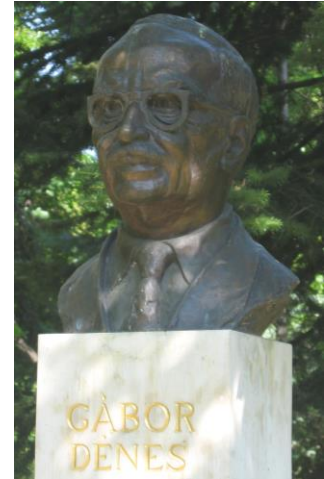


Hauptfachpraktikum

“Technische Optik“, SS 2014

Digitale Holographie



1. Einführung

Bei der klassischen optischen Aufzeichnung, der Photographie (siehe Abb. 1), wird mittels eines optischen Systems nur eine Ebene des Objekts scharf abgebildet, während die übrigen Partien mehr oder weniger unscharf erscheinen. Das Speichermedium, z. B. die Photoplatte, registriert dabei die Intensitätsverteilung.

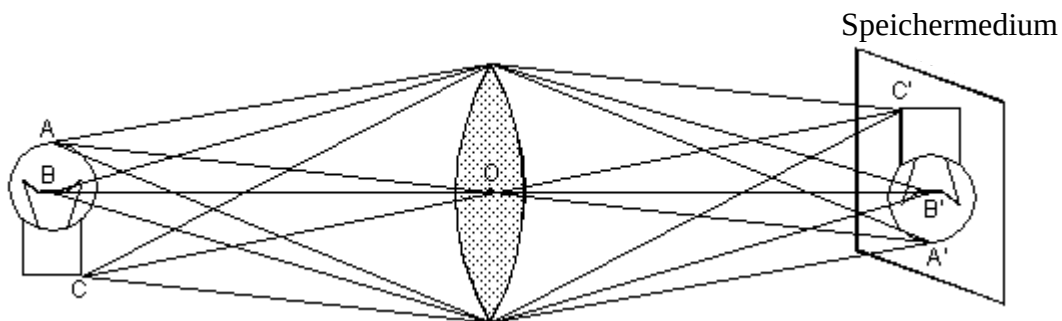


Abb. 1: Photographie.

Bei der Holographie werden dreidimensionale Wellenfelder auf zweidimensionalen Speichern aufgezeichnet, die sich später wieder derart rekonstruieren (wiedergeben) lassen, dass sie sich von den ursprünglichen nicht unterscheiden. Dabei ist es allerdings wesentlich, das ganze Wellenfeld zu speichern, das heißt die Amplitude und die Phase.

Nun gibt es aber keine lichtempfindlichen Speichermedien, die die Phase der Wellenfront registrieren. Photographische Schichten, wie auch Photozellen und das menschliche Auge, sind ausschließlich Intensitätsdetektoren, d.h. sie sind phasenblind. Holographie erfordert demnach eine künstliche Umsetzung von Phasen in Amplitude bzw. Intensitäten, was durch Interferenz mit einer Referenzwelle möglich ist. Dem Feld mit unbekannter Phase wird eine Vergleichswelle überlagert. Die Intensität im resultierenden Interferenzbild hängt von der Phasendifferenz beider Wellen ab; diese enthält somit die gewünschte Information der unbekannten Phase.

2. Aufzeichnung, Speicherung und Rekonstruktion des Hologramms

2.1 Aufzeichnung

Dem Objektwellenfeld U_o , das durch Beugung des Lichts am Objekt entsteht, wird eine Vergleichs- oder Referenzwelle U_r überlagert (siehe Abb. 2). Die Referenzwelle muß dieselbe Frequenz ν wie das Objektwellenfeld aufweisen und zu diesem kohärent sein. Die Amplitude des Gesamtfeldes ist dann die Summe der beiden komplexen Amplituden, welche anhand des entstehenden stationären Interferenzmusters gespeichert werden kann.

Objektwelle:
$$U_o(\vec{x}) = A_o(\vec{x}) \cdot e^{-i\phi_o(\vec{x})} \quad (1)$$

Referenzwelle:
$$U_r(\vec{x}) = A_r(\vec{x}) \cdot e^{-i\phi_r(\vec{x})} \quad (2)$$

Superposition:
$$U(\vec{x}) = U_o(\vec{x}) + U_r(\vec{x}) \quad (3)$$

Intensität:
$$\begin{aligned} I(\vec{x}) &= |U(\vec{x})|^2 = |U_o(\vec{x})|^2 + |U_r(\vec{x})|^2 + U_o^*(\vec{x}) \cdot U_r(\vec{x}) + U_o(\vec{x}) \cdot U_r^*(\vec{x}) \\ I(\vec{x}) &= I_o(\vec{x}) + I_r(\vec{x}) + U_o^*(\vec{x}) \cdot U_r(\vec{x}) + U_o(\vec{x}) \cdot U_r^*(\vec{x}) \\ I(\vec{x}) &= I_o(\vec{x}) + I_r(\vec{x}) + 2\sqrt{I_o(\vec{x}) \cdot I_r(\vec{x})} \cdot \cos(\phi_o(\vec{x}) - \phi_r(\vec{x})) \end{aligned} \quad (4)$$

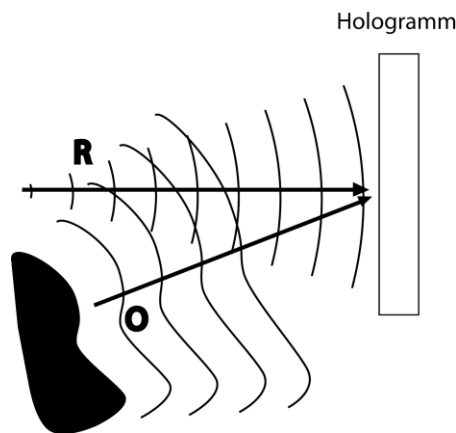


Abb. 2: Prinzip der Hologrammaufnahme.

2.2 Speicherung und Entwicklung

Hologramme können auf photographischen Schichten (Hologrammplatte mit einer Auflösung von 2000 Linien pro Millimeter) gespeichert. Nach der Belichtung der Hologrammplatte wird diese durch einen chemischen Prozess entwickelt.

2.3 Rekonstruktion

Die Transmissionsfunktion der entwickelten Hologrammplatte ist proportional zu der in Gl. (4) berechneten Intensität. Diese Hologrammplatte wird nun, ohne das Objekt O, wieder mit der ursprünglichen Referenzwelle beleuchtet.

Transmission der Hologrammplatte:
$$t \propto I = I_o + I_r + U_o^* \cdot U_r + U_o \cdot U_r^* \quad (5)$$

Das gesamte Wellenfeld nach dem Hologramm entspricht:

$$U = t \cdot U_r = (I_o + I_r + U_o^* \cdot U_r + U_o \cdot U_r^*) \cdot U_r = (I_o + I_r) \cdot U_r + U_o^* \cdot U_r^2 + U_o \cdot I_r \quad (6)$$

wobei $U_o I_r$ der Objektwellenfront ist (siehe Abb. 3).

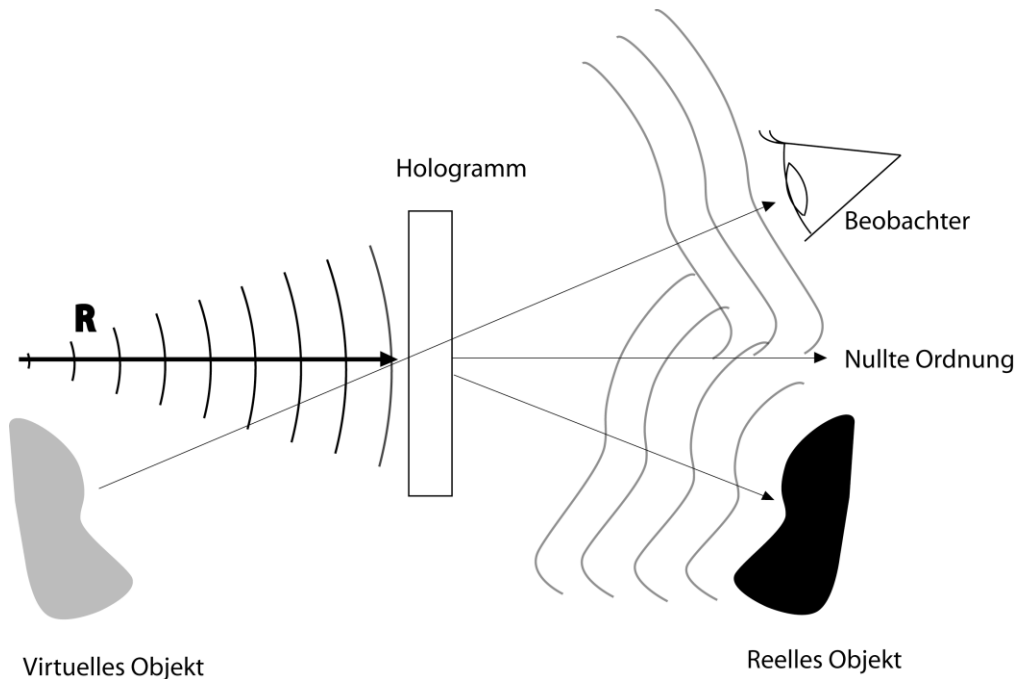


Abb. 3 Rekonstruktion: reelles und virtuelles Objekt.

3. Digitale Holographie

Heutzutage kann das Hologramm mit einer Kamera gespeichert werden. Die typische Auflösung einer CCD-Kamera reicht von 768x582 Pixel bis 2048x2048 Pixel, mit einer Pixelgröße bis zu $4 \times 4 \mu\text{m}^2$. Die Rekonstruktion des Hologramms wird dann mit dem Rechner berechnet, wobei wir die Beleuchtung der Hologrammplatte mit der Referenzwelle simulieren. Die digitale Rekonstruktion eines digitalen Hologramms $h(x,y)$ wird in diesem Praktikum mit der „Discret-Finite-Fresnel-Transformation“ durchgeführt.

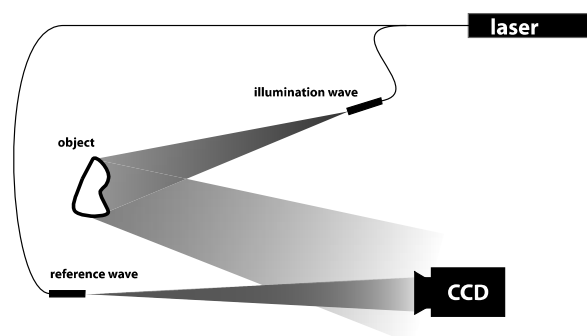


Abb. 4.: Schema zur Aufnahme eines digitalen Hologramms

Die Ausbreitung einer Wellenfront im Abstand z kann mit der Fresnel Approximation berechnet werden

$$E(\xi, \eta, z) = \frac{iE_0}{\lambda z} e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}(\xi^2 + \eta^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x, y) \cdot e^{-\frac{i\pi}{\lambda z}(x^2 + y^2)} \cdot e^{\frac{i2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)} dx dy \quad (7)$$

wobei $t(x,y)$ das digitale Hologramm ist.

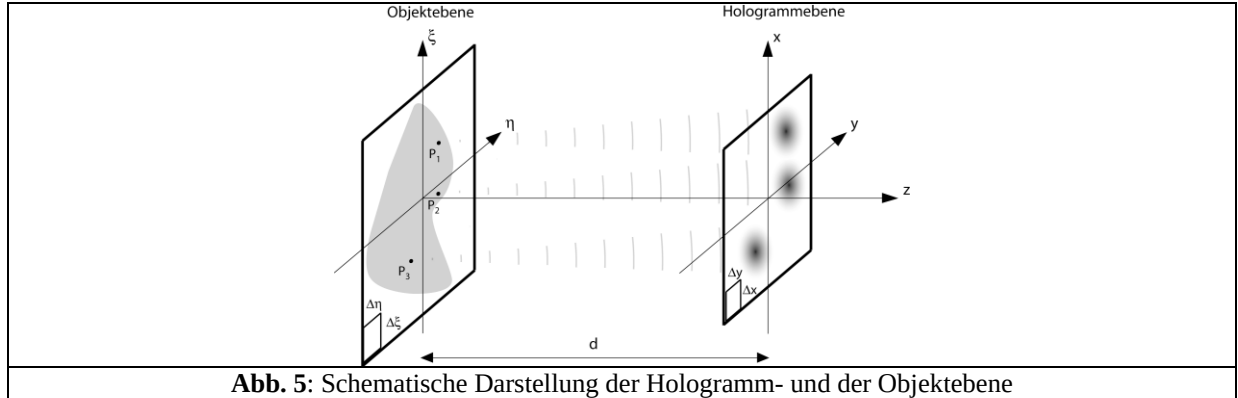


Abb. 5: Schematische Darstellung der Hologramm- und der Objektebene

Für die digitale Rekonstruktion, muss die Fresnel Formel diskretisiert werden, wobei die diskretisierte Transmissionsfunktion $t(k,l)$ $N \times M$ Punkte in der (x,y) -Ebene hat und $\Delta x, \Delta y$ der Abstand zwischen zwei Punkten in x -Richtung bzw. y -Richtung ist (siehe Abb. 5). Die resultierenden $N \times M$ Punkte in der (ξ, η) -Ebene sind durch $\Delta \xi$ in ξ -Richtung und $\Delta \eta$ in η -Richtung getrennt:

$$\Delta \xi = \frac{\lambda z}{N \Delta x} \quad \text{und} \quad \Delta \eta = \frac{\lambda z}{M \Delta y} \quad (8)$$

Damit erhalten wir die Discret-Finite-Fresnel-Transformation (DFFT):

$$E(n, m, z) = \frac{i \cdot E_0}{\lambda \cdot z} \cdot e^{-\frac{i\pi \cdot \lambda \cdot z}{N^2 \cdot \Delta x^2} \left(\frac{n^2}{N^2 \cdot \Delta x^2} + \frac{m^2}{N^2 \cdot \Delta y^2} \right)} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} t(k, l) \cdot e^{\frac{-i\pi}{\lambda \cdot z} (k^2 \cdot \Delta x^2 + l^2 \cdot \Delta y^2)} \cdot e^{i2\pi \left(\frac{k \cdot n}{N} + \frac{l \cdot m}{M} \right)} \quad (9)$$

Aus $E(n,m,z)$ können die Amplitude $A(n,m,z)$ und Phase $\phi(n,m,z)$ des Objekts berechnet werden.

4 Verformungsvergleich

Um die Verformung eines Objektes, zum Beispiel einer Platte (siehe Abb 6), zu messen, müssen wir zwei Hologramme aufnehmen und verarbeiten.

- 1) Aufnahme eines Hologramms $h_1(x,y)$ der Platte im ursprünglichen Zustand
- 2) Aufnahme eines Hologramms $h_2(x,y)$ der Platte im verformten Zustand.
- 3) Digitale Rekonstruktion von $h_1(x,y)$ ergibt $E_1(n,m,d) \rightarrow (A_1, \phi_1)$
- 4) Digitale Rekonstruktion von $h_2(x,y)$ ergibt $E_2(n,m,d) \rightarrow (A_2, \phi_2)$
- 5) Der Formunterschied ist dann durch die Phasen ϕ_1, ϕ_2 gegeben:

$$\Delta d = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot (\phi_2 - \phi_1) \quad (10)$$

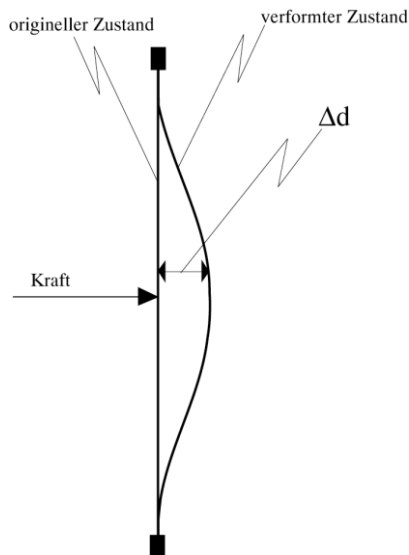


Abb. 6: Schematische Darstellung der Verformung einer Platte.

5. Aufgabe

- 1) Aufnahme und Rekonstruktion eines Hologramm:
 - a) Aufnahme des Hologramms mit einer CCD-Kamera.
 - b) Digitale Rekonstruktion des Hologramms (Amplitude).
 - c) Änderung von physikalischen Parametern des Aufbaus (wieder a) und b)).
- 2) Messung der Verformung eines Objektes:
 - d) Aufnahme von zwei Hologrammen des Objektes.
 - e) Digitale Rekonstruktion des Hologramms (Phase).
 - f) Berechnung der Phasendifferenz, bzw. Verformung.

6. Fragen

- 1) Was sind die Vor- und Nachteile der „Digitalen Holographie“ bzw. „Holographie mit einer Fotoplatte“?
- 2) Wie groß ist der maximale Winkel zwischen Objektwelle und Referenzwelle. Vergleichen Sie diesen Winkel für digitale Holographie und Holographie mit einer Fotoplatte (Auflösung: 2000 Linie/mm).
- 3) Was passiert wenn der Abstand zwischen Objekt und Referenzquelle (in der Objektebene) vergrößert ist?
- 4) Warum, und wie, ändert sich die Größe der rekonstruierten Hologramms mit dem Abstand der Kamera vom Objekt?

7. Referenz

- [1] H. J. Tiziani, Optische Informationsverarbeitung, ITO, Uni. Stuttgart, 1998.
- [2] T. Kreis, Holographic Interferometry, Akademie Verlag, Berlin 1996.
- [3] M. L. Vest, Holographic Interferometry, John Wiley & Sons, 1978.
- [4] E. A. Saleh, M. C. Teich, Fundamentals of Photonics, John Wiley & Sons, 1991.
- [5] W. T. Cathey, Optical Information Processing and Holography, John Wiley & Sons, 1974.