

Kapitel 5

FTA

Fault Tree Analysis

Dr.-Ing. P. Zeiler

*Institut für Maschinenelemente (IMA),
Abteilungsleitung Zuverlässigkeitstechnik,
Universität Stuttgart*

Gliederung

5.1 Einleitung

5.2 Qualitative FTA

5.3 Quantitative FTA

5.4 Zuverlässigkeitsgraph

5.5 Übungsbeispiele

Gliederung

5.1 Einleitung

- Was ist unter FTA zu verstehen?
- Wie entstand die FTA?
- Wo ist die FTA einzuordnen?
- Was sind die Ziele der FTA?
- Wie ist die FTA aufgebaut?

5.2 Qualitative FTA

5.3 Quantitative FTA

5.4 Zuverlässigkeitsgraph

5.5 Übungsbeispiele

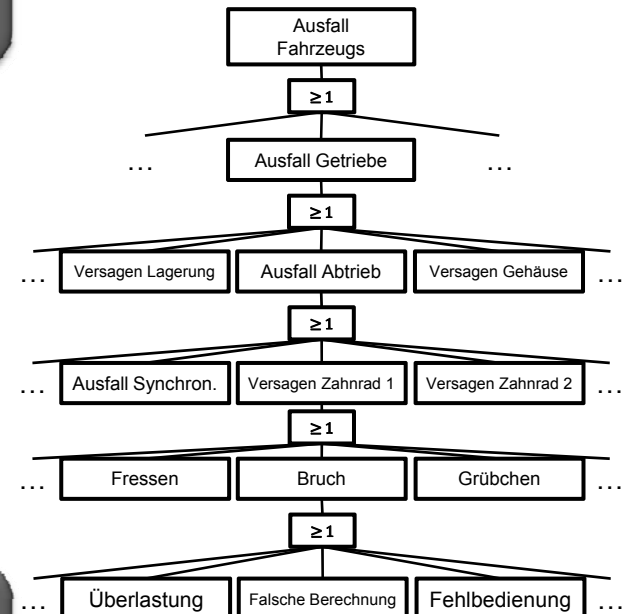
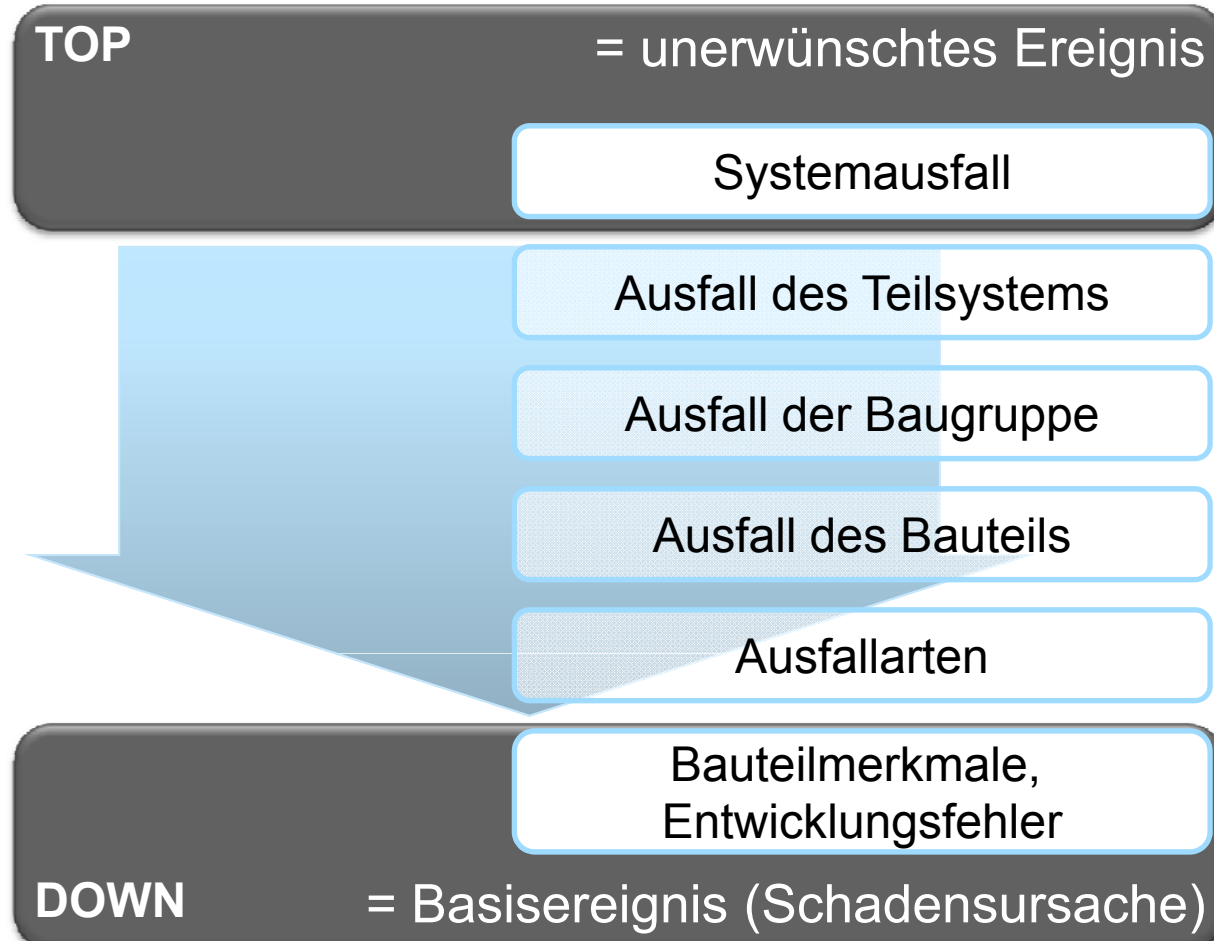
Übersicht

FTA/FBA: Fault Tree Aalysis
 Fehlerbaumanalyse
 Fehlzustandsbaumanalyse

Definition: FTA ist eine strukturierte Top-Down-Methode,
um (interne oder externe) Ursachen festzustellen,
 • die allein oder
 • in Kombination
zu einem definierten Zustand des Produkts (meist
Fehlzustand) führen.

Zweck: Die Ermittlung und grafische Darstellung der logischen
Verknüpfungen von Komponenten- oder Teilsystemausfällen,
die zu einem unerwünschten Ereignis führen.

Top-Down-Methode (deduktive Vorgehensweise)



Historische Entwicklung

1961	H. A. Watson fertigt die FTA im Auftrag der U.S. Airforce an
1966	Übernahme der FTA bei Boeing
70er	Anwendung in der Kernkrafttechnik
Seit 80er	Anwendung in vielen weiteren Bereichen



Methoden der Zuverlässigkeitstechnik

Analytische Methoden zur Prognose der Zuverlässigkeit und anschließender Optimierung

Qualitativ:

- **Fehlerbaumanalyse**
- FMEA
- ABC-Analyse
- Ereignisablaufanalyse
- Checkliste
- Design-Review
- ...

Quantitativ:

- **Fehlerbaumanalyse**
- Systemtheorie nach Boole
- Markoff-Theorie
- Monte-Carlo-Simulation
- Erneuerungstheorie
- Systemtransporttheorie
- ...

Ziele der FTA

Analytische Methoden zur Prognose der Zuverlässigkeit und anschließender Optimierung

Qualitativ:

- *Fehlerbaumanalyse*

Ziele der qualitative FTA:

- Identifizierung sämtlicher Ausfälle, Ausfallkombinationen, Ursachen
- Identifizieren der kritischen Ereignisse bzw. Ereigniskombinationen
- Objektive Beurteilungskriterien
- Dokumentation

Quantitativ:

- *Fehlerbaumanalyse*

Ziele der quantitative FTA:

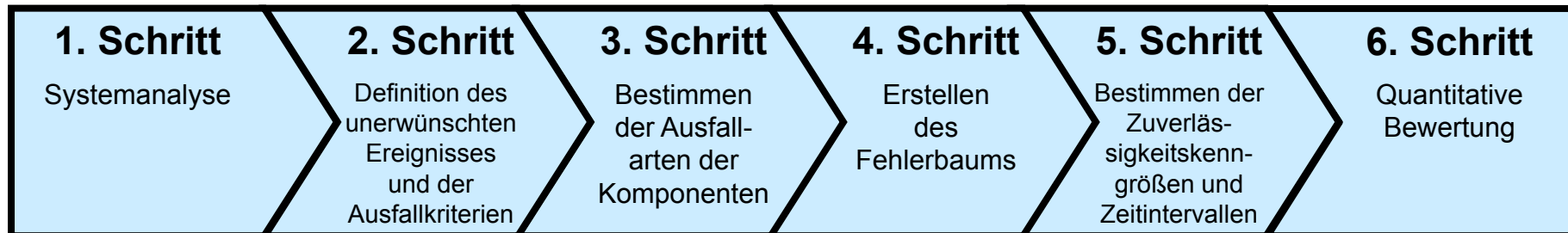
- Berechnung der Zuverlässigkeitskenngrößen
- Aufzeigen der besonders zuverlässigkeitsbeeinflussenden Faktoren
- Nachweis von Zuverlässigkeitsforderungen

Ablaufschema der FTA

Qualitative FTA



Quantitative FTA



Gliederung

5.1 Einleitung

5.2 Qualitative FTA

- Ablauf der qualitativen FTA
- Vergleich: FTA – FMEA
- Zusammenfassung der qualitativen FTA

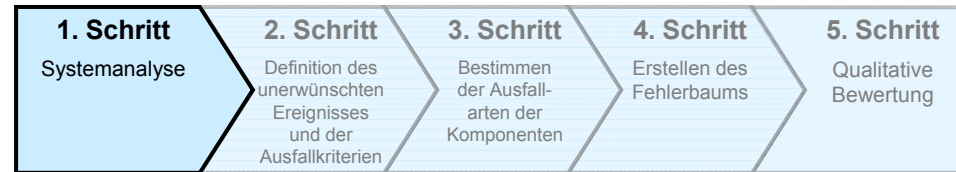
5.3 Quantitative FTA

5.4 Zuverlässigkeitsgraph

5.5 Übungsbeispiele

Ablaufschema der qualitativen FTA





1. Schritt: Systemanalyse

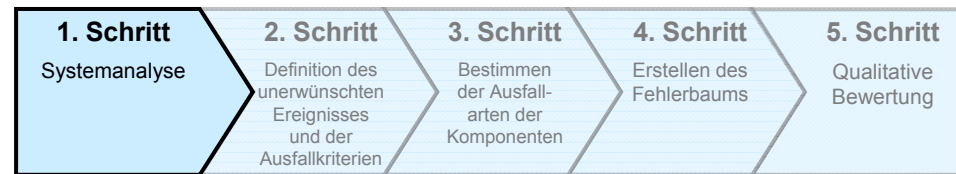
Ziel:

Wirkungsweise des Systems unter Berücksichtigung seiner Schnittstellen zur Umwelt transparent machen

Vorgehensweise:

a) Systemfunktionen und Systemanforderungen ermitteln

- Aufzeigen sämtlicher geforderten Funktionen des Systems
- Zuordnen der Funktionen zu den ausführenden Elementen
- Beachten der Leistungsziele und zulässigen Abweichungen der Funktion
- Informationsquellen und technische Hilfsmittel
 - Signal-/Stromflusspläne
 - Lastenheft
 - Konstruktionszeichnungen
 - ...
- Übliche Methode: Funktionsblockdiagramm

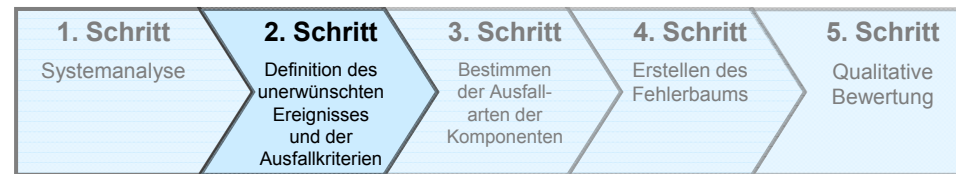


b) Umgebungsbedingungen berücksichtigen

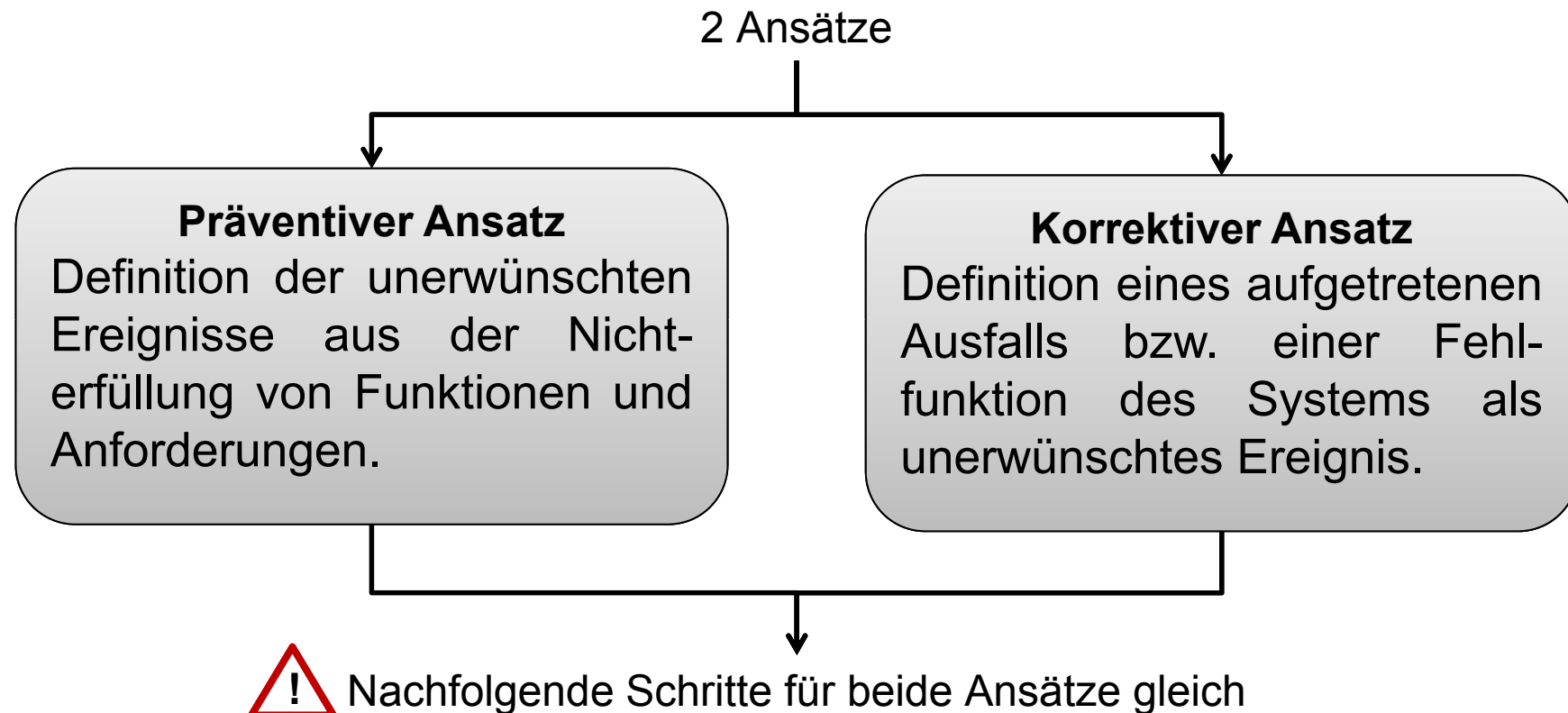
- Umgebungseinflüsse identifizieren
 - Physikalische und chemische Eigenschaften der Systemelemente ermitteln
- Erfüllung der Funktionen muss auch unter Umgebungsbedingungen gewährleistet sein

c) Abhängigkeiten und Verhalten untersuchen

- Zusammenwirken der Systemelemente
- Reaktionen des Systems auf die Umgebung
- Verhalten des Systems bei internen Ausfällen und bei Ausfällen benötigter Hilfsquellen



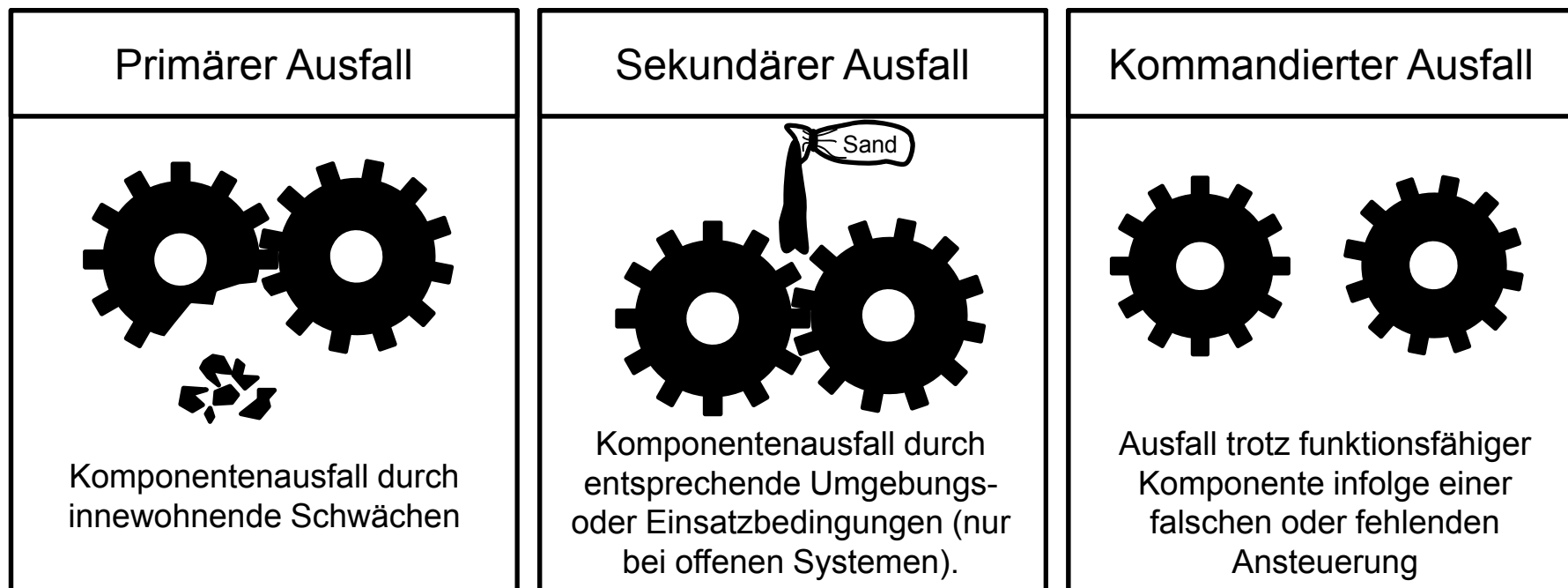
2. Schritt: Definition der unerwünschten Ereignisse





3. Schritt: Bestimmen der Ausfallarten der Komponenten

Ausfallarten nach DIN 25424:



Ableiten sämtlicher Ausfallarten

⇔ unterschiedliche Ausfallarten können unterschiedliche Auswirkungen auf top event besitzen



UNI STUTTGART Zuverlässigkeitstechnik

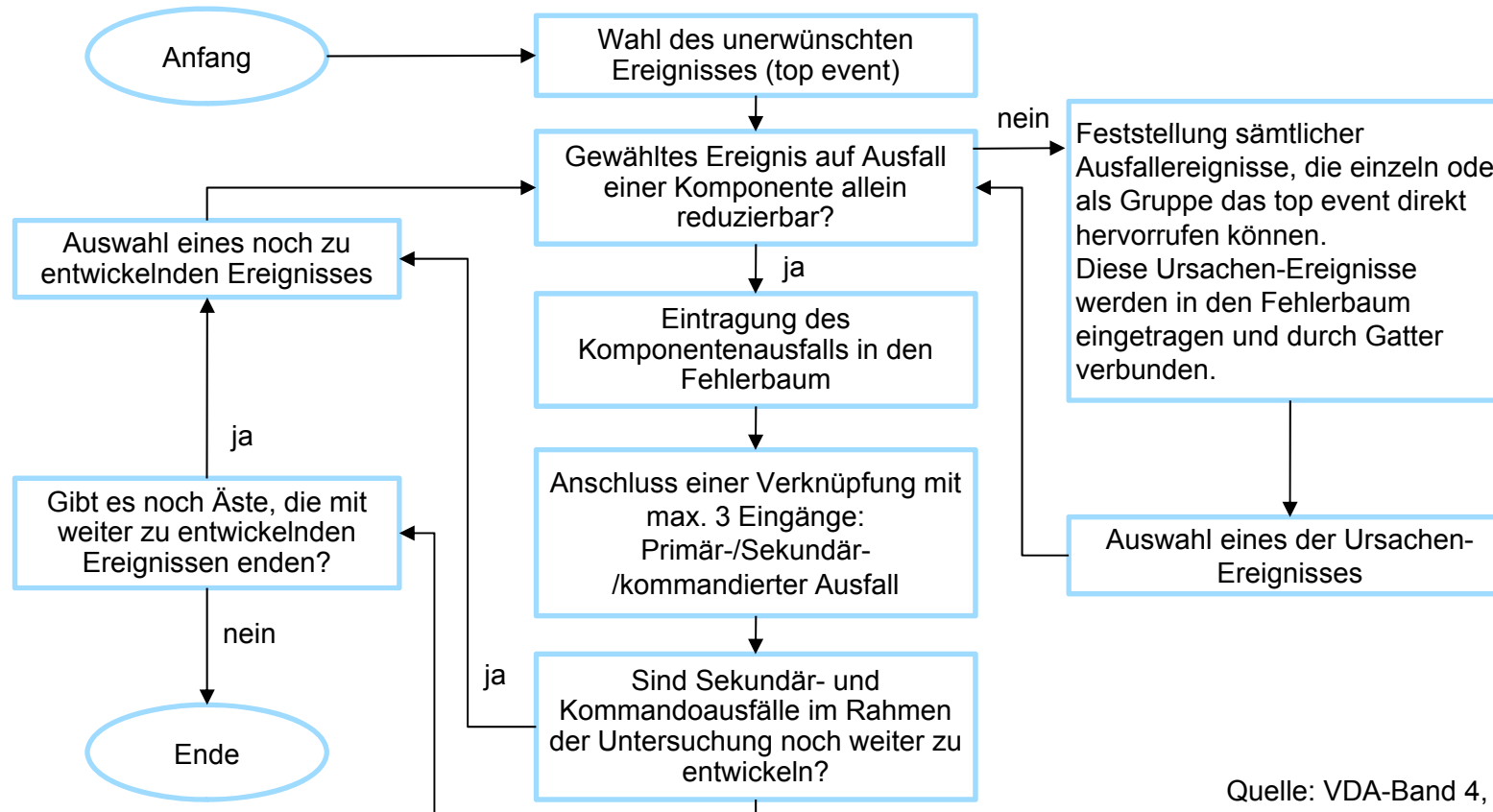
Institut für Maschinenelemente ©

Dr. Zeiler



4. Schritt: Erstellen des Fehlerbaums

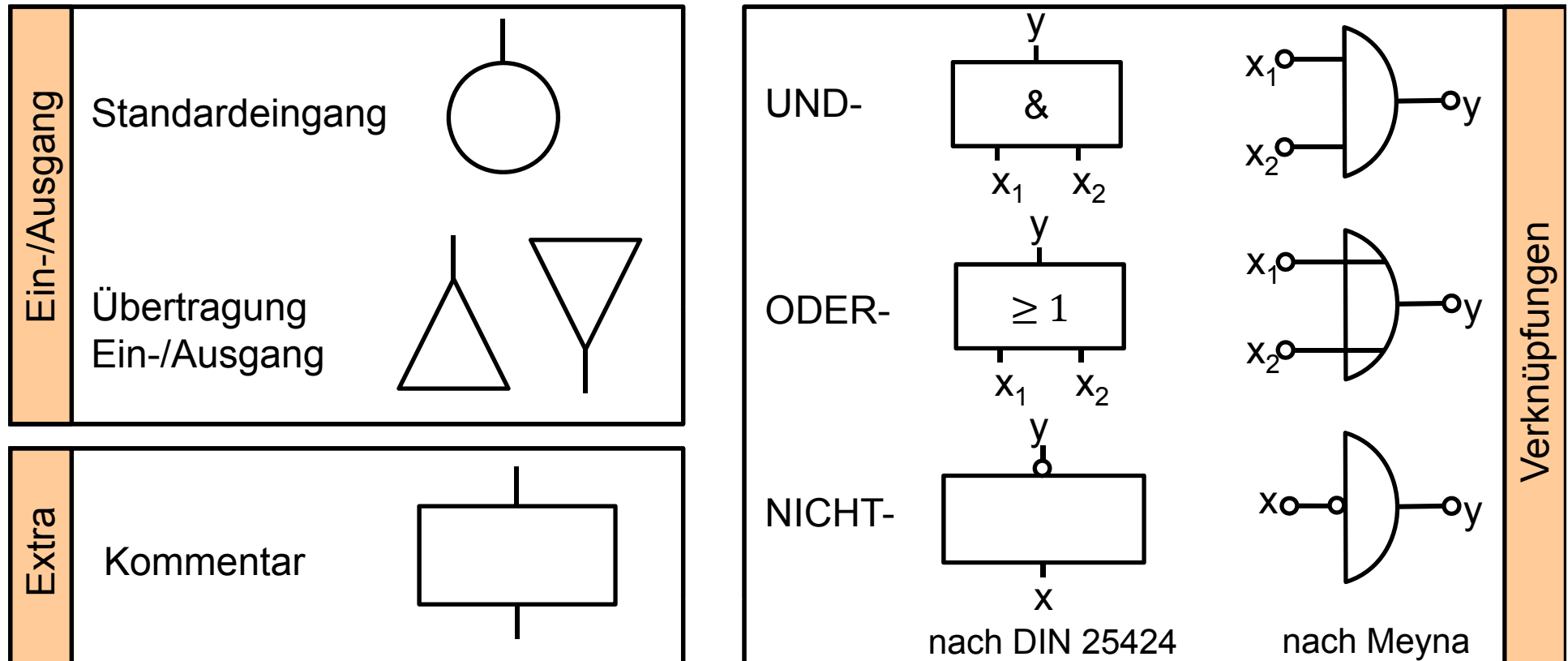
a) Allgemeine Vorgehensweise zur Erstellung eines Fehlerbaums



Quelle: VDA-Band 4, Bild 12

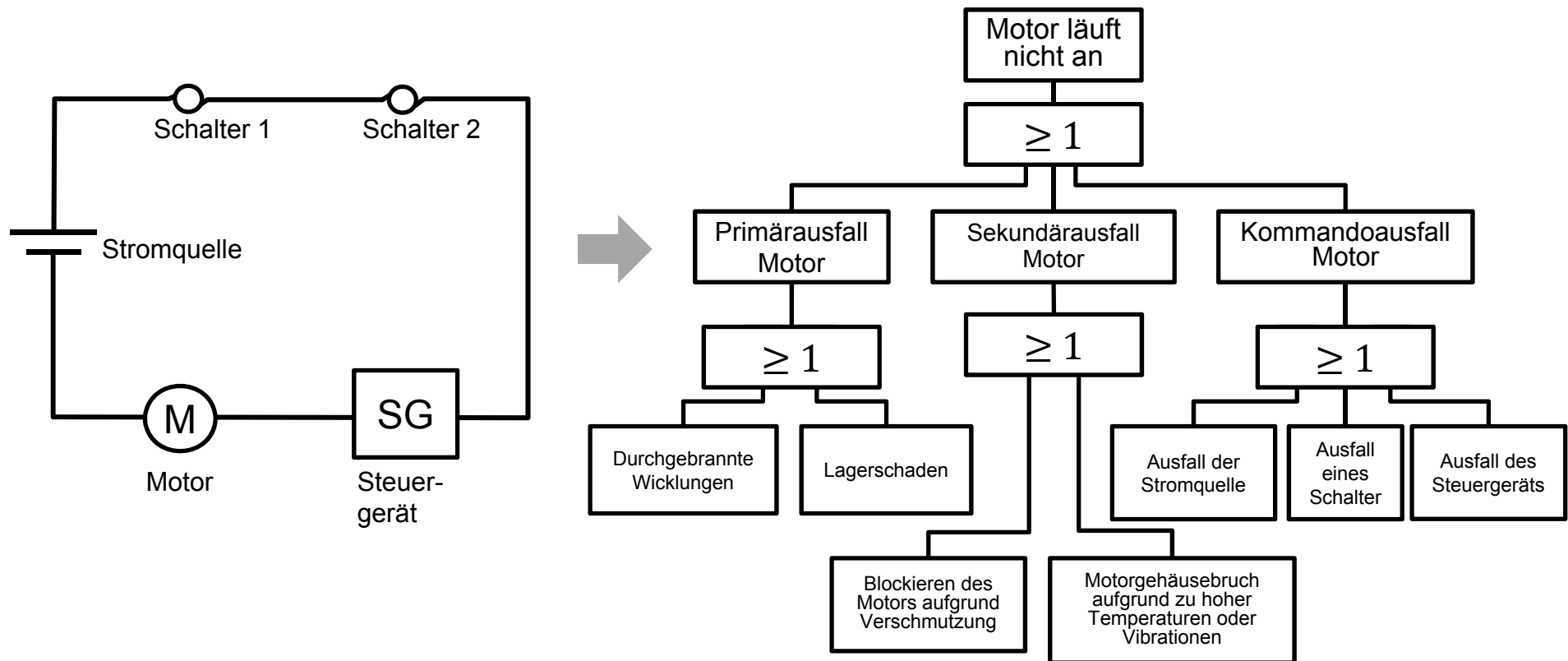


b) Symbolik der FTA





c) Beispiel für einen Fehlerbaum: Schaltplan zur Steuerung eines Motors



in Anlehnung an VDA-Band 4, S.12f



d) Beispiel für einen Fehlerbaum: Fahrwerk eines Flugzeugs



Ein Flugzeug besitzt für den Start- und Landevorgang und für die Beweglichkeit auf dem Boden ein Bugradfahrwerk.

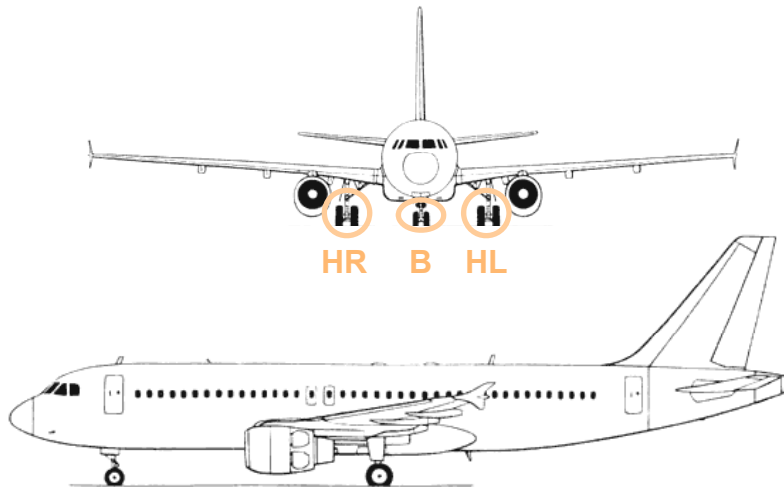
Das Bugradfahrwerk des Flugzeugs besteht aus

- einem Bugrad (B),
- einem linken Hauptfahrwerk (HL) und
- einem rechten Hauptfahrwerk (HR).

Jede Fahrwerksgruppe (Bugrad und Hauptfahrwerke) besitzt jeweils zwei Reifen.

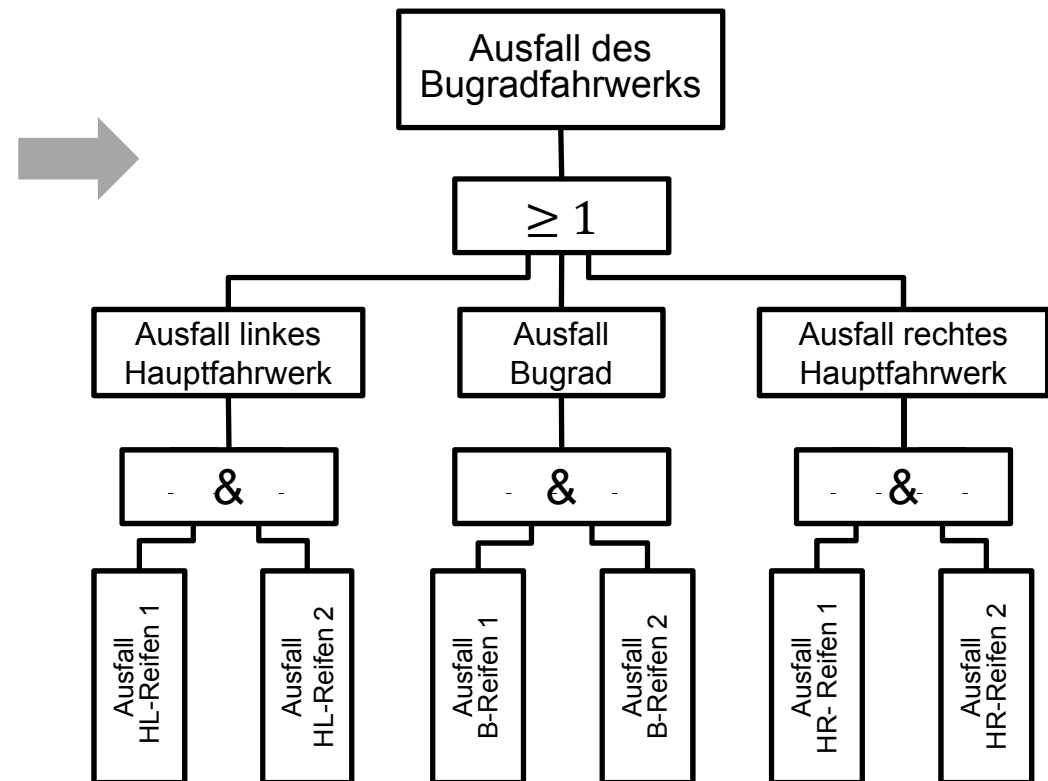
Eine Fahrwerksgruppe fällt aus, wenn kein einziges Rad zur Verfügung steht.

Der Ausfall einer Fahrwerksgruppe ist gleichbedeutend mit dem Komplettausfall des Bugradfahrwerks.





d) Beispiel für einen Fehlerbaum: Fahrwerk eines Flugzeugs



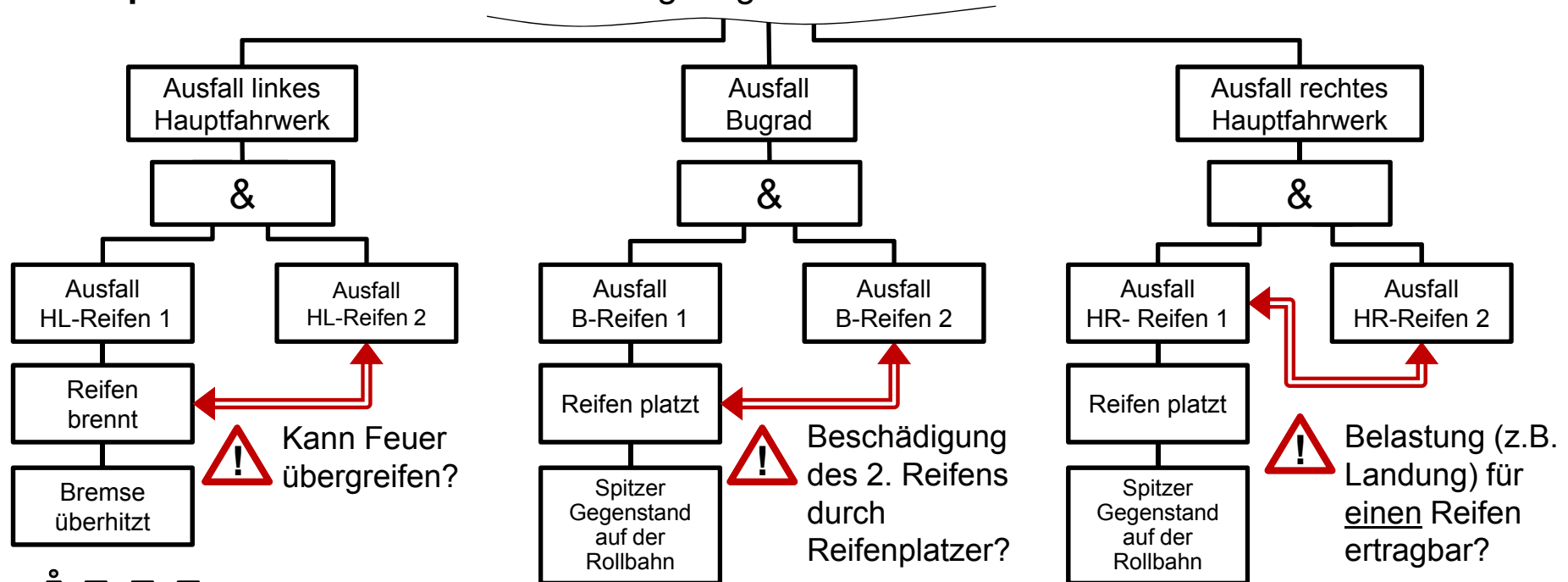


Frage: Ist Redundanz tatsächlich vorhanden?

Common Mode

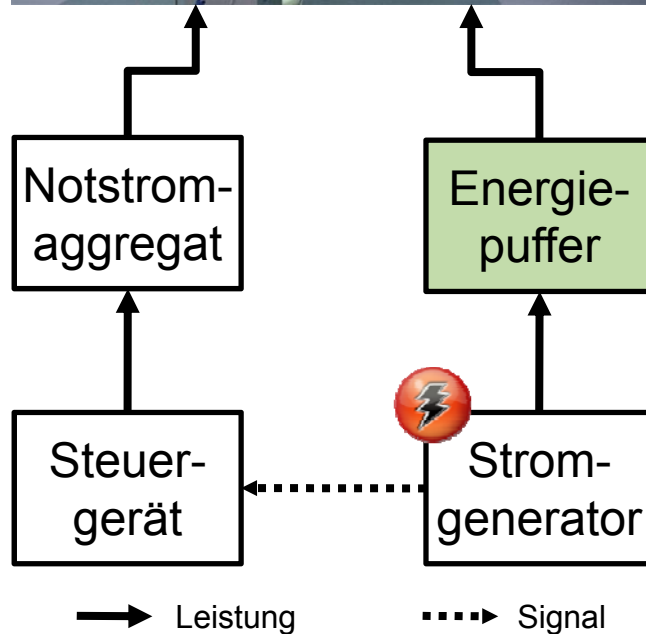
„Gemeinsame Ausfallart“

Beispiel: Ausfall eines Reifens im Flugzeugfahrwerk





e) Beispiel für einen Fehlerbaum: Stromversorgung in einem Krankenhaus



Der OP in einem Krankenhaus wird über ein eigenes Stromnetzwerk betrieben.

Das Stromnetzwerk besteht aus

- einem Stromgenerator,
- einem Energiepuffer,
- einem Steuergerät und
- einem Notstromaggregat.

Zur Funktion des Stromnetzwerks:

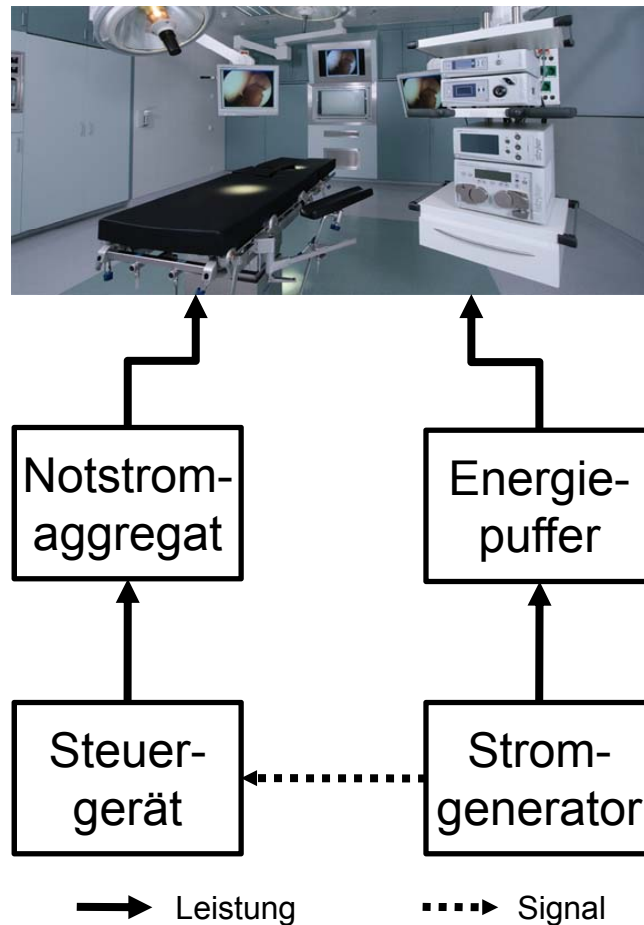
Im Standardbetrieb versorgt der *Stromgenerator* über einen *Energiepuffer* den OP-Raum mit Energie.

Fällt der *Stromgenerator* allerdings aus, wird dies über die *Steuerung* festgestellt und das *Notstromaggregat* wird aktiviert.

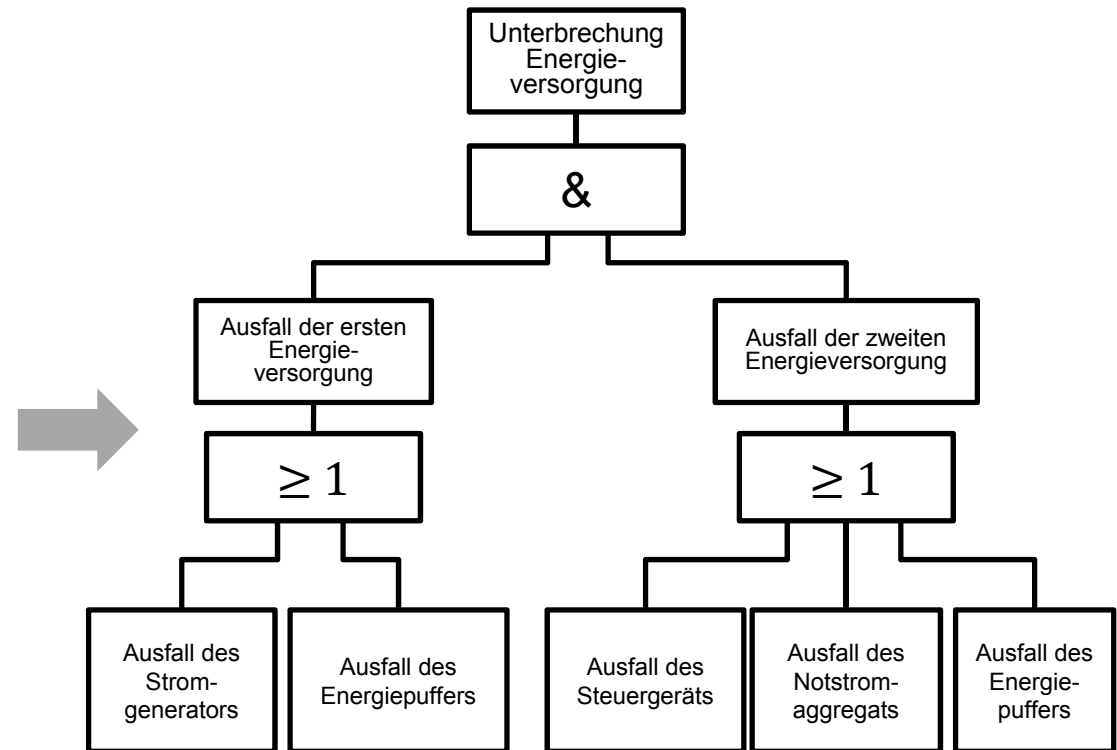
Die Startzeit des Notstromaggregats wird mit Hilfe des Energiepuffers, der gerade genug Energie gespeichert hat, überbrückt.



e) Beispiel für einen Fehlerbaum: Stromversorgung in einem Krankenhaus



Entwicklung des Fehlerbaums über Funktionen:



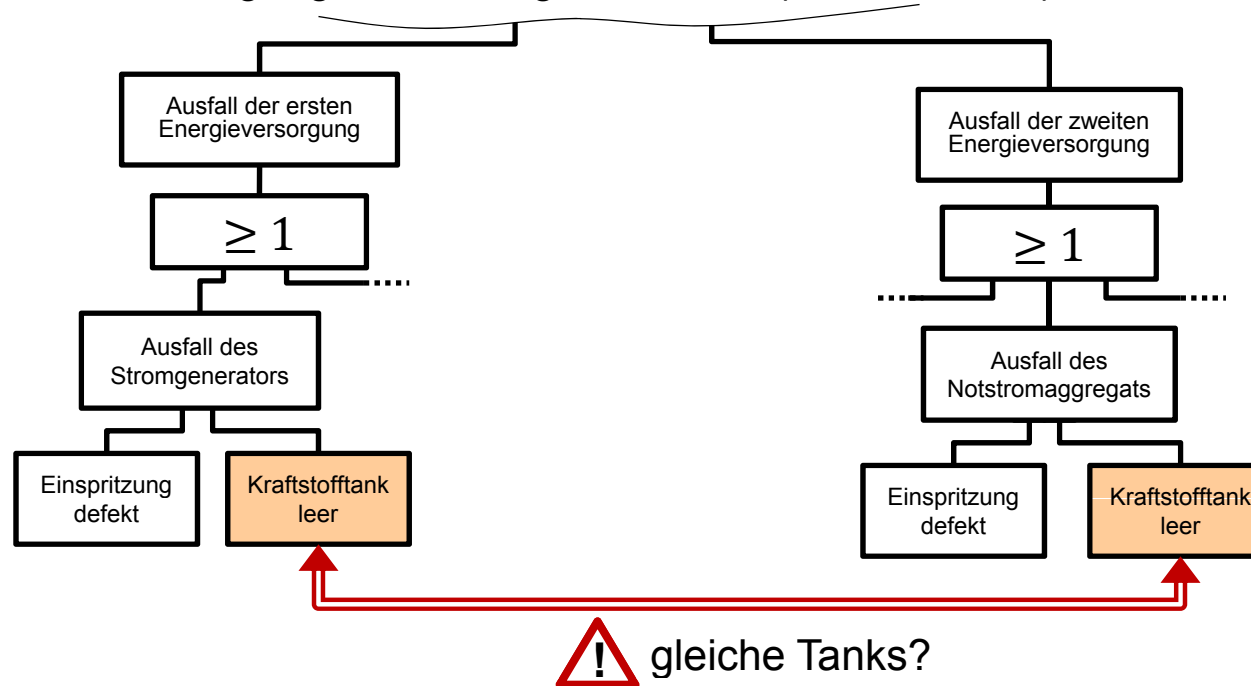
Funktionelle Betrachtung zeigt Schwächen im Aufbau der Stromversorgung (keine wirkliche Redundanz)



Frage: Ist Redundanz tatsächlich vorhanden?

Common Cause
„Gemeinsame Ausfallursache“

Beispiel: Kraftstoffversorgung der Stromgeneratoren (Krankenhaus)



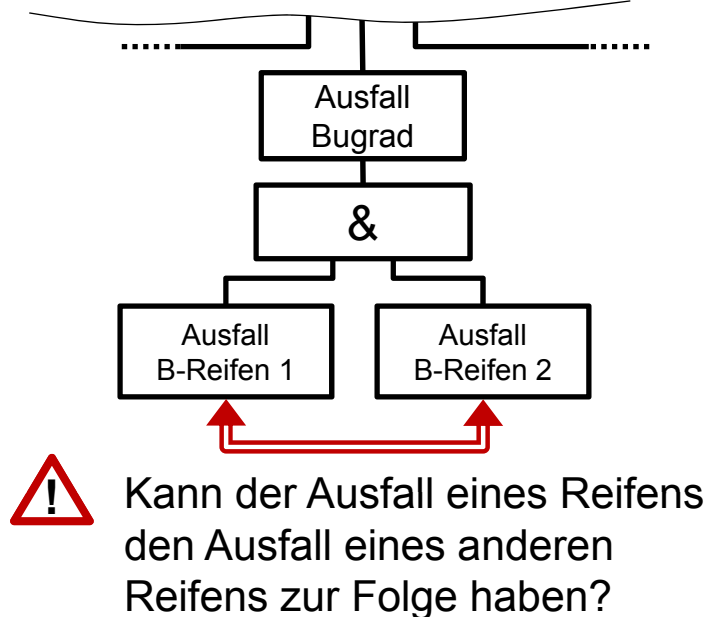


Zusammenfassung

Common Mode

„gleiche Ausfallart“

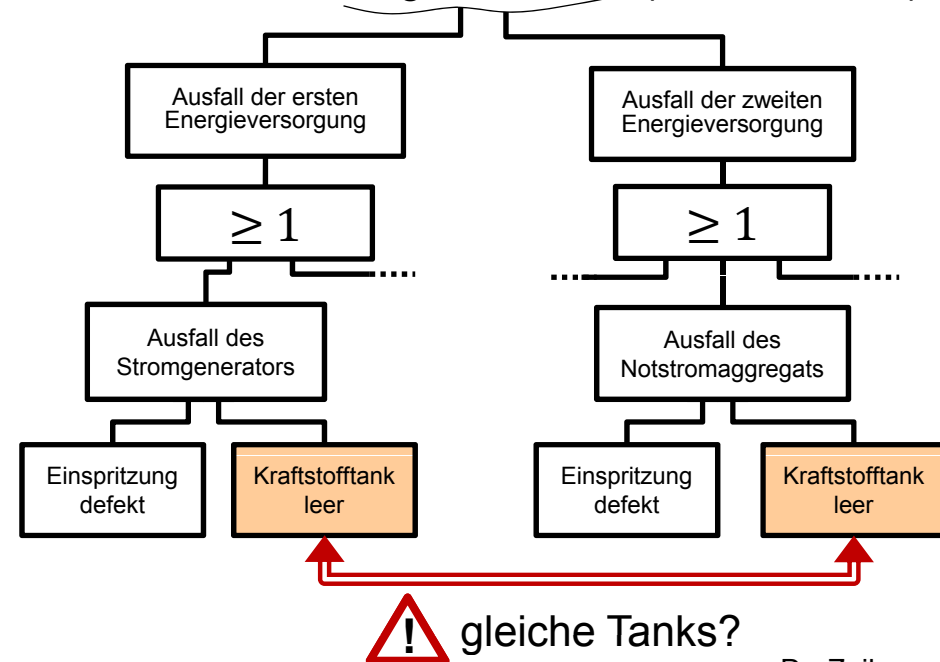
Beispiel: Fahrwerk eines Flugzeugs



Common Cause

„Gemeinsame Ausfallursache“

Beispiel: Kraftstoffversorgung der Stromgeneratoren (Krankenhaus)





5. Schritt: Qualitative Bewertung

- Keine Eingangsdaten (Ausfallraten) notwendig
- FTA = vollständiges Verfahren
d.h. im Prinzip sollten alle Ereigniskombinationen gefunden werden
- Ansätze

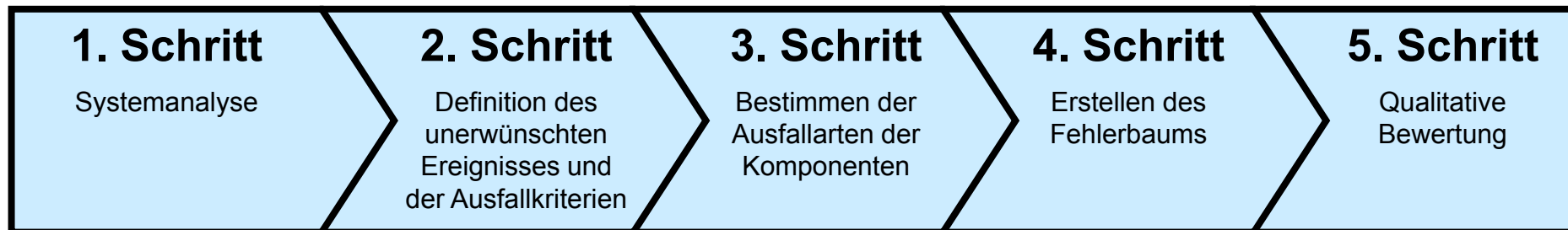
Kritischer Pfad

- = derjenige Ast, in dem die aufgeführten Komponentenausfälle nicht durch systemeigene Vermeidungs- bzw. Prüfmechanismen belegt sind
- Erkenntnisse über das Ursachen-Wirkungsgefüge
 - Ableitung erster Näherungen über das momentane Risiko möglicher Systemeschwachstellen aus gewonnenen Ergebnisse

Minimale Schnittmenge

- = minimale Kombination von Systemkomponenten, deren Ausfall zum unerwünschten Ergebnis führen (auch Minimalschnitt, minimal cut set, kritische Menge genannt)
- ⇒ qualitative Aussage zu den „schwächsten Ästen“
- Untersuchung nach Einzel- und Mehrfachausfällen

Zusammenfassung



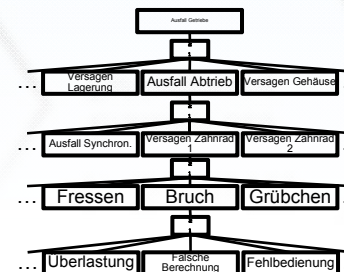
Untersuchungen zu

- Systemfunktionen
- Systemanforderungen
- Umgebungsbedingungen
- Abhängigkeiten
- Verhalten

Definition anhand

- präventiven Ansatz
- Korrektiven Ansatz

Ermittlung der Ausfallarten



Bewertung anhand

- Kritischen Pfad
- Minimale Schnittmenge

→ Beispiele

Qualitative FTA – FMEA

Qualitative FTA/FBA	FMEA
<u>F</u> ault <u>T</u> ree <u>A</u> nalysis <u>F</u> ehler <u>b</u> aum <u>a</u> nalyse	<u>F</u> ault <u>M</u> odes and <u>E</u> ffects Analysis <u>F</u> ehler- <u>M</u> öglichkeits- und <u>E</u> influss- <u>A</u> nalyse
DIN IEC 1025, DIN 25 424	VDA Band 4, IEC 812, DIN 25 448
Deduktive Methode Fehlerursache vom Bauteil → Wirkung auf die Einheit	Induktive Methode Fehlerursache vom Bauteil ← Wirkung auf die Einheit
• Systematische Suche nach Ursachen eines Ereignisses bzw. Fehlers • ETA (Event Tree Analysis) Ereignisablaufanalyse sucht nach den Folgen des Fehlers	• FMEA kombiniert beide Fragestellungen – Was sind Ursachen? – Was sind Folgen des Fehlers? • Nicht so systematisch wie FTA • Bewertung durch Kombination beider Fragestellungen die Risiken eines Fehlers und definiert je nach Risikopotential Verbesserungsmaßnahmen

➡ Methoden schließen sich nicht aus

Qualitative FTA – FMEA

- FMEA und FTA sind verschiedene Methoden
- Bestimmung der Ausfallarten leichter bei Vorkenntnissen aus FMEA
- FMEA untersucht Einzelfehlerfolgen und überspringt Ebenen
- FTA untersucht systematischer
- FTA kennt Verknüpfungen UND, ODER, NICHT, Wartung / Reparatur

Gliederung

5.1 Einleitung

5.2 Qualitative FTA

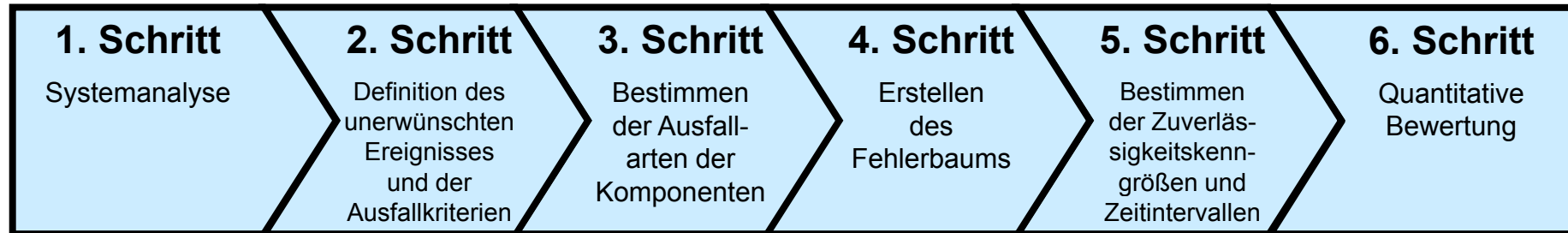
5.3 Quantitative FTA

- Ablauf der quantitativen FTA
- Boolesches Modell
- Zusammenfassung

5.4 Zuverlässigkeitsgraph

5.5 Übungsbeispiele

Ablaufschema der quantitativen FTA



Untersuchungen zu

- Systemfunktionen
- Systemanforderungen
- Umgebungsbedingungen
- Abhängigkeiten
- Verhalten

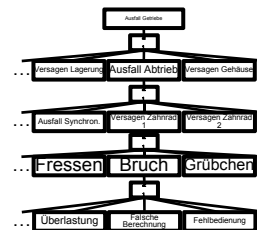
Definition anhand

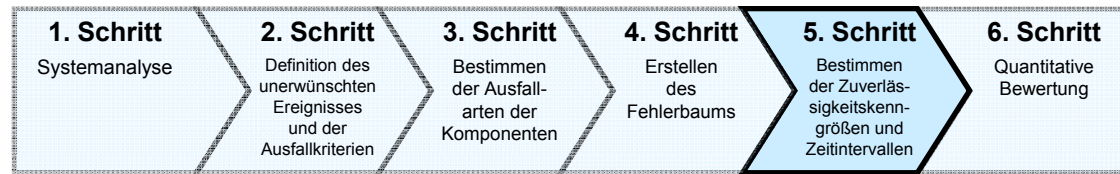
- präventiven Ans.
- korrektiven Ans.

Ermittlung der Ausfallarten



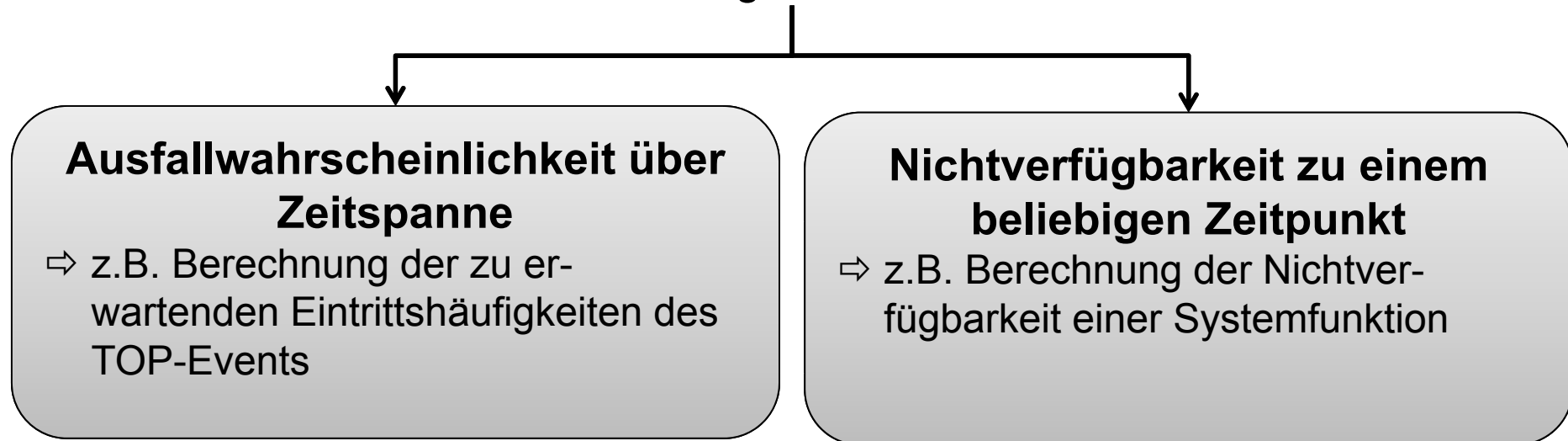
Zuverlässigkeitskenngrößen für Ausfallarten werden benötigt





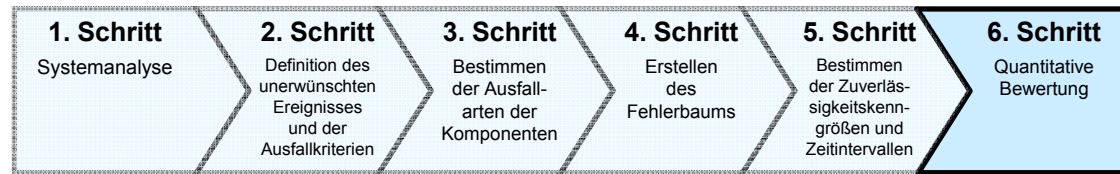
5. Schritt: Bestimmen der Zuverlässigkeitskenngröße für Basisereignis

2 Möglichkeiten



Quellen für Zuverlässigkeitskenngrößen

- Labortest
- Felderfahrung
- MIL-HDBK 217F
- ...



6. Schritt: Quantitative Bewertung

Ziele der quantitativen FTA:

- Berechnen der Zuverlässigkeitskenngrößen
- Aufzeigen der besonders zuverlässigkeitsbeeinflussenden Faktoren
- Nachweis von Zuverlässigkeitsforderungen

- Grundlage: **Boolesches Modell**

Definition:

- eine der einfachsten und gebräuchlichsten Methoden
- Modell aus Systemelemente und logischen Verknüpfungen
- ⇒ Zuverlässigkeitsvorhersage über ein System mit Hilfe der Boolesche Algebra

Boolesche Variabel:

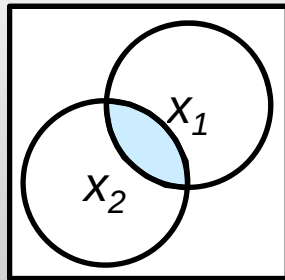
$$x_i, y \in \{0,1\}$$

Positivlogik:

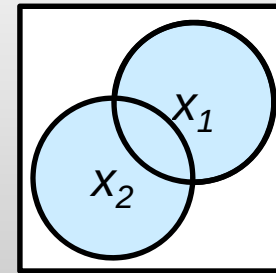
1 = funktionstüchtig

0 = ausgefallen

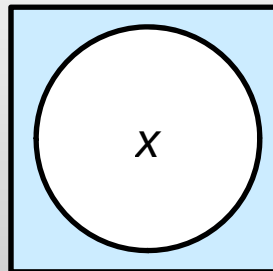
Grundverknüpfungen der Booleschen Modellbildung



Konjunktion



Disjunktion



Negation

Konjunktion

Definition:

Eine Konjunktion für zwei binäre Variablen ist gegeben, wenn x_1 und x_2 gleich 1. Dann ist $y=1$.

Andere Bezeichnungen:

und, and

Boolesche Gleichung:

$$y = x_1 \wedge x_2$$

$$= x_1 \cdot x_2$$

$$y = x_1 x_2$$

$$= x_1 \& x_2$$

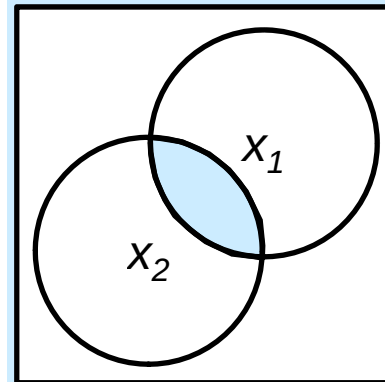
Operatoren:

$\wedge$

$\cdot$

$\&$

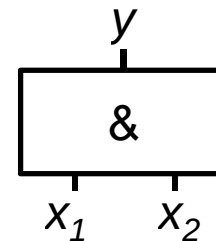
VENN-Diagramm



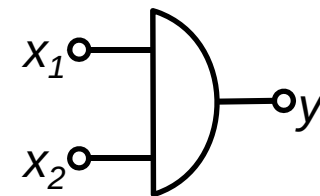
Wertetabelle

	0	1	x_1
0	0	0	
1	0	1	
x_2	y		

FTA-Symbole



nach DIN 25424



nach Meyna

Disjunktion

Definition:

Eine Disjunktion für zwei binäre Variablen ist gegeben, wenn x_1 oder x_2 gleich 1 sowie x_1 und x_2 gleich 1. Dann ist $y=1$. In diesem Fall spricht man von einem inklusiven Oder.

Andere Bezeichnungen:

oder, or

Boolesche Gleichung:

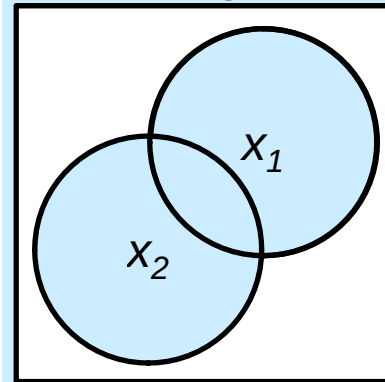
$$y = x_1 \vee x_2$$
$$= x_1 + x_2$$

Operatoren:

$\vee$

$+$

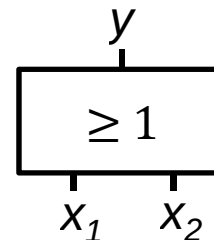
VENN-Diagramm



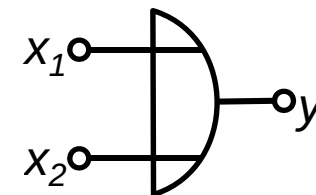
Wertetabelle

	0	1	x_1
0	0	1	
1	1	1	
x_2	y		

FTA-Symbole



nach DIN 25424



nach Meyna

Negation

Definition:

Hat eine Boolesche Variable den Wert 1, dann ist die negierte Variable 0 und umgekehrt

Andere Bezeichnungen:

nicht, Negator, Inverter, Phasendreher

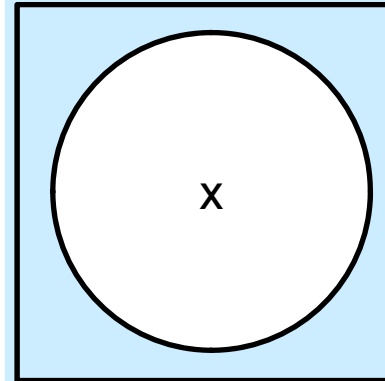
Boolesche Gleichung:

$$y = \bar{x}$$

Operatoren:

—

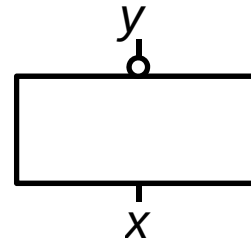
VENN-Diagramm



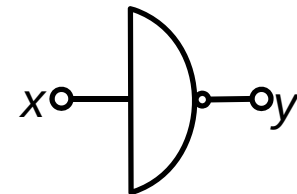
Wertetabelle

0	1	x
1	0	
y		

FTA-Symbole



nach DIN 25424



nach Meyna

Axiome der Booleschen Algebra

Kommutativgesetz

$$x_1 \wedge x_2 = x_2 \wedge x_1$$

$$x_1 \vee x_2 = x_2 \vee x_1$$

Distributivgesetz

$$x_1 \vee (x_2 \wedge x_3) = (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3)$$

$$x_1 \wedge (x_2 \vee x_3) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3)$$

Absorptionsgesetz

$$x \vee x = x$$

$$x \wedge x = x$$

Postulate

0-/1-Element

$$x \vee 0 = x$$

$$x \wedge 1 = x$$

Komplement

$$x \wedge \bar{x} = 0$$

$$x \vee \bar{x} = 1$$

Assoziativgesetz

$$x_1 \wedge (x_2 \wedge x_3) = (x_1 \wedge x_2) \wedge x_3$$

$$x_1 \vee (x_2 \vee x_3) = (x_1 \vee x_2) \vee x_3$$

Idempotenzgesetz

$$x_1 \vee (x_1 \wedge x_2) = x_1$$

$$x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) = x_1$$

De Morgansches Gesetz

$$\overline{x_1 \vee x_2} = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2$$

$$\overline{x_1 \wedge x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$$

weiter gilt

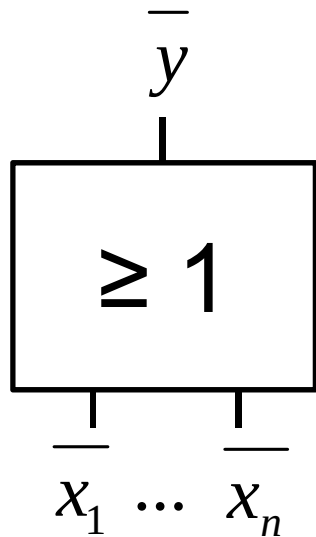
$$\overline{\bar{x}} = x$$

$$x \vee 1 = 1$$

$$x \wedge 0 = 0$$

Zusammenhang Fehlerbaum – Funktionsbaum (beispielhaft)

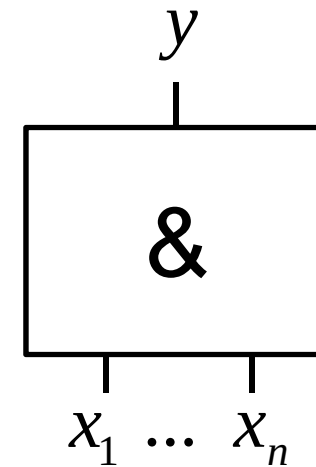
Fehlerbaum



Daraus ergibt sich:
Systemausfallwahrscheinlichkeit

$$F_S = F_S(F_1, \dots, F_n)$$

Funktionsbaum



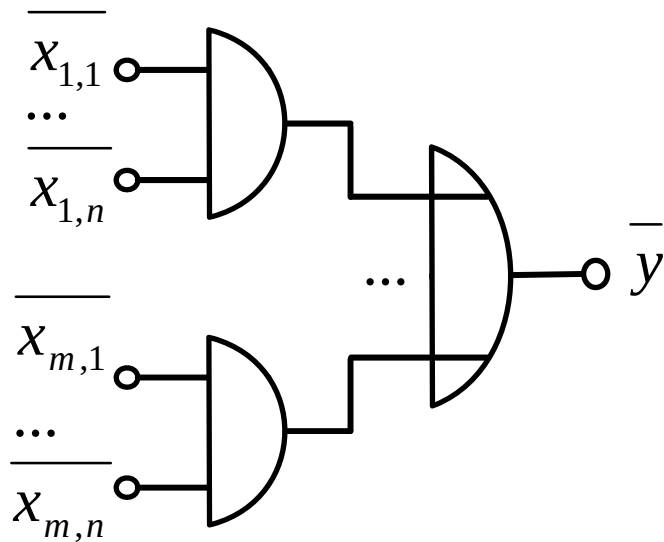
Daraus ergibt sich:
Systemzuverlässigkeit

$$R_S = R_S(R_1, \dots, R_n)$$

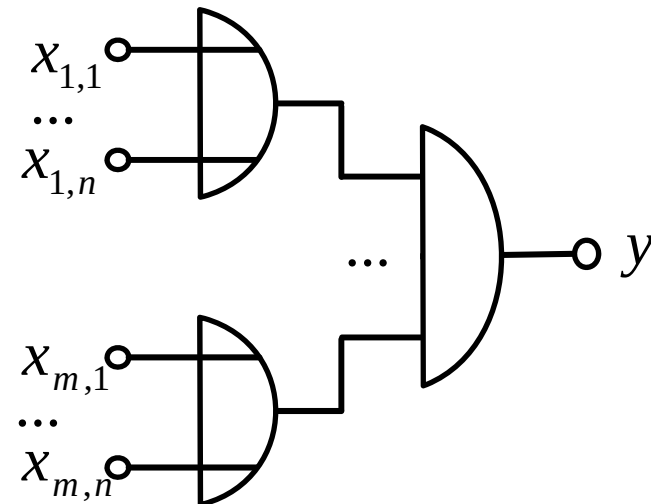


Zusammenhang Fehlerbaum – Funktionsbaum (beispielhaft)

Fehlerbaum



Funktionsbaum



Übergang zur Wahrscheinlichkeit

Definition:

System, Ausgang

$$\bar{y} \hat{=} F_S$$

$$\bar{y} = 1 \hat{=} F_S = 100\%$$

$$\bar{y} = 0 \hat{=} F_S = 0\%$$

$$y \hat{=} R_S$$

$$y = 1 \hat{=} R_S = 100\%$$

$$y = 0 \hat{=} R_S = 0\%$$

Komponente, Eingang

$$\bar{x} \hat{=} F_{\text{Komponente}}$$

$$\bar{x} = 1 \hat{=} F_{\text{Komponente}} = 100\%$$

$$\bar{x} = 0 \hat{=} F_{\text{Komponente}} = 0\%$$

$$x \hat{=} R_{\text{Komponente}}$$

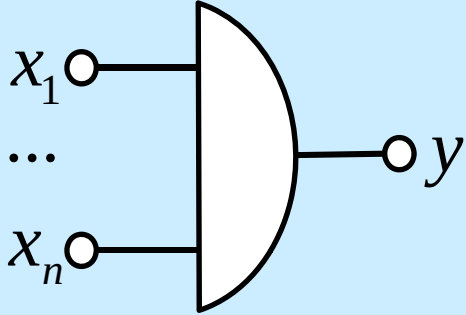
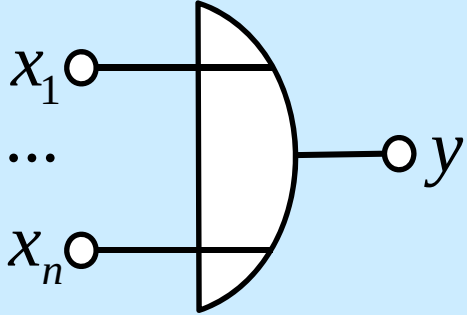
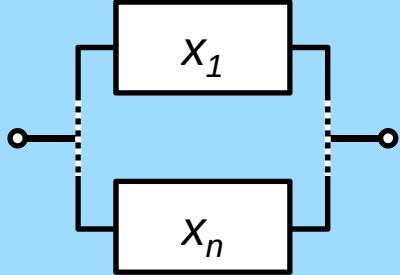
$$x = 1 \hat{=} R_{\text{Komponente}} = 100\%$$

$$x = 0 \hat{=} R_{\text{Komponente}} = 0\%$$

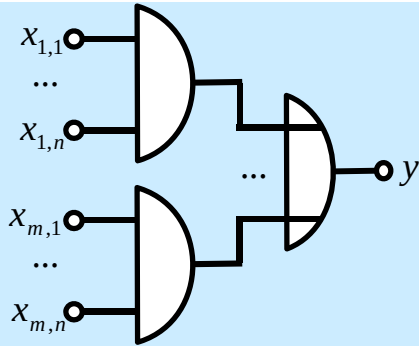
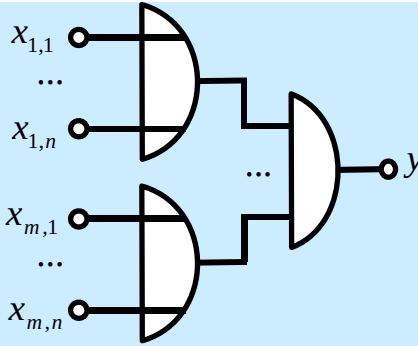
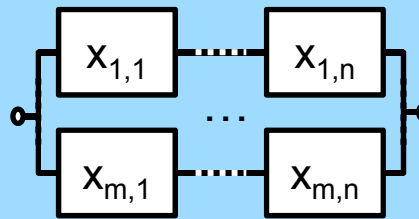
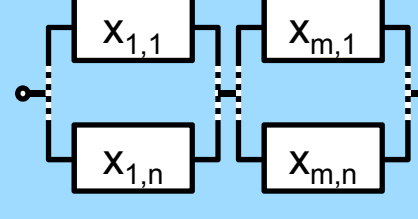
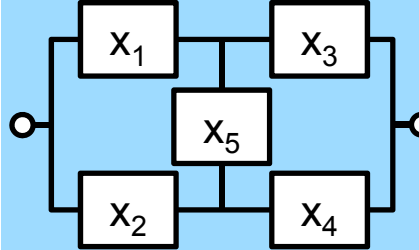
Übergang zur Wahrscheinlichkeit

	logisch	mathematisch	
		Positivlogik	Negativlogik
Konjunktion	$y = \bigwedge_{i=1}^n X_i$	$R_S(t) = R_1(t) \wedge R_2(t) \wedge \dots = \bigwedge_{i=1}^n R_i(t)$ $R_S(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$	$F_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - F_i(t))$
Disjunktion	$y = \bigvee_{i=1}^n X_i$	$R_S(t) = R_1(t) \vee R_2(t) \vee \dots = \bigvee_{i=1}^n R_i(t)$ $R_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t))$	$F_S(t) = \prod_{i=1}^n F_i(t)$
Negation	$y = \bar{x}$	$R_S(t) = F_K(t) = 1 - R_K(t)$ zuverlässigkeitstechnisch unsinnig	$F_S(t) = R_K(t)$ zuverlässigkeitstechnisch unsinnig

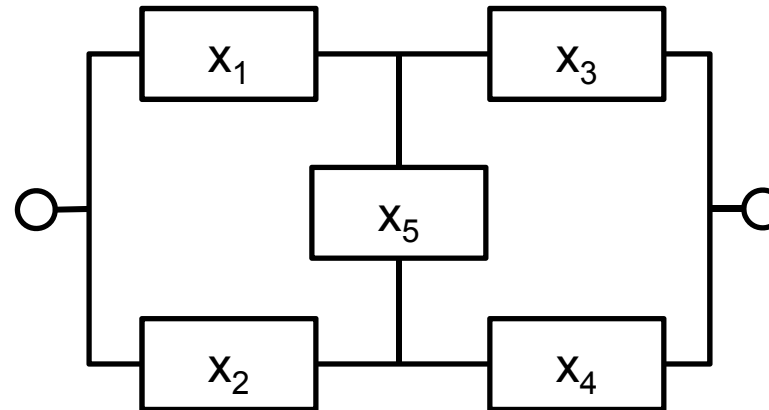
Übergang zur Wahrscheinlichkeit

Systemstruktur	Reihenanzordnung	Parallelanzordnung
Funktionsbaum		
Blockschaltbild		
Boolesche Funktion	$y = x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n = \bigwedge_{i=1}^n x_i$	$y = x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n = \bigvee_{i=1}^n x_i$
System-zuverlässigkeit	$R_S(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$	$R_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t))$

Übergang zur Wahrscheinlichkeit

Systemstruktur	Parallel-Reihenordnung	Reihen-Parallelanordnung	Sonderform*
Funktionsbaum			*nicht in Reihen- und Parallelsysteme untergliederbar
Blockschaltbild			
Boolesche Funktion	$y = (x_{1,1} \wedge \dots \wedge x_{1,n}) \vee \dots \vee (x_{m,1} \wedge \dots \wedge x_{m,n})$	$y = (x_{1,1} \vee \dots \vee x_{m,1}) \wedge \dots \wedge (x_{1,n} \vee \dots \vee x_{m,n})$	Mit üblichen Methoden nicht möglich!
Systemzuverlässigkeit	$R_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - \prod_{j=1}^n R_{ij}(t))$	$R_S(t) = \prod_{j=1}^n (1 - \prod_{i=1}^m (1 - R_{ij}(t)))$	

Übergang zur Wahrscheinlichkeit



Hier lässt sich die Zuverlässigkeit **nicht** mit den elementaren Gleichungen für Serien- und Parallelsystemen berechnen

2 Möglichkeiten
zur exakten Berechnung

2 Möglichkeiten
zur Abschätzung

1. Methode der relevanten
Systemkomponenten
(Separation)

2. Methode der
Multilinearform

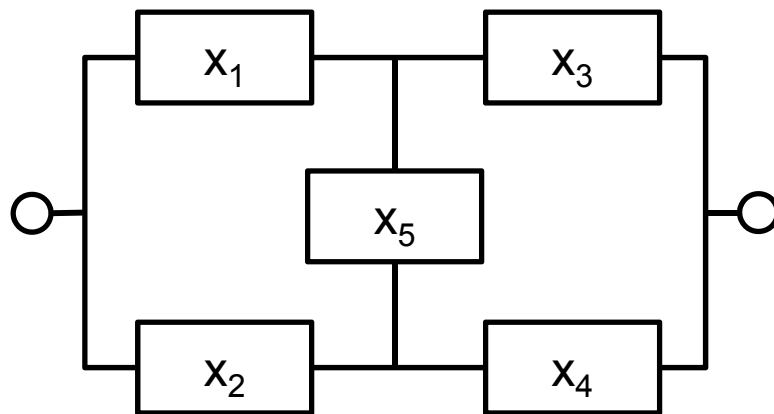
3. Methode der minimalen
Ausfallschnitte (cut set)

4. Methode der minimalen
Erfolgspfade (path set)

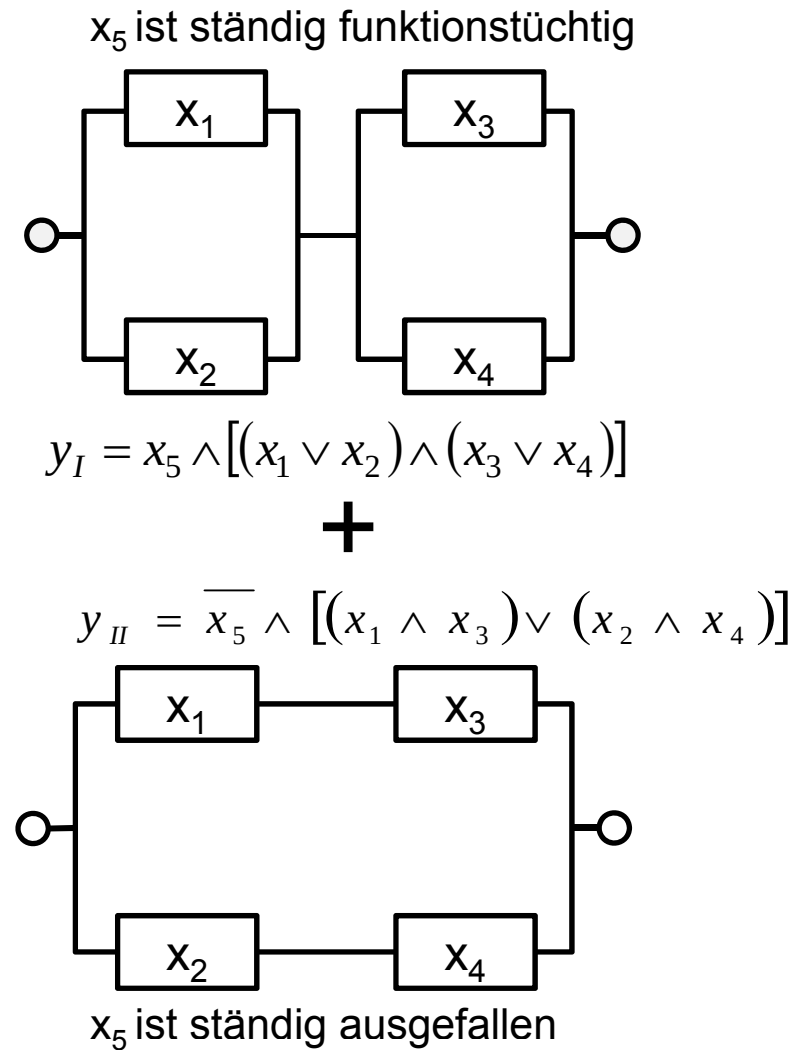


Separation

... am Beispiel der Brückenkonfiguration



Separation von x_5 , da diese Systemkomponenten in beiden Richtungen arbeiten kann und daher eine Schlüsselposition einnimmt.



Separation

$$y_I = x_5 \wedge [(x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_4)]$$

$$y_{II} = \overline{x_5} \wedge [(x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4)]$$

Berechnung
der
Zuverlässigkeit

$$R_I = R_5 \cdot [(1 - (1 - R_1) \cdot (1 - R_2)) \cdot (1 - (1 - R_3) \cdot (1 - R_4))]$$

$$R_{II} = (1 - R_5) \cdot [(1 - (1 - R_1 R_3) \cdot (1 - R_2 R_4))]$$

Addition der Teilwahrscheinlichkeiten, wegen
Unabhängigkeit der Ereignisse
(Satz der totalen Wahrscheinlichkeiten, siehe
Bronstein)

Systemzuverlässigkeit

$$R_S = R_5 \cdot [(1 - (1 - R_3) \cdot (1 - R_4)) \cdot (1 - (1 - R_1) \cdot (1 - R_2))] + (1 - R_5) \cdot [(1 - (1 - R_1 R_3) \cdot (1 - R_2 R_4))]$$

Multilinearform

Die **Multilinearform** stellt eine Lösungsalternative zur Berechnung der Methode 1 dar. Für eine softwaretechnische Umsetzung ist der Algorithmus Multilinearform oftmals einfacher. Für eine Berechnung von Hand kann diese Methode sehr aufwendig werden.



Anwendung in den folgenden Fällen:

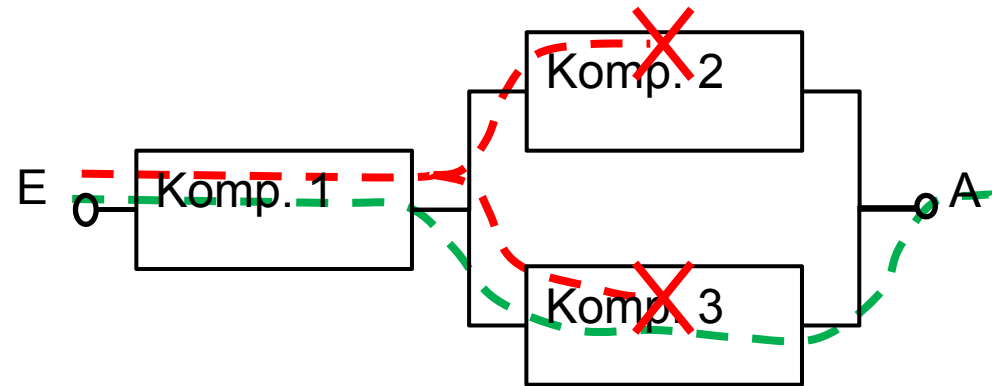
- eine zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit notwendige Komponente tritt mehrfach auf
- eine Komponente wird mehrfach für den Eingang in einem Fehlerbaum verwendet

⇒ Strukturfunktion wird so erweitert, dass eine Multilinearform vorliegt.

Einführung: Multilinearform

Wahrheitstabelle:

x_1	x_2	x_3	System
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0



Lösung:

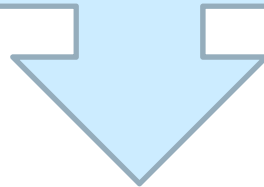
$$R_{\text{sys}} = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 \cdot (1 - R_3) + R_1 \cdot (1 - R_2) \cdot R_3$$
$$= 0,891^*$$

$$^*R_1 = R_2 = R_3 = 0.9$$

Dr. Zeiler

Multilinearform: Cut Sets (zweite disjunktive NF)

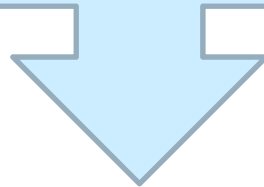
$$\begin{aligned}
 C_1 &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, x_3, x_4, x_5\} & C_2 &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, x_4, x_5\} & C_3 &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, x_3, \bar{x}_4, x_5\} & C_4 &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, x_3, x_4, \bar{x}_5\} \\
 C_5 &= \{x_1, x_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, x_5\} & C_6 &= \{\bar{x}_1, x_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, x_5\} & C_7 &= \{x_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, x_5\} & C_8 &= \{x_1, x_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\} \\
 C_9 &= \{x_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, x_4, \bar{x}_5\} & C_{10} &= \{\bar{x}_1, x_2, x_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\} & C_{11} &= \{x_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\} & C_{12} &= \{\bar{x}_1, x_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\} \\
 C_{13} &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, x_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\} & C_{14} &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, x_4, \bar{x}_5\} & C_{15} &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, x_5\} & C_{16} &= \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 F_S &= \{F_1 \cdot F_2 \cdot (1-F_3) \cdot (1-F_4) \cdot (1-F_5)\} + \{F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot (1-F_4) + (1-F_5)\} + \\
 &\{F_1 \cdot F_2 \cdot (1-F_3) \cdot F_4 \cdot (1-F_5)\} + \{F_1 \cdot F_2 \cdot (1-F_3) \cdot (1-F_4) \cdot F_5\} + \{(1-F_1) \cdot (1-F_2) \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot (1-F_5)\} + \\
 &\{F_1 \cdot (1-F_2) \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot (1-F_5)\} + \{(1-F_1) \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot (1-F_5)\} + \{(1-F_1) \cdot (1-F_2) \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot F_5\} + \\
 &\{(1-F_1) \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot (1-F_4) \cdot F_5\} + \{F_1 \cdot (1-F_2) \cdot (1-F_3) \cdot F_4 \cdot F_5\} + \{(1-F_1) \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot F_5\} + \\
 &\{F_1 \cdot (1-F_2) \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot F_5\} + \{F_1 \cdot F_2 \cdot (1-F_3) \cdot F_4 \cdot F_5\} + \{F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot (1-F_4) \cdot F_5\} + \\
 &\{F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot (1-F_5)\} + \{F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 \cdot F_5\}
 \end{aligned}$$

Multilinearform: Path Sets (erste disjunktive NF)

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \{x_1, \bar{x}_2, x_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\} & P_2 &= \{\bar{x}_1, x_2, \bar{x}_3, x_4, \bar{x}_5\} & P_3 &= \{x_1, x_2, x_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5\} & P_4 &= \{x_1, x_2, \bar{x}_3, x_4, \bar{x}_5\} \\
 P_5 &= \{x_1, \bar{x}_2, x_3, x_4, \bar{x}_5\} & P_6 &= \{\bar{x}_1, x_2, x_3, x_4, \bar{x}_5\} & P_7 &= \{x_1, x_2, x_3, x_4, \bar{x}_5\} & P_8 &= \{x_1, \bar{x}_2, x_3, \bar{x}_4, x_5\} \\
 P_9 &= \{\bar{x}_1, x_2, x_3, \bar{x}_4, x_5\} & P_{10} &= \{x_1, x_2, x_3, \bar{x}_4, x_5\} & P_{11} &= \{x_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, x_4, x_5\} & P_{12} &= \{\bar{x}_1, x_2, \bar{x}_3, x_4, x_5\} \\
 P_{13} &= \{x_1, x_2, \bar{x}_3, x_4, x_5\} & P_{14} &= \{x_1, \bar{x}_2, x_3, x_4, x_5\} & P_{15} &= \{\bar{x}_1, x_2, x_3, x_4, x_5\} & P_{16} &= \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}
 \end{aligned}$$

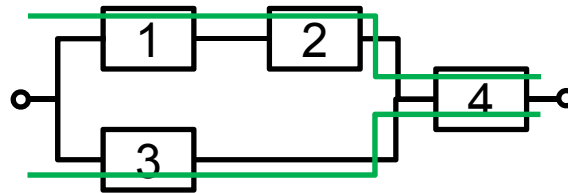


$$\begin{aligned}
 R_S &= \{R_1 \cdot (1-R_2) \cdot R_3 \cdot (1-R_4) \cdot (1-R_5)\} + \{(1-R_1) \cdot R_2 \cdot (1-R_3) \cdot R_4 \cdot (1-R_5)\} + \\
 &\{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot (1-R_4) \cdot (1-R_5)\} + \{R_1 \cdot R_2 \cdot (1-R_3) \cdot R_4 \cdot (1-R_5)\} + \{R_1 \cdot (1-R_2) \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot (1-R_5)\} + \\
 &\{(1-R_1) \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot (1-R_5)\} + \{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot (1-R_5)\} + \{R_1 \cdot (1-R_2) \cdot R_3 \cdot (1-R_4) \cdot R_5\} + \\
 &\{(1-R_1) \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot (1-R_4) \cdot R_5\} + \{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot (1-R_4) \cdot R_5\} + \{R_1 \cdot (1-R_2) \cdot (1-R_3) \cdot R_4 \cdot R_5\} + \\
 &\{(1-R_1) \cdot R_2 \cdot (1-R_3) \cdot R_4 \cdot R_5\} + \{R_1 \cdot R_2 \cdot (1-R_3) \cdot R_4 \cdot R_5\} + \{R_1 \cdot (1-R_2) \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5\} + \\
 &\{(1-R_1) \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5\} + \{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot R_5\}
 \end{aligned}$$

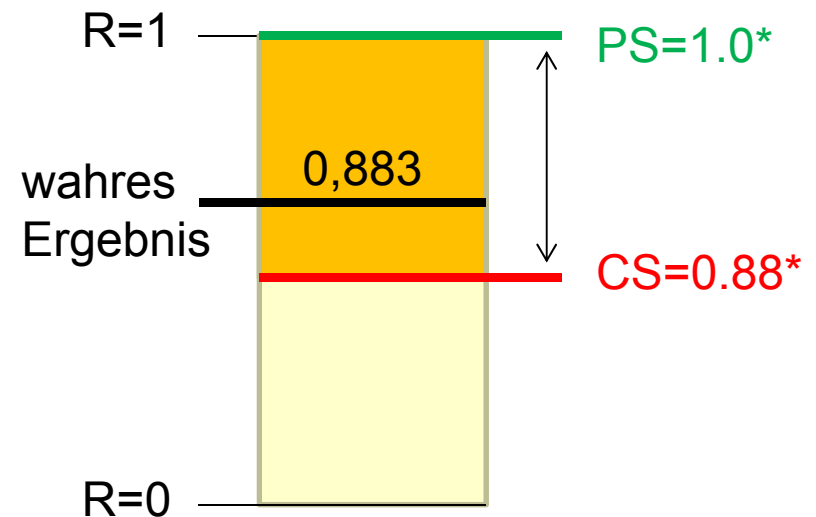
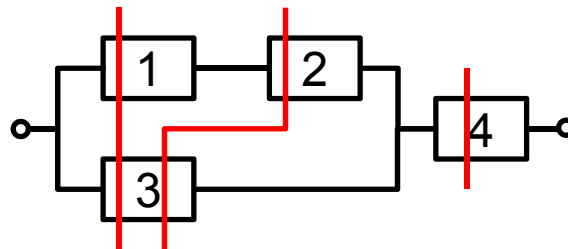
Einführung: Abschätzung durch Path-Sets / Cut-Sets

- Bei einer komplexeren Systemstruktur wird die Multilinearform umfangreich
- Bei n Komponenten ist es notwendig 2^n Beispiele zu untersuchen
- Abschätzung durch Path-Sets- und Cut-Sets- Methode möglich
- Path- und Cut-Sets Methode gibt Grenzen vor

Path-Sets (PS)



Cut-Sets (CS)



Beispiel: „Practical Reliability Engineering“, Patrick D.T. O'Connor

* $R_1=R_2=R_3=R_4=0.9$



UNI STUTTGART Zuverlässigkeitstechnik

Folie 52

Dr. Zeiler

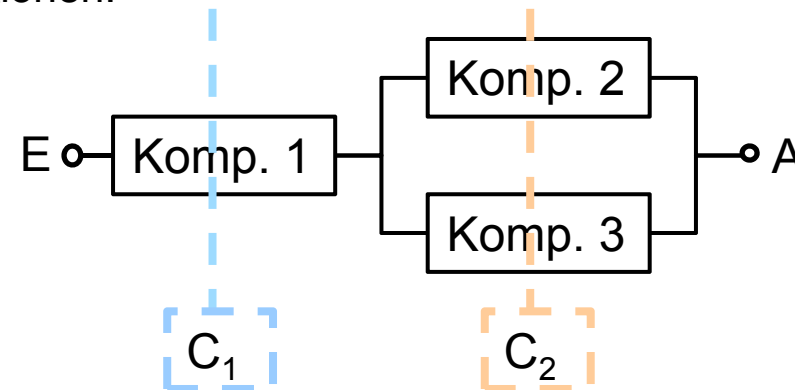
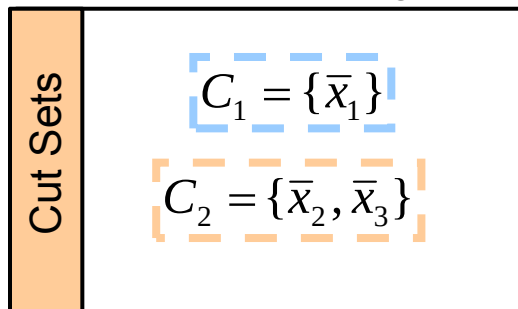
Abschätzung mittels Path-Sets/ Cut-Sets Methode

Einführung: Abschätzung durch Path-Sets / Cut-Sets

- Bei einer komplexeren Systemstruktur wird die Multilinearform umfangreich
- Bei n Komponenten ist es notwendig 2^n Beispiele zu untersuchen
- Abschätzung durch Path-Sets- und Cut-Sets- Methode möglich
- Path- und Cut-Sets Methode gibt Grenzen vor

Methode der minimalen Ausfallschnitte (Cut- Sets)

1. Suche alle Kombinationen von Komponenten, die durch Ausfall zum Versagen des Systems führen.
2. Gedankliche Schnitte für diese Kombinationen.
3. Alle Kombinationen negiert ansetzen



4. Verknüpfen der Kombinationen
 - UND: innerhalb Cut Sets
 - ODER: außerhalb Cut Sets

$$\bar{y} = (\bar{x}_1) \vee (\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3)$$

5. Systemzuverlässigkeit

$$R_s = [1 - (1 - R_1)] \cdot [1 - (1 - R_2)(1 - R_3)]$$

Lösung:

$$R_{\text{sys}} = R_1 \cdot [1 - (1 - R_2) \cdot (1 - R_3)]$$

$$= 0,891^*$$

Ergebnis stimmt exakt, da keine Doppelungen im Ersatzsystem vorkommen



* $R_1=R_2=R_3=0.9$
Dr. Zeiler

Methode der minimalen Ausfallschnitte

1. Suche alle Kombinationen von Komponenten, die durch Ausfall zum Versagen des Systems führen.
2. Gedankliche Schnitte für diese Kombinationen.
3. Alle Kombinationen negiert ansetzen

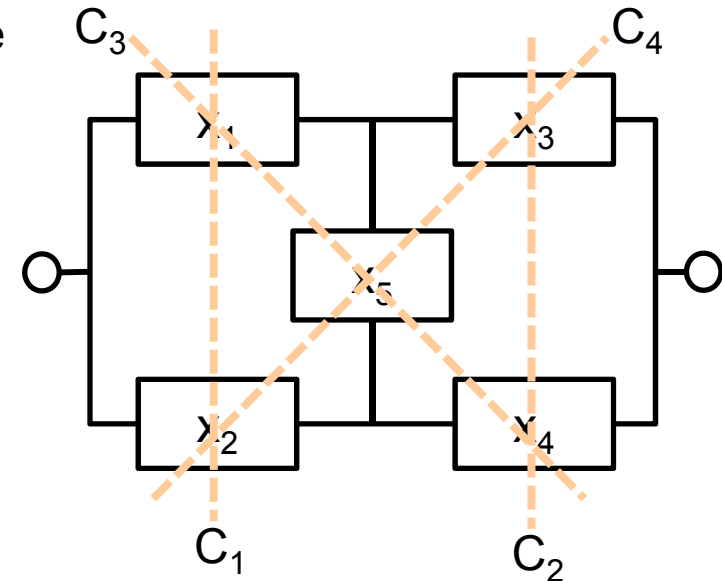
Cut Sets	$C_1 = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2\}$
	$C_2 = \{\bar{x}_3, \bar{x}_4\}$
	$C_3 = \{\bar{x}_1, \bar{x}_4, \bar{x}_5\}$
	$C_4 = \{\bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_5\}$

4. Verknüpfen der Kombinationen
 - UND: innerhalb Cut Sets
 - ODER: außerhalb Cut Sets

$$\bar{y} = (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2) \vee (\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_4) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_4 \wedge \bar{x}_5) \vee (\bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 \wedge \bar{x}_5)$$

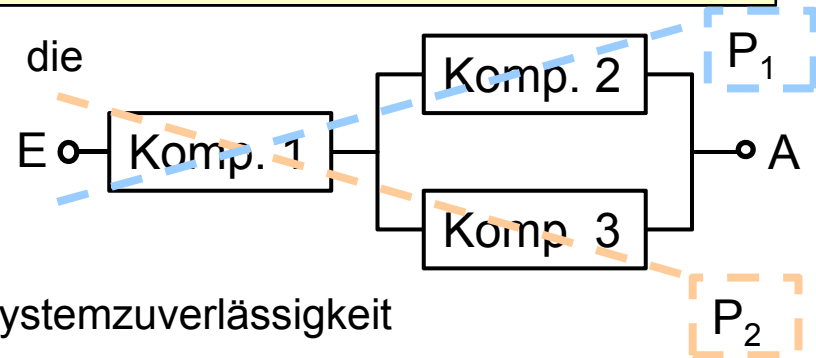
5. Systemausfallwahrscheinlichkeit

$$R_s = (1 - (1 - R_1)(1 - R_2)) \cdot (1 - (1 - R_3)(1 - R_4)) \cdot (1 - (1 - R_1)(1 - R_4)(1 - R_5)) \cdot (1 - (1 - R_2)(1 - R_3)(1 - R_5))$$



Methode der minimalen Erfolgspfade (Path- Sets)

1. Suche alle Kombinationen von Komponenten, die ihre Funktion zur Funktion des Systems führen.
2. Gedankliche Pfade für diese Kombinationen.
3. Alle Kombinationen positiv ansetzen



Path Sets	$P_1 = \{x_1, x_2\}$
	$P_2 = \{x_1, x_3\}$

5. Systemzuverlässigkeit

$$R_s = 1 - (1 - R_1 R_2)(1 - R_1 R_3)$$

4. Verknüpfen der Kombinationen
 - UND: innerhalb Path Sets
 - ODER: außerhalb Path Sets

$$y = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3)$$

Lösung:

$$\begin{aligned} R_{\text{sys}} &= 1 - (1 - R_1 \cdot R_2) \cdot (1 - R_1 \cdot R_3) \\ &= 0,96^* \end{aligned}$$

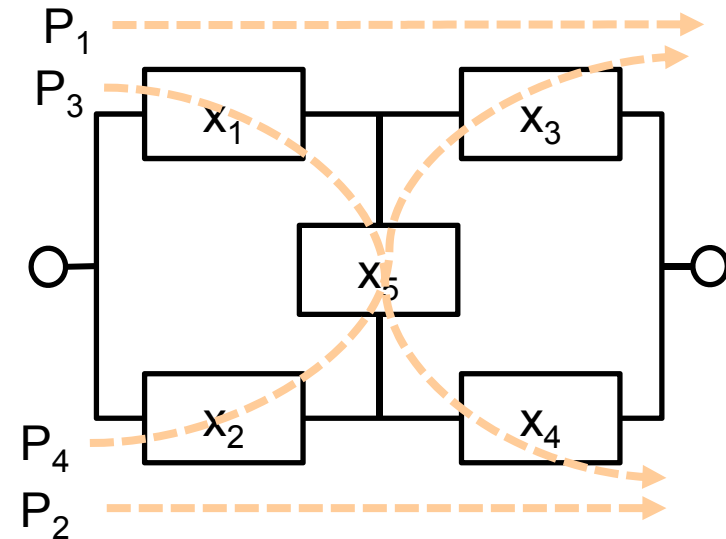
$$*R_1=R_2=R_3=0.9$$

Path-Sets / Cut-Sets schätzt das Ergebnis im Bereich von $R=0,891$ bis $R=0,96$ ab.

Methode der minimalen Erfolgspfade

1. Suche alle Kombinationen von Komponenten, die ihre Funktion zur Funktion des Systems führen.
2. Gedankliche Pfade für diese Kombinationen.
3. Alle Kombinationen positiv ansetzen

Path Sets	$P_1 = \{x_1, x_3\}$
	$P_2 = \{x_2, x_4\}$
	$P_3 = \{x_1, x_4, x_5\}$
	$P_4 = \{x_2, x_3, x_5\}$

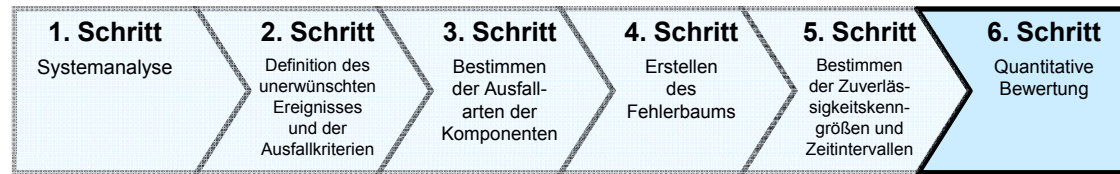


4. Verknüpfen der Kombinationen
 - UND: innerhalb Path Sets
 - ODER: außerhalb Path Sets

$$y = (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_1 \wedge x_4 \wedge x_5) \vee (x_2 \wedge x_3 \wedge x_5)$$

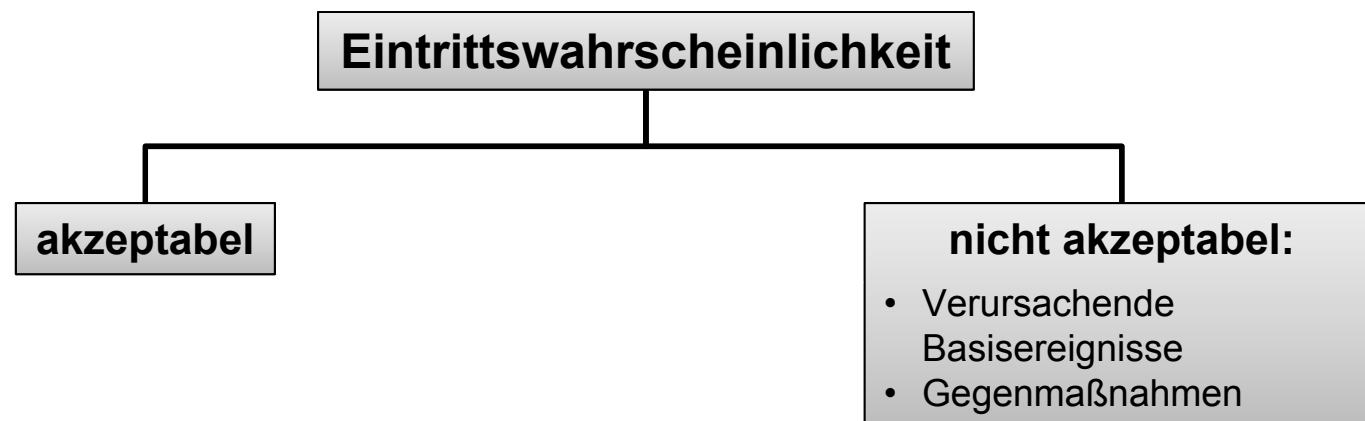
5. Systemzuverlässigkeit

$$R_S = 1 - (1 - R_1 R_3)(1 - R_2 R_4)(1 - R_1 R_4 R_5)(1 - R_2 R_3 R_5)$$

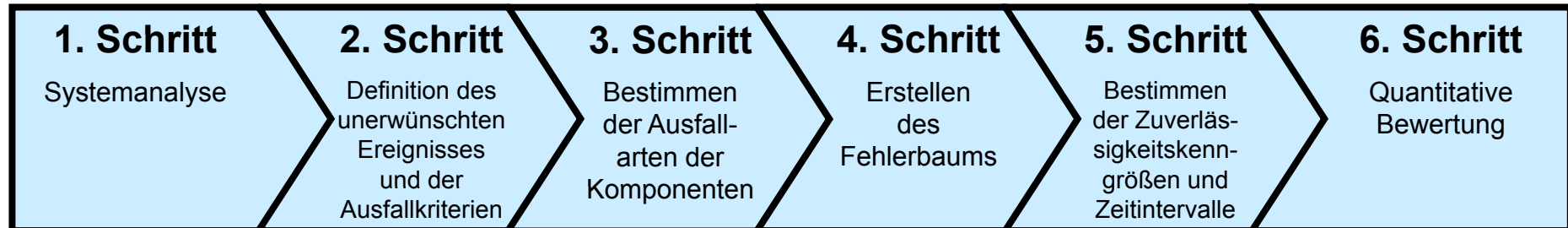


6. Schritt: Quantitative Bewertung

- **Sensitivitätsanalyse:**
 - Berechnung der Systemausfallwahrscheinlichkeit bzw. der Systemzuverlässigkeit
 - ⇒ globale Beurteilung für Entscheidungsträger:



Ablaufschema des quantitativen FTA



Untersuchungen zu

- Systemfunktionen
- Systemanforderungen
- Umgebungsbedingungen
- Abhängigkeiten
- Verhalten

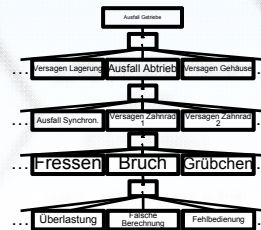
Definition anhand

- präventiven Ans.
- korrektiven Ans.

Ermittlung der Ausfallarten



Zuverlässigkeitskenngrößen für Ausfallarten werden benötigt



Zuverlässigkeitskenngrößen:

- Ausfallwahrscheinlichkeit über Zeitspanne
- Nichtverfügbarkeit zu beliebigen Zeitpunkt

- Grundlage: Boolesche Modell
- Sensitivitätsanalyse

Gliederung

5.1 Einleitung

5.2 Qualitative FTA

5.3 Quantitative FTA

5.4 Zuverlässigkeitsgraph

Dieses Teilkapitel gehört nicht zum Stoffumfang der Vorlesung.
Bei weitergehendem Interesse wird auf das Buch
„Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau“
(Prof. Bernd Bertsche) verwiesen.



5.5 Übungsbeispiele

Gliederung

5.1 Einleitung

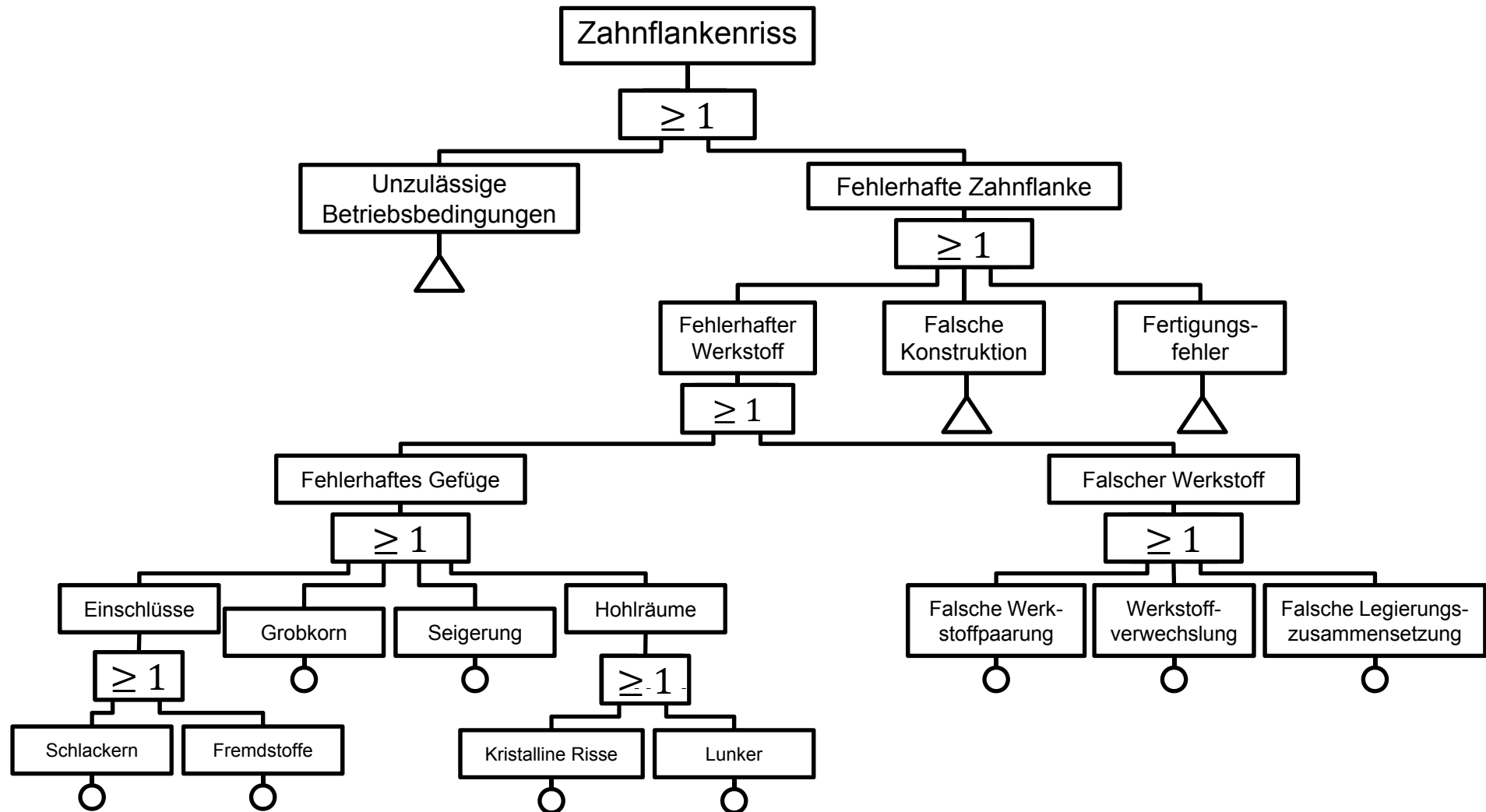
5.2 Qualitative FTA

5.3 Quantitative FTA

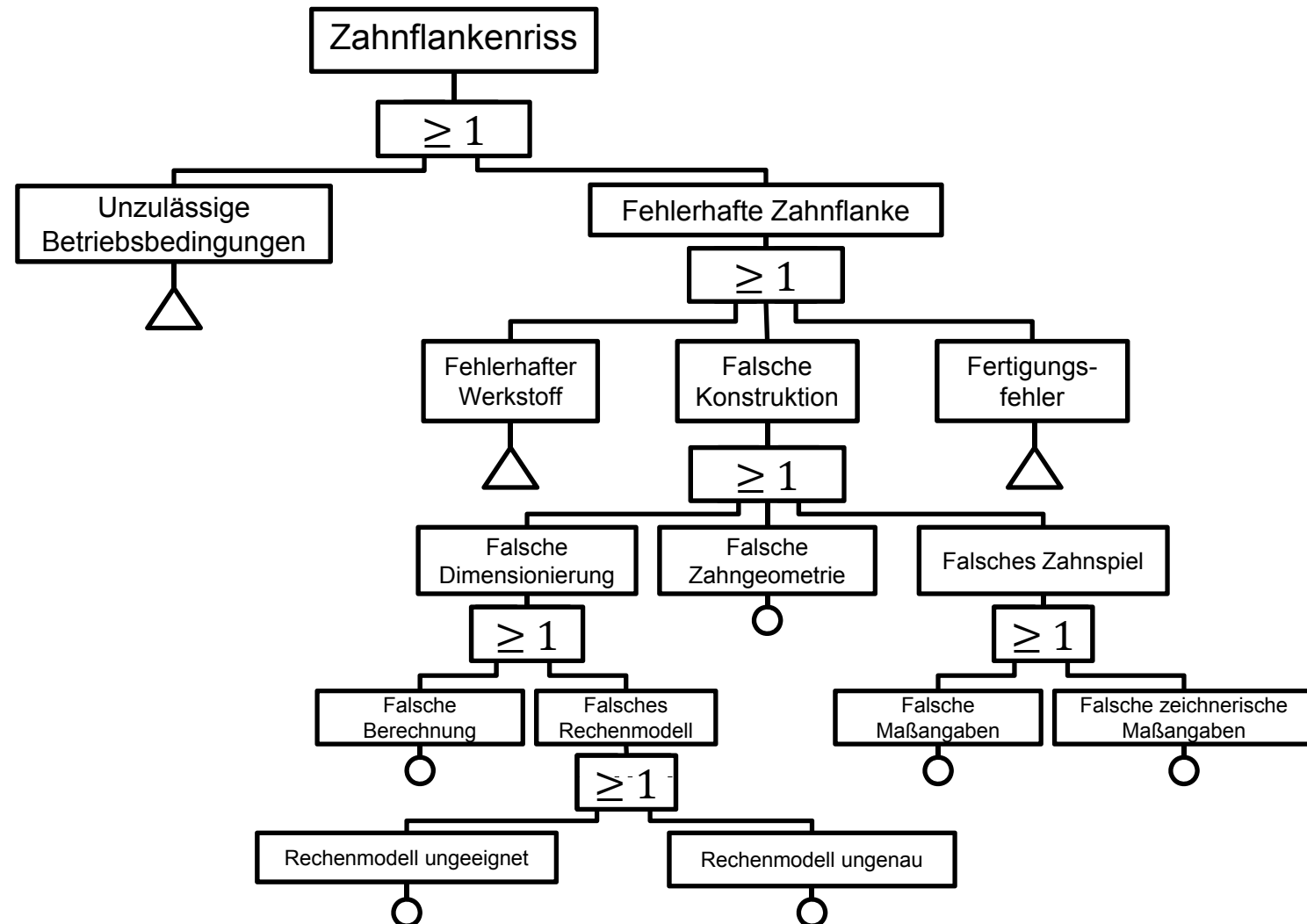
5.4 Zuverlässigkeitsgraph

5.5 Übungsbeispiele

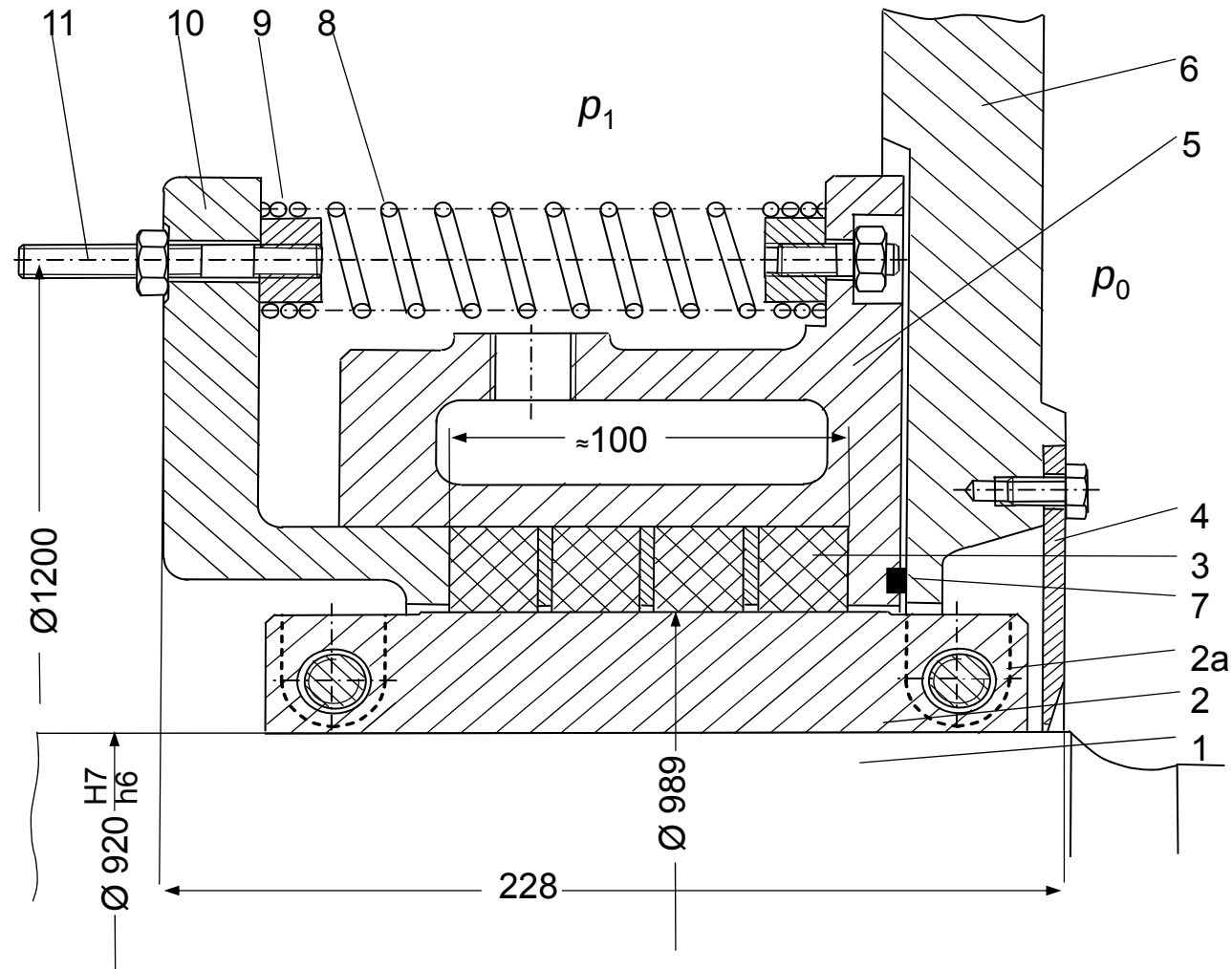
Übungsbeispiel 1: Zahnflankenriss



Übungsbeispiel 1: Zahnflankenriss



Übungsbeispiel 2: Wellendichtung

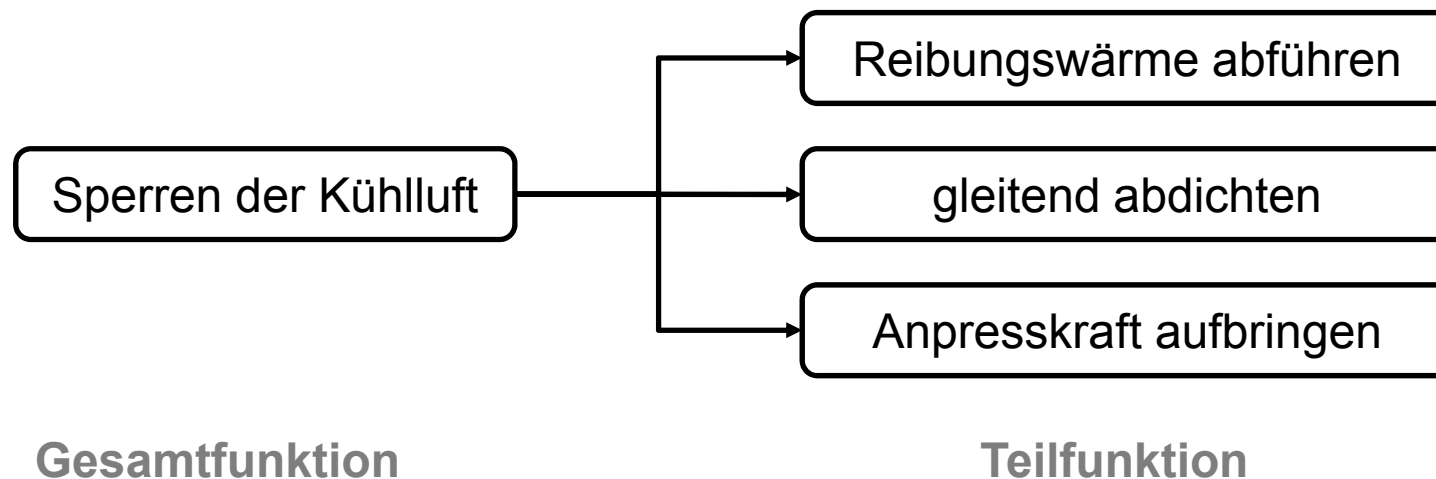


Beispiel
entnommen aus
Pahl/Beitz:
Konstruktionslehre

Übungsbeispiel 2: Wellendichtung

Vorgehen für Fehler- und Störgrößensuche und ihre Beseitigung:

- Funktionen erkennen und negieren.
- Gründe für Nichterfüllung suchen
(aus nicht eindeutiger Funktionsstruktur, nicht idealem Wirkprinzip, nicht idealer Gestalt).

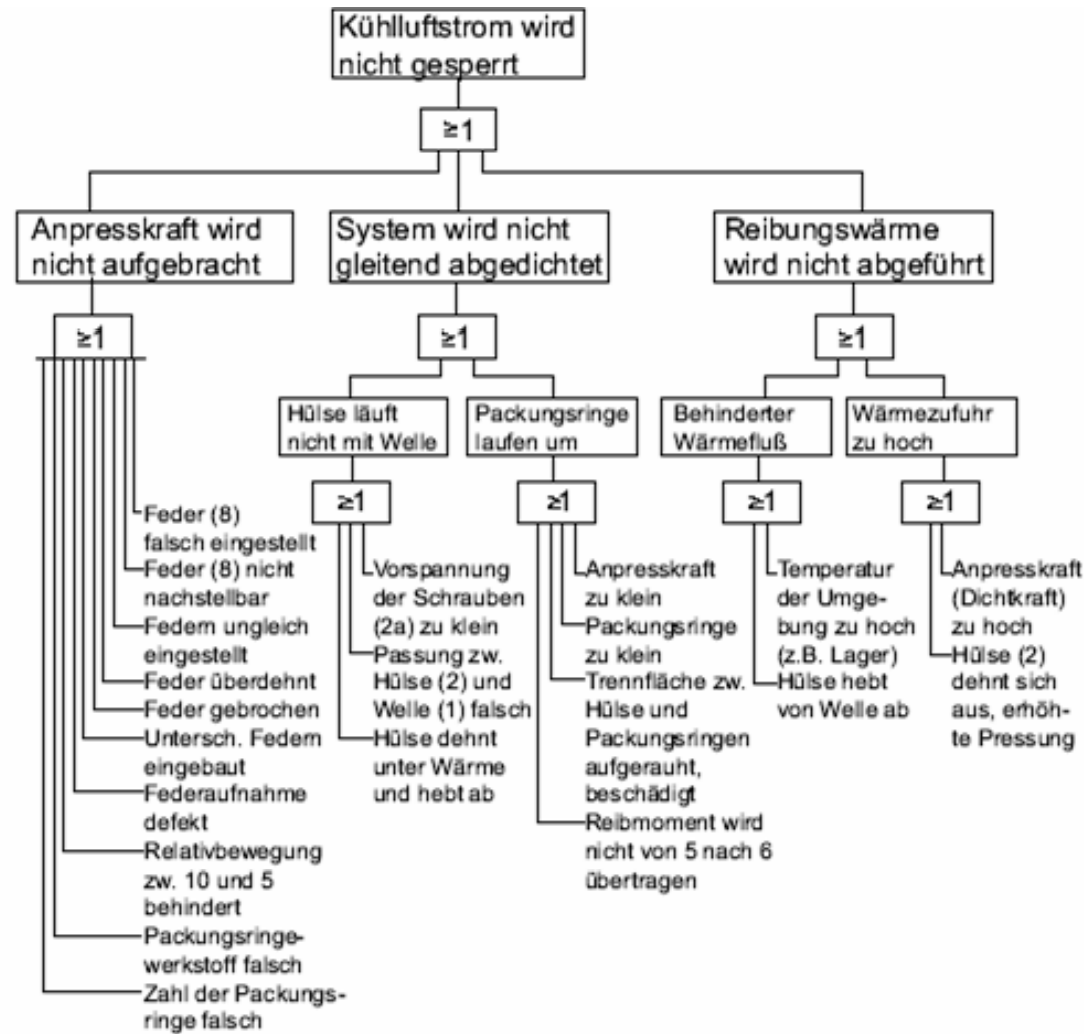


Übungsbeispiel 2: Wellendichtung

Nr.	Teil	Funktion
1	Welle	Drehmoment übertragen, Hülse aufnehmen, Reibungswärme ableiten
2, 2a	Hülse (2-teilig, verschraubt)	Hülse- Lauf- und Dichtfläche bieten, Welle schützen, Reibungswärme leiten
3	Packungsringe	Medium gleitend abdichten, Anpresskraft aufnehmen und Dichtdruck ausüben
4	Abstreifring	Spritzöl abhalten
5	Stopfbüchsengehäuse	Packungsringe aufnehmen, Anpresskraft aufnehmen und übertragen
6	Gestell	Teile 4 und 5 aufnehmen
7	Runddichtung	Zwischen p_1 und p_0 abdichten
8	Zugfeder	Anpresskraft erzeugen
9	Federaufnahme	Federkraft leiten
10	Spannring	Anpresskraft übertragen, Zugfedern aufnehmen
11	Schraube	Federn einstellbar vorspannen

s. Tabelle 5.5

Übungsbeispiel 2: Wellendichtung



s. Abb. 5.17

Übungsbeispiel 2: Wellendichtung

Hauptausfallursache:

Fehlverhalten der Wärmeschutzhülse 2 infolge wärmeinstabilen Verhaltens

Die an der Gleitfläche entstehende Reibwärme kann praktisch nur über die Hülse in die Welle abfließen. Dabei erwärmt sich die Hülse und dehnt sich aus. Damit verstärkt sie aber den Reibungseffekt und hebt bei weiterer Erwärmung von der Welle ab, wodurch eine zusätzliche Leckage und eine Schädigung der Wellenoberfläche durch unzulässiges Gleiten der Hülse auf der Welle entstehen.



Diese Anordnung ist untauglich und bedarf einer prinzipiellen konstruktiven Verbesserung!

Optimierungsmöglichkeiten:

- Packungsstopfbüchse mit Welle verspannen und unter Wegfall der Wärmeschutzhülse mit der Welle umlaufen lassen (Wärmeabfuhr über Gehäuse 5)
- Verwendung einer Gleitringdichtung mit radialen Dichtflächen.

Übungsbeispiel 2: Wellendichtung

Weitere konstruktive Abhilfemaßnahmen sind bei Beibehaltung der Bauart als Packungsstopfbuchse erforderlich:

- Die Abstützung des Gehäuses 5 gegen das Gestell 6 ist ungenügend, da das Gehäuse sich bei vorgespannter Packung mit der Welle mitdrehen kann.
- Die Anpresskraft aus der Druckdifferenz ist bei der innenliegenden Dichtung 7 zu gering, um das Reibmoment über einen Reibschluss aufnehmen zu können.

Abhilfe: Dichtung 7 am äußeren Durchmesser von Gehäuse 5 anordnen, besser wäre eine zusätzliche Formschlusssicherung zur Übertragung des Reibmoments.

- In der gezeichneten Lage lassen sich die Federn 8 nicht weiter nachspannen.

Abhilfe: Ausreichenden Spannweg einplanen.

Aus Gründen der Betriebssicherheit und Einfachheit der Bauweise ist eine Druckfeder statt einer Zugfeder vorteilhafter.

→ Quantitativer FTA

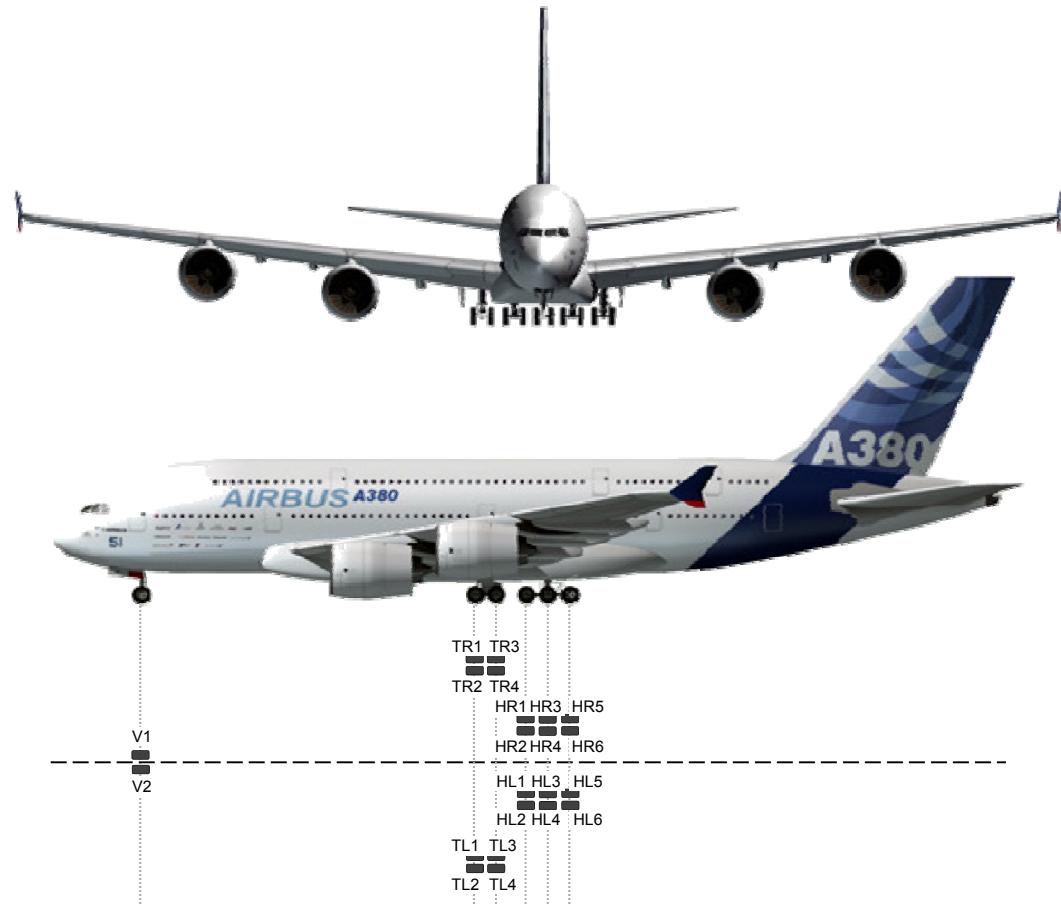
Übungsbeispiel 3: Flugzeugfahrwerk

Systemzuverlässigkeit eines Flugzeugfahrwerks

Gegeben sei die Prinzipskizze eines Airbus A 380.

Das System „Fahrwerk“ fällt dann aus, wenn das Fahrwerk vorne **ODER** das Fahrwerk hinten rechts **UND** hinten links **ODER** das Tragflächenfahrwerk rechts **ODER** links ausfällt.

Die Fahrwerksgruppen fallen dann aus, wenn kein einziges Rad mehr zur Verfügung steht.



Übungsbeispiel 3: Flugzeugfahrwerk

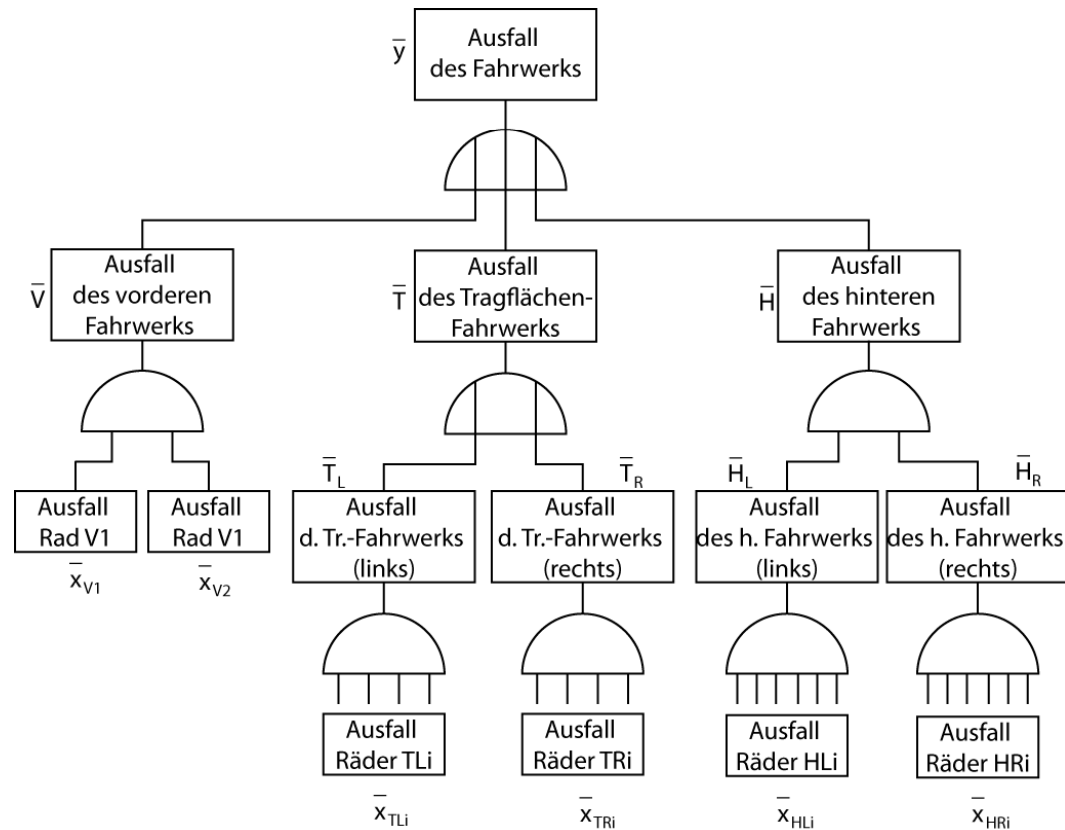
Systemzuverlässigkeit eines Flugzeugfahrwerks

- a) Zeichnen Sie den **Fehlerbaum**.
- b) Geben Sie die **Boolesche Systemfunktion** für den **Ausfall** des Systems Fahrwerk an.
- c) Ermitteln Sie die Systemgleichung für die **Ausfallwahrscheinlichkeit F_S** .
- d) Geben Sie die **Boolesche Systemfunktion** für die **Funktionsfähigkeit** des Systems Fahrwerk an.
- e) Ermitteln Sie die Systemgleichung für die **Zuverlässigkeit R_S** und stellen Sie das Blockschaltbild dar.

Übungsbeispiel 3: Flugzeugfahrwerk

Systemzuverlässigkeit eines Flugzeugfahrwerks

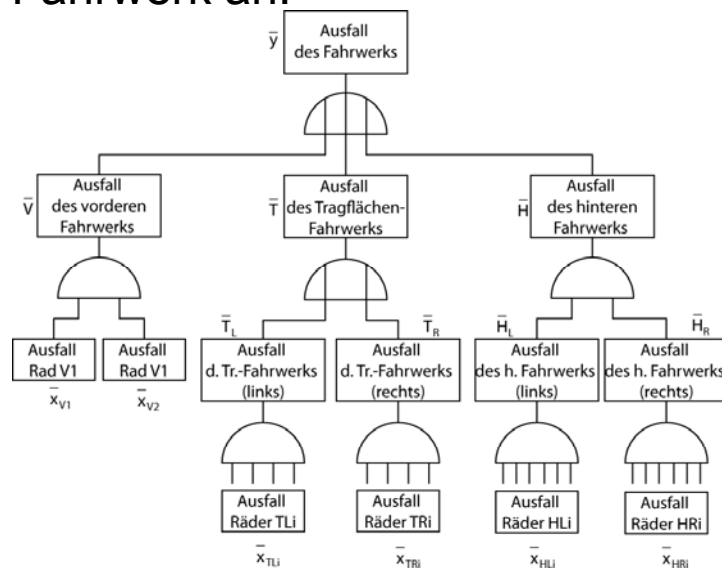
a) Zeichnen Sie den **Fehlerbaum**.



Übungsbeispiel 3: Flugzeugfahrwerk

Systemzuverlässigkeit eines Flugzeugfahrwerks

- b) Geben Sie die **Boolesche Systemfunktion** für den **Ausfall** des Systems Fahrwerk an.



$$\bar{y} = \bar{V} \vee \bar{T} \vee \bar{H}$$

mit $\bar{V} = \bar{x}_{V1} \wedge \bar{x}_{V2}$

und $\bar{T} = \bar{T}_L \vee \bar{T}_R$

mit $\bar{T}_L = \bigwedge_{i=1}^4 \bar{x}_{TLi}$ und $\bar{T}_R = \bigwedge_{i=1}^4 \bar{x}_{TRi}$

und $\bar{H} = \bar{H}_L \wedge \bar{H}_R$

mit $\bar{H}_L = \bigwedge_{i=1}^6 \bar{x}_{HLi}$ und $\bar{H}_R = \bigwedge_{i=1}^6 \bar{x}_{H Ri}$

$$\Rightarrow \bar{y} = (\bar{x}_{V1} \wedge \bar{x}_{V2}) \vee \left(\left(\bigwedge_{i=1}^4 \bar{x}_{TLi} \right) \vee \left(\bigwedge_{i=1}^4 \bar{x}_{TRi} \right) \right) \vee \left(\left(\bigwedge_{i=1}^6 \bar{x}_{HLi} \right) \wedge \left(\bigwedge_{i=1}^6 \bar{x}_{H Ri} \right) \right)$$

Übungsbeispiel 3: Flugzeugfahrwerk

Systemzuverlässigkeit eines Flugzeugfahrwerks

- c) Ermitteln Sie die Systemgleichung für die **Ausfallwahrscheinlichkeit** F_S .

$$F_S = 1 - (1 - F_V) \cdot (1 - F_T) \cdot (1 - F_H)$$

$$\text{mit } F_V = F_{V1} \cdot F_{V2}$$

$$\text{und } F_T = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^4 F_{TLi} \right) \cdot \left(1 - \prod_{i=1}^4 F_{TRi} \right)$$

$$\text{und } F_H = \left(\prod_{i=1}^6 F_{HLi} \right) \cdot \left(\prod_{i=1}^6 F_{H Ri} \right)$$

Übungsbeispiel 3: Flugzeugfahrwerk

Systemzuverlässigkeit eines Flugzeugfahrwerks

- d) Geben Sie die **Boolesche Systemfunktion** für die **Funktionsfähigkeit des Systems Fahrwerk** an.

$$\overline{y} = \overline{V} \vee \overline{T} \vee \overline{H}$$

$$y = V \wedge T \wedge H$$

mit $V = x_{V1} \vee x_{V2}$

und $T = T_L \wedge T_R$

mit $T_L = \bigvee_{i=1}^4 x_{TLi}$

und $T_R = \bigvee_{i=1}^4 x_{TRi}$

und $H = H_L \vee H_R$

mit $H_L = \bigvee_{i=1}^6 x_{HLi}$

und $H_R = \bigvee_{i=1}^6 x_{H Ri}$

Zur Berechnung der Zuverlässigkeit die Systemfunktion aus b) negieren

De Morgan'sche Gesetz

$$\Rightarrow y = (x_{V1} \vee x_{V2}) \vee \left(\left(\bigvee_{i=1}^4 x_{TLi} \right) \wedge \left(\bigvee_{i=1}^4 x_{TRi} \right) \right) \vee \left(\left(\bigvee_{i=1}^6 x_{HLi} \right) \vee \left(\bigvee_{i=1}^6 x_{H Ri} \right) \right)$$

Übungsbeispiel 3: Flugzeugfahrwerk

Systemzuverlässigkeit eines Flugzeugfahrwerks

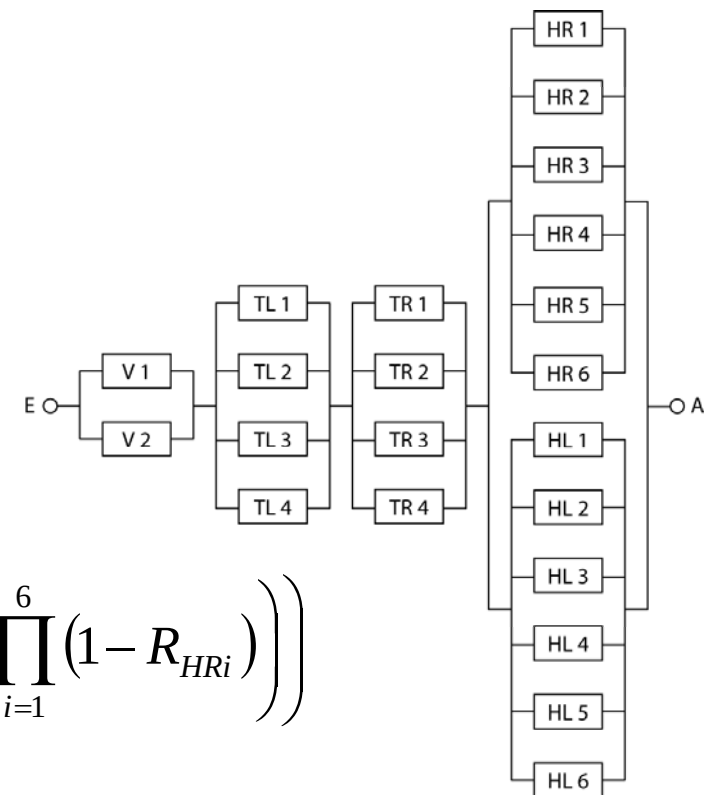
- e) Ermitteln Sie die Systemgleichung für die **Zuverlässigkeit** R_S und stellen Sie das Blockschaltbild dar.

$$R_S = R_V \cdot R_T \cdot R_H$$

$$\text{mit } R_V = 1 - (1 - R_{V1}) \cdot (1 - R_{V2})$$

$$\text{und } R_T = \left(1 - \prod_{i=1}^4 (1 - R_{TLi}) \right) \cdot \left(1 - \prod_{i=1}^4 (1 - R_{TRi}) \right)$$

$$\text{und } R_H = 1 - \left(1 - \left(1 - \prod_{i=1}^6 (1 - R_{HLi}) \right) \right) \cdot \left(1 - \left(1 - \prod_{i=1}^6 (1 - R_{HRI}) \right) \right)$$



Quellenangabe

- Bertsche, B., & Lechner, G. (2004). *Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau - Ermittlung der Bauteil- und Systemzuverlässigkeit*. Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag.
- VDA Band 4 (2003). *Qualitätsmanagement in der Automobilindustrie – Sicherung der Qualität vor Serieneinsatz – Fehlerbaumanalyse (FTA)*, Frankfurt/Main; Oberursel: Verband deutscher Automobilbauer e.V. (VDA)