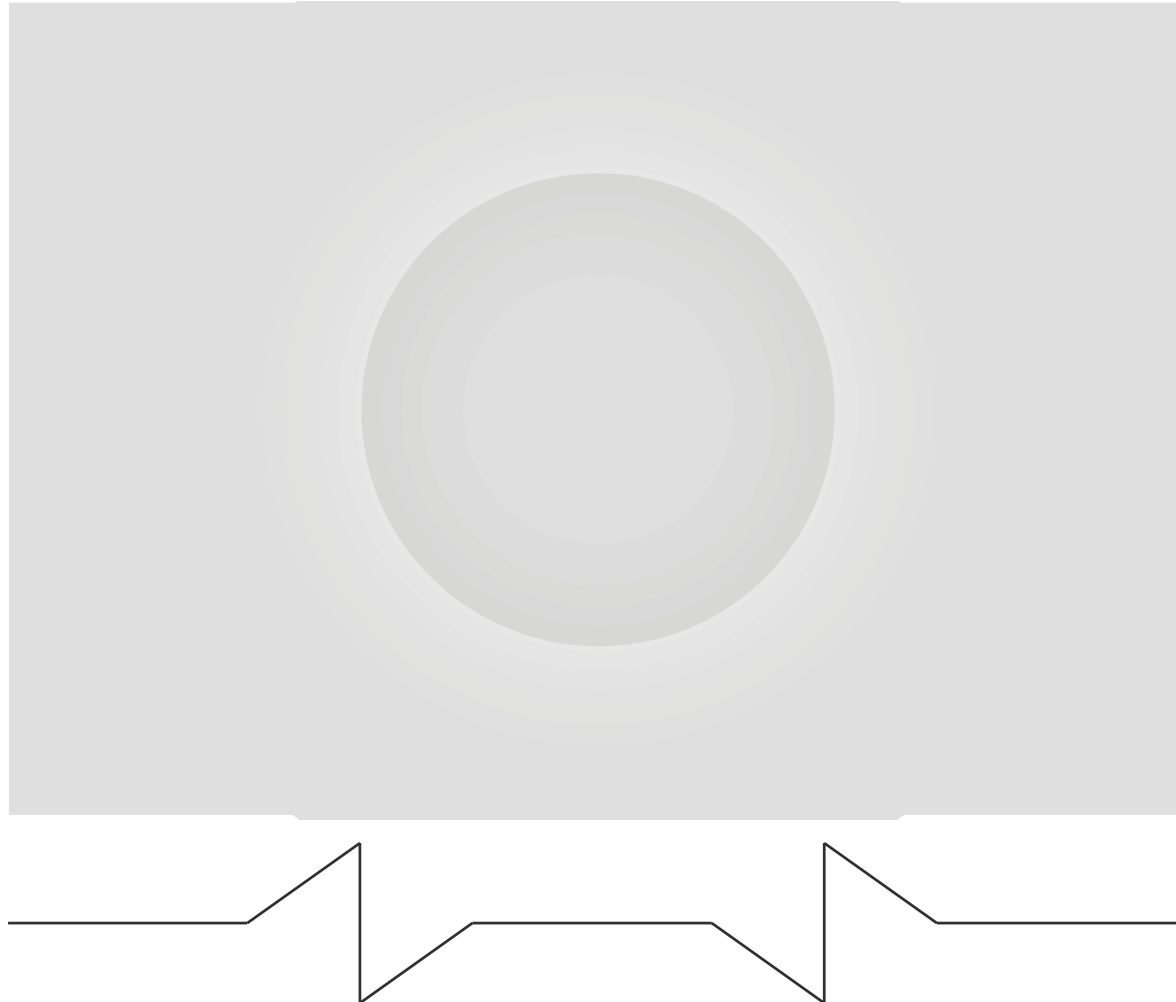


Kantendetektion

Craik-Cornsweet Illusion

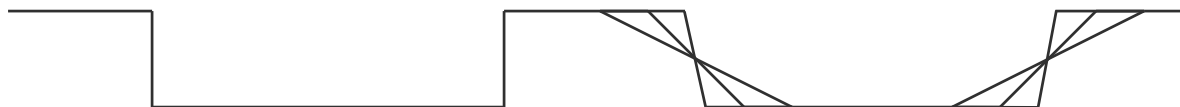


06.12.2018





06.12.2018





Kantendetektion

06.12.2018

- Kantendetektion durch Ableitungen
 - Ableitung erster Ordnung: Maximum od. Minimum
 - Ableitung zweiter Ordnung: Nulldurchgang
- Probleme:
 - Isotropie
 - Rauschen



Kantendetektion

06.12.2018

- Ableitungen erster Ordnung sind richtungsabhängig - Betragsbildung nötig (nicht linear).
- Dagegen ist der Laplaceoperator richtungsunabhängig.
- Problem: Rauschen
Abhilfe: Glätten
Also: Glätten mit Gauss, dann ∇^2 (Laplace)



Kantendetektion

06.12.2018

- Ableitung erster Ordnung

- Nicht richtungsunabhängig (nicht isotrop)
- partielle Ableitungen bilden Gradientenvektor:

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_x \\ \mathbf{D}_y \end{bmatrix}$$

- Betrag ist isotrop, aber Betragsbildung ist kein linearer Operator



Ableitungsoperatoren

06.12.2018

Ableitungsoperatoren sind lineare Operatoren

- Beispiel: Die Ableitung

$$\frac{\partial}{\partial x}$$

entspricht der Faltung mit

$$h(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\varepsilon} \delta(x + \varepsilon) - \delta(x - \varepsilon)$$

und im Ortsfrequenzraum der Multiplikation mit

$$\hat{h}(u) = 2\pi i u$$



Kantendetektion

06.12.2018

Diskrete Näherungen für Gradienten

- Die Operatoren

$${}^+ \mathbf{D}_x / MN = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ und } {}^- \mathbf{D}_x / MN = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

haben die Transferfunktion:

$${}^\pm \mathbf{D}_x = e^{\pm i\pi u / M} 2i \sin(\pi u / M)$$

- resultieren jeweils in einer Verschiebung der detektierten Kante um – bzw. + 1/2 Pixel. (Phasenfehler)
- Anwendung findet deshalb oft ihre Summe



Kantendetektion

06.12.2018

Der Operator

$$\mathbf{D}_{2x}/MN = \frac{1}{2}(\mathbf{D}_x^+ + \mathbf{D}_x^-)/MN = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

hat die Transferfunktion

$$\hat{\mathbf{D}}_{2x} = i \sin(2\pi u / M)$$

Nachteil:

- Große Betrags- und daher auch Winkelfehler gegenüber richtiger Ableitung (bei hohen Frequenzen)
- resultierende Kanten breiter.



Diskrete Ableitungen erster Ordnung

06.12.2018

Roberts-Operator (Roberts Cross):

$$\mathbf{D}_{x-y}/MN = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{D}_{x+y}/MN = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Vorteil: diagonale Kanten besser detektiert
- Nachteile:
 - Verschiebung der Kante (0.5,0.5)
 - Betrags- und Winkelfehler gegenüber richtiger Ableitung



Diskrete Ableitungen erster Ordnung

06.12.2018

Sobel-Operator:

- Kombination mit Glättung senkrecht zur Ableitungsrichtung (Irwin Sobel 1968, 2014).
- Gradient als Mittelwert der Gradienten zu den einzelnen Nachbarn:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

$|g| = \langle \text{density difference} \rangle / \langle \text{distance to neighbor} \rangle$

$$G = (c-g)/4 * [1, 1] \\ + (a-i)/4 * [-1, 1] \\ + (b-h)/2 * [0, 1] \\ + (f-d)/2 * [1, 0]$$

- Resultierende Filtermasken:

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

x-component

1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

y-component

Demo



Diskrete Ableitungen erster Ordnung

06.12.2018

Exkurs: Binomialfilter

$$\begin{aligned}
 {}^+\mathbf{B}_x/M &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ und } {}^-\mathbf{B}_x/M = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_x^2/M &= {}^+\mathbf{B}_x {}^-\mathbf{B}_x/M = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_x^4/M &= \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_x^6/M &= \frac{1}{64} \begin{bmatrix} 1 & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Übertragungsfunktion (Frequenzgang):

$$\hat{\mathbf{B}}_x^p = \cos^p(\pi u / M)$$



Diskrete Ableitungen erster Ordnung

06.12.2018

Sobel-Operator

$$\mathbf{D}_{2x} \mathbf{B}_y^2 / MN = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{D}_{2y} \mathbf{B}_x^2 / MN = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

• Vorteile:

- besser bei Rauschen
- kleinere Fehler in Richtung und Betrag des Gradienten



Diskrete Ableitungen erster Ordnung

06.12.2018

Optimierter Sobel-Operator (Scharr):

$$\frac{1}{16} \mathbf{D}_{2x} (12 \mathbf{B}_y^2 + 4 \mathbf{I}) / MN = \frac{1}{32} \begin{bmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 10 & 0 & -10 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

- Vorteile:
 - kleinere Fehler in Richtung und Betrag des Gradienten
- Optimierung bezgl. verschiedener Eigenschaften möglich, z.B. Richtung, Betrag.



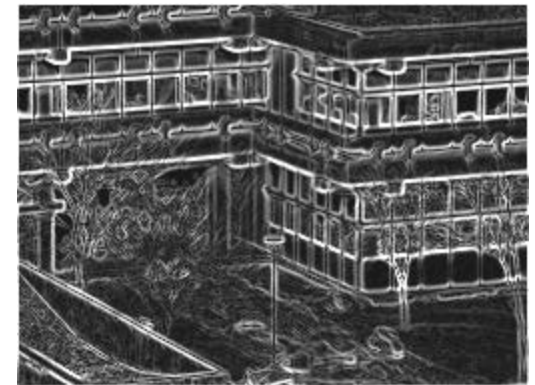
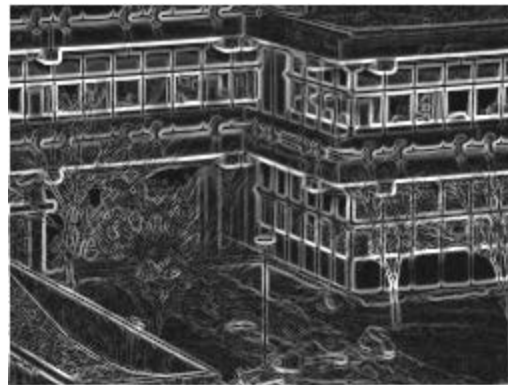
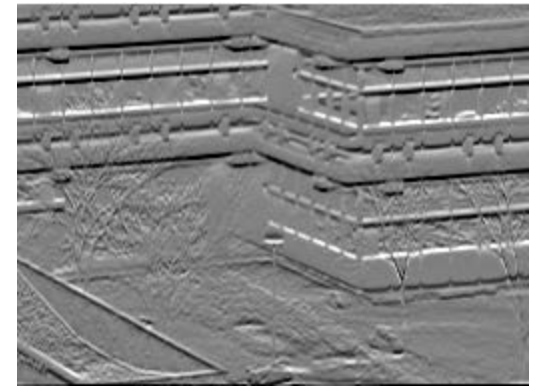
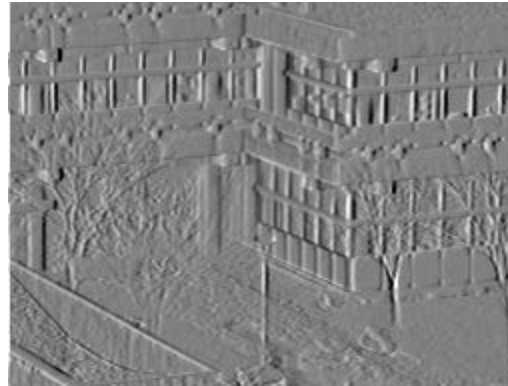
06.12.2018

$$\mathbf{D}_{2x} f$$

$$\mathbf{D}_{2y} f$$



f



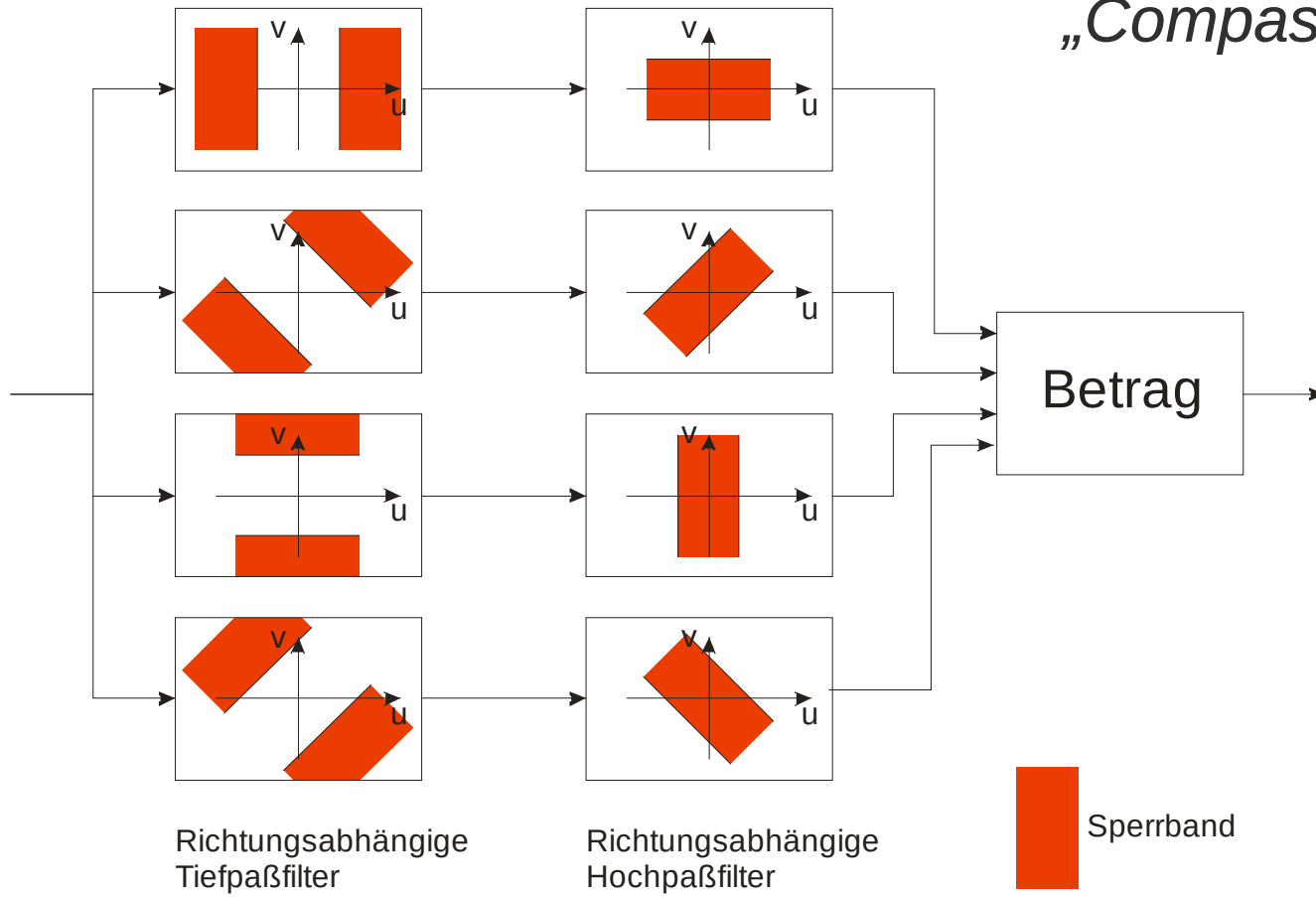
$$\sqrt{(\mathbf{D}_{2x} f)^2 + (\mathbf{D}_{2y} f)^2}$$

$$|\mathbf{D}_{2x} f| + |\mathbf{D}_{2y} f|$$

Ableitungen erster Ordnung

06.12.2018

„Compass-Operator“



aus Wahl, Digitale Bildsignalverarbeitung



Ableitung zweiter Ordnung

06.12.2018

Die Ableitung zweiter Ordnung

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

entspricht im Ortsraum der Faltung mit

$$h(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon^2} \delta(x - \varepsilon) - 2\delta(x) + \delta(x + \varepsilon)$$

und im Ortsfrequenzraum der Multiplikation mit

$$\hat{h}(u) = -4\pi^2 u^2$$



Laplaceoperator

06.12.2018

Der Laplaceoperator ist definiert als:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

mit der Transferfunktion:

$$h_{\Delta}(u, v) = -(2\pi u)^2 - (2\pi v)^2$$



Laplaceoperator

06.12.2018

Einfachste diskrete Darstellung:

$$\mathbf{D}_x^2 / MN = -\mathbf{D}_x^+ \mathbf{D}_x / MN = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L} = (\mathbf{D}_x^2 + \mathbf{D}_y^2) / MN = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Transferfunktion:

$$\hat{\mathbf{L}} = -4 \sin^2(\pi u / M) - 4 \sin^2(\pi v / N)$$

$$\neq -(2\pi u / M)^2 - (2\pi v / N)^2$$



Laplaceoperator

06.12.2018

Exkurs: 2D-Binomialfilter

$$\mathbf{B}^2/MN = \mathbf{B}_x^2/M \circ \mathbf{B}_y^2/N = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \circ \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Übertragungsfunktion 2D (Frequenzgang):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{B}}^n &= \cos^n(\pi u / M) \cos^n(\pi v / N) \\ &= 1 - \frac{n}{8} (2\pi k)^2 + O(k^4) \quad ; \quad k = \sqrt{\left(\frac{u}{M}\right)^2 + \left(\frac{v}{N}\right)^2} \end{aligned}$$



Laplaceoperator

06.12.2018

Annäherung des Laplaceoperators mit Hilfe des
Binomialfilters:

$$\mathbf{L}'/MN = \frac{8}{n}(\mathbf{B}^n - \mathbf{I})/MN$$

z.B.

$$\mathbf{L}'/MN = 4(\mathbf{B}_{xy}^2 - \mathbf{I})/MN = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -12 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



Laplaceoperator

06.12.2018

Kantendetektion mit Laplaceoperator:

- Zero crossing
 - Finden der Nullstellen, bzw.
 - Finder der Grenze zwischen Gebieten mit positiven und Gebieten mit negativen Werten.
 - Grundsätzlich geschlossene Kanten



Laplaceoperator

06.12.2018

Was tun zur

- Rauschunterdrückung?
- Wahl des Maßstabs (scale)?

Kombination des Laplaceoperators mit Glättung

⇒ David Marr, Ellen Hildreth 1980:

- Laplacian of Gaussian (Marr-Hildreth-Operator)



Laplacian of Gaussian (LoG)

06.12.2018

Glätten mit Gauß:

OR: Faltung	$g(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$
FR: Multiplikation	$\hat{g}(\mathbf{u}) = e^{-\sigma^2 \mathbf{u}^2}$

Laplaceoperator:

OR: Ableitung	$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$
FR: Multiplikation	$\hat{g}(\mathbf{u}) = -(2\pi \mathbf{u})^2$



Laplacian of Gaussian (LoG)

06.12.2018

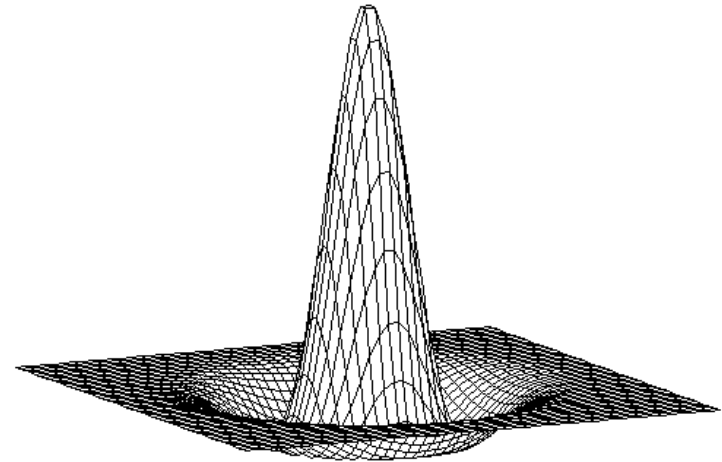
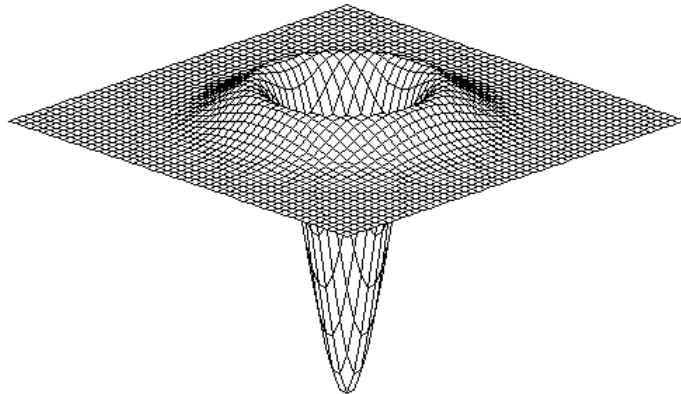
Zusammenfassung (Vertauschen bei Multiplikation möglich):

FR: Multiplikation	$\hat{h}(\mathbf{u}) = -(2\pi\mathbf{u})^2 e^{-\sigma^2\mathbf{u}^2}$
OR: Faltung	$h(\mathbf{x}) = \nabla^2 \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\mathbf{x}^2}{2\sigma^2}}$ $= \frac{1}{2\pi\sigma^4} \left(\frac{\mathbf{x}^2}{\sigma^2} - 1 \right) e^{-\frac{\mathbf{x}^2}{2\sigma^2}}$

Laplacian of Gaussian (LoG)

06.12.2018

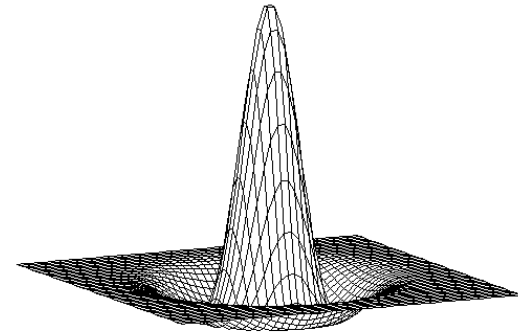
Mexican Hat:



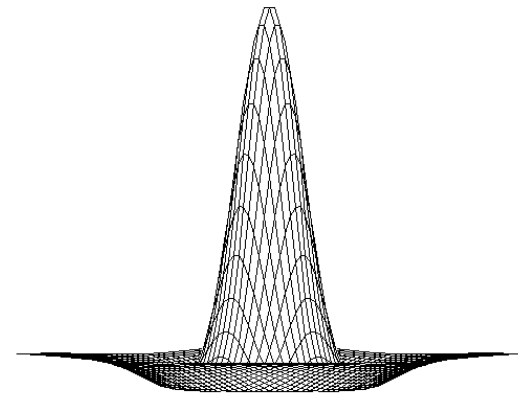


06.12.2018

Mexican Hat:



Was ist das?
DoG!



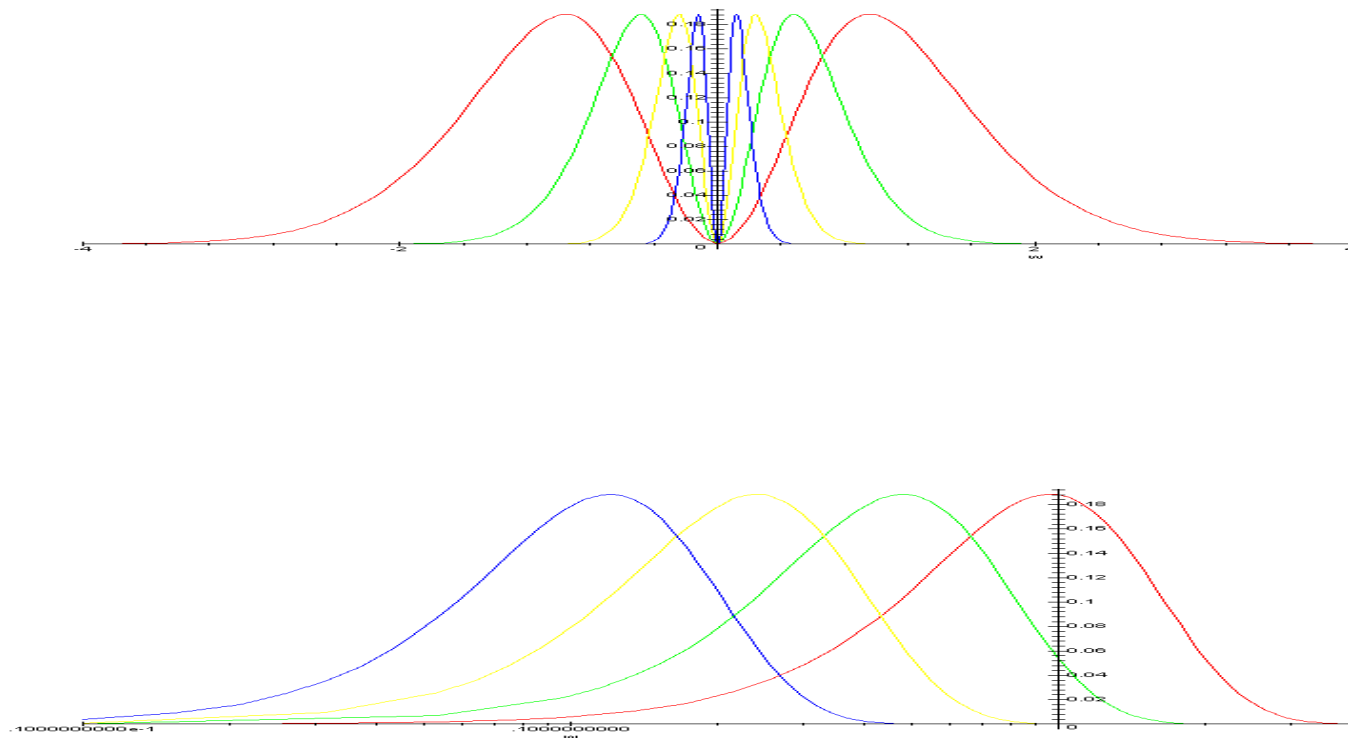


Difference of Gaussians (DoG)

06.12.2018

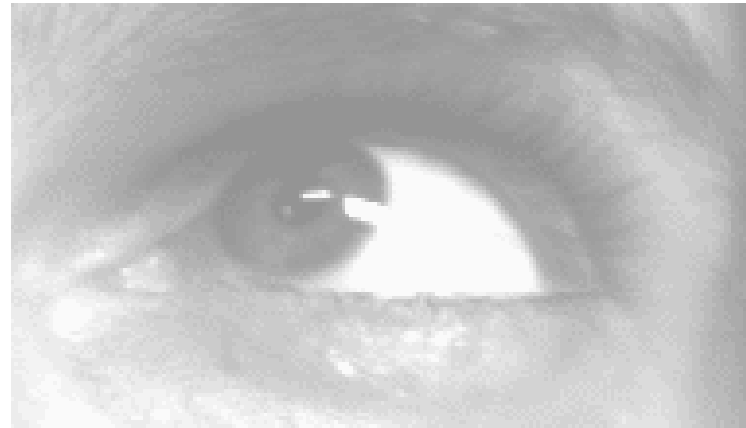
DoG im Frequenzraum (Oktaven der Laplace-Pyramide,
s.o., Betrag normiert):

in





06.12.2018





Weitere Möglichkeit, Auswirkung von Rauschen zu minimieren:

- Kantenpunkte haben wahrscheinlich Helligkeit zw. Innen und Aussen.
- Berechnung von Histogramm von Konturpunkten und Gesamtbild - man erhält die Wahrscheinlichkeit, daß ein Punkt mit Helligkeit i Kantenpunkt ist.

$$p_k(i) = \frac{h_k(i)}{h(i)}$$



Canny-Verfahren

06.12.2018

Algorithmus:

- Gradient und Gaussfilterung
- Betrag des Gradienten
- Non Maxima Suppression in Normalenrichtung (Richtung des Gradienten).
- Hysteresis Threshold: Konturverfolgung mit zwei Schwellwerten (Start bei großem Betrag, Abbruch bei kleinerem Betrag)

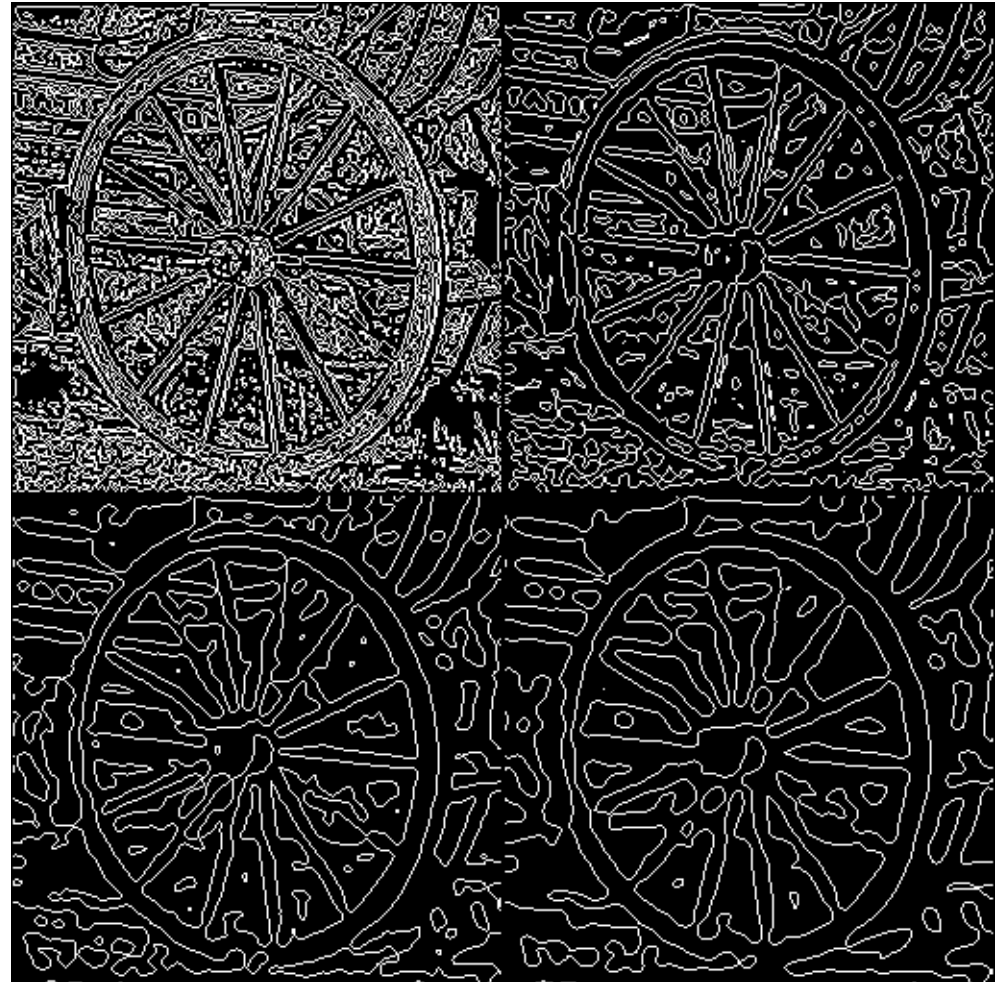


06.12.2018

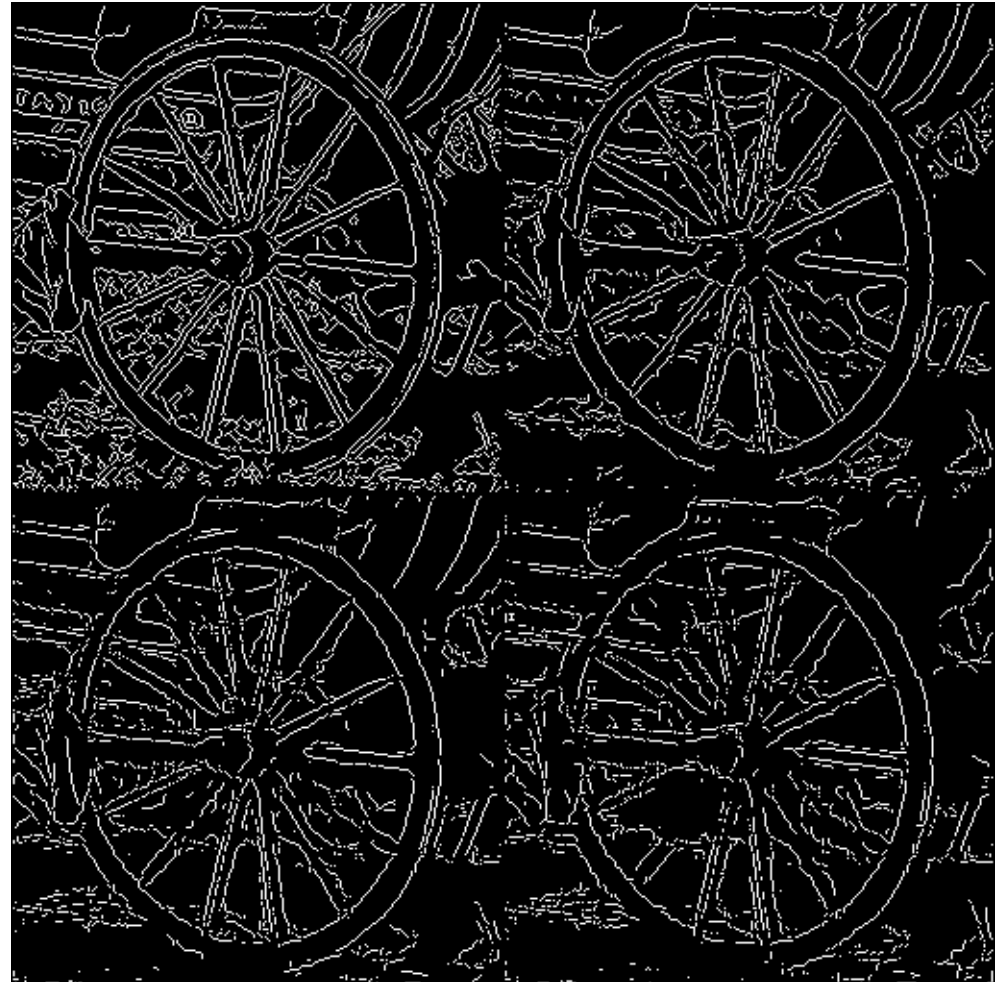


Marr-Hildreth

$\sigma=1,2,3,4$



Canny
 $\sigma=1,2,3,4$

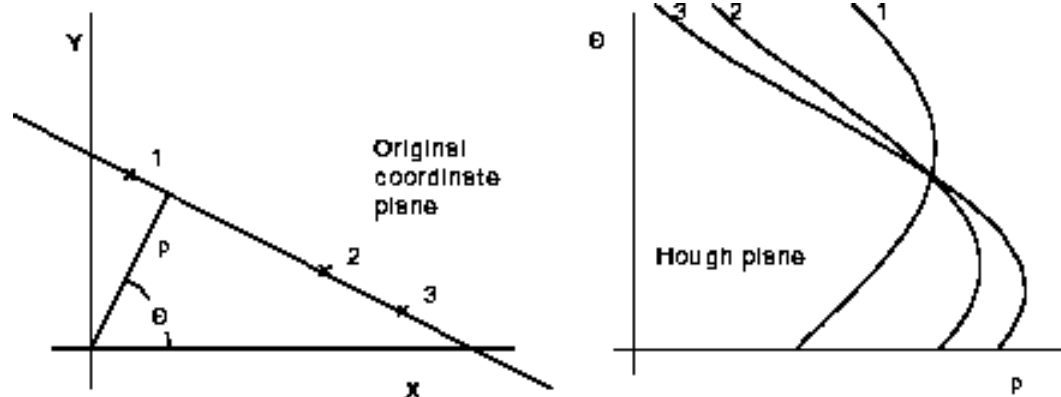


Hough-Transformation

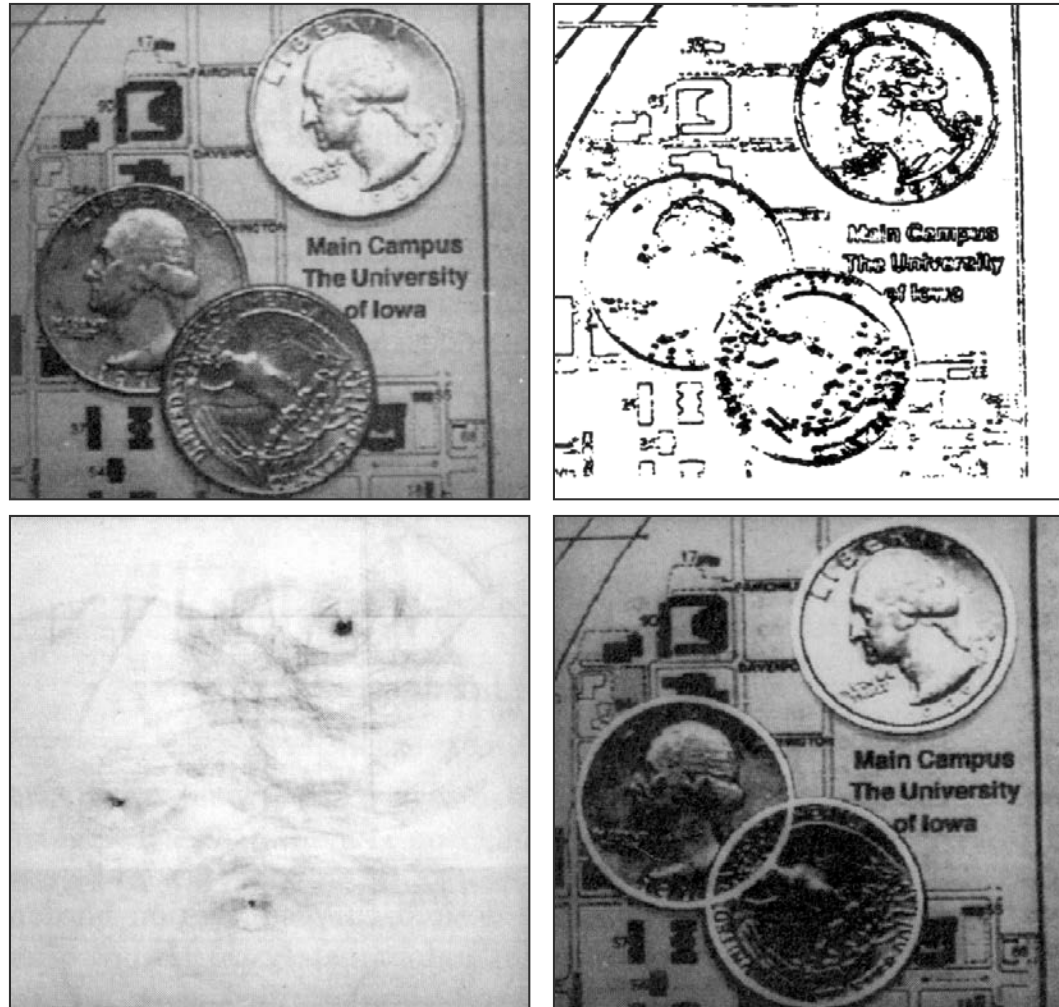
06.12.2018

Berechnung von Parametern für alle möglichen Geraden
durch einen Punkt:

Punkt $\rightarrow$ Linie



06.12.2018





06.12.2018

Sobel, Irwin 2014, History and Definition of the Sobel Operator

http://www.researchgate.net/publication/239398674_An_Isotropic_3_3_Image_Gradient_Operator

Marr, D. and Hildreth, E.: Theory of Edge Detection, Proc. R. Soc. London, B 207, 187-217, 1980

Canny, J.: A Computational Approach to Edge Detection, IEEE PAMI 8(6) 679-698, November, 1986

Hough, P. V. C.: Method and means for recognizing complex patterns. US Patent 3,069,654, December 18, 1962.



06.12.2018

Applets zur Hough-Transformation:

(lokaler Link)

<http://www.markschulze.net/java/hough/> (lokaler Link)

<http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/houghdemo.htm> (lokaler Link)

<http://www.rob.cs.tu-bs.de/content/04-teaching/06-interactive/Hough.html>

<http://www.rob.cs.tu-bs.de/content/04-teaching/06-interactive/HNF.html>

<http://matlabtricks.com/post-39/understanding-the-hough-transform>