



Bildverarbeitung I

Wintersemester 2015/2016

Klausur

1 Kantendetektion

a) Sobel-Filter

- diskrete Ableitung 1. Ordnung
- Kombination mit Richtungsentrecht zur Ableitungsrichtung

Operatoren

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

↓
 detektiert vertikale / horizontale Kanten

- Ableitung 1. Ordnung
- nichtung abhängig, daher: Betrag für richtungsunabhängige Informationen

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

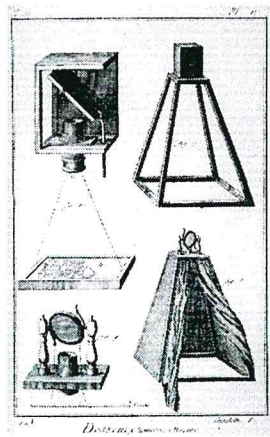


Abbildung 1: Originalbild

b) Canny-Filter

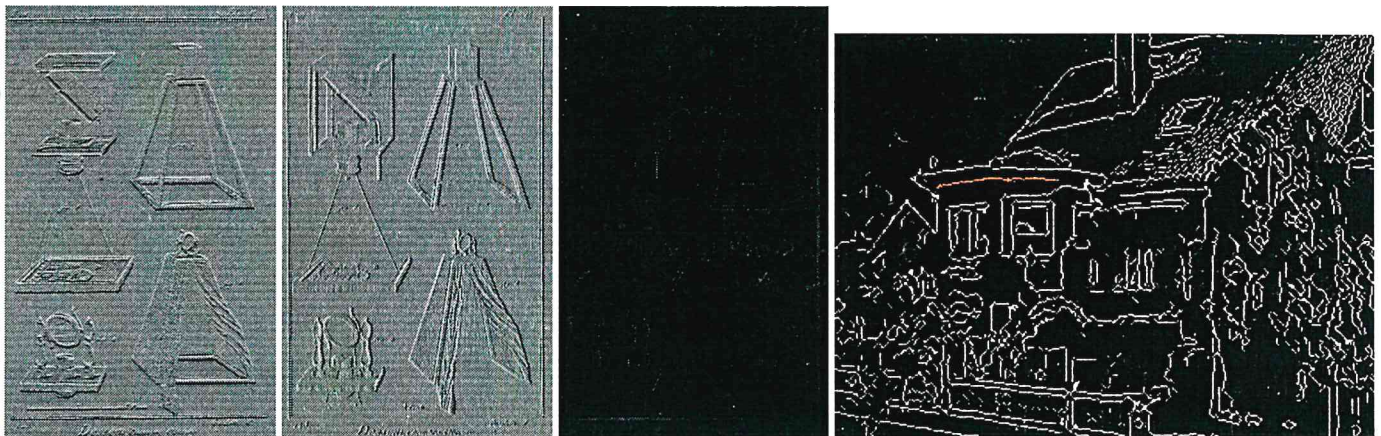
Algorithmus

- Gradient und Fäuschierung
- Betrag des Gradienten
- Non-Maxima-Suppression in Normalenrichtung

(Richtung des Gradienten) damit Kante nur 1 Pixel breit

- Hysteresis-Threshold
- Kantenverfolgung mit 2 Schwellwerten (oberer Start, unterer Stopp)

dadurch unterbrochene Kanten T-flecken



a

b

Nennen zu jedem der 4 Bilder, welcher Filter angewandt wurde und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Hinweis: Bild 1-3 gehören zusammen.



2 Abtasttheorem

- Was besagt das Abtasttheorem?
- Welche Fehler können bei Nichtbeachtung des Abtasttheorems auftreten?
- Erklären Sie diesen Sachverhalt am Beispiel eines 7 KHz Signals, das mit 8 KHz abgetastet wurde.

a) Was besagt Abtasttheorem?

Abtasttheorem besagt, dass für die verlustfreie Bestimmung des Signals aus Abtastwerten die Abtastfrequenz mindestens doppelt so groß sein muss wie die größte Frequenz im Spektrum des Signals

$f(x)$ = bandbegrenztes Signal mit $F(u) = 0$ für $|u| > u_G$ Grenzfrequenz
 $u_G < \frac{1}{2\Delta x}$ Δx Abtastperiode $\frac{1}{\Delta x}$ Abtastfrequenz

Abtastung entspricht der Multiplikation mit Δx im Ortsraum
 b) Faltung im Frequenzraum

Kopien des ursprünglichen Signals

wenn $u_G \geq \frac{1}{2\Delta x}$ kommt es zu Überlagerung der Funktionen = ALIASING

Signal kann nicht mehr rekonstruiert werden.

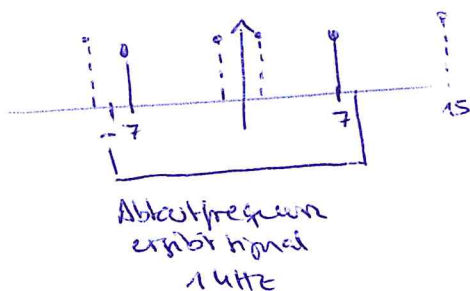
c) 7 kHz Signals 8 kHz abgetastet } detektiertes Signal $F_{\text{sig}} - F_{\text{abtest}}$ 16 kHz

$$7 \text{ kHz} - 8 \text{ kHz} + 8 \text{ kHz}$$

$$-9, -1, 7, 15$$

$$-7 + 8$$

$$-15, -7, 1,$$





3 Faltungssatz

Was besagt der Faltungssatz?

Faltungssatz

$$f(x) \circ g(x) = F(u) G(u)$$

$$F(u) \circ G(u) = f(x) g(x)$$

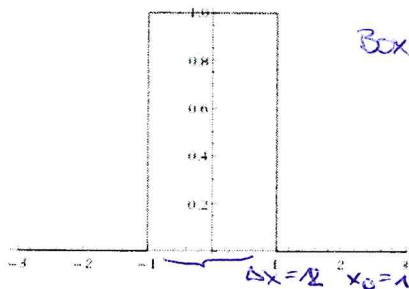
$$\text{mit } \psi(f(x)) = F(u)$$

$$\psi(g(x)) = G(u)$$

Faltung im Ortsraum entspricht Multiplikation im Frequenzraum.

4 Fouriertransformation und Faltung

a) Welche der gegebenen Signale werden bei Faltung mit dem Box-Signal ausgelöscht?

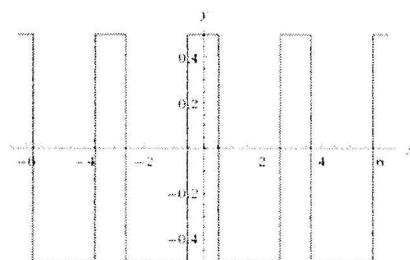
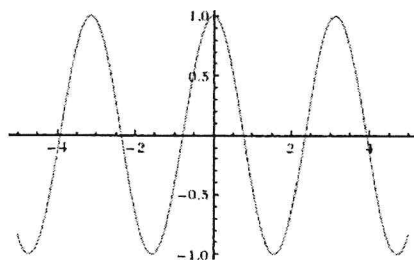
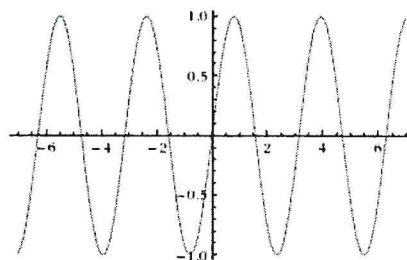
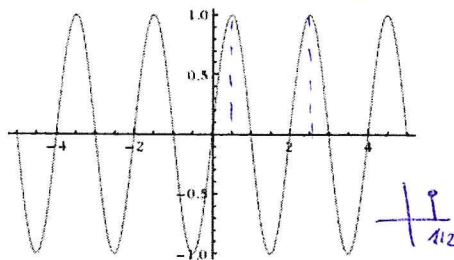


Box im Frequenzraum

$$NS \quad \frac{1}{2x_0} \quad \frac{2}{2x_0}$$

$$1/2, 1, 3/2$$

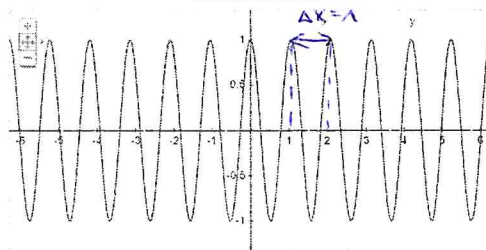
①
ausgelöscht



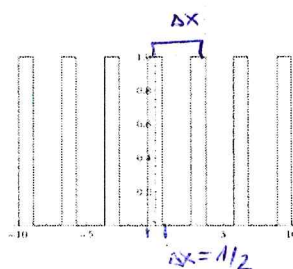
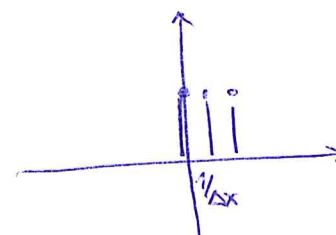
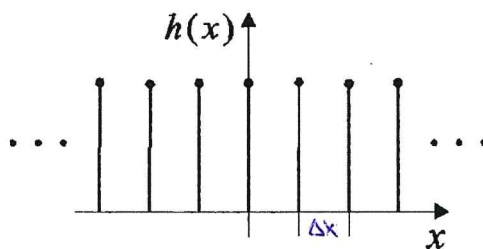
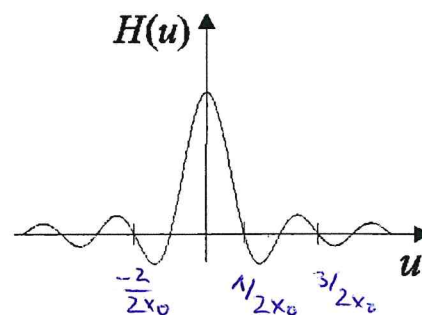
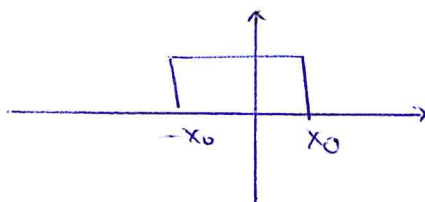
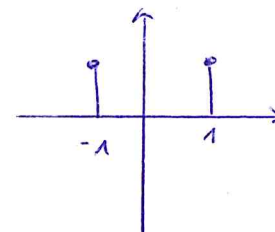


- b) Geben Sie jeweils das Signal im Orts- bzw. im Frequenzraum an. Vertikale Werte sind zu vernachlässigen.

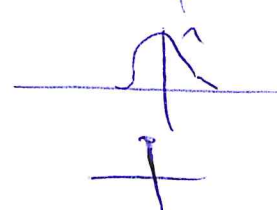
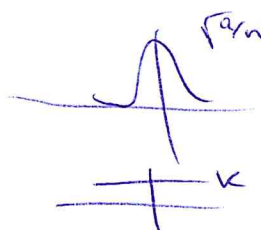
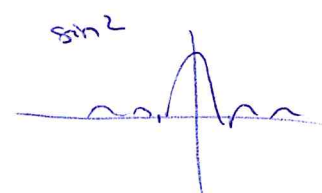
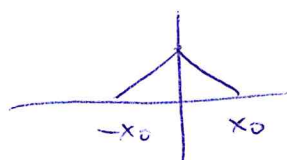
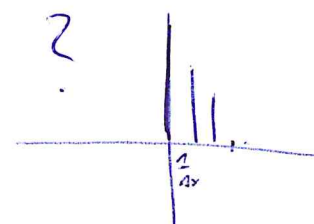
Ortsraum



Frequenzraum



NS 1/213





5 Matlab-Code

Welchen Filter implementiert der Matlab-Code? *Marr-Hildreth / Laplacian of gaussian*

Wofür wird er verwendet und wie ist der Algorithmus aufgebaut? *Kantendetektion*

```
function [ x ] = my_mystery( img, sigma0, sigma1 )

img0 = fspecial('gaussian',5,sigma0);
img1 = fspecial('gaussian',5,sigma1);

img0 = img0.*255;
img1 = img1.*255;

tmp0 = conv2(img,img0);
tmp1 = conv2(img,img1);

x = tmp0 - tmp1;

end
```

*Kantendetektion mit Laplace
über Gauß, daher Kombi mit Gauß (Gauss)
↳ Laplacian of gaussian*

*Difference of gaussian als 'fast approximation' für
LoG (Mexican Hat)*

*Finden der Nullstellen
prüfen wo pos/neg Werten*

↳ abgeschlossene Werten

OR: *Faltung Gauss* $g(x) = \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2/2\sigma^2}$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

FR: *Multiplikationen* $\hat{g}(u) = e^{-\sigma^2 u^2}$

$$\hat{g}(u) = -2\pi u^2$$



6 Rauschentfernung

Welchen Filter ist besonders geeignet um Impulsrauschen zu entfernen?

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Medianfilter

↳ ranuhfilter: Pixeleinträge in Box werden sortiert
und ursprüngl. Pixel mit Median ersetzt

↳ Impulsrauschen (Salt & Pepper Noise) sind Ausreißerpixel
und können so durch Umgebung 'ersetzt'
werden

↳ stabil gegenüber Ausreißern

7 Inverse Filterung

Warum liefert die Anwendung des einfachen inversen Filter häufig kein gutes Ergebnis, selbst wenn man die Störfunktion kennt?

↳ Problem: Rauschen wird verstärkt

Modell Bild mit Störung und Rauschen

$$f''(m,n) = f(m,n) \circledast h(m,n) + r(m,n)$$

Faltung mit Störung $\hat{=}$ Multiplikation im Frequenzraum

↓ rückgängig machen mit Multiplikation $\frac{1}{H(u,v)}$

$$\hat{F}(u,v) = \frac{F(u,v) H(u,v)}{H(u,v)}, \frac{R(u,v)}{H(u,v)}$$

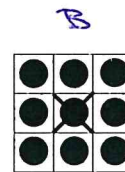
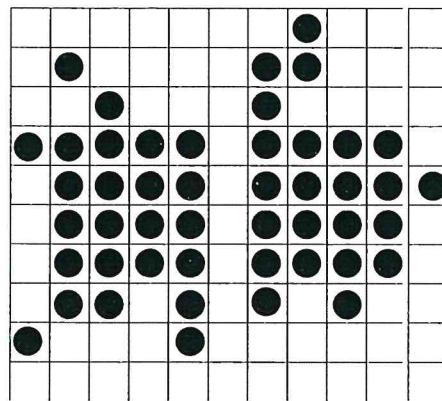
↳ Rauschen wird mit H^{-1} verstärkt, vor allem Problem
bei $H \ll 1$

Lösung iterative inverse Filterung
Constrained Filter

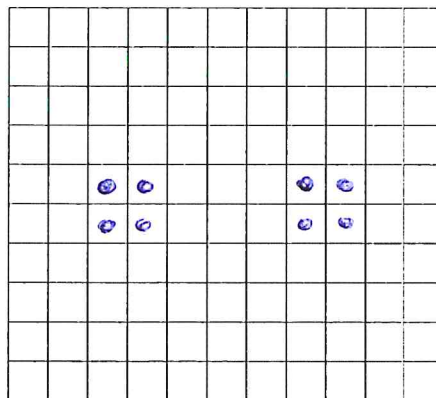


8 Morphologische Operationen

- a) Welche morphologische Operation aus mehreren Schritten kommt in der Abbildung zum Einsatz? **Opening** $X \ominus B = (X \odot B) \ominus B$ → störende Pixel entfernt
 brennt 2 Objekte
 Geben Sie den Zwischenschritt an und erklären Sie die einzelnen Operationen.



↓ Erosion $X \ominus B$



Erosion

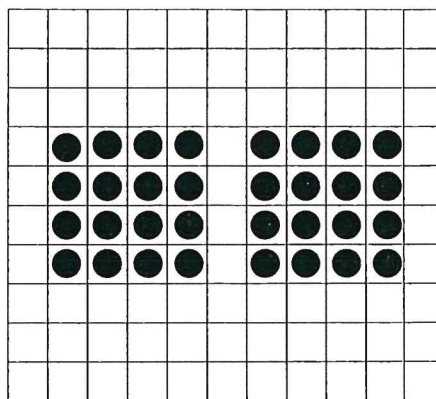
→ Pixel markiert die Stelle
 an der Strukturelement B
 zu finden ist
 (verkleinert Struktur)

Kantendetektion

$$X - (X \ominus B)$$

→ kann kleine Elemente
 entfernen

↓ Dilatation $X \odot B$



Dilatation

→ gestärktes Strukturelement
 → füllt Risse, Lücken
 → vergrößert Struktur

Kantendetektion

$$(X \odot B) - X$$

Alles-oder-Nichts

$$X \ominus B = (X \ominus B_1) \cap (\bar{X} \ominus B_2)$$

Rahmen um Strukturelement

Fourier - Trafo

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot e^{-i2\pi ux} dx$$

DFT

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(x) \cdot e^{-i2\pi xu/N}$$



2 Abtasttheorem

- Was besagt das Abtasttheorem?
- Welche Fehler können bei Nichtbeachtung des Abtasttheorems auftreten?
- Erklären Sie diesen Sachverhalt am Beispiel eines 7 KHz Signals, das mit 8 KHz abgetastet wurde.

a) Das Abtasttheorem besagt, dass für ~~eine~~ ^{die} Verlustfreie Bestimmung des Signals aus Abtastwerten die Abtastfrequenz mindestens doppelt so groß sein muss wie die größte Frequenz im Spektrum des Signals sein muss.

→ $f(x)$ = bandbegrenzte Signal mit $F(u) = 0$ für $|u| > u_G$ ^{Grenzfrequenz}

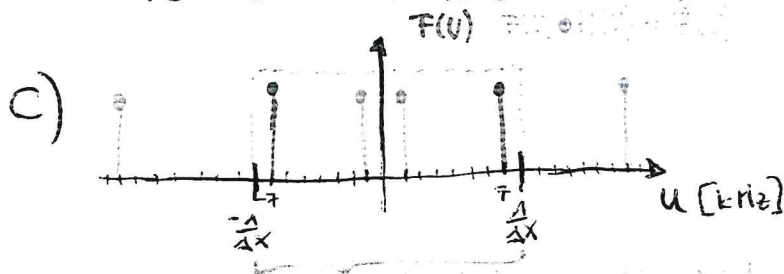
→ $u_G \leq \frac{1}{2\Delta x}$ mit Δx = Abtastperiode $\frac{1}{\Delta x}$ = Abtastfrequenz

Aliasing

$$h(x) = f(x - n \cdot \Delta x)$$

b) Die Abtastung entspricht im Orb-Zeit-Raum der Multiplikation mit der Kammfunktion ^{$h(x)$} . Nach dem Faltungssatz ist dies die Faltung mit der Kammfunktion

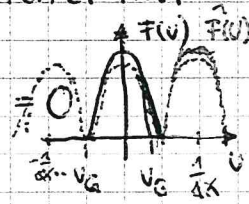
$H(u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(x - n \cdot \frac{1}{\Delta x}) H(u)$ im Frequenzraum. Hierdurch entstehen Kopien des ursprünglichen Signals. Im Abstand $\frac{1}{\Delta x}$ ist $u_G \geq \frac{1}{2\Delta x}$ kommt es zu Überlagerung der Funktionen (= Aliasing). Das Signal kann nicht mehr rekonstruiert werden



⇒ detektiertes Signal
 14 kHz
 $|F_{\text{sig}} - F_{\text{abt}}|$

Abgetastetes Signal $f(x)$ ist bandbegrenzt mit
durch die Grenzfrequenz ν_G

$\Rightarrow$ für alle Frequenzen $|\nu| > \nu_G$ ist $F(\nu) = 0$



Abtastung entspricht der Multiplikation

mit der Kammfunktion mit Abtastperiode Δx
im Zeit-/Ortbaum $\rightarrow$ Abtastfrequenz $= \frac{1}{\Delta x}$

(Faltungssatz)

(skalierte k)

$\Rightarrow$ Faltung im Frequenzraum $\rightarrow$ es entstehen Kopien von
mit Kammfunktion $\frac{1}{\Delta x}$ $F(\nu)$ bei $\pm \frac{n}{\Delta x}$

Wenn $\nu_G < \frac{1}{2\Delta x}$ überlappen sich die Kopien nicht

$\rightarrow F(\nu) = k \cdot \hat{F}(\nu)$ für $[-\nu_G, \nu_G]$

$\rightarrow F(\nu)$ kann vollständig aus Abtastsignal $\hat{F}(\nu)$
berechnet werden.

Aliasing

Signale überlagern sich im Freqenzraum
(Kopien)

→ keine verlustfreie rekonstruktion des
ursprünglichen signal möglich, dabei gilt

$$f_n = |f_0 - f_A| \quad (?)$$



Bildverarbeitung I

Wintersemester 2015/2016

Klausur

1 Kantendetektion

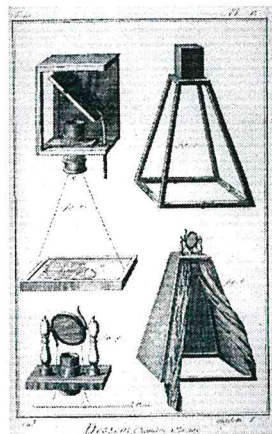
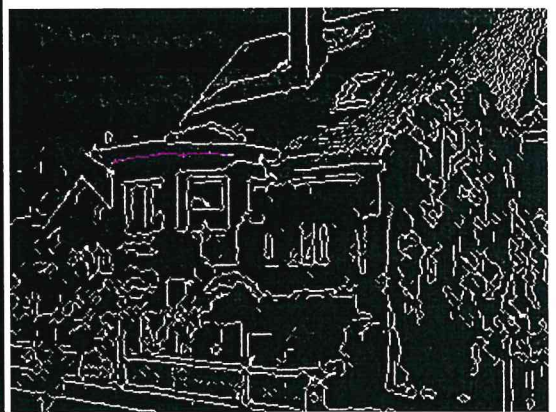
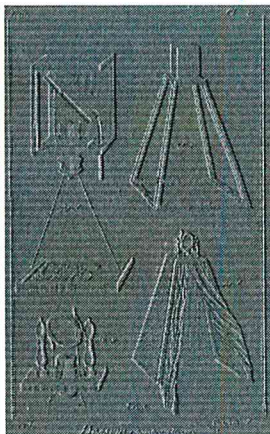
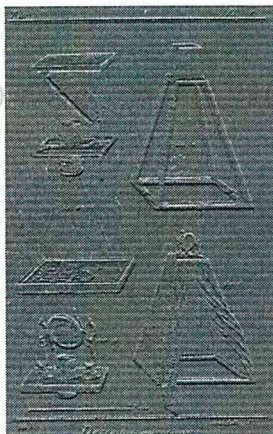


Abbildung 1: Originalbild

Sobel
y-Richtung

Sobel
x-Richtung

Canny



$$\text{norm } \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

→ keine geschlossenen Konturen
 (T-Steilen möglich)
 (Hysteresis
 ↳ Schwellenwerte)

Nennen zu jedem der 4 Bilder, welcher Filter angewandt wurde und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Hinweis: Bild 1-3 gehören zusammen.



2 Abtasttheorem

- a) Was besagt das Abtasttheorem? *Abtastung = Multiplikation mit $\cos$*
- b) Welche Fehler können bei Nichtbeachtung des Abtasttheorems auftreten?
- c) Erklären Sie diesen Sachverhalt am Beispiel eines 7 KHz Signals, das mit 8 KHz abgetastet wurde.

a) Abtasttheorem von Whittaker-Shannon VO4-S22

b) Aliasing



3 Faltungssatz

Was besagt der Faltungssatz?

$$f(x) \circ g(x) = F(u) \cdot G(u)$$

$$F(u) \circ G(u) = f(x) \cdot g(x)$$

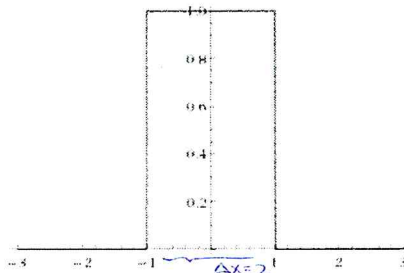
$$\text{für } \psi(f(x)) = F(u)$$

$$\psi(g(x)) = G(u)$$

Faltung im Ortsraum entspricht Multiplikation im Frequenzraum.

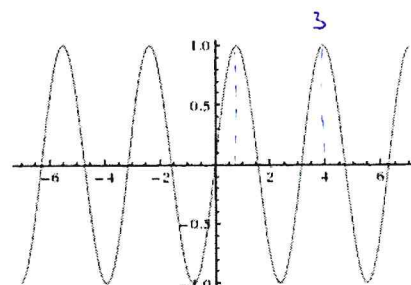
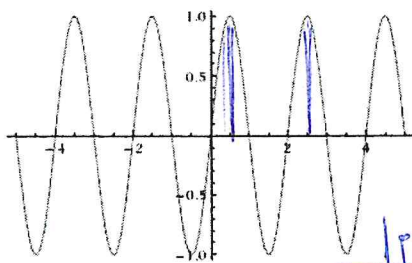
4 Fouriertransformation und Faltung

a) Welche der gegebenen Signale werden bei Faltung mit dem Box-Signal ausgelöscht?



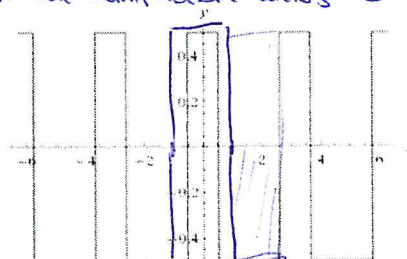
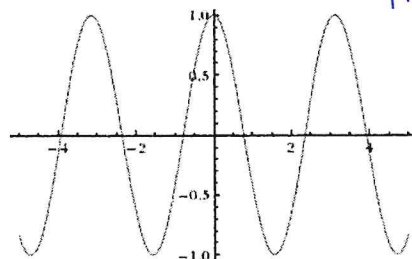
NS Box Frequenzraum
 $\Delta x = 1$ NS $\frac{1}{2\pi}$ 1 $\frac{3}{2}$...

①
ausgelöscht



② nicht
ausgelöscht

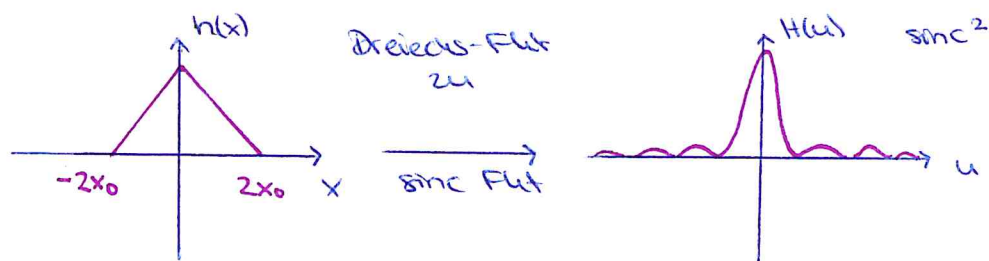
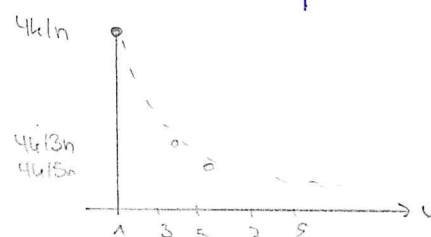
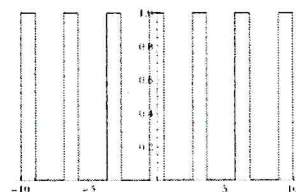
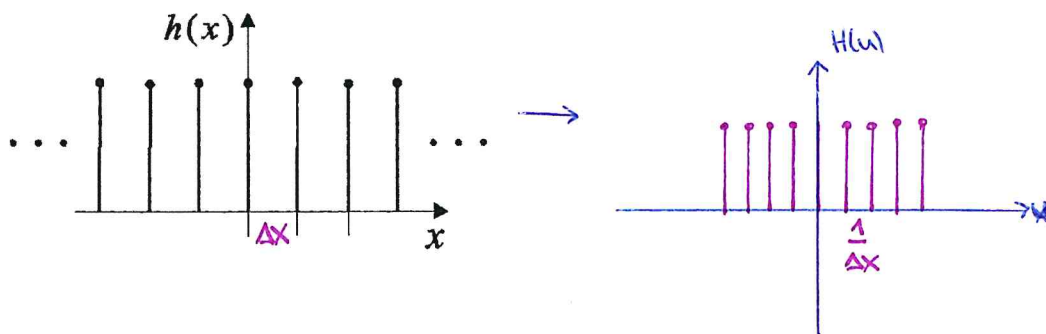
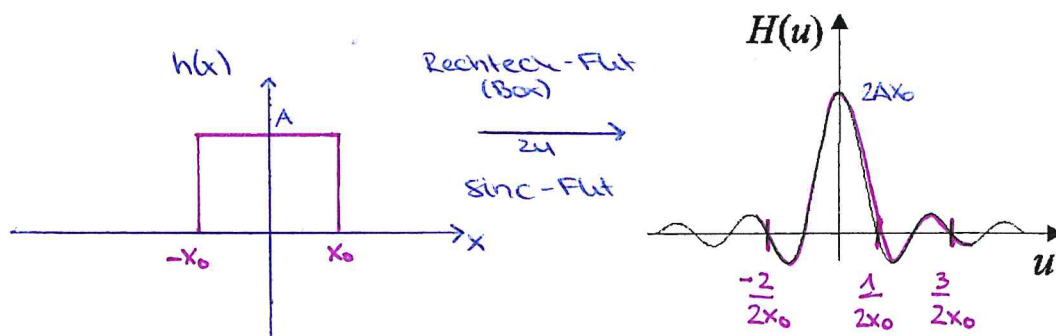
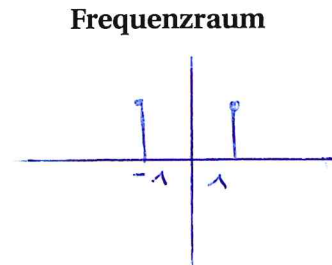
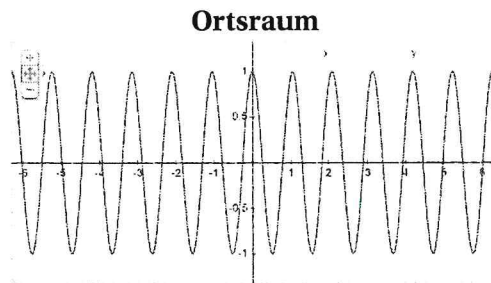
③
nicht
ausgelöscht

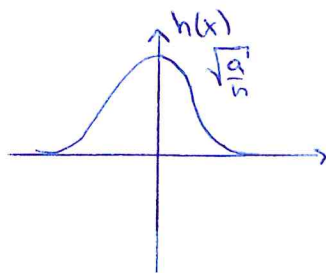
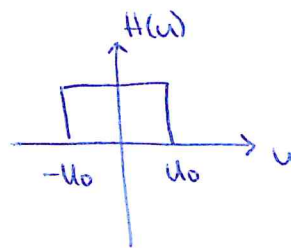
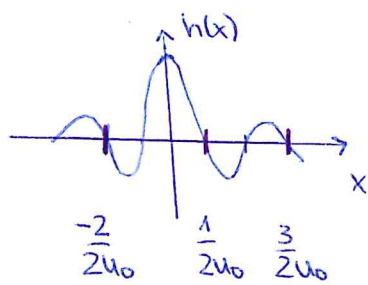


$\frac{1}{2}$ mit Box multipliziert an NS = 0

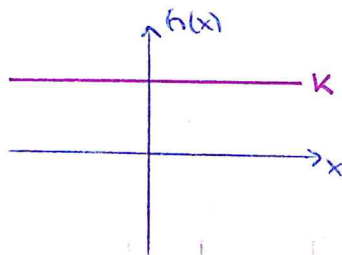
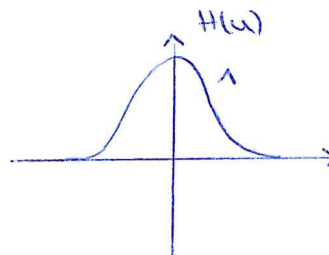


- b) Geben Sie jeweils das Signal im Orts- bzw. im Frequenzraum an. Vertikale Werte sind zu vernachlässigen.





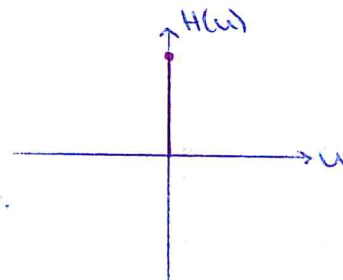
Gauss



konstante
Fkt



Delta-Fkt.





5 Matlab-Code

Welchen Filter implementiert der Matlab-Code? → Laplacian of Gaussian / H-H
Wofür wird er verwendet und wie ist der Algorithmus aufgebaut? Kanten detektion

```
function [ x ] = my_mystery( img, sigma0, sigma1 )
```

```
img0 = fspecial('gaussian',5,sigma0);
```

```
img1 = fspecial('gaussian',5,sigma1);
```

DOG

```
img0 = img0.*255;
```

```
img1 = img1.*255;
```

? hoch skaliert

```
tmp0 = conv2(img,img0);
```

```
tmp1 = conv2(img,img1);
```

```
x = tmp0 - tmp1;
```

Difference of Gaussian

```
end
```




6 Rauschentfernung

Welchen Filter ist besonders geeignet um Impulsrauschen zu entfernen?

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Medianfilter

- Werte in Filterbox der Größe nach sortiert und mittlerer Wert als neuer Pixelwert eingetragen
- stabil gegenüber Ausreißern
- Impulsrauschen (Salt & Pepper Noise) kann beseitigt werden, durch überschreiben des "Ausreißerpixels" mit Median der Umgebung

7 Inverse Filterung

Warum liefert die Anwendung des einfachen inversen Filter häufig kein gutes Ergebnis, selbst wenn man die Störfunktion kennt?

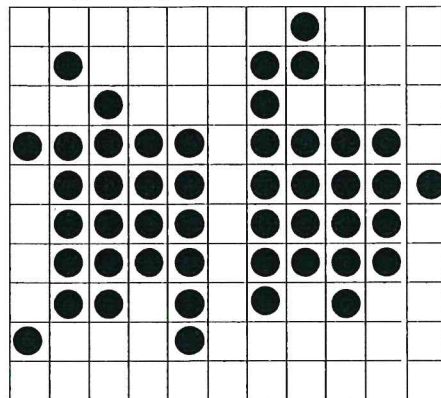


8 Morphologische Operationen

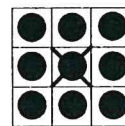
a) Welche morphologische Operation aus mehreren Schritten kommt in der Abbildung zum Einsatz? **Opening** $X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$

Geben Sie den Zwischenschritt an und erklären Sie die einzelnen Operationen.

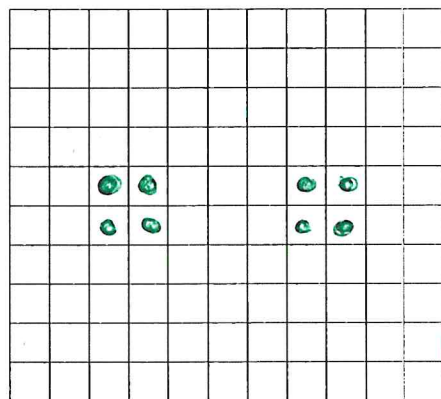
$X = \text{Bild}$



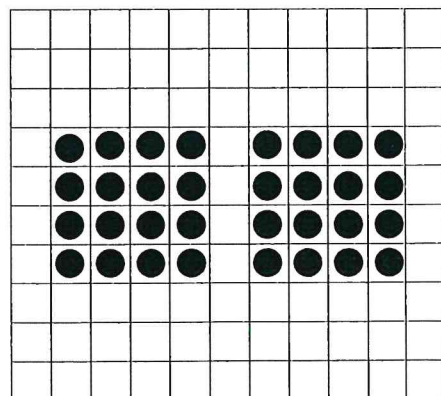
$B = \text{Strukturelement}$



↓ Erosion



↓ Dilatation



1. Schritt Erosion
 → Pixel markiert an der Stelle, an der gesamtes Strukturelement zu finden ist (verkleinert Struktur)

! Zusammenfassung
 • Morpholog. Operatoren

① Dilatation $X \oplus B = \{x \mid (B)_x \cap X \neq \emptyset\}$
 → Füllen von Lücken, Rissen
 → stemmt Strukturelement

für Kantendetektion $(X \oplus B) - X$
 (äußere Kante)

② Erosion $X \ominus B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$
 → Strukturelement muss passen
 verkleinert Struktur

→ Kantendetektion
 $X - (X \ominus B)$ (innere Kante)
 → Entfernen kleiner Elemente

③ Opening $X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$
 → störende Pixel entfernt,
 Trennen von Objekten, große sind
 Objekte übrig

④ Closing $X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$
 → Abschließung
 vervollständigen eines Objekts

2. Dilatation
 → Strukturelement auf X angewendet, auf jedes vorhandene Pixel
 Strukturelement B
 "gestempelt"
 (erweitert Struktur)



für Opening

1. mit Erosion
 2. Schritt Dilatation

⇒ störende Pixel entfernt
 Trennen zweier Objekte

Bildverarbeitung (Haupt-)Klausur

WS-13/14

February 4, 2014

(1)

Gegeben ein Hauptbild (normal), darunter zwei Bilder die mit einem Kantendetektion-Filter gefiltert wurde.

- Filter zu jeweiligen Bild angeben und begründen warum.
- **Lösung Bild 1:** Canny-Filter
- **Lösung Bild 2:** Sobel-Filter

Bilder waren identisch zu Wiki-Bildern!

(2)

- (a) Canny-Filter Algorithmus und einzelne Schritte erklären
- (b) Abtasttheorem erklären (auch Aliasing)

(3)

Fouriertransformation:

- Box Filter gegeben, zudem 4 Signal-Bilder (3 Sinus, 1 negativ/positiv Boxfilter) alle periodisch.
 - Wann wird Signal durch Faltung mit Boxfilter ausgelöscht, also alle Werte der Faltung gleich 0
- Verschieden Schaubilder von Ortsraum in Frequenzraum, dabei aufpassen auf periodische und nicht-periodische Funktion
 - Ortsraum: periodisch, Frequenzraum: Kamm (Abtastung der jeweiligen Sin-Funktion im Frequenzraum)
 - Ortsraum: nicht-periodisch, Frequenzraum: Signal (Sinus-Funktion)

(4)

Hough-Transformation

- Gegeben ein Bild (Straße mit Landschaft und Horizont), gefragt: Es sollen gerade Linien gefiltert werden, welcher Filter ist am besten und erklären!
 - Hough-Transformation
- mind. 3 Linien im Bild markieren, die erkannt werden.

(5)

Mathlab-Code

- Code war Medianfilter (Rank-Filter)
- Für was kann man ihn gebrauchen, bzw. für was verwendet man den Medianfilter $\Rightarrow$ Bild mit Impulsrauschen verbessern, allg. Rauschen

(6)

Morphologische Operatoren

- Hauptoperatoren: Dilatation und Erosion
- Anwendung **Closing**
 - Gegeben Punkte (Pixel) Anwendung Dilatation auf Bild und Zwischenschritt zeigen.

