/d\Omega$, in $\text{cm}^2/\text{steradian} \times$ electron, at a mean scattering angle ϑ , by (15.2), at photon energies as marked on the curves.

Richtungsverteilung Comptonelektronen

große Energieübertragung auf Comptonelektronen eher selten

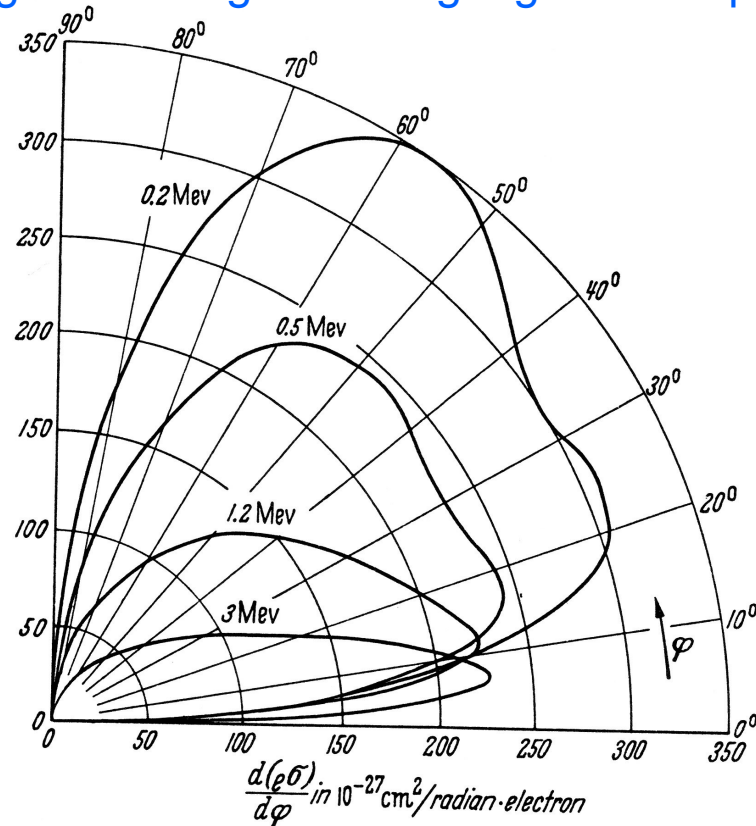


Fig. 21. Collision differential cross section as number-vs.-angle distribution of recoil electrons, $d(e\sigma)/d\varphi$, projected into the angular interval between φ and $\varphi + d\varphi$ radians, for the primary photon energies shown on the curves.

Elektronen können nur in den vorderen Halbraum gestreut werden. Mit zunehmender Photonenenergie nimmt auch hier die Vorwärtsorientierung zu.

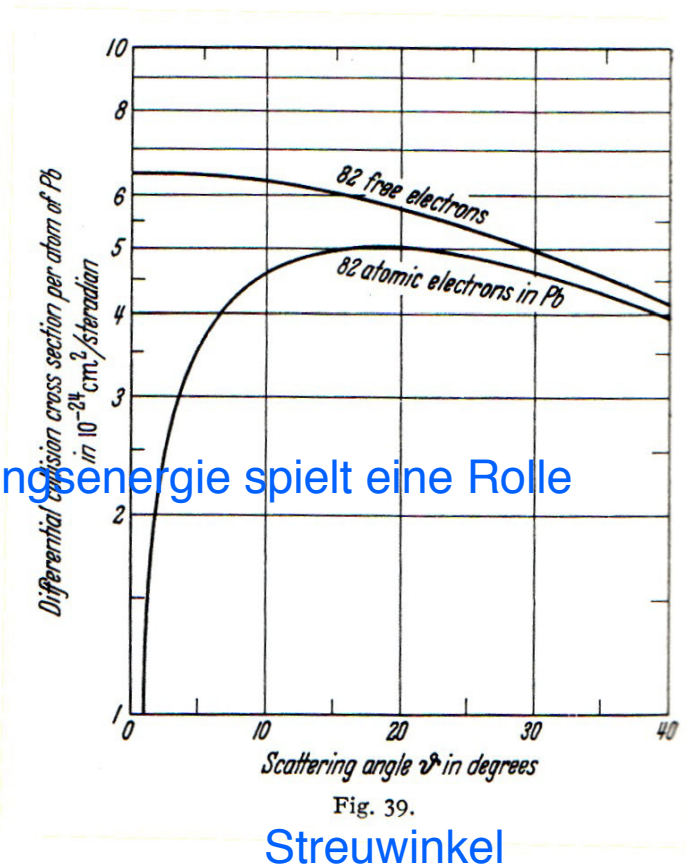
Parameter ist die Photonenenergie, die Energie der Elektronen ist dabei deutlich niedriger und damit ist auch deren Reichweite begrenzt. Nur in Vorwärtsrichtung erhalten die Elektronen den größten Teil der Photonenenergie.

Comptoneffekt bei gebundenen Elektronen

Klein-Nishina berechnet den WQ für ein freies Elektron. Für hohe Photonenergien darf man einfach mit der Elektronendichte multiplizieren.

Das Beispiel zeigt für 300 keV Photonen den Einfluss auf den differentiellen, raumwinkelbezogenen WQ, der bei kleinen Streuwinkeln am größten ist.

Bindungsenergie spielt eine Rolle



Zusammenfassung Comptoneffekt

Wichtigster Wechselwirkungsprozess über weite Energiebereiche. In der Regel dominant in der Röntgendiagnostik und in der Strahlentherapie

Abhängigkeit: $\sigma_{incoh} \propto \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\sqrt{E_{phot}}}$

Elektronendichte, fast keine Z Abh. außer bei sehr hohen Z spielt Bindungsenergie eine Rolle

- Also proportional zur volumenbezogenen Elektronendichte und damit weitgehend unabhängig von der Ordnungszahl.
- Für die meisten Elemente (niedriger Ordnungszahl) ist Z/A ca. 0,5. Ausnahme ist Wasserstoff mit einem Wert von 1.

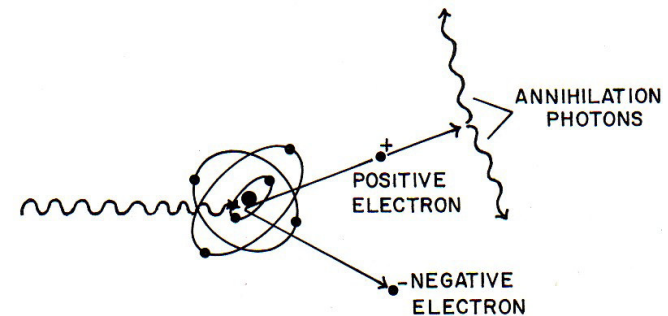
Positronen praktisch gleiche WW wie Elektronen nur Ablenkung am Kern in andere Richtung, man hat aber nur Positronen nur bei Paarbildung, kommen sonst nicht vor

Paarbildung

- Bei Photonen oberhalb 1,022 MeV kann im Coulombfeld der Kerne Paarbildung stattfinden

- Energiesatz:

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_{\text{kin}}^{\text{Elektron}} + E_{\text{kin}}^{\text{Positron}}$$



- Bei Energien oberhalb 2,044 MeV kann im Coulombfeld der Elektronen Triplettbildung stattfinden. (Wahrscheinlichkeit ist aber gegenüber der Paarbildung vernachlässigbar).

Paarbildung...

- Die Restenergie wird nicht auf Elektron und Positron gleich verteilt, sondern jedes Teilchen kann mit nahezu gleicher Wahrscheinlichkeit jede Energie bekommen, in der Summe aber natürlich nur die Restenergie.
- Abhängigkeit:
$$\sigma_{\kappa} \propto \rho \cdot \frac{Z^2}{A} \cdot \log E_{phot} = \rho_{e,V} \cdot Z \log E_{phot}$$
- Im Gegensatz zu Rayleighstreuung, Photoeffekt und Comptonstreuung steigt die Wahrscheinlichkeit mit zunehmender Energie der Photonen an.

Kernphotoeffekt

Jedes Nuklid besitzt eine charakteristische Energieschwelle für den Kernphotoeffekt, die in der Regel zwischen 6 und 10 MeV liegen. Sogenannte Riesenresonanzen treten bei leichten Kernen bei ca. 24 MeV auf und bei schweren Kernen bei ca. 12 MeV.

Dabei werden entweder ein Neutron(γ,n)-Prozess, ein Proton (γ,p)-Prozess oder auch mehrere Nukleonen aus dem Kern freigesetzt, was natürlich zu radioaktiven Nukliden (Aktivierung) führen kann.

Der Beitrag zum Massenschwächungskoeffizienten ist in der Regel vernachlässigbar. Allerdings treten bei hohen Ordnungszahlen und starken Photonenfeldern nicht unerhebliche Aktivierungen auf, so z.B. im Strahlerkopf eines Beschleunigers, der daher bei Demontage zum radioaktiven Sondermüll gehört. Auch die Luft wird aktiviert, weshalb bei Betrieb eines Beschleunigers ein 8-facher Luftwechsel pro Stunde vorgeschrieben ist.

Kernphotoeffekt (γ -n-Reaktion)...

Ausgangs-Nuklid	Schwell-energie MeV	Folge-Nuklid	Zerfall Folge-Nuklid	HWZ
H-2	2,18	H-1	stabil	-
C-12	10,6	C-11	β^+	20,5 min
O-16	15,7	O-15	β^+	122 s
N-14	10,6	N-13	β^+	10 min
Cu-65	9,9	Cu-64	β^+	12,9 h
Pb-207	8,1	Pb-206	stabil	-

Kernphotoeffekt (γ - p -Reaktion)...

Ausgangs-Nuklid	Schwell-energie MeV	Folge-Nuklid	Zerfall Folge-Nuklid	HWZ
C-12	16	B-11	stabil	-
O-16	12,1	N-15	stabil	-
N-14	15,3	C-13	stabil	-
Cu-65	7,4	Ni-64	stabil	-
Pb-207	7,5	Tl-206	β^-	4,3 min

Massenschwächungskoeffizient

Wasser

obere Kurve: total
 am Anfang steil nur Streuung
 sinkt weiter Compton
 steigt am Ende leicht wegen
 Paarbildung
 vorne: Rayleigh und Photoeffekt
 hinten: Paarbildung

an Patienten allg. geringe Ordnungszahlen:
 erst steiler dann schwächerer Abfall

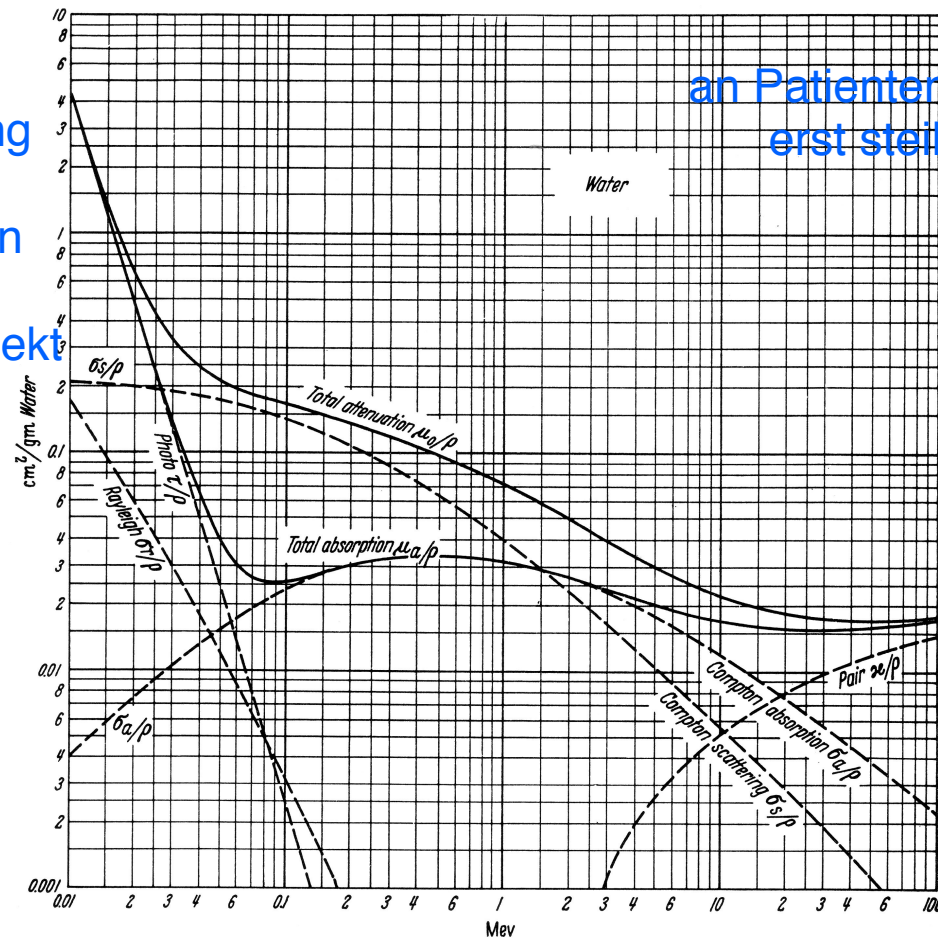


Fig. 30. Mass attenuation coefficients for photons in water. The individual curves have the same significance and were computed in the same way as in Fig. 29.

Massenschwächungskoeffizient Blei

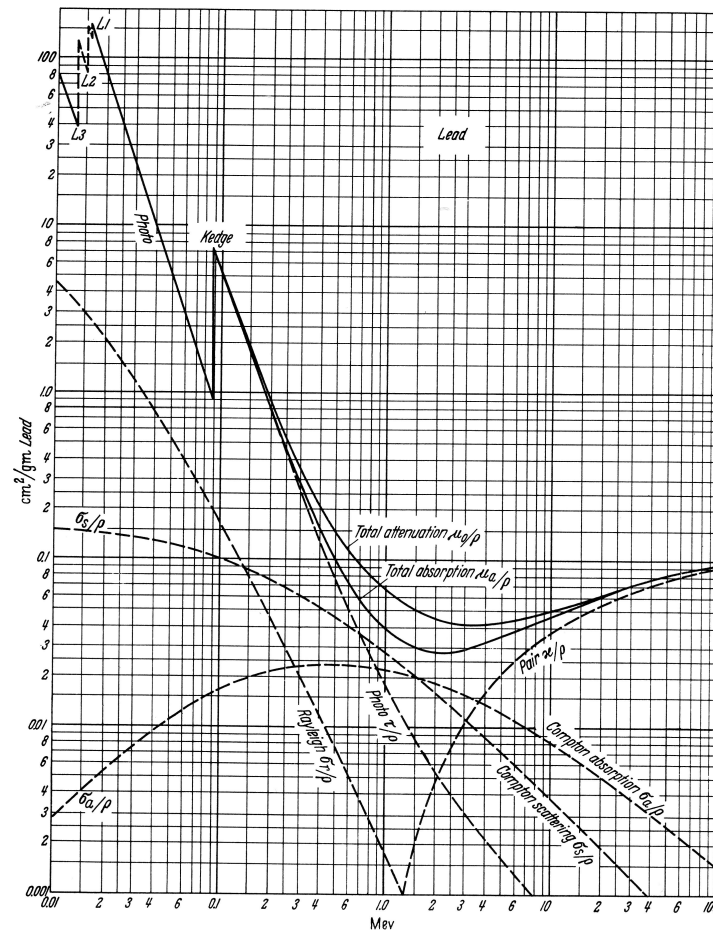


Fig. 34. Mass attenuation coefficients for photons in lead. The individual curves have the same significance and were computed in the same way as in Fig. 29. The corresponding linear coefficients for lead may be obtained using $\rho = 11.35 \text{ g/cm}^3 \text{ Pb}$.

Massen – Schwächungskoeffizient μ/ρ für Luft, Al, Cu und Pb

totale Schwächungskoeffizienten
Luft: niedriges Z usw.

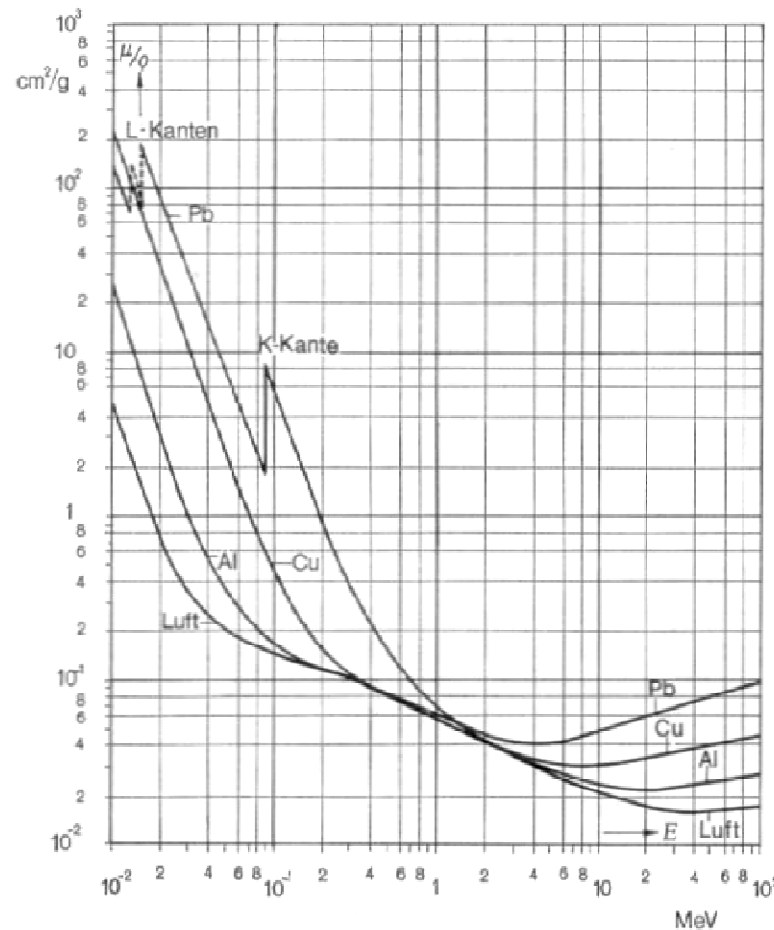
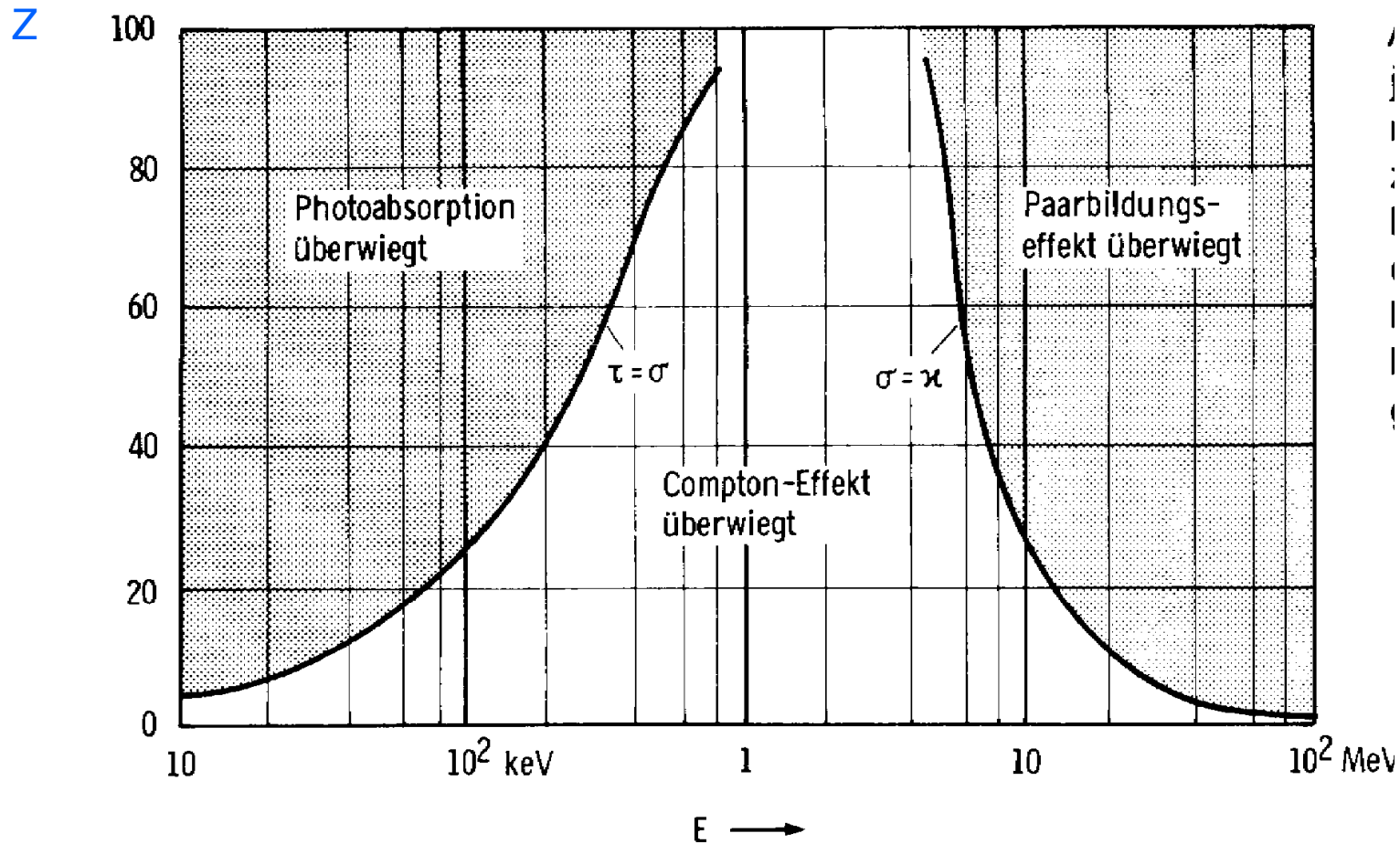


Abb. 6-18. Massen-Schwächungskoeffizient μ/ρ für Luft, Aluminium, Kupfer und Blei als Funktion der Photonenenergie E

Wechselwirkungen Photonen



Wechselwirkungen der Elektronen

Da geladene Teilchen Ruhemasse und Ladung besitzen, sind ihre WWen grundsätzlich von denen der Photonen verschieden. Es besteht nicht mehr nur eine bestimmte Wahrscheinlichkeit für eine WW, sondern sie „müssen“ wechselwirken. Daher gibt es eine definierte Reichweite, die von ihrer Energie und dem Absorbermaterial abhängig ist. Aufgrund ihrer geringen Masse und der Vielzahl an WWen erfahren die Elektronen eine starke Aufstreuung.

WW Elektronen...

	elastisch	inelastisch
Hüllen- elektron	Streuung an Hüllen- elektron bzw. Atom, vernachlässigbar für $E > 100 \text{ eV}$ (Möller, Mott)	Stoßwechsel- wirkung, Anregung oder Ionisation
Atom- kern	Coulombstreuung (Rutherford/Molière)	Bremsstrahlungs- erzeugung

Wichtig sind vor allem die beiden inelastischen Prozesse.

Darüberhinaus gibt es noch die Elektrodintegration, bei der das Elektron in den Kern eindringt und einen Kernprozess auslöst (spielt quantitativ aber keine Rolle) und die Cerenkov-Strahlung, die quantitativ ebenfalls vernachlässigt werden kann.

WW Elektronen...

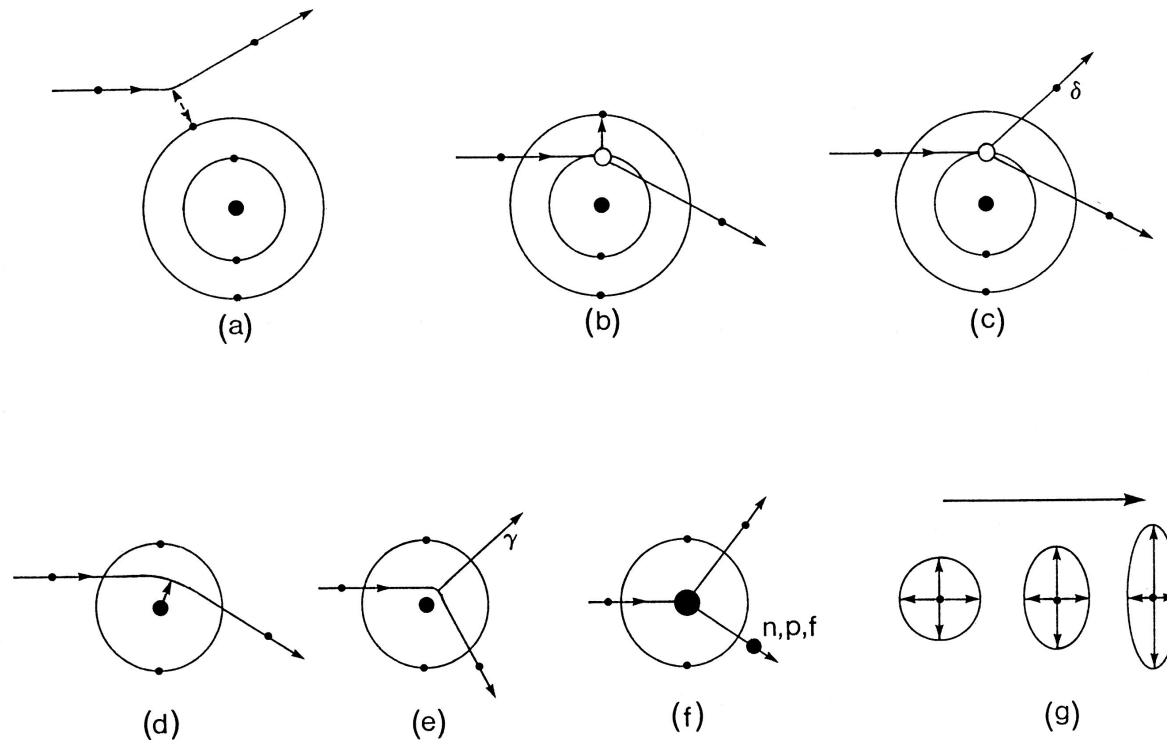


Fig. 5.1: Wechselwirkungen von Elektronen mit Materie. Oben: Hüllenwechselwirkungen (a: elastische Streuung, b: Anregung von Hüllenelektronen, c: Ionisation mit δ -Elektron). Unten: Wechselwirkungen mit dem Atomkern (d: elastische Coulombstreuung, e: inelastische Kernstreuung, Strahlungsbremmung, f: elektroneninduzierte Kernreaktionen). g: Verformung des elektrischen Feldes und Erhöhung des Wechselwirkungsradius mit zunehmender Geschwindigkeit des Elektrons (Lorentzkontraktion).

relativistische Massenzunahme

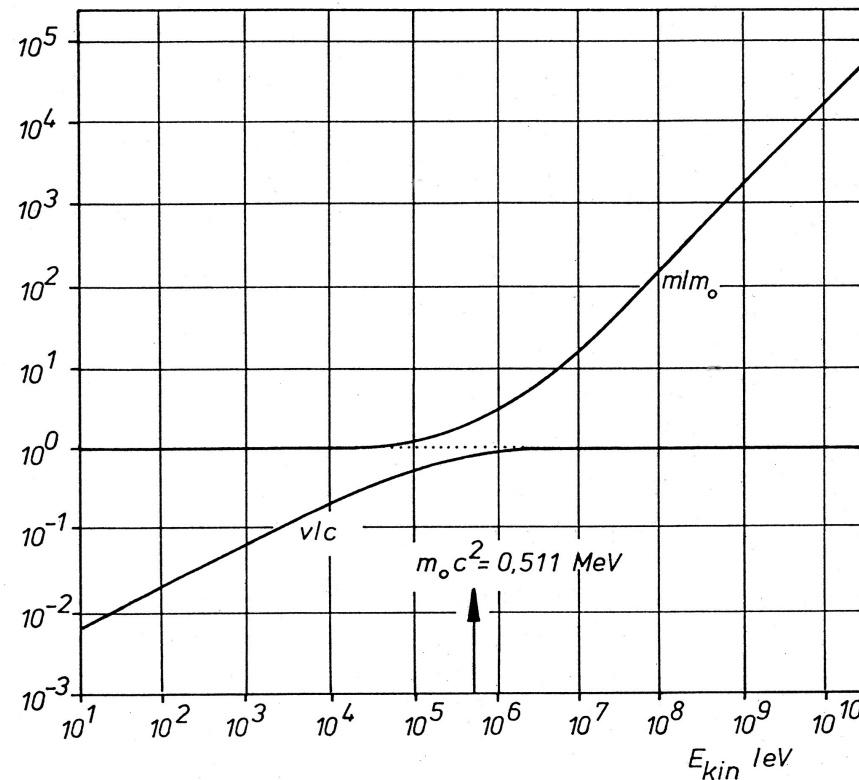


Fig. 1.1: Verlauf der relativen Geschwindigkeit und der relativen Masse von Elektronen als Funktion ihrer Bewegungsenergie (berechnet nach Gl. 1.7 sowie den Daten aus Tabelle 1.2). Aufgetragen sind die Verhältnisse der Gesamtmasse zur Ruhemasse und der Elektronengeschwindigkeit zur Vakuumlichtgeschwindigkeit über der Bewegungsenergie des Elektrons. Eine deutliche Zunahme des Massenverhältnisses findet erst ab etwa 100 keV statt. Bei 10 MeV Elektronenbewegungsenergie ist praktisch Lichtgeschwindigkeit erreicht. Ab dort bleibt die Elektronengeschwindigkeit konstant.

Wirkungsquerschnitt für inelastischen Stoß mit Hüllenelektron

$$\sigma_w dW = \frac{8\pi r_e^2 m_e c_0^2}{\beta^2} \left\{ \frac{1}{W^2} + \frac{1}{(E-W)^2} - \frac{1}{W(E-W)} \cdot \frac{m_e c_0^2 (2E + m_e c_0^2)}{(E + m_e c_0^2)^2} + \frac{1}{(E + m_e c_0^2)^2} \right\} dW$$

W = übertragene Energie an gestoßenes Elektron
(macht große Anzahl von Stößen bis Energie weg, jedes mal
Richtungsveränderung; max. Reichweite nur wenn Elektron
viel Bewegung in VWRichtung)

mit E – kinetische Energie des Elektrons

W – übertragene Energie

r_e – klassischer Elektronenradius

$\beta = v/c$

Stoßbremsvermögen

Bethe-Bloch Gleichung

$$-\frac{dE}{dx} = S_{\text{col}} = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} \rho \frac{N_A Z}{A} \left\{ \log \frac{E m_e c^2 \beta^2}{2I^2 (1-\beta^2)} + (1-\beta^2) - (1-\beta^2) \frac{2E + m_e c^2}{m_e c^2} \log 2 + \frac{1}{8} \frac{E}{E + m_e c^2} - \delta \right\}$$

Energieverlust pro Wegstrecke

- S_{col} – lineares Stoßbremsvermögen
- I – mittlere Anregungsenergie der Hüllenelektronen
- δ – Korrektur des Dichteeffektes

Division durch ρ ergibt den Energieverlust pro Massenbelegung bzw. das sogenannte Massenstoßbremsvermögen $(S/\rho)_{\text{col}}$

Dichteeffekt

Bei relativistischen Elektronen ist das E-Feld senkrecht zur Bewegungsrichtung elongiert. Dies führt zu einer verstärkten Polarisation der Umgebung, die für weiter entfernt liegende Elektronen eine Abschirmwirkung ergibt, so dass die WW mit weiter entfernten Elektronen reduziert wird.

Die Polarisation hängt aber von der Dichte des Materials ab, je dichter, um so mehr wird polarisiert. Letztlich führt dies zu einer Abnahme des Stoßbremsvermögens, die in dichteren Materialien stärker ausfällt als in Gasen. Der Dichteeffekt ist die wesentliche Ursache für die Energieabhängigkeit luftgefüllter Ionisationskammern.

Energie < 10keV Energie bleiben in Luft
„stecken“

Beschränktes Massenstoßbremsvermögen

Für die Dosimetrie wird das beschränkte Massenstoßbremsvermögen mit einer Abschneideenergie von typischerweise 10 keV eingeführt. Hierbei werden bei der Berechnung des Bremsvermögens nur diejenigen Elektronen berücksichtigt, deren Energie kleiner als 10 keV ist, weil nur sie zu einer lokalen Energiedeposition führen, während die sogenannten δ -Elektronen ihre Energie weiter weg transportieren und z.B. das Messvolumen einer Ionisationskammer wieder verlassen.

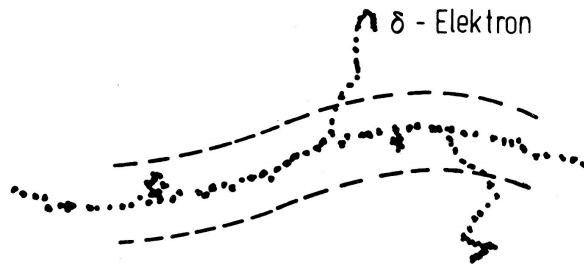


Fig. 3.13 Zur Erläuterung des Unterschieds zwischen dem linearen *Stoßbremsvermögen* S^{col} und dem linearen *beschränkten Stoßbremsvermögen* (*Energieübertragungsvermögen*) $S_A^{\text{col}} = L_A$: Man denke sich um die Bahn des Elektrons herum einen Schlauch (gestrichelt), dessen Radius etwa der mittleren Reichweite von δ -Elektronen mit der Startenergie A entspricht. L_A bezieht sich (näherungsweise) auf die je Wegstrecke des Primärteilchens innerhalb des Schlauches umgesetzte Energie (genauer: auf den Teil des Bremsvermögens, der die Energieübertragung auf δ -Elektronen mit Startenergien größer als A ausschließt). Zum unbeschränkten Stoßbremsvermögen S^{col} tragen δ -Elektronen beliebiger Startenergie bei

Strahlungsbremmung

Im Coulombfeld der Atomkerne oder der Elektronen (Wahrscheinlichkeit aber sehr viel geringer) entsteht aufgrund der Radialbeschleunigung der Elektronen Röntgenbremsstrahlung, deren Energie vom Stoßparameter (Abstand) abhängt. Die Grenzenergie entspricht der kinetischen Energie des Elektrons. Die abgestrahlte Energie wird der kinetischen Energie der Elektronen entnommen, so dass diese abgebremst werden, daher die Bezeichnung Röntgenbremsstrahlung.

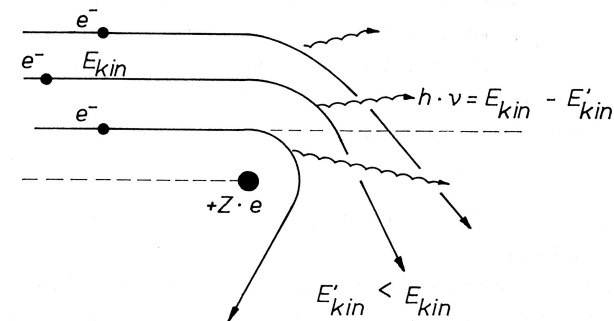


Fig. 5.2: Entstehung elektromagnetischer Strahlung bei der Strahlungsbremmung von Elektronen im elektrischen Feld eines Atomkerns der Ladung $Z \cdot e$. Die Differenz der kinetischen Elektronenenergien vor und nach der Ablenkung wird in Form sogenannter Bremsstrahlung ($h \cdot \nu$) emittiert. Der Energieverlust der Elektronen hängt vom Stoßparameter der einlaufenden Elektronen ab. Die wichtigste Anwendung dieser Art von Strahlungsbremmung ist die Erzeugung von Bremsstrahlung in der Röntgenröhre.

Differentieller Wirkungsquerschnitt nach Bethe und Heitler

$$\sigma_k dk = \frac{4r_e^2 Z^2}{137} \frac{dk}{k} \left\{ \left[1 + \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{U}{U_0} \right] \cdot \log 183 \cdot Z^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{9} \frac{U}{U_0} \right\}$$

Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung eines Bremsstrahlungsquants im Energiebereich zwischen k und $k+dk$. U_0 ist die Gesamtenergie des Elektrons vor dem Prozess und U danach, also $U=U_0 - k$

Näherung: Relativistische Elektronen, vollständige Abschirmung des Kernfeldes durch die Elektronenhülle.

Energieflussdichte der Bremsstrahlung

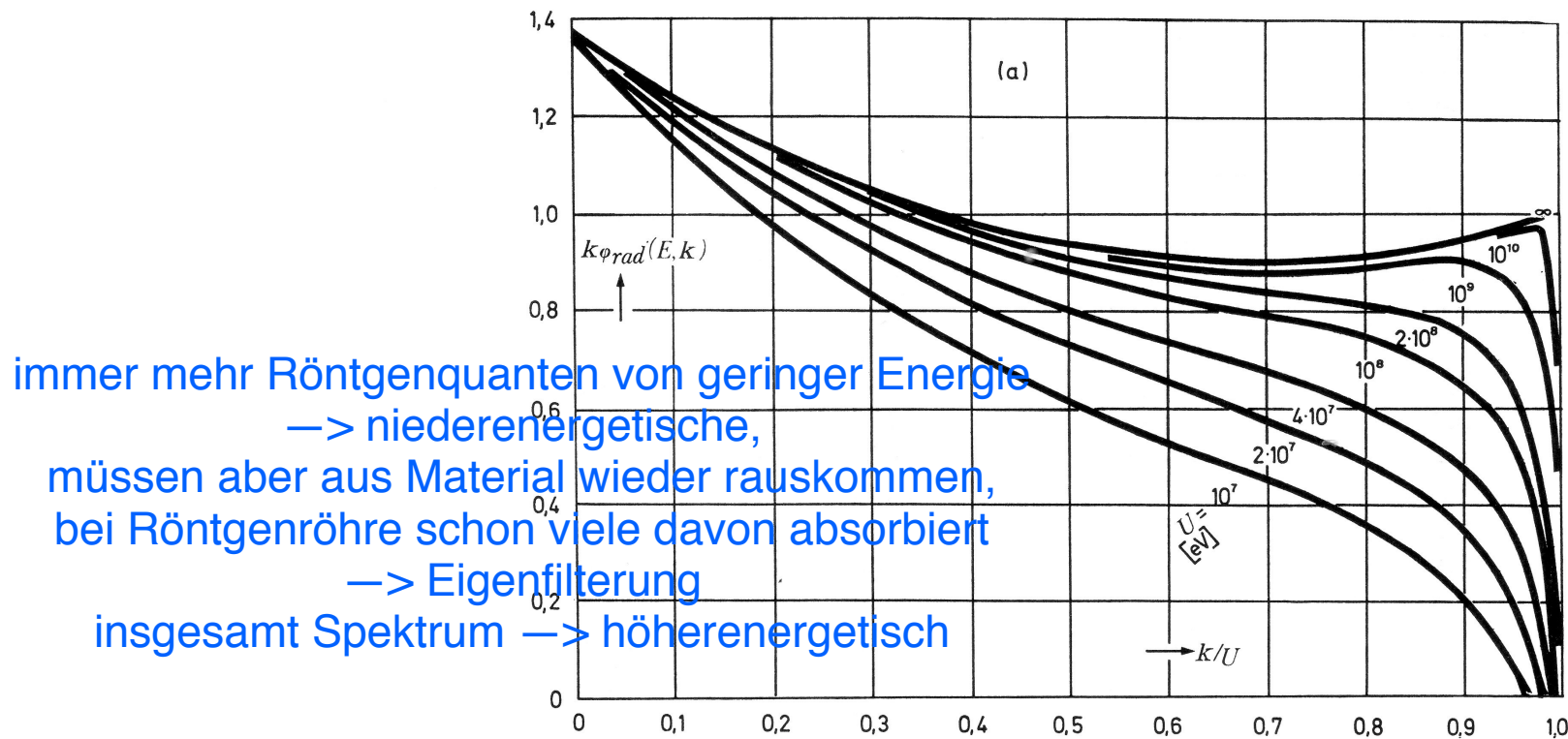


Abb. 5–7. Spektrum der Bremsstrahlung schneller Elektronen in Luft (a) und in Blei (b) nach Rossi [236]. Parameter: Gesamtenergie $U = m c_0^2$ des Elektrons. Abszisse: Verhältnis der Quantenenergie k zur Gesamtenergie U des Elektrons. Ordinate: Mit k multiplizierte Anzahl der Quanten pro Energieintervall für $x = X_0$ (Schichtdicke x gleich Strahlungslänge X_0)

Strahlungsbremsvermögen

$$-\frac{dE}{dx} = S_{rad} = \frac{4r_e^2 Z^2}{137} \frac{N_A}{A} U_0 \left(\log 183 \cdot Z^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{18} \right)$$

Energieverlust durch Strahlungsbremsung also proportional
zu Z^2 und U_0

Abschirmung Elektronen niedrig Z, damit wenig Bremsstrahlung
muss aber dick genug sein, damit es nicht „durchfliegt“, oder Schichten: niedrig, mittel, hohes Z

Massenstoß- und Massenstrahlungs-Bremsvermögen

Energieverlust der Elektronen durch Stoßbremsung,
oberhalb 1 MeV kontinuierlicher Energieverlust
niedere Z stärkere Schwächung (Abfall) Beginn

Ordinate:

Massenbremsvermögen S/ρ

Einheit: $\frac{\text{MeV}}{\text{cm} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{\text{MeV} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}}$

Näherungsformel:

$$\frac{S_{\text{rad}}}{S_{\text{col}}} = \frac{E \cdot Z}{800}$$

Schnittpunkt: Strahlungsbremsung und Stoßbremsung

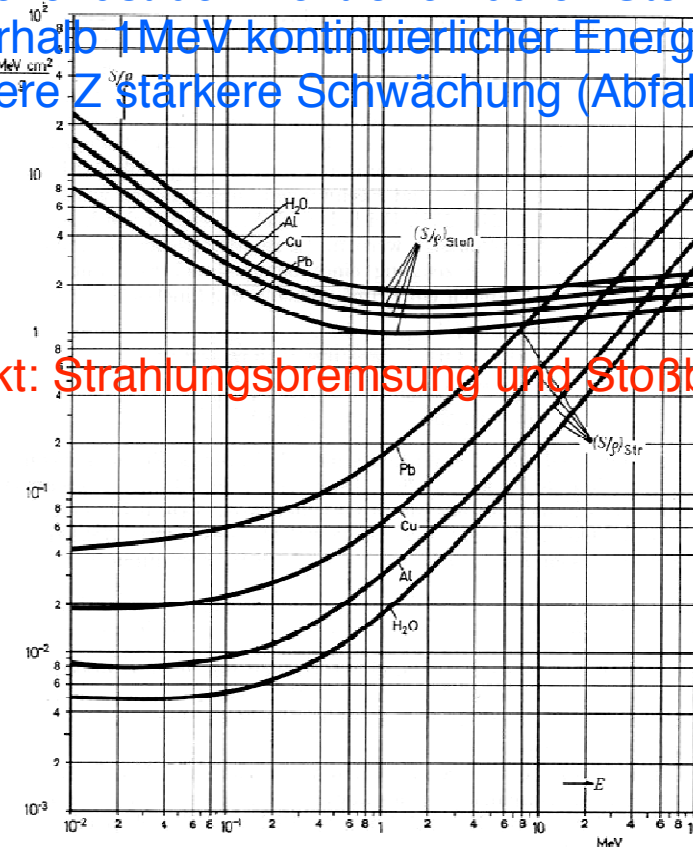


Abb. 5-6. Massen-Stoßbremsvermögen $(S/\rho)_{\text{Stoß}}$ und Massen-Strahlungsbremsvermögen $(S/\rho)_{\text{Str}}$ für Elektronen in Wasser, Aluminium, Kupfer und Blei als Funktion der kinetischen Energie E nach BERGER u. SELTZER [24, 26]

Richtungsverteilung der Bremsstrahlung

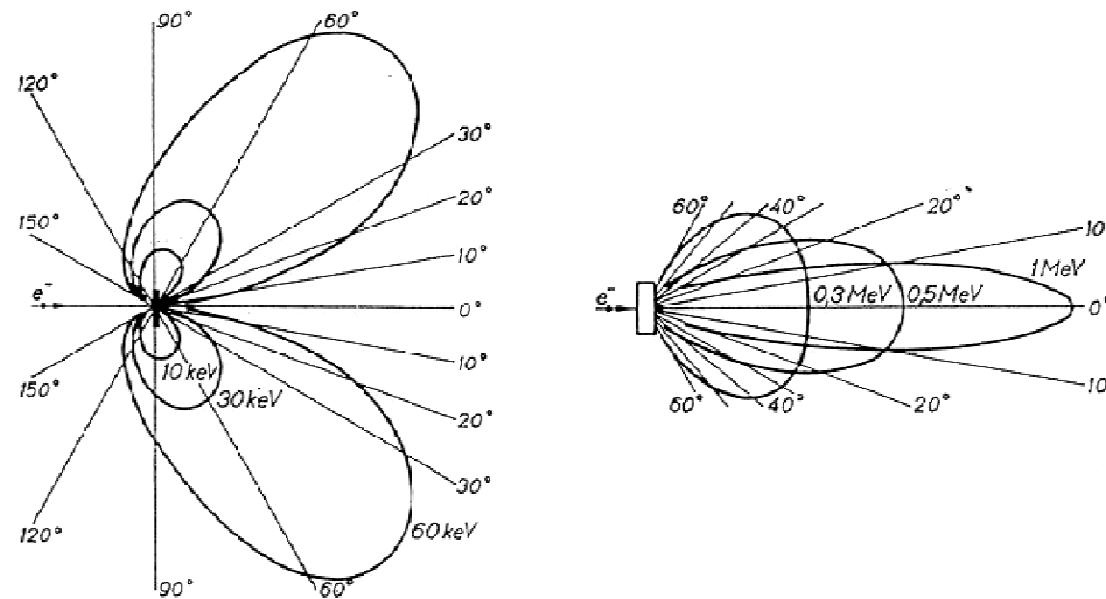


Fig. 5,3: Winkelverteilungen (Polardiagramme) der Bremsstrahlungsphotonen bei der Strahlungsbremung von Elektronen in hochatomigen Bremstargets (Wolfram, $Z = 74$) als Funktion der Elektronenenergie. Links: Für ein dünnes Bremstarget und niedrige Elektronenenergien zeigt die Intensität der emittierten Röntgenbremsstrahlung seitliche Maxima. Die Verteilungen entsprechen etwa dem Strahlungsfeld eines strahlenden Dipols. Mit zunehmender Energie werden die Intensitätsmaxima in Strahlrichtung verschoben. Rechts: In dicken Bremstargets kommt es zur Diffusion der Elektronen und zu Mehrfachwechselwirkungen. Die Intensitätsverteilungen der Bremsstrahlungsphotonen werden deshalb isotroper. Bei hohen Elektronenenergien zeigen die Intensitätsmaxima zunehmend in Vorwärtsrichtung.

Aufstreuung von Elektronen

Ursache für die Aufstreuung von Elektronen sind vor allem die Coulombstreuung am Kern, die Bremsstrahlungserzeugung und zahlreiche inelastische Stöße mit den Hüllenelektronen. Unser Interesse gilt der Vielfachstreuung (mehr als 20 Einzelstreuungsprozesse). Die Richtungsverteilung der Elektronen geht dabei in eine Gaußverteilung nach folgender Gleichung über:

$$W(\theta) = W(0) \cdot e^{-\frac{\theta^2}{\overline{\theta^2}}}$$

$\overline{\theta^2}[\text{sr}^2]$ ist das mittlere Streuwinkelquadrat, welches von der Elektronenenergie, dem Absorbermaterial und der Tiefe im Material abhängig ist. Ist der Raumwinkel gleich der Wurzel aus dem mittleren Streuwinkelquadrat, so ist die Wahrscheinlichkeit gegenüber der ursprünglichen Richtung auf ein e⁻tel abgesunken.

Aufstreuung der Elektronen

durch Stoßwechselwirkungen

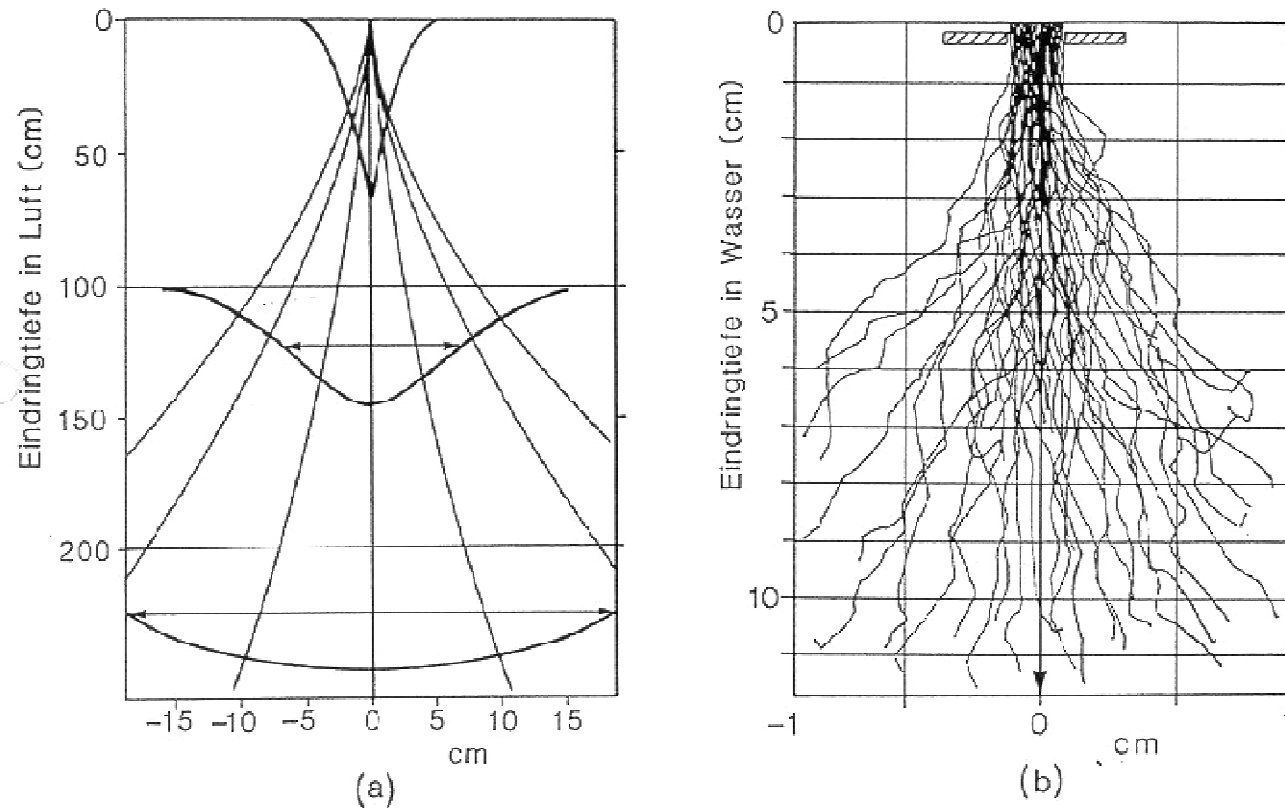


Fig. 5.8: (a): Seitliche Teilchenfluenz eines Elektronenstrahlenbündels in Luft (mit eingezeichneten Trajektorien, schematisch). (b): Bahnspuren von 11-MeV-Elektronen in Wasser (gezeichnet nach Nebelkammeraufnahme in flüssigem Propan, korrigiert auf die Reichweite in Wasser).

Blasenkammeraufnahme

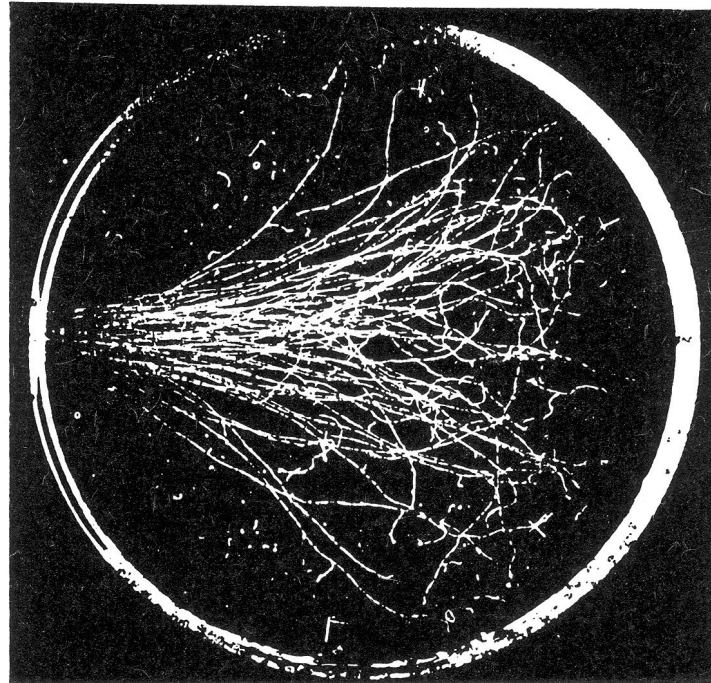


Fig. 7.9 Blasenkammeraufnahme eines Elektronenstrahles mit der Anfangsenergie 9,3 MeV (nach Harder u. a. (1961))

mittleres Streuwinkelquadrat

= Aufstreuung in einem Absorber

vollständige Diffusion → findet keine Aufstreuung mehr statt

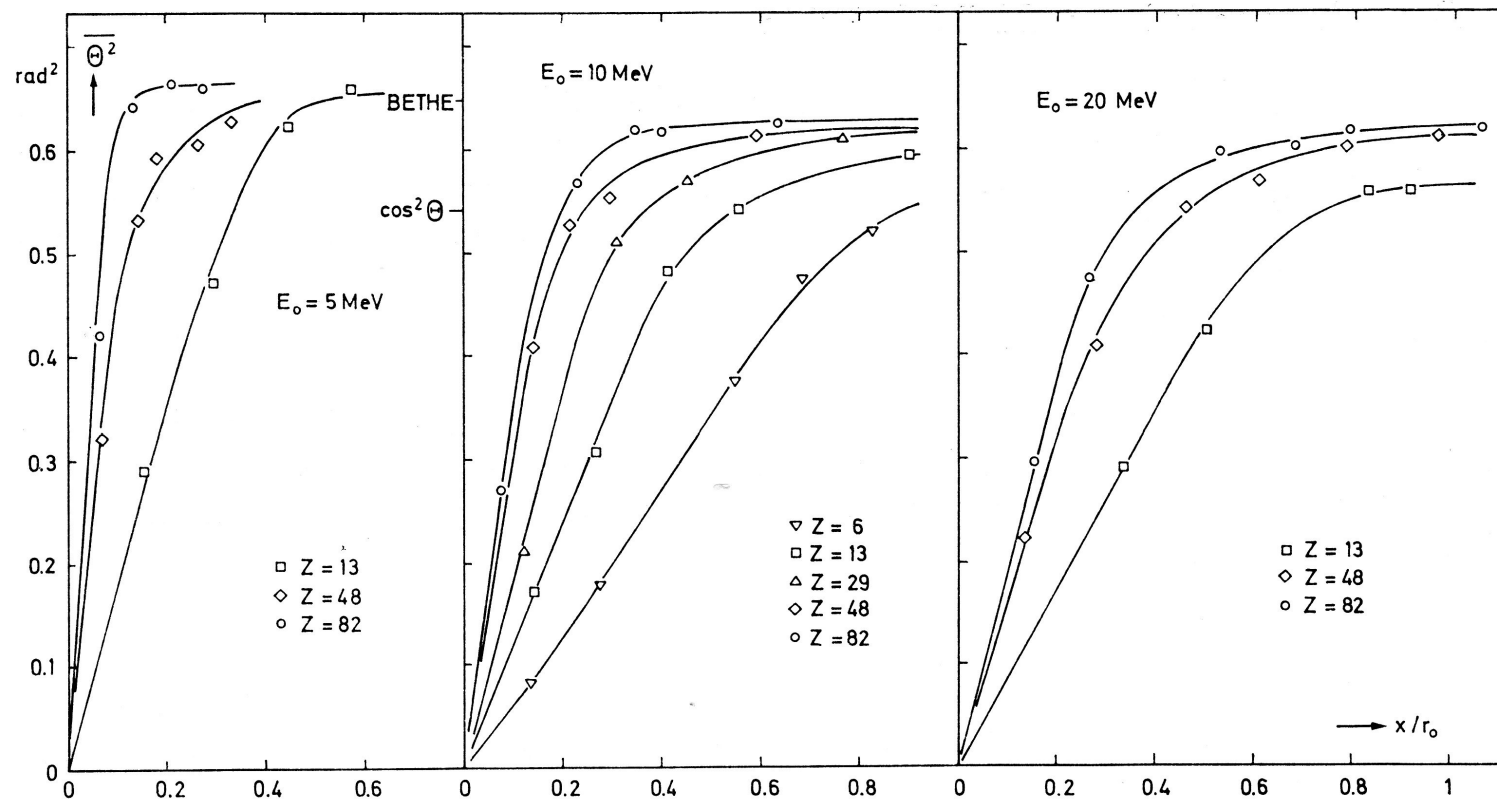


Abb. 5–8. Verlauf des mittleren Streuwinkelquadrats $\overline{\Theta^2}$ mit der Schichtdicke nach Messungen von HARDER, DREPPER, ROOS und SCHULZ [131]. Abszisse: Verhältnis der Schichtdicke x zur mittleren Bahnlänge r_0 (s. Abschn. 5.2.4.1). Die nach BETHE, ROSE und SMITH [35] sowie nach einer $\cos^2 \Theta$ -Winkelverteilung erwarteten Grenzwerte sind eingetragen

Tiefendosisverlauf Elektronen

Fig. 7.12

Parameter zur Beschreibung der Tiefendosisverteilung (hier der Tiefen-Ionendosis-Verteilung zur Festlegung der Energieparameter, vgl. 8.4.2) von Elektronen längs der Achse des Nutzstrahlenbündels

$J_{\max}$ Ionendosis im Maximum; J_x Ionendosisbeitrag des Photonenuntergrunds in der Tiefe von R_p ; R_p praktische Reichweite; $R_{\max}$ maximale Reichweite; R_{100} und R_{50} Tiefen bei den relativen Ionendosen 100% und 50%

In der Strahlentherapie benutzt man meistens Tiefen-Energiedosiswerte. R'_{85} und R_{85} bei der relativen Dosis 85% sind erst dann als Grenzen des *therapeutischen Tiefenbereiches* anzusehen, wenn die gemessenen Tiefen-Ionendosiswerte in Tiefen-Energiedosiswerte umgerechnet wurden. Die Unterschiede betragen bis zu einigen Prozent (s. IAEA 277 (1987) Table IV) und sind im allg. bedeutungslos

