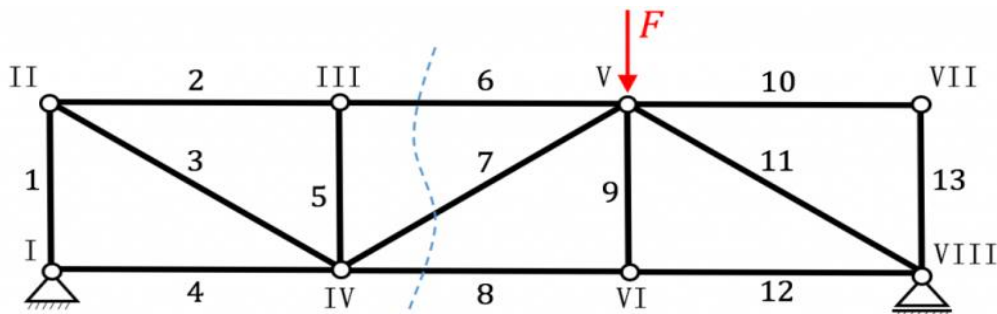




① Statische Bestimmtheit

1.1 Fachwerk-Formel

$$f = 2k - (r + s)$$

1.2 Polplan (✓ Statische Bestimmtheit – Rezept)

Loslager ist Geometrischer Ort, Linie darf nicht durch (Festlager-) Pol laufen

② Bildungsgesetze prüfen (✓ Statik)

2.1 Wenn nur Dreiecke – stabil. Schraffieren!

2.2 Wurden zwei nicht benachbarte Knoten zu einem „Dreieck“ zusammengeführt, ist es auch noch stabil, so lange keine Stäbe gekreuzt werden.

2.3 Zwei stabile Systeme verbunden über Knoten+Stab, über 3 nicht parallele Stäbe, über Knoten und Festlager

③ Lagerkräfte Bestimmen

3.1 Punkt mit max. 2 Unbekannten wählen
 $\sum F_x = 0: A_x = 0$ → Im Ursprungsbild streichen

3.2 Um Punkt drehen an dem die meisten Kräfte entfallen

$$\sum M_x = 0: F \cdot 4a = B_y \cdot 6a$$

$$B_y = (4Fa)/(6a) = 2/3 \cdot F$$

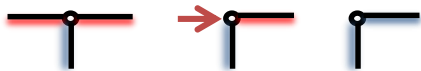
3.3 Nun das übrige Gleichgewicht erstellen

$$\sum F_y = 0: A_y + B_y - F = 0$$

$$A_y = -2/3 \cdot F + F = 1/3 \cdot F$$

④ Nullstäbe bestimmen

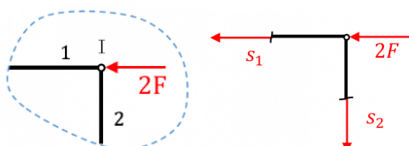
Wenn in ③ etwas = 0, resultierende Nullstäbe vermerken



⑤ Rechnerischer Knotenpunkt

(bei belasteten Knoten) Start: max 2 Unbekannte

5.1 Lageplan erstellen, alle auf Zug



5.2 Gleichgewichtsbedingungen aufstellen

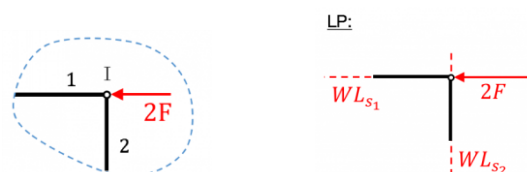
$$\leftarrow : s_1 + 2F = 0 \Leftrightarrow s_1 = -2F \text{ (Druckstab)}$$

$$\downarrow : s_2 = 0$$

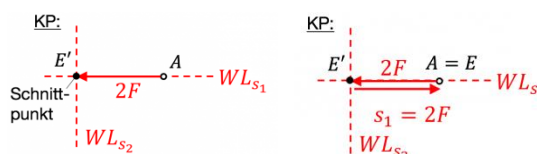
⑥ Zeichnerischer Knotenpunkt

Start bei Knoten mit max 2 Unbekannten

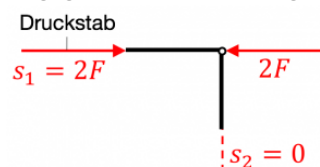
6.1 Für diesen Knoten wird ein Lageplan erstellt, in denen die wirkende Kraft, sowie die Wirkungs-linien der zu ermittelnden Stabkraft eingezeichnet werden



6.2 Dann wird ein Kräfteplan erstellt, in dem die Kräfte maßstabsgetreu eingetragen und zu einer Schlaufe A=E zusammengefügt werden.



6.3 Die Unbekannten Kräfte dann maßstabs- und Orientierungsgetreu in LP übertragen



⑦ Ritterschnitt

7.1 Geschnitten werden können immer 3 Stäbe, von denen 2 einen Knoten teilen

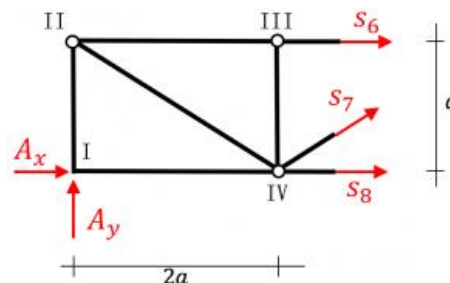
7.2 Das Teilsystem mit weniger Kräften wählen

7.3 Alle Stabkräfte auf Zug eintragen

7.4 Um kritischen Knoten drehen

$$\curvearrowright IV : s_6 \cdot a + A_y \cdot a = 0 \Leftrightarrow s_6 = -A_y = -\frac{1}{3}F \text{ (D)}$$

7.5 Wenn eine Stabkraft negativ ist Orientierung auf Druckstab ändern.



① Notwendige Bedingung

f=0 starr, sofern kein Ausnahmefall f>0 verschieblich

1.1 Bei Systemen

$$f = 3n - (r + z)$$

1.2 Bei Fachwerken

$$f = 2k - (r + s)$$

② Hinreichende Bedingung

2.1 Bei Systemen

Polplan ($\setminus 3$)

2.2 Bei Fachwerken

Bildungsgesetze ($\setminus 5$) & Polplan ($\setminus 3$)

③ Polplan

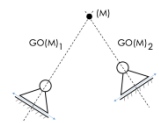
Festlager ist immer Pol



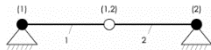
Durch Loslager wird Geometrischer Ort gezogen



Schnittpunkt geometrischer Orte ergibt Pol



Mehrteilige Systeme sind verschiebbar, wenn Pole auf einer Linie liegen

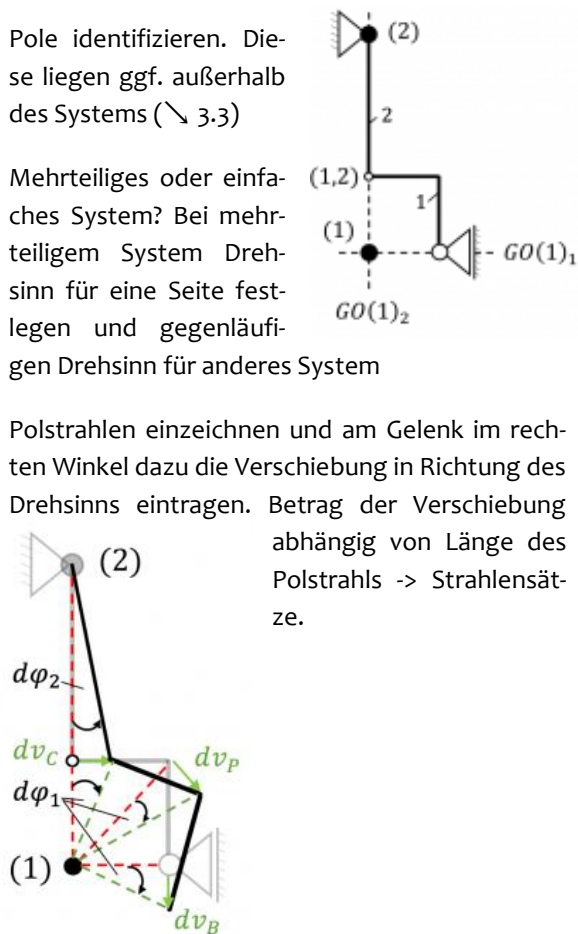


④ Verschiebungsfigur

Pole identifizieren. Diese liegen ggf. außerhalb des Systems ($\setminus 3,3$)

Mehrteiliges oder einfaches System? Bei mehrteiligem System Drehsinn für eine Seite festlegen und gegenläufigen Drehsinn für anderes System

Polstrahlen einzeichnen und am Gelenk im rechten Winkel dazu die Verschiebung in Richtung des Drehsinns eintragen. Betrag der Verschiebung abhängig von Länge des Polstrahls -> Strahlensätze.

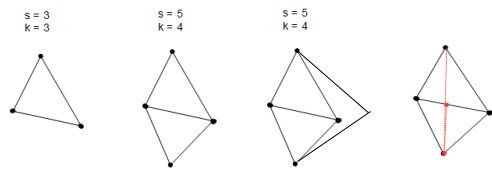


⑤ Bildungsgesetze

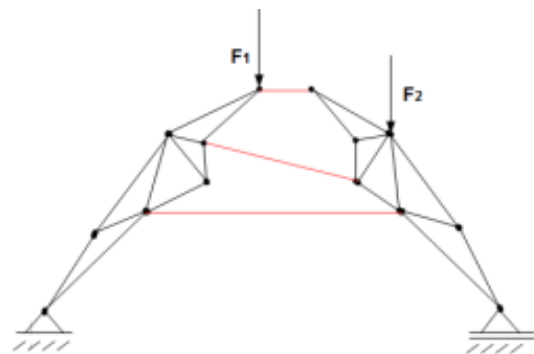
5.1 Wenn nur Dreiecke – stabil. Schraffieren!

5.2 Wurden zwei nicht benachbarte Knoten zu einem „Dreieck“ zusammengeführt, ist es auch noch stabil, so lange keine Stäbe gekreuzt werden.

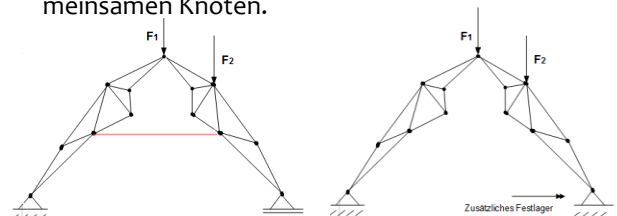
5.3 Keine zwei Stäbe auf einer Geraden



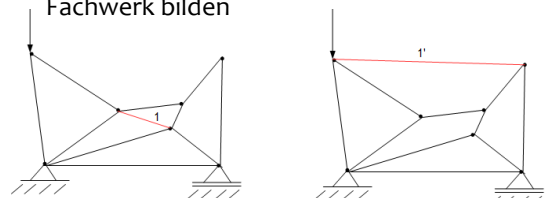
5.4 Zwei für sich stabile Fachwerke können mit drei Stäben stabil verbunden werden, wenn diese sich nicht schneiden und nicht alle parallel sind.



Sie können darüber hinaus mit nur einem Stab verbunden werden, wenn sie einen gemeinsamen Knoten haben. Oder bei zwei Festlagern sogar über nur einen gemeinsamen Knoten.



5.5 Wird einem stabilen Fachwerk ein relevanter Stab entnommen, kann er an anderer Stelle eingefügt auch wieder ein stabiles Fachwerk bilden



Stabkräfte

Schnittgrößen

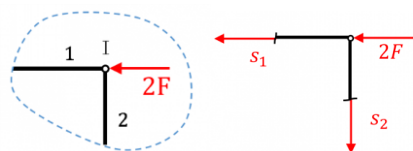
Schnittgrößen

Bestimmtheit

1 Knotenpunkt rechnerisch

(bei belasteten Knoten) Start: max 2 Unbekannte

5.1 Lageplan erstellen und dabei alle geschnittenen Stäbe auf Zug eintragen



5.2 Gleichgewichtsbedingungen aufstellen

$$\leftarrow : s_1 + 2F = 0 \Leftrightarrow s_1 = -2F \text{ (Druckstab)}$$

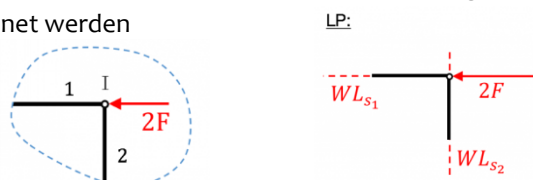
$$\downarrow : s_2 = 0$$

5.3 Bei negativen Werten den entsprechenden Stab als Druckstab markieren, bei 0 Werten den entsprechenden Stab als 0-Stab markieren.

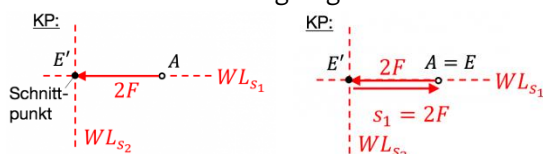
2 Knotenpunkt zeichnerisch

Start bei Knoten mit max 2 Unbekannten

6.1 Für diesen Knoten wird ein Lageplan erstellt, in denen die wirkende Kraft, sowie die Wirkungslinien der zu ermittelnden Stabkraft eingezeichnet werden



6.2 Dann wird ein Kräfteplan erstellt, in dem die Kräfte maßstabsgetreu eingetragen und zu einer Schlaufe A=E zusammengefügt werden.



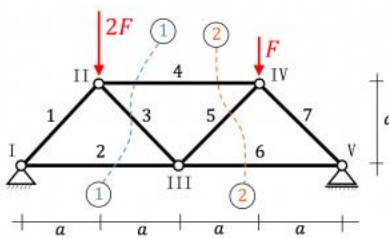
6.3 Die Unbekannten Kräfte dann maßstabs- und Orientierungsgetreu in LP übertragen



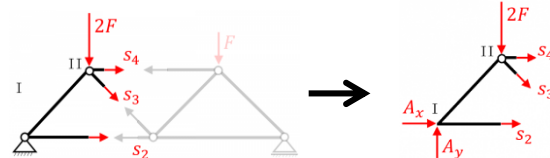
3 Ritterschnitt

Der Ritterschnitt bietet sich immer dann an, wenn ein einzelner Stab irgendwo im Gebilde bestimmt werden soll

7.1 Geschnitten werden können immer 3 Stäbe, von denen 2 einen Knoten teilen oder ein Stab und ein Gelenk



7.2 Das Teilsystem mit weniger Kräften oder weniger Zeichenarbeit wählen und alle Stabkräfte auf Zug eintragen.



7.3 Gleichgewicht aufstellen

$$\curvearrowright II : s_2 \cdot a + A_x \cdot a + A_y \cdot a = 0 \Leftrightarrow s_2 = -A_y = -\frac{7}{4}F \text{ (D)}$$

$$\curvearrowright III : s_4 \cdot a - 2F \cdot a + A_y \cdot 2a = 0 \Leftrightarrow s_4 = 2F - 2A_y = -\frac{3}{2}F \text{ (D)}$$

$$\downarrow : 2F - A_y + \frac{s_3}{\sqrt{2}} = 0 \Leftrightarrow s_3 = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{7}{4}F - 2F \right) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}F \text{ (D)}$$

7.4 Wenn eine Stabkraft negativ ist Orientierung auf Druckstab ändern

4 cremola

4.1 System in innere und äußere Felder unterteilen. Äußere Felder spannen sich immer zwischen zwei Kräften auf, innere Felder sind von Stäben begrenzt

4.2 Nun mit einer maßstabs- und orientierungsgetreuen Zeichnung beginnen, welche Kraft von einem äußeren Feld zum nächsten überwunden werden muss.

4.3 Anschließend die Stäbe anschauen, welche die inneren Felder abgrenzen. Grenzt ein Stab das innere Feld f) wagerecht von äußeren Feld b) ab, wird dann eine wagerechte Wirkungslinie durch den Punkt b) gezogen usw. Schnittpunkte aller Wirkungslinien ist der Ort des inneren Feldes

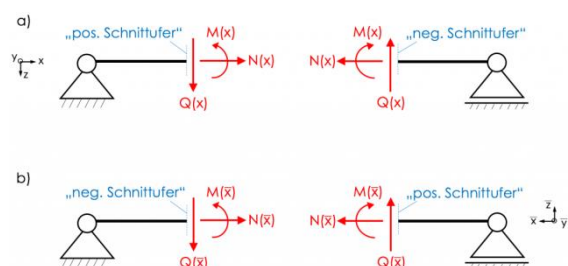
4.4 Die Stabkraft entspricht nun immer dem Abstand zwischen den „Feldern“ im Cremola-Plan

1 2D und 3D Systeme

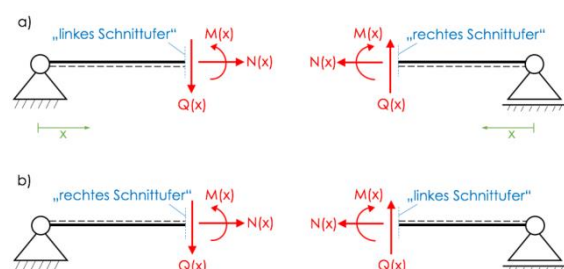
- 1.1 In 2D Systemen gibt es 3 Schnittgrößen Normalkraft $N(x)$ Quer-
kraft $Q(x)$ Moment $M(x)$
- 1.2 In 3D Systemen gibt es 6 Schnittgrößen
Normalkraft in x $N_x(x)$
Querkraft in y und z $Q_y(x)$ $Q_z(x)$ Moment
in x y und z $M_x(x)$ $M_y(x)$ $M_z(x)$

2 Vorzeichenkonvention

Positives/negatives Schnittufer



Rechtes/linkes Schnittufer



Dabei gilt stets:

- Positive Normalkraft zieht an der Linie
- Positives Moment erzeugt Zug an der Linie
- Positive Querkraft zieht am linken Schnittufer die Linie nach unten

3 Lastarten

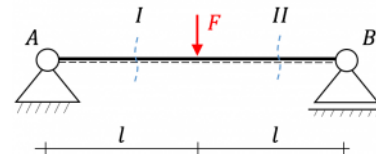
Tabelle einfügen

4 Vorgehen Einzellast

4.1 Nach offensichtlichen Lösungen suchen

4.2 Bei komplizierteren Einwirkungen mit Freischnitt und Gleichgewichtsbedingung arbeiten

4.2.1 Geschnitten wird vor und nach der Krafteinwirkung, vor und nach Ecken.



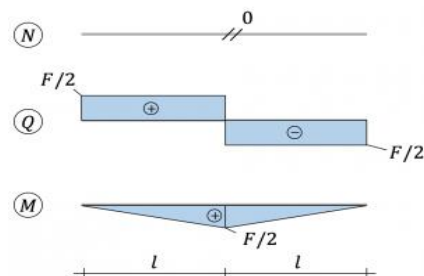
4.2.2 Dann wird jeder Bereich einzeln betrachtet, die Teillänge wird dabei durch den Laufindex x ersetzt und das Gleichgewicht auch mit dieser Variable erstellt.

$$\begin{aligned} \rightarrow : N^I(x_1) = -A_x = 0 \\ \uparrow : Q^I(x_1) = A_y = \frac{F}{2} \\ I : M^I(x_1) = A_y \cdot x_1 = \frac{F}{2} \cdot x_1 \end{aligned}$$

4.2.3 Ist eine Größe am Ende noch von x abhängig (im Beispiel das Moment) müssen die Randwerte, betrachtet werden

$$M^{II}(x_2 = 0) = 0 \quad \text{und} \quad M^{II}(x_2 = l) = \frac{F}{2} \cdot l$$

4.2.4 Kraftverläufe eintragen

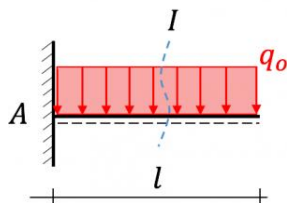


5 Vorgehen Streckenlast

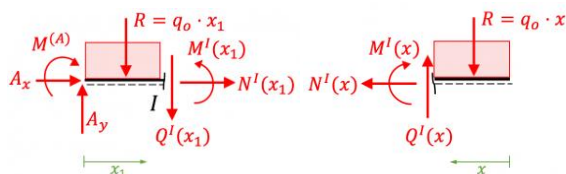
4.1 Nach offensichtlichen Lösungen suchen

4.2 Bei komplizierteren Einwirkungen mit Freischnitt und Gleichgewichtsbedingung arbeiten

4.2.1 Bei Streckenlasten wird einmal geschnitten



4.2.2 Dann wird jeder Bereich einzeln betrachtet, die Teillänge wird dabei durch den Laufindex x ersetzt.



4.2.3 Einfacheres Schnittufer (hier rechtes, da so Lagerreaktion entfallen) auswählen und die Gleichgewichtsgleichungen erstellen

$$\rightarrow: N^I(x) = 0$$

$$\uparrow: Q^I(x) = R = q_0 \cdot x = \frac{F}{l} \cdot x \quad (\text{linearer Verlauf})$$

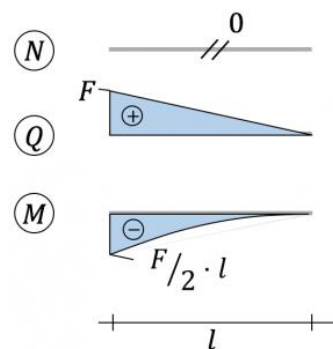
$$\curvearrow I: M^I(x) = -R \cdot \frac{x}{2} = -\frac{F}{2l} \cdot x^2 \quad (\text{quad. Verlauf})$$

4.2.4 Randbetrachtung bei x-Abhängigkeit

$$Q^I(x=0) = 0 \quad \text{und} \quad Q^I(x=l) = q_0 \cdot l = F$$

$$M^I(x=0) = 0 \quad \text{und} \quad M^I(x=l) = -\frac{F}{2} \cdot l$$

4.2.5 Verlauf eintragen



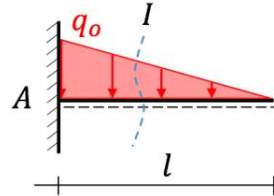
Wenn Wölbungsrichtung unklar Wert bei $x=1/3l$ und bei $x=2/3l$ ermitteln.

6 Vorgehen Dreieckslast

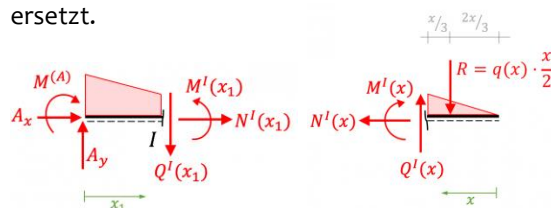
4.1 Nach offensichtlichen Lösungen suchen

4.2 Bei komplizierteren Einwirkungen mit Freischnitt und Gleichgewichtsbedingung arbeiten

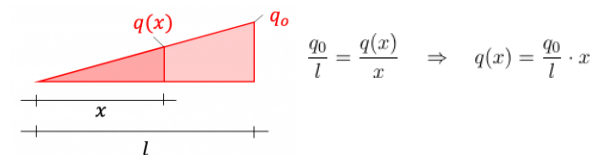
4.2.1 Bei Streckenlasten wird einmal geschnitten



4.2.2 Dann wird jeder Bereich einzeln betrachtet, die Teillänge wird dabei durch den Laufindex x ersetzt.



4.2.3 Einfacheres Schnittufer auswählen und die Gleichgewichtsgleichungen erstellen. Da der Betrag von R nun nicht mehr konstant verläuft wird dies zu kompliziert, wenn wir x nicht an der Spitze starten lassen, also:



$$\rightarrow: N^I(x) = 0$$

$$\uparrow: Q^I(x) = R = q(x) \cdot \frac{x}{2} = \frac{q_0}{l} \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

$$= \frac{q_0}{2l} \cdot x^2 = \frac{F}{2l^2} \cdot x^2 \quad (\text{quad. Verlauf})$$

$$\curvearrow I: M^I(x) = -R \cdot \frac{x}{3} = -q(x) \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3}$$

$$= -\frac{q_0}{l} \cdot x \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{3} = -\frac{q_0}{6l} \cdot x^3$$

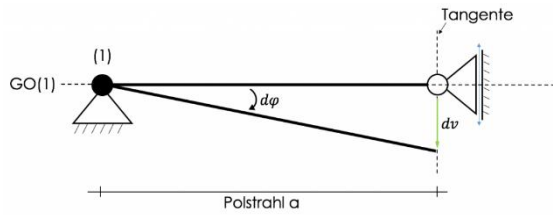
$$= -\frac{F}{6l^2} \cdot x^3 \quad (\text{kubischer Verlauf})$$

4.2.4 Randbetrachtung bei x-Abhängigkeit

$$Q^I(x=0) = 0 \quad \text{und} \quad Q^I(x=l) = \frac{F}{2}$$

$$M^I(x=0) = 0 \quad \text{und} \quad M^I(x=l) = -\frac{F}{6} \cdot l$$

4.2.5 Verlauf eintragen

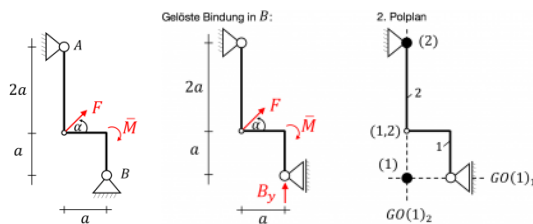


$$\tan(d\varphi) = \frac{dv}{a} \longrightarrow d\varphi = \frac{dv}{a}$$

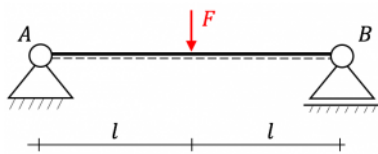
In Wirklichkeit ist die Verschiebung nicht vorhanden, also infinitesimal klein. Bei extrem kleinen Winkeln entspricht der tan eines Winkels dem Winkel selbst.

1 Bindungen lösen

1.1 Ggf. aus Festlager ein Loslager machen, so dass das System verschieblich ($f=1$) wird. Dabei ist auf die Orientierung des Loslagers zu achten, da am Ende alle Pole auf einer Linie liegen müssen.



1.2 Wenn nicht die Lagerreaktion, sondern ein Schnittmoment an einer bestimmten Stelle gesucht wird, dann muss an dieser Stelle ein Gelenk eingefügt werden, das von einem der Kraft entgegengesetzten Momentenpaar umklammert ist. Achtung: Das Momentenpaar ersetzt die Kraft nicht. Alle 3 Größen müssen in die PdvA-Gleichung einfließen.

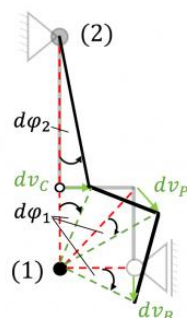


2 Polplan erstellen (✓ Fachwerk-Rezept 3)

Loslager muss so orientiert sein, dass Festlagerpol, Zwischenpol und neuer, sich aus Geometrischem Ort ergebender Pol auf einer Linie liegen, nur dann ist das System verschieblich.

3 Verschiebungsfigur (✓ Fachwerk-Rezept 4)

3.1 Verschiebungsfigur wie gewohnt erstellen, dabei auf die Eintragung der Winkel achten, die innerhalb eines Teilsystems gleich, in benachbarten Systemen aber unterschiedlich sind, wenn der Zwischenpol nicht mittig liegt.



3.2 Verhältnis der auftretenden Verschiebungswinkel berechnen. Dazu dem Zusammenhang nutzen, dass die Verschiebung $dv = \varphi_i \cdot l_i$

$$d\varphi_2 \cdot 2a = dv_C = d\varphi_1 \cdot a \Rightarrow d\varphi_1 = 2\varphi_2$$

4 PdvA-Gleichung

4.1 Auftretende Kräfte ggf. in x- und y-Komponente teilen

4.2 Die Summe aller auftretenden Kräfte und Momente erstellen und =0 setzen.

$$dA = -B_y \cdot dv_B + F \cdot \cos(\alpha) \cdot dv_C + \overline{M} \cdot d\varphi_1 = 0$$

4.2 Wenn die angetragene Kraft mit Verschiebungsrichtung wirkt ist die positiv, wenn sie dagegen wirkt, ist sie negativ

4.3 Im vorigen Schritt berechnetes Verhältnis der Winkel nutzen, um nur noch ein $d\varphi$ zu haben

4.4 Dieses $d\varphi$ ausklammern

$$-B_y \cdot d\varphi_1 \cdot a + F \cdot \cos(\alpha) \cdot d\varphi_1 \cdot \sqrt{2}a + \overline{M} \cdot d\varphi_1 = 0$$

$$d\varphi_1 \cdot (-B_y \cdot a + F \cdot \cos(\alpha) \cdot \sqrt{2}a + \overline{M}) = 0$$

4.5 Da $d\varphi$ per Definition $\neq 0$, muss die verbleibende Klammer =0 sein, damit die Gleichung aufgeht

1 Aufgabentyp bestimmen

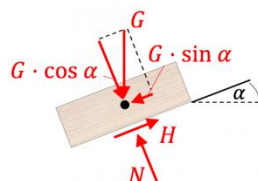
Bei Aufgaben zum Thema Reibung in der Statik muss der Aufgabentext genau gelesen werden! Sobald Angaben wie „maximal“, „minimal“, „höchstens“ etc. dort stehen, befindet man sich in Zustand II und man muss mit dem Haftreibungsgesetz nach Coulomb arbeiten. Es gilt:

$$H^* = \mu_H \cdot N$$

1.1 Aufgabentyp 1 - Reaktionskraft

Reaktionskräfte bestimmen

1.1.1 Freischnitt



1.1.2 Gleichgewichtsbedingungen

$$\searrow: G \cdot \cos \alpha - N = 0 \Leftrightarrow N = G \cdot \cos \alpha = 86,6 \text{ N}$$

$$\nearrow: H - G \cdot \sin \alpha = 0 \Leftrightarrow H = G \cdot \sin \alpha = 50 \text{ N}$$

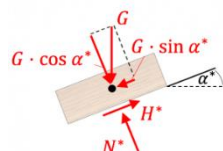
1.1.3 Abgleich mit Grenzfall

$$H^* = \mu_1 \cdot N = 0,6 \cdot 86,6 \text{ N} = 51,96 \text{ N} > 50 \text{ N} = H$$

1.2 Aufgabentyp 2 - Grenzfall

Wie groß darf eine bestimmte Größe sein – hier α – damit gerade kein Rutschen auftritt?

1.2.1 Freischnitt mit Grenzwerten



1.2.2 Gleichgewichtsbedingung aufstellen

Rutschen tritt ein, sobald $H^* < N^*$ ist, also die Gleichung für H^* und N^* aufstellen und diese dann in Grenzgleichung (siehe oben) einsetzen.

$$H^* = G \cdot \sin \alpha^* \quad \text{und} \quad N^* = G \cdot \cos \alpha^*$$

$$G \cdot \sin \alpha^* = \mu_1 \cdot G \cdot \cos \alpha^* \Leftrightarrow \frac{\sin \alpha^*}{\cos \alpha^*} = \mu_1 \Rightarrow \tan \alpha^* = \mu_1$$

1.2.3 Kritischen Winkel bestimmen

$$\alpha^* = \arctan \mu_1 = 30,96^\circ > \alpha$$

1.2.4 Winkel in Gleichung aus 1.2.2 einsetzen

$$H^* = G \cdot \sin \alpha^* = 51,44 \text{ N} \quad \text{und} \quad N^* = G \cdot \cos \alpha^* = 85,75 \text{ N}$$

1.3 Aufgabentyp 3 - Seilreibung

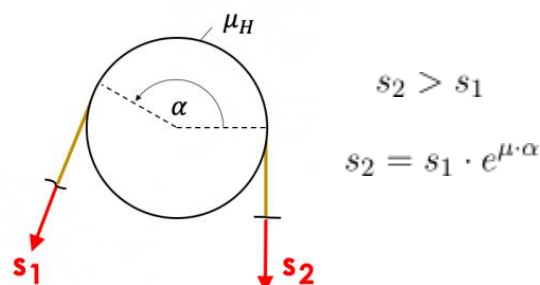
Seilreibung tritt auf, wenn ein Seil über eine gewölbte Fläche (z.B. ein Zylinder) gelegt wird und an beiden Enden durch zwei Kräfte belastet wird. Dabei ergibt sich eine Last- und eine Kraftseite.

1.3.1 α ins Bogenmaß umrechnen

$$\text{Winkel in Grad} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \text{Winkel in Bogenmaß}$$

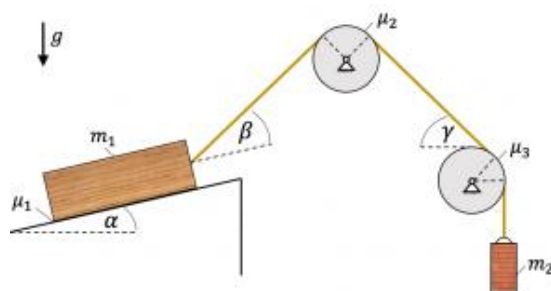
1.3.2 Last und Kraftseite bestimmen

Die Kraftseite ist dabei immer größer als die Lastseite und steht über die Eulerzahl im Verhältnis



Bei gegebener Last kann so ermittelt werden, wie viel Kraft aufgebracht werden muss, um die Last zu heben.

1.4 Aufgabentyp 4 - Kombiniert



1.4.1 Soll herunterrutschen verhindert werden (dann Vorgehen nach Aufgabentyp 1.2) oder soll die Kiste nach oben gezogen werden (dann nach Aufgabentyp 1.1 berechnen, welche Kraft überwunden werden muss)

1.4.2 Die Seite der zu bewegenden Last ist die Lastseite, die andere ist die Kraftseite

1.4.3 Nun nach Aufgabentyp 1.3 Rolle für Rolle berechnen