

Universität Stuttgart

**Praktikum Zuverlässigkeit
zur Vorlesung Gerätekonstruktion
und –fertigung in der Feinwerktechnik**

**Dauerlaufversuche in der Praxis
Analyse des Ausfallverhaltens
Ermittlung von Zuverlässigkeitskennwerten**

Nachdruck nicht gestattet

11/2010

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Schinköthe

Dipl.-Ing. Sebastian Bobrowski

Institut für Konstruktion und Fertigung in der Feinwerktechnik

Pfaffenwaldring 9

70550 Stuttgart

Telefon: 0711 / 685 – 66402

Fax: 0711 / 685 - 56402



UNIVERSITÄT STUTTGART

INSTITUT FÜR KONSTRUKTION UND FERTIGUNG IN DER FEINWERKTECHNIK

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Schinköthe

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen.....	3
Abkürzungsverzeichnis.....	4
1 Grundlagen	5
1.1 Motivation	5
1.2 Durchführung von Dauerlaufversuchen.....	5
1.3 Auswertung von Ausfalldaten.....	6
1.4 Weibull-Verteilungen.....	7
1.5 Parameter der Weibull-Verteilung	8
1.6 Einige weitere Parameter	9
2 Auswertung nach Weibull.....	10
2.1 Grafische Ermittlung der Weibull-Parameter	10
2.2 Computergestützte Auswertung nach Weibull mit Sysleb.....	12
3 Zuverlässigkeitsprognose.....	13
4 Zusammenfassung.....	14
Literatur.....	15

Formelzeichen

<i>Formelzeichen</i>	<i>Bezeichnung</i>	<i>Einheit</i>
b	Formparameter, 2-parametrig $\neq$ 3-parametrig	
B_1	B ₁ -Lebensdauer	h
B_{10}	B ₁₀ -Lebensdauer	h
B_x	B _x -Lebensdauer	h
$E(\tau)$	Erwartungswert für die Zeit bis zum Ausfall	
F_i	Medialer Rang des i.ten Prüflings	
$F(t)$	Ausfallwahrscheinlichkeit	
$f(t)$	Dichtefunktion (für Ausfälle)	
$R(t)$	Überlebenswahrscheinlichkeit	
T	Charakteristische Lebensdauer	h
t	Betrachtungszeitpunkt	h
t_i	Ausfallzeit des i.ten Prüflings	h
t_m	Mittlere Ausfallzeit	h
t_{median}	Medianwert für die Ausfallzeit	h
t_{modal}	Modalwert für die Ausfallzeit	h
t_0	Ausfallfreie Zeit	h
τ	Zeit	h
u_{median}	Median(50%)-Wert	
$\lambda(t)$	Ausfallrate	

Abkürzungsverzeichnis

MTTF	Mean Time To Failure Wert
Sysleb	Softwareprogramm für Zuverlässigkeitsanalysen
VB	Vertrauensbereich

1 Grundlagen

1.1 Motivation

Die Zuverlässigkeit ist ein wichtiges Thema bei Herstellern und Kunden feinwerktechnischer Geräte und Komponenten. In der Praxis wird der Ingenieur mit Formeln und Zusammenhängen aus der Statistik konfrontiert. Dieses Praktikum im Rahmen der Vorlesung Gerätekonstruktion und –fertigung in der Feinwerktechnik soll eine kleine praktische Einführung in die Thematik geben.

1.2 Durchführung von Dauerlaufversuchen

Ziel der im Folgenden dargestellten Vorgehensweise ist die Beschreibung des Ausfallverhaltens von Bauelementen und Systemen. Am Anfang der Zuverlässigkeitesuntersuchungen steht das Experiment. Prüflinge werden belastet, bis sie ausfallen. Dabei werden die Ausfallzeiten der Untersuchungsobjekte registriert.

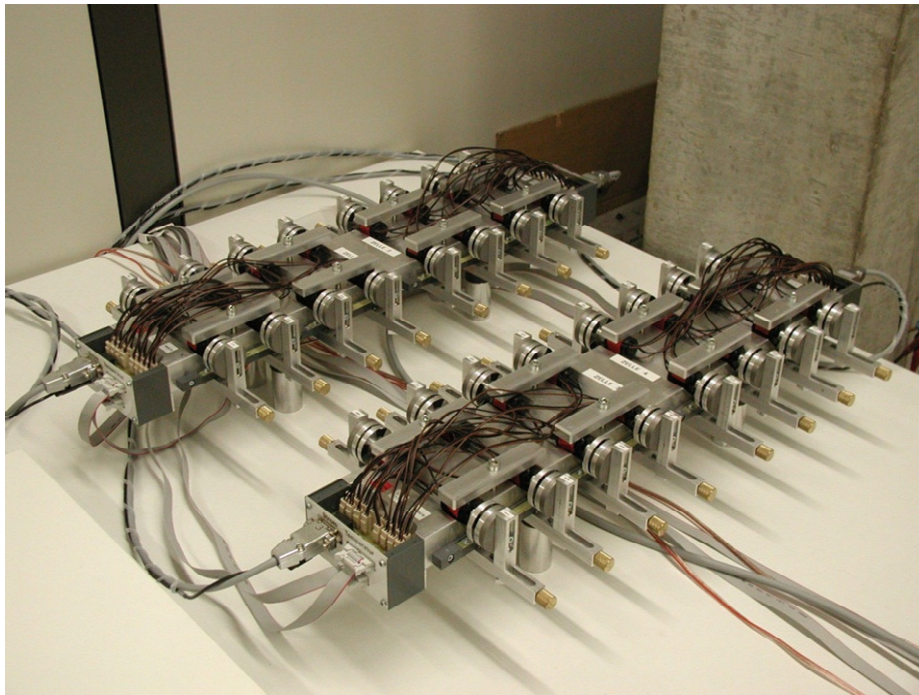


Abb. 1.1: Dauerlaufversuche an DC-Motoren im Prüfstandsraum des IKFF

Es folgt die statistische Auswertung der Ausfalldaten zur Bestimmung der auftretenden Verteilungsfunktionen (z. B. Weibull- oder Exponentialverteilung) und deren Parametern. Mit Hilfe der Tests ist man in der Lage, die Zuverlässigkeit unter den im Experiment dargestellten Rand- und Prüfbedingungen abzusichern. Dabei hängt die Verbindlichkeit der im Expe-

riment gewonnenen Aussage von der Prüflosgröße ab. Im Weibull-Diagramm kann die Streuung der Ausfallzeiten illustriert werden.

1.3 Auswertung von Ausfalldaten

Die in den Versuchen ermittelten Ausfalldaten werden dokumentiert und ausgewertet. Ein geeignetes mathematisches Modell wird in die Messdaten eingepasst. Die für den gewählten Modellansatz zur Darstellung des Versuchsdatensatzes charakteristischen Parameter werden ermittelt. Sie können als Kennwerte zur Beschreibung der Zuverlässigkeit der betrachteten Prüflinge genutzt werden.

Zunächst werden die Ausfallzeiten chronologisch geordnet. Die gesamte Versuchszeit wird in einzelne gleichgroße Zeitintervalle eingeteilt. Nun wird ausgezählt, wie viele Prüflinge im jeweiligen Zeitintervall, der jeweiligen sog. „Klasse“, ausgefallen sind. Die Ergebnisse der Zählung lassen sich in einem Balkendiagramm, dem Histogramm der Ausfallhäufigkeiten, darstellen. Es wird ersichtlich, innerhalb welcher Zeitbereiche sich die Ausfälle häufen. Die Balkenmitten im Histogramm lassen sich mit Geradenstücken zur empirischen Dichtefunktion verbinden. Diese ist je nach Anzahl der Prüflinge im Versuch relativ grob. Erhöht man im Gedankenexperiment die Zahl der Klassen ins Unendliche (zu unendlich kleinen Zeitintervallen), so ergibt sich die eigentliche Dichtefunktion $f(t)$. Zur Beschreibung der Dichtefunktion wird eine passende analytische Funktion gesucht (Wahl eines Ansatzes für die Verteilungsfunktion).

Die Ausfallwahrscheinlichkeit erhält man durch Errechnen der Summenhäufigkeit der Dichtefunktion. Sie gibt an, welcher Anteil der Prüflinge zum Betrachtungszeitpunkt t bereits ausgefallen ist.

$$F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (1)$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit ist das Komplement zur Ausfallwahrscheinlichkeit. Sie gibt an, welcher Anteil der Prüflinge zum Betrachtungszeitpunkt t noch intakt ist:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (2)$$

Mit der Ausfallrate wird das Ausfallrisiko der bis zum Betrachtungszeitpunkt überlebenden Prüflinge beschrieben:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (3)$$

Zeigt die empirische Dichtefunktion im Histogramm zu Beginn viele Ausfälle und von diesem Niveau eine exponentielle Abnahme (wie dies bei elektronischen Bauteilen teils der Fall ist), so kann man die Exponential-Verteilung als Modell-Ansatz wählen.

Die zugehörigen Formeln sehen in diesem Fall wie folgt aus:

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t} \quad (4)$$

Ausfallwahrscheinlichkeit:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (5)$$

Überlebenswahrscheinlichkeit:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (6)$$

Ausfallrate:

$$\lambda(t) = \text{konst.} \quad (7)$$

Neben der Exponential-Verteilung existieren noch eine Reihe weiterer Ansätze für Verteilungsfunktionen (z. B. die Normalverteilung, Weibull-Verteilungen etc.)

1.4 Weibull-Verteilungen

Die Weibull-Verteilung wird im Maschinenbau häufig angewendet. Sie lässt sich an in der Praxis auftretende Dichtefunktionen durch die Wahl der Parameter b und T (2-param.) sowie t_0 (3-param.) relativ flexibel anpassen.

Formeln der 2-parametrischen Weibull-Verteilung:

$$f(t) = \frac{b}{T} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b} \quad (8)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b} \quad (9)$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b} \quad (10)$$

$$\lambda(t) = \frac{b}{T} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^{b-1} \quad (11)$$

Formeln der 3-parametrischen Weibull-Verteilung:

$$f(t) = \frac{b}{T - t_0} \cdot \left(\frac{t - t_0}{T - t_0} \right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0} \right)^b} \quad (12)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0} \right)^b} \quad (13)$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t - t_0}{T - t_0} \right)^b} \quad (14)$$

$$\lambda(t) = \frac{b}{T - t_0} \cdot \left(\frac{t - t_0}{T - t_0} \right)^{b-1} \quad (15)$$

1.5 Parameter der Weibull-Verteilung

Formparameter b

Der Formparameter b ist die Hochzahl in der 2-parametrischen und in der 3-parametrischen Weibull-Verteilung. Er legt die Form der Dichtefunktion fest und wird auch als Ausfallsteilheit bezeichnet. Dabei ist zu beachten, dass sich bei der Auswertung eines Datensatzes für die 2-parametrische und die 3-parametrische Verteilung nicht ein gemeinsamer Wert für b sondern jeweils unterschiedliche Werte ergeben. Die jeweiligen Parameter gehören zur Funktion, für die sie bestimmt wurden.

Charakteristische Lebensdauer T

Die charakteristische Lebensdauer T ist definiert als derjenige Zeitpunkt, zu dem 63,2 % der Prüflinge ausgefallen sind..

$$F(T) = 63,2 \% \quad (16)$$

Mit diesem Parameter wird die Lage der Weibullkurve in t-Richtung festgelegt.

Ausfallfreie Zeit t_0

Die ausfallfreie Zeit ist der Zeitpunkt, ab dem die Auswirkungen einer Beanspruchung zum Tragen kommen: ab diesem Zeitpunkt fallen die ersten Prüflinge aus. Sie wird in der 3-parametrischen Weibull-Verteilungsfunktion eingesetzt. Die 2-parametrische Weibull-Verteilung stellt den Spezialfall der 3-parametrischen dar, bei dem die ausfallfreie Zeit $t_0=0$ ist.

1.6 Einige weitere Parameter

MTTF-Wert

Der MTTF-Wert (Mean Time To Failure) stellt den Erwartungswert für die Zeit bis zum Ausfall dar. Er hängt stark von der Kurvenform der Funktionen $R(t)$ bzw. $f(t)$ ab:

$$MTTF = E(\tau) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (17)$$

Je nach Verlauf der Funktion $R(t)$ und damit Größe der Fläche unter der Kurve von $R(t)$ ergeben sich unterschiedliche Werte für den MTTF-Wert.

Mittlere Lebensdauer t_m bei der Exponentialverteilung

Bei der Exponentialverteilung ergibt sich für den MTTF-Wert eine mittlere Lebensdauer von

$$E(\tau) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (18)$$

Hier ist die mittlere Lebensdauer t_m zugleich auch die charakteristische Lebensdauer:

$$F(t_m) = 63,2 \% = 1 - e^{-\lambda t_m} \quad (19)$$

Dies ist erfüllt, wenn gilt:

$$t_m = \frac{1}{\lambda} \quad (20)$$

B_x -Lebensdauer

Die B_x -Lebensdauer ist der Zeitpunkt, zu dem $x\%$ der Prüflinge ausgefallen sind.

Ein Wert von $B_{10}=2500$ h bedeutet, dass nach 2500 h Zeit 10 % der Teile ausgefallen sind. Analog ist die B_1 -Lebensdauer der Zeitpunkt, ab dem 1 % der Teile ausgefallen sind.

Arithmetischer Mittelwert

$$t_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad (21)$$

Modalwert

$$f'(t_{\text{modal}}) = 0 \quad (22)$$

Medianwert

$$F(t_{\text{median}}) = 0,5 \quad (23)$$

2 Auswertung nach Weibull

2.1 Grafische Ermittlung der Weibull-Parameter

Um die Ausfalldaten in einem Weibull-Netz darzustellen, geht man gewöhnlich folgendermaßen vor: Als erstes werden die Ausfallzeiten t_i chronologisch aufsteigend geordnet, beginnend also mit der kleinsten Zahl. Als nächstes wird jeder Ausfallzeit eine Ausfallwahrscheinlichkeit zugeordnet. Da die Ausfallwahrscheinlichkeiten einen Streubereich aufweisen, muss ein geeigneter Wert (z. B. arithmetischer Mittelwert, Median oder Modalwert) für die Ausfallwahrscheinlichkeiten der n Prüflinge eines Prüfloses ausgewählt werden.

In der Praxis wird oft der Median genutzt. Bei bekannter Prüflosgröße (Stichprobe mit Umfang n) kann man die Medianen Ränge F_i der einzelnen ausgefallenen Prüflinge aus einer allgemein gültigen Tabelle der „Median(50%)-Werte für Stichprobenumfang n und Ranggröße i “ ablesen. Alternativ lassen sich die Medianwerte näherungsweise auch mit der folgenden Formel berechnen:

$$u_{\text{median}} \approx \frac{i - 0,3}{n + 0,4} \quad (24)$$

Die ermittelten Median(50%)-Werte werden nacheinander den Ausfallzeiten zugeordnet.

Nun trägt man die Werte-Paare $(t_i; F_i)$ in ein doppelt logarithmisches Weibull-Netz ein.

In die Messwerte wird danach eine Regressionsgerade eingepasst. Die Steigung dieser Geraden ist der Formparameter b der 2-parametrischen Weibullverteilung (vgl. Abb. 2.1)

Um die Steigung b zu ermitteln, existieren im Weibullnetz-Vordruck der sog. Pol und die Skala der Geradensteigungen. Die Regressionsgerade wird parallel in den Pol verschoben. An der Skala der Steigungen lässt sich der Wert für den Formparameter b ablesen.

Die charakteristische Lebensdauer T erhält man durch den Schnittpunkt der 63,2%-Linie mit der Regressionsgeraden und Herunterloten dieses Schnittpunktes auf die Zeitachse.

Wie die Medianwerte lassen sich den einzelnen Ausfallzeiten auch Werte für die 5%- und 95%-Vertrauensgrenzen zuordnen und einzeichnen (unter Nutzung von bestehenden Tabellen).

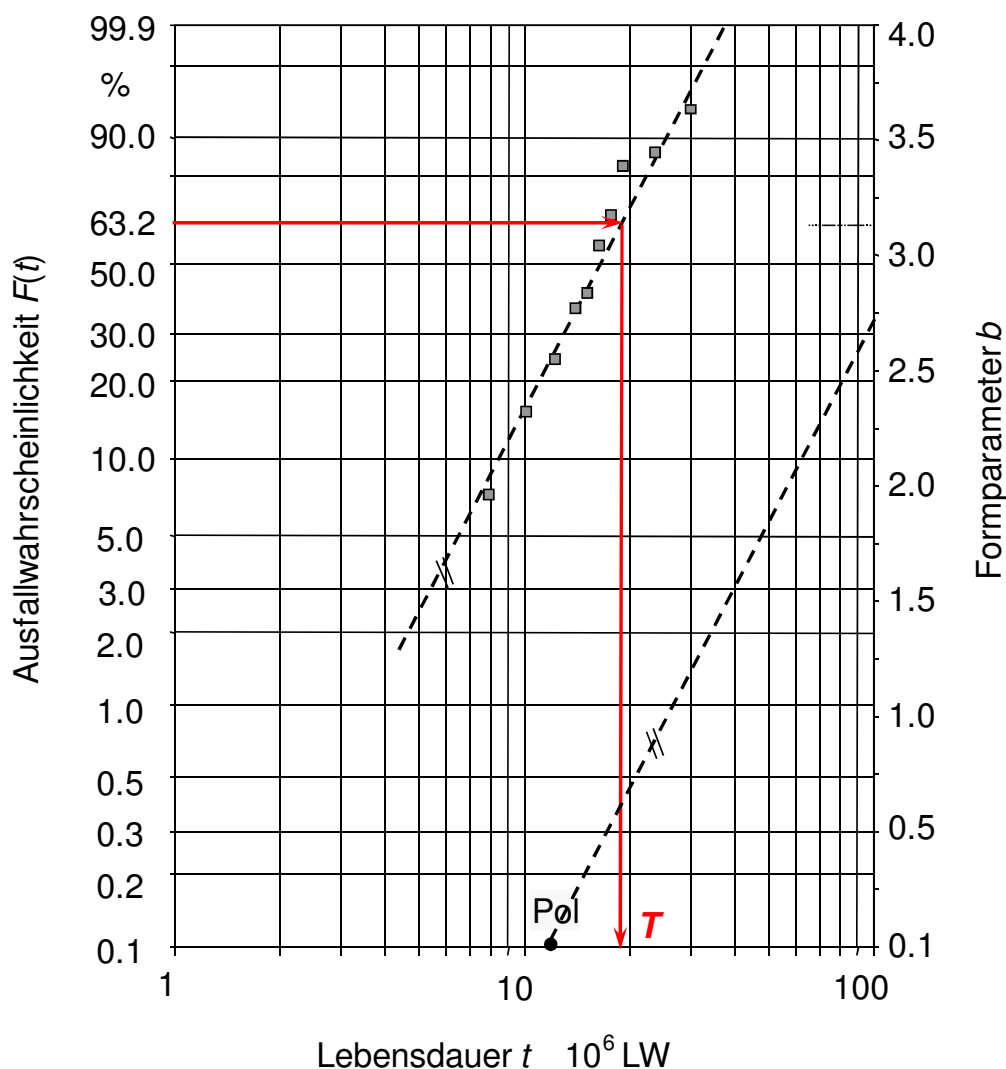


Abb. 2.1: Ermittlung der Parameter b und T im Weibullnetz

2.2 Computergestützte Auswertung nach Weibull mit Sysleb

Die im vorhergehenden Absatz dargestellte Herangehensweise kann unter Einsatz eines Computers mit entsprechender Software auch automatisch vollzogen werden. Im Folgenden wird das Vorgehen im Softwareprogramm Sysleb kurz beschrieben.

Zunächst müssen die Ausfalldaten der Testreihe in das Softwareprogramm eingegeben werden. Dazu klickt man mit der Maus auf das folgende Symbol:



„Sysleb Daten editieren“

Im sich öffnenden Fenster gibt man in der Sektion „Allgemeine Angaben“ zunächst den Namen der Versuchsreihe ein. Nun wird die Einheit der Versuchswerte ausgewählt. Danach klickt man in der Sektion „Werte bearbeiten“ auf den Button „Hinzufügen“. Es ist nun möglich, die Zahlenwerte in der Sektion „Eingabe“ einzutippen. Den jeweiligen eingegebenen Wert kann man mit der Schaltfläche „Neuen Wert übernehmen“ in die Liste der Beobachtungswerte eintragen. Mit dem Button „Eingabe beenden“ wird die Eingabe abgeschlossen.

The screenshot shows the 'Sysleb Daten editieren' window with the following components:

- Vergrößerungsfaktor:** 1.000000
- Beobachtungswerte:** A list of values: Nr.: 1 129.00, Nr.: 2 140.00, Nr.: 3 149.00, Nr.: 4 180.00, Nr.: 5 211.00, Nr.: 6 221.00, Nr.: 7 288.00, Nr.: 8 461.00.
- Versuchsreihen:** A list containing '1: DLG48'.
- Allgemeine Angaben:**
 - Name der Versuchsreihe: DLG48
 - Einheit der Versuchswerte: [Unit selection dropdown]
- Werte bearbeiten:**
 - <- Ändern
 - <- Löschen
 - <- Hinzufügen
 - Datei hinzufügen
 - Einfügen
- Datenumfang:**
 - Anzahl Ausfälle: 8
 - Grundgesamtheit: 8
- Laufleistungsverteilung:**
 - T90: 0.000000
 - T63.2: 0.000000
 - T50: 0.000000
 - T10: 0.000000
 - Radio buttons: NV, LNV, WEI (WEI is selected)
 - Einsatzzeit: 1.000000
- Eingabe:**
 - Neuer: [Input field]
 - Neuen Wert übernehmen
 - Eingabe beenden
 - ☐ Daten sortiert einfüge
 - = Nicht ausgefallen (Alt+N)
 - Alle nicht ausgefallen
 - Invertieren
- Buttons:** Hilfe, Cancel, OK, Neue Versuchsreihe, Löschen der Versuchsreihe.

Abb. 2.2: Eingabe der Ausfallzeiten in Sysleb

Nun kann man das Dialogfeld mit dem OK-Button schließen.

Im Fenster „Daten“ werden die eingegebenen Werte ausgegeben. Um die Daten nach Weibull auszuwerten, klickt man auf das folgende Symbol:



„Berechnungsoptionen Weibull“

Im folgenden Bild wurden Einstellungen für eine 2-parametrig Weibull-Verteilung vorgenommen:

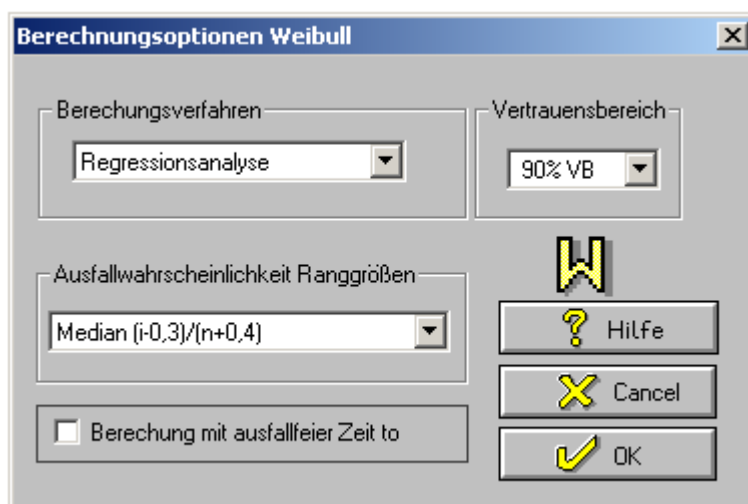


Abb. 2.3: Einstellen der Berechnungsoptionen für die Weibullauswertung in Sysleb

Soll statt der 2-parametrig eine 3-parametrig Weibullverteilung ausgegeben werden, so muss das Feld „Berechnung mit ausfallfreier Zeit t_0 “ aktiviert werden.

Die Ergebnisse der Berechnung werden nach dem Klicken der OK-Schaltfläche im Ergebnisfenster (und teils im Outputfenster) ausgegeben.

Einen Plot der Weibullverteilung erhält man mit einem Klick auf das folgende Symbol:



„Weibullnetz“

3 Zuverlässigkeitsprognose

In der Praxis können nicht alle möglichen Lastfälle, Betriebs- und Umweltbedingungen getestet werden. Zudem benötigen Untersuchungen Zeit, Ressourcen und sie verursachen hohe Kosten. Es fehlen Daten. Deshalb wird in Forschung und Entwicklung angestrebt, alle im Unternehmen verfügbaren Ausfalldaten für die Risikoabschätzung einzusetzen. Beispielsweise lassen oft bestehende Zuverlässigkeitsaussagen auch Rückschlüsse auf nicht vollständig geprüfte Komponenten und Bedingungen zu. Statistische Zuverlässigkeitskennwerte können aus im Unternehmen vorliegenden Testdaten früherer Versuchsreihen oder aus Da-

ten von Rückläufern aus Garantie- und Kulanzfällen gewonnen werden. Auch Ergebnisse aus Modellversuchen der Material-/Werkstoffprüfung, Tribologie-Versuchen und aus der Fertigung finden Einsatz.

Mit Hilfe von mathematischen Modellen können Versuchsdaten in Lebensdauern umgerechnet werden. Theoretische Modelle bilden die Realität jedoch nur näherungsweise ab. Die Berechnungsergebnisse können stark abweichen, insbesondere dann, wenn Wechselwirkungen der Systemparameter greifen, die nicht uneindeutig konkreten Parametern (Lastfälle, Prüfbedingungen) zugeschrieben werden können. In diesem Fall sind die Berechnungen für eine fundierte Risikoabschätzung ungeeignet. Berechnete Zuverlässigkeiten ohne das Fundament realer Versuche haben den Charakter einer Schätzung. Soll auf dieser Basis eine Risikoabschätzung erfolgen, so müssen die Unsicherheiten in Form von Beiwerten und Sicherheitsfaktoren berücksichtigt werden.

4 Zusammenfassung

Zur Darstellung der Zuverlässigkeit werden Verteilungsfunktionen ermittelt. Grundlage der Verteilungsfunktionen sind in Tests ermittelte Ausfallzeiten. Bei mechanischen Systemen lassen sich oftmals eine 2- und/oder eine 3-parametrische Weibullverteilung einpassen. Die Parameter der Weibullverteilung können zur Beschreibung des Ausfallverhaltens genutzt werden.

Literatur

- [1] Beier, M.: Lebensdaueruntersuchungen an feinwerktechnischen Planetenradgetrieben mit Kunststoffverzahnung. Dissertation, Universität Stuttgart, 2010
- [2] Bertsche, B.; Göhner, P.; Jensen, U.; Schinköthe, W.; Wunderlich, H.-J.: Zuverlässigkeit mechatronischer Systeme. Springer Verlag, Berlin, 2009
- [3] Bertsche, B.; Lechner, G.: Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau. 3. Aufl., Springer Verlag, Berlin, 2004
- [4] Köder, T.: Zuverlässigkeit von mechatronischen Systemen am Beispiel feinwerktechnischer Antriebe. Dissertation, Universität Stuttgart, 2006
- [5] Meyna, A.; Pauli, Bernhard: Taschenbuch der Zuverlässigkeits- und Sicherheitstechnik. Carl Hanser Verlag, München, 2003
- [6] Wilker, H.: Weibull-Statistik in der Praxis. Books on Demand GmbH, Nordstedt, 2004