

Vorlesungsskript

Biomedizinische Technik I + II

Institut für Biomedizinische Technik
der Universität Stuttgart
Dr.-Ing. J. Port

Stuttgart, 28. Oktober 2013

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Aufgaben der Medizin	1
1.2	Aufgaben des Ingenieurs in der Medizin	3
1.3	Aufgaben bei der Biomedizinischen Instrumentierung	5
1.4	Probleme bei der Biomedizinischen Instrumentierung	6
1.4.1	Unzulänglichkeit der physiologischen Variablen für die Messung	6
1.4.2	Variabilität der Daten	7
1.4.3	Fehlende Kenntnis über die inneren Beziehungen	7
1.4.4	Gegenseitige Beeinflussung zwischen physiologischen Systemen	7
1.4.5	Der Einfluss des Messwertgebers auf die Messung	8
1.4.6	Bewegungsartefakte	8
1.4.7	Begrenzung der Energie	8
1.4.8	Sicherheitsbetrachtungen	9
1.5	Das Mensch–Instrumenten–System	11
2	Einführung in das physiologische System des Körpers	15
2.1	Das biochemische System	16
2.2	Das kardiovaskuläre System	16
2.3	Das respiratorische System	18
2.3.1	Aufgaben der Atmung	19
2.4	Das Nervensystem	20
2.5	Der Stütz– und Bewegungsapparat	21
2.6	Der Aufbau der Haut	22

2.7	Muskulatur	24
2.7.1	Glatte Muskeln	24
2.7.2	Quergestreifte Skelettmuskeln	24
2.8	Die Verdauungs-, Ausscheidungs- und Sexualorgane	25
2.9	Das Immunsystem	26
3	Grundlagen	29
3.1	Elektrotechnische Grundlagen	29
3.1.1	Elektrisches Potential und elektrische Spannung	29
3.1.2	Wichtige Gesetzmäßigkeiten der Elektrotechnik	30
3.1.2.1	Das Ohmsche Gesetz	30
3.1.2.2	Kirchhoffsche Knotenpunktgleichung	30
3.1.2.3	Kirchhoffsche Maschengleichung	31
3.1.2.4	Beispielschaltung	31
3.1.3	Komplexe Rechnung	33
3.1.4	Ortskurven	36
3.1.4.1	Beispiele zur Bestimmung von Ortskurven	37
3.2	Grundlagen der Signalverarbeitung	39
3.2.1	Die Fourier-Verfahren	40
3.2.1.1	Die Fourier-Reihe	40
3.2.1.2	Die Fourier-Transformation	43
3.2.1.3	Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale	45
3.2.1.4	Diskrete Fourier-Transformation (DFT)	46
3.2.1.5	Fast-Fourier-Transformation (FFT)	48
3.2.2	Systemeigenschaften	50
3.2.2.1	Impulsfunktion und Impulsantwort	50
3.2.2.2	Lineares, zeitinvariantes System	52
3.2.2.3	Kausales System	52
3.2.3	Mathematische Beschreibungen von Systemen	53
3.2.3.1	Faltung	53

3.2.3.2	Übertragungsfunktion	55
3.2.4	Abtastung analoger Signale	57
3.2.4.1	Abtasttheorem, Aliasing-Effekt und Anti-Aliasing-Filter	58
3.2.4.2	Quantisierungsfehler und Quantisierungsrauschen	61
3.2.5	Filterfunktionen	62
3.2.6	Digitale Filter	66
3.2.7	Fensterfunktionen	67
3.2.8	Prinzipieller Ablauf einer üblichen Signalaufnahme	72
3.3	Grundlagen der Biosignalverstärker	74
3.3.1	Eigenschaften idealer Operationsverstärker	75
3.3.2	Symmetrischer Verstärker	75
3.3.3	Frequenzgang	78
3.3.4	Zeitkonstante τ und untere Grenzfrequenz f_u	78
3.3.5	Beispiele gebräuchlicher Verstärkerschaltungen	80
3.3.5.1	Grundschialtung eines Biosignalverstärkers	80
3.3.5.1.1	Der Subtrahierer	80
3.3.5.1.2	Der Impedanzwandler	81
3.3.5.1.3	Probleme bei der Gleichspannungsabkopplung	83
3.3.5.1.4	Temperaturprobleme	84
3.3.5.2	Verstärkerschaltung zur Messung geringer Ströme	84
3.3.5.3	Integrationsverstärker	85
3.3.5.4	Ladungsverstärker	86
3.3.6	Häufig verwendete Messschaltungen	87
3.3.6.1	Die Wheatstone-Messbrücke	87
3.3.6.2	Die Kompensationsmessung	88
3.4	Thermodynamische Grundlagen	89
3.4.1	Erster Hauptsatz der Thermodynamik	90
3.4.2	Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik	92
3.4.3	Fundamentalgleichungen der Thermodynamik	94
3.4.4	Das chemische Potential	97

3.4.4.1	Eigenschaften wässriger Elektrolyte	99
3.4.4.2	Bestimmung des Aktivitätskoeffizienten	100
3.4.5	Das elektrische Potential	102
3.4.6	Das elektrochemische Potential	103
3.4.7	Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen	104
3.4.7.1	Das Phasengleichgewicht	104
3.4.7.2	Das elektrochemische Gleichgewicht	105
4	Elektrische Eigenschaften biologischer Gewebe	109
4.1	Charakterisierung der Gewebeeigenschaften	109
4.1.1	Charakterisierung des Elektrolyten	110
4.1.2	Charakterisierung der Zellen	112
4.2	Ursache der elektrischen Potentialdifferenz	113
4.3	Elektrisches Ersatzschaltbild vom Gewebe	115
4.4	Vereinfachtes elektrisches Ersatzschaltbild vom Gewebe	118
4.5	Impedanzmessung eines Ionenleiters	119
4.5.1	Die 2-Elektrodenanordnung	122
4.5.2	Die 4-Elektrodenanordnung	123
5	Elektroden	125
5.1	Betrachtung der Grenzschicht Elektrode/Elektrolyt	125
5.1.1	Oxidation und Reduktion	126
5.1.2	Elektrochemische Doppelschicht und Elektrodenpotential	126
5.1.2.1	Herleitung des Elektrodenpotentials mit Hilfe der Thermodynamik	128
5.1.2.2	Herleitung des Elektrodenpotentials über die Betrachtung der energetischen Verhältnisse an der Phasengrenze	132
5.1.3	Die Überspannung	135
5.1.3.1	Die Durchtrittsüberspannung	139
5.1.3.2	Die Diffusionsüberspannung	142
5.2	Elektrisches Ersatzschaltbild	143
5.3	Einteilung der Elektroden	146

5.3.1	Nicht-reversible Elektroden	146
5.3.2	Reversible Elektroden	146
5.3.2.1	Elektroden erster Art	146
5.3.2.2	Elektroden zweiter Art	147
5.3.2.3	Redoxelektroden	147
5.4	Eigenschaften der Phasenübergänge im Elektrolyten	148
5.4.1	Die Diffusionsspannung	148
5.4.2	Die Phasengrenzspannung (Donnan-Spannung)	149
5.5	Elektrochemische Zellen	152
5.6	Referenzelektroden	154
5.7	Elektroden zur Messung bioelektrischer Spannungen	155
6	Direkte Abnahme physiologischer Kenngrößen	159
6.1	Das Elektrokardiogramm (EKG)	160
6.1.1	Lineares Modell des Myokards mit Reizleitungssystem	161
6.1.2	Das Elektrokardiogramm nach Einthoven	162
6.1.3	Wilson und Goldberger Ableitungen	163
6.1.4	Brustwandableitungen nach Wilson	164
6.1.5	Ableitungen nach Nehb	164
6.1.6	Oesophagusableitung	165
6.1.7	Intrakardiale Ableitung	165
6.1.8	Das vektorielle Elektrokardiogramm	166
6.1.9	Multipolare thorakale Ableitungen	167
6.1.10	Auswertung eines Elektrokardiogramms	167
6.1.10.1	Standard-EKG eines normalen gesunden Menschen	168
6.1.10.2	Veränderungen des EKG's bei Rhythmus- und myokardialen Störungen . . .	169
6.1.11	Aufbau eines Elektrokardiographen	171
6.1.12	Frequenzgang des EKG's	172
6.2	Das EEG, EDG und EKoG	172
6.2.1	Die Struktur des EEG-Signals	173

6.2.2	Die Ableitung des EEG-Signals	174
6.2.3	Auswertung eines Elektroencephalogramms	175
6.2.3.1	Das EEG eines normalen gesunden Menschen	175
6.2.3.2	Typische EEG-Veränderungen bei markanten Hirnerkrankungen	176
6.3	Das Elektroneurogramm und das evozierte Potential	177
6.4	Das Elektromyogramm (EMG)	180
6.4.1	Ableitung und Auswertung des EMG's	180
6.5	Das Elektoretinogramm (ERG)	181
6.6	Das Elektrookulogramm und Elektronystagmogramm	182
6.7	Weitere direkte bioelektrische Ableitverfahren	183
7	Messwandler in der Medizin	185
7.1	Thermoelektrische Messwandler	187
7.1.1	Thermoresistive Sensoren	189
7.1.1.1	Metallische Widerstandsgeber als Temperaturwandler	191
7.1.1.2	Halbleitertemperaturfühler	192
7.1.1.3	Kaltleiter	193
7.1.1.4	Heißeiter	193
7.1.1.5	Kristalline Halbleiter	195
7.1.2	Kristall-Thermometer	196
7.1.3	Thermoelemente	196
7.1.4	Thermische Strahlungsdetektoren	198
7.2	Photoelektrische Messwandler	200
7.2.1	Grundgesetze der Temperaturstrahlung	200
7.2.2	Charakteristika von Photodetektoren	202
7.2.3	Photowiderstände	203
7.2.4	Sperrschicht – Photodetektoren und Photodioden	205
7.2.5	Vakuumphotozellen und Photomultiplier	207
7.3	Elektrochemische Messwandler	208
7.3.1	Ionenselektive Elektroden	209

7.3.1.1	Messanordnung mit ionenselektiven Elektroden	210
7.3.1.2	pH -Messung	211
7.3.1.3	Rückführung einer Gas- oder Substratanalyse auf die pH -Messung	213
7.3.2	Amperometrische Elektroden	214
7.3.3	Ionenselektive Feldeffekttransistoren	216
7.4	Mechanoelektrische Messwandler	216
7.4.1	Abstandsmessung	217
7.4.1.1	Potentiometrische Widerstandsgeber	218
7.4.1.2	Kapazitive Geber	218
7.4.1.3	Induktive Geber	219
7.4.2	Geschwindigkeitsmessung	220
7.4.2.1	Elektrodynamische Wandler	221
7.4.3	Beschleunigungs-, Kraft- und Druckmessung	222
7.4.3.1	Beschleunigungsaufnehmer	222
7.4.3.2	Kraft- und Druckaufnehmer	223
8	Indirekte Abnahme physiologischer Kenngrößen	229
8.1	Blutdruckmessung	229
8.1.1	Physiologische Grundlagen	229
8.1.2	Verfahren der Blutdruckmessung	231
8.1.2.1	Unblutige oder indirekte Methode	231
8.1.2.1.1	Palpation	231
8.1.2.1.2	Auskultation	233
8.1.2.1.3	Blutdruckmessung über die Druckschwankungen in der Manschette	234
8.1.2.1.4	Sphygmographische Blutdruckmessung	234
8.1.2.2	Blutige oder direkte Methode	235
8.1.3	Übertragungseigenschaften eines Kathetersystems	236
8.1.3.1	Theoretische Herleitung der Differentialgleichung eines Kathetersystems . . .	236
8.2	Lungenfunktionsdiagnostik	240
8.2.1	Atemkenngrößen	242

8.2.2	Bestimmung der Atemkenngrößen	243
8.2.2.1	Die Spirometrie	244
8.2.2.2	Die Pneumotachographie	246
8.2.2.3	Die Ganzkörperplethysmographie	248
8.2.2.4	Die Impedanz-Pneumographie, Elektromyographie und direkte Messung der Volumenänderung des Thorax	250
8.2.2.5	Die Lungenperfusionsszintigraphie und Lungenventilationsszintigraphie . . .	251
8.2.2.6	Heliumeinwaschmethode und Stickstoffauswaschung	251
8.2.2.7	Bestimmung des funktionellen Totraums	252
8.2.2.8	Bestimmung wichtiger Gase der Atemluft	253
8.2.2.8.1	Messung des Sauerstoffgehalts	253
8.2.2.8.2	Messung des Kohlenstoff- und Stickstoffgehalts	254
8.3	Herz- und Kreislaufdiagnostik	256
8.3.1	Durchblutungsmessung (Plethysmographie)	258
8.3.1.1	Fingerplethysmographie	258
8.3.1.2	Impedanzplethysmographie	258
8.3.2	Blutflussmessung (Strömungsgeschwindigkeit)	260
8.3.2.1	Elektromagnetische Blutflussmessung	261
8.3.2.2	Blutflussmessung mit dem Ultraschall-Doppler-Verfahren	262
8.3.3	Messung des Herzzeitvolumens	264
8.3.3.1	Indirekte Ficksche Methode	264
8.3.3.2	Indikatorverdünnungsmethoden	265
8.3.3.3	Impedanzkardiographie	266
8.3.4	Messung des Herzschalls	267
8.4	Bildgebende Verfahren	268
8.4.1	Ultraschalltechnik	268
8.4.1.1	Grundlagen der Schallphysik	269
8.4.1.1.1	Wellen	269
8.4.1.2	Kenngrößen einer ebenen Ultraschallwelle	271
8.4.1.2.1	Die Lösung der Wellengleichung	271

8.4.1.2.2	Der Schalldruck	271
8.4.1.2.3	Die Energiedichte	272
8.4.1.2.4	Die Intensität	272
8.4.1.2.5	Schallausbreitungsgeschwindigkeit	272
8.4.1.2.6	Akustische Schallfeld- und Schallkennimpedanz	273
8.4.1.2.7	Die Reflexion und Transmission	273
8.4.1.2.8	Die Brechung	274
8.4.1.2.9	Die Schallschwächung	275
8.4.1.3	Ultraschall als bildgebendes Verfahren	276
8.4.1.3.1	Schallsender und -empfänger	277
8.4.1.3.2	Das Schallfeld	277
8.4.1.3.3	Die Ultraschallapplikatoren	278
8.4.2	Magnetische Kernspinresonanz	280
8.4.2.1	Physikalische Grundlagen	280
8.4.2.1.1	Magnetische Eigenschaften der Atome	280
8.4.2.1.2	Verhalten der Kernmagnetisierung in einem äußeren Magnetfeld	281
8.4.2.1.3	Quantenphysikalische Einschränkungen	282
8.4.2.2	Makroskopische Betrachtungen im homogenen Magnetfeld	284
8.4.2.2.1	Anregung der Atomkerne in einem homogenen Magnetfeld mittels eines überlagerten rotierenden Magnetfeldes	284
8.4.2.2.1.1	Präzession	284
8.4.2.2.1.2	Änderung der Richtung des Kernspins beim Einwirken eines zirkular polarisierten Magnetfeldes geeigneter Frequenz	286
8.4.2.2.1.3	Erzeugung eines rotierenden Magnetfeldes	288
8.4.2.2.2	Verhalten des ausgelenkten Kernspins	289
8.4.2.3	Pulssequenzen	290
8.4.2.3.1	Freier Induktionsabfall	290
8.4.2.3.2	Spinecho	291
8.4.2.3.3	Multi-Spinecho und Carr-Purcell-Sequence	294
8.4.2.3.4	Inversion-Recovery	294

8.4.2.4	Magnetische Kernspinresonanz im Magnetfeld mit Feldgradienten	298
9	Medizinische Gerätesicherheit	301
9.1	Warum Sicherheitsmaßnahmen	301
9.2	Elektrische Sicherheit	302
9.2.1	Sicherheitsvorschriften	302
9.2.1.1	Nationale Sicherheitsvorschriften für Deutschland	302
9.2.1.2	Internationale Sicherheitsvorschriften	302
9.2.2	Gruppierung der medizinisch-technischen Geräte	302
9.2.3	Klassifizierung der Geräte	303
9.2.3.1	Klassifizierung nach der Art des Schutzes gegen elektrischen Schlag	303
9.2.3.2	Klassifizierung nach dem Grad des Schutzes gegen elektrischen Schlag	303
9.2.4	Ströme im Patienten	303
9.2.4.1	Physiologische Wirkungen des elektrischen Stroms	303
9.2.4.2	Makroschock	304
9.2.4.3	Mikroschock	305
9.2.4.4	Frequenzeinfluss	305
9.2.4.5	Kennzeichnung der möglichen Ströme und deren zulässige Grenzwerte	306
9.2.5	Schutzmaßnahmen	309
9.2.5.1	Schutzmaßnahmen bei Verwendung von Herzkatheter und bei Netzausfall	309
9.2.5.2	Konzepte für Schutzmaßnahmen gegen Gefährdung	310
9.2.5.3	Netzinstallation	310
9.2.5.4	Stromkreisabsicherung	311
9.2.5.5	Schutzleitererdung	311
9.2.5.6	Unfallgefahren	311
9.2.5.7	Netzversorgung über Trenntrafo mit Fehlerstromabschalter	311
9.2.5.8	Erdfreie Patientenstromkreise	312
9.2.5.9	Methoden zur Isolierung von Messwertaufnehmern	312
9.2.5.9.1	Isolierverstärker mit magnetischer Kopplung	312
9.2.5.9.2	Isolierverstärker mit optischer Kopplung	313

9.2.5.9.3 Schwierigkeiten des erdfreien Systems	313
9.2.5.10 Potentialausgleich	314
9.3 Umgebungsbedingungen	314
9.4 Anschluss an das Versorgungsnetz	314
9.5 Zulassung von medizinisch-technischen Geräten	315
9.6 Eichordnung	316
A Grundbegriffe der Signalverarbeitung	317
B Beispiele zur den Fourier-Verfahren	321
B.1 Fourier-Reihe	321
B.1.1 Überprüfung auf Anwendbarkeit der Fourier-Reihe	321
B.1.2 Strukturanalyse eines Rechtecksignals	322
B.2 Fourier-Transformation	324
B.2.1 Überprüfung auf Anwendbarkeit der Fourier-Transformation	324
B.2.2 Strukturanalyse eines Dreiecksignals	325
C Fensterung	327
D Anmerkungen zur Entropie	329
E Die Faradayschen Gesetze	333
F Allgemeine Lösung	335
F.1 Lösung der homogenen DGL	335
F.2 Spezielle Lösung der inhomogenen DGL	337
F.3 Allgemeine Lösung der inhomogenen DGL	338
G Wichtige Gleichungen	339
G.1 Bewegungsgleichung	339
G.2 Kontinuitätsgleichung	342
G.3 Wellengleichung	343
H Nomogramme	345

H.1	Nomogramm für Soll-Atemminutenvolumen	346
H.2	Nomogramm für Soll-O ₂ -Aufnahme	347
H.3	Nomogramm für Soll-Vitalkapazität	348
I	Einige medizinische Begriffe	349
	Literaturverzeichnis	i

Abbildungsverzeichnis

1.1	Black Box	5
1.2	Menschliches System	6
1.3	Baumdiagramm für Beispiel 1:	9
1.4	Baumdiagramm für Beispiel 2:	10
1.5	Mensch–Instrumenten–System	13
2.1	Ersatzschaltbild des kardiovaskulären Systems	17
2.2	Atmung und Stoffwechsel	19
2.3	Schematische Darstellung einer motorischen Einheit aus Silny und Rau (1992)	25
3.1	Strom und Spannung an einer Impedanz	30
3.2	Ströme an einem Knoten	31
3.3	Beispielschaltung	32
3.4	Darstellung der komplexen Zahl in der komplexen Ebene	34
3.5	Darstellung einer harmonischen Schwingung	35
3.6	Darstellung in der komplexen Ebene	35
3.7	Beispiele zur Darstellung der Impedanz $\underline{Z}$ und dessen Ortskurve in der komplexen Ebene	36
3.8	Schaltungsaufbau	37
3.9	Ortskurve nebenstehender Schaltung	37
3.10	Schaltungsaufbau	38
3.11	Ortskurve nebenstehender Schaltung	38
3.12	Beschreibung des reellen Zeitsignals $u(t) = 2.5 + 4 \cdot \cos(2\pi f_1 t + 3\pi/4) + 3 \cdot \cos(2\pi f_2 t + \pi/3)$, $f_1 = 1\text{Hz}$, $f_2 = 2\text{Hz}$ mit Hilfe seiner komplexer Zeiger. Die hier dargestellte Stellung der rotierenden komplexen Zeiger ergibt nach deren vektorieller Addition den Wert der Funktion $u(t)$ zum Zeitpunkt $t = 0$	42

3.13	Fourier-Transformation abgetasteter Signale: a) Fourier-Transformation des zeitdiskreten Signals $u_d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2 + \cos(2\pi f_1 n \Delta t) \exp[-4(n\Delta t)^2])$, mit $\Delta t = 1/6\text{s}$ und $f_1 = 1\text{Hz}$: Die Fouriertransformierte $U_d(f)$ ist kontinuierlich und periodisch. Die Periode F ist umgekehrt proportional zum zeitlichen Abstand Δt der abgetasteten Signalwerte; b) Diskrete Fourier-Transformation des Signal $u_f(t) = \sum_{n=0}^{N-1} (2 + \cos(2\pi f_1 n \Delta t) \exp[-4(n\Delta t)^2])$, mit $\Delta t = 1/6\text{s}$, $f_1 = 1\text{Hz}$ und $N = 24$: Die Fourier-Transformierte $U_f(f)$ ist diskret und periodisch. Damit ist auch die dazugehörige Zeitfunktion $u_f(t)$ diskret und periodisch. Die Periodendauer T berechnet sich aus der Anzahl N abgetasteter Signalwerte multipliziert mit dem zeitlichen Abstand Δt benachbarter Abtastwerte. Die Frequenzauflösung Δf ist umgekehrt proportional zur Perioden- und damit Aufnahmedauer T des Messsignals $u_f(t)$	46
3.14	Einfluss der Periodendauer T bzw. Aufnahmedauer eines Signals auf die Frequenzauflösung Δf bei der diskreten Fourier-Transformation. Zu beachten ist, dass die Frequenzauflösung über die Periodendauer T festgelegt wird. Diese ergibt sich aus der Aufnahmedauer $T_a = (N-1)\Delta t$ plus einem Δt . Denn die Periodendauer ist durch den Zeitpunkt definiert, ab dem sich die Werte einer Funktion wiederholen.	49
3.15	Systeme mit unterschiedlichen Impulsantworten.	51
3.16	Resultierendes Ausgangssignal $u_a(t)$ eines linearen, zeitinvarianten Systems mit der Systemantwort $s(t)$ auf ein Eingangssignal $u_e(t)$. Das Eingangssignal $u_e(t)$, gezeigt im linken Diagramm, besteht hier aus im Abstand Δt aufeinander folgenden Dirac-Impulsen, bewertet jeweils mit den Größen a_1 bzw. a_2 . Das Ausgangssignal $u_a(t)$, gezeigt im rechten Diagramm als durchgezogene, schwarze Kurve, ergibt sich dann aus der Summe der beiden Impulsantworten $a_1 s(t)$ (gestrichelte Kurve) und $a_2 s(t - \Delta t)$ (graue Kurve).	53
3.17	Betrags- und Phasengang eines Tiefpass	57
3.18	Betragsgänge zweier wichtiger Übertragungsstrecken	57
3.19	Beispiel zur Verletzung des Abtasttheorems (Erklärung siehe Text).	58
3.20	Spektrum $U_d(f)$ des unterabgetasteten Signals nach Gl. (3.75).	59
3.21	Mögliche Anti-Aliasing-Filter: a) AAF mit großem Übergangsbereich, d.h. es lässt sich relativ einfach und kostengünstig realisieren. Allerdings bedingt dies eine hohe Datenmenge, da die Abtastfrequenz groß ist; b) AAF mit kleinem Übergangsbereich, was einen großen Aufwand erfordert und damit häufig auch teuer ist, um diesen steilflankigen Übergang zu realisieren. Demgegenüber kann die Abtastfrequenz und damit die Datenmenge klein gehalten werden.	61
3.22	Unbrauchbare Anti-Aliasing-Filter: a) Nyquistfrequenz liegt im Durchlassbereich, d.h. Aliasing-Effekte werden nicht vermieden; b) AAF filtert auch Nutzfrequenzanteile heraus.	61
3.23	Dämpfungstoleranzschema.	63
3.24	Idealer Tiefpass: a) Amplitudengang $H(f)$; b) Impulsantwort (Zeitfunktion) $h(t)$	64
3.25	Entwicklung eines Tiefpass: a) Impulsantwort $h(t)$ des idealen Tiefpasssystems; b) Zeitbegrenzung der Impulsantwort durch eine Rechteckfunktion $\text{rect}(t/T)$ der Breite T ; c) Zeitverschiebung der zeitbegrenzten Impulsantwort um $T/2$, um ein kausales System zu erhalten.	65

3.26	Normierte Amplitudengänge des idealen, zeitlich unbegrenzten Tiefpass und des nach Abb. 3.25 zeitlich beschränkten Tiefpass.	65
3.27	Veränderung des Frequenzspektrums durch eine zeitliche Beschränkung (Erklärung siehe Text): a) Sinusförmiges, zeitlich nicht beschränktes Signal $u_0(t) = a \sin(2\pi f_0 t)$ mit der Periodendauer $T_0 = 1/f_0$; b) Betrag $ U_0(f) $ des Frequenzspektrums von $u_0(t)$; c) Zeitbeschränktes Signal $u_1(t) = u_0(t)\text{rect}[(t - T_1/2)/T_1]$, wobei T_1 ein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer T_0 ist; d) Betrag $ U_1(f) $ des Frequenzspektrums von $u_1(t)$; e) Zeitbeschränktes Signal $u_2(t) = u_0(t)\text{rect}[(t - T_2/2)/T_2]$, wobei T_2 größer T_1 , aber wiederum ein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer T_0 ist; f) Betrag $ U_2(f) $ des Frequenzspektrums von $u_2(t)$; g) Zeitbeschränktes Signal $u_3(t) = u_0(t)\text{rect}[(t - T_3/2)/T_3]$, wobei T_3 hier kein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer T_0 ist; h) Betrag $ U_3(f) $ des Frequenzspektrums von $u_3(t)$	67
3.28	Mainlobes (Hauptmaxima) und Sidelobes (Seitenmaxima, Nebenmaxima) einiger Fenster. Deutlich erkennbar ist, dass je breiter der Mainlobe ist, desto kleiner sind die Sidelobes. . . .	70
3.29	Amplitudengänge von Tiefpässen unterschiedlich zeitlicher Begrenzung; nämlich zeitlich unbegrenzt und zeitlich mit dem Rechteck-, Hann- und Blackman-Fenster begrenzt: a) Normierte, lineare Amplitudengänge; b) Normierte, logarithmierte Amplitudengänge.	71
3.30	Einfluss eines Fensters auf die Frequenzselektivität.	72
3.31	Prinzipieller Ablauf einer üblichen Signalaufzeichnung.	73
3.32	Messprinzip zur Bestimmung eines bioelektrischen Signals	74
3.33	Idealer Operationsverstärker	76
3.34	Prinzip des symmetrischen Verstärkers	76
3.35	Prinzip des Gleich- und Gegentaktverstärkers	77
3.36	Typischer Frequenzgang eines EKG-Verstärkers	79
3.37	Bestimmung der unteren Grenzfrequenz $f_{g,u}$	80
3.38	Beispiel einer gebräuchlichen Verstärkerschaltung	81
3.39	Aufbau des Subtrahierers	81
3.40	Aufbau des Impedanzwandlers	82
3.41	Impedanzwandler mit Gleichspannungsabkopplung vor der Vorverstärkung	83
3.42	Impedanzwandler mit Gleichspannungsabkopplung nach der Vorverstärkung	84
3.43	Verstärkerschaltung zur Messung kleiner Ströme	85
3.44	Integrationsverstärker	86
3.45	Ladungsverstärker	86
3.46	Wheatstone-Messbrücke mit bekannter Spannungsquelle	87
3.47	Wheatstone-Messbrücke mit bekannter Stromquelle	87

3.48 Gleichspannungskompensationsschaltung	88
3.49 Darstellung eines thermodynamischen Systems	90
3.50 Überführung eines nicht abgeschlossenen Systems in ein abgeschlossenes	94
3.51 Prinzipieller Aufbau eines Kalorimeters; Die Kammer, in der die chemische Reaktion ablaufen soll, wird von einer zweiten Kammer umhüllt, die mit Eis gefüllt ist. Die zweite Kammer wiederum befindet sich in einer mit Eiswasser gefüllten dritten Kammer, die ihrerseits mit einem Wärmeisolator gegen die Umgebungswärme abgeschirmt ist. Dadurch wird die Temperatur in der Reaktionskammer auf konstante Null Grad Celsius gehalten und das aus der zweiten Kammer fließende geschmolzene Eis ist damit ein Maß für die Reaktionswärme	94
3.52 Mischvorgang eines reinen Gases mit einer idealen Gasmischung. Nach dem Mischvorgang besitzt das ideale Gase das Volumen V , den Partialdruck p_i und das chemische Potential μ_i .	98
3.53 Abhängigkeit des mittleren Aktivitätskoeffizienten von der Ionenstärke für $C = 0.055 dm^3 \cdot mol^{-1}$. Die eingezeichneten Punkte entsprechen den experimentell ermittelten Werten	102
3.54 Mögliche Ursachen für die Entstehung von Dipolschichten	103
4.1 Stark vereinfachte Darstellung von biologischem Gewebe	110
4.2 Zelle mit homogener geschlossener elektrischer Doppelschicht	112
4.3 Zelle mit gereizter (gestörter) elektrischer Doppelschicht	112
4.4 Zeit- und Ortsfunktion der Transmembranspannung einer Nerven- und Skelettmuskelzelle (schematisch) während einer Erregung	113
4.5 Zeit- und Ortsfunktion der Transmembranspannung einer Herzmuskelzelle (schematisch) während einer Erregung	113
4.6 Transmembranstrom einer Nerven- und Skelettmuskelzelle (schematisch)	114
4.7 Transmembranstrom einer Herzmuskelzelle (schematisch)	114
4.8 Doppelquellen und dazugehörige Stromdichtelinien von Nerven- und Skelettmuskeln (schematisch)	115
4.9 Doppelquellen und dazugehörige Stromdichtelinien von Herzmuskeln (schematisch)	115
4.10 Messung der Transmembranspannung an einer Nerven- und Skelettmuskelzelle	116
4.11 Messung der Transmembranspannung an einer Herzmuskelzelle	116
4.12 Elektrisches Ersatzschaltbild eines Gewebes über die Finite-Elemente-Methode	116
4.13 Ersatzschaltbild der Hautimpedanz $\underline{Z}_H$	118
4.14 Ersatzschaltbild der Gewebeimpedanz $\underline{Z}_G$ bei niederfrequentem Wechselstrom	119
4.15 Ersatzschaltbild der Gewebeimpedanz $\underline{Z}_G$ bei hochfrequentem Wechselstrom	119
4.16 Vereinfachtes Ersatzschaltbild eines biologischen Gewebes	119

4.17	Messanordnung und dazugehöriges Ersatzschaltbild zur Impedanzmessung eines Ionenleiters .	120
4.18	Messanordnung und dazugehöriges Ersatzschaltbild zur Impedanzmessung eines Ionenleiters mit Koppellösung	121
4.19	Zellsuspensionsimpedanzmessung	122
4.20	Gewebeimpedanzmessung	122
4.21	Impedanzmessung eines strömenden Ionenleiters	122
4.22	Messprinzip und Ersatzschaltbild der 2-Elektrodenanordnung	122
4.23	Messprinzip und Ersatzschaltbild der 4-Elektrodenanordnung	123
5.1	Beschreibung der Oxidationsreaktionen	127
5.2	Beschreibung der Reduktionsreaktionen	128
5.3	Elektrische Doppelschicht mit dazugehöriger Ladungsverteilung und entsprechendem elektrischen Potentialverlauf	129
5.4	Messanordnung zweier verschiedener Halbzellen in einer gemeinsamen Lösung.	130
5.5	Leitende Verbindung durch eine Salzbrücke	132
5.6	Leitende Verbindung durch eine semipermeable Membran	132
5.7	a) Mögliche Verläufe der potentiellen Energie: unmittelbar nach dem Eintauchen (Verlauf 1), im Gleichgewicht (Verlauf 2) und mit einer zusätzlichen äußeren Spannung (Verlauf 3); b) Potentialverlauf bei einer bestimmten Stromdichte j	134
5.8	Zelle mit äußerer Spannung	136
5.9	Prozesse an der Phasengrenze einer Kathode; Schematische Darstellung, wobei die elektrische Doppelschicht und Diffusionsschicht übertrieben groß gezeichnet sind und die Länge der Spannungspfeile nichts über die Größe der Spannung aussagen.	137
5.10	Strom– Spannungskennlinie einer polarisierbaren Elektrode	139
5.11	Strom– Spannungskennlinie einer nicht polarisierbaren Elektrode	139
5.12	Strom– Spannungsfunktion der Durchtrittsüberspannung η_D . Die durchgezogene Kurve stellt in Abhängigkeit der anodischen und kathodischen Durchtrittsüberspannung das Verhältnis j/j_0 dar. Die gestrichelten Kurven entsprechen den Verhältnissen von j_A/j_0 und j_K/j_0 von der Überspannung. Für α wurde der Wert $1/2$ und für T $298.15K$ gewählt.	142
5.13	Strom– Spannungsfunktion der Diffusionsüberspannung für $z = 1$ und $T = 293.15K$	144
5.14	Ersatzschaltbild der Elektroden	144
5.15	Diffusionsvorgänge in der Membran, die zwei Lösungen voneinander trennt. Am Punkt $x = x_1$ befindet sich die Grenzfläche zur Lösung 1, am Punkt $x = x_2$ die zur Lösung 2	148

5.16 a) Ionenverteilung in den beiden Flüssigkeitsräumen vor Einstellung des Gleichgewichts; b) Ionenverteilung in den beiden Flüssigkeitsräumen nach Einstellung des Gleichgewichts	151
5.17 Spannungsabfall an einer semipermeablen Membran	151
5.18 Das Daniell-Element. Die Elektrolyträume sind durch eine Membran getrennt, die den raschen Austausch der Elektrolyten verhindert. An beiden Elektroden laufen reversible Reaktionen ab	153
5.19 Schematische Darstellung einer Kalomelelektrode	155
6.1 Erregungsausbreitung am Herz	161
6.2 Lineares Modell der Reizleitung im Myokard	161
6.3 Einthovensches Dreieck	162
6.4 EKG-Standardableitungen nach EINTHOVEN	163
6.5 Extremitätenableitungen nach Wilson	164
6.6 Extremitätenableitungen nach Goldberger	164
6.7 Standardbrustwandableitung nach Wilson	164
6.8 Standardableitungen nach Nehb	165
6.9 His-Bündel-EKG im Vergleich mit der II Ableitung nach Einthoven	166
6.10 Orthogonale Ableittechniken	168
6.11 Typisches EKG nach der II Ableitung nach Einthoven	169
6.12 Blockschaltbild eines EKG-Geräts	171
6.13 Typischer Frequenzbereich eines EEG's	173
6.14 Charakteristische Rhythmen eines EEG-Signals	174
6.15 Ableitregionen für das EEG mit indifferenter Elektrode am rechten Ohrläppchen	175
6.16 Beispiel einer spektralen EEG-Signalleistungsdichte	176
6.17 Evozierte Potentiale abgeleitet von den primären Sehrinden der beiden Großhirnhälften . . .	179
6.18 Messung der motorischen Nervenleitungsgeschwindigkeit	180
6.19 Darstellung eines elementaren Muskelimpuls und die daraus resultierende Muskelkontraktion	181
6.20 Summensignal von einem EMG eines Menschen	181
6.21 Schematische Darstellung eines menschlichen Auges	182
6.22 Typischer Signalverlauf eines ERG's auf einen Lichtreiz.	182
6.23 Ableittechnik und typischer Signalverlauf des EOG's bei Augendrehung nach links und rechts	183
6.24 Typischer Signalverlauf des EOG's beim Lesen	183

7.1	Eingangs-/Ausgangsbeziehung eines Messwandlers bei nichtlinearer Übertragungseigenschaft.	186
7.2	Eingangs-/Ausgangsbeziehung eines Messwandlers mit Hysteresis.	186
7.3	Dynamische Eigenschaft eines Messwandlers mit Zeitverzug und Schwingneigung	187
7.4	a) Temperaturverlauf in Abhängigkeit von der Entfernung zum Körperinneren; b) Temperaturverlauf an verschiedenen Körperregionen in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur . . .	189
7.5	Temperaturfehler eines Sensors in Abhängigkeit von Art und Zustand seines umgebenden Mediums.	191
7.6	Kennlinienverlauf eines PTC-Widerstandes mit unterschiedlicher Empfindlichkeit	193
7.7	Kennlinienverlauf eines NTC-Widerstandes mit unterschiedlicher Empfindlichkeit	194
7.8	Kompensationsnetzwerk für einen PTC-Sensor	194
7.9	Typische Abhängigkeit eines Diodenstroms I von der Spannung U	195
7.10	a) Die im Instrument oder im Verstärker angezeigte Spannung ist die Summe aller Thermospannungen im Kreis. Die unterschiedlichen Metalle sind mit A , B und C bezeichnet. Thermospannung: $U_{Th} = U_{AB}(T_1) + U_{CA}(T_2) + U_{BC}(T_2)$; b) Die thermoelektrischen Spannungen U_{BC} und U_{CB} an den Kontakten des Instrumentenkreises sind wegen der gleichartigen Metallpaarung und gleichen Temperatur (T_3) betragsmäßig identisch allerdings mit entgegengesetztem Vorzeichen, so dass sie sich gegenseitig kompensieren; angezeigt wird: $U_{Th} = U_{AB}(T_1) + U_{BA}(T_2) = U_{AB}(T_1) - U_{AB}(T_2)$	197
7.11	Thermosäule, prinzipieller Aufbau aus n gleichartigen Thermoelementen	199
7.12	Bolometer (rat's nest calorimeter) mit Mess- und Referenzzelle in einer Wheatstone-Brückenschaltung	199
7.13	Messschaltung eines pyroelektrischen Empfängers. Die Elektroden auf dem Kristall bestehen aus transparenten, leitenden Material	200
7.14	Strahlungsleistung des schwarzen Körpers der Größe 1 m^2 , die in den Halbraum 2π abgegeben wird. Die durchgezogenen Kurven entsprechen der Strahlungsleistung $P_\lambda(T)$ in $\text{W m}^2/\mu\text{m}$, die gestrichelten Kurven der Gesamtstrahlung $\int_0^\lambda P_\lambda(T) d\lambda$ in W/m	201
7.15	Spezifische Detektivität für einige intrinsische Photoleiter $\lambda_{max} < 15\mu\text{m}$ und einige extrinsische Photoleiter $\lambda_{max} > 15\mu\text{m}$. Die theoretische Grenzkurve (BLIP) gilt für eine Hintergrundtemperatur von 295K bei einem räumlichen Blickwinkel von 2π (modifiziert nach (Pinson, 1985, S. 114)).	204
7.16	Schematischer Aufbau einer planaren Silizium-Photodiode (Si-Photodetektoren und IR-Lumineszenzdioden, Datenbuch 1985/86, Siemens)	206
7.17	Bändermodell des pn -Übergangs einer Photodiode	206
7.18	a) Kennlinienfeld einer Photodiode P : Strahlungsleistung, I_s : Sättigungsstrom, U_B : Batteriespannung, $I_R = U_B/R$ b) Betrieb der Photodiode in Sperrichtung	206

7.19 Äußere Beschaltung eines Photomultipliers: Der Anodenstrom liegt im Bereich von $100\mu A$, die Anodenspannung zwischen 1 bis $2kV$, der Strom im Spannungsteiler beträgt das 10- bis 100-fache des Anodenstroms.	207
7.20 Spektrale Empfindlichkeit von Photomultipliern für unterschiedliche Kathodenmaterialien . .	208
7.21 Selektive Eigenschaften von Elektroden erzielt man durch den Einsatz von selektiven Membranen. An den Phasengrenzen der Membran entstehen Phasengrenzpotentiale, innerhalb der Membran und der Salzbrücke Diffusionsspannungen	211
7.22 Messanordnung zur Bestimmung des pH -Wertes	212
7.23 Messung der CO_2 -Konzentration über die pH -Messung	213
7.24 Schematische Darstellung einer Enzymelektrode. Das Nylonnetz dient zur Einstellung eines konstanten Abstandes. Der Raum vor der Elektrode ist mit Elektrolyt gefüllt	214
7.25 Die Sauerstoffelektrode: a) Abhängigkeit des Elektrodenstroms I in willkürlichen Einheiten von der negativen Vorspannung U an der Platinelektrode. Parameter ist der relative Sauerstoffpartialdruck bei $101kPa$ in %; b) Abhängigkeit des Elektrodenstroms vom Sauerstoffpartialdruck p_{O_2} bei einer Elektrodenvorspannung von $0.75V$ (Olsen, 1949)	215
7.26 a) Schematischer Aufbau einer Sauerstoffelektrode (Clark-Elektrode); b) Schematische Darstellung des Verlaufs des Sauerstoffpartialdrucks im Elektrolyten, der Membran und im Elektrodenraum.	215
7.27 a) Schematische Darstellung eines Metalloxydtransistors (MOSFET); b) Durch Entfernen des metallischen Gates und durch Wechselwirkung des Elektrolyten mit dem Isolator, oberhalb des Kanals, bildet sich eine elektrische Doppelschicht aus, welche direkt auf den Kanal einwirkt; c) Zur Erhöhung der Selektivität wird über die den Kanal isolierende Schicht eine Ionenaustauschmembran aufgebracht	217
7.28 Induktive Geber. a) Die Induktivität der Spule ändert sich mit der Wirbelstromdichte in einem leitfähigen Medium, das sich im magnetischen Feld der Spule befindet; b) Durch Veränderung des Luftspalts wird der magnetische Fluss und damit die Induktivität verändert; c) Durch Formänderung der Leiterschleife verändert sich deren Induktivität; d) Die Lageänderung des Kerns bewirkt unterschiedliche Sekundär-Spannungen in den Wicklungen S_1 und S_2	219
7.29 a) Die Bewegung eines elektrischen Leiters mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ senkrecht zu einem Magnetfeld mit der magnetischen Induktion $\vec{B}$ erzeugt im Leiter eine elektrische Feldstärke $\vec{E}$; b) Prinzip der Strömungsmessung. Befindet sich eine Röhre mit dem Durchmesser l in einem magnetischen Feld mit der magnetischen Induktion $\vec{B}$ senkrecht zur Achsrichtung und strömt durch diese ein Elektrolyt mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$, so lässt sich senkrecht zu beiden eine elektrische Spannung U abgreifen, die gleich dem skalaren Produkt aus B , v und l ist . .	222
7.30 Amplitudengang eines schwingungsfähigen Gebildes, bestehend aus Masse und Feder, bei Anregung mit einer sinusförmigen Schwingung. Über die mit der Resonanzfrequenz normierten Frequenz ist die normierte Amplitude aufgetragen	223
7.31 Prinzipieller Aufbau eines piezoelektrischen Kraftmessers.	224

7.32	Druckmessung mit Widerstandsgebern. a) Die Kraft wird über die Membran in eine vorgespannte Blattfeder, die beidseitig mit dem Messstreifen belegt ist, eingeleitet. An der konkaven Seite kommt es zu einer Stauchung, an der konvexen zu einer Dehnung; b) An einer allseitig eingespannten Membran bilden sich bei geringer Belastung sowohl an der inneren als auch an der äußeren Oberfläche Zug- und Druckzonen aus. Durch einseitiges Aufbringen von je zwei Widerstandsgebern in der Druck- und Zugzone kann eine Vollbrückenschaltung realisiert werden	225
7.33	Temperaturabhängigkeit des K -Faktors in $[111]$ -Richtung für eine Dotierung von $5 \cdot 10^{24} m^{-3}$ von p -Si (Heywang, 1984)	227
8.1	Aufbau des Kreislaufsystems	229
8.2	Druckprofil und Strömungsgeschwindigkeit des Blutes im Kreislauf	230
8.3	Druckverlauf der Aorta, des linken Vorhofs und linken Ventrikels in zeitlicher Beziehung zum EKG	232
8.4	Blutdruckmessung	233
8.5	Prinzip der Sphygmomanometrie	235
8.6	a) Messsonde am Katheteranfang (Tip-Manometer). Das Messsystem besteht aus einem Tip-Manometer (T), einem Messverstärker (V) und einer Anzeigeeinheit (B); b) Messsonde am Katheterende. Diese Messanordnung besteht aus einem mit Flüssigkeit (physiologische Kochsalzlösung (NaCl)) gefüllten Katheter (K), einer Druckwandlereinheit (D), einem Messverstärker (V) und einer Anzeigeeinheit (B)	235
8.7	Schematische Darstellung der Übertragungsstrecke eines Kathetersystems.	237
8.8	Signalfluss	237
8.9	Übertragungsfunktion für verschiedene Eigenwerte	241
8.10	Definition der Lungenvolumina	244
8.11	Prinzipskizze des Spirometers	245
8.12	Verschiedene Messaufnehmer zur Atemstrommessung. a) Fleischsche Düse: Messanordnung zur Messung des Atemstroms über die Druckdifferenz $\Delta U \sim \Delta p = p_1 - p_2 \sim dV/dt$; b) Kapazitiver Messwandler: Zwischen zwei Kondensatorplatten A_1 und A_2 befindet sich eine geschlitzte Folie F , deren Segmente sich durch den Atemstrom elastisch verformen und dadurch die Kapazität verändern; c) photoelektrischer Messwandler: Die Stärke eines Lichtstroms Φ_L einer Lichtquelle L auf zwei photoelektrische Messwandler wird durch eine durch den Atemstrom ausgelenkte Membran geändert	247
8.13	Schematische Darstellung der Ganzkörperplethysmographie	248
8.14	Messanordnung zur Impedanz-Pneumographie	250
8.15	Messprinzip der O_2 -Messung unter Ausnutzung des paramagnetischen Effekts; a) Messung mit Differenzdruckwandler; b) Messung mit thermomagnetischem O_2 -Analysator	254

8.16 a) Prinzip des Wärmewiderstandsdetektors; b) Messprinzip des CO ₂ -Infrarotabsorptionsdetektors mit selektivem Empfänger	255
8.17 Prinzipieller Messaufbau zur Bestimmung des N ₂ -Gehalts mit einem Emissionsspektrometer .	256
8.18 Schematische Darstellung des Herzkreislaufsystems. 1 und 3: Füllpumpen für die Kammern; 2 und 4: Arbeitspumpen; Lunge: kleiner Kreislauf; Körper: großer Kreislauf; Ventil; Rückschlagventil	256
8.19 Blutdruck- und Blutmengenverteilung	257
8.20 Messanordnung der Fingerplethysmographie: a) Durchstrahlungsplethysmographie; b) Reflexplethysmographie	258
8.21 a) Messanordnung der Impedanzplethysmographie; b) Ersatzschaltbild der Messstelle; c) Verlauf des Messsignals	260
8.22 Geschwindigkeitsprofile in einem Gefäßabschnitt	260
8.23 Messprinzip der elektromagnetischen Blutflussmessung	262
8.24 Schema des Doppler-Prinzips	263
8.25 Schematische Skizze für die Bestimmung des Herzzeitvolumens dQ/dt aus der spirometrisch gemessenen O ₂ -Aufnahme je Minute (dS/dt) und der arteriovenösen Sauerstoffdifferenz ($c_{a, O_2} - c_{v, O_2}$).	264
8.26 Messanordnung zur Bestimmung des Herzzeitvolumens über die Impedanzkardiographie. . . .	266
8.27 a) Luftschallmikrophon; b) Ersatzschaubild	267
8.28 a) Körperschallmikrophon; b) Ersatzschaubild	267
8.29 a) Herztöne eines gesunden Herzens; b) Herztöne eines Herzens mit Mitralklappeninsuffizienz; b) Herztöne eines Herzens mit Aortenklappeninsuffizienz	268
8.30 Darstellung verschiedener Wellenformen: a) Longitudinalwelle; b) Transversalwelle; c) Dehnungswelle; d) Biegungswelle; e) Rayleighwelle	270
8.31 a) Typischer Aufbau eines Ultraschallwandlers; b) Schallkeule eines kreisförmigen ebenen Wandlers; c) Schallkeule eines sphärisch gekrümmten Wandlers	278
8.32 Aufbau eines mechanischen Scanners; a) Rotorprinzip; b) Wobbler-Prinzip	278
8.33 Prinzip der elektronischen Fokussierung	280
8.34 Erzeugung einer geschwenkten und gekrümmten Wellenfront	280
8.35 Mögliche Frequenzbereiche für den Einsatz zur Bilderzeugung	281
8.36 a) Atomkern; b) Stabmagnet als magnetisches Äquivalent zum Atomkern	281
8.37 a) Statistische Auslenkung der magnetischen Dipole; b) Gerichtete Auslenkung der magnetischen Dipole	282
8.38 Mögliche Spineinstellungen bei Wasserstoffkernen	283

8.39	Modell für das magnetische Verhalten einer großen Anzahl von Atomen	284
8.40	a) Präzedierendes Rad; b) Momentdiagramm der axialen Vektoren	286
8.41	Ruhezustand des Kernspins im Magnetfeld	286
8.42	Momentaufnahme der axialen Vektoren bei Einkopplung eines rotierenden Magnetfelds	287
8.43	Überlagerung der durch das rotierende Magnetfeld $\vec{B}_{\text{rot}}$ und das äußere Magnetfeld $\vec{B}$ verursachten Präzessionsbewegungen	288
8.44	Kombinierte Sende- und Empfangsspule, in die die zu untersuchende Probe hineingesteckt wird (längs der Spulenachse)	289
8.45	Überlagerung einer rechtsdrehend zirkular polarisierten Welle mit einer linksdrehend zirkular polarisierten Welle zu einer linear polarisierten Welle	289
8.46	FID-Signal	291
8.47	Wirkung des 180° Impulses	292
8.48	Spinecho-Signal	293
8.49	Carr-Purcell-Sequence	295
8.50	Inversion-Recovery-Signal	295
8.51	Ablaufdiagramm der vorschreitenden Relaxation nach dem 180° -Impuls. Dargestellt sind der resultierende Kernspin (links) und vier repräsentative Einzelspins (rechts) zu verschiedenen Zeiten in einem rotierenden Koordinatensystem	296
8.52	Dargestellt sind jeweils der resultierende Kernspin und vier repräsentative Einzelspins zu verschiedenen Zeiten in einem rotierenden Koordinatensystem und zwar vor (links) und nach (rechts) dem 90° -Impuls	297
8.53	Erzeugung eines näherungsweise linearen Gradientenfelds (rechts) durch Überlagerung des homogenen Feldes eines Dauermagneten (Mitte) mit dem Feld zweier entgegengesetzt vom Strom durchflossenen Spulen (links).	298
8.54	Projektion der Kernspindichte (hier Wasserstoff) am Beispiel einer Probe aus zwei PTFE-Stäben die in einem runden Reagenzglas von Wasser umgeben sind (Draufsicht von oben). Der Protonengehalt von Glas ist vernachlässigbar, PTFE (Teflon) enthält keine Protonen . .	299
9.1	<i>Makroschock</i> : breite Strombahn $\leadsto$ geringe Stromdichte; großer Hautwiderstand (trocken: $15k\Omega \dots 1M\Omega$) $\leadsto$ geringer Spannungsabfall im Körper	304
9.2	<i>Mikroschock</i> : hohe Stromdichte um Katheterspitze ('Quellpunkt') im Herzen $\leadsto$ geringer Widerstand des Körperinneren ($200 \dots 1000\Omega$) $\leadsto$ starker Strom	306
9.3	(a) Empfindlichkeitsschwelle in Abhängigkeit der Frequenz der verwendeten Ströme	306
9.3	(b) <i>Let-go current</i> -Schwelle in Abhängigkeit der Frequenz der verwendeten Ströme	306

9.4	Gehäuseableitstrom: (a) ohne und (b) mit Schutzerdung; (c) Messschaltung zur Bestimmung des Ableitstroms	308
9.5	(a) Patientenableitstrom; (b) Messschaltung; (c) mit Potentialtrennschirm und Entkopplung auf der Anwenderseite	309
9.6	Prinzipschaltbilder	312
9.7	Isolierverstärker mit elektromagnetischer Kopplung	313
9.8	Isolierverstärker mit optischer Kopplung	313
A.1	Bode-Diagramm	318
A.2	Typische Impulsantwort	319
A.3	Typische Sprungantwort	319
B.1	a) Rechtecksignal; b) Sägezahnsignal; c) Tangensfunktion	322
B.2	Frequenzspektrum des Rechtecksignals	323
B.3	Zeitfunktionen der Fourier-Reihe des Rechtecksignals mit unterschiedlich vielen Glieder . . .	324
B.4	a) Dreiecksignal; b) exponentiell anklingendes Signal $a = 1s$	325
B.5	Amplitudengang des Dreiecksignals: a) Mit vollständigem Wertebereich; b) Mit eingeschränktem Wertebereich	326
G.1	Betrachtetes Volumenelement zur Herleitung der Bewegungsgleichung	340

Tabellenverzeichnis

1.1	Übersicht über Aufnehmer und Messgrößen	3
1.2	Werkzeuge für den Arzt	3
3.1	Wertetabelle zum Zeichnen der Ortskurve für die Schaltung in Abb. 3.10	38
3.2	Wichtige Zusammenhänge zwischen der Zeitfunktion $u(t)$ und dazugehöriger Fourier-Transformierten $U(f)$ (Press et al., 1995, S. 497).	45
3.3	Wichtige Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften einer Originalfunktion $u(t)$ und deren entsprechender Bildfunktion $U(f)$ (Press et al., 1995, S. 497).	49
3.4	Verwendete Formelgrößen	101
5.1	Standardelektrodenpotentiale einiger Elektroden, gemessen in wässriger Lösung bei $T = 298K$ und $p = 101.3Pa$	133
5.2	Austauschstromdichten einiger Elektroden, gemessen gegen eine Wasserstoff-Elektrode	136
5.3	Potentiale der Silber/Silberchlorid- und der Kalomelektrode in KCl-Lösung und dessen Temperaturkoeffizient bei $T = 298.15K$ gemessen gegen die Standard-Wasserstoffelektrode, die bei $T = 298.15K$ einen Temperaturbeiwert von $-0,87 mV/K$ aufweist.	156
6.1	Periodische Signalanteile im EEG	174
7.1	Verschiedene Messwandlertypen und ihre Anwendung (aus Eichmeier (1983))	188
7.2	Spezifischer Widerstand ϱ und Temperaturbeiwert α verschiedener Materialien bei Raumtemperatur $20^\circ C$. Weitere Werte siehe z.B. Kohlrausch (1968).	190
7.3	Grundwerte der Messwiderstände von Nickel und Platin; Mittlerer Temperaturkoeffizient im Bereich zwischen 0° und $100^\circ C$: Nickel: $\alpha = 0.00617K^{-1}$, Platin: $\alpha = 0.00385K^{-1}$	192
7.4	Charakteristische Werte für Pt 100 Widerstände in Glas und Keramikummantelung	192
7.5	Thermoelektrische Spannungsreihe bei der Temperatur $0^\circ C$ mit willkürlichem Nullpunkt für Blei	197

7.6	Nichtlineares Verhalten von Thermoelementen bei verschiedenen Metall/Metallegierungs-Paarungen (Konstantan: 45 bis 60% Cu, Rest Ni und andere Metalle, Platin Rhodium: 90% Pt, 10% Rh)	198
7.7	Zusammenhang zwischen Grenzwellenlänge eines halbleitenden Detektors und Photonenenergie ($1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{J}$)	204
7.8	Grenzwellenlänge für verschiedene Halbleitermaterialien (Pinson, 1985, S. 238 –243)	205
7.9	Zusammenhang zwischen Bestimmungsgrößen und daraus abgeleiteten Größen sowie eine Auswahl von Messverfahren	218
8.1	Verwendete Formelzeichen und deren Einheiten	238
8.2	Verschiedene Systeme mit DGL gleichen Typs	241
8.3	Wichtige Stoffe der respiratorischen Gasgemische und deren Partialdrücke im Blut.	243
8.4	Standardatemkennwerte von männlicher Testpersonen im Alter zwischen 20 und 30 Jahren und einem Körpergewicht zwischen 60 und 80kg	247
8.5	Schallgeschwindigkeit, Schallkennimpedanz, Schallschwächung und der Exponent der Frequenzabhängigkeit einiger Materialien, einschließlich biologischer Gewebe und deren Reflexionsfaktor gegenüber Wasser bei 20°C	276
8.6	Analogien zwischen einem translatorischen und rotatorischen System	285
8.7	Nachweisempfindlichkeiten und gyromagnetisches Verhältnis wichtiger Isotope bei der magnetischen Kernspinresonanz	288
9.1	Einteilung der Geräte in unterschiedliche Typen	304
9.2	Zulässige Werte der Ströme unter Normalbedingungen und im ersten Fehlerfall (Klammerwerte). Alle Werte in mA	307
C.1	Gleichungen häufig eingesetzter Fensterfunktionen mit T als Fensterbreite.	327

Kapitel 1

Einleitung

Die Medizin ist ein Spezialgebiet der Biologie, nämlich die Kunst zur Behebung von pathologischen¹ Zuständen beim Mensch und Haustier. Sie hat ihre Wurzeln bei den Medizinmännern und Schamanen, welche die Ganzheit von Körper und Seele “behandelten”. Von diesen leiten sich später die Theologen und in ihrer Folge die Psychologen und Soziologen ab, die sich besonders der Seele annehmen. Auch die Mediziner leiten sich von ihnen ab. Sie beschäftigen sich vornehmlich mit dem Körper, jedoch ist ihnen der Begriff der *Psychosomatik*² nicht unbekannt. Entsprechend ihrer geistigen Herkunft verwenden sie im wesentlichen chemische Mittel zur Heilung. Das sind zunächst pflanzliche, tierische und mineralische Produkte. Später spielen auch physikalische Methoden, wie Bäder, eine bedeutende Rolle in der Behandlung. Aber auch bei der Diagnose werden physikalische Methoden eingesetzt. Man denke z.B. an das Beklopfen und das Betasten der Haut, um ihre Temperatur, Feuchtigkeit und Rauigkeit festzustellen, sowie an das Auskultieren³.

Bis heute ist die Medizin weitgehend eine Erfahrungswissenschaft geblieben, obwohl mehr und mehr exakte Methoden eingeführt worden sind. Um das grundsätzliche Verständnis der Funktionen des Organismus bemüht sich die *Physiologie*⁴, die der theoretischen Medizin zugeordnet wird. Die topologischen Aspekte werden von den *Anatomen*⁵ bzw. in spezialisierter Form von den *Histologen*⁶ und *Zytologen*⁷, ebenfalls theoretischen Medizinerinnen, verfolgt. Anatomie und Physiologie bzw. Struktur und Funktion bilden ein verknüpft Ganzes, das nur als solches verstanden werden kann.

1.1 Aufgaben der Medizin

Das Aufgabengebiet des Gesundheitswesens liegt in der *Gesundheitsvorsorge*, der *Gesundheitsführsorge* und der *Grundlagenforschung*. Deshalb sind von der Medizin mehrere Aufgaben zu erfüllen:

1. Diagnose:

Verfahren zur Erkennung und Beurteilung des Zustandes eines Patienten

¹Pathologie: Wissenschaft von den Krankheiten

²Die Psychosomatik ist eine Lehre von der Einheit von Seele und Körper. Sie vertritt die Überzeugung, dass seelische Einflüsse auf körperliche Vorgänge einwirken.

³Auskultation: Abhören der Geräusche im Körperinneren mit dem Ohr oder Stethoskop.

⁴Physiologie: Wissenschaft von den Lebensvorgängen.

⁵Anatomie: Wissenschaft vom Körperbau der Lebewesen.

⁶Histologie: Lehre von den Geweben des Körpers.

⁷Zytologie: Lehre vom Bau und den Funktionen der Zellen.

2. Therapie:
Verfahren zur Behandlung und Veränderung des Zustandes eines Patienten
3. Monitoring:
Überwachung über längere Zeiträume zur Funktions- und Therapiekontrolle
4. Organ- und Funktionersatz:
Entwicklung und Erprobung von Materialien und Geräten zum zeitlich begrenzten oder dauerhaften extrakorporalen oder intrakorporalen Einsatz
5. Vorsorge:
Maßnahmen zur Verhinderung einer Krankheit
6. Rehabilitation:
Übungsgeräte und Gebrauchsgegenstände, die einem zeitweiligen oder dauernd Behinderten ein weitgehend normales Leben ermöglichen sollen.
7. Grundlagenforschung:
Studium von Ursache und Wirkung und Untersuchung der Körperfunktionen (Regelung und Steuerung)
8. Ausbildung:
Medizinische und pharmazeutische Berufe

Wie auf vielen anderen Gebieten, z.B. in der Chemie, dem Maschinenbau oder der Verfahrenstechnik, hat die Elektrotechnik auch in der Medizin während der letzten Jahre steigende Bedeutung bekommen. Insbesondere durch die großen Fortschritte in der Mikroelektronik ist ein rasanter Aufschwung in der Entwicklung medizinischer Geräte eingeleitet worden. Dadurch erst können viele vom Körper erzeugten Signale direkt erfasst und somit die Behandlungen der Patienten durch eine Vielzahl von messtechnisch (möglichst reproduzierbar) erhobenen Befunden ergänzt werden.

Da der Körper nicht nur als Quelle elektrischer Größen, wie Spannung, Strom oder Widerstand, sondern auch als Erzeuger verschiedener nicht elektrischer physikalischer und chemischer Größen, wie Druck, Temperatur, Stoffkonzentration, Schall, Strömungsgeschwindigkeit, Stoffdichte usw. betrachtet werden kann, wurde durch den rasanten Fortschritt in der Entwicklung von *Transducern*, die Entwicklung der medizinischen Geräte nochmals vorangetrieben. Mit Hilfe dieser Transducer ist es möglich, die nicht elektrischen Größen, wie z.B. die Temperatur und der Druck, in analoge oder digitale elektrische Signale umzuwandeln und somit zu erfassen.

Aber nicht nur in der Signalerfassung, sondern auch in der Therapie und Diagnose werden elektrotechnische Verfahren erfolgreich angewandt. Beispiele dafür sind:

- Hochfrequenztherapie:
z.B.: Wärmetherapie, Tiefenwirkung, chirurgische Anwendung
- Niederfrequenztherapie:
z.B.: Reizstromtherapie, Stimulation z.B. Herzschrittmacher
- Steuerung bzw. Regelung von Prothesen:
z.B.: Hand- oder Beinprothesen
- LASER-Therapie:
z.B.: Endoskope und chirurgisches Instrumentarium (Reizstromtherapie) zur Stimulation (z.B. Herzschrittmacher).
- Bildgebende Verfahren:
z.B.: Röntgen-Computertomographie, Kernmagnetresonanz (MR), Ultraschall (US)

In Tabelle 1.1 sind in einer Übersicht die gebräuchlichen Aufnehmer (Transducer) und die dazugehörigen Messgrößen angegeben. In Tabelle 1.2 sind einige Werkzeuge, die dem Arzt bei seiner Arbeit behilflich sein können, aufgeführt.

	elektrisch	mechanisch	optisch	elektrochemisch
Aufnehmer (Transducer)	Elektroden	Widerstand Kapazität Induktivität Ladung Eigenfrequenz	Widerstand Spannung Strom	selektive Elektroden
Messgröße	Spannung Strom Widerstand	Strom (Gas/Flüssigkeit) Druck (Gas/Flüssigkeit) Temperatur Kraft (Muskel) Beschleunigung Geschwindigkeit Länge	Temperatur Stoffkonzentration Durchblutung	Stoffkonzentration

Tab. 1.1: Übersicht über Aufnehmer und Messgrößen

Aufgabe	elektromagnetisch	mechanisch	optisch	ion. Strahlung
Erkennen von Organstrukturen	Kernmagnetresonanz (MR)	Ultraschall (US)	Temperaturstrahlung Protonenemission	Röntgen Szintigraphie
Untersuchung von Hohlorganen a) statisch b) dynamisch	— Strommessung	Endoskop, US US-Doppler	Lichtleiter LASER-Doppler	Röntgen Röntgenfilm
Erwärmung	elektromagnetisch Felder	Bäder Ultraschall	Licht	—
Zerstörung	elektromagnetisch. Felder (HF-Ströme)	US-Messer Hitze, Kälte Stoßwellen	LASER-Skalpell	Röntgen α -, β -, γ - Strahlen
Stimulation	NF-Ströme	Schallwellen	Blitz	—

Tab. 1.2: Werkzeuge für den Arzt

1.2 Aufgaben des Ingenieurs in der Medizin

Die Biomedizinische Technik, zu deren Teilgebiet die Medizinische Elektronik gehört, ist eine relativ junge Wissenschaft, der weitgehend die theoretisch didaktischen Grundlagen fehlen. Als solche wären zu nennen:

- Mathematik,
- Physik,
- Chemie,

- Materialkunde,
- Elektrotechnik,
- Informationstechnik,
- Regelungstechnik,
- Mechanik,
- Verfahrenstechnik,
- Bildverarbeitung,
- Mustererkennung sowie
- Pathologie,
- Anatomie und
- Physiologie⁸.

Für den Ingenieur, der auf dem Gebiet der Biomedizinischen Technik tätig sein will, ergeben sich folgende Beschäftigungsmöglichkeiten:

1. Die theoretische Behandlung komplexer biologischer Systeme unter Anwendung der oben angeführten Disziplinen, d.h. die mathematische Behandlung der physiologischen Prinzipien durch die Entwicklung von Modellen. Diese Aufgaben werden in Forschungsinstitutionen durchgeführt, z.B.: in Universitäts- oder Max-Planck-Instituten. Es handelt sich um Grundlagenforschung.
2. Die Entwicklung von Geräten und Verfahren unter Zuhilfenahme der Erkenntnisse aus den verschiedenen Ingenieurdisziplinen zum Einsatz in ärztlichen Praxen, Krankenhäuser, Rehabilitationszentren, ambulant und in der Forschung. Solche Aufgaben werden von Universitätskrankenhäuser, Forschungsinstituten der Universitäten in Verbindung mit der Industrie wahrgenommen.

Von dem Ingenieur wird daher verlangt, dass er nicht nur die naturwissenschaftlich-technischen Fächer beherrscht, oder zumindest Teile davon, er muss auch über die biologischen und medizinischen Grundlagen und Zusammenhänge hinreichend tiefe Kenntnisse aufweisen. Er muss in der Lage sein, die physiologischen Aspekte, die mit dem Problem verbunden sind, zu erkennen und verstehen. Er muss zudem eng mit Ärzten und Biologen zusammenarbeiten, was eine gemeinsame Sprache⁹ zur Voraussetzung hat. Ganz allgemein, er muss zur Kooperation fähig sein und das Wissen aus beiden Gebieten integrieren können.

Das biologische Objekt und insbesondere der menschliche Körper, ist ein komplexes System von zusammenarbeitenden Untersystemen, die sich in gegenseitiger Abhängigkeit befinden¹⁰. Es soll daher der Versuch unternommen werden, mit den ingenieurmäßigen Methoden den Organismus zu beschreiben, um daraus Aufgabenstellungen für den Ingenieur der Biomedizinischen Technik noch ein wenig genauer herauszuarbeiten. Außerdem soll untersucht werden, welche speziellen Kenntnisse von Vorteil sind.

⁸Die Kenntnis all dieser Fächer ist unmöglich, deshalb die Bemerkung, die theoretisch didaktischen Grundlagen des Faches fehlen.

⁹In Anhang I sind einige häufig verwendete medizinische Begriffe zusammengestellt.

¹⁰So kann man nicht über die Messung von Phänomenen der Blutströmung diskutieren, ohne Kenntnisse über den Kreislauf zu haben und über die nervöse Versorgung und Kontrolle der Blutgefäße, die Regelung des Schlagfrequenz- und der Schlagtiefe des Herzens, der Beziehung zwischen Atmung und Kreislauf usw.

1.3 Aufgaben bei der Biomedizinischen Instrumentierung

Eine beliebte ingenieurmäßige Methode zur Systemanalyse ist sich vorzustellen, dass das System einen so genannten 'schwarzen Kasten (Black Box)' (Abb. 1.1) darstellt. Die typischen Eigenschaften der im 'schwarzen

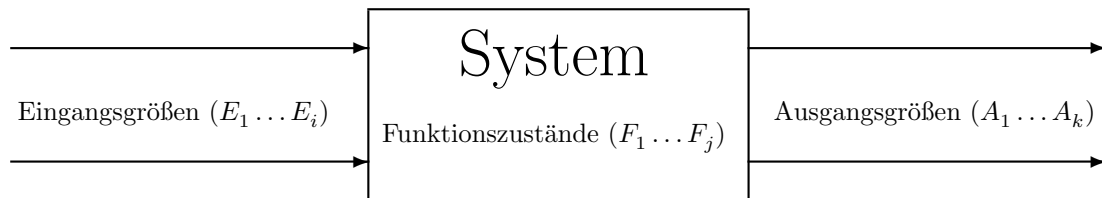


Abb. 1.1: Black Box

Kasten' befindlichen Systeme sind von vielfältiger Natur. Es handelt sich um

- elektrische,
- mechanische,
- akustische,
- thermische,
- chemische,
- optische,
- hydraulische,
- pneumatische

und viele andere Untersysteme, die miteinander über ein leistungsfähiges informationsverarbeitendes System kommunizieren. Um Kenntnisse über dessen Funktion zu erlangen, versucht man die Beziehung zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße zu bestimmen, wobei zu berücksichtigen ist, dass diese Beziehung von den inneren Funktionszuständen abhängig ist, von den physiologischen Variablen.

In Abb. 1.2 wurde versucht den menschlichen Körper, der aus thermodynamischer Sicht ein offenes System darstellt, in Gestalt einer 'black box' mit den für den Menschen spezifischen Eingangs- und Ausgangsgrößen nachzubilden. Der Austausch von Information z.B. zwischen den Sinnen über die nervöse Verarbeitung zu den Muskeln ist Grundvoraussetzung zur Erhaltung des Individuums und der Art.

Die Aufgabe bei der Biomedizinischen Instrumentierung ist daher, unter Verwendung der Werkzeuge des Ingenieurs und manchmal auch des Physikers oder Chemikers, verschiedenste Wege zu erproben, um die physiologischen Variablen einer Messung zugänglich zu machen. Dabei sind allerdings die Sicherheitsbetrachtungen und die speziellen Bedingungen im Krankenhaus, in dem solche Messungen vornehmlich vorgenommen werden, zu berücksichtigen und das medizinische Personal, das im allgemeinen technisch wenig gebildet ist, muss mit den Instrumenten umgehen können, d.h. ergonomische Gesichtspunkte spielen eine außerordentlich wichtige Rolle (siehe Abschnitt 9). Außerdem darf kein Verfahren verwendet werden, das die Person, an der gemessen werden soll, gefährdet bzw. schädigt. Eine zerstörungsfreie Prüfung muss durchgeführt werden können. Dadurch scheiden eine große Anzahl von Geräten, Instrumenten und Methoden aus, die man normalerweise bei der Analyse von nicht lebenden Systemen einsetzt.

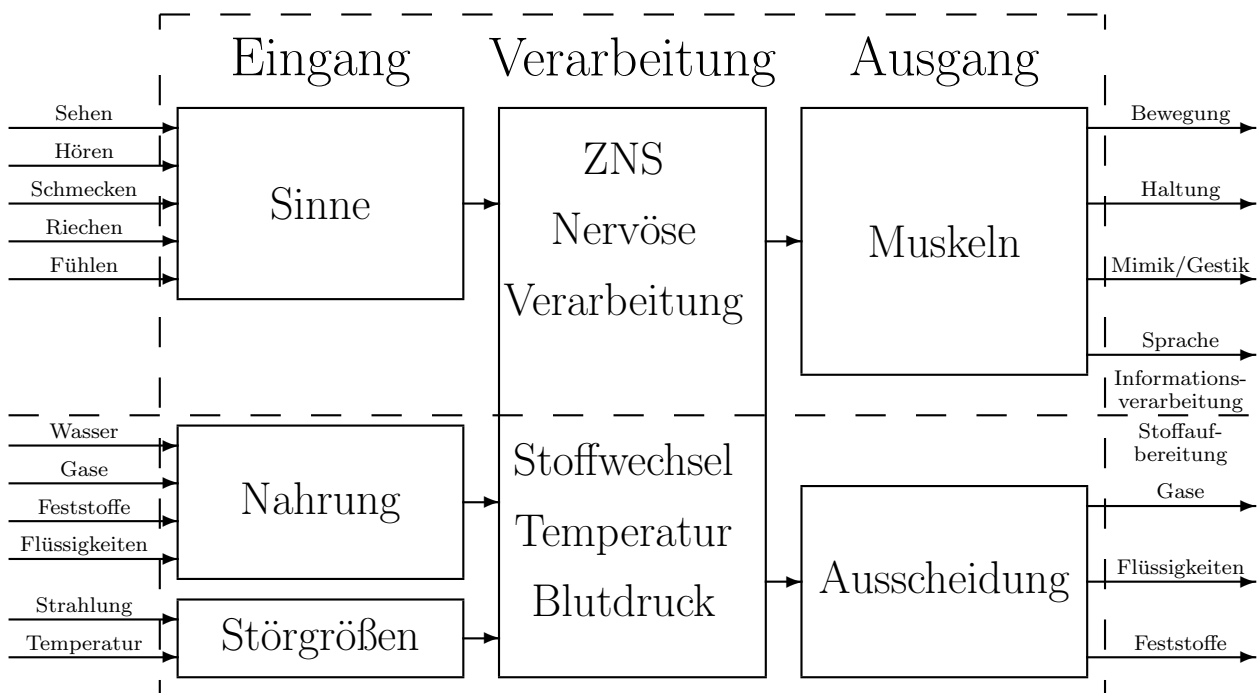


Abb. 1.2: Menschliches System

1.4 Probleme bei der Biomedizinischen Instrumentierung

Da die Erfassung vieler physiologischer Größen in den meisten Fällen aus ethischen oder praktischen Gründen nicht möglich ist, werden diese Variablen – wenn möglich – über Tierversuche ermittelt. Obwohl die Restriktionen häufig nicht so schwer sind – bei Tierversuchen wie beim Menschen – sind die grundsätzlichen Probleme hingegen die gleichen.

1.4.1 Unzulänglichkeit der physiologischen Variablen für die Messung

Das größte Problem bei der Messung an lebenden Systemen liegt in der Schwierigkeit, Zugang zu den Variablen zu bekommen, die gemessen werden sollen. In manchen Fällen¹¹ gibt es überhaupt keinerlei Möglichkeiten. Dies hat verschiedene Gründe, z.B.:

- es ist ausgeschlossen, einen geeigneten Transducer in die richtige Lage zu bringen,
- es ist unmöglich einen Transducer genügend klein herzustellen,
- es gibt überhaupt keinen geeigneten Transducer,
- die medizinische Prozedur, die notwendig ist, um den Transducer zu platzieren, ist so kompliziert, dass am Menschen oder an Tieren nicht gemessen werden kann, oder
- durch den Eingriff selbst wird die zu messende Variable derart beeinflusst, dass ihr Messwert nicht repräsentativ ist.

Ist eine Variable einer Messung unzugänglich, wird der Versuch unternommen, indirekte Messungen zu machen. Es wird auf eine Variable zugegriffen, die in einer gewissen Beziehung zu der Gesuchten steht. Bei

¹¹z.B. beim Versuch, die Dynamik neurochemischer Aktivität im Gehirn zu messen

solchen indirekten Messungen muss man sich jedoch darüber im Klaren sein, dass die Beziehung zwischen der gemessenen und der gesuchten Variablen determiniert sein muss, was in aller Strenge oft nicht der Fall ist. Indirekte Messungen sind also starken Begrenzungen unterworfen.

1.4.2 Variabilität der Daten

Keine der messbaren Variablen sind wirklich deterministisch. Die im Körper ablaufenden Vorgänge muss man als stochastische Prozesse betrachten, bei denen der Wert einer bestimmten Variablen zu einer gegebenen Zeit eine Funktion eines scheinbar stochastischen Eingangssignals ist, das gefaltet wird mit einer physiologischen inneren Variablen. Die Eingangs– Ausgangsbeziehung ist von den inneren Funktionszustände des Systems abhängig ($A_n = f(E_1, \dots, E_i, F_1, \dots, F_j)$, wobei $n \in \{1, \dots, i\}$, $E = f(t)$ und $F = f(t)$; $t = \text{Zeit}$). Der Ausgangswert darf daher niemals als strikt deterministisch angesehen werden, sondern er ist repräsentiert durch eine statistische Verteilung. Das bedeutet, dass eine Messung, die unter fixierten experimentellen Bedingungen zu einer bestimmten Zeit vorgenommen worden ist, zu einem anderen Zeitpunkt unter gleichen Bedingungen kaum das gleiche Resultat zeigen wird. Man gewinnt dadurch den Eindruck die Eingangs– Ausgangsbeziehungen seien vollkommen indeterminiert, d.h. die Eingangs– Ausgangsgrößen seien unabhängig voneinander oder zumindest unkorreliert, obwohl dies wiederum auch nicht der Fall ist.

Der innere Zustand des Systems besitzt eine unendliche Vielfalt von Freiheitsgraden, die weder zugänglich noch bekannt sind. Es ist daher selbstverständlich, dass alle physiologischen Variablen eine gewisse Schwankungsbreite haben. Man spricht hier von der intraindividuellen Streuung¹². Im Gegensatz dazu muss auch die interindividuelle Streuung¹³ betrachtet werden, die im allgemeinen ungleich höher ist, als die vorherige. Aus vielen Messungen innerhalb einer Population definiert man daher einen Normalbereich der Variablen. Dabei wird zwischen den Geschlechtern und den Altersklassen unterschieden. Mit Hilfe statistischer Berechnungsmethoden werden aus den intra– und interindividuellen Streuwerten Beziehungen zwischen den statistischen und dynamischen Variablen untersucht.

1.4.3 Fehlende Kenntnis über die inneren Beziehungen

Die in Abschnitt 1.4.2 beschriebene Variabilität der gemessenen Werte könnte drastisch reduziert werden, wenn man bessere Kenntnisse über die Beziehungen der Variablen innerhalb des Körpers hätte. Dieses bessere Verständnis würde indirekte Messungen effektiver machen. Die Kenntnis der Beziehung untereinander würde dem Ingenieur außerdem helfen, seine Instrumentierung den physiologischen Gegebenheiten besser anzupassen. Da dieses Wissen jedoch im allgemeinen nicht vorhanden ist, gibt man sich mit der Variabilität der gemessenen physiologischen Größen zufrieden, obwohl man sie in anderen Bereichen der Wissenschaft und Technik als unzureichend ablehnen würde.

1.4.4 Gegenseitige Beeinflussung zwischen physiologischen Systemen

Wegen der großen Anzahl von Rückkopplungsschleifen, die in den größeren physiologischen Systemen wirken, ist ein hoher Grad von Abhängigkeit innerhalb als auch zwischen den einzelnen Systemen gegeben. Ein Reiz auf eines der Systeme erfasst alle Systemteile und beeinflusst auch die anderen Großsysteme. Das

¹²Streuung an der selben Person

¹³Streuung an verschiedenen Personen

führt dazu, dass das Ursache–Wirkungs–Prinzip häufig kaum noch zu erkennen ist. Wenn man den Versuch macht, Rückkopplungsschleifen zu öffnen, bilden sich häufig Seitenschleifen, so dass die Eigenschaften des ursprünglichen Systems zum Teil erhalten bleiben.

1.4.5 Der Einfluss des Messwertgebers auf die Messung

Beinahe jede Messung wird in irgend einer Weise durch das Messsystem selbst beeinflusst. Man sagt, die Messung ist nicht rückwirkungsfrei. Das trifft natürlich in gleichem Maße auch auf Messungen am Menschen zu. So muss z.B. bei der Temperaturmessung mit einem Widerstandsgeber Strom eingekoppelt werden, wodurch der Widerstandsgeber selbst Wärme erzeugt und damit die Temperatur am Messort direkt beeinflusst.

Neben der direkten Beeinflussung stellt sich das Problem jedoch noch in einer zweiten Ebene. Es handelt sich dabei um die indirekte Beeinflussung der Messung. In vielen Fällen wird durch die Anwesenheit des Messwertgebers die Messgröße beeinflusst. So wird z.B. ein großer Blutflussmesser, der das Blutgefäß zum Teil verschließt, die Druck–Fluss–Charakteristik des Systems verändern. Ähnliche Probleme treten bei der Messung der elektrischen Spannung von Zellen auf, die sich beim Durchdringen der Zellmembran mit der Elektrode verändert. Oft bewirkt die Anwesenheit eines Transducers in einem System eine Systemantwort in einem anderen System. Eine lokale Abkühlung der Haut, die man vornimmt, um die Hautdurchblutung zu analysieren, verursacht z.B. eine Veränderung des Blutflusses in diesem Bezirk.

Darüberhinaus kann der psychologische Effekt die Messergebnisse verfälschen. Langzeitstudien haben gezeigt, dass Patienten, die in der Praxis einen Bluthochdruck aufweisen, während der übrigen Zeit Normalwerte zeigen. Beim Entwurf eines Messsystems muss man also sehr darauf achten, dass der Effekt des Messsystems auf die Messgröße selbst minimal ist.

1.4.6 Bewegungsartefakte

Jede Störung eines gemessenen Signals wird als Artefakt¹⁴ bezeichnet. Dies können von Störquellen außerhalb des Körpers wie z.B. dem elektrischen Netz herrühren, aber auch von solchen innerhalb des Körpers, wenn z.B. dem Elektrokardiogramm (EKG) ein Elektromyogramm (EMG) überlagert ist. Viele Transducer sind empfindlich gegen Lageveränderungen. Da eine feste Fixierung am Körper häufig mit großen Schwierigkeiten verbunden ist, muss man stets mit Bewegungsartefakten rechnen. Auch die Körperbewegung selbst kann bei der Aufnahme mechanischer Größen zu Störungen, d.h. Artefakten führen. Es ist nicht immer möglich, die Messungen am anästhesierten¹⁵ Menschen durchzuführen. Außerdem werden durch diese Maßnahmen die physiologischen Variablen selbst beeinflusst.

1.4.7 Begrenzung der Energie

Viele physiologische Messergebnisse werden dadurch gewonnen, dass in das Lebewesen Energie eingekoppelt wird und diese Energie durch Funktion und Struktur moduliert an anderer Stelle wieder aufgenommen wird. Beispiele dafür sind die Messung des Widerstandes, bei der elektrischer Strom eingekoppelt werden muss, die Messung der Ultraschallreflektion oder die Belichtung des Körpers mit Röntgenstrahlen. Man muss daher darauf achten, dass diese Energie hinlänglich klein ist, dass durch sie der Körper nicht in irgend einer Art

¹⁴Künstlich hervorgerufene Störung

¹⁵Anästhesiologie: Lehre von der Schmerzbetäubung

geschädigt wird. Es kann sich dabei um eine Variation des Messergebnisses handeln oder aber auch um einen Sofortschaden oder einen chronischen Dauerschaden.

1.4.8 Sicherheitsbetrachtungen

Oberster Gesichtspunkt bei der Durchführung physiologischer Messungen ist, dass das Risiko bei der Durchführung einer Messung nicht größer ist als das, wenn eine solche Messung nicht durchgeführt worden wäre. Dabei ist es in den meisten Fällen schwierig wenn nicht sogar unmöglich das Risiko eindeutig zu bestimmen. Ein heute noch andauernder Streitpunkt ist z.B. die Röntgenuntersuchung der weiblichen Brust (Mammographie) zur Erkennung von Brustkrebs. Einerseits kann durch eine frühe Erkennung in vielen Fällen eine vollständige Heilung erzielt werden. Andererseits allerdings kann durch die Untersuchung selbst der Brustkrebs erst erzeugt werden.

Sind jedoch bestimmte Faktoren bekannt, ist eine Abschätzung über das Risiko möglich. Dazu sollen als Beispiel nachfolgende Annahmen gelten:

- Die Wahrscheinlichkeit p_K für das Auftreten einer Krankheit betrage $1 : 1000 \leadsto p_K = 0.001$, $q_K = 1 - p_K = 0.999$
- Das Todesrisiko bei der Durchführung einer bestimmten Untersuchung möge ebenfalls $1 : 1000$ sein $\leadsto p_U = 0.001$, $q_U = 0.999$
- Die Wahrscheinlichkeit der Entdeckung einer tödlichen Krankheit $50\% \leadsto p_E = 0.5$, $q_E = 0.5$
- Die Heilungswahrscheinlichkeit solle 10% betragen $\leadsto p_H = 0.1$, $q_H = 0.9$

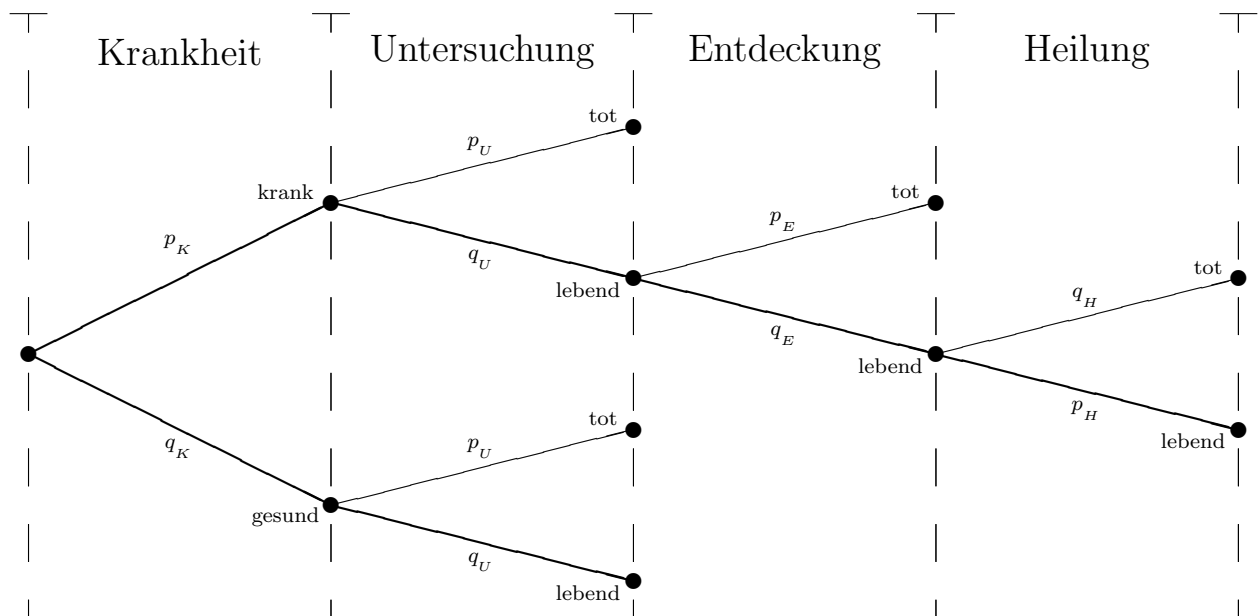


Abb. 1.3: Baumdiagramm für Beispiel 1:

In Abb. 1.3 ist das Baumdiagramm für obiges Beispiel mit den möglichen Ereignissen und ihren Wahrscheinlichkeiten aufgezeichnet. Mit Hilfe dieses Diagramms errechnet sich die Wahrscheinlichkeit $q_{\ddot{u}_o}$ ohne Untersuchung am Leben zu bleiben zu:

$$q_{\ddot{u}_o} = q_K = 0.999 \doteq 99.9\%$$

Dagegen lässt sich die Wahrscheinlichkeit $q_{\ddot{u}_m}$ mit einer Untersuchung am Leben zu bleiben errechnen zu:

$$q_{\ddot{u}_m} = q_K q_U + p_K q_U q_E p_H = 0.998 \doteq 99.8\%$$

Bezieht man die Wahrscheinlichkeit $p_{\ddot{u}_m}$ trotz einer Vorsorgeuntersuchung zu sterben, auf die Wahrscheinlichkeit $p_{\ddot{u}_o}$ ohne Untersuchung krank zu sein und daher zu sterben, erhält man eine Zunahme der Todesfälle durch die Vorsorgeuntersuchung von 100%.

$$p_{\ddot{u}_o} = 1 - q_{\ddot{u}_o} = 0.001 \doteq 0.1\%$$

$$p_{\ddot{u}_m} = 1 - q_{\ddot{u}_m} = 0.002 \doteq 0.2\%$$

Unter den genannten Bedingungen ist es daher unsinnig, die Untersuchung durchzuführen, da die Anzahl der Todesfälle durch die Untersuchung selbst steigen würde.

In einem anderen Beispiel sollen folgende Annahmen getroffen werden:

- Auf 100000 Personen kommen 100 Erkrankungen mit Todesfolge, d.h. das Todesrisiko beträgt 1 : 1000 $\leadsto p_K = 0.001$, $q_K = 0.999$
- Auf 100000 Untersuchungen kommen 10 Todesfälle, obwohl der Untersuchte gesund ist, d.h. das Untersuchungsrisiko beträgt 1 : 10000 $\leadsto p_U = 0.0001$, $q_U = 0.9999$
- Von 100 Erkrankten können 20 geheilt werden, d.h. die Heilungswahrscheinlichkeit beträgt 1 : 5 $\leadsto p_H = 0.2$, $q_H = 0.8$

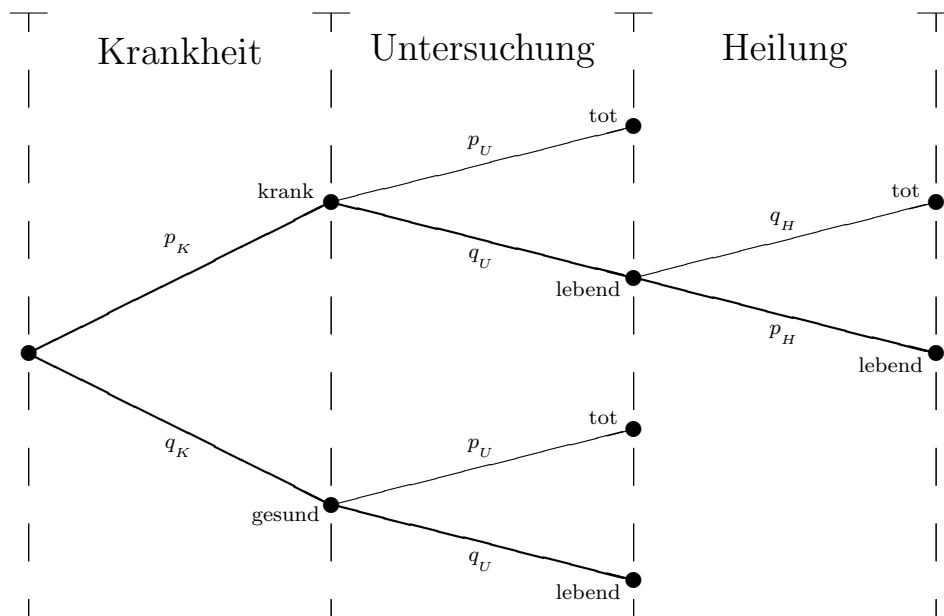


Abb. 1.4: Baumdiagramm für Beispiel 2:

Aus dem Baumdiagramm für dieses Beispiel (Abb. 1.4) errechnet sich die Wahrscheinlichkeit $q_{\ddot{u}_o}$ ohne Untersuchung am Leben zu bleiben zu:

$$q_{\ddot{u}_o} = q_K = 0.999 \doteq 99.9\%$$

Dagegen berechnet sich die Wahrscheinlichkeit $q_{\ddot{u}_m}$ mit einer Untersuchung am Leben zu bleiben zu:

$$q_{\ddot{u}_m} = q_K q_U + p_K q_U p_H = 0.9991 \doteq 99.91\%$$

Bezieht man wiederum die Wahrscheinlichkeit $p_{\ddot{u}_m}$ trotz einer Vorsorgeuntersuchung zu sterben, auf die Wahrscheinlichkeit $p_{\ddot{u}_o}$ ohne Untersuchung krank zu sein und damit zu sterben, erhält man eine Abnahme der Todesfälle durch die Vorsorgeuntersuchung von 10%.

$$p_{\ddot{u}_o} = 1 - q_{\ddot{u}_o} = 0.001 \doteq 0.1\%$$

$$p_{\ddot{u}_m} = 1 - q_{\ddot{u}_m} = 0.0009 \doteq 0.09\%$$

Bei 100000 Personen sterben demnach 100 Menschen ohne Vorsorgeuntersuchung, dagegen sterben 90 Menschen mit einer Vorsorgeuntersuchung. Es ist in diesem Fall daher sinnvoll, eine Untersuchung durchzuführen, da die Anzahl der Todesfälle durch die Untersuchung abnimmt.

Wegen der speziellen Probleme, die mit der Messung am lebenden Organismus verbunden sind, insbesondere am Menschen, und der großen Anzahl von gegenseitigen Abhängigkeiten zwischen Messsystem und Messobjekt ist es sehr wichtig, dass das Messobjekt oder der Patient, sowie der Bediener des Instrumentes als integraler Teil des gesamten Instrumentensystems angesehen wird. Das bedeutet, dass die innere Charakteristik des 'schwarzen Kastens', d.h. des Menschen, bei der Konstruktion eines Instrumentes mit einbezogen werden muss. In diesem Zusammenhang spricht man von einem Mensch-Instrumenten-System.

1.5 Das Mensch-Instrumenten-System

Ein solches System ist gewöhnlicherweise definiert als ein Aufbau von notwendigen Komponenten, um charakteristische Phänomene zu messen und um diese Information in geeigneter Form zu präsentieren, damit sie durch den Menschen gelesen und interpretiert werden kann. Das Mensch-Instrumenten-System enthält zusätzlich noch das menschliche Subjekt von dem Messwerte erhoben werden sollen. Der Mensch kann außerdem angetrieben oder gereizt werden durch eine große Anzahl von Eingangsvariablen, die entweder gewollt durch das System auf ihn eingekoppelt werden oder aber ungewollt durch die Umgebung. Das grundsätzliche Ziel jeder Instrumentierung liegt darin, wesentliche Daten für eine der nachfolgend aufgeführten Aufgaben zu liefern.

- Informationsgewinnung
- Diagnose
- Bewertung
- Überwachung (Monitoring)
- Regelung

Beim System zur Informationsgewinnung dient die Instrumentierung der Messung natürlicher Phänomene oder Variablen, um den Menschen dabei behilflich zu sein, Kenntnisse über sich selbst und seine Umgebung in der er lebt zu gewinnen. Es handelt sich hier also um Forschungsinstrumente. Es werden Parameter erhoben, deren Variabilität unbekannt ist.

Instrumentierung für die Klinik ist im allgemeinen für die Diagnose, die Pflege und Behandlung von Patienten notwendig, während die Instrumentierung für die Forschung meistens für die Erweiterung der Erkenntnisse über die verschiedensten Einzelsysteme und deren Zusammenwirken innerhalb des menschlichen Körpers notwendig ist. Einige Instrumente können in beiden Feldern eingesetzt werden, aber in der Regel muss die Instrumentierung für die Klinik auf hohe Zuverlässigkeit und einfache Bedienung ausgerichtet sein, da sie vorwiegend von Ärzten oder Pflegepersonal bedient werden. Dagegen sind innerhalb der Forschung häufig

technisch versierte Personen tätig, die befähigt sind, auch komplexere Forschungsinstrumente in der richtigen Weise zu bedienen.

In der Diagnose werden Messungen erhoben, um Fehler zu entdecken, damit Fehlfunktionen eines Systems korrigiert werden können.

Um ein System auf Belastbarkeit, Genauigkeit usw. zu überprüfen, müssen ebenfalls Messungen durchgeführt werden. Diese Messungen dienen damit der Bewertung eines Systems. Man könnte auch von Qualitätskontrolle sprechen. Angewandt wird diese im besonderen Maße in der Raumfahrt und in der Arbeits- und Sportmedizin¹⁶.

Bei der Überwachung bzw. Monitoring werden Messung durchgeführt, um über längere Zeiträume kontinuierlich oder periodisch Information über das System zu erlangen. Sie wird z.B. zur Kontrolle einer laufenden oder bereits abgeschlossenen Therapie eingesetzt.

In der Regelung wird die Instrumentierung zur Messung von inneren und äußeren Parametern eines Systems verwendet, um aus dem Vergleich mit dem Sollwert eine Führungsgröße für das System zu ermitteln¹⁷.

Im allgemeinen enthält ein Instrumentensystem in der Medizintechnik bis zu einem gewissen Grad alle für die oben angeführten Messungen notwendigen Komponenten. Instrumentierung für die medizinische Forschung kann generell als Informationsgewinnung betrachtet werden, obwohl in vielen Fällen Überwachungs- und Regelungssysteme eingeschlossen sind.

Die biomedizinische Instrumentierung kann allgemein in zwei Typen eingeteilt werden:

1. Instrumentierung für die Klinik und ärztliche Praxis
2. Instrumentierung für die Forschung

Medizinische Messungen können in zwei Gruppen unterteilt werden in so genannte

- in-vivo und
- in-vitro Messungen.

Während in-vivo¹⁸ Messungen am oder innerhalb des Körpers durchgeführt werden¹⁹, werden in-vitro²⁰ Messungen außerhalb des Körpers vorgenommen²¹. Letztere stehen dennoch in Korrelation mit dem Körper selbst. Es werden Proben dem Körper entnommen, z.B. Blut oder Gewebe, und in dieser Probe wird die gewünschte Größe gemessen.

Bei der in-vivo Messung gibt es die invasive und die nichtinvasive Messmethode. Während definitionsgemäß²² bei der invasiven Methode eine Verletzung des Körpers stattfindet, erfolgt die nichtinvasive Methode ohne Verletzung des Körpers. Die Zuordnung einer Messmethode zur invasiven oder nichtinvasiven Art ist nicht ganz einfach, da ohne sichtbare äußere Verletzung es zu inneren Verletzungen bei gewissen Messverfahren kommen kann. Die Körperoberfläche wird z.B. bei Verwendung von Röntgenstrahlen in keiner Weise verletzt und dennoch kann ihre Anwendung zu einer Verletzung des Körpers als ganzem führen, durch Zelltod oder Veränderung des genetischen Materials.

¹⁶z.B. Belastungs-EKG

¹⁷z.B. bei Zuckerkranken könnte durch eine Messung der eigentliche Insulinbedarf ermittelt und mit einem kleinen im menschlichen Körper integrierten Dosiersystem die geeignete Menge Insulin automatisch zugeführt werden.

¹⁸in-vivo bedeutet wörtlich "am lebenden Körper".

¹⁹Ein Beispiel dafür ist das Einsetzen eines Sensors zur Messung des Blutstroms oder des pH-Wertes bzw. das Anbringen von Elektroden auf der Körperoberfläche zur Messung der elektrischen Aktivität des Herzens (EKG).

²⁰in-vitro bedeutet wörtlich "im Glas"

²¹z.B. Versuche im Reagenzglas.

²²Wörtlich übersetzt bedeutet invasiv 'verletzend' und nichtinvasiv 'nichtverletzend'.

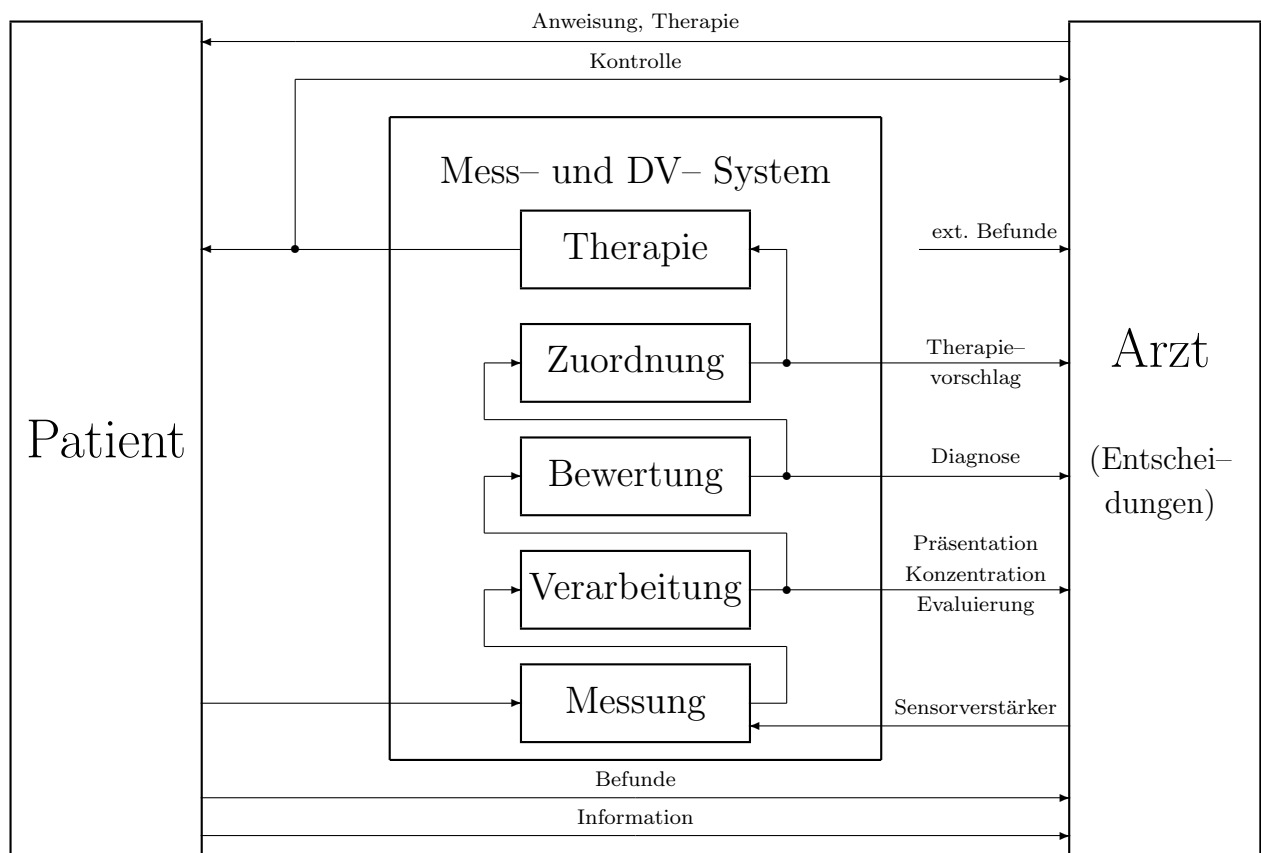


Abb. 1.5: Mensch-Instrumenten-System

Abb. 1.5 soll einen zusammenfassenden Überblick über das Mensch-Instrumenten-System vermitteln. Zur Entscheidungsfindung einer Therapie zieht der untersuchende Arzt neben Befunden, die er selbst am Patienten festgestellt hat, externe Befunde heran, die ihm von früheren Fällen her bekannt sind. Es spielt dabei der Informationsaustausch zwischen Patient und Arzt eine entscheidende Rolle. Mit Hilfe der Medizinischen Elektronik erhält der Arzt zudem die Möglichkeit über Messungen genauere Daten über den Zustand des Patienten zu erhalten. Die Messungen, die der Arzt über einen Sensorverstärker häufig beeinflussen kann²³ werden in einer Verarbeitungseinheit derart aufbereitet, z.B. durch Datenkonzentration, dass sie zur Präsentation z.B. auf einem Sichtgerät zur Verfügung stehen. Dort kann der Arzt im allgemeinen bereits eine erste Abschätzung über den Zustand des Patienten treffen. Komplexere Geräte besitzen außerdem noch eine Bewertungs- und Zuordnungseinheit, mit deren Hilfe das Gerät selbst eine Diagnose und eine Therapie vorschlägt. In der Fachwelt werden diese Geräte Expertensysteme genannt. Ziel dieses Zusammenwirkens zwischen den Instrumenten und dem Arzt ist zum einen, schnell und zuverlässig eine wirksame Therapie für den Patienten zu finden, und zum anderen, dem Arzt ein Werkzeug zur Verfügung zu stellen mit dem er seine verordnete Therapie durchführen und kontrollieren kann.

²³z.B. Einstellung der Eindringtiefe bei der Ultraschalluntersuchung.

Kapitel 2

Kurze Einführung in das physiologische System des Körpers

Wie bereits erwähnt ist es notwendig, gewisse Grundkenntnisse vom lebenden menschlichen Wesen zu erlangen, um im Bereich der Medizinischen Elektronik tätig sein zu können. Den menschlichen Organismus kann man wie auch andere biologische Organismen als ein gekoppeltes elektrisches, mechanisches, thermisches, hydraulisches, pneumatisches, chemisches und optisches System betrachten, das für die Informationsverarbeitung mit einem leistungsfähigen Computer ausgestattet ist. Jedes dieser Systeme steht in Kommunikation mit der äußeren Umgebung. Von dieser haben wir die innere Umgebung zu unterscheiden, mit der die Einzelsysteme selbstverständlich auch in Verbindung stehen. Durch ein vielschichtiges Regelsystem und ein ausgedehntes Kontrollnetzwerk ist ein solcher Organismus in der Lage, die beabsichtigten Funktionen auszuführen. Durch die integrierte Funktion aller Komponenten der einzelnen Subsysteme ist der Mensch in der Lage, sein Leben zu erhalten, zu lernen sinnvolle Aufgaben auszuführen, Persönlichkeit zu entwickeln und sich selbst zu reproduzieren.

Das Organisationsprinzip, das dem Organismus zu Grunde liegt, ist die hierarchische Ordnung. Betrachtet man das System als 'schwarzen Kasten', so ist das die höchste Ebene der Hierarchie. Man spricht auch vom Studium des Erhaltens. Wir haben zu unterscheiden zwischen Informationseingängen und -ausgängen, sowie Stoffein- und -ausgängen. Über beide steht der Mensch in Verbindung zu seiner Umwelt. Die verschiedenen Ein- und Ausgänge können in Beziehung gebracht werden, wobei Messungen hilfreich sein können. Die in Abschnitt 1.3 in Abb. 1.2 dargestellten Ein- und Ausgänge sind alle der Messung zugänglich, doch zum Teil nur sehr schwer zu interpretieren, wie z.B. die Sprache, das Verhalten und die Erscheinungsform.

Die nächste Stufe der hierarchischen Organisation sind die größeren funktionellen Systeme des Körpers. Hier sind zu nennen:

- das biochemische System,
- das kardiovaskuläre System,
- das respiratorische System,
- das Nervensystem,
- der Stütz- und Bewegungsapparat,
- die Haut,
- die Muskulatur,
- die Verdauungs-, Ausscheidungs- und Sexualorgane (Urogenitalsystem),

- das Lymphsystem und
- das Immunsystem.

Diese übergeordneten funktionalen Systeme können wiederum untergliedert werden in Organe und Subsysteme bis man schließlich auf der zellulären Ebene ankommt. Um lebende Systeme zu verstehen, ist es sogar notwendig, auf die molekularen Zusammenhänge einzugehen. Wie bereits mehrfach erwähnt, müssen die Subsysteme nicht nur mit der äußeren Umgebung, sondern auch untereinander kommuniziert, um die Funktion des Körpers als ganzes zu gewährleisten. Deshalb existieren auf jeder Ebene der hierarchischen Organisation Kommunikationswege zwischen verschiedensten Elementen. Eines der großen Ziele ist die Messung des Informationsflusses zwischen den einzelnen Elementen und den verschiedenen Systemen, mit der Hoffnung die Funktion von Geist und Körper und des gesamten Menschen besser zu verstehen und sie mit den Gesetzen der Physik und Chemie, sowie mit Hilfe der Mathematik zu beschreiben.

Im folgenden sollen nun die einzelnen Untersysteme genauer betrachtet werden, allerdings nicht in allen Einzelheiten, sondern nur insoweit, wie es zum weiteren Verständnis notwendig ist.

2.1 Das biochemische System

Der menschliche Körper besteht aus einem Konglomerat von chemischen Untersystemen, die Energie produzieren für die Aktivierung des Körpers, Stoffe für die Kommunikation, Material für Reparatur und Wachstum und andere Substanzen für die vielfältigen Aufgaben des Körpers. Alle diese Prozesse in der sehr effektiven chemischen Fabrik finden in einem abgeschlossenen System statt, abgesehen von einzelnen Orten an denen Wasser und Luft zugeführt und anderen, an denen die Stoffwechselprodukte ausgeschieden werden. Fast alle für die chemischen Reaktionen benötigten Stoffe werden innerhalb des Körpers synthetisiert. Eine Ausnahme sind die nachfolgend aufgelisteten Stoffe, die von außen zugeführt werden müssen. Es sind dies

- die so genannten *essentiellen Amino-* und *Fettsäuren*,
- *bestimmte Vitamine* und *Mineralstoffe* und
- Wasser und Luft als Lösungs- und Oxidationsmittel.

Diese zugeführten Stoffe sind Energie- und Stofflieferanten.

Zudem enthält diese chemische Fabrik alle Einrichtungen zur Überwachung der gesamten Produktion. Wegen der hohen Konstanz muss man davon ausgehen, dass es sich, wenn auch nicht bei allen, so doch bei der Mehrzahl der Vorgänge, um geregelte Prozesse handelt.

2.2 Das kardiovaskuläre System

Für den Ingenieur stellt sich das kardiovaskuläre System als ein geschlossenes hydraulisches System dar mit porösen Ventilen, die eine Art Gleichrichterfunktion ausüben, und biegsamen und elastischen Rohrleitungen, die in ihrem Durchmesser verstellt werden können. Es ist ein Reservoir vorhanden, das aufgefüllt oder entleert werden kann. Dadurch wird die zirkulierende Flüssigkeitsmenge den Bedürfnissen des Organismus angepasst und damit auch die vom biochemischen System erzeugten oder von außen aufgenommenen bzw. nach außen abzugebenden Stoffe, die in der Flüssigkeit transportiert werden, den Bedürfnissen der Organe entsprechend zugeführt. Es handelt sich um ein geregeltes System mit dem Blutdruck als Führungsgröße. Gemessen wird der Blutdruck über im System befindliche Drucksensoren, den so genannten Dehnungsrezeptoren, die sich

z.B. als Nervengeflechte in der Wand des Aortenbogens und der Aufteilung der Halsschlagader befinden. Man unterscheidet zwischen

- dem Niederdrucksystem¹ (mittlerer Blutdruck ca. 15mmHg) und
- dem Hochdrucksystem² (mittlerer Blutdruck ca. 100mmHg).

Das Herz mit seinen vier Kammern ist eine synchronisierte Pumpe. Es handelt sich um je zwei relativ unabhängige Systeme. In der ersten Stufe jedes Systems, dem Vorhof, wird Blut gesammelt. Mit diesem Blut wird die zweite Stufe, die Kammer – auch Ventrikel genannt – gefüllt, die das Blut in das System pumpt. Der rechte Vorhof erhält sein Blut aus den beiden großen Körpervenen, der oberen und unteren Hohlvene. Von der rechten Kammer gelangt das Blut in den kleinen Kreislauf, dem so genannten Lungenkreislauf. Es wird dort mit Sauerstoff beladen und von Kohlendioxyd befreit. Danach fließt es in den linken Vorhof. Dort gelangt es in die linke Kammer, die es in den großen Kreislauf, dem so genannten Körperkreislauf, pumpt. Dadurch wird der Körper mit Sauerstoff versorgt und gleichzeitig von Abfallstoffen entsorgt. Der Austausch von Stoffen mit der Umgebung des Gefäßsystems erfolgt über Diffusion. Durch den relativ hohen Widerstand des Kapillarsystems ist die Verweildauer des Blutes dort gerade so groß, dass zum einen ein Stoffaustausch durch Diffusion stattfinden kann und zum anderen das Blut aufgrund der geringen Strömungsgeschwindigkeit nicht zu gerinnen beginnt.

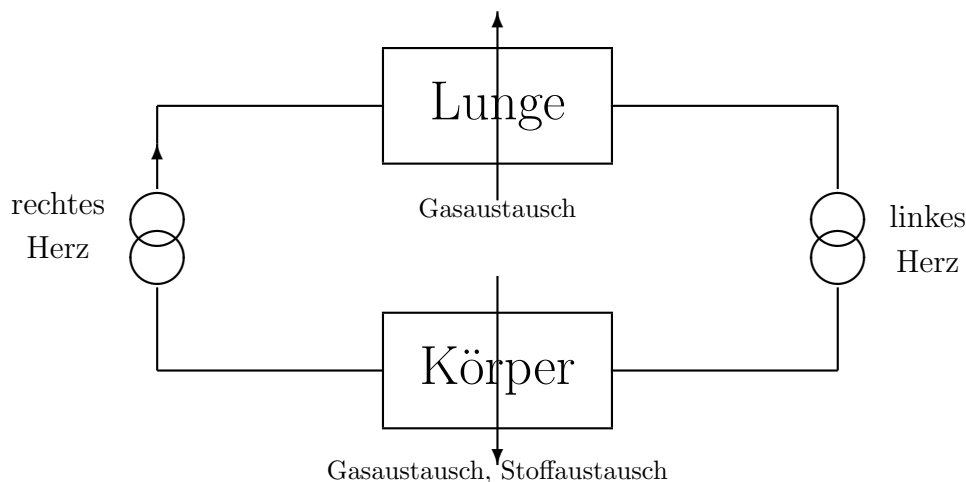


Abb. 2.1: Ersatzschaltbild des kardiovaskulären Systems

In Abb. 2.1 ist das Ersatzschaltbild des kardiovaskulären Systems abgebildet. Die beiden Pumpensysteme sind hintereinander geschaltet und nicht, wie es den Anschein hat, parallel. Die pro Schlag ausgeworfene Blutmenge und die Schlagfrequenz werden den Bedürfnissen des Körpers angepasst. Der Flüssigkeitsstrom, das Blut, in den Gefäßen dient neben der Ver- und Entsorgung auch der Kommunikation. Es handelt sich um ein nichtnewtonsches Strömungsprofil infolge der Eigenschaften des Blutes.

¹Niederdrucksystem: Bezeichnung für die Teile des Blutkreislaufes, in denen ein niedriger Blutdruck besteht. Dazu gehört das Kapillarnetz, die großen Venen, das rechte Herz, der Lungenkreislauf, der linke Vorhof und funktionell auch der linke Ventrikel während der Diastole. Im Niederdrucksystem befindet sich etwa 80% des Blutvolumens.

²Hochdrucksystem: Bezeichnung für den linken Ventrikel während der Systole und das arterielle System.

Etwa die Hälfte des Blutvolumens besteht aus zellulären Bestandteilen, die andere Hälfte aus Wasser. Der Anteil der zellulären Bestandteile am gesamten Blutvolumen wird durch den so genannten *Hämatokritwert* ausgedrückt. Hauptbestandteile sind

- die Leukozyten (weiße Blutkörperchen),
- die Thrombozyten (Blutplättchen) und
- die Erythrozyten (rote Blutkörperchen).

Die Leukozyten dienen für die Abwehr von Fremdstoffen, die Thrombozyten für die Reparatur von Verletzungen. Ein für Verletzungen besonders wichtiger Parameter ist der so genannte *Quick-Wert*. Er ist ein Maß für die Dauer bis zum Eintritt der Blutgerinnung (de Gruyter Verlag, 1990). Ein hoher Quick-Wert bedeutet daher, dass die Blutgerinnung und damit der Verschluss einer beispielsweise kleinen offenen Risswunde relativ spät einsetzt.

Die Erythrozyten bzw. das in ihnen enthaltene Hämoglobin, das eine hohe Sauerstoffaffinität besitzt, sind für den Sauerstofftransport verantwortlich. Bei gesunden Menschen vermag das arterielle Blut maximal ca. 20.5 Vol % Sauerstoff aufzunehmen. Davon sind etwa 98.5 % gebunden und nur 1.5 % physikalisch gelöst. Nur gelöster Sauerstoff kann in die Zelle diffundieren und dort für den Stoffwechsel zur Verfügung stehen. Zwischen dem gebundenen und gelösten Sauerstoff besteht ein Gleichgewicht, d.h. verringert sich die Menge des gelösten Sauerstoffs und damit der Sauerstoffpartialdruck im Blut, dann wird soviel gebundener Sauerstoff gelöst, bis sich erneut ein Gleichgewicht eingestellt hat.

Im System sind neben den bereits erwähnten Druckrezeptoren auch solche für den Partialdruck von Sauerstoff O_2 und den Partialdruck von Kohlendioxyd CO_2 bzw. für den *pH*-Wert vorhanden. Stellgrößen im System sind die Schlagfrequenz und das Schlagvolumen und damit das Herzzeitvolumen (*HZV*), sowie der Durchmesser der Gefäße und damit der Strömungswiderstand. Die Klappen im venösen System sorgen dafür, dass es zu keinem Rückstrom infolge der Schwerkraft kommt. Durch lokale Verstellung des Gefäßdurchmessers kann die Blutverteilung im Gesamtsystem den Erfordernissen angepasst werden.

Eine nervöse Einflussnahme auf dieses System kann über die Veränderung des Querschnitts des Gefäßsystems, dem Schlagvolumen oder der Tiefe der Kontraktion erfolgen. Eine bewusste Einflussnahme auf die Herztätigkeit ist allerdings nicht möglich.

2.3 Das respiratorische System

Das respiratorische System ist ein offenes pneumatisches System. Die Luftpumpe arbeitet durch die Erzeugung von Unter- und Überdruck im Brustkorb. Die Lungen kann man sich als muskellose elastische Beutel vorstellen, die im Brustraum aufgehängt sind und über die Bronchien, Bronchiolen und der Luftröhre mit der Außenwelt in Verbindung stehen. Der Stoffaustausch findet in den Alveolen statt. Hier sind Flüssigkeit und Gas durch eine dünne Membran voneinander getrennt. Die Strömungsrichtung des Gases ist durch die Druckdifferenz zwischen dem Inneren der Lunge und dem Außenraum bestimmt.

Sowohl die Inspiration³, als auch die Expiration⁴ werden aktiv durch die Kontraktion von Muskeln bewirkt. Darüberhinaus spielen elastische Kräfte eine wichtige Rolle. Bei der Inspiration kontrahieren sich die Muskeln des Zwerchfells, das den Brustraum vom Bauchraum trennt und nach oben in den Brustraum hinein gewölbt ist. Es verschiebt sich in Richtung des Bauchraums bei der Kontraktion dieser Muskeln. Antagonistisch,

³Inspiration = Einatmung

⁴Expiration = Ausatmung

d.h. entgegengesetzt, wirkt die Kontraktion der Bauchmuskeln. Kontrahieren sich diese, wird der Druck im Bauchraum erhöht und damit das Zwerchfell nach oben gedrängt, was zu einer Erhöhung des Drucks im Thoraxraum führt. Sowohl Inspiration als auch Expiration werden unterstützt durch die Rippenmechanik. Bei der Inspiration ziehen sich außerdem solche Muskeln zusammen, die eine Hebung der Rippen bewirken. Dadurch wird der Thorax vergrößert und der intrathorakale Druck abgesenkt. Das Gegenteil ist bei der Absenkung der Rippen der Fall, die durch andere Muskelgruppen erreicht wird.

Die Atmung wird durch das respiratorische Zentrum im Gehirn kontrolliert, in welches die Meldungen der pH -, Sauerstoff- und Kohlendioxidsensoren einlaufen. Es handelt sich auch hier um ein geregeltes System. Dieser Automatismus kann unterbrochen werden, denn es ist möglich, willkürlich die Atemtiefe und Atemfrequenz zu steuern.

2.3.1 Aufgaben der Atmung

Atmung (Abb. 2.2) bedeutet sowohl Gasaustausch zwischen dem Organismus und der Umwelt als auch biologische Oxidation der Nahrungsstoffe im Organismus mittels Sauerstoff zu Wasser und Kohlendioxid.

Durch die Atembewegungen gelangt der Sauerstoff in die Alveolen der Lunge. Von dort diffundiert das O_2 über die Kapillaren in das Blut, das den O_2 -Transport zum Gewebe übernimmt. Dabei wird etwa 1.5% des Sauerstoffs physikalisch gelöst transportiert und circa 98.5% an den roten Blutfarbstoff, das Hämoglobin, chemisch gebunden zu HbO_2 . Zwischen gelöstem und gebundenem Sauerstoff besteht ein Gleichgewicht. In den Kapillaren des Körperkreislaufs findet dann ein Gasaustausch – ebenfalls durch Diffusion – zwischen Körpergewebe und Blut statt. Das nun sauerstoffarme und kohlendioxidreiche Blut gelangt über das rechte Herz in die Lungen, wo der Gasaustausch wieder in umgekehrter Richtung erfolgt. Damit steht wieder sauerstoffangereichertes Blut zur Verfügung, das über das linke Herz erneut in die Peripherie gelangt.

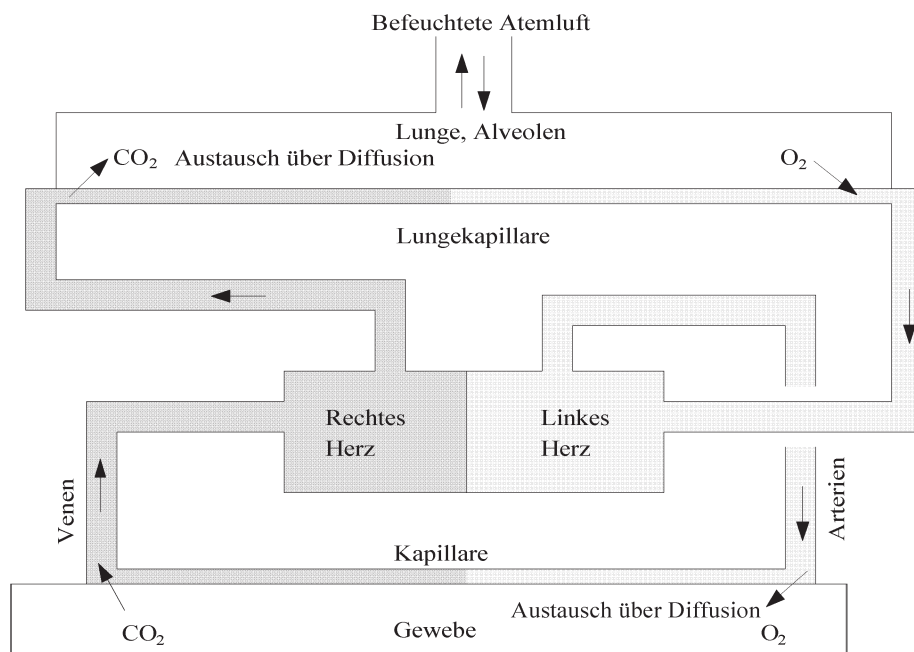


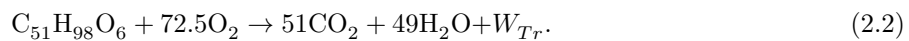
Abb. 2.2: Atmung und Stoffwechsel

Durch diesen Gasaustausch mit der Umwelt wird in den Körper der für den Stoffumsatz so wichtige Sauerstoff zugeführt. Im Organismus werden durch Oxydation⁵ von Kohlehydraten, Fetten und Eiweiß (Proteine) die für die Lebensprozesse notwendige Energie erzeugt. Die Gesamtheit der chemischen und energetischen Umsetzungen im Körpergewebe wird Stoffwechsel genannt. Als Stoffwechselendprodukte werden u.a. CO_2 und H_2O abgegeben. Die Gesamtenergie, die pro Zeiteinheit freigesetzt wird, ist der Energieumsatz (Stoffwechselrate). Die Verbrennung von Kohlehydraten (Glucose) erfolgt nach der Reaktionsgleichung



wobei $W_{Gl} = 2.88 \text{ MJ/mol}$ der biologisch freien Energie (Enthalpie) pro mol Glucose entspricht.

Für Fett (Tripalmitin) gilt



Hierbei entspricht $W_{Tr} = 31.83 \text{ MJ/mol}$ der biologisch freien Energie pro mol Tripalmitin (Fett).

Das Energieäquivalent K eines Nährstoffs ist die freie Enthalpie, welche bei seiner Oxydation mit $1 l_{\text{O}_2}$ entsteht. Beim Glucose-Metabolismus (Glucose-Stoffwechsel) wird pro mol Glucose die Oxydation mittels $6 \text{ mol}_{\text{O}_2}$ durchgeführt. Unter Normalbedingungen ($1 \text{ mol} \hat{=} 22.4 l_{\text{O}_2}$) entsprechen $6 \text{ mol}_{\text{O}_2}$ $134.4 l_{\text{O}_2}$. Daraus folgt für das Energieäquivalent K_{Gl} von Glucose

$$K_{Gl} = \frac{W_{Gl}}{134.4 l_{\text{O}_2}} = 21.43 \frac{\text{kJ}}{l_{\text{O}_2}}. \quad (2.3)$$

Ebenso gilt für das Energieäquivalent K_{Tr} beim Tripalmitin-Stoffwechsel

$$K_{Tr} = \frac{W_{Tr}}{1624 l_{\text{O}_2}} = 19.60 \frac{\text{kJ}}{l_{\text{O}_2}}. \quad (2.4)$$

Proteine besitzen aufgrund ihres variablen Aufbaus unterschiedliche Energieäquivalente. Bei der typischen Mischkost der Industrienationen ergibt sich für die Proteingemische ein durchschnittliches Energieäquivalent von

$$K_{Pr} = 18.8 \frac{\text{kJ}}{l_{\text{O}_2}}. \quad (2.5)$$

Es ist dabei auffallend, dass alle drei Energieäquivalente etwa gleich groß sind, nämlich ca. $20 \text{ kJ}/l_{\text{O}_2}$.

2.4 Das Nervensystem

Das Nervensystem dient der Kommunikation im Körper und besteht aus etwa 10^{10} Nervenzellen. Da jede Zelle mit ca. $10^3 \dots 10^4$ anderen Zellen verknüpft ist, ergeben sich daraus insgesamt etwa $10^{13} \dots 10^{14}$ Verknüpfungspunkte. Mittelpunkt dieses Systems ist ein sich selbst adaptierender zentraler Rechner, nämlich das Gehirn mit

- Speicher,
- Parallelrechenwerk,
- Logikeinheit und
- mehr als zehn Millionen Ein- und Ausgängen.

⁵Bei diesem Vorgang wird Sauerstoff verbraucht

Die Eigenadaptation des Computers ist so zu verstehen, dass bei Beschädigung einzelner Sektionen andere diese ganz oder zumindest teilweise übernehmen können. Dieser Computer ist fähig

- Entscheidungen zu treffen,
- komplexe Probleme zu lösen,
- Kunst zu schaffen,
- Gedichte und Musik zu schöpfen und
- Emotionen zu empfinden, wie
 - Wut,
 - Aufregung,
 - Zufriedenheit,
 - Liebe und Zuneigung,
- Eingangsinformationen von allen Teilen des Körpers zu integrieren und zu wichten und Ausgangssignale zu produzieren, die ein vielfältiges Verhalten hervorrufen.

Mit Hilfe der mannigfaltigen Verbindungen zwischen einzelnen Teilen werden die Signale von den einzelnen Sensoren, wie Licht, Schall, Druck, Temperatur, chemische Stoffe usw. detektiert, d.h. zu einem Gesamtbild zusammengefasst. Der Computer ist also in der Lage, Musterverarbeitung durchzuführen. Umgekehrt werden aufgrund der Eingangssignale vielfältige Muster von Ausgangssignalen erzeugt. Dabei werden die einzelnen motorischen Einheiten getrennt angesteuert. Ein Rückkopplungssystem sorgt dafür, dass der Zentralrechner jederzeit über den Zustand des Systems informiert ist. Die Informationsübertragung erfolgt in Form von elektrochemischen Impulsen, die mit charakteristischer Geschwindigkeit, nicht der Lichtgeschwindigkeit, auf den Nerven wandert. An den Enden, den Verknüpfungsstellen zu anderen Zellen, den so genannten Synapsen, werden diese in chemische Impulse umgesetzt, die dann wieder zur Auslösung von elektrochemischen Signalen führen. An den Verknüpfungsstellen herrscht ein gerichteter Verkehr. Dieser ist in dem chemischen Mechanismus begründet. Obwohl auf den Nervenleitungen bidirektionaler Verkehr durchgeführt werden könnte, ist dies nicht der Fall. An den Synapsen kommt es zur Verarbeitung durch räumliche und zeitliche Summation der eingehenden Signale, die sowohl negativ, d.h. hemmend (inhibitorische Synapsen), als auch positiv, d.h. erregend (exzitatorische Synapsen) sein können. Der Aufbau des Systems ist hierarchisch. Gewisse Reaktionen werden ohne Einschaltung des Bewusstseins auf niedriger Ebene der Hierarchie abgewickelt. Es handelt sich hier um die so genannten Reflexe. Man unterscheidet zwischen

- dem willkürlichen und
- dem autonomen Nervensystem.

2.5 Der Stütz– und Bewegungsapparat

Unter dem Stütz– und Bewegungsapparat sind

- Knochen,
- Sehnen,
- Bänder,
- Gelenke und
- Muskeln

zusammengefasst. Der Knochen ist keineswegs ein lebloses Gebilde, wie oft angenommen wird. Funktionell dient er der Stützung. Er ist mit Blutgefäßen versorgt und besteht neben den Kalziumphosphaten (*Apatite*) aus lebenden Zellen. Die äußere, mechanisch sehr feste Schicht, wird als *Kompakta* bezeichnet. Nach innen

findet sich dann häufig eine porige oder schwammige Struktur. Es handelt sich um eine Leichtbauweise. Diese Struktur, die so genannte *Spongiosa*, ist entsprechend der Lastverteilung ausgebildet. Im Inneren des Knochens finden sich gelegentlich Hohlräume, Markknochen, in denen Blutzellen produziert werden. Die Wirbelknochen, die das Rückgrat bilden, dienen nicht nur der Stützung, sondern sie umschließen und schützen damit auch das Rückenmark, dem Sitz eines Teils des Zentralnervensystems (ZNS).

Die Knochen sind über die Sehnen mit den Muskeln verbunden. Gelegentlich sind auch Bänder und elastische Scheiben zwischengeschaltet. Entfernt man die Muskeln, so fällt die Mehrzahl der Knochen auseinander. Der Zusammenhalt in den Gelenken ist also durch die Spannung der Muskeln gewährleistet. Die einzelnen Muskeln bauen sich aus Elementen auf, aus so genannten motorischen Einheiten, die durch das Nervensystem einzeln angesteuert werden können und die mit Gebern zur Meldung der Muskelspannung versehen sind. Die mechanische Kraft, die eine solche motorische Einheit aufbringen kann, ist sehr unterschiedlich und hängt davon ab, ob kleine oder große Massen bewegt werden müssen. Die Kontraktion beruht auf der Eigenschaft von zwei speziellen Eiweißen (Proteinen), die in Form eines hexagonalen Gitters beieinander liegen und zwischen denen intramolekulare Kräfte wirken, die von der Kalziumkonzentration abhängig sind. Für die Bereitstellung der Energie für die mechanische Arbeit muss ein gutes Versorgungsnetz von Kapillaren angelegt sein. Die Bereitstellung der Energie erfolgt durch die Umwandlung des Stoffes Adenosintriphosphat (ATP) in Adenosindiphosphat (ADP), zu deren Regeneration Glukose und Sauerstoff erforderlich sind.

2.6 Der Aufbau der Haut

Die Haut des Menschen besteht in der gröbsten Gliederung aus zwei Schichten; nämlich aus

- der die Körperoberfläche umhüllenden Cutis (Haut, Dicke je nach Körperregion zwischen $330\mu m$ und $6.4mm$) – auch Dermis genannt – und
- der darunter liegenden Subcutis (Unterhaut, Dicke je nach Körperregion bis zu $10cm$).

Die Cutis ist entweder mit dem Bindegewebe, das den Bewegungsapparat umhüllt, locker und aufgrund dazwischenliegender Unterhautbinde- und Fettgewebe verschiebbar verbunden, oder sie haftet fest an einer Unterlage. Die Funktionen der Haut sind:

- Schutz vor Kälte, Austrocknung und dem Eindringen von Bakterien
- Wärmeabgabe über die Durchblutung (Wärmetauscher)
- Verbindungsglied zur Außenwelt über ihre zahlreiche an der Oberfläche liegenden Sensoren
- Ausscheidungsorgan von verschiedenen Stoffen über Drüsen (Schweißdrüse, Duftdrüse usw.)

Bei etwas genauerer Betrachtung der Cutis stellt man fest, dass sie wiederum aus zwei verschiedenartig aufgebauten Schichten besteht. Es sind dies

- die Epidermis (Oberhaut, Dicke je nach Körperregion zwischen $30\mu m$ und $4mm$ (de Gruyter Verlag, 1990, S. 453)) und
- das Corium (Lederhaut, Dicke zwischen $300\mu m$ und $2.4mm$ (de Gruyter Verlag, 1990, S. 892)).

Die Subcutis wird dagegen nicht mehr weiter untergliedert. In ihr sind fast der gesamte Fettanteil der Haut enthalten, weshalb sie zum Teil eine Dicke bis zu $10cm$ erreicht.

Die Epidermis ist die gefäßlose äußerste Schicht der Cutis. Sie besteht aus mehrschichtigen verhornten Plattenepithelien⁶. Ihre Unterseite besitzt zahlreiche zapfenartige Vertiefungen zur Aufnahme der Papillen⁷

⁶Plattenepithelien deshalb, weil die Zellen der Epithelschichten in den oberen Lagen der Epidermis abgeplattet sind.

⁷Papilla (lat.): Warze, Bläschen, Knospe, Zapfen

der obersten Schicht der Lederhaut. Unter mikroskopischer Betrachtung kann man folgende unterscheidbare Schichten der Epidermis erkennen:

- stratum corneum (Hornschicht)
- stratum lucidum (Glanzschicht)
- stratum granulosum (Körnerschicht)
- stratum spinosum (Stachelzellschicht)
- stratum basale (Basalschicht) – auch stratum cylindricum genannt, da die Zellen der Basalschicht von zylindrischer Gestalt sind.

Die äußerste Schicht, die stratum corneum, wird nicht durchblutet, da sie aus platten, kernlosen, verhornten (abgestorbenen) Zellen aufgebaut ist. An ihrer Oberfläche werden ständig verhornte Zellen in feinen Schüppchen – an der Kopfhaut sind es häufig Schüppchenverbunde, so genannte Schuppen – abgeschilfert.

Die darunter liegende Schicht, die nur an dicken Epidermisstellen vorfindbar ist, wird als stratum lucidum bezeichnet, da sie aus einer stark lichtbrechenden sehr dünnen homogenen Schicht kernloser Zellen besteht.

In der zwischen 1 bis 5 Lagen abgeplatteter Zellen dicken stratum granulosum beginnt die Verhornung der Zellen. Ihre wasserabweisende Eigenschaft gewinnt sie durch eine Eiweißsubstanz, die sich in ihren Zellkörpern befinden.

Die beiden nächst folgenden Schichten, die stratum spinosum und die stratum basale, werden meistens zusammen betrachtet und als stratum germinativum (Keimschicht) bezeichnet. Sie ist die Grenzschicht zwischen dem epithelialen Gewebe (Epidermis) und der darunter liegenden Lederhaut (Corium) aus straffem Bindegewebe. In ihr findet eine Zellvermehrung⁸ durch mitotische⁹ Teilung statt, weshalb man ihr den Namen Keimschicht gegeben hat. Sie sorgt für den Nachschub der abgeschilfert verhornten Zellen in der stratum corneum. Zwischen ihr und dem nächst folgenden Hautteil, dem Corium, fließt ein ständiger Flüssigkeitsstrom, in dem Nährstoffe für die Epidermisschichten enthalten sind.

Das Corium ist ein Geflecht aus zahlreichen elastischen Fasern. Sie ist reich an Nerven und Gefäßen, aber ohne Fettzeleinlagerungen. Man kann sie wiederum untergliedern in

- die stratum papillare (Papillarschicht) und
- die stratum retikulare (Gitter-, Netzsicht).

Die stratum papillare ist eine feinfaserige, aus vielen elastischen und retikulären¹⁰ Fasern, Zellen, Blutkapillaren und Nervenendorganen bestehende Schicht. Sie besitzt zudem viele Bindegewebspapillen, die sich in die zahlreichen zapfenartigen Vertiefungen der unteren Epidermisschicht einfügen.

Die stratum retikulare besteht aus kräftigen, verfilzten Kollagenfaserbündeln und elastischen Netzen. In ihr sind Schweißdrüsen, Haarfollikel, und größere Nerven- und Blutgefäße enthalten.

Alle oben angeführten Zellschichten sind keine homogene geschlossenen Schichten, sondern sie werden immer wieder von Schweißdrüsen-, Talgdrüsen-, Duftdrüsen- und Milchdrüsengängen durchstoßen. Durch die Talgdrüse gelangt Talg auf die Oberfläche der Haut, wodurch die Haut eingefettet und dadurch wasserabstoßend wird. Mit dem Sekret der Schweißdrüse bildet sich auf der Oberfläche der Haut ein Säuremantel, der einen gewissen Schutz gegen Infektionen bildet, da viele Bakterien im sauren Milieu zugrunde gehen.

⁸Die Zellvermehrung erfolgt zum überwiegenden Teil in der stratum basale.

⁹Mitose: indirekte Kernteilung mit Verteilung je eines vollständigen Chromosomensatzes auf die Tochterzellen.

¹⁰Retikuläre Fasern: Feinste, zug- und biegeelastische Einzelfasern, die meist räumliche Netzwerke (reticulum (lat.): Gitterchen, Netzwerk) bilden.

2.7 Muskulatur

2.7.1 Glatte Muskeln

Die glatte Muskulatur besteht aus Muskelzellen, die eine spindelförmige Form besitzen und zwischen 50 und $200\mu\text{m}$ lang sind, bei einem Durchmesser von 2 bis $10\mu\text{m}$. Längere glatte Muskelzellen, bis zu $500\mu\text{m}$ findet man nur im schwangeren Uterus, kürzere in der Aorta. Hinsichtlich der Erregung der glatten Muskelzellen unterscheidet man zwischen

- spontanaktiven Muskeln mit myogener Erregung und
- nicht oder gering spontanaktiven Muskeln.

Zu den glatten Muskeln mit myogener Erregung gehören z.B. die Muskeln des Darms, Ureters¹¹, Magens und Uterus. Diese können sich auch nach vollständiger Beseitigung nervaler Einflüsse spontan und langandauernd kontrahieren. Die myogene Erregung wird in Schrittmacherzellen der Zellverbände erzeugt. Dort kann es zu spontanem oder reizbedingtem Einstrom positiver Ionen, vor allem Kalziumionen, kommen. Wird bei der anschließenden Depolarisation der Zellmembran das Schwellpotential erreicht, kommt es zur Auslösung eines Aktionspotentials, das für wenigen *ms* die Membran umpolarisiert. Da die Zellen durch so genannte 'gap junctions' engen Kontakt zueinander haben, breitet sich dieser Aktionsimpuls auch auf die benachbarte Zellen aus. Wird bei der Nachbarmembran ebenfalls das Schwellpotential überschritten, so entsteht auch dort ein Aktionspotential. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit liegt dabei zwischen 5 und 10cm/s . Der Muskel verhält sich demnach bei einer schrittmachergesteuerten Erregung wie eine funktionelle Einheit. Da der Verlauf der Kontraktion glatter Muskelzellen träge ist, wird bereits bei einer Kontraktionsfrequenz von 1Hz ein Tetanus, d.h. eine Dauerkontraktion erreicht.

Arterien-, Samenleiter-, Iris- und Ciliarmuskeln¹² sind nur gering spontanaktiv. Sie gehören daher zur zweiten Gruppe der glatten Muskeln. Ihre Erregung erfolgt hauptsächlich durch die Impulse der Nervenfasern des vegetativen Nervensystems. Auch diese Muskelzellen stehen im engen Kontakt untereinander, so dass sich auch dort das Aktionspotential einer Muskelzelle auf die anderen übertragen kann. Analog den myogen-erregten Muskelzellen werden auch hier über einen längeren Zeitabschnitt mehr oder weniger stark anhaltende Kontraktionen ausgelöst.

Sowohl bei den myogen-erregten Zellen als auch bei den nerval-erregten ist charakteristisch, dass ein Reiz erst nach ca. 100ms durch eine Kontraktion beantwortet wird (Latenz).

2.7.2 Quergestreifte Skelettmuskeln

Die Skelettmuskulatur ist gekennzeichnet durch quergestreifte Muskelfasern wie der Herzmuskel. Diese Muskelfasern haben eine Länge von $< 1\text{mm}$ bis 15cm und einen Durchmesser von 10 bis $200\mu\text{m}$. Die Kontraktion des Skelettmuskels wird ausschließlich durch eine nervale Erregung ausgelöst. Dabei erfolgt die Übertragung einer Nerven-erregung auf die Muskelfasern über die motorische Endplatte, eine spezifische nervöse Struktur an der Skelettmuskulatur (Abb. 2.3). Die Skelettmuskeln sind nicht in der Lage sich selbst zu erregen. Die Verbindung der motorischen Endplatte zu einem Neuron wird über ein Motoaxon hergestellt. Dabei kann ein Neuron je nach Muskeltyp zwischen 5 (z.B. Auge) und ca. 2000 (Waden) Muskelfasern versorgen. Zusammen mit den Muskelfasern bildet das Neuron eine motorische Einheit Abb. 2.3.

¹¹Ureter: Harnleiter

¹²Ciliar: Wimpern

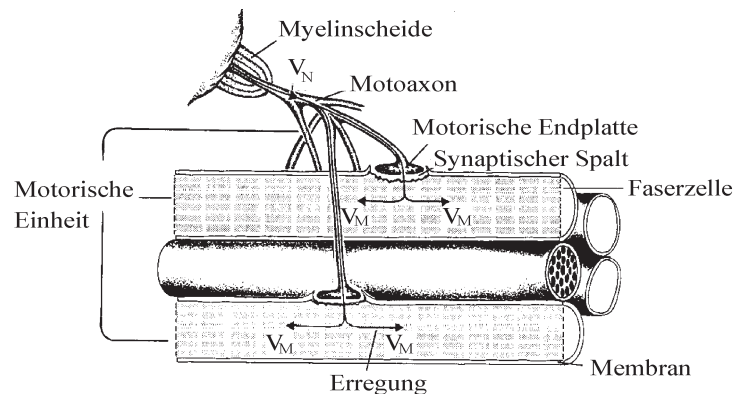


Abb. 2.3: Schematische Darstellung einer motorischen Einheit aus [Silny und Rau \(1992\)](#)

Ein von einem Neuron kommender Reiz breitet sich über dessen Motoaxone auf die motorische Endplatte und von dort auf die jeweiligen Muskelfasern aus. Im Gegensatz zu der glatten Muskulatur wird bei den quergestreiften Skelettmuskeln schon nach wenigen *ms* ein Reiz durch eine Kontraktion beantwortet. Die Kraft, die ein Muskel besitzt, ist linear mit der Anzahl der Muskelfasern. Im Gegensatz zur Herzmuskulatur wird sowohl bei der glatten Muskulatur als auch bei der Skelettmuskulatur der Muskel nicht nach dem 'Alles-oder-Nichts'-Gesetz erregt, sondern nur kleine Regionen bzw. einzelne Fasern. Damit ist eine abgestufte Kontraktion der Muskeln möglich. Je nach Kraftanforderungen werden somit mehr oder weniger Fasern bzw. kleine Bezirke erregt. Nur dadurch, dass die erregten Fasern bzw. kleine Regionen statistisch verteilt kontrahieren, kommt es zu einer glatten Kontraktion des Muskels.

2.8 Die Verdauungs-, Ausscheidungs- und Sexualorgane

Zu den Verdauungsorganen müssen wir schon die Mundhöhle hinzurechnen, in der die zugeführten Feststoffe zerkleinert und mit Speichel vermischt werden. Durch die Speiseröhre gelangen diese, ebenso wie die Flüssigkeit, in den Magen, in dem im sauren Milieu unter fortwährender Bewegung die Zersetzung und Durchmischung der zugeführten Substanzen beginnt.

Portionsweise wird das so verarbeitete Gemisch in das basische Milieu des Darms abgegeben, wo unter Zugabe weiterer Enzyme der Abbau fortgesetzt wird. Wichtige Drüsen sind die Leber, die das Gallensekret abgibt, und die Bauchspeicheldrüse. Der Dünndarm ist mit Darmzotten reichlich besetzt, womit seine Oberfläche vergrößert wird und es zu einem engen Kontakt zwischen dem Blutstrom in den Kapillaren und dem Darminhalt kommt. Auf diese Weise werden hier Nährstoffe entzogen. Die nicht resorbierten Substanzen gelangen vom Dünndarm in den Dickdarm, wo ein Wasserentzug vorgenommen wird und die Substanz durch Gärung und Fäulnis mittels Bakterien in Kot umgewandelt wird. Da es keine direkte Verbindung zur Niere gibt, um das Wasser unmittelbar abführen zu können, wird dieses Wasser über den Blutstrom abgeführt. Über den Mastdarm gelangt der Kot schließlich zum Ausgang. Neben dem Magen-Darm-Trakt ist die Leber ein wichtiges Stoffwechselorgan. Sie sorgt für die Entgiftung des Körpers und ist gleichzeitig ein Speicher für Kohlehydrate und Fette. Die Nieren bereiten den Harn auf, indem sie schädliche Stoffwechselprodukte, die an anderen Orten entstanden sind, zusammen mit Wasser ausscheiden. Dadurch wird das innere Milieu der Gewebe reguliert, der Salz-Wasser-Haushalt ausgeglichen und die Wasserstoffionenkonzentration konstant

gehalten.

Die Ausscheidung geschieht in zwei Schritten. Zuerst entsteht ein Ultrafiltrat des Blutplasmas, der Primärharn. Er enthält die gelösten Stoffe in gleicher Konzentration wie im Körper. Abgetrennt sind lediglich Eiweißkörper. Täglich fallen etwa 150l Primärharn an. Es ist also eine weitere Aufgabe der Niere, diesen Primärharn zu konzentrieren. Besonders Wasser, aber auch Glukose, wird resorbiert und damit die Harnmenge auf 1% reduziert, Die restlichen 99% werden über das Blut wieder in den Körperkreislauf zurückgeführt. Der so entstehende Sekundärharn verlässt über die Harnleiter die Nieren und gelangt in die Blase und schließlich über die Harnröhre ins Freie.

Die Produktion der Geschlechtszellen (Ei bzw. Samenzellen), deren Vereinigung und die Pflege des Keims setzen eine spezifische Differenzierung der Geschlechtsorgane voraus. Zu diesen gehören

- die Keimdrüsen (Gonaden), die Eierstöcke und Hoden, die Geschlechtszellen und Hormone produzieren,
- die Geschlechtswege für den Transport der Geschlechtszellen,
- die Geschlechtsdrüsen, deren Sekret die Vereinigung der Geschlechtszellen begünstigt,
- die äußeren Geschlechtsorgane, die der geschlechtlichen Vereinigung dienen und
- die Gebärmutter zur Aufzucht des Keims.

Weibliche und männliche Geschlechtsorgane gehen aus der gleichen indifferenten Anlage hervor.

2.9 Das Immunsystem

Um sich vor körperfremden organischen Substanzen (Antigene), Infektionen mit pathogenen Mikroorganismen (Krankheitserregern) und anormalen Zellen wirksam zu wehren, besitzt der Organismus ein hochentwickeltes Immunsystem. An der Abwehr beteiligt sind Organe des lymphatischen Systems, mobile im gesamten Organismus verteilte Zellen – vor allem die Leukozyten und Phagozyten¹³ – und Moleküle. Die damit mögliche Immunität, d.h. Unempfindlichkeit gegen Krankheitserregern bzw. Schutz vor der Wirkung schädlicher Substanzen, wird entweder durch eine unspezifische, angeborene oder spezifische, erworbene Immunantwort hervorgerufen.

Eine unspezifische Immunität ist von Geburt an vorhanden und auch ohne eine vorherige Infektion mit einem bestimmten Krankheitserreger funktionsfähig. Verantwortlich für eine unspezifische Abwehrreaktion sind sowohl mobile Zellen als auch in der Körperflüssigkeit gelöste Stoffe (humorale¹⁴ Abwehrsysteme), wie das Lysozym und das Interferon.

Eine spezifische Immunität muss man im Gegensatz zur unspezifischen erst erwerben, d.h. erlernen und “im Gedächtnis” behalten. Um gegen einen bestimmten Krankheitserreger immun zu werden, ist es daher erforderlich, sich zuvor mit diesem Krankheitserreger zu infizieren, damit entsprechende Stoffe im Körper – so genannte Antikörper – zur Abwehr gebildet werden können. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass der Krankheitserreger selbst Stoffe – so genannte Antigene – enthält oder produziert, die die Bildung dieser Antikörper hervorrufen (aktive Immunisierung). Damit auch spätere Infektionen mit diesem Krankheitserreger erfolgreich bekämpft werden können, wird vom Organismus dafür gesorgt, dass diese Antikörper nach Abwehr der ersten Infektion hinaus permanent zur Verfügung stehen. Nachteil dieser aktiven Immunisierung ist jedoch, dass der Körper bei der ersten Infizierung zuerst dem Antigen entsprechende Antikörper erzeugen

¹³Phagozyten: Fresszellen

¹⁴humoral: die Körperflüssigkeiten betreffend (de Gruyter Verlag, 1990)

muss, um diese Infektion abzuwehren. Daher wird häufig ein Serum injiziert, in dem bereits Antikörper enthalten sind (passive Immunisierung), um eine unmittelbare Abwehr auf die Infektion einzuleiten. Eine passive Immunisierung ist jedoch von nur kurzer Dauer und außerdem werden dadurch dem Körper viele andere fremde Stoffe zugeführt, gegen die der Organismus ebenfalls Antikörper zu produzieren beginnt. Somit besteht dabei immer die Gefahr einer äußerst starken Abwehrreaktion, die mitunter tödlich enden kann.

Kapitel 3

Grundlagen

Nachfolgend werden einige elektrische und thermodynamische Grundlagen besprochen, allerdings nur insofern wie sie zum Verständnis der folgenden Kapitel gebraucht werden.

3.1 Elektrotechnische Grundlagen

Zunächst werden wichtige Gesetzmäßigkeiten der Elektrotechnik besprochen, mit denen die interessierenden Größen einer Schaltung wie die Spannung, der Strom und die Impedanz¹ bestimmt werden können. Da man bei der Abnahme bioelektrischer Signale es in der Regel mit Wechselströmen und Wechselspannung zu tun hat, werden auch in knapper Übersicht mathematische Hilfsmittel in der für die Elektrotechnik zur Beschreibung dieser Vorgänge üblichen Form angesprochen. Darüber hinaus werden zur Auswahl geeigneter Übertragungstrecken und Verstärker notwendige elektrotechnische Grundlagen behandelt und in der Medizintechnik gebräuchliche Verstärkerschaltungen vorgestellt.

3.1.1 Elektrisches Potential und elektrische Spannung

Zuvor sollen hier allerdings kurz die Begriffe Potential und Spannung, so wie sie im weiteren Verlauf verwendet werden, erklärt werden. In Abschnitt 3.4.5 wird dann das elektrische Potential noch etwas genauer betrachtet². Für das Potential wird das Symbol Φ für die Spannung U verwendet. Beide Größen besitzen die Einheit Volt V . Der Unterschied zwischen dem Potential Φ und der Spannung U liegt in deren Bestimmbarkeit. Es ist eine physikalische Tatsache, dass jede elektrisch leitende Phase³ ein inneres Potential Φ besitzt. Seine theoretische Größe wird auf einen unendlich weit entfernten virtuellen Punkt im Vakuum bezogen, an dem per Definition das Potential Null ist. Es ist somit stets unbestimmt, da es nie gemessen werden kann. Eine Spannung U dagegen entspricht der Differenz zweier Potentiale Φ und ist daher – zumindest theoretisch – immer bestimmbar. Man kann deshalb nie den Absolutwert des Potentials eines Gegenstandes angeben, sondern nur eine Spannung zwischen dem interessierenden Potential und einem zuvor definierten

¹Mit Impedanz werden die komplexen Widerstände bezeichnet.

²Dieser Abschnitt wurde deshalb in den thermodynamischen Teil verlegt, da er im Zusammenhang mit dem chemischen Potential (Abschnitt 3.4.4) behandelt werden sollte.

³Unter einer Phase versteht man einen homogenen Bereich, der nicht unbedingt zusammenhängend sein muss, den man aber innerhalb eines heterogenen Bereichs physikalisch abtrennen kann.

Bezugspotential bestimmen. Zum Vergleich, zur Auswertung oder Überprüfung auf Reproduzierbarkeit von Messergebnissen muss daher stets das gewählte Bezugspotential bekannt sein, um sinnvolle Aussagen treffen zu können.

3.1.2 Wichtige Gesetzmäßigkeiten der Elektrotechnik

Drei der wichtigsten Gesetzmäßigkeiten der Elektrotechnik sind das *Ohmsche Gesetz*, die *Kirchhoffsche Knotenpunktgleichung* und die *Kirchhoffsche Maschengleichung*. Sie sollen daher in diesem Abschnitt näher erläutert werden, wobei die dazu verwendeten Symbole $\underline{U}$, $\underline{I}$ und $\underline{Z}$ komplexe Größen sind. Komplexe Größen werden hier wie in der Elektrotechnik häufig üblich unterstrichen dargestellt. Auf die Rechnung mit komplexen Größen wird anschließend im Abschnitt 3.1.3 detaillierter eingegangen.

3.1.2.1 Das Ohmsche Gesetz

Die allgemeine Formulierung des Ohmschen Gesetzes lautet

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}, \quad (3.1)$$

wobei $\underline{U}$ die an der Impedanz $\underline{Z}$ abfallende Spannung und $\underline{I}$ der durch $\underline{Z}$ fließende Strom ist (siehe Abb. 3.1). Sind zwei dieser Größen bekannt, kann die dritte berechnet werden. Wird z.B. die Spannung und der Strom am Eingang einer Schaltung gemessen, lässt sich deren Eingangsimpedanz über Gl. (3.1) bestimmen.

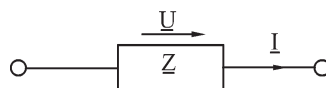


Abb. 3.1: Strom und Spannung an einer Impedanz

3.1.2.2 Kirchhoffsche Knotenpunktgleichung

Die Kirchhoffsche Knotenpunktgleichung besagt, dass in einem quellen- und senkenfreien Knoten⁴ die Summe aller Ströme Null ist, d.h. der in einen Knoten hineinfließende Strom ist ebenso groß wie der aus ihm herausfließende. Liegen an dem j -ten Knoten n Ströme $\underline{I}_i^j$ an, gilt daher gemäß der Kirchhoffschen Knotenpunktgleichung

$$\sum_{i=1}^n \underline{I}_i^j = 0. \quad (3.2)$$

In Abb. 3.2 ist beispielhaft ein Knoten, an dem sechs Ströme anliegen, dargestellt. Die Richtung der Strompfeile kann zu Beginn der Berechnung willkürlich festgelegt werden, sie muss aber während der gesamten Berechnungsdauer beibehalten werden. Vereinbarungsgemäß besitzen hier Ströme, die zu einem Knoten hinfließen ein positives, aus einem Knoten fließende Ströme ein negatives Vorzeichen. Es gilt daher für die in Abb. 3.2 eingezeichneten Ströme am Knoten j

$$-\underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 - \underline{I}_5 = 0.$$

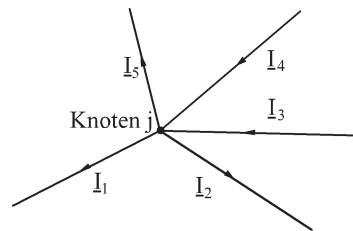


Abb. 3.2: Ströme an einem Knoten

Für eine Schaltung mit k Knoten gilt allgemein, dass $k - 1$ unabhängige Knotenpunktgleichungen aufgestellt werden können. Die k -te Knotenpunktgleichung ist eine Folge aller $k - 1$ Knotenpunktgleichungen.

3.1.2.3 Kirchhoffsche Maschengleichung

Die Kirchhoffsche Maschengleichung besagt, dass die Summe aller in einer Masche⁵ befindlichen Spannungen Null ist. Liegen in der j -ten Masche n Spannungen $\underline{U}_i^j$, gilt daher gemäß der Kirchhoffschen Maschengleichung

$$\sum_{i=1}^n \underline{U}_i^j = 0. \quad (3.3)$$

Die in Abb. 3.3 gezeigte Beispielschaltung besitzt drei Maschen, deren Richtungssinn ebenso wie die Richtung der eingezeichneten Spannungspfeile auch hier zu Beginn der Berechnung willkürlich festgelegt werden kann. Sie müssen aber ebenfalls während der gesamten Berechnungsdauer beibehalten werden. Vereinbarungsgemäß besitzen hier Spannungen, deren Spannungspfeil dem Richtungssinn der Masche gleichen ein positives, entgegengesetzt gerichtete ein negatives Vorzeichen. Man erhält somit für die drei Maschen folgende Maschengleichungen

$$\begin{array}{lcl} \text{Masche 1:} & -\underline{U}_0 & + \underline{U}_1 + \underline{U}_3 = 0 \\ \text{Masche 2:} & & \underline{U}_2 - \underline{U}_3 = 0 \\ \text{Masche 3:} & -\underline{U}_0 & + \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 0 \end{array}$$

Analog zu den Knotenpunktgleichungen gilt für eine Schaltung mit m Maschen allgemein, dass $m - 1$ unabhängige Maschengleichungen aufgestellt werden können und die m -te Maschengleichung aus den $m - 1$ Maschengleichungen resultiert. Die Anzahl $m - 1$ unabhängiger Maschengleichungen kann bei einer Schaltung mit k Knoten und z Zweigen⁶ ermittelt werden zu

$$m - 1 = z - (k - 1). \quad (3.4)$$

3.1.2.4 Beispielschaltung

In Abb. 3.3 ist eine Beispielschaltung angegeben, an der obige Gesetzmäßigkeiten angewendet werden sollen. Sie besteht aus einer Spannungsquelle $\underline{U}_0$ und drei komplexen Widerständen $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ und $\underline{Z}_3$, deren Größen

⁴Unter einem Knoten versteht man eine Verzweigungsstelle von Strömen

⁵Unter einer Masche versteht man einen geschlossenen, kreuzungsfreien Strompfad in der Schaltung, wobei kein Strompfad mehrmals benutzt werden darf.

⁶Ein Zweig ist die Verbindung zweier Knoten

bekannt sein sollen. Gesucht werden demnach die Ströme und Spannung durch die drei Widerstände, sechs unbekannte Größen also für die sechs unabhängige Gleichungen benötigt werden.

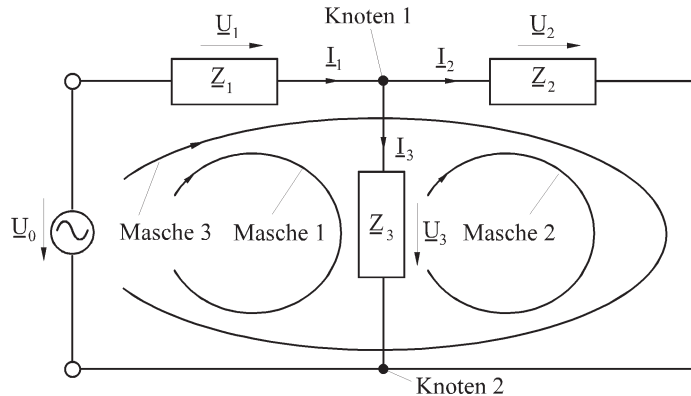


Abb. 3.3: Beispielschaltung

Wie man aus der Abb. 3.3 erkennen kann, besitzt die Schaltung zwei Knoten und drei Zweige und somit eine unabhängige Knotenpunktgleichung und gemäß Gl. (3.4) zwei unabhängige Maschengleichungen. Damit erhält man mit dem Ohmschen Gesetz für die drei Impedanzen die erforderlichen sechs unabhängigen Gleichungen.

Zur Ermittlung der gesuchten Ströme und Spannungen werden der Knoten 1 und die Maschen 1 und 2 ausgewählt. Die Wahl des Richtungssinns der Maschen bzw. der Richtung der Strom- und Spannungspfeile kann man Abb. 3.3 entnehmen. Man erhält somit folgende Gleichungen

- Ohmsches Gesetz

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 \quad (3.5)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 \quad (3.6)$$

$$\underline{U}_3 = \underline{Z}_3 \underline{I}_3. \quad (3.7)$$

- Kirchhoffsche Knotenpunktgleichung

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0. \quad (3.8)$$

- Kirchhoffsche Maschengleichung

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_3 - \underline{U}_0 = 0 \quad (3.9)$$

$$\underline{U}_2 - \underline{U}_3 = 0. \quad (3.10)$$

Aus Gl. (3.10) folgt

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_3. \quad (3.11)$$

Gl. (3.11) eingesetzt in Gl. (3.6) ergibt

$$\begin{aligned} \underline{Z}_2 \underline{I}_2 &= \underline{Z}_3 \underline{I}_3 \\ \text{bzw.} \quad \underline{I}_2 &= \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \underline{I}_3. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Damit erhält man mit Gl. (3.8)

$$\underline{I}_1 = \left(1 + \frac{Z_3}{Z_2}\right) \underline{I}_3. \quad (3.13)$$

Es folgt daraus mit Gl. (3.10)

$$\begin{aligned} \underline{U}_0 &= \underline{Z}_1 \left(1 + \frac{Z_3}{Z_2}\right) \underline{I}_3 + \underline{Z}_3 \underline{I}_3 \\ \text{und mit} \quad \underline{H} \underline{N} &= \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 \\ \underline{I}_3 &= \frac{\underline{Z}_2}{\underline{H} \underline{N}} \underline{U}_0. \end{aligned}$$

Für den Strom $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$ ergibt sich demnach gemäß den Gln. (3.13) und (3.12)

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{\underline{H} \underline{N}} \underline{U}_0 \\ \underline{I}_2 &= \frac{\underline{Z}_3}{\underline{H} \underline{N}} \underline{U}_0. \end{aligned}$$

Somit erhält man für die Spannungen $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ und $\underline{U}_3$ mit Hilfe der Ohmschen Gleichungen (3.5), (3.6) und (3.7)

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{H} \underline{N}} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_2 &= \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{H} \underline{N}} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_3 &= \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{H} \underline{N}} \underline{U}_0. \end{aligned}$$

3.1.3 Komplexe Rechnung

Da, wie im Abschnitt 3.2 noch gezeigt wird, sich bioelektrische Signale aus harmonischen Schwingungen unterschiedlicher Amplitude, Frequenz und Phase zusammensetzen, bietet es sich an, sie mit Hilfe der komplexen Rechnung zu beschreiben, deren Grundlage ebenfalls die harmonischen Schwingungen bilden (Gln. (3.19) und (3.16)). Eine komplexe Zahl z besteht aus einem Realteil $\operatorname{Re}\{z\}$ und einem Imaginärteil $\operatorname{Im}\{z\}$. Der Imaginärteil, der eine reelle Zahl darstellt, wird mit der *imaginären Einheit* multipliziert und dadurch eine imaginäre Zahl. Für die imaginäre Einheit wird in der Technik im allgemeinen das Symbol j verwendet⁷. Für die imaginäre Einheit gilt

$$j^2 = -1 \quad \text{bzw.} \quad j = \sqrt{-1}.$$

Eine komplexe Zahl kann in der kartesischen (Gl. (3.14)), in Polarkoordinaten (Gl. (3.15)) und – mittels der Euler-Beziehung (Gl. (3.19)) – in der Euler Darstellung (Gl. (3.16)) angegeben werden. Es gilt

$$z = \operatorname{Re}\{z\} + j \operatorname{Im}\{z\} \quad (3.14)$$

$$z = |z| (\cos(\varphi) + j \sin(\varphi)) \quad (3.15)$$

$$z = |z| e^{j\varphi} \quad (3.16)$$

mit

$$|z| = \sqrt{z z^*} = \sqrt{\operatorname{Re}\{z\}^2 + \operatorname{Im}\{z\}^2} \quad (3.17)$$

$$\varphi = \arg(z) \quad (3.18)$$

$$e^{j\varphi} := \cos(\varphi) + j \sin(\varphi). \quad (3.19)$$

⁷In der Mathematik findet man dagegen häufig das Symbol i für die imaginäre Einheit.

$|z|$ heißt der Betrag, z^* die konjugiert komplexe Zahl (Gl. (3.23)) und φ das Argument der komplexen Zahl z . In der Technik wird das Argument der komplexen Zahl auch als dessen Phase bezeichnet. Für den Wertebereich des Arguments bzw. der Phase von z gilt

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

Zur Berechnung der Phase φ bieten sich folgende Gleichungen an

$$\varphi = \arccos \frac{\operatorname{Re}\{z\}}{|z|} \quad (3.20)$$

$$\varphi = \arcsin \frac{\operatorname{Im}\{z\}}{|z|} \quad (3.21)$$

$$\varphi = \arctan \frac{\operatorname{Im}\{z\}}{\operatorname{Re}\{z\}}. \quad (3.22)$$

Dabei muss zur exakten Bestimmung der Phase von z stets beachtet werden in welchem Quadranten der Real- und Imaginärteil liegt.

Der Betrag $|z|$ entspricht der Wurzel aus dem Produkt der komplexen Zahl z mit ihrer konjugierten komplexen Zahl z^* (Gl. (3.17)). Dabei wird die konjugiert komplexe Zahl z^* gebildet, indem das Vorzeichen des Imaginärteils der komplexen Zahl z geändert wird, d.h.

$$z^* = \operatorname{Re}\{z\} + j(-\operatorname{Im}\{z\}). \quad (3.23)$$

Eine komplexe Zahl wird somit entweder über ihren Real- und Imaginärteil oder über ihren Betrag und ihre Phase vollständig beschrieben. In Abb. 3.4 ist die graphische Darstellung der komplexen Zahl in der komplexen Ebene wiedergegeben. Aus dieser Darstellung können der Real- und Imaginärteil sowie der Betrag und die Phase der komplexen Zahl einfach abgelesen werden.

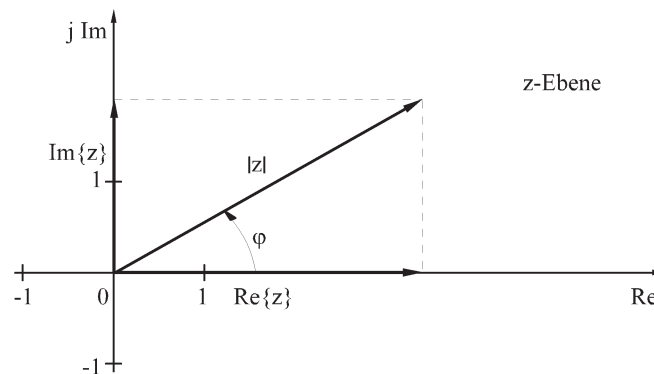


Abb. 3.4: Darstellung der komplexen Zahl in der komplexen Ebene

Als Beispiel soll ein einfaches harmonisches Signal $U(t)$ mit der Amplitude $\hat{U}$, Kreisfrequenz ω_0 und der Phase φ betrachtet werden (Abb. 3.5). Dieses Signal kann nun entweder reell

$$U(t) = \hat{U} \cos(\omega_0 t - \varphi) \quad (3.24)$$

oder mit Hilfe der Euler-Beziehung (Gl. (3.19)) komplex beschrieben werden

$$U(t) = \frac{\hat{U}}{2} \left(e^{j(\omega_0 t - \varphi)} + e^{-j(\omega_0 t - \varphi)} \right). \quad (3.25)$$

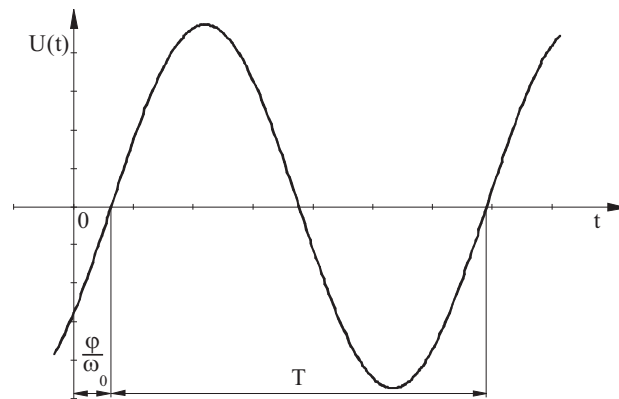


Abb. 3.5: Darstellung einer harmonischen Schwingung

Zu beachten ist, dass in Gl. (3.25) die Zeitfunktion $U(t)$ immer noch eine reelle Größe darstellt, obwohl sie komplex beschrieben wird. Es ist nun in der Elektrotechnik üblich, auch die Zeitfunktion $U(t)$ selbst durch die komplexe Größe $\underline{U}(t)$ zu ersetzen. Damit folgt für $U(t)$

$$\underline{U}(t) = \hat{U} e^{j(\omega_0 t - \varphi)} \quad (3.26)$$

$$\underline{U}(t) = \underline{\hat{U}} e^{j\omega_0 t}. \quad (3.27)$$

Die Größe $\underline{\hat{U}}$ in Gl. (3.27) wird als komplexe Amplitude bezeichnet. Für sie gilt

$$\underline{\hat{U}} = \hat{U} e^{-j\varphi}. \quad (3.28)$$

Die reelle Zeitfunktion $U(t)$ (Gl. (3.24)) entspricht, wie man leicht über die Umformung der Gl. (3.26) mit Hilfe der Gl. (3.19) erkennen kann, dem Realteil von $\underline{U}(t)$. Die Darstellung der komplexen Zeitfunktion in der komplexen Ebene ist in Abb. 3.6 angegeben. Der komplexe Zeiger $|\underline{U}(t)|$ rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0 in der komplexen Ebene. Die Phase zu einem beliebigen Zeitpunkt t_0 beträgt $(\omega_0 t_0 - \varphi)$.

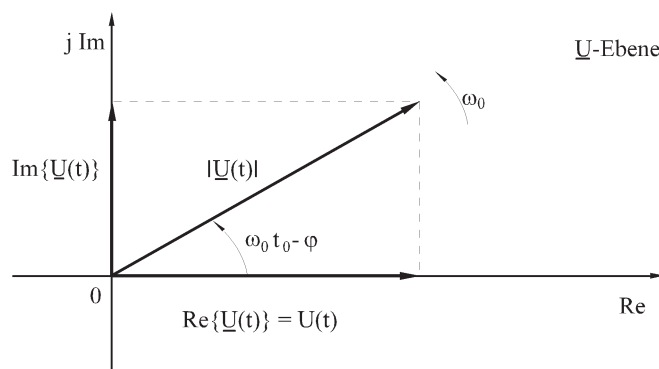


Abb. 3.6: Darstellung in der komplexen Ebene

Ein Vorteil der komplexen Schreibweise ist, dass man mit der komplexen Zeitfunktion $\underline{U}(t)$ leichter rechnen kann, als mit der reellen Funktion $U(t)$. Bei der Multiplikation z.B. werden lediglich die Beträge der komple-

zen Zahlen miteinander multipliziert und deren Phasen addiert, d.h. die unter Umständen sehr vielschichtigen trigonometrischen Umformungen entfallen. Auch sind komplexe Zahlen z.B. gewissermaßen invariant gegenüber Differenzieren und Integrieren. Eine e -Funktion differenziert bzw. integriert, ergibt wiederum eine e -Funktion.

In der Tabelle 3.7 sind für die drei Grundelemente Widerstand R , Kapazität C und Induktivität L und für eine Serienschaltung aus diesen drei Grundelementen, deren komplexer Widerstand, in der Elektrotechnik als Impedanz $\underline{Z}$ bezeichnet, und dessen Ortskurve $\underline{Z} = f(\omega)$ (siehe Abschnitt 3.1.4) in der komplexen Ebene dargestellt.

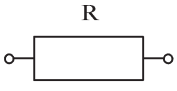
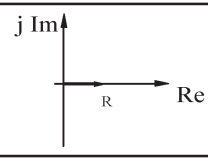
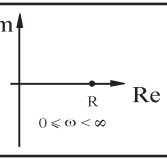
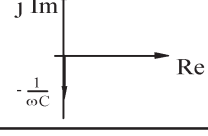
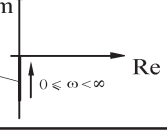
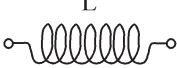
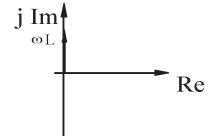
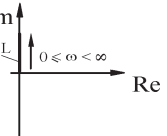
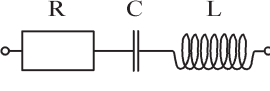
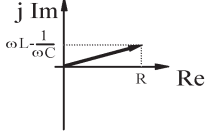
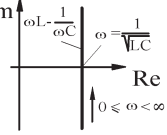
Schaltung	$\underline{Z}$	φ	Komplexe Ebene	Ortskurve
 Reibung	R	0		
 Elastizität	$-j \frac{1}{\omega C}$	$-\frac{\pi}{2}$		
 Masse	$j\omega L$	$+\frac{\pi}{2}$		
	$R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$	$\arctan \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC}$		

Abb. 3.7: Beispiele zur Darstellung der Impedanz $\underline{Z}$ und dessen Ortskurve in der komplexen Ebene

3.1.4 Ortskurven

Eine Ortskurve ist die Abbildung einer komplexen Größe in Abhängigkeit einer reellen Größe. In der Elektrotechnik ist im allgemeinen die komplexe Größe die Impedanz $\underline{Z}$ einer Schaltung, die reelle Größe die Frequenz f bzw. Kreisfrequenz ω . Zur Ermittlung der Ortskurve werden zunächst der Real- und Imaginärteil der komplexen Größe getrennt angeschrieben. Im einfachsten Fall sind beide Teile unabhängig von der reellen Variablen, d.h. die Ortskurve entspricht einem Punkt in der komplexen Ebene für alle Werte der unabhängigen Variablen. Zwei weitere einfache Sonderfälle ergeben sich, wenn entweder der Real- oder Imaginärteil von der reellen Größe unabhängig ist. Auch dann lässt sich die Ortskurve sehr einfach bestimmen. Sie ist in diesen Fällen entweder eine Parallele zur Achse für den Imaginär- oder Realteil in der komplexen Ebene. Ein Beispiel dazu wird in Abschnitt 3.1.4.1 besprochen werden. Sind beide Teile von der unabhängigen Variablen abhängig, kann die Ortskurve in vielen Fällen folgendermaßen bestimmt werden. Man löst entweder den Real- oder Imaginärteil nach der unabhängigen Variablen auf und setzt hernach die ermittelte Lösung in den jeweils anderen Teil ein. Aus der damit erhaltenen Gleichung kann man entweder

eine Funktion des Realteils vom Imaginärteil oder umgekehrt ableiten. Auch dazu wird im Abschnitt 3.1.4.1 ein Beispiel gezeigt.

3.1.4.1 Beispiele zur Bestimmung von Ortskurven

An zwei einfachen Beispielen sollen deren Ortskurven bestimmt werden. Bei dem ersten Beispiel handelt es sich um eine Serienschaltung aus einem Widerstand R_r und einer Kapazität C (Abb. 3.8).

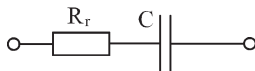


Abb. 3.8: Schaltungsaufbau

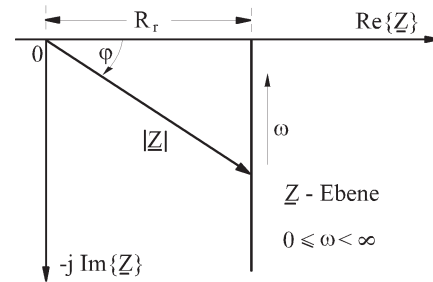


Abb. 3.9: Ortskurve nebenstehender Schaltung

Die Impedanz $\underline{Z}$ dieser Schaltung ist

$$\underline{Z} = R_r + \frac{1}{j\omega C} = R_r - j\frac{1}{\omega C}$$

Damit erhält man für den Real- bzw. Imaginärteil von $\underline{Z}$

$$\operatorname{Re}\{\underline{Z}\} = R_r \quad (3.29)$$

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}\} = -\frac{1}{\omega C}. \quad (3.30)$$

Wie man an den Gln. (3.29) und (3.30) erkennen kann, ist nur der Imaginärteil von $\underline{Z}$ von der unabhängigen reellen Variablen ω abhängig. Dies ist somit einer der oben genannten Sonderfälle in denen sich die Ortskurve sehr leicht bestimmen lässt. Sie ist, wie man sich leicht überzeugen kann, eine Parallele zur Imaginärachse der $\underline{Z}$ -Ebene. Zur vollständigen Bestimmung der Ortskurve sind nurmehr zwei verschiedene Punkte zu ermitteln, da die Impedanz $\underline{Z}$ nur die zwei unbekannten Größen R_r und C besitzt. Hier sollen dafür die Werte an den Grenzen von ω nämlich bei Null und Unendlich bestimmt werden. Man erhält somit mit Gl. (3.30)

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow 0} \operatorname{Im}\{\underline{Z}\} &= -\infty \\ \lim_{\omega \rightarrow \infty} \operatorname{Im}\{\underline{Z}\} &= 0. \end{aligned}$$

Der Imaginärteil von $\underline{Z}$ verläuft somit von $-\infty$ für $\omega = 0$ bis 0 für $\omega = \infty$. Da der Realteil konstant und R_r stets positiv ist, bleibt die Ortskurve von $\underline{Z}$ für alle Werte von ω im rechten unteren Quadranten der $\underline{Z}$ -Ebene. In Abb. 3.9b ist die Ortskurve für diese Serienschaltung angegeben. Es sind dort auch der Betrag $|\underline{Z}|$ und die Phase φ der Impedanz $\underline{Z}$ eingezeichnet.

Das zweite Beispiel besteht aus einer Serienschaltung eines Widerstandes R_r mit einer Parallelschaltung aus einem Widerstand R_p und einer Kapazität C (Abb. 3.10).

Die Impedanz $\underline{Z}$ dieser Schaltung ist

$$\underline{Z} = R_r + \frac{R_p}{1 + \omega^2 R_p^2 C^2} - j \frac{R_p^2 \omega C}{1 + \omega^2 R_p^2 C^2} \quad (3.31)$$

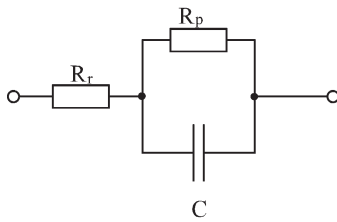


Abb. 3.10: Schaltungsaufbau

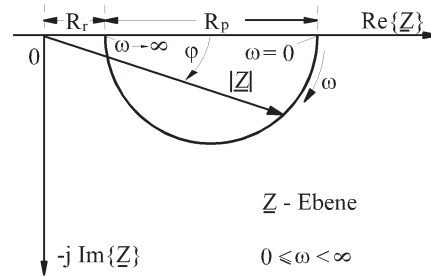


Abb. 3.11: Ortskurve nebenstehender Schaltung

Damit erhält man in diesem Beispiel für den Real- bzw. Imaginärteil von $\underline{Z}$

$$\operatorname{Re}\{\underline{Z}\} = R_r + \frac{R_p}{1 + \omega^2 R_p^2 C^2} \quad (3.32)$$

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}\} = -\frac{R_p^2 \omega C}{1 + \omega^2 R_p^2 C^2}. \quad (3.33)$$

Aus den Gln. (3.32) und (3.33) wird deutlich, dass sowohl der Real- als auch der Imaginärteil von $\underline{Z}$ von der unabhängigen reellen Variablen ω abhängig sind. Damit gilt es zu versuchen, eine funktionelle Abhängigkeit eines Teils vom anderen zu ermitteln. In diesem Beispiel soll Gl. (3.32) nach der unabhängigen Variablen ω aufgelöst werden. Man findet dabei

$$\omega = \sqrt{\frac{R_r + R_p - \operatorname{Re}\{\underline{Z}\}}{(\operatorname{Re}\{\underline{Z}\} - R_r) R_p^2 C^2}}. \quad (3.34)$$

Gl. (3.34) in Gl. (3.33) eingesetzt ergibt

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}\} = -\sqrt{R_p \operatorname{Re}\{\underline{Z}\} - R_p R_r + 2 R_r \operatorname{Re}\{\underline{Z}\} - R_r^2 - \operatorname{Re}\{\underline{Z}\}^2}. \quad (3.35)$$

Wird auf beiden Seiten der Gl. (3.35) quadriert, erhält man nach ein paar Umformungen

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}\}^2 + \left[\operatorname{Re}\{\underline{Z}\} - \frac{1}{2} (R_p + 2R_r) \right]^2 = \frac{1}{4} R_p^2. \quad (3.36)$$

Dies entspricht einer Kreisgleichung mit Mittelpunkt bei $[(R_r + 1/2 R_p), 0]$ und Radius $1/2 R_p$ (Bronstein und Semendjajew, 1983, S. 275).

Zur vollständigen Bestimmung der Ortskurve werden wiederum drei Punkte bestimmt; nämlich wieder an den beiden Grenzen – bei Null und Unendlich – und für $\omega = 1/(R_p C)$. Man erhält somit mit den beiden Gln. (3.32) und (3.33) die in der Tabelle 3.1 angegebenen Werte.

ω	$\operatorname{Re}\{\underline{Z}\}$	$\operatorname{Im}\{\underline{Z}\}$
0	$R_r + R_p$	0
$1/R_p C$	$R_r + 1/2 R_p$	$-1/2 R_p$
∞	R_r	0

Tab. 3.1: Wertetabelle zum Zeichnen der Ortskurve für die Schaltung in Abb. 3.10

Damit findet man die in Abb. 3.11 abgebildete Ortskurve für dieses Beispiel. Sie ist zunächst für $\omega = 0$ rein reell und verläuft dann entlang eines Halbkreises im rechten unteren Quadranten der $\underline{Z}$ -Ebene bis sie

letztendlich für $\omega = \infty$ wieder rein reell wird. Auch ist hier wie beim ersten Beispiel der Betrag $|\underline{Z}|$ und die Phase φ der Impedanz $\underline{Z}$ eingetragen.

3.2 Grundlagen der Signalverarbeitung

Ein Teilgebiet der Biomedizinischen Technik ist die Messung und Auswertung physiologischer Größen. Bei der Abnahme dieser Signale wird man jedoch, wie im Abschnitt 1.4 bereits besprochen, im allgemeinen mit vielen Schwierigkeiten konfrontiert. Eine davon ist die teilweise sehr geringe Größe des zu messenden Signals, die um Größenordnungen kleiner sein kann, als die der ständig vorhandenen Störpotentiale. So liegen z.B. die Signalspannungen des Elektroencephalogramms (EEG) im μV , die des Elektrokardiogramms (EKG) im unteren mV Bereich, die von den Elektroden erzeugten Störpotentiale dagegen im Bereich einiger 100 mV bis wenigen Volt. Damit sind diese Störspannungen etwa um den Faktor $10^4 - 10^6$ größer als die tatsächlich interessierenden Messspannungen.

Die Schwierigkeiten, die sich hieraus ergeben, sind zum einen im Rahmen kostengünstiger und technisch realisierbarer Vorgaben die Wahl einer geeigneten Verstärkerschaltung, die vor der Verstärkung die vorhandenen Störpotentiale hinreichend unterdrückt, so dass die Informationen des Messsignals nicht im Störsignal untergehen. Und zum anderen die Auswahl einer in vielen Fällen notwendigen, geeigneten Übertragungsstrecke, um das Messsignal möglichst verzerrungsfrei zu übertragen. Außerdem werden die aufgenommenen Signale häufig abgetastet und digitalisiert, damit auf sie die vielfältigen Werkzeuge der digitalen Signalverarbeitung angewendet werden können. Damit eine erfolgreiche Auswahl für Verstärker und Übertragungsstrecke getroffen und das Signal möglichst ohne Informationsverlust abgetastet werden kann, sind daher Kenntnisse über die Struktur des interessierenden Messsignals erforderlich.

Die Struktur eines Signals kann dabei sowohl aus seinem Zeit- als auch Frequenzbereich bestimmt werden. Da das Signal üblicherweise als Zeitsignal vorliegt, spricht man in diesem Fall auch von der Originalfunktion des Signals, während man die Frequenzbereichsdarstellung als Bildfunktion bezeichnet. Prinzipiell sind beide Beschreibungen gleichwertig, da sie beide die gleiche Information besitzen. Der Unterschied liegt häufig darin, dass diese Information in der einen Beschreibungsform nicht oder nur sehr schwer zu erkennen ist, während sie in der anderen Form deutlich sichtbar ist. Aus einigen Signalen wie dem Elektroencephalogramm und denen der Magnetresonanztomographie können die gewünschten Informationen beispielsweise erst über deren Bildfunktion gewonnen werden. Der Frequenzbereich ist jedoch nicht nur ein rein mathematisches Konstrukt. Auch bestimmte Sinne des Menschen verarbeiten Signale im Frequenzbereich, wie das Gehör, das mechanische Schwingungen als Töne unterschiedlicher Höhe wahrnimmt, und der Gesichtssinn, der die Frequenz von einfallender elektromagnetischer Strahlung in unterschiedlichen Farbtönen kodiert.

Um daher den Frequenzbereich eines gemessenen Zeitsignals zu bestimmen, ist es wichtig, Methoden zu kennen, um ein Zeitsignal in seinen Frequenzbereich zu transformieren. Dazu bieten sich die im nachfolgenden Abschnitt 3.2.1 vorgestellten Fourier-Verfahren an. Sie wurden hier deshalb ausgewählt, weil sie auf jedes physiologische Signal anwendbar sind, da diese alle dafür notwendigen Bedingungen erfüllen. Es wird dabei in den folgenden Abschnitten allerdings nicht auf die Herleitung der dort angegebenen Formeln eingegangen, sondern nur deren Ergebnis angegeben. Eine detaillierte Beschreibung kann z.B. in Marko (1982) oder Lücke (1999) nachgelesen werden. In Anhang A sind häufig verwendete Grundbegriffe im Zusammenhang der Signalverarbeitung zusammengefasst.

3.2.1 Die Fourier–Verfahren

Fourier fand, dass man Signale, wenn sie bestimmte Bedingungen erfüllen, wie das z.B. bei physiologischen Signalen der Fall ist, auch über Sinus- und Kosinusschwingungen verschiedener Frequenzen und Amplituden beschreiben kann. Dazu wurden für die verschiedenen Signaltypen – analog periodische Signale, analog aperiodische Signale und diskrete Signale – Beschreibungsmethoden entwickelt, mit denen man entweder diese in den Zeitsignalen enthaltenen Amplituden der Frequenzen, d.h. deren Spektren, bestimmen kann bzw. wie man aus einem Frequenzspektrum das dazugehörige Zeitsignal erhält. Man bezeichnet, wie oben bereits erwähnt, das Frequenzsignal auch als das Bildsignal des entsprechenden Zeitsignals. Da analog periodische und aperiodische Signale hinsichtlich ihrer Struktur verschieden sind, ergeben sich zwei Verfahren, nämlich die Fourier–Reihe und die Fourier–Transformation. Werden die Signale diskretisiert lässt sich das entsprechende Frequenzspektrum über die Fourier–Transformation zeitdiskreter Signale oder über die diskrete Fourier–Transformation bzw. Fast-Fourier–Transformation bestimmen.

3.2.1.1 Die Fourier–Reihe

Jede periodische Funktion $u_p(t) = u_p(t+T)$, die innerhalb ihrer Periodendauer T integrierbar ist und zudem nur endlich viele Unstetigkeiten besitzt, deren links- bzw. rechtsseitiger Grenzwert definiert sein muss, lässt sich in eine so genannte Fourier–Reihe zerlegen bzw. aus einer solchen Reihe synthetisieren. Diese Reihe setzt sich dann aus einem Gleichanteil und einer Summe von Sinus- und Kosinusfunktionen zusammen (Gln. (3.39) – (3.42)). Die Grundfrequenz f_0 der Sinus- und Kosinusfunktionen, auch 1. Harmonische genannt, entspricht dabei der reziproken Periodendauer T des Signals, d.h. die Grundkreisfrequenz⁸ ω_0 des Signals errechnet sich zu

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T}. \quad (3.37)$$

Alle weiteren möglichen Frequenzen f_r des Signals sind ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz f_0 und werden als ‘Oberwellen’ oder, falls die Grundfrequenz im hörbaren Bereich liegt, als ‘Obertöne’ bezeichnet. Sie berechnen sich demnach zu:

$$f_r = (r+1)f_0 \quad \text{mit} \quad r = 1, 2, \dots \quad (3.38)$$

In den nachfolgenden Gln. (3.39) bis (3.42) sind mögliche Schreibarten der Fourier–Reihe angegeben.

$$u_p(t) = a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} [a_r \cos(r\omega_0 t) + b_r \sin(r\omega_0 t)] \quad (3.39)$$

$$= a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} c_r \cos(r\omega_0 t - \varphi_r) \quad (3.40)$$

$$= a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} \operatorname{Re} \left\{ c_r e^{j(r\omega_0 t - \varphi_r)} \right\} \quad (3.41)$$

$$= \sum_{r=-\infty}^{\infty} z_r e^{jr\omega_0 t} \quad (3.42)$$

mit

⁸Es soll an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass in manchen Diagrammen wie auch Formeln oft anstelle der Frequenz f die Kreisfrequenz ω als Parameter angegeben ist. Da beide jedoch über $\omega = 2\pi f$ streng miteinander verknüpft sind, ist eine quantitative Aussage für den einen oder anderen Parameter durch eine sehr einfache Umrechnung möglich. Die Qualität der Aussage der Diagramme und Formeln ist somit in beiden Fällen stets die gleiche.

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u_p(t) dt \quad (3.43)$$

$$a_r = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u_p(t) \cos(r\omega_0 t) dt \quad (r = 1, 2, \dots, \infty) \quad (3.44)$$

$$b_r = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u_p(t) \sin(r\omega_0 t) dt \quad (r = 1, 2, \dots, \infty) \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} c_r &= \sqrt{a_r^2 + b_r^2} \\ \varphi_r &= \arctan \frac{b_r}{a_r} + k \cdot \pi \end{aligned}$$

mit $k = \begin{cases} 0 & \text{für } a_r \geq 0 \\ 1 & \text{für } a_r < 0 \text{ und } b_r \geq 0 \\ -1 & \text{für } a_r < 0 \text{ und } b_r < 0 \end{cases} \quad (3.46)$

$$z_r = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u_p(t) e^{jr\omega_0 t} dt = \begin{cases} a_0 & \text{für } r = 0 \\ (a_r - jb_r)/2 & \text{für } r > 0 \\ (a_r + jb_r)/2 & \text{für } r < 0 \end{cases} \quad (3.47)$$

Die Größe $u_p(t)$ entspricht im allgemeinen nur dann der Summe aus Sinus- und Kosinusfunktionen, wenn die Frequenz bis unendlich erstreckt wird. Besitzt die Zeitfunktion allerdings Sprünge in ihrem Verlauf, so wie die Rechteckfunktion im Beispiel im Anhang B.1.2, ergeben sich an diesen Stellen Überschwinger (siehe dazu auch Abb. B.3), die sich immer näher um die Sprungstelle konzentrieren, je mehr Frequenzen berücksichtigt werden. Dieses Verhalten wird Gibbssches Phänomen genannt.

Im Speziellen, nämlich bei frequenzbegrenzten Signalen wie sie in der Natur vorkommen, genügt es, die Summe der Sinus- und Kosinusfunktionen von der kleinsten bis zur größten auftretenden Frequenz zu erstrecken. Die Größen a_0 , a_r und b_r werden als Fourierkoeffizienten bezeichnet. Sie entsprechen, wie aus Gl. (3.39) deutlich ersichtlich, den Amplituden der jeweiligen Teilschwingungen, aus denen sich die Fourier-Reihe zusammensetzt⁹. Die mathematische Bestimmung dieser Koeffizienten wird Fourier-Analyse genannt (Niedrig, 1996, S. B36). Sie lassen sich beispielsweise mit den in den Gln. (3.43) bis (3.45) gezeigten, so genannten Eulerschen-Formeln (Bronstein et al., 1995, S. 315) berechnen. Dies ist möglich, da alle Frequenzen der Fourier-Reihe ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz f_0 sind und daher exakt in die Periodendauer T des Zeitsignals passen. Dadurch erhält man ein System orthogonaler Funktionen, bei denen das „innere Produkt“ zweier nicht identischer Funktionen verschwindet. Das innere Produkt wird dabei gebildet, indem über das Produkt zweier Funktionen das bestimmte Integral über eine Periode berechnet wird. Sind diese Funktionen nicht identisch, ist das Ergebnis Null. Bei den hier verwendeten Funktionen gilt

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi r_1 f_0 t) \cos(2\pi r_2 f_0 t) dt = \begin{cases} 0 & \text{für } r_1 \neq r_2 \\ 0.5 & \text{für } r_1 = r_2 \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sin(2\pi r_1 f_0 t) \sin(2\pi r_2 f_0 t) dt = \begin{cases} 0 & \text{für } r_1 \neq r_2 \\ 0.5 & \text{für } r_1 = r_2 \end{cases} \quad (3.49)$$

⁹Hinweis: Die Größe a_0 ist die Amplitude der Frequenz Null (keine Schwingung) und entspricht daher dem Gleichanteil und damit dem Mittelwert des Signals, wie auch anhand Gl. (3.43) ersichtlich.

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi r_1 f_0 t) \sin(2\pi r_2 f_0 t) dt = 0. \quad (3.50)$$

In den Fällen, in denen die Berechnung der Integrale nicht mehr elementar oder nur mit hohem Rechenaufwand möglich ist, kann man die Fourierkoeffizienten auch näherungsweise über numerische Verfahren bestimmen (Bronstein et al., 1995, S. 785). Da die arctan-Funktion mehrdeutig ist, müssen bei der Bestimmung der Phase φ_r (Gl. (3.46)) die Vorzeichen der Koeffizienten von a_r und b_r beachtet werden.

In vielen Fällen ist die komplexe Schreibweise der Fourierreihe (Gl. (3.42)) vorteilhaft. Das Ergebnis einer komplexen Fourieranalyse sieht jedoch auf den ersten Blick nicht gerade verständlich aus, denn es ergeben sich Werte für negative Frequenzen und zum Teil komplexe Werte für die Amplitude des Signals¹⁰. Verständlich wird die komplexe Beschreibung allerdings, wenn man die daraus resultierende Darstellung des Signals betrachtet. Gemäß der komplexen Schreibweise lässt sich nämlich das Signal als vektorielle Addition aus in der komplexen Ebene rotierenden Zeigern der Kreisfrequenzen $r\omega_0$ und komplexen Amplituden z_r interpretieren (Abb. 3.12). Im Fall eines reellen Signals bilden jeweils die zwei Zeiger gleicher Frequenz ($r\omega_0$ und $-r\omega_0$) ein konjugiert komplexes Paar, d.h. ihre komplexen Koeffizienten sind konjugiert komplex zueinander ($z_{-r} = z_r^*$). Sie rotieren jeweils mit gleicher Kreisfrequenz ($|r|\omega_0$), aber unterschiedlichem Drehsinn, der durch das Vorzeichen von r bestimmt wird (Abb. 3.12). Dadurch liegt der über die vektorielle Addition berechnete Wert stets auf der reellen Achse der komplexen Ebene. Der komplexe Wert z_r des über die Gl. (3.47) berechneten r -ten Fourierkoeffizienten gibt die Amplitude des Zeigers zum Zeitpunkt $t = 0$ an. Der Zeiger rotiert mit der Periodendauer $T/|r|$.

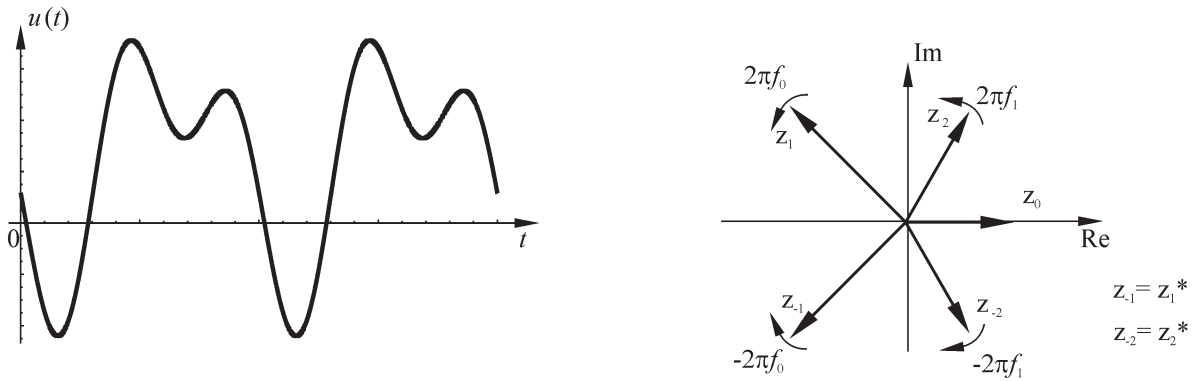


Abb. 3.12: Beschreibung des reellen Zeitsignals $u(t) = 2.5 + 4 \cdot \cos(2\pi f_1 t + 3\pi/4) + 3 \cdot \cos(2\pi f_2 t + \pi/3)$, $f_1 = 1\text{Hz}$, $f_2 = 2\text{Hz}$ mit Hilfe seiner komplexer Zeiger. Die hier dargestellte Stellung der rotierenden komplexen Zeiger ergibt nach deren vektorieller Addition den Wert der Funktion $u(t)$ zum Zeitpunkt $t = 0$.

Eine Eigenschaft spezieller Signale lässt sich direkt anhand der komplexen Schreibweise erkennen. Demnach bestehen gerade Originalfunktionen, d.h. zur y-Achse symmetrische Zeitfunktionen ausschließlich aus rein reellen Kosinusfunktionen, während die Originalfunktionen ungerader Funktionen, d.h. zum Ursprung punktsymmetrische Zeitfunktionen aus rein imaginären Sinusfunktionen zusammengesetzt sind - die Zeigerdarstellung zeigt, warum dies der Fall sein muss. Darüberhinaus existieren noch andere Eigenschaften für andere Arten von Symmetrien, dazu z.B. (Bronstein et al., 1995, S. 317). Einige Beispiele zur Fourier-Reihe können im Anhang B.1 nachgelesen werden.

¹⁰Die Koeffizienten z_r entsprechen analog den Koeffizienten a_0 , a_r und b_r den Amplituden der jeweiligen positiven und negativen Frequenzen rf_0 bzw. $-rf_0$. Sie können gemäß Gl. (3.47) komplexe Werte einnehmen.

Ein Nachteil der Fourier-Reihenentwicklung ist, dass sie nur auf periodische Signale anwendbar ist. Solche Signale gibt es jedoch nur in der Theorie, da sie keinen Anfang und kein Ende haben, d.h. zeitlich gesehen unendlich sind. Obwohl die Fourier-Reihe in der Praxis nicht angewandt werden kann, wurde sie dennoch hier erwähnt, da sie besonders anschaulich verdeutlicht, dass man im Prinzip jedes zeitliche Signal auch als ein aus Sinus- und Kosinusfunktionen verschiedener Frequenzen und Amplituden zusammengesetztes Signal betrachten kann. Die Erweiterung der Fourier-Reihe auf beliebige Signale ist die nachfolgend besprochene Fourier-Transformation.

3.2.1.2 Die Fourier-Transformation

Wie im Abschnitt 3.2.1.1 besprochen, sind in periodischen Signalen neben dem Gleichanteil nur bestimmte Frequenzen – die Grundfrequenz f_0 bzw. ganzzahlige Vielfache davon – enthalten, d.h. diese Signalformen besitzen ein diskretes Frequenzspektrum (siehe z.B. Abb. B.2). Im Gegensatz dazu findet man bei aperiodischen Signalen $u(t)$ ein kontinuierliches Frequenzspektrum (siehe z.B. Abb. B.5) und damit auch eine andere Beschreibungsmethode zur Charakterisierung dieser Signalformen, nämlich die Fourier-Transformation. Sie ist auf Signale $u(t)$ anwendbar für die gilt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)| e^{-\varepsilon|t|} dt < \infty \quad (3.51)$$

für beliebige $\varepsilon > 0$. Die entsprechenden allgemeinen Transformationsgleichungen für die Spektralfunktion (Gl. (3.52)) und Zeitfunktion (Gl. (3.53)) lauten (Marko, 1982, S. 22):

$$U(f) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} u(t) e^{-\varepsilon|t|} e^{-j2\pi ft} dt \right) \quad (3.52)$$

$$u(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} U(f) e^{-\varepsilon|f|} e^{+j2\pi ft} df \right). \quad (3.53)$$

Bei energiebegrenzten Signalen, wie z.B. den physiologischen Signalen, vereinfachen sich obige allgemeine Formeln zu:

$$U(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (3.54)$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(f) e^{+j2\pi ft} df. \quad (3.55)$$

Da alle messbaren Signale energiebegrenzt sind, werden in der Praxis im allgemeinen diese vereinfachten Gleichungen verwendet. Man bezeichnet Gl. (3.54) auch als das erste Fouriersche Integral, Gl. (3.55) als das zweite Fouriersche Integral (Marko, 1982, S. 13).

Mit Hilfe der Gl. (3.54) wird somit von einem Zeitsignal $u(t)$ das dazugehörige Frequenzspektrum $U(f)$ berechnet. Diese Gleichung stellt gewissermaßen eine Transformation eines Zeitsignals in sein entsprechendes Frequenzsignal dar und wird, da dafür das Fourier-Integral verwendet wird, auch Fourier-Transformation genannt. Demzufolge wird das Ergebnis dieser Transformation, nämlich die Fourier-Transformierte $U(f)$ auch Fourier-Spektrum genannt. Sie besitzt die Einheit Amplitude pro Frequenz und entspricht daher genau

genommen dem Amplitudendichtespektrum des Zeitsignals $u(t)$ (Lüke, 1999, S. 23). Die Rücktransformation eines Frequenzsignals $U(f)$ in sein entsprechendes Zeitsignal $u(t)$ wird inverse Fourier-Transformation genannt und lässt sich mittels Gl. (3.55) berechnen.

Für die Fourier-Transformation gelten verschiedene Rechenregeln (siehe dazu z.B. Marko (1982, S. 76ff)). Zwei davon sind der Linearitätssatz und der Faltungssatz, die hier näher erläutert werden sollen.

Der Linearitätssatz besagt, dass die Bildfunktion $U(f)$ von der Summe mehrerer Originalfunktionen $u(t) = \sum_i u_i(t)$ gleich der Summe der einzelnen Bildfunktionen ist ($U(f) = \sum_i U_i(f)$), und dass die Fourier-Transformierte einer Funktion der Form $a \cdot u(t)$ gleich $a \cdot U(f)$ ist.

Nach dem Faltungssatz (Marko, 1982, S. 97) entspricht die Multiplikation zweier Funktionen im Original- oder im Bildbereich der Faltung (siehe dazu Abschnitt 3.2.3.1) dieser Funktionen im jeweils anderen Bereich. Dies kann man sich zu Nutze machen, wenn entweder die Faltung oder die Multiplikation eine aufwendigere Operation darstellt als die jeweils andere.

Da es sich bei physikalisch sinnvollen Signalen immer um reelle Signale handelt, bilden die Werte der positiven und negativen Frequenzen wie bei der Fourier-Reihe konjugiert komplexe Paare. Deswegen kann man sich bei der Betrachtung auf die positiven Frequenzen beschränken. Häufig interessiert entweder nur der Betrag der Amplitude $|U(f)|$ oder die Phasenlage $\varphi(f)$ des Signals. Diese beiden Werte lassen sich aus dem Real- und dem Imaginäranteil der Fourier-Transformierten bestimmen zu

$$|U(f)| = \sqrt{[\operatorname{Re}\{U(f)\}]^2 + [\operatorname{Im}\{U(f)\}]^2} \quad (3.56)$$

$$\varphi(f) = \arctan \frac{\operatorname{Im}\{U(f)\}}{\operatorname{Re}\{U(f)\}} + k(f) \cdot \pi \quad (3.57)$$

$$\text{mit} \quad k(f) = \begin{cases} 0 & \text{für } \operatorname{Re}\{U(f)\} \geq 0 \\ 1 & \text{für } \operatorname{Re}\{U(f)\} < 0 \text{ und } \operatorname{Im}\{U(f)\} \geq 0 \\ -1 & \text{für } \operatorname{Re}\{U(f)\} < 0 \text{ und } \operatorname{Im}\{U(f)\} < 0 \end{cases}$$

Der Phasenwinkel bezieht sich, wie in der Signalverarbeitung üblich, auf den Realteil der Bildfunktion. Auch hier gilt wie bei der Fourier-Reihe, dass aufgrund der Mehrdeutigkeit der $\arctan$ -Funktion die Vorzeichen von Real- und Imaginärteil beachtet werden müssen.

Die Ausführung der Fourier-Transformation bzw. inversen Fourier-Transformation wird häufig symbolisch mit Hilfe der Korrespondenzzeichen $\circ \text{---} \bullet$ bzw. $\bullet \text{---} \circ$ oder über $\mathcal{F}$ bzw. $\mathcal{F}^{-1}$ ausgedrückt (Marko, 1982, S. 22). Demnach ist die Beschreibung nach Gl. (3.54) gleichbedeutend mit:

$$U(f) \bullet \text{---} \circ u(t) \quad \text{und} \quad U(f) = \mathcal{F}(u(t)),$$

bzw. Gl. (3.55) mit:

$$u(t) \circ \text{---} \bullet U(f) \quad \text{und} \quad u(t) = \mathcal{F}^{-1}(U(f)).$$

Zur Fourier-Transformation sind in Tabelle 3.2 wichtige Zusammenhänge zwischen einer Zeitfunktion $u(t)$ und dessen dazugehöriger Fourier-Transformierten $U(f)$ angegeben (Press et al., 1995, S. 497). Damit lassen sich z.B. über die Symmetrieeigenschaft der Zeitfunktion sofort die Symmetrieeigenschaft der entsprechenden Frequenzfunktion angeben.

Auch zur Fourier-Transformation sind im Anhang B.2 Beispiele angegeben. Wichtige Theoreme zur Fourier-Transformation und wichtige Signalfunktionen im Zeit- und Frequenzbereich findet man z.B. in Lüke (1999, S. 42,43) oder Marko (1982, S. 188ff).

Tab. 3.2: Wichtige Zusammenhänge zwischen der Zeitfunktion $u(t)$ und dazugehöriger Fourier-Transformierten $U(f)$ (Press et al., 1995, S. 497).

Falls $u(t)$	Dann gilt für $U(f)$:
reell	$U(-f) = U^*(f)$, d.h. Realteil gerade, Imaginärteil ungerade
imaginär	$U(-f) = -U^*(f)$, d.h. Realteil ungerade, Imaginärteil gerade
gerade	$U(-f) = U(f)$, d.h. $U(f)$ ist ebenfalls gerade
ungerade	$U(-f) = -U(f)$, d.h. $U(f)$ ist ebenfalls ungerade
reell und gerade	$U(f)$ ist ebenfalls reell und gerade
reell und ungerade	$U(f)$ ist imaginär und ebenfalls ungerade
imaginär und gerade	$U(f)$ ist ebenfalls imaginär und gerade
imaginär und ungerade	$U(f)$ ist reell und ebenfalls ungerade

3.2.1.3 Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale

Die in den Abschnitten 3.2.1.1 und 3.2.1.2 besprochenen Verfahren haben gemeinsam, dass sie ein kontinuierliches Signal $u(t)$ vorausgesetzt haben. Allerdings werden sehr viele Messsignale nach deren Aufnahme abgetastet und digitalisiert (siehe dazu Abschnitt 3.2.4), um sie anschließend mit einfachen Mitteln verarbeiten, speichern und darstellen zu können. In diesem Fall lässt sich über Gl. (3.54) eine Beschreibung für die Bestimmung des Frequenzspektrums des abgetasteten Signals $u_d(t)$ angeben, indem man das kontinuierliche Signal $u(t)$ durch das abgetastete Signal $u_d(t)$ ersetzt. Für letzteres gilt (Marko, 1982, S. 138):

$$u_d(t) = u(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\Delta t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n\Delta t) \delta(t - n\Delta t).$$

Hierbei entsprechen Δt dem Abstand benachbarter Abtastwerte und die Delta-Funktion $\delta(t)$ der im Abschnitt 3.2.2 besprochenen Dirac-Funktion (Gln. (3.63) und (3.64)). Damit erhält man für das Fourierspektrum $U_d(f)$ des abgetasteten Signals

$$U_d(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n\Delta t) \delta(t - n\Delta t) e^{-j2\pi f t} dt.$$

Gemäß den Ausblendeigenschaften der Dirac-Funktion (Gl. (3.64)) erhält man somit für das Fourierspektrum des zeitdiskreten Signals $u_d(t)$ (Lüke (1999, S. 62), Marko (1982, S. 140))

$$U_d(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n\Delta t) e^{-j2\pi f n\Delta t}. \quad (3.58)$$

Dieses Spektrum ist wie das Fourierspektrum der Fourier-Transformation ein kontinuierliches Spektrum, allerdings mit der Eigenschaft, dass es sich gemäß Gl. (3.58) im Abstand $f = 1/\Delta t$ periodisch wiederholt¹¹ (siehe dazu Abb. 3.13a und 3.20). Mit Gl. 3.58 lässt sich somit jede beliebige Frequenz bestimmen, wobei gemäß dem Abtasttheorem (Gl. 3.74 in Abschnitt 3.2.4.1) nur die Frequenzen innerhalb einer Periode und zwar innerhalb des so genannten Nyquistfrequenzbereichs $-f_N \leq f < f_N$ (Abb. 3.19) von Bedeutung sind. Denn nur diese repräsentieren bei Einhaltung des Abtasttheorems das ursprüngliche analoge Messsignal (siehe dazu Abschnitt 3.2.4.1).

¹¹Im Grunde genommen wiederholt sich das Fourierspektrum der Fourier-Transformation ebenfalls im Abstand $f = 1/\Delta t$. Da aber die Zeitfunktion kontinuierlich ist, d.h. $\Delta t \rightsquigarrow 0$ geht, ist der Periodenabstand unendlich groß.

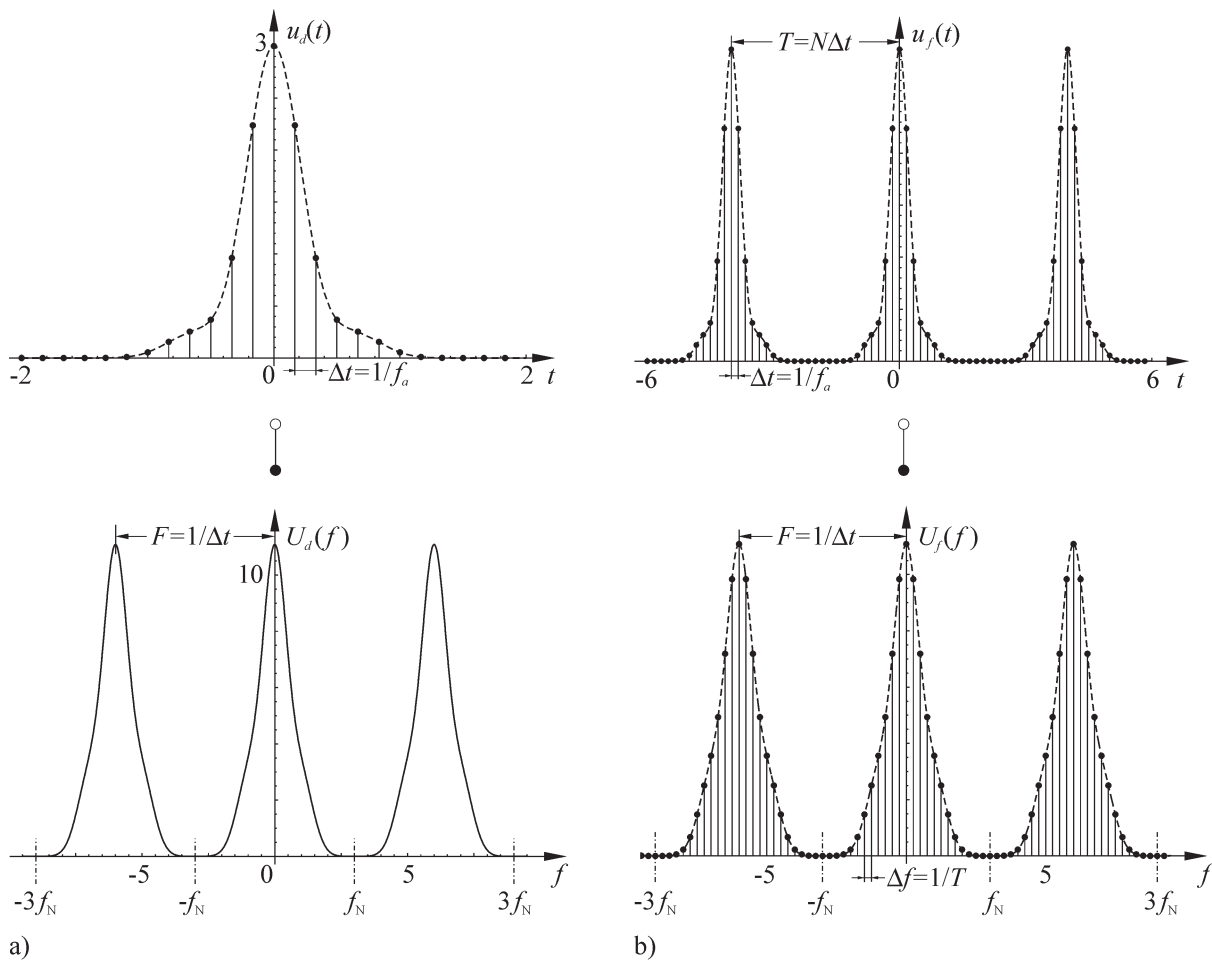


Abb. 3.13: Fourier-Transformation abgetasteter Signale: a) Fourier-Transformation des zeitdiskreten Signals $u_d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2 + \cos(2\pi f_1 n \Delta t) \exp[-4(n\Delta t)^2])$, mit $\Delta t = 1/6s$ und $f_1 = 1Hz$: Die Fouriertransformierte $U_d(f)$ ist kontinuierlich und periodisch. Die Periode F ist umgekehrt proportional zum zeitlichen Abstand Δt der abgetasteten Signalwerte; b) Diskrete Fourier-Transformation des Signal $u_f(t) = \sum_{n=0}^{N-1} (2 + \cos(2\pi f_1 n \Delta t) \exp[-4(n\Delta t)^2])$, mit $\Delta t = 1/6s$, $f_1 = 1Hz$ und $N = 24$: Die Fourier-Transformierte $U_f(f)$ ist diskret und periodisch. Damit ist auch die dazugehörige Zeitfunktion $u_f(t)$ diskret und periodisch. Die Periodendauer T berechnet sich aus der Anzahl N abgetasteter Signalwerte multipliziert mit dem zeitlichen Abstand Δt benachbarter Abtastwerte. Die Frequenzauflösung Δf ist umgekehrt proportional zur Perioden- und damit Aufnahmedauer T des Messsignals $u_f(t)$.

3.2.1.4 Diskrete Fourier-Transformation (DFT)

Eine analytische Berechnung eines Spektrums ist in der Realität fast nie möglich. Deshalb ist man auf eine numerische Berechnung angewiesen, die meistens mit Hilfe leistungsfähiger Mikroprozessoren oder spezieller Signalprozessoren durchgeführt wird. Mit einer numerischen Berechnung jedoch können nur endlich viele, diskrete Frequenzen berechnet werden. Dies führte dazu, dass bereits sehr früh von dem Mathematiker Runge die diskrete Fourier-Transformation (DFT) eingeführt wurde, die einem zeitdiskreten Signal ein frequenzdiskretes Spektrum zuordnet (Lüke, 1999, S. 65). Besondere Bedeutung hat diese Form der Beschreibung gefunden, weil sich daraus die im nachfolgenden Abschnitt 3.2.1.5 beschriebene Fast-Fourier-Transformation ableiten lässt.

Durch die Berechnung diskreter Frequenzen erhält man quasi ein abgetastetes Frequenzspektrum. Demnach kombiniert die diskrete Fourier-Transformation die Abtastung sowohl im Zeit- als auch Frequenzbereich. Ein abgetastetes Fourierspektrum allerdings bedingt gemäß der Fourier-Reihe (Abschnitt 3.2.1.1) ein periodisches Zeitsignal. Demzufolge ergibt die Berechnung der diskreten Fourier-Transformation sowohl ein periodisches Frequenzspektrum, bedingt durch die Abtastung im Zeitbereich, als auch ein periodisches Zeitsignal, bedingt durch die Abtastung im Frequenzbereich (Abb. 3.13b).

Es soll nun angenommen werden, dass N Werte von einem Zeitsignal $u(t)$ im zeitlichen Abstand Δt abgetastet werden. Von diesem zeitdiskreten Signal $u_d(t)$ lässt sich dann mit Hilfe der Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale das entsprechende periodische, kontinuierliche Spektrum $U_d(f)$ bestimmen (Abb. 3.13a). Da nur diskrete Frequenzwerte bestimmt werden können, stellt sich hier die Frage, in welchem Frequenzabstand Δf es sinnvoll ist, diese Werte zu ermitteln.

Dazu sollen die Erkenntnisse aus der Fourier-Reihe herangezogen werden. Demzufolge erhält man von einem periodischen Signal ein diskretes Frequenzspektrum, wobei der Abstand Δf benachbarter Frequenzwerte konstant ist. Dies ist wichtig, wenn man über die Rücktransformation das ursprüngliche Zeitsignal wieder berechnen möchte¹². Dieser konstante Frequenzabstand entspricht der Grundfrequenz f_0 des Zeitsignals, die sich gemäß Gl. (3.37) aus der Periodendauer T des Zeitsignals ergibt.

Da bekannt ist, dass durch die Abtastung im Frequenzbereich das Zeitsignal periodisch fortgesetzt wird, gilt es nun festzulegen, wie groß die Periodendauer T ist. Häufig wird diese periodische Fortsetzung durch zyklisches Wiederholen der N Abtastwerte des Zeitsignals erreicht¹³. Damit ergibt sich die Periodendauer zu $T = N\Delta t$ (Abb. 3.13b). Aus dieser Periodendauer wiederum kann nun über

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{N\Delta t} = \frac{f_a}{N} \quad (3.59)$$

die Grundfrequenz bzw. die Frequenzauflösung Δf bestimmt werden, die als Abtastintervall bei der Bestimmung der diskreten Fourier-Transformation dient. Denn nur ganzzahlige Vielfache von Δf passen exakt in die Periodendauer T des periodischen, diskreten Zeitsignals $u_f(n\Delta t)$ und repräsentieren damit ein orthogonales System (Abschnitt 3.2.1.1, Gln. (3.48) – (3.50)). Nur die Werte dieser Frequenzen stellen damit unabhängige Variable dar, aus denen sich dann die N Werte des diskreten Zeitsignals über die Rücktransformation bestimmen lassen.

Zur Beschreibung der diskreten Fourier-Transformation sind nun in Gl. (3.58) die Summationsgrenzen $-\infty$ und ∞ durch 0 und $N-1$ zu ersetzen, da nur die Frequenzamplituden innerhalb des Nyquistfrequenzbereichs berechnet werden müssen, deren Werte sich außerhalb dieses Bereichs wie aus Abb. 3.13b ersichtlich, zyklisch wiederholen. Zudem sind f durch $k\Delta f = k/(N\Delta t)$ und die diskrete Funktion $u_d(t)$ durch die periodische, diskrete Funktion $u_f(n\Delta t)$ zu ersetzen. Damit erhält man für die diskrete Fourier-Transformierte $U_f(k\Delta f)$

$$U_f(k\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} u_f(n\Delta t) e^{-j2\pi kn/N}. \quad (3.60)$$

Die Werte $U_f(k\Delta f)$ werden für Frequenzen von 0 bis $2f_N - \Delta f$ berechnet. Dies entspricht dem Nyquistfrequenzbereich, wobei die Frequenz 0 für $k = 0$, die positiven Frequenzen für $1 \leq k < N/2$ (Annahme N

¹²Analoges gilt auch für das Frequenzsignal. Auch dieses lässt sich nur dann berechnen, wenn die Zeitwerte mit konstanter Frequenz abgetastet werden, d.h. Δt gleich konstant ist. Jedoch findet man z.B. eine Abschätzung des Frequenzleistungsspektrums aus diskreten Werten, deren Abstand benachbarter Werte nicht konstant ist, z.B. in Press et al. (1995, S. 575ff).

¹³Zudem sind allerdings auch andere Möglichkeiten denkbar, das ursprünglich nicht periodische Messsignal periodisch zu machen. Man kann z.B. zu den N Abtastwerten weitere M Abtastwerte hinzufügen, wobei allerdings diese erweiterten Werte alle den Wert Null besitzen, um der ursprünglich abgetasteten Funktionen keine fiktiven Funktionswerte „hinzuzudichten“. Mit diesen $M + N$ Werten erhält man dann eine Periodendauer T zu $T = (M + N)\Delta t$.

gerade) und die negativen Frequenzen für $N/2 \leq k < N - 1$ berechnet werden. Demnach repräsentieren die Werte für $1 \leq k < N/2$ den Frequenzbereich $0 < f < f_N$ und $N/2 \leq k < N - 1$ den Bereich $-f_N < f < 0$.

Für die inverse diskrete Fourier-Transformation findet man

$$u_f(n\Delta t) = \sum_{k=0}^{N-1} U_f(k\Delta f) e^{j2\pi kn/N}. \quad (3.61)$$

Der entscheidende Unterschied zwischen der Fourier-Transformation zeitdiskreter Signale und der diskreten Fourier-Transformation ist, dass bei letzterer nur diskrete Frequenzen innerhalb des Nyquistfrequenzbereichs bestimmt werden können. Dadurch erhält man ein periodisch fortgesetztes, diskretes Signal im Zeitbereich (Abb. 3.13a), während das rücktransformierte Zeitsignal der Fourier-Transformierten zeitdiskreter Signale aperiodisch zeitdiskret ist (Abb. 3.13b). Die Frequenzauflösung Δf ist dabei bei der diskreten Fourier-Transformation gemäß Gl. (3.59) umgekehrt proportional zur Periodendauer T . Diese wiederum ist direkt proportional zur Anzahl N der Abtastwerte und damit proportional zur Aufnahmedauer des Signals.

In Abb. 3.14 ist dieser Zusammenhang zwischen Aufnahmedauer und Frequenzauflösung Δf beispielhaft gezeigt. Wie dort deutlich sichtbar, verdoppelt sich die Frequenzauflösung Δf bei doppelter Aufnahmedauer, d.h. bei doppelter Anzahl N von Abtastwerten. Zu beachten ist, dass aufgrund der konstanten Abtastfrequenz und damit konstantem Δt die Nyquistfrequenz in beiden Fällen identisch ist. Das heißt, bei konstanter Abtastfrequenz kann der Nyquistfrequenzbereich nicht durch eine längere Aufnahmedauer vergrößert werden, was auch aus dem in Abschnitt 3.2.4.1 besprochenen Abtasttheorem (Gl. (3.74)) deutlich hervorgeht.

Auch bei der diskreten Fourier-Transformation gilt, wie bei den vorherigen Transformationen, dass bei reellen Signalen die berechneten Werte der negativen Frequenzen konjugiert komplex zu den Werten der entsprechenden positiven Frequenzen sind. Damit genügt es, die Berechnung nur auf einen Teil zu beschränken, wodurch etwa die Hälfte der Rechenzeit eingespart werden kann. Trotz dieses Tricks dauert die Berechnung der Transformation von längeren Wertefolgen (d.h. großes N) nach Gl. (3.60) sogar auf schnellen Mikroprozessoren relativ lang, da pro Datenwert $U_f(k\Delta f)$ etwa N Additionen und Multiplikationen durchgeführt werden müssen¹⁴. Demzufolge müssen zur Berechnung aller N Datenwerte etwa N^2 derartige Operationen durchgeführt werden. Allerdings lässt sich diese Anzahl von Operationen durch eine geeignete Wahl von N drastisch reduzieren, was in der so genannten Fast-Fourier-Transformation (Abschnitt 3.2.1.5) gemacht wird.

Anhand der bisher besprochenen Fourier-Verfahren lassen sich die in Tabelle 3.3 zusammengefassten allgemeinen Zusammenhängen zwischen den Eigenschaften einer Originalfunktion und deren entsprechender Bildfunktion angeben.

3.2.1.5 Fast-Fourier-Transformation (FFT)

Wie im vorherigen Abschnitt 3.2.1.4 bereits erwähnt, lassen sie die zahlreichen aufwendigen Rechenoperationen zur Bestimmung des diskreten Frequenzspektrums bei großen Datenmengen drastisch reduzieren, wenn für die Anzahl N der Abtastwerte ein geeigneter Wert verwendet wird. Dann erhält man mittels der so genannten Fast-Fourier-Transformation exakt das selbe Ergebnis wie mit der diskreten Fourier-

¹⁴Hierbei handelt sich um komplexe Additionen und Multiplikationen, so dass tatsächlich $2N$ derartiger Operationen durchgeführt werden müssen.

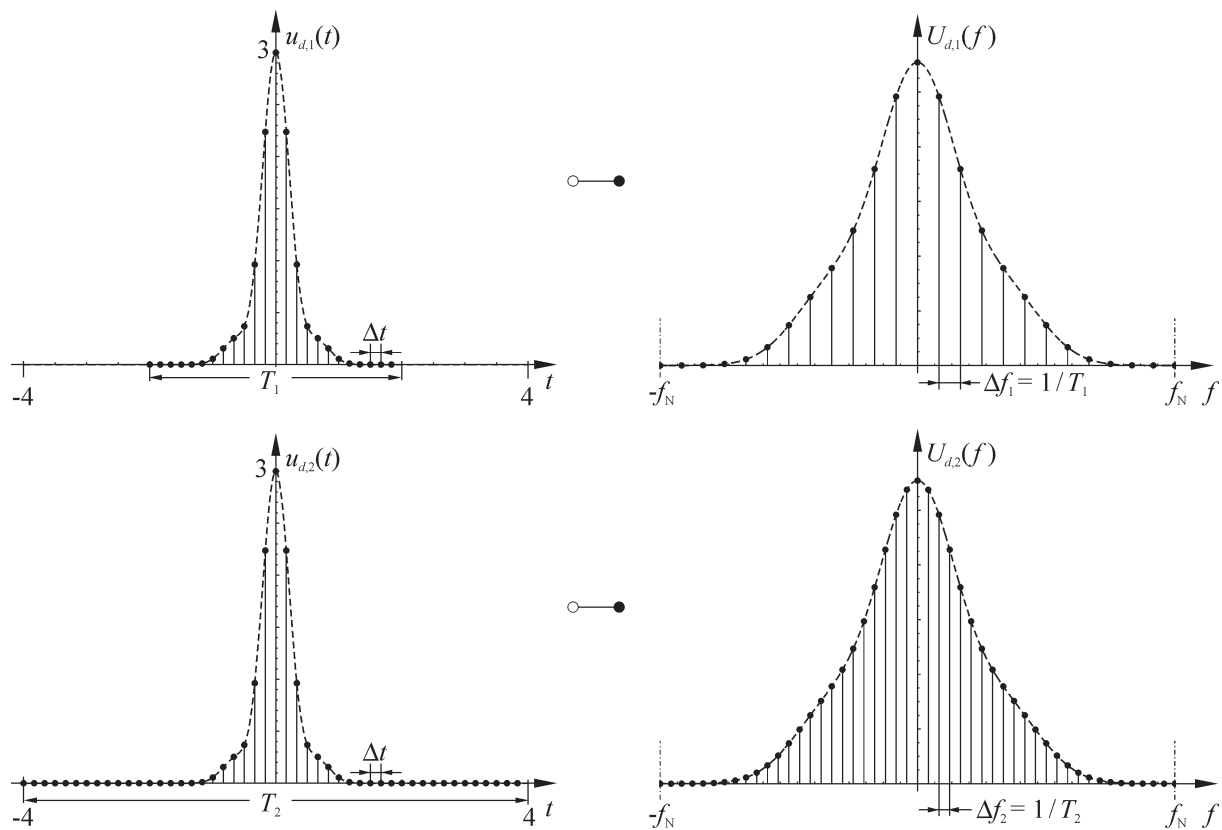


Abb. 3.14: Einfluss der Periodendauer T bzw. Aufnahmedauer eines Signals auf die Frequenzauflösung Δf bei der diskreten Fourier-Transformation. Zu beachten ist, dass die Frequenzauflösung über die Periodendauer T festgelegt wird. Diese ergibt sich aus der Aufnahmedauer $T_a = (N - 1)\Delta t$ plus einem Δt . Denn die Periodendauer ist durch den Zeitpunkt definiert, ab dem sich die Werte einer Funktion wiederholen.

Tab. 3.3: Wichtige Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften einer Originalfunktion $u(t)$ und deren entsprechender Bildfunktion $U(f)$ (Press et al., 1995, S. 497).

Falls $u(t)$	Dann gilt für $U(f)$:	Transformations-Verfahren
kontinuierlich & periodisch	diskret & aperiodisch	Fourier-Reihe (Gln. (3.39) bis (3.42))
kontinuierlich & aperiodisch	kontinuierlich & aperiodisch	Fourier-Transformation (Gl. (3.54))
diskret & aperiodisch	kontinuierlich & periodisch	Fourier-Transform. zeitdiskreter Sig. (Gl. (3.58))
diskret & periodisch	diskret & periodisch	Diskrete Fourier-Transformation (Gl. (3.60))

Transformation. Die Bedingung, die N einhalten muss, ist

$$N = 2^k, \quad (3.62)$$

wobei für k nur ganze Zahlen größer 1 erlaubt sind.

Die Optimierung basiert darauf, dass sich eine diskrete Fourier-Transformation nach Gl. (3.60), wenn N gerade ist, in zwei diskrete Fourier-Transformationen der Länge $N/2$ zerlegen lässt. Jede dieser beiden Transformationen benötigt nur noch ein Viertel der Rechenoperationen der ursprünglichen Transformation. Der Rechenaufwand wird somit halbiert. Die Zerlegung selbst benötigt dabei $N/2$ Rechenoperationen. Erfüllt

die Anzahl N die Bedingung nach Gl. (3.62), lassen sich die beiden diskreten Fourier-Transformationen weiter zerlegen, bis am Ende noch N diskrete Fourier-Transformationen der Länge 1 übrig sind, die jeweils nur eine Multiplikation erfordern. Im Gegensatz zur diskreten Fourier-Transformation liegt der Rechenaufwand hier bei etwa $N/2 \cdot \lg(N)$ Rechenoperationen. Damit erhält man ab etwa $N > 200$ eine drastische Reduzierung der benötigten Rechenzeit.

Algorithmen zur Implementierung der Fast-Fourier-Transformation findet man z.B. in [Press et al. \(1995, S. 504ff\)](#)

3.2.2 Systemeigenschaften

Häufig wird aus praktischen oder messtechnisch bedingten Gründen eine bestimmte Messgröße, wie beispielsweise der kontinuierliche Blutdruck in einem Gefäß (Abschnitt 8.1.2.2), nicht direkt vor Ort, sondern außerhalb des eigentlichen Messorts aufgenommen. Dazu ist ein so genanntes Übertragungssystem erforderlich, dessen Übertragungscharakteristik bekannt sein muss, um eine verzerrungsfreie Übertragung zu gewährleisten. Generell ist es wichtig, die Übertragungscharakteristik der bei einer Messung eingesetzten Systeme (Übertragungssystem, Filter, etc.) zu kennen, um das Signal am Systemausgang richtig interpretieren zu können, d.h. beispielsweise Rückschlüsse auf das Signal am Systemeingang ziehen zu können.

Besitzt ein System die Eigenschaften, dass es linear, zeitinvariant und kausal ist, wie die in der Signalverarbeitung üblicherweise eingesetzten Systeme, dann ist es nicht nur theoretisch sondern auch in der Praxis realisierbar und es sind zudem mathematische Beschreibungen möglich (Abschnitt 3.2.3), die vorhersagbare Aussagen vom Verlauf des Ausgangssignals $u_a(t)$ bei einem beliebigen Eingangssignal $u_e(t)$ erlauben. Bevor nachfolgend allerdings besprochen wird, was man unter einem linearen, zeitinvarianten und kausalen System versteht, wird gezeigt, wie man die Systemeigenschaften feststellen kann.

3.2.2.1 Impulsfunktion und Impulsantwort

Zur Bestimmung der Systemeigenschaften wird in der Signalverarbeitung häufig die Impulsfunktion, auch Dirac-Funktion oder Dirac-Impuls $\delta(t)$ genannt, eingesetzt¹⁵. Sie ist definiert über ([Marko, 1982, S. 179f](#))

$$\delta(t) = 0 \quad \text{für } t \neq 0 \quad (3.63)$$

und

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (3.64)$$

Daraus folgt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0)$$

bzw. allgemein

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0).$$

¹⁵Daneben werden zur Bestimmung der Systemeigenschaften auch Sprungfunktionen oder so genannte Rampenfunktionen eingesetzt, auf die jedoch hier nicht näher eingegangen werden soll. Weiterführende Literatur dazu findet man z.B. in [Schmidt \(1984\)](#).

In Abb. 3.15 sind drei Systeme S_1 , S_2 und S_3 gezeigt, an deren Eingängen jeweils eine solche Impulsfunktion (Dirac-Funktion) $u_e(t) = \delta(t)$ anliegt. Abhängig vom jeweiligen System erzeugt diese Impulsfunktion am Ausgang des Systems eine unterschiedliche Ausgangsfunktion ($u_{a,1}(t)$, $u_{a,2}(t)$, $u_{a,3}(t)$). Da am Eingang eine Impulsfunktion anliegt, wird die dazugehörige Ausgangsfunktion auch Impulsantwort $s(t)$ des Systems genannt, d.h. $u_{a,1}(t) = s_1(t)$, $u_{a,2}(t) = s_2(t)$, $u_{a,3}(t) = s_3(t)$.

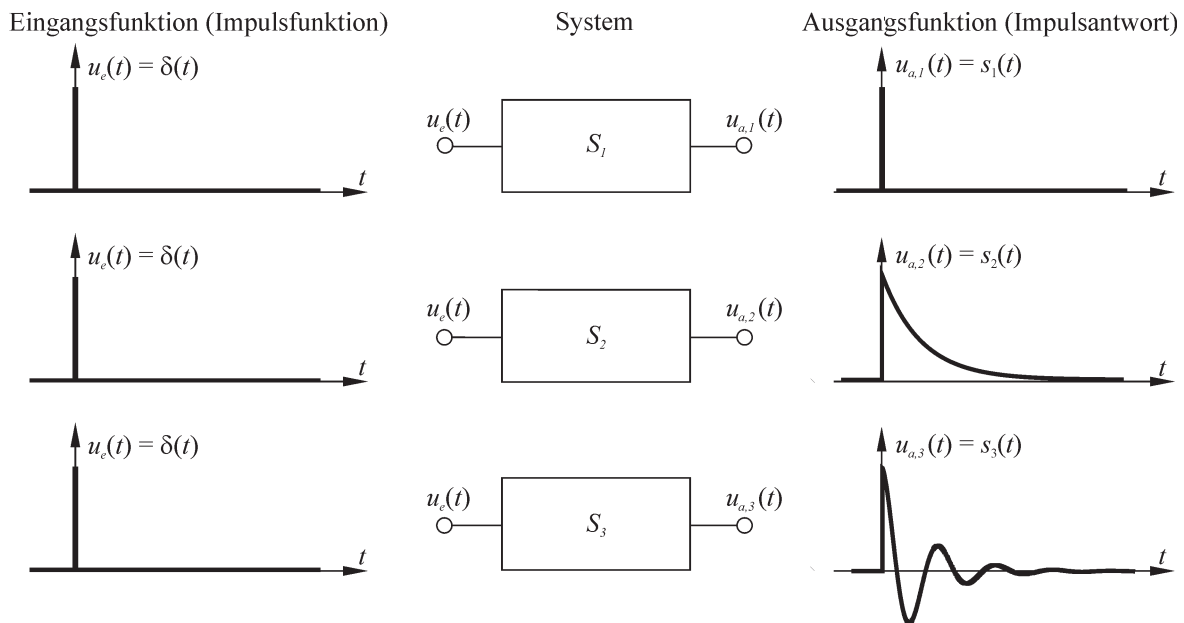


Abb. 3.15: Systeme mit unterschiedlichen Impulsantworten.

Im einfachsten Fall wie beim System S_1 , das beispielsweise einen idealen, elektrischen Widerstand darstellt, entspricht die Form der Impulsantwort $s_1(t)$ der Form der Eingangsfunken $\delta(t)$. In diesem Fall bleibt auch stets die Form eines beliebigen Eingangssignals $u_e(t)$ erhalten, d.h. es wird in jedem Fall verzerrungsfrei im System übertragen. Das Ausgangssignal $u_a(t)$ kann lediglich bedingt durch eine eventuelle Schwächung oder Verstärkung durch das System in seiner Größe gegenüber dem Eingangssignal $u_e(t)$ verändert sein und/oder bedingt durch eventuelle Laufzeiten durch das System zeitverzögert am Ausgang erscheinen. Ein solches System lässt sich in der Praxis jedoch nicht realisieren, denn dazu wäre ein System mit unendlicher Bandbreite erforderlich, d.h. ein solches System müsste alle Frequenzen von 0 bis ∞ ungehindert, mit gleicher Laufzeit und gleicher Verstärkung passieren lassen.

Demgegenüber entsprechen die Ausgangssignale der beiden Systeme S_2 und S_3 nicht mehr dem Impuls-signal. Besonders zu beachten ist, dass am Ausgang immer noch Werte ungleich Null erscheinen, obwohl am Eingang kein Signal mehr anliegt. Die Impulsfunktion der hier beispielhaft gezeigten Systeme S_2 , S_3 erzeugt am Ausgang des Systems S_2 ein exponentiell abklingendes Signal wie bei einem stark gedämpften Schwingungssystem (z.B. Stoßdämpfer) und beim System S_3 eine exponentiell gedämpfte Schwingung wie bei einem weniger stark gedämpften Schwingungssystem. Generell ist es allerdings nicht erlaubt daraus zu folgern, dass Systeme, die keine Impulsfunktion als Impulsantwort besitzen, keine verzerrungsfreie Übertragung zulassen. Die Impulsantwort eines Tiefpassfilters (Abb. 3.25c) beispielsweise ist ebenfalls keine Impulsfunktion. Dennoch erlaubt ein Tiefpassfilter eine verzerrungsfreie Übertragung von Eingangssignalen, deren höchste Frequenz kleiner als die Grenzfrequenz des Tiefpassfilters ist. Bei Systemen, die keine Impulsfunktion als Impulsantwort besitzen, ist eine verzerrungsfreie Übertragung somit vom Eingangssignal $u_e(t)$

und der Impulsantwort $s(t)$ des Systems abhängig.

3.2.2.2 Lineares, zeitinvariantes System

Im nachfolgenden soll ein System S betrachtet werden, das die spezielle Eigenschaft besitzt, dass es linear und zeitinvariant ist.

Linear bedeutet zum einen, dass, wenn das Eingangssignal $u_e(t)$ mit einem Faktor a multipliziert wird, das Ausgangssignal ebenfalls mit diesem Faktor multipliziert wird. Insbesondere gilt dann, dass, wenn am Eingang

$$u_e(t) = a \cdot \delta(t)$$

anliegt, am Ausgang

$$u_a(t) = a \cdot s(t)$$

erscheint. Zum anderen bedingt ein lineares System, dass das Superpositionsprinzip gilt, d.h. wenn am Eingang eine Summe von Eingangssignalen anliegt

$$u_e(t) = \sum_i u_{e,i}$$

dann ergibt sich das Ausgangssignal aus der Summe der einzelnen Ausgangssignale

$$u_a(t) = \sum_i u_{a,i}.$$

Zeitinvariant bedeutet, dass egal zu welchem Zeitpunkt ein Eingangssignal $u_e(t)$ wie z.B. ein Dirac-Stoß in das System eingekoppelt wird, die Form des Ausgangssignals, d.h. die Systemantwort auf dieses Eingangssignal stets die gleiche bleibt.

Hier wird z.B. deutlich, dass der Mensch im allgemeinen kein lineares, zeitinvariantes System darstellt. So erzeugt er beispielsweise trotz gleicher Eingangsfunktionen an unterschiedlichen Tagen meist unterschiedliche Reaktionen (Ausgangsfunktionen).

3.2.2.3 Kausales System

Bei kausalen Systemen gilt für deren Impulsantwort $s(t)$

$$s(t) = 0 \quad \text{für } t < 0.$$

Aus dieser Vorgabe ergibt sich, dass der zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 am Systemausgang anliegende Wert $u_a(t_0)$ nicht von in der Zukunft liegenden Werten am Signaleingang abhängt, sondern nur vom aktuellen und von vergangenen Werten am Eingang¹⁶. Dies bedeutet, dass bei einem kausalen System das Ausgangssignal $u_a(t)$ nicht vor Beginn des Eingangssignals $u_e(t)$ erscheint (Lüke, 1999, S. 16f). Diese Eigenschaft ergibt sich zwangsweise für alle physikalisch realisierbaren Systeme. Denn es ist nur theoretisch möglich, Systeme zu entwickeln wie beispielsweise den idealen Tiefpass (Abschnitt 3.2.5), die in die Zukunft blicken können und damit auch Eingangswerte, die noch in der Zukunft liegen, bereits berücksichtigen können.

¹⁶Es gilt: vergangene Eingangswerte: $u_e(t < t_0)$; aktueller Eingangswert: $u_e(t = t_0)$; zukünftige Eingangswerte: $u_e(t > t_0)$.

3.2.3 Mathematische Beschreibungen von Systemen

Nachfolgend werden zwei wichtige mathematische Beschreibungen vorgestellt, nämlich die Faltung und die Übertragungsfunktion, die vorhersagbare Aussagen über das Ausgangssignal $u_a(t)$ eines linearen, zeitinvarianten Systems bei einem beliebigen Eingangssignal $u_e(t)$ gestatten.

3.2.3.1 Faltung

Um die Faltung zu verdeutlichen, soll zunächst angenommen werden, dass am Eingang eines Systems S , das die selbe Impulsantwort erzeugen soll wie das System S_2 in Abb. 3.15, im Abstand Δt zwei Impulse anliegen und zwar $u_{e,1}(t) = a_1 \cdot \delta(t)$ und $u_{e,2}(t) = a_2 \cdot \delta(t - \Delta t)$ (Abb. 3.16). Da zudem ein lineares, zeitinvariantes System angenommen werden soll, erzeugt jeder dieser Impulse die selbe Impulsantwort $s(t)$, bewertet jeweils mit ihren Faktoren a_1 und a_2 und zeitlich um Δt gegeneinander verschoben ($u_{a,1}(t) = a_1 \cdot s(t)$, $u_{a,2}(t) = a_2 \cdot s(t - \Delta t)$). Für die resultierende Ausgangsfunktion $u_a(t)$ erhält man demnach (Abb. 3.16):

$$u_a(t) = a_1 \cdot s(t) + a_2 \cdot s(t - \Delta t). \quad (3.65)$$

Unter der Annahme, dass die Faktoren a_1 und a_2 die Werte einer Eingangsfunktion $u_e(t)$ sind, die zum Zeitpunkt $t = 0$ und $t = \Delta t$ abgetastet wurden, lässt sich obige Gl. (3.65) auch anschreiben zu

$$u_a(t) = u_e(0) \cdot s(t) + u_e(\Delta t) \cdot s(t - \Delta t).$$

Betrachtet man generell als Eingangsfunktion des Systems eine im Abstand Δt abgetastete Funktion, findet man für die Ausgangsfunktion $u_a(t)$

$$u_a(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} u_e(i\Delta t) \cdot s(t - i\Delta t). \quad (3.66)$$

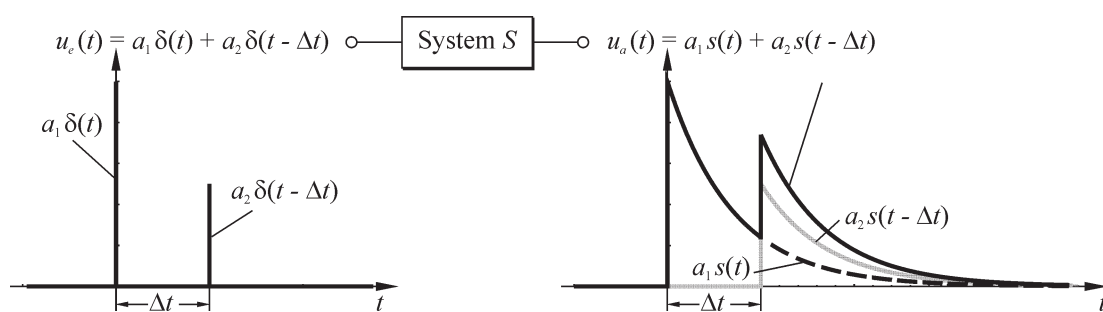


Abb. 3.16: Resultierendes Ausgangssignal $u_a(t)$ eines linearen, zeitinvarianten Systems mit der Systemantwort $s(t)$ auf ein Eingangssignal $u_e(t)$. Das Eingangssignal $u_e(t)$, gezeigt im linken Diagramm, besteht hier aus im Abstand Δt aufeinander folgenden Dirac-Impulsen, bewertet jeweils mit den Größen a_1 bzw. a_2 . Das Ausgangssignal $u_a(t)$, gezeigt im rechten Diagramm als durchgezogene, schwarze Kurve, ergibt sich dann aus der Summe der beiden Impulsantworten $a_1 s(t)$ (gestrichelte Kurve) und $a_2 s(t - \Delta t)$ (graue Kurve).

Durch den Übergang von einem abgetasteten auf ein kontinuierliches Eingangssignal ($\Delta t \rightarrow 0$) erhält man für $i\Delta t$ eine kontinuierliche Größe, die hier mit τ bezeichnet werden soll. Außerdem wird aus der Summe ein Integral mit τ als Integrationsvariable. Damit berechnet sich allgemein die Faltung eines kontinuierlichen

Eingangssignals $u_e(t)$ mit der Impulsantwort $s(t)$ des Systems zu

$$u_a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_e(\tau) \cdot s(t - \tau) d\tau. \quad (3.67)$$

Obige Gl. (3.67) kann auch in symbolischer Schreibweise über das so genannte Faltungsprodukt

$$u_a(t) = u_e(t) * s(t)$$

dargestellt werden.

Da kausale und damit realisierbare Systeme nicht in die Zukunft blicken können, genügt es bei solchen Systemen, in Gl. (3.67) die obere Integrationsgrenze nur bis zur aktuellen Zeit t zu erstrecken. Da jedoch unbekannt ist, wann das Eingangssignal $u_e(t)$ in der Vergangenheit begonnen hat, muss für die untere Integrationsgrenze weiterhin $-\infty$ eingesetzt werden, um eine allgemein gültige mathematische Beschreibung der Faltung für kausale Systeme zu erhalten. Diese lässt sich somit angeben zu:

$$u_a(t) = \int_{-\infty}^t u_e(\tau) \cdot s(t - \tau) d\tau. \quad (3.68)$$

Ist dagegen nicht nur das System $s(t)$ sondern auch das Eingangssignal $u_e(t)$ kausal, d.h. $u_e(t) = s(t) = 0$ für $t < 0$, vereinfacht sich obige Gl. (3.68) zu:

$$u_a(t) = \int_0^t u_e(\tau) \cdot s(t - \tau) d\tau. \quad (3.69)$$

Um den Namen Faltung für die mittels der Gln. (3.67), (3.68) und (3.69) beschriebenen mathematischen Operation zu erklären, soll zunächst allgemein für $t = 0$ das Ausgangssignal $u_a(t)$ bestimmt werden. Gemäß der allgemeinen Gl. (3.67) findet man:

$$u_a(0) = \int_{-\infty}^{\infty} u_e(\tau) \cdot s(-\tau) d\tau.$$

Demzufolge ist für diese Berechnung neben der Eingangsfunktion $u_e(t)$ die Funktion $s(-\tau)$ erforderlich, die man durch die Spiegelung der ursprünglichen Impulsantwort $s(\tau)$ an der Ordinate (y-Achse) erhält. Praktisch kann man diese Spiegelung beispielsweise erreichen, indem man die eigentliche Impulsfunktion $s(t)$ auf ein Transparentpapier zeichnet und anschließend dieses Papier an der Ordinate faltet. Diese praktische Vorstellung verliert über die Gln. (3.67), (3.68) und (3.69) beschriebenen mathematischen Operation den Namen Faltung. Alle weiteren Werte von $u_a(t)$ für $t < 0$ bzw. $t > 0$ erhält man dann gemäß Gl. (3.67), indem man die gespiegelte (gefaltete) Impulsantwort $s(-\tau)$ um die entsprechende Zeit t nach links bzw. rechts auf der Abszisse verschiebt und dann den Eigenschaften des Systems entsprechend das Faltungsintegral nach Gl. (3.67), (3.68) oder (3.69) anwendet.

Mit Hilfe der Faltung wird demnach berücksichtigt, dass bei der Bildung des tatsächlichen Ausgangssignals $u_a(t)$ für einen beliebigen Zeitpunkt t auch die Ausgangssignalanteile beachtet werden müssen, die von vor diesem Zeitpunkt t zurückliegenden Eingangssignalen noch vorhanden sind. Da Gln. (3.67) unter der Annahme eines linearen, zeitinvarianten Systems hergeleitet wurde, ist jedoch die über die Gln. (3.67), (3.68) und (3.69) angegebene Faltung auch nur für solche Systeme gültig. In [Lüke \(1999\)](#) und [Marko \(1982\)](#) findet der interessierte Leser zusätzliche Informationen zur Faltung.

3.2.3.2 Übertragungsfunktion

Wie im Abschnitt 3.2 erwähnt, sind die Beschreibungen im Original- und Bildbereich gleichwertig. Deshalb kann eine Beschreibung des Ausgangssignals eines Systems auch über den Bildbereich erfolgen. Da gemäß dem Faltungssatz (Abschnitt 3.2.1.2) eine Faltung in dem einen Bereich eine Multiplikation im anderen Bereich entspricht, lässt sich diese Beschreibung einfach aus dem Faltungsintegral nach Gl. (3.67) ableiten. Es gilt daher

$$U_a(f) = S(f)U_e(f).$$

Daraus lässt sich die so genannte Übertragungsfunktion $S(f)$ eines linearen, zeitinvarianten Systems angeben zu

$$\begin{aligned} S(f) &= \frac{U_a(f)}{U_e(f)} \\ &= \frac{|U_a(f)| e^{j[2\pi ft - \varphi_a(f)]}}{|U_e(f)| e^{j[2\pi ft - \varphi_e(f)]}} \\ &= \frac{|U_a(f)|}{|U_e(f)|} e^{j[\varphi_e(f) - \varphi_a(f)]} \\ &= |S(f)| e^{-j\varphi(f)}, \end{aligned} \quad (3.70)$$

wobei gilt

$$|S(f)| = \frac{|U_a(f)|}{|U_e(f)|} = \sqrt{\operatorname{Re}\{S(f)\}^2 + \operatorname{Im}\{S(f)\}^2} \quad (3.71)$$

$$\varphi(f) = \varphi_a(f) - \varphi_e(f) = \arctan \frac{\operatorname{Im}\{S(f)\}}{\operatorname{Re}\{S(f)\}} + k(f) \cdot \pi \quad (3.72)$$

$$\text{mit} \quad k(f) = \begin{cases} 0 & \text{für } \operatorname{Re}\{H(f)\} \geq 0 \\ 1 & \text{für } \operatorname{Re}\{H(f)\} < 0 \text{ und } \operatorname{Im}\{H(f)\} \geq 0 \\ -1 & \text{für } \operatorname{Re}\{H(f)\} < 0 \text{ und } \operatorname{Im}\{H(f)\} < 0 \end{cases}.$$

Bei der Phase $\varphi(f)$ müssen wie bei der Fourier-Reihe (Gl. (3.46)) und Fourier-Transformation (Gl. (3.57)) aufgrund der Mehrdeutigkeit der arctan-Funktion die Vorzeichen von Real- und Imaginärteil berücksichtigt werden. Da sich beim Übertragungssystem die Phase einer Frequenz aus der Laufzeit dieser Frequenz durch das System ergibt¹⁷, ist im Gegensatz zur Fourier-Reihe und Fourier-Transformation zusätzlich zu beachten, dass hier die Phase tatsächlich $\varphi(f) + n \cdot 2 \cdot \pi$ ($n = \{0, 1, 2, \dots\}$) betragen kann.

Die Übertragungsfunktion beschreibt die physikalischen Eigenschaften der Übertragungsstrecke. Sie kann häufig nicht a priori rechnerisch über obige Gl. (3.70) bestimmt werden, da das Ausgangssignal $u_a(t)$ bzw. dessen Bildsignal $U_a(f)$ oft nicht bekannt sind. Sie lässt sich aber in der Regel aus den Systemparametern¹⁸ oder experimentell ermitteln. Im allgemeinen stellt sie eine komplexe Funktion dar, die aufgetrennt wird in den Betragsgang, auch Amplitudengang genannt $|S(f)/S(f_b)|$ und in den Phasengang $\varphi(f)$. Es ist daher üblich, bei Übertragungsstrecken deren Betrags- und Phasengang in Form von Diagrammen, meist in so genannten Bode-Diagrammen (siehe Abb. A.1) anzugeben, durch die sie vollständig charakterisiert werden. Aus diesen Diagrammen ist es möglich, die untere ($f_{g,u}$) bzw. obere ($f_{g,o}$) Grenzfrequenz der Übertragungsstrecke abzulesen; zwei wichtige Parameter bei der Auswahl einer geeigneten Strecke.

¹⁷(Phase einer Frequenz f_i) = (Phase der Frequenz f_i am Systemausgang) - (Phase der Frequenz f_i am Systemeingang).

¹⁸In Abschnitt 8.1.3.1 wird z.B. an einem Kathetersystem für die Blutdruckmessung dessen Übertragungsfunktion über die Systemparameter bestimmt.

In den Diagrammen wird der Betrag im allgemeinen in der logarithmischen Einheit Dezibel (abgekürzt dB) angegeben. Da der Logarithmus jedoch nur für dimensionslose, positive Größen definiert ist, muss jede zu logarithmierende Größe auf einen Bezugswert normiert und z.B. durch eine Betragsbildung dafür gesorgt werden, dass stets positive Werte angenommen werden. Normiert wird hierbei auf den Betrag bei einer charakteristischen Bezugsfrequenz f_b , die beim Tiefpass beispielsweise $f_b = 0\text{Hz}$ ist. In vielen Systemen wird die Grenzfrequenzen f_g definitionsgemäß jeweils durch den Punkt beschrieben, an dem sich die normierte Ausgangsamplitude um $\pm 3\text{ dB}$ verändert hat, d.h. innerhalb dieses 3 dB -Bereichs wird der Betrag als hinreichend konstant betrachtet. Für Spannungspegel gilt somit

$$20 \lg \frac{|S(f_g)|}{|S(f_b)|} \text{ dB} = \pm 3 \text{ dB} \approx 20 \lg 2^{\pm 0.5} \text{ dB} \quad (3.73)$$

Man kann diese Grenzfrequenzen entweder zeichnerisch mit Hilfe der Diagramme oder mittels der Formel für den Betrag Gl. (3.71) bestimmen.

Gewünscht wird im allgemeinen eine verzerrungsfreie Übertragung, d.h. das Ausgangssignal $u_a(t)$ sollte direkt proportional zur Messgröße $u_e(t)$ sein. Im Gegensatz zur Faltung veranschaulicht die Übertragungsfunktion sehr deutlich, was das für die Übertragungsstrecke bedeutet. Die Forderung der Proportionalität zwischen Eingangs- und Ausgangssignal ist demzufolge dann erfüllt, wenn alle Frequenzen des Signals gleich verstärkt werden und durch die Übertragungsstrecke die gleiche Laufzeit besitzen.

Die gleiche Verstärkung besitzen sie, wenn der Betrag der Übertragungsfunktion (Gl. (3.71)) konstant ist, und die Laufzeit für alle Frequenzanteile ist gleich, wenn die Phase der Übertragungsfunktion Gl. (3.72) linear abhängig ist von der Frequenz (Marko, 1982, S. 73). Denn die Laufzeit einer Frequenz $\tau_f(f)$ berechnet sich zu (Marko (1982, S. 73), Lüke (1999, S. 92))

$$\tau_f(f) = \frac{\varphi(f)}{2\pi f}.$$

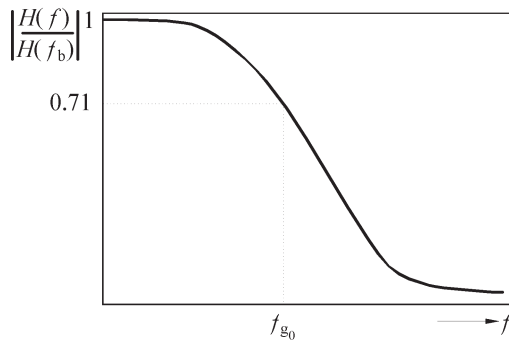
Betrachtet man die Gruppenlaufzeit $\tau_g(f)$,

$$\tau_g(f) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(f)}{df},$$

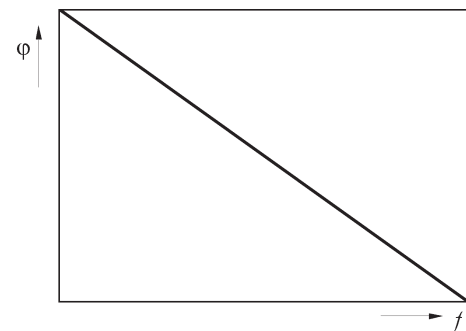
welche die Laufzeit der Hüllkurve eines Signals durch ein System beschreibt, findet man, dass in einem verzerrungsfreien Übertragungssystem die Frequenzlaufzeit $\tau_f(f)$ und Gruppenlaufzeit $\tau_g(f)$ identisch sind.

Da eine Übertragungsstrecke nur innerhalb eines bestimmten Frequenzbereichs, der durch die untere und obere Grenzfrequenz bestimmt ist, eine konstante Verstärkung erlaubt, muss die Übertragungsfunktion an die Eigenschaften der Messgröße angepasst sein, d.h. der Frequenzbereich der Übertragungsstrecke muss den Frequenzbereich des Signals überdecken. Zur Bestimmung der Struktur des Messsignals, d.h. zur Ermittlung der im Signal enthaltenen Frequenzen und damit dessen untere und obere Grenzfrequenz, können z.B. die oben beschriebenen Fourier-Verfahren eingesetzt werden.

In Abb. 3.17 ist der Betrags- und der Phasengang einer Übertragungsfunktion $H(f)$ dargestellt. Da dort ausschließlich Filtersysteme gezeigt sind, wird hier die dafür übliche Formelgröße $H(f)$ anstelle $S(f)$ gewählt. Diese Funktion gestattet die hinlänglich verzerrungsfreie Übertragung eines Eingangssignals innerhalb eines Frequenzbereich zwischen 0Hz und $f_{g,o}$. Da die untere Grenzfrequenz 0Hz beträgt, bezeichnet man diese Übertragungsfunktion als Tiefpass (näheres dazu in Abschnitt 3.2.5), es passieren alle Signalanteile deren Frequenz kleiner als $f_{g,o}$ sind. Entsprechend lassen sich Übertragungsfunktionen mit Hoch- oder Bandpasscharakteristik realisieren (siehe Abb. 3.18 (a) und (b)).

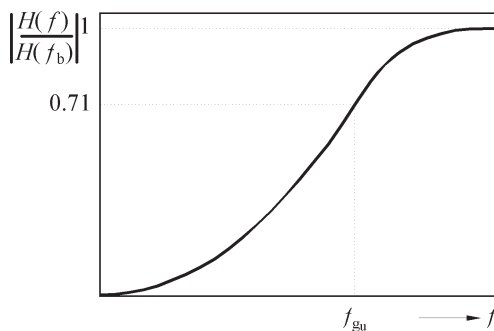


(a) Betragsgang eines Tiefpass

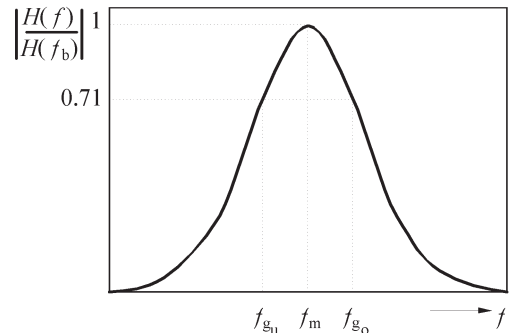


(b) Phasengang eines Tiefpass

Abb. 3.17: Betrags- und Phasengang eines Tiefpass



(a) Betragsgang eines Hochpass



(b) Betragsgang eines Bandpass

Abb. 3.18: Betragsgänge zweier wichtiger Übertragungsstrecken

Die Bezugsfrequenz f_b , auf die der Betrag $|H(f)|$ normiert wird, ist beim Tiefpass $f_b = 0\text{Hz}$ (Abb. 3.17), beim Hochpass $f_b \rightarrow \infty\text{Hz}$ (Abb. 3.18a) und beim Bandpass die Mittenfrequenz $f_b = f_m$ (Abb. 3.18b).

Bei bekannter Übertragungsfunktion $S(f)$ kann folglich für jedes Eingangssignal $u_e(t)$ das Ausgangssignal $u_a(t)$ berechnet werden, indem die Eingangsbildfunktion $U_e(f)$ mit der Übertragungsbildfunktion $S(f)$ multipliziert wird. Das Produkt ergibt das Ausgangsbildsignal $U_a(f)$ aus dem durch Rücktransformation das Ausgangssignal $u_a(t)$ im Zeitbereich wieder gewonnen wird.

Obwohl die beiden Beschreibungen im Original- und Bildbereich gleichwertig sind, zeigt sich hier ein deutlicher Unterschied zwischen der Bestimmung des Ausgangssignals $u_a(t)$ über die Faltung und der Übertragungsfunktion. Denn während bei der Faltung das Ausgangssignal $u_a(t)$ quasi online über die Eingangswerte $u_e(t)$ und die Impulsfunktion $s(t)$ berechnet werden kann, muss bei der Übertragungsfunktion die Eingangsfunktion $u_e(t)$ erst vollständig aufgenommen werden, dann davon die Bildfunktion bestimmt werden, bevor über die Multiplikation mit der Übertragungsfunktion $S(f)$ und der anschließenden Rücktransformation das Ausgangssignal $u_a(t)$ bestimmt werden kann (siehe dazu auch Abschnitt 3.2.6).

3.2.4 Abtastung analoger Signale

Häufig werden nach einer Signalaufnahme die zeit- und wertekontinuierlichen Messsignale abgetastet (zeitdiskretisiert) und anschließend digitalisiert (quantisiert bzw. wertediskretisiert). Damit ist es beispielsweise

möglich, mit Hilfe digitaler Signal- und Mikroprozessoren komplexe Filter oder Regler zu realisieren oder komplexe Analysen am Signal vorzunehmen.

3.2.4.1 Abtasttheorem, Aliasing-Effekt und Anti-Aliasing-Filter

Während die Probleme aus der Quantisierung sehr leicht durch eine geeignete Wahl der Bitlänge pro Datenwert klein gehalten werden können (siehe dazu Abschnitt 3.2.4.2), muss zur Verminderung der Probleme aus der Zeitdiskretisierung sehr viel größerer Aufwand getrieben werden. Denn nach dem Abtasttheorem von Shannon muss ein analoges Signal mit mehr als der zweifachen, im Signal noch enthaltenen höchsten Frequenz f_g abgetastet werden, damit das ursprüngliche Signal sich auch wieder aus dem abgetasteten fehlerfrei rekonstruieren lässt. Daraus ergibt sich für den maximal zulässigen zeitlichen Abstand benachbarter Abtastwerte Δt und damit für die Abtastfrequenz f_a :

$$f_a = 1/\Delta t > 2f_g. \quad (3.74)$$

Welche Folgen es hat, wenn diese Bedingung nicht erfüllt wird, soll anhand Abb. 3.19 demonstriert werden.

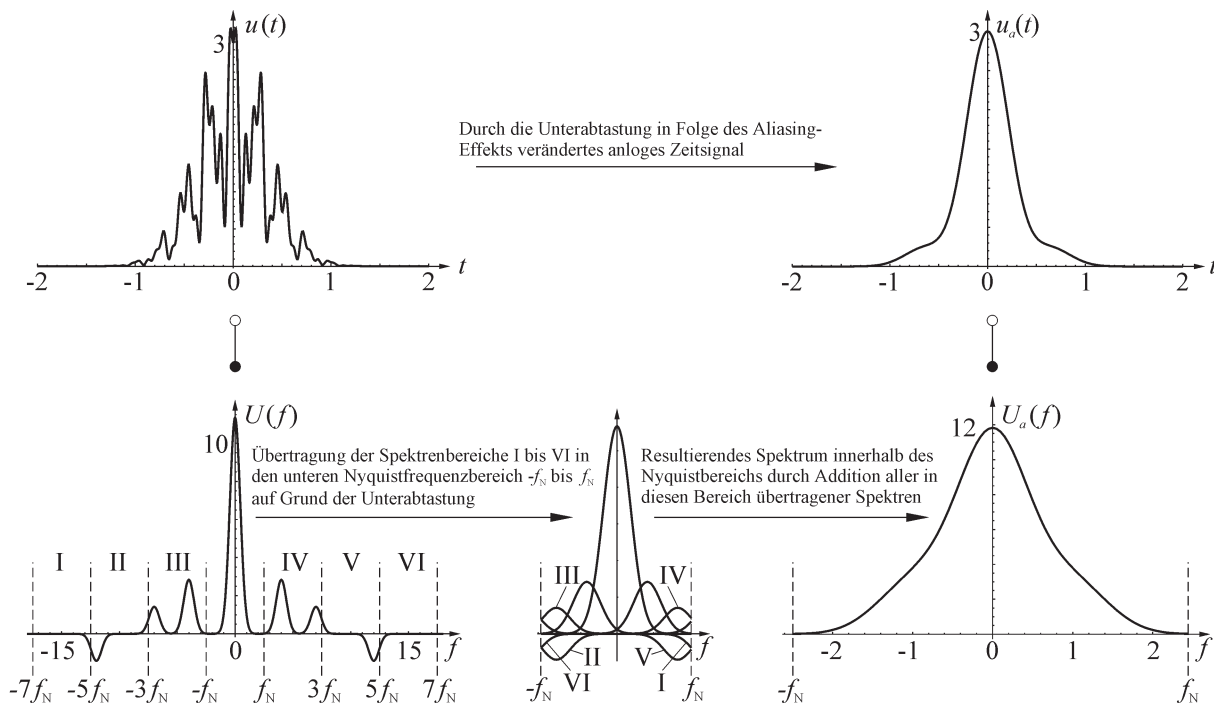


Abb. 3.19: Beispiel zur Verletzung des Abtasttheorems (Erklärung siehe Text).

Gezeigt ist dort auf der rechten Seite der Verlauf eines fiktiven, analogen Signals $u(t)$ und dessen Spektrum $U(f)$. Da hier vereinfacht ein reelles und gerades Signal angenommen wird, erhält man gemäß Tabelle 3.2 ein ebenfalls reelles und gerades Frequenzspektrum $U(f)$. In dem hier gezeigten Beispiel wurde für $u(t)$

$$u(t) = [2 + \cos(2\pi f_1 t) + 0.5 \cos(2\pi f_2 t) - 0.5 \cos(2\pi f_3 t)]e^{-4t^2} \quad (3.75)$$

gewählt, mit $f_1 = 4\text{Hz}$, $f_2 = 7\text{Hz}$ und $f_3 = 12\text{Hz}$. Damit erhält man das in Abb. 3.19 gezeigte Frequenzspektrum $U(f)$.

Es soll nun angenommen werden, dass die Abtastfrequenz zu $f_a = 2f_N = 5\text{Hz}$ gewählt wurde, wobei $f_N = 2.5\text{Hz}$ der so genannten Nyquistfrequenz entspricht. Gemäß Gl. (3.74) sollte f_N größer als die höchste im Signal enthaltene Frequenz $f_g = 12\text{Hz}$ sein, was hier jedoch nicht der Fall ist. Durch die Verletzung des Abtasttheorems wird das ursprüngliche Frequenzspektrum $U(f)$ durch die so genannten Aliasing-Effekte¹⁹ verändert. Alle Frequenzanteile außerhalb des Nyquistfrequenzbereichs werden nämlich fälschlicherweise durch die Unterabtastung in diesen Frequenzbereich übertragen. Dabei gilt das in Abb. 3.19 gezeigte Schema für die Übertragung. Demnach sind außerhalb des Nyquistbereichs weitere Frequenzabschnitte mit der Breite des Nyquistbereichs zu bilden, hier die Abschnitte I bis VI, die dann anschließend in den unteren Nyquistbereich projiziert werden (Abb. 3.19 unten Mitte). Das resultierende Frequenzspektrum innerhalb des Nyquistbereichs ergibt sich dann durch die Addition aller Spektren in diesem Bereich (Abb. 3.19 unten rechts).

Bei der Darstellung der Frequenzspektren in Abb. 3.19 ist zu beachten, dass zur besseren Übersicht die Frequenzachsen jeweils unterschiedlich breit sind, so dass die einzelnen Kurven entweder gespreizt oder gedehnt sind. Das gesamte Frequenzspektrum des abgetasteten Signals $U_d(f)$ erhält man durch die periodische Fortsetzung des Spektrums des Nyquistfrequenzbereichs (Abb. 3.20), wobei der Periodenabstand gemäß Gl. (3.58) umgekehrt proportional zum zeitlichen Abstand Δt der Abtastwerte und damit proportional zur Abtastfrequenz f_a ist (siehe dazu Abschnitt 3.2.1.3). Durch die Tiefpassfilterung des Nyquistfrequenzbereichs aus dem periodischen Frequenzspektrum erhält man dann das analoge Zeitsignal $u_a(t)$. Dieses entspricht allerdings aufgrund der Verletzung des Abtasttheorems nicht mehr dem ursprünglichen Signal $u(t)$, wie auch Abb. 3.19 zeigt.

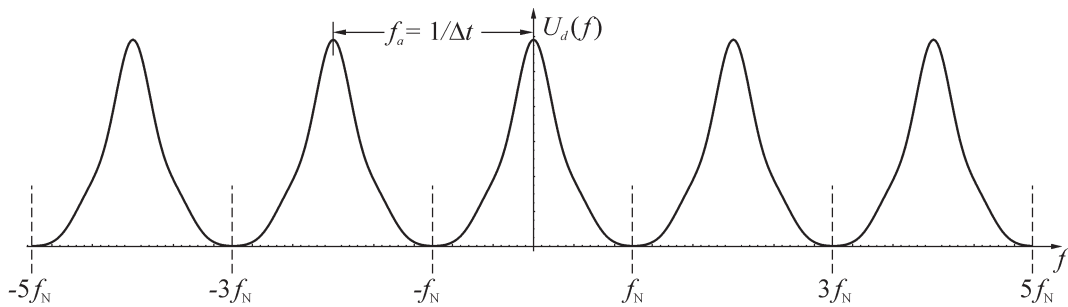


Abb. 3.20: Spektrum $U_d(f)$ des unterabgetasteten Signals nach Gl. (3.75).

Bei der hier angenommenen Abtastfrequenz f_a von 5Hz werden somit durch den Aliasing-Effekt im Spektrum die Frequenz von $f_1 = 4\text{Hz}$ auf die Frequenz -1Hz und, aufgrund der geraden Spektralfunktion, die Frequenz von -4Hz auf 1Hz fälschlicherweise übertragen, so dass letztendlich nicht mehr der Cosinus von 4Hz, sondern von 1Hz im Signal enthalten ist (Gl. (3.75)). Generell findet man, dass die Frequenzen f außerhalb des Nyquistfrequenzbereichs $-f_N \leq f \leq f_N$ über

$$f_{\text{aliased}} = \begin{cases} f - nf_a & \text{für } f > f_N \\ f + nf_a & \text{für } f < -f_N \end{cases}$$

fälschlicherweise in den Nyquistfrequenzbereich übertragen werden. Dabei entspricht n dem ganzzahligen Quotient von $|f/f_a|$. Demnach gilt für die Frequenzen $f_2 = 7\text{Hz}$ und $f_3 = 12\text{Hz}$, dass diese durch den Aliasing-Effekt fälschlicherweise auf die selbe Frequenz von 2Hz abgebildet werden. Dadurch wird in diesem Beispiel durch die Unterabtastung die ursprüngliche Zeitfunktion nach Gl. (3.75) in die nachfolgend beschriebene

¹⁹aliased: lässt sich frei übersetzen zu: fälschlicherweise übertragen (Press et al., 1995, S. 501).

Zeitfunktion

$$u_a(t) = [2 + \cos(2\pi 1\text{Hz } t) + 0.5 \cos(2\pi 2\text{Hz } t) - 0.5 \cos(2\pi 2\text{Hz } t)]e^{-4t^2} = [2 + \cos(2\pi 1\text{Hz } t)]e^{-4t^2}$$

geändert. Durch die Aliasing-Effekte können demnach sowohl die Amplituden der Signalfrequenzen im Nyquistbereich stark verändert werden, als auch neue Frequenzen erzeugt werden, die im ursprünglich Messsignal nicht im Nyquistbereich vorhanden waren.

Dieses Beispiel zeigt sehr deutlich, dass es zwingend erforderlich ist, das Abtasttheorem nach Gl. (3.74) nicht zu verletzen. Damit ein Signal demnach abgetastet werden kann, ohne dass Aliasing-Effekte auftreten, muss es zuvor mit einem analogen Tiefpass, dem so genannten Anti-Aliasing-Filter (AAF), auf seine höchste Signalfrequenz f_g bandbegrenzt werden. Häufig lässt sich allerdings diese obere Grenzfrequenz f_g nicht direkt bestimmen. In diesen Fällen wird die obere Grenzfrequenz f_g so ausgewählt, dass alle wichtigen Informationen des ursprünglichen Messsignals auch dann noch vorhanden sind, wenn alle Frequenzen oberhalb dieser Grenzfrequenz aus diesem Signal durch das Anti-Aliasing-Filter herausgefiltert werden.

Unglücklicherweise lässt sich, wie in Abschnitt 3.2.5 besprochen, kein ideales Filter mit einem rechteckigen Frequenzverlauf konstruieren. Bei realen Filtern, so auch beim Anti-Aliasing-Filter verläuft der Übergang zwischen Durchlass- und Dämpfungsbereich nicht sprunghaft sondern fließend (Abb. 3.23). Das Anti-Aliasing-Filter muss demnach so ausgelegt sein, dass einerseits oberhalb der Nyquistfrequenz die Dämpfung a_S mindestens so groß ist, dass alle Frequenzamplituden oberhalb von f_N im Wertebereich des Quantisierungsrauschen (siehe dazu Abschnitt 3.2.4.2) liegen, und andererseits muss die Durchlassfrequenz f_D (Abb. 3.23) größer als die höchste im Messsignal enthaltene Frequenz f_g sein, damit keine Information aus dem Messsignal herausgefiltert wird. Da die Abtastfrequenz $f_a = 2f_N$ damit über dem idealen Wert von $f_a = 2f_g$ liegt, spricht man von Überabtastung, dem so genannten Oversampling.

In Abb. 3.21 sind zwei mögliche Anti-Aliasing-Filter gezeigt, die eine Abtastung des Messsignals ohne Informationsverlust gestattet. Dabei ist der Vorteil des Anti-Aliasing-Filters nach Abb. 3.21a gegenüber dem nach Abb. 3.21b, dass er mit relativ geringem Aufwand realisiert werden kann, da er einen großen Übergangsbereich zwischen Durchlass- und Dämpfungsbereich besitzt (siehe dazu Abschnitt 3.2.5). Allerdings besitzt er gegenüber dem Anti-Aliasing-Filter nach Abb. 3.21b den Nachteil, dass er, obwohl die obere Grenzfrequenz f_g des Messsignals in beiden Fällen gleich groß ist, eine größere Abtastfrequenz $f_a = 2f_N$ benötigt, da aufgrund der geringen Steilheit der Dämpfung die Nyquistfrequenz f_N größer ist. Dadurch muss eine sehr viel größere Datenmenge bewältigt als beim Anti-Aliasing-Filter nach Abb. 3.21b.

Den Kompromiss, den man hierbei häufig eingeht, ist, ein Anti-Aliasing-Filter nach Abb. 3.21a zu realisieren, da es im allgemeinen sehr viel billiger als das steilflankige Filter nach Abb. 3.21b ist. Nach der Abtastung allerdings werden dann die digitalisierten Daten über ein digitales Filter geführt, mit dem mit relativ geringem Aufwand steilflankige Filter realisiert werden können. Dadurch lässt sich nun gewissermaßen eine neue Nyquistfrequenz festlegen, die recht nahe bei der Grenzfrequenz f_g des Messsignals liegt. Auf digitalen Weg kann nun eine erneute Abtastung mit einer sehr viel niederen Abtastfrequenz durchgeführt werden, so dass die Datenmenge deutlich reduziert wird. Dadurch verringert sich nicht nur die erforderliche Speicherkapazität, sondern auch eventuell nachfolgende Rechenzeiten für die Bearbeitung des Signals. Beispiele dazu findet man bei den gängigen CD-Spielern, aber auch bei vielen in der Praxis eingesetzten digitalen Hörhilfen (Hörgeräte).

In Abb. 3.22 finden sich zwei Beispiele ungeeigneter Anti-Aliasing-Filter. Obwohl der Frequenzgang des Filters nach Abb. 3.22a das Messsignal ohne Informationsverlust filtert, ist es dennoch nicht geeignet, da die Dämpfung an der Nyquistfrequenz nicht ausreichend ist, um Aliasing-Effekte zu verhindern. Demgegenüber

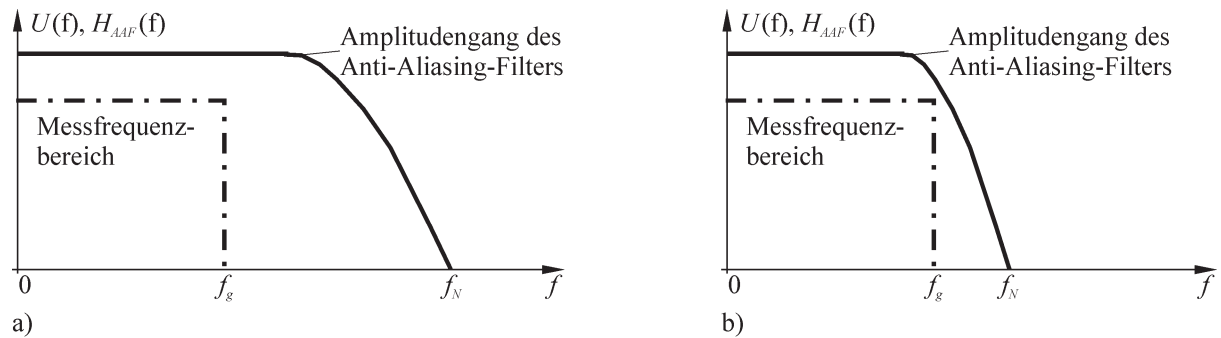


Abb. 3.21: Mögliche Anti-Aliasing-Filter: a) AAF mit großem Übergangsbereich, d.h. es lässt sich relativ einfach und kostengünstig realisieren. Allerdings bedingt dies eine hohe Datenmenge, da die Abtastfrequenz groß ist; b) AAF mit kleinem Übergangsbereich, was einen großen Aufwand erfordert und damit häufig auch teuer ist, um diesen steilflankigen Übergang zu realisieren. Demgegenüber kann die Abtastfrequenz und damit die Datenmenge klein gehalten werden.

werden beim Anti-Aliasing-Filter nach Abb. 3.22b zwar Aliasing-Effekte vermieden, der Dämpfungsverlauf des Filters aber ist so ungünstig gewählt, dass auch Frequenzanteile des Messsignals und damit Information herausgefiltert werden.

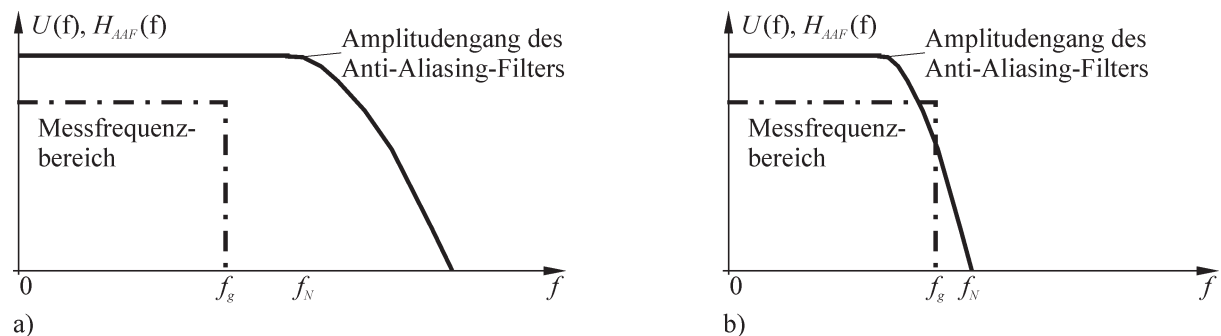


Abb. 3.22: Unbrauchbare Anti-Aliasing-Filter: a) Nyquistfrequenz liegt im Durchlassbereich, d.h. Aliasing-Effekte werden nicht vermieden; b) AAF filtert auch Nutzfrequenzanteile heraus.

3.2.4.2 Quantisierungsfehler und Quantisierungsrauschen

Bevor ein abgetastetes Signal $u_d(t)$ digital bearbeitet werden kann, muss es quantisiert werden, da aufgrund der beschränkten Bitlänge pro digitalem Wert nicht alle möglichen analogen Werte des Messsignals nachgebildet werden können.

Damit erhält man bei nahezu jedem Messwert $u_d(t)$ einen so genannten Quantisierungsfehler, dessen absoluter Wert f_q wie folgt definiert ist (Lüke, 1999, S. 201f):

$$f_q(i\Delta t) = u_q(i\Delta t) - u_d(i\Delta t).$$

Dabei entsprechen $u_q(i\Delta t)$ dem quantisierten bzw. wertediskreten und $u_d(i\Delta t)$ dem tatsächlichen wertekontinuierlichen Abtastwert zum Abtastzeitpunkt $i\Delta t$. Häufig interessiert nicht der absolute, sondern der

maximale relative Quantisierungsfehler f_r . Dieser ist nun nicht mehr von der absoluten Größe des Messsignals abhängig, sondern allein von der Anzahl N der möglichen Quantisierungsstufen. Diese berechnet sich aus der Bitlänge n , die bei der Quantisierung pro Datenwert verwendet wird. Es gilt:

$$N = 2^n.$$

Damit lässt sich der maximale relative Quantisierungsfehler f_r angeben zu:

$$f_r = \frac{1}{2N} = \frac{1}{2^{n+1}}. \quad (3.76)$$

Die bei der Quantisierung anfallende Ungenauigkeit war zu Zeiten von 8 Bit-Analog-Digitalwandlern vielleicht noch problematisch, denn dort betrug der maximale Quantisierungsfehler gemäß Gl. (3.76) noch 0.19%. Bei der heute jedoch häufig eingesetzten Bitlänge von 16 Bit können $2^{16} = 65536$ Quantisierungsstufen realisiert werden. Soll damit ein Messsignal von $\pm 5V$ quantisiert werden, ergibt sich bei linearer Quantisierung eine absolute Auflösung von $1/65536 \cdot 10V \approx 152\mu V$ und gemäß Gl. (3.76) ein maximaler, relativer Quantisierungsfehler von lediglich 0.0008%.

Der unvermeidbare Quantisierungsfehler führt jedoch dazu, dass trotz fehlerfreier Übertragung durch das digitale System bei der Demodulation, d.h. bei der Rückwandlung des digitalisierten Signals in ein analoges Ausgangssignal $u_a(t)$, dieses nicht exakt dem ursprünglichen analogen Eingangssignal $u_e(t)$ entspricht. Das Differenzsignal

$$f_n(t) = u_e(t) - u_a(t)$$

beider Signale ergibt das so genannte Quantisierungsrauschen, das natürlich umso größer ist, je kleiner die Bitlänge und damit die Auflösung des digitalen Messsystems ist.

3.2.5 Filterfunktionen

Der Entwurf von Filtern ist eine häufige Aufgabe in der Signalverarbeitung, und der Bereich der Biomedizinischen Technik bildet dabei keine Ausnahme. Ob man nun Rauschen unterdrücken, ein Signal in verschiedene Frequenzbänder zerlegen (siehe dazu z.B. Abschnitt 6.2.1) oder einfach nur das Aliasing beim Abtasten eines Signals verhindern will, ein Filter ist das Werkzeug, das man benötigt. Aufgabe eines Filters ist es, bestimmte Frequenzen eines Signals passieren zu lassen und alle anderen Frequenzen zu blockieren. Der Frequenzbereich, der das Filter passieren kann, wird als Durchlassbereich bezeichnet, der Bereich, indem eine geforderte Mindestdämpfung erreicht wird als Sperrbereich, und der übrige Bereich als Übergangsbereich (Abb. 3.23). Die Frequenzen, bei denen Sperr- und Durchlassbereich ineinander übergehen, werden Grenzfrequenzen (f_D , f_S) genannt.

Man unterscheidet zwischen folgenden Filtertypen:

- Tiefpass,
- Hochpass,
- Bandpass und
- Bandsperre.

Ein Einsatzgebiet von Tiefpassfiltern ist das Glätten verrauschter Signale oder als Anti-Aliasing-Filter (Abschnitt 3.2.4.1). Da bei einer Messung oft nur ein bestimmter Frequenzbereich interessiert, kann man störende Frequenzanteile, die über diesem Bereich liegen, wie z.B. die hochfrequenten Signale eines Hochfrequenzchirurgieschneidewerkzeugs, herausfiltern ohne das Ergebnis zu verfälschen.

Hochpassfilter werden beispielsweise am Eingang eines Verstärkers bei der Ableitung bioelektrischer Signale eingesetzt. Hier darf aufgrund der hohen Elektrodengleichspannung die Frequenz Null nicht verstärkt werden (siehe dazu auch Kapitel 5).

Bandpassfilter werden beim EEG eingesetzt, um hier die interessierenden Frequenzbereiche aus dem relativ chaotischen EEG-Signal herauszuschneiden (siehe dazu Abschnitt 6.2).

Bandsperren kommen zum Einsatz, wenn störende Frequenzanteile innerhalb des interessierenden Frequenzbereichs liegen, wie z.B. beim EKG vom Stromnetz eingekoppelte 50Hz-Störsignale (Abschnitt 6.1.12 bzw. Abb. 3.36). Ein Tiefpassfilter würde hier das EKG unbrauchbar machen, da es Frequenzen über und unter 50Hz enthält. Eine Bandsperre kann die störende Frequenz dämpfen, ohne die darüber und darunter liegenden Frequenzbereiche zu stark zu beeinflussen.

Filter werden im Zeitbereich durch ihre Impulsantwort und im Frequenzbereich durch ihren Frequenzgang beschrieben. Die beiden Darstellungen lassen sich, wie in Abschnitt 3.2.1.2 besprochen, mit Hilfe der Fourier-Transformation beziehungsweise der inversen Fourier-Transformation ineinander überführen. Bei der Frequenzbereichsdarstellung wird das Filterverhalten durch die in Abb. 3.23 am Beispiel eines Tiefpass gezeigten Filterkenngrößen beschrieben. Gezeigt ist dort der Dämpfungsverlauf a des Tiefpass in Abhängigkeit der Frequenz f . Die Größe a_D entspricht dem Maximalwert der je nach Anwendungsfall zulässigen Dämpfungsschwankung im Durchlassbereich. Häufig wird für a_D eine Dämpfungsschwankung von $\pm 3\text{dB}$ zugelassen. Mit f_D wird die Grenzfrequenz des Durchlassbereichs beschrieben, ab der die zulässige Dämpfungsschwankung und damit der Durchlassbereich verlassen wird. Die Größe f_S entspricht der Grenzfrequenz, bei der eine vom Anwendungsfall abhängige, geforderte Mindestdämpfung a_S für alle weiteren Frequenzen $f > f_S$ erreicht wird. Im Gegensatz zum Durchlassbereich wird dieser Abschnitt ($f > f_S$) Dämpfungsbereich genannt. Der Bereich zwischen f_D und f_S wird Übergangsbereich genannt. Er ist im allgemeinen umso kleiner, je größer der Aufwand für das Filter betrieben wird (Saal und Entenmann, 1979, S. 23).

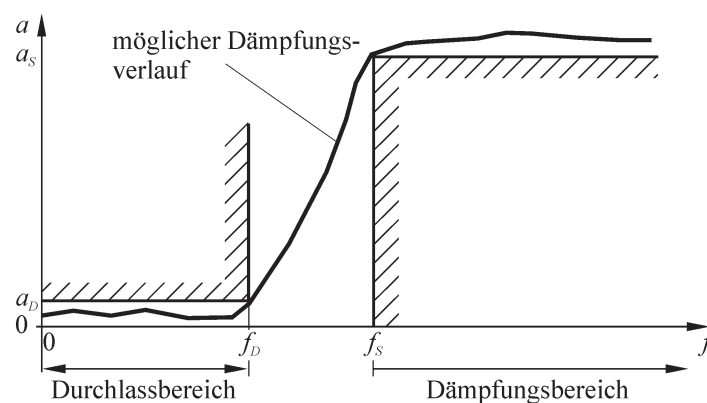


Abb. 3.23: Dämpfungstoleranzschema.

Eine Filterfunktion $h(t)$ wird auf eine Funktion $u_e(t)$ angewandt, indem man im Zeitbereich eine Faltung der beiden Funktionen durchführt ($u_a(t) = u_e(t) * h(t)$) oder sie im Frequenzbereich miteinander multipliziert ($U_a(f) = U_e(f) \cdot H(f)$). Hier zeigt sich ein Vorteil, wenn mittels der Fourier-Transformation die Bildfunktion bestimmt und die Operation im Frequenzbereich durchgeführt wird, da die Operation im Frequenzbereich anschaulicher als im Zeitbereich ist.

Wünschenswert ist in vielen Fällen ein so genanntes Tiefpassfilter, das Frequenzen bis zur gewünschten

Grenzfrequenz f_g ungehindert passieren lässt, und Frequenzen jenseits der Grenzfrequenz vollkommen blockiert. Dieses Verhalten entspricht einem Rechtecksignal $\text{rect}(f/F)$ im Frequenzbereich (Abb. 3.24a) mit F als so genannter mathematischer Frequenzbandbreite²⁰ (Marko, 1982, S. 78). Für die Definition des Rechtecksignals gilt allgemein:

$$\text{rect}(x/A) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| \leq A/2 \\ 0 & \text{für } |x| > A/2 \end{cases} \quad (3.77)$$

und für dessen Transformierte²¹ $T(f(x))$

$$T(f(x)) = f(y) = |A| \frac{\sin(\pi y A)}{\pi y A} \equiv |A| \text{si}(\pi y A). \quad (3.78)$$

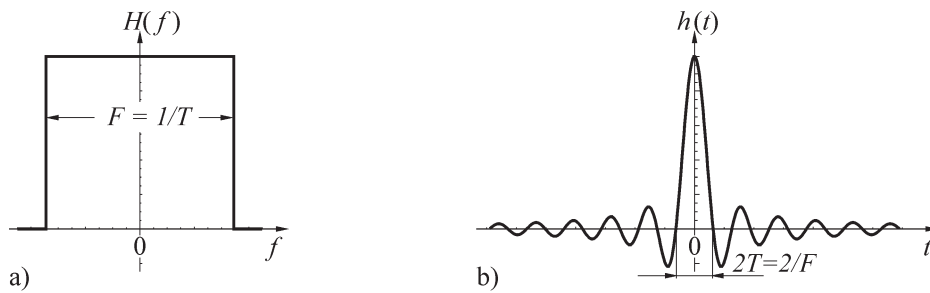


Abb. 3.24: Idealer Tiefpass: a) Amplitudengang $H(f)$; b) Impulsantwort (Zeitfunktion) $h(t)$.

Unglücklicherweise ist ein solches Filter nicht realisierbar, denn seine Zeitbereichsdarstellung, beschrieben durch die Impulsfunktion $h(t)$, ist wie Gl. (3.78) zeigt, eine $\sin(x)/x$ -Funktion (Abb. 3.24b), die zeitlich nicht nur bei $t > 0$ sondern auch bei $t < 0$ unendlich ausgedehnt ist und damit kein kausales, d.h. technisch realisierbares System darstellt (Abschnitt 3.2.2.3). Zur Faltung einer Funktion $f(t)$ mit einer unendlich ausgedehnten Funktion $h(t)$ muss der Funktionswert von $f(t)$ zu jedem Zeitpunkt bekannt sein, also auch zu Zeitpunkten, die in der Zukunft liegen, da, wenn $h(t)$ nicht kausal ist, das Integral gemäß Gl. (3.67) auch für $\tau > t$ berechnet werden muss²².

Dies ist bei analytisch vorliegenden Funktionen möglich, nicht jedoch bei gemessenen Signalen. Es muss demnach die Impulsantwort $h(t)$ des Filters zeitlich begrenzt und anschließend im Zeitbereich so verschoben werden, dass das Tiefpasssystem kausal wird und damit zur Faltung mit der gewünschten Funktion $f(t)$ nur die Werte von $f(t)$ in der Gegenwart und der Vergangenheit betrachtet werden müssen (Abb. 3.25).

Die Verschiebung im Zeitbereich ändert zwar den Phasengang des Filters, nicht jedoch den Amplitudengang, so dass dieser Effekt meist vernachlässigt werden kann. Die zeitliche Begrenzung dagegen hat unangenehme Auswirkungen auf den Amplitudengang. Sie entspricht wiederum einer Multiplikation mit einer Rechteckfunktion ($\text{rect}(t/T)$) dieses Mal jedoch im Zeitbereich, was gemäß dem Faltungssatz (siehe Abschnitt 3.2.1.2) im Frequenzbereich einer Faltung des Rechtecksignals $\text{rect}(f/F)$ des idealen Tiefpassamplitudengangs mit der Funktion $f(y) = |T| \sin(2\pi T y)/(2\pi T y)$ (Gl. (3.78)) des zeitlichen Rechteckfensters bedeutet.

²⁰Die mathematische Frequenzbandbreite F umfasst die spektrale Ausdehnung, d.h. alle positiven und negativen Frequenzen, die physikalische Frequenzbandbreite dagegen umfasst nur die positiven Frequenzen und beträgt daher $F/2$. Im Falle des hier betrachteten Tiefpass gilt: $F = 2f_g$

²¹Die Funktion $T(f(x))$ repräsentiert hier entweder die Transformation in den Bild- oder Originalbereich, je nach dem aus welchem Bereich die Funktion $f(x)$ stammt.

²²Die obere Integrationsgrenze reicht bei nicht kausalen Systemen nicht bis zum Zeitpunkt t , der die Gegenwart repräsentiert, sondern darüber hinaus bis $+\infty$.

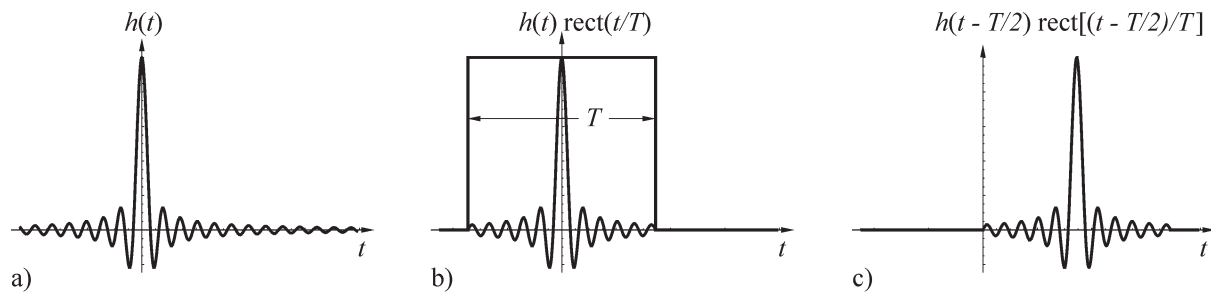


Abb. 3.25: Entwicklung eines Tiefpass: a) Impulsantwort $h(t)$ des idealen Tiefpasssystems; b) Zeitbegrenzung der Impulsantwort durch eine Rechteckfunktion $\text{rect}(t/T)$ der Breite T ; c) Zeitverschiebung der zeitbegrenzten Impulsantwort um $T/2$, um ein kausales System zu erhalten.

Welche Auswirkung diese zeitliche Beschränkung auf den Frequenzbereich des Tiefpassfilters hat, zeigt Abb. 3.26, wo die auf die Frequenz 0 normierten Amplitudengänge des idealen und zeitlich begrenzten Tiefpassfilters dargestellt sind. Demzufolge wird aus dem ursprünglich rechteckförmigen Amplitudengang des idealen Tiefpass ein Amplitudengang mit Schwankungen im Durchlass- und Dämpfungsbereich. Insbesondere am Übergang zwischen Durchlass- und Dämpfungsbereich erhält man Überschwinger, die aus dem in Abschnitt 3.2.1.1 erwähnten Gibbschen Phänomen resultieren. Während die Schwankungen im Durchlassbereich noch tolerierbar sein können, insbesondere wenn sie wie hier deutlich innerhalb des für den Durchlassbereich per Definition oft als tolerabel festgelegten ± 3 dB Bereichs liegen (Gl. 3.73), können die Schwankungen im Dämpfungsbereich unter Umständen nicht akzeptiert werden, wenn dadurch die geforderte Mindestdämpfung nicht erreicht wird. Nach dem hier gezeigten Amplitudengang des zeitlich begrenzten Tiefpasssystems liegt die normierte Amplitude $a_{s,\max}$ des größten Nebenmaximums (Sidelobes, siehe dazu Abschnitt 3.2.7) unterhalb 0.09. Dies bedeutet, dass die Frequenzen in der Nähe der Grenzfrequenz des Tiefpassfilters nur um etwa 21 dB gedämpft werden. In sehr vielen Fällen, wie beispielsweise beim so genannten Anti-Aliasing-Filter (Abschnitt 3.2.4.1) ist dieser Wert im allgemeinen unzureichend. Wie man dieses Überschwinger und die Höhe der Nebenmaxima reduzieren kann, wird im Abschnitt 3.2.7 besprochen. Allerdings sind diese Maßnahmen insbesondere für die nachfolgend beschriebenen digitalen Filter anwendbar, da sie nur dort leicht zu realisieren sind.

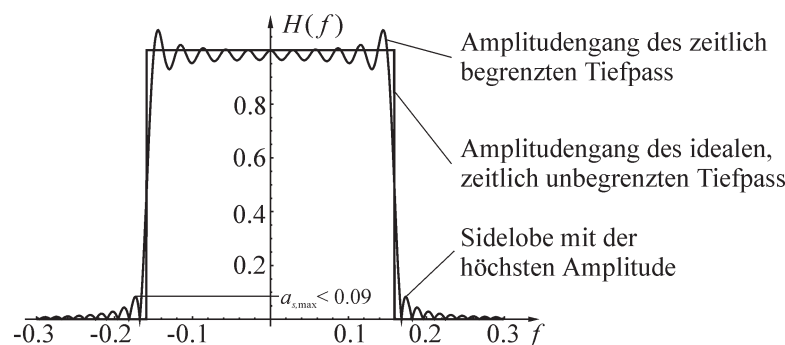


Abb. 3.26: Normierte Amplitudengänge des idealen, zeitlich unbegrenzten Tiefpass und des nach Abb. 3.25 zeitlich beschränkten Tiefpass.

Für Aufgaben, die kein Filter mit besonders scharf abfallendem Frequenzgang benötigen, können so genannte Gauß-Filter eingesetzt werden. Diese können sowohl elektrisch als auch mechanisch mit passiven Bauelemen-

ten realisiert werden²³, sind von der Berechnung her relativ unkompliziert, und weisen kein Überspringen auf. Allerdings gehen sie selbst bei hoher Filterordnung langsamer vom Durchlass- in den Sperrbereich über als andere Filterarten. Deswegen werden sie in der Signalverarbeitung relativ selten eingesetzt. Dafür haben sie große Bedeutung in der Bildverarbeitung.

Weitere Filter, die ebenfalls mit passiven Bauelementen realisiert werden können, sind zum Beispiel Bessel-, Butterworth- und Tchebychev-Filter. Sie sind vom Aufbau her komplexer als Gauß-Filter, und gehen schneller vom Durchlass- in den Sperrbereich über als Gauß-Filter, haben aber auch unerwünschte Eigenschaften wie Überspringen oder Dämpfung von Frequenzen, die eigentlich im Durchlassbereich liegen. Ausführliche Informationen zu diesen Filtertypen finden man z.B. in [Saal und Entenmann \(1979\)](#).

3.2.6 Digitale Filter

Die Filterung eines zeitdiskreten Signals erfolgt im Grunde genommen analog zu der eines zeitkontinuierlichen, nämlich durch Faltung mit der Impulsantwort des Filters im Zeitbereich oder durch Multiplikation mit dem Frequenzgang des Filters im Frequenzbereich. Letztere Möglichkeit kann nur im realen Anwendungsfall angewendet werden, wenn das zu filternde Signal schon komplett aufgenommen wurde. Da in vielen Anwendungsfällen das Signal jedoch schon während der Aufnahme, sozusagen online gefiltert werden soll, wird häufig die erste Methode angewendet. Erleichternd kommt hinzu, dass durch die Zeitdiskretisierung des Signals aus der Faltungsoperation eine Reihe von Multiplikationen und Additionen wird. Ist zum Beispiel die Folge f_k ($k = 0, 1, \dots, N - 1$) die Impulsantwort des Filters und a_{i-k} ($k = 0, 1, \dots, N - 1$) vom i -ten Abtastzeitpunkt ausgehend die Folge der letzten N Abtastwerte des Signals, so wird der gefilterte Signalwert g_i zum i -ten Abtastzeitpunkt berechnet durch

$$g_i = \sum_{k=0}^{N-1} f_k a_{i-k}.$$

Eine wichtige Eigenschaft dieser Art von Filtern ist, dass sie zur Berechnung der Ausgangswerte g_i keine früheren Werte g_{i-j} der Ausgangsfunktion, sondern nur die letzten N Werte der Eingangsfunktion a_i heranziehen, wobei N die Größe des Filters ist. Aus diesem Grund werden sie nicht-rekursive Filter (NRF) genannt. Da die Impulsantwort f_k des Filters endlich, nämlich genau N Werte lang ist, ist eine andere Bezeichnung für diese Art von Filtern FIR-Filter (Finite impulse response, endliche Impulsantwort). FIR-Filter sind immer stabil, da die Antwort auf jedes beliebige Eingangssignal, sobald dieses abgeschaltet wird, nach spätestens N Schritten wieder auf 0 abgeklungen ist, und der maximale Verstärkungsfaktor gleich der Summe der Beträge der einzelnen Koeffizienten des Filters ist. Mit dem bereits vorgestellten Entwurfsverfahren durch Anwendung einer Fensterfunktion auf den idealen Tiefpass (siehe Abschnitt 3.2.5 bzw. Abb. 3.25) lassen sich FIR-Filter einfach entwerfen.

Eine zweite Art von digitalen Filtern verwendet bei der Berechnung des neuen Ausgangswertes nicht nur die Eingangswerte der Vergangenheit, sondern bezieht auch die Ausgangswerte der Vergangenheit mit ein. Ist zum Beispiel die Folge f_k ($k = 0, 1, \dots, N - 1$) die Impulsantwort im hinführenden Zweig des Filtersystems, b_l ($l = 1, \dots, M$) die Impulsantwort im rückgekoppelten Zweig und a_{i-k} ($k = 0, 1, \dots, N - 1$) vom i -ten Abtastzeitpunkt ausgehend die Folge der letzten N Abtastwerte des Signals, so wird der gefilterte Signalwert

²³elektrisch: Widerstände, Kondensatoren und Spulen; mechanisch: Federn, Dämpfer und Massen.

g_i zum i -ten Abtastzeitpunkt berechnet durch

$$g_i = \sum_{k=0}^{N-1} f_k a_{i-k} + \sum_{l=1}^M b_l g_{i-l}.$$

Ein solches Filter wird als rekursives Filter bezeichnet, oder als IIR-Filter (Infinite impulse response, unendliche Impulsantwort), da sie zumindest in der Theorie eine unendlich ausgedehnte Impulsantwort besitzen. Das heißt, ihre Impulsantwort ist unendlich ausgedehnt, wenn das Signal nicht wertediskret ist. Ansonsten kann die Impulsantwort bei stabilen Filtern an einem Punkt permanent auf 0 abklingen, sobald sie in das Quantisierungsrastrer²⁴ von 0 fällt. IIR-Filter kommen bei gleicher Flankensteilheit mit weniger Rechenoperationen aus als FIR-Filter, allerdings ist ihr Entwurf wesentlich komplexer, und IIR-Filter können im Gegensatz zu FIR-Filtern instabil werden und Grenzzyklen ausbilden.

3.2.7 Fensterfunktionen

Im Gegensatz zu theoretischen Funktionen wie die Sinus- oder Kosinusfunktion, die keinen Anfang und kein Ende besitzen, ist jede reale Messung zeitlich begrenzt. Bei Messung eines sinusförmigen Signals $u(t) = a \sin(2\pi f t + \varphi)$ wie beispielsweise der Netzfrequenz mit ihren 50 Hz lässt sich dies beschreiben, indem diese Funktion mit einer Rechteckfunktion $\text{rect}[(t - T/2)/T]$ multipliziert wird, wobei T der Messdauer entspricht. Wie sich dies nun auf die Bildfunktion auswirkt, soll anhand Abb. 3.27 verdeutlicht werden.

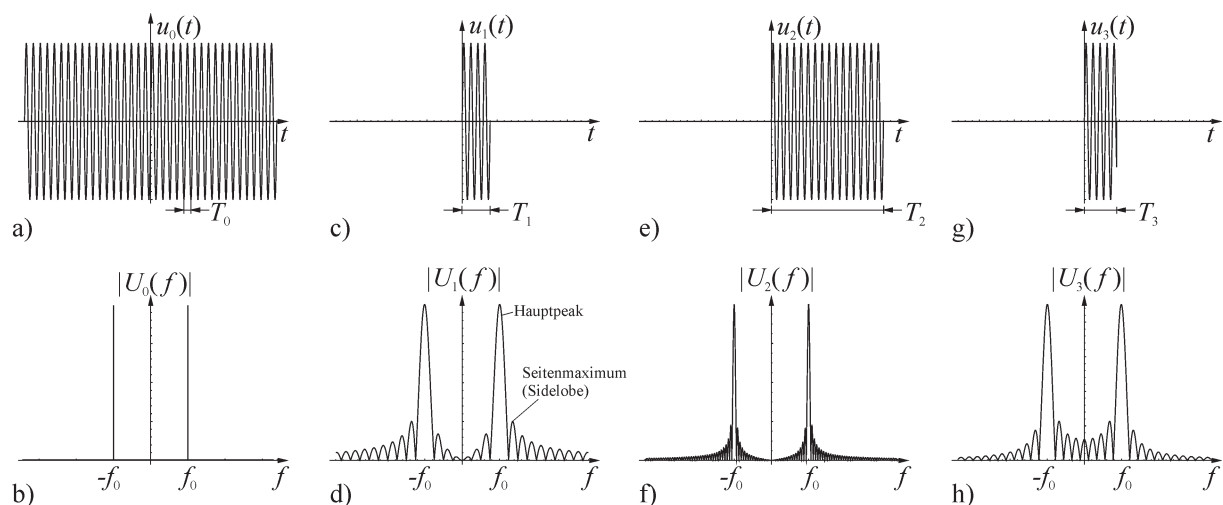


Abb. 3.27: Veränderung des Frequenzspektrums durch eine zeitliche Beschränkung (Erklärung siehe Text): a) Sinusförmiges, zeitlich nicht beschränktes Signal $u_0(t) = a \sin(2\pi f_0 t)$ mit der Periodendauer $T_0 = 1/f_0$; b) Betrag $|U_0(f)|$ des Frequenzspektrums von $u_0(t)$; c) Zeitbeschränktes Signal $u_1(t) = u_0(t) \text{rect}[(t - T_1/2)/T_1]$, wobei T_1 ein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer T_0 ist; d) Betrag $|U_1(f)|$ des Frequenzspektrums von $u_1(t)$; e) Zeitbeschränktes Signal $u_2(t) = u_0(t) \text{rect}[(t - T_2/2)/T_2]$, wobei T_2 größer T_1 , aber wiederum ein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer T_0 ist; f) Betrag $|U_2(f)|$ des Frequenzspektrums von $u_2(t)$; g) Zeitbeschränktes Signal $u_3(t) = u_0(t) \text{rect}[(t - T_3/2)/T_3]$, wobei T_3 hier kein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer T_0 ist; h) Betrag $|U_3(f)|$ des Frequenzspektrums von $u_3(t)$.

Gezeigt sind dort verschiedene Zeitfunktionen und die Beträge ihrer Frequenzspektren. Alle Zeitfunktionen basieren auf der Funktion $a \sin(2\pi f_0 t)$. Demzufolge ist in jedem ihrer Spektren die Frequenz f_0 dominant

²⁴Alle Werte die kleiner als die durch die Quantisierung bedingte niedrigste Quantisierungsstufe sind, erhalten den Wert 0.

vertreten. Während jedoch im zeitlich unbeschränkten Zeitsignal $u_0(t)$ außer dieser Frequenz keine weiteren Frequenzen im Spektrum vorhanden sind (Abb. 3.27b), besitzen die anderen Spektren aufgrund ihrer zeitlichen Beschränkung zusätzlich Frequenzanteile. Entsprechend dem Faltungssatz (Abschnitt 3.2.1.2) bedingt die Multiplikation der Basisfunktion mit dem Rechteckfenster der Zeitfunktion eine Faltung im Frequenzbereich, d.h. die $\sin(x)/x$ -Funktion des Rechteckspektrums wird mit den Sinusfrequenzen $(-f_0, f_0)$ gefaltet. Dabei wird anhand der Abbn. 3.27d und Abb. 3.27f deutlich, dass der Hauptpeak (Mainlobe) dieser $\sin(x)/x$ -Funktion umso breiter ist, je kleiner das Zeitfenster gewählt wird. Dadurch wird die ursprünglich scharfe Abbildung der Frequenz f_0 umso stärker über den Frequenzbereich „verschmiert“, je kleiner das Zeitfenster ist. Die Breite der Zeitfenster entspricht in diesen beiden Abbildungen jeweils einer ganzzahligen Vielfachen der Periodendauer $T_0 = 1/f_0$ der Basisfunktion. Dies hat zur Folge, dass auch diese beiden zeitbeschränkten Funktionen $u_1(t)$ und $u_2(t)$ wie die Basisfunktion keinen Gleichanteil besitzen. Im Gegensatz dazu ist im Frequenzspektrum der Funktion $u_3(t)$ (Abb. 3.27h) ein Gleichanteil vorhanden, da hier die Breite des Zeitfensters keine ganzzahlige Vielfache der Periodendauer ist. Durch die Fensterung werden demnach zusätzliche Frequenzanteile im Spektrum erzeugt, die abhängig sind von der Fensterbreite.

Anhand Abb. 3.27d wird ein weiteres Problem deutlich, dass sich generell durch das Rechteckfenster ergibt, egal ob es im Zeit- oder Frequenzbereich eingesetzt wird. In jedem Fall entstehen dadurch so genannte Seitenmaxima (Sidelobes), die eine relative hohe Amplitude besitzen. Dies kann, wie in einem Beispiel weiter unten noch gezeigt wird (Abb. 3.29), dazu führen, dass benachbarte Frequenzen durch diese Seitenmaxima überdeckt werden, so dass sie nicht mehr im Spektrum deutlich sichtbar sind. Oder es kann wie beim im vorherigen Abschnitt 3.2.5 besprochenen Tiefpassfilter (Abb. 3.26) dazu führen, dass eine geforderte Mindestdämpfung eventuell nicht innerhalb eines vorgegebenen Übergangsbereichs erreicht wird.

Es werden daher im folgenden eine Auswahl so genannter Fenster vorgestellt, die alle zum Ziel haben, die Seitenmaxima zu unterdrücken. Es sind dies, das Dreieck-Fenster (Bartlett-Fenster), Welch-Fenster, Kosinus-Fenster (Hanning- bzw. Hann-Fenster, Blackman-Fenster, Hamming-Fenster) und Kaiser-Bessel-Fenster. Daneben existieren noch eine Vielzahl anderer Fenstertypen wie das Gauss-Fenster oder Varianten des Blackman-Fensters, auf die hier jedoch nicht näher eingegangen wird. Allerdings besitzen die Zeitfenster insbesondere in der digitalen Signalverarbeitung große Bedeutung, da sie nur dort sehr einfach zu realisieren sind.

Mit T als Breite des Fensters lassen sich für obige Fenster folgende Gleichungen angeben (Oppenheim und Schaffer (1999, S. 537ff), Press et al. (1995, S. 553ff), Hesselmann (1983, S. 125ff), siehe dazu auch Tabelle C.1 im Anhang C).

- Dreieck-Fenster bzw. Bartlett-Fenster $w_B(t)$:

$$w_B(t) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{t - T/2}{T/2} \right| & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Welch-Fenster $w_W(t)$:

$$w_W(t) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{t - T/2}{T/2} \right)^2 & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Kosinus-Fenster $w_C(t)$:

$$w_C(t) = \begin{cases} A - B \cos(2\pi t/T) + C \cos(4\pi t/T) & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Davon lassen sich folgende Fenster ableiten:

Hanning- bzw. Hann-Fenster:	$A = 0.5$	$B = 0.5$	$C = 0$
Hamming-Fenster:	$A = 0.54$	$B = 0.46$	$C = 0$
Blackman-Fenster:	$A = 0.42$	$B = 0.5$	$C = 0.08$

• Kaiser-Fenster $w_K(t)$:

$$w_K(t) = \begin{cases} \frac{I_0\left(\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{t - T/2}{T/2}\right)^2}\right)}{I_0(\alpha)} & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dabei ist $I_0(x)$ die modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung, für die gilt ([Bronstein et al., 1995](#), S. 399)

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{(k!)^2}.$$

Dieses Fenster wurde speziell für den Entwurf von Filtern entwickelt. Sie haben die Eigenschaft, dass sie insbesondere im gewählten Frequenzbereich die maximale Energiekonzentration besitzen, was zu einer deutlichen Reduzierung der Nebenmaxima führt. Die Größe α ist ein Steuerparameter, der direkt von der gewünschten Mindestdämpfung

$$A = -20 \lg a_{s,\max}$$

abhängig ist. Der Parameter $a_{s,\max}$ entspricht dabei der normierten Größe des höchsten Sidelobes (Abb. 3.26) im Amplitudengang des Filters. Zur Berechnung des Steuerparameters α wurde folgende Gleichung empirisch hergeleitet ([Oppenheim und Schafer, 1999](#), S. 545):

$$\alpha = \begin{cases} 0.1102 (A - 8.7) & \text{für } A > 50 \\ 0.5842 (A - 21)^{0.4} + 0.07886 (A - 21) & \text{für } 21 \leq A \leq 50 \\ 0 & \text{für } A < 21 \end{cases} \quad (3.79)$$

Damit das Filter diese geforderte Mindestdämpfung A innerhalb eines bestimmten Übergangsbereichs $\Delta f = f_S - f_D$ erreicht (Abb. 3.26), muss das Kaiser-Fenster eine bestimmte Breite T besitzen, die sich berechnet zu

$$T = \frac{A - 8}{2.285(2\pi\Delta f)}. \quad (3.80)$$

In Abb. 3.28 sind für das Rechteck-, Dreieck-, Hanning- und Blackman-Fenster die Beträge ihrer entsprechenden Transformierten in der dB-Skalierung dargestellt. Dabei wird deutlich, dass das Rechteck-Fenster zwar von allen den schmalsten Mainlobe besitzen, seine Sidelobes dagegen von allen aber am größten sind. Die Aufgabe der Fenster ist, die Höhe der Sidelobes zu verringern, was stets eine Verbreiterung des Mainlobes zur Folge hat. Bei den in Abb. 3.28 gezeigten Fenstern besitzt das Blackman-Fenster die kleinsten Nebenmaxima, allerdings auch den breitesten Mainlobe. Im Vergleich des Dreieck- und Hanning-Fensters erkennt man, dass zwar beide die gleiche Mainlobebreite haben, das Dreieck-Fenster aber trotzdem höhere und zudem breitere Sidelobes als das Hanning-Fenster besitzt.

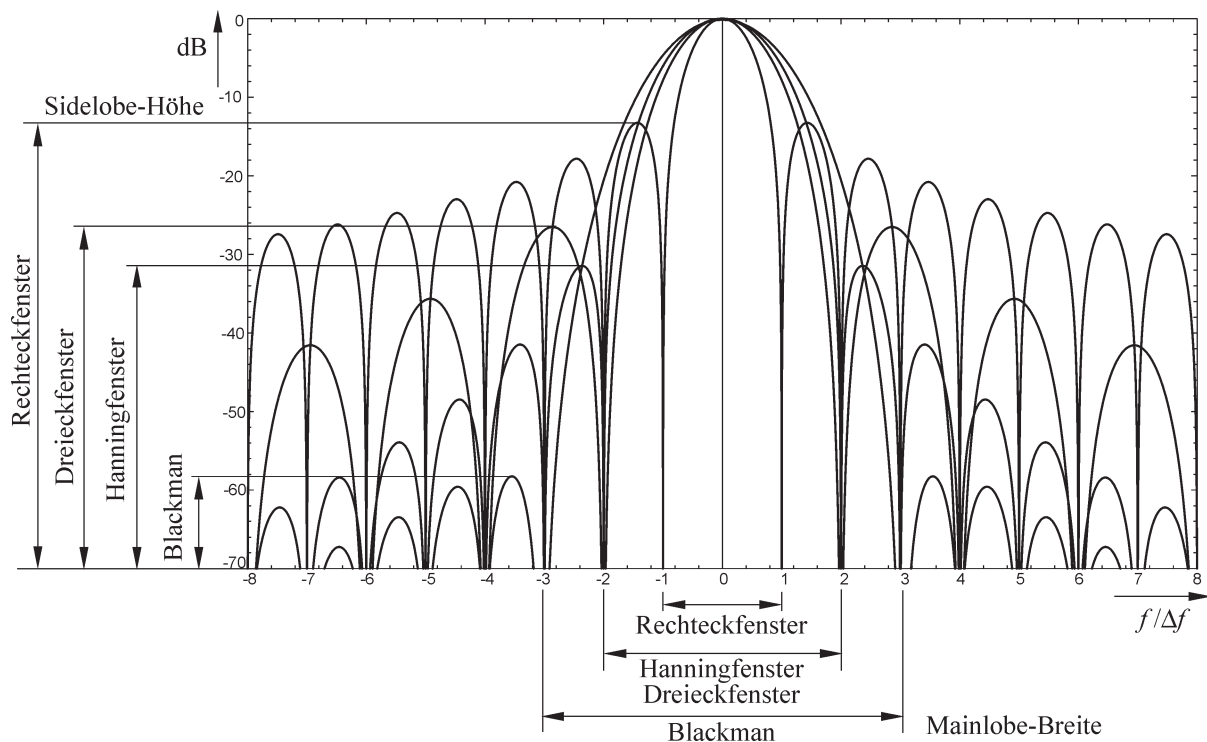


Abb. 3.28: Mainlobes (Hauptmaxima) und Sidelobe (Seitenmaxima, Nebenmaxima) einiger Fenster. Deutlich erkennbar ist, dass je breiter der Mainlobe ist, desto kleiner sind die Sidelobe.

In Abb. 3.29 sind nun die Auswirkungen dreier zeitlicher Fenster auf den Amplitudengang des Tiefpass nach Abb. 3.25 gezeigt. In Abb. 3.29a sind die unterschiedlichen Verläufe des Tiefpass in einem normierten, linearen Maßstab aufgetragen, da dies den Vergleich der Auswirkungen der Fensterfunktionen zum idealen Verlauf erlaubt. Wie deutlich erkennbar ist, zeigt der Tiefpassverlauf von der mit dem Rechteck-Fenster zeitlich begrenzten Impulsantwort die größten Schwingungen, er besitzt aber den steilsten Übergang in den Dämpfungsbereich. Diese relativ großen Schwingungsamplituden resultieren aus den relativ großen Sidelobe der transformierten Rechteckfunktion (Abb. 3.28). Der recht steile Übergang ergibt sich aus der relativ kleinen Breite des Mainlobes, die ihrerseits von der gewählten Fensterbreite T abhängig ist (siehe dazu auch Abb. 3.24), d.h. durch eine Erhöhung der Fensterdauer T lässt sich der Übergangsbereich verringern. Dagegen zeigen die mit dem Hann- und Blackman-Fenster resultierende Frequenzverläufe nur wenig bis gar keine Schwingungen, gehen aber deutlich langsamer in den Dämpfungsbereich über.

In Abb. 3.29b ist die normierte, logarithmierte Darstellung der Frequenzverläufe gezeigt. Hier wird besonders deutlich, dass zwar beim Rechteckfenster aufgrund seines relativ steilen Übergangs der erste Sidelobe am nächsten zur Grenzfrequenz (hier 0.16 Hz) liegt, die Dämpfung an der Stelle des Sidelobes aber gerade mal 21 dB beträgt. Ist beispielsweise eine Mindestdämpfung von -80 dB gefordert, wird das mit dem Rechteckfenster erst ab sehr hohen Frequenzen erreicht, d.h. der Übergangsbereich zwischen Durchlass- und Dämpfungsbereich ist hier groß. Beim Hann- und Blackman-Fenster wird diese Mindestdämpfung dagegen bereits recht früh erreicht, nämlich bei ca. 0.3 Hz beim Hann-Fenster und ca. 0.24 Hz beim Blackman-Fenster. Dies ergibt sich aufgrund der geringen Höhe des höchsten Sidelobes, wodurch beim Hann-Fenster bereits etwa 44 dB und beim Blackman-Fenster sogar 74 dB Dämpfung erreicht wird.

Wie eben gezeigt, lässt sich der Dämpfungsverlauf eines Filters sowohl durch den Fenstertyp als auch durch

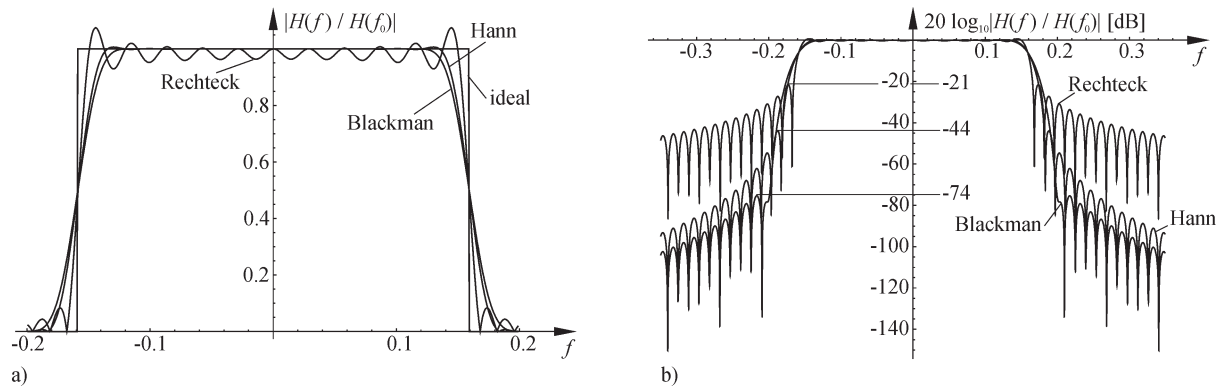


Abb. 3.29: Amplitudengänge von Tiefpässen unterschiedlich zeitlicher Begrenzung; nämlich zeitlich unbegrenzt und zeitlich mit dem Rechteck-, Hann- und Blackman-Fenster begrenzt: a) Normierte, lineare Amplitudengänge; b) Normierte, logarithmierte Amplitudengänge.

die Dauer des Fenster beeinflussen. Dabei ist es jedoch müßig, durch Probieren verschiedener Fenstertypen und Dauern nach dem „trial and error“-Prinzip den Filterverlauf zu finden, der eine geforderte Mindestdämpfung A innerhalb eines vorgegebenen Übergangsbereichs Δf erreicht.

Mit dem Kaiser-Fenster lässt sich diese Problem jedoch weitestgehend umgehen. Hier wird die erforderliche Spezifikation des Fensters anhand der vorgegebenen Parameter Mindestdämpfung A und Übergangsbereich Δf approximiert. Über diese Parameter lässt sich wie oben erwähnt der so genannte Steuerparameter α und die Fensterbreite T über die empirische Gln. (3.79) und (3.80) berechnen, mit denen wiederum die Fenstercharakteristik festgelegt wird. Weil damit das gesuchte Fenster mit den geforderten Eigenschaften für einen weiten Wertebereich von A und Δf bereits sehr gut approximiert wird, sind fast keine Versuche nach dem „trial and error“-Prinzip erforderlich, um die richtige Fensterbreite und Steuerparameter zu finden. Nach Abb. 3.29b besitzt das Rechteck-Fenster eine Mindestdämpfung A von 21 dB. Demzufolge entspricht das Kaiser-Fenster für $A = 21$, d.h. $\alpha = 0$ dem Rechteck-Fenster. Es lässt sich somit zu jedem Fenster ein äquivalentes Kaiser-Fenster angeben, dass die selbe Mindestdämpfung A besitzt. In Oppenheim und Schaffer (1999, S. 539) findet man für verschiedene Fenster das entsprechende äquivalente Kaiser-Fenster aufgeführt.

Leider ist eine allgemein gültige Regel für die Auswahl einer geeigneten Fensterfunktion nicht möglich, da diese zu sehr von der jeweiligen Anforderung abhängig ist. Will man beispielsweise eine hohe Selektionsschärfe erreichen, muss die Breite des Mainlobes möglichst klein sein. Dies bedeutet aber, dass eventuell benachbarte Frequenzanteile mit geringerer Amplitude durch die relativ hohen Sidelobes des Fensters mit geringer Mainlobebreite überdeckt werden.

Anhand Abb. 3.30 soll der Einfluss eines Fensters auf die Frequenzselektivität verdeutlicht werden. Als Beispielfunktion soll die in Abb. 3.30a dargestellte Zeitfunktion

$$u(t) = 10 \cos(2\pi f_0 t) + 0.1 \cos(4\pi f_0 t) + 4 \cos(6\pi f_0 t) \quad \text{mit } f_0 = 50\text{Hz}$$

betrachtet werden. Das auf die höchste Frequenzamplitude normierte Betragsspektrum dieser Funktion ist in Abb. 3.30b wiedergegeben. Da $u(t)$ eine zeitlich unbeschränkte Funktion ist, sind die enthaltenen Frequenzen $f_1 = 50\text{Hz}$, $f_2 = 100\text{Hz}$ und $f_3 = 150\text{Hz}$ als scharfe Linien dargestellt, wobei deren Amplituden 0dB, -40dB und -7.96dB betragen²⁵. Wird die Funktion $u(t)$ durch eine Rechteckfunktion der Dauer $T = 245\text{ms}$

²⁵Ergibt sich aus $-20 \lg(A_n/A_0)$ mit $A_0 = 10$.

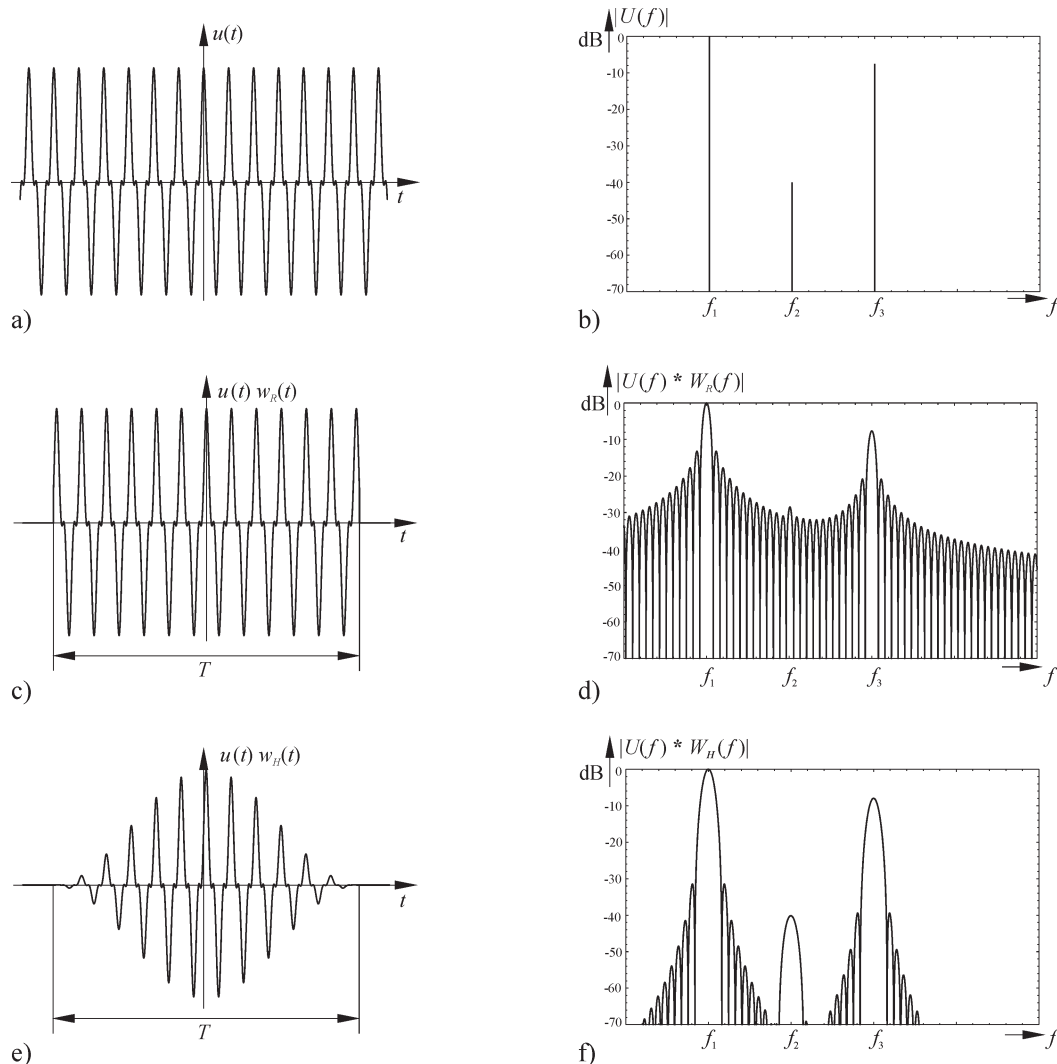


Abb. 3.30: Einfluss eines Fensters auf die Frequenzselektivität.

zeitbegrenzt (Abb. 3.30c) ergibt sich das in Abb. 3.30d gezeigte Betragsfrequenzspektrum. Wie man deutlich erkennen kann, wird die kleine Amplitude bei 100Hz nahezu von den Sidelobes der benachbarten Frequenzen 50Hz und 150Hz überdeckt. Wird im Gegensatz dazu die Zeitfunktion $u(t)$ mit einem Hanning-Fenster der selben Dauer T zeitlich begrenzt (Abb. 3.30e) erhält man das in Abb. 3.30f dargestellte Betragsfrequenzspektrum, in dem die drei Frequenzen f_1 , f_2 und f_3 wieder deutlich erkennbar sind. Dies ist hier jedoch nur möglich, weil die Frequenzen relativ weit auseinander liegen, so dass sie nicht durch den breiten Mainlobe des Hanning-Fensters überdeckt werden. Wäre das der Fall, müsste man die Dauer T des Hanning-Fensters vergrößern, um die Mainlobebreite zu verringern.

3.2.8 Prinzipieller Ablauf einer üblichen Signalaufnahme

Wie im Abschnitt 3.2.1.1 bereits erwähnt, sind alle in der Natur vorkommenden Signale frequenzbegrenzt. Bei der Messung dieser Signale werden jedoch im allgemeinen immer auch Störsignale aufgenommen, deren

Frequenzbereiche auch deutlich außerhalb dem Frequenzbereich des eigentlich interessierenden Signals liegen können. In der Praxis werden daher Filter eingesetzt, um möglichst alle störenden Frequenzanteile herauszufiltern. Besonders effektiv sind dabei die digitalen Filter, da mit diesen mit einfachen Mitteln besonders steilflankige Filter realisiert werden können. Damit jedoch digitale Filter angewendet werden können, muss das analoge Signal zuvor abgetastet und digitalisiert werden. Dabei ist bei der Auswahl der Abtastfrequenz f_a das Abtasttheorem von Shannon zu beachten (Gl. (3.74)).

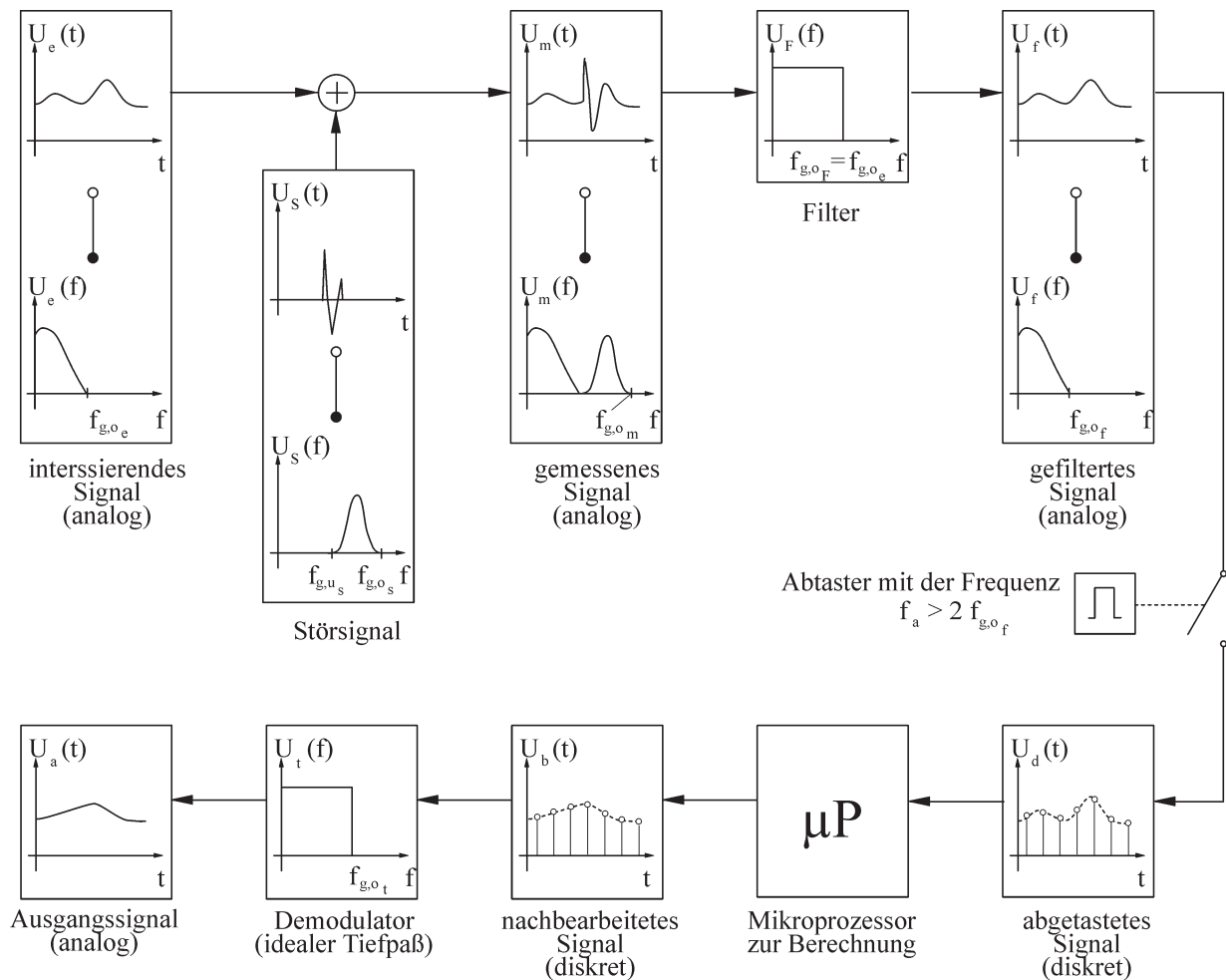


Abb. 3.31: Prinzipieller Ablauf einer üblichen Signalaufzeichnung.

Die Rekonstruktion des analogen Signals aus dem diskreten Signal wird erreicht, indem man das diskrete Signal über einen idealen Tiefpass führt. In Abb. 3.31 ist oben genannter Sachverhalt mit idealen Filtersystemen verbildlicht dargestellt. Das dort gezeigte gemessene Signal $U_m(t)$ setzt sich zusammen aus dem eigentlich interessierten Signal $U_e(t)$ mit dem Frequenzspektrum $U_e(f)$ und einem Störsignal $U_s(t)$ mit dem Frequenzspektrum $U_s(f)$. Um die Frequenzanteile, die außerhalb des interessierenden Signals $U_e(t)$ liegen, zu unterdrücken, wird vor der Abtastung das gemessene Signal durch einen idealen Frequenzfilter geschickt, dessen untere und obere Grenzfrequenz dem des interessierenden Signals entspricht. In dem Beispiel nach Abb. 3.31 liegt die untere Grenzfrequenz des Filters bei 0 Hz, die obere bei f_{g,o_e} . Die Frequenzspektren von $U_e(t)$ und $U_s(t)$ sind hier so, dass sie sich nicht überlappen; d.h. durch die Filterung von $U_m(t)$ mit dem dort angenommenen idealen Filter erhält man als gefiltertes Signal $U_f(t)$ genau $U_e(t)$. Das nun mit der

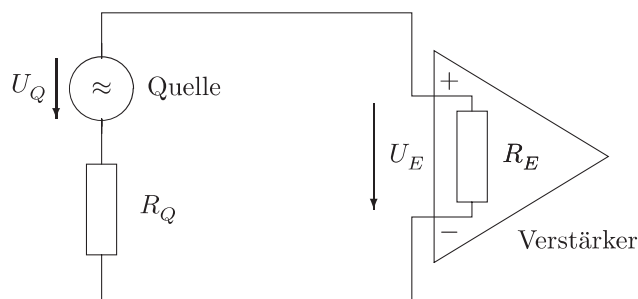
Abtastfrequenz $f_a > 2f_{g,of} = 2f_{g,oe}$ gewonnene diskrete und quantisierte Signal $U_d(t)$ kann mit Hilfe eines Mikroprozessorsystems den Anforderungen entsprechend nachbearbeitet und aus dem nachbearbeiteten Signal $U_b(t)$ über einen idealen Tiefpass mit der oberen Grenzfrequenz $f_{g,ot} = f_{g,ob}$ wieder ein analoges Ausgangssignal $U_a(t)$ erzeugt werden.

Da es, wie in Abschnitt 3.2.5 erwähnt, in der Praxis keine idealen Filter gibt, muss je nach Güte des verwendeten Filters und der Vorgabe für die gewünschte Filtercharakteristik das Eingangssignal mehr oder weniger stark überabgetastet werden.

3.3 Grundlagen der Biosignalverstärker

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Kriterien zur Auswahl geeigneter Verstärker für medizinische Geräte besprochen, wobei allerdings auf schaltungstechnische Details nicht eingegangen wird. Diese können z.B. in [Schrüfer \(1983\)](#) oder [Tietze und Schenk \(1993\)](#) nachgelesen werden.

Die Messung bioelektrischer Signale stellt hohe Anforderungen an den Messverstärker, denn die Quellenspannung U_Q ist wie bereits erwähnt häufig gering, der Quellenwiderstand²⁶ R_Q dagegen relativ groß ($> 100\text{ k}\Omega$). Um daher möglichst das gesamte Signal zu erfassen und zudem die Quelle dabei nicht zu stark zu belasten und dadurch das Messsignal zu verfälschen, wird deshalb vom Verstärker gefordert, dass sein Eingangswiderstand R_E sehr viel größer als der Widerstand der Quelle ist (siehe Abb. 3.32).



Für die Messspannung U_E gilt

$$U_E = \frac{R_E}{R_Q + R_E} U_Q.$$

Mit

$$R_E \gg R_Q$$

folgt für die Messspannung U_E

$$U_E \simeq U_Q.$$

Abb. 3.32: Messprinzip zur Bestimmung eines bioelektrischen Signals

An einem großen Eingangswiderstand machen sich aber schon geringste, durch Störfelder eingestreute Spannungs- und Störströme (z.B. "Netzbrumm") mit relativ hohen Spannungsabfällen bemerkbar, die abhängig von der Lage der Elektroden und des Patientenkabels erheblich über dem Nutzsignal liegen können und damit eine auswertbare Messung unmöglich werden lassen.

Eine Möglichkeit, kapazitive Störpotentiale gegen Erde (Masse) weitgehend zu unterdrücken, bietet die Anwendung des symmetrischen Verstärkers auf den im Abschnitt 3.3.2 näher eingegangen wird. Sein Kernstück wie bei den meisten gebräuchlichen Verstärkerschaltung in medizinischen Geräten bildet der Operationsverstärker. Zum weiteren Verständnis werden daher die charakteristischen Eigenschaften eines Operationsverstärkers betrachtet, wobei es zum allgemeinen Einblick in das Prinzip der Verstärkertechnik genügt, diese Betrachtung auf ideale Operationsverstärker zu beschränken. Ausführlicher Beschreibungen idealer und rea-

²⁶Er wird hier vereinfacht rein ohmsch angenommen.

ler Operationsverstärker können z.B. in [Schrüfer \(1983\)](#), [Tietze und Schenk \(1993\)](#) oder [Clausert et al. \(1989\)](#) nachgeschlagen werden.

3.3.1 Eigenschaften idealer Operationsverstärker

Zur Charakterisierung eines Operationsverstärkers (Abb. 3.33) werden dessen Eingangs- bzw. Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_E$ bzw. $\underline{Z}_A$ und seine offene Schleifenverstärkung μ herangezogen. Ein idealer Operationsverstärker ist dadurch gekennzeichnet, dass

- seine Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E$ und
- offene Schleifenverstärkung μ unendlich groß und
- seine Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_A$ Null ist.

Durch den unendlich hohen Eingangswiderstand fließen in den idealen Operationsverstärker keine Eingangsströme, d.h. $I_P = I_N = 0$. Die unendlich hohe offene Schleifenverstärkung hat zur Folge, dass jede Eingangsspannung $U_E \neq 0$ des idealen Operationsverstärkers betragsmäßig sofort die maximale Ausgangsspannung ergibt, d.h. für $U_E < 0$ die kleinste mögliche Ausgangsspannung und für $U_E > 0$ die größte mögliche Ausgangsspannung. Dies bedeutet, dass bei Gegenkopplung die Spannungsdifferenz $U_E = U_P - U_N$ an den beiden Eingängen (+) und (−) ausgeregelt wird, d.h. die Spannungen an den beiden Eingängen (+) und (−) stets gleich groß sind. Da die Ausgangsimpedanz $\underline{Z}_A$ des idealen Operationsverstärkers Null ist, wird die Ausgangsspannung U_A unabhängig von dem nachgeschalteten Netzwerk oder Instrument.

Mit Hilfe dieser Eigenschaften wird die Berechnung einer Schaltung mit einem idealen Operationsverstärker deutlich vereinfacht. Bei der Berechnung der in Abschnitt 3.3.5 vorgestellten Verstärkerschaltungen werden diese Eigenschaften vorausgesetzt. Alle dort besprochenen Beispiele sind gegengekoppelte Verstärkerschaltungen, d.h. die Spannungen an den Eingängen der als ideal vorausgesetzten Operationsverstärker können aufgrund der unendlich groß angenommenen offenen Schleifenverstärkung μ als gleich betrachtet werden. Man muss sich dabei jedoch stets bewusst sein, dass obige Annahmen nur für ideale Operationsverstärker gelten. Jede in der Praxis eingesetzten Operationsverstärker besitzen eine endliche offene Schleifenverstärkung μ von 10^4 bis 10^7 und eine Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E$ von $10^3 \Omega$ bis $10^{15} \Omega$.

3.3.2 Symmetrischer Verstärker

In Abb. 3.38 ist ein Beispiel eines symmetrischen Verstärkers²⁷ dargestellt. Er besteht aus einem oder mehreren idealen Operationsverstärkern und verschiedenen passiven Bauelementen wie Widerstände und Kapazitäten.

In den Abbn. 3.34 und 3.35 wird vereinfacht als Symbol für eine solche Verstärkerschaltung ein Dreieck verwendet. Die Eingänge (+) und (−) entsprechen daher nicht den Eingängen eines idealen Operationsverstärkers wie in Abb. 3.33 gezeigt, sondern repräsentieren hier die Eingänge einer kompletten Verstärkerschaltung. Diese Eingänge sollen symmetrisch sein, d.h. sie besitzen bezüglich ihrer gemeinsamen Bezugsmasse identische Eigenschaften, wie gleiche Eingangsimpedanz, gleiche untere und obere Grenzfrequenz usw.. Diese Identität der Eingänge ist das charakteristische Kennzeichen eines symmetrischen Verstärkers.

²⁷Der in vielen Literaturen verwendete Begriff Differenzverstärker ist irreführend, da ein Verstärker stets die Spannungsdifferenz an seinen Eingangsklemmen verstärkt. Gemeint ist hier, dass die Spannungsdifferenz gegenüber einem Bezugspunkt (Masse) nicht verstärkt wird.

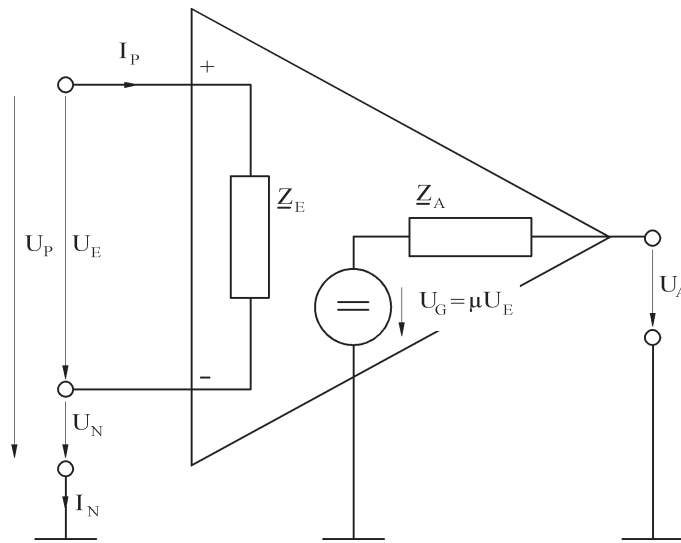


Abb. 3.33: Idealer Operationsverstärker

Durch zusätzliche Beschaltung der Eingänge muss daher stets darauf geachtet werden, dass diese Symmetrie bezüglich der Masse nicht zerstört wird.

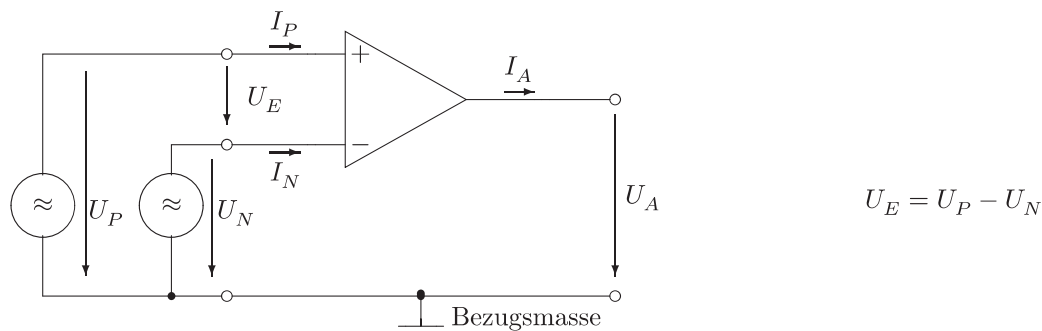


Abb. 3.34: Prinzip des symmetrischen Verstärkers

Die Eingangsspannung U_E des Verstärkers entspricht der Differenz zwischen der an seinem positiven (+) und negativen (-) Eingang anliegenden Spannungen U_P und U_N . Für diese Spannungen U_P und U_N lassen sich zwei Sonderfälle angeben. Befinden sich beide Spannungen auf gleichem Potential bezüglich der Masse ($U_P = U_N$, Abb. 3.35a), wie es z.B. bei der kapazitiven Störpotentialeinstreuung in den Körper ("Netzbrumm") annähernd der Fall ist, bezeichnet man die Eingangsspannungen als *Gleichtaktspannung*; sind sie gegensätzlich ($U_P = -U_N$, Abb. 3.35b), spricht man von *Gegentaktspannungen*.

Jede beliebige Verstärkereingangsspannungen²⁸ U_P und U_N kann man immer in einen Gleichtakt- U_{Gl} und Gegentaktanteil U_{eD} zerlegen. Es gilt

$$U_{Gl} = \frac{1}{2}(U_P + U_N) \quad \text{bzw.} \quad (3.81)$$

$$U_{eD} = (U_P - U_N).. \quad (3.82)$$

²⁸Das gleiche gilt natürlich auch für beliebige Eingangspotentiale Φ_1 und Φ_2 .

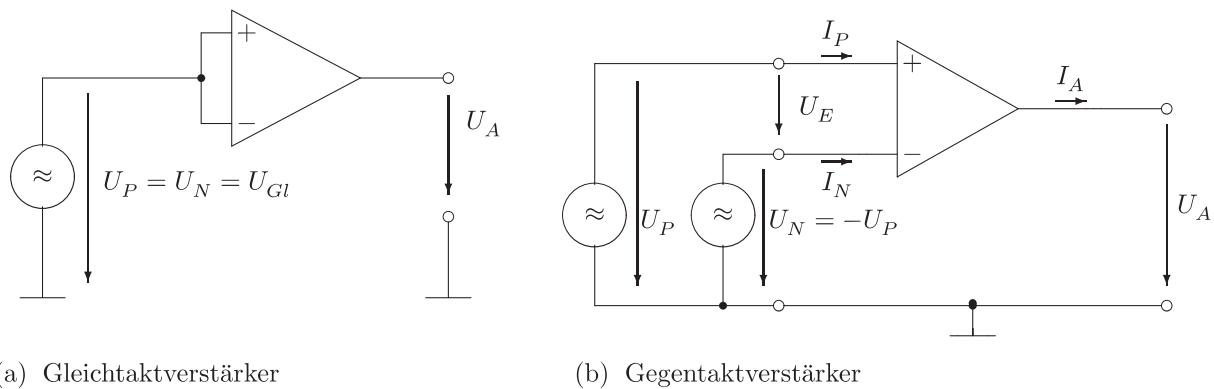


Abb. 3.35: Prinzip des Gleich- und Gegentaktverstärkers

Somit ergibt sich für U_P bzw. U_N :

$$\begin{aligned} U_P &= U_{Gl} + \frac{1}{2}U_{eD} \quad \text{bzw.} \\ U_N &= U_{Gl} - \frac{1}{2}U_{eD}. \end{aligned}$$

Der ideale symmetrische Verstärker verstärkt allein die Differenz zwischen der an seinem positiven (+) und negativen (−) Eingang anliegenden Spannungen um einen bestimmten Faktor v_D (Gl. (3.84)). Damit folgt für die Ausgangsspannung U_A eines idealen symmetrischen Verstärkers

$$U_A = v_D(U_P - U_N) \quad (3.83)$$

$$= v_D U_{eD}. \quad (3.84)$$

Besitzt das Eingangssignal nur einen Gleichtaktanteil U_{Gl} (Gleichtaktaussteuerung $U_P = U_N$, Abb. 3.35 (a)), sollte gemäß Gl. (3.83) die Ausgangsspannung $U_A = 0V$ sein, d.h. eingestreute Gleichtaktstörspannungen sollten eliminiert werden. Durch Unsymmetrien im Verstärkeraufbau und der Quellwiderstände ist in der Praxis jedoch die Ausgangsspannung U_A trotz der Gleichtaktansteuerung ungleich Null. Man definierte deshalb eine Gleichtaktverstärkung (common mode gain) v_G (Gl. (3.87)), um damit die Beschreibung des idealen Verstärkers an die Realität anzupassen. Man erhält für den realen Verstärker somit folgenden Zusammenhang für die Ausgangsspannung U_A

$$U_A = v_D U_{eD} + v_G U_{Gl}. \quad (3.85)$$

Die Berechnung der Verstärkungsfaktoren v_D bzw. v_G ergeben sich somit gemäß Gl. (3.85) zu

$$v_D = \left. \frac{\partial U_A}{\partial U_{eD}} \right|_{U_{Gl}=\text{konst.}} \quad (3.86)$$

$$v_G = \left. \frac{\partial U_A}{\partial U_{Gl}} \right|_{U_{eD}=\text{konst.}} \quad (3.87)$$

bzw. innerhalb des linearen Bereichs des symmetrischen Verstärkers

$$v_D = \left. \frac{\Delta U_A}{\Delta U_{eD}} \right|_{U_{Gl}=\text{konst.}} \quad (3.88)$$

$$v_G = \left. \frac{\Delta U_A}{\Delta U_{Gl}} \right|_{U_{eD}=\text{konst.}}. \quad (3.89)$$

Das Gleichtaktverhalten des Differenzverstärkers wird im allgemeinen durch die Gleichtaktunterdrückung G bzw. G^{*29} (Gl. (3.90) bzw. Gl. (3.91)) charakterisiert, die das Verhältnis von Differenzverstärkung zu Gleichtaktverstärkung angibt

$$G = \frac{v_D}{v_G} \quad (3.90)$$

bzw.

$$G^* = 20 \lg |G| \text{ dB}. \quad (3.91)$$

In der Praxis werden für G^* Werte zwischen 80 – 140 dB erreicht.

3.3.3 Frequenzgang

Der Nutzfrequenzbereich von bioelektrischen Signalen erstreckt sich innerhalb 0.02 Hz bis 500 Hz bei Abnahme mit Oberflächen Elektroden bzw. innerhalb 0 Hz bis 10000 Hz bei Abnahme mit Tiefenelektroden. Eine frequenzselektive Schaltung unterdrückt sowohl die störenden Gegentaktgleichspannungen (Unsymmetrie der Elektroden) als auch die nicht interessierenden höheren Frequenzanteile.

Da die störende kapazitive Einkopplung der Netzfrequenz³⁰ mit einem symmetrischen Verstärker nicht vollständig eliminiert werden kann (siehe Abschnitt 3.3.2), ist bei den in der Praxis verwendeten Geräten häufig zusätzlich eine zuschaltbare, schmalbandige 50 Hz bzw. 60 Hz Bandsperre vorhanden ("notch filter"). Da bioelektrische Signale im allgemeinen auch Signalanteile im Bereich der Netzfrequenz besitzen, ist dieses Filter als allerletzte Maßnahme einzusetzen, nämlich dann, wenn das kapazitiv eingekoppelte Netzstörsignal trotz anderer Maßnahmen wie symmetrischer Verstärkeraufbau nicht ausreichend unterdrückt werden kann. Es ist dabei zu beachten, dass durch das notch Filter das Messsignal unzulässig verfälscht werden kann.

Außerdem können elektrische Aktivitäten der Muskulatur das eigentliche Messsignal teilweise überdecken. Es ist dann ein Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz zwischen 35 Hz und 45 Hz erforderlich.

In Abb. 3.36 ist der Frequenzgang eines EKG-Verstärkers dargestellt. Eingezeichnet sind auch die in der Regel zuschaltbaren Netz- und Muskelfilter.

3.3.4 Zeitkonstante τ und untere Grenzfrequenz f_u

Die unverfälschte Verstärkung und Aufzeichnung langsamer Spannungsänderungen erfordern einen Verstärker mit niedriger unterer Grenzfrequenz $f_{g,u}$. Durch die Elektroden wird dem Nutzsignal eine Gleichspannung (Polarisationsspannung) überlagert, die durch kapazitive Kopplung im Verstärker abgetrennt werden muss. Dabei wird jedoch die untere Grenzfrequenz $f_{g,u}$ des Verstärkers beeinflusst. Wie in Abschnitt 3.3.5 noch gezeigt wird, sollte die kapazitive Kopplung zweckmäßig nach einer Vorverstärkung erfolgen. In Abb. 3.37a ist die Ersatzschaltung eines Verstärkereingangs dargestellt. Sie setzt sich zusammen aus dem Eingangswiderstand R_E des Verstärkers, der vereinfacht hier als rein ohmsch betrachtet wird, und einer Kapazität C_E zur Entkopplung von Gleichspannungen. Daraus lässt sich das Verhältnis von Ausgangsspannung U_A zu Eingangsspannung U_E wie folgt berechnen

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{R_E}{R_E + \frac{1}{j\omega C_E}}$$

²⁹In der Fachliteratur auch als $CMRR$ bzw. $CMRR^*$ (common mode rejection ratio) bezeichnet.

³⁰Durch elektrische Ströme eingekoppelte Magnetfelder erzeugen kein Gleichtaktstörsignal sondern ein Gegentaktsignal.

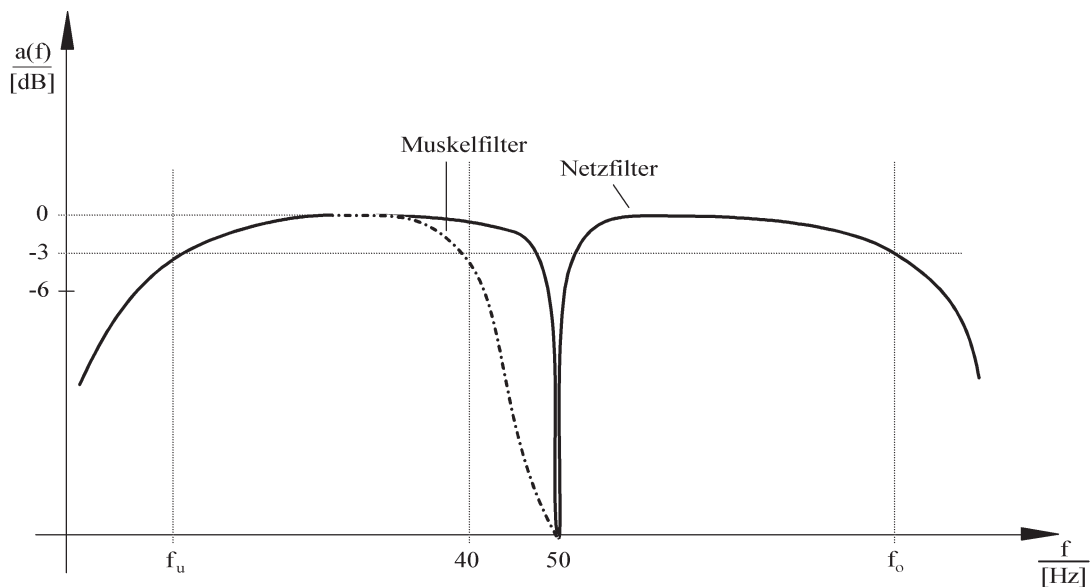


Abb. 3.36: Typischer Frequenzgang eines EKG-Verstärkers

$$= \frac{R_E}{\sqrt{R_E^2 + \frac{1}{\omega^2 C_E^2}}} e^{j\varphi}$$

mit

$$\varphi = \arctan \frac{1}{\omega R_E C_E}.$$

Für den Betrag erhält man somit

$$\frac{|U_A|}{|U_E|} = \frac{R_E}{\sqrt{R_E^2 + \frac{1}{\omega^2 C_E^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega C_E R_E)^{-2}}}; \quad (3.92)$$

und mit Gl. (3.73)

$$\frac{|U_A|}{|U_E|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

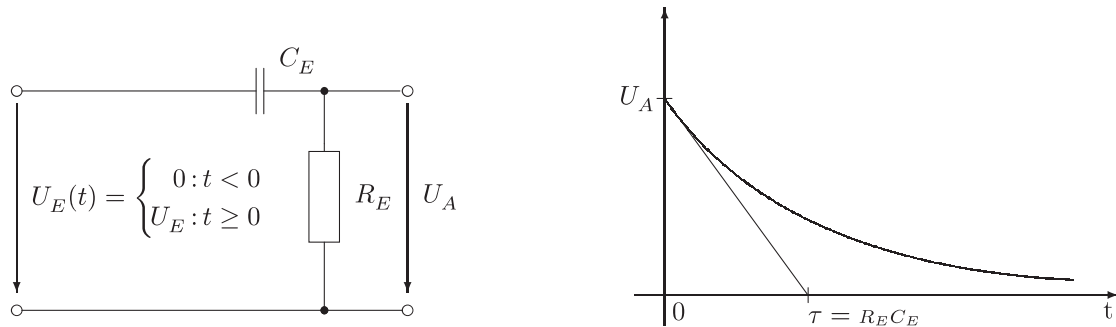
folgt

$$\omega_{g_u} = \frac{1}{R_E C_E} = \frac{1}{\tau},$$

d.h.

$$f_{g,u} = \frac{1}{2\pi\tau} \quad \text{bzw.} \quad \tau = \frac{1}{2\pi f_{g,u}}. \quad (3.93)$$

Wird wie in Abb. 3.37a angegeben am Verstärkereingang ein Einschaltvorgang betrachtet, erhält man den in Abb. 3.37b dargestellten charakteristischen zeitlichen Signalverlauf der Ausgangsspannung U_A . Daraus lässt sich die Zeitkonstante τ und damit indirekt die untere Grenzfrequenz $f_{g,u}$ auch graphisch bestimmen.



(a) Vereinfachtes Ersatzschaltbild einer Verstärkereingangsstufe (b) Zeitlicher Verlauf der Ausgangsspannung U_A für einen Einschaltvorgang

Abb. 3.37: Bestimmung der unteren Grenzfrequenz $f_{g,u}$

3.3.5 Beispiele gebräuchlicher Verstärkerschaltungen

Es sollen in diesem Abschnitt Beispiele häufig in medizinischen Geräten eingesetzter Verstärkerschaltungen vorgestellt werden.

3.3.5.1 Grundschialtung eines Biosignalverstärkers

Die hier zunächst betrachtete Beispielschaltung ist in Abb. 3.38 dargestellt. Sie besteht aus einem Impedanzwandler und einem symmetrischen Verstärker, die beide aus idealen Operationsverstärkern und verschiedenen Impedanzen aufgebaut sind. An dieser Schaltung, die man auch aufgrund ihrer häufigen Verwendung als die Grundschialtung eines Biosignalverstärkers bezeichnen kann, werden gleichzeitig verschiedene Probleme aufgezeigt, die sich bei Verstärkerschaltungen ergeben. Deutlich erkennbar ist hier die symmetrische Struktur der Eingangsstufe (Impedanzwandler), an der die beiden zu messenden Potentiale Φ_1 und Φ_2 anliegen.

3.3.5.1.1 Der Subtrahierer

In Abb. 3.39 ist der Subtrahierer von der Impedanzwandlerstufe getrennt dargestellt. Er ist aus einem idealen Operationsverstärker und vier Impedanzen Z_1 , $\beta_1 Z_1$, Z_2 und $\beta_2 Z_2$ aufgebaut.

Werden die Eingangspotentiale Φ_1 und Φ_2 gemäß den Gln. (3.81) und (3.82) in ihren Gleichtakt- (U_{Gl}) und Gegentaktanteil (U_{eD}) zerlegt, erhält man unter Berücksichtigung der Eigenschaften eines idealen Operationsverstärkers (siehe Abschnitt 3.3.1) für die Ausgangsspannung U_A

$$U_A = U_{Gl} \frac{\beta_2 - \beta_1}{1 + \beta_2} + U_{eD} \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{\beta_1 (1 + \beta_2) + \beta_2 (1 + \beta_1)}{1 + \beta_2}.$$

Damit ergibt sich für die Gleichtakt- (v_G) und Gegentaktverstärkung (v_D)

$$v_G = \frac{\beta_2 - \beta_1}{1 + \beta_2} \quad (3.94)$$

$$v_D = \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{\beta_1 (1 + \beta_2) + \beta_2 (1 + \beta_1)}{1 + \beta_2}. \quad (3.95)$$

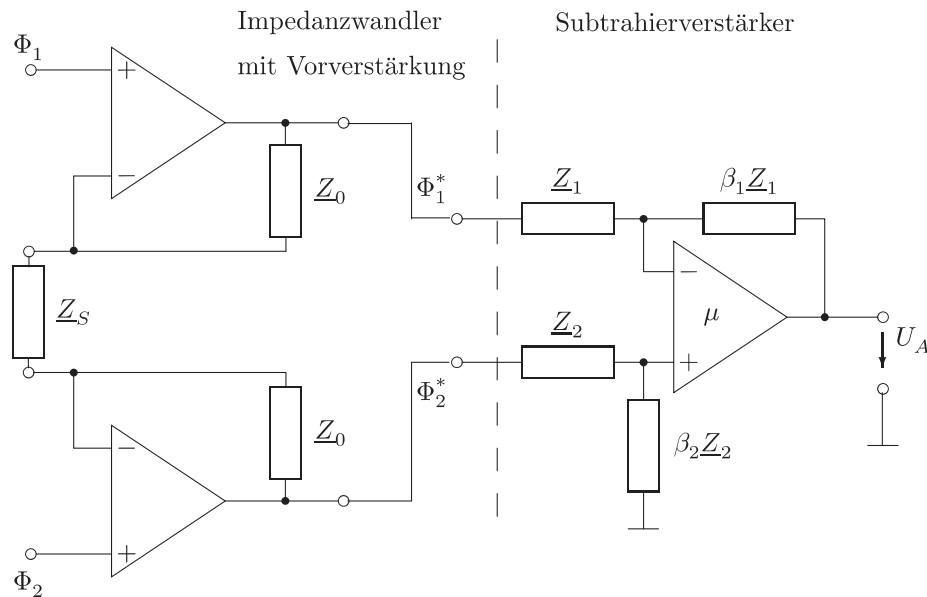


Abb. 3.38: Beispiel einer gebräuchlichen Verstärkerschaltung

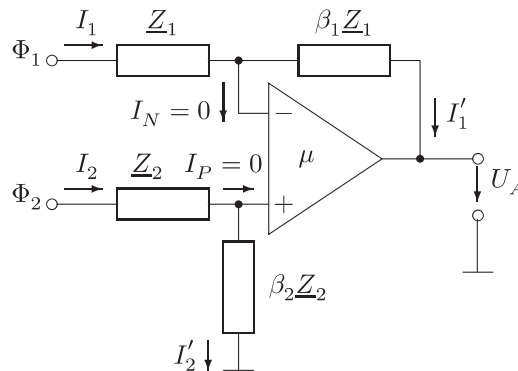


Abb. 3.39: Aufbau des Subtrahierers

Die Forderung nach einer möglichst geringen Gleichtaktverstärkung wird demnach gemäß Gl. (3.94) dann erreicht, wenn bei der Herstellung des Subtrahierers darauf geachtet wird, dass die beiden Verhältnisse $\beta_1 Z_1 / Z_1$ und $\beta_2 Z_2 / Z_2$ identisch sind, d.h. es muss gelten

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta. \quad (3.96)$$

Die Verstärkung des Subtrahierers wird damit allein durch das konstante Verhältnis der Impedanzen bestimmt und beträgt damit gemäß Gl. (3.95)

$$v_D = -\beta.$$

3.3.5.1.2 Der Impedanzwandler

Der Subtrahierer in Abb. 3.39 zeigt für hohe Verstärkungen einen niederen Differenzeingangswiderstand. Außerdem hängt die Gleichtaktunterdrückung von den nicht konstanten Übergangsimpedanzen $\underline{Z}_{\ddot{U}}$ der Elektroden ab (siehe Abschnitt 5). Um diese Nachteile zu eliminieren, wird dem Subtrahierer die in Abb. 3.40

gezeigte Differenzimpedanzwandlerstufe vorgeschaltet, die aus einem idealen Operationsverstärker mit Feldeffekttransistor-Eingangsstufen besteht. Der Eingangswiderstand $\underline{Z}_E$ bei Feldeffekttransistor-Eingangsstufen liegt deutlich über den der Übergangsimpedanzen ($\underline{Z}_E$ im Megaohm-Bereich, $\underline{Z}_{\ddot{U}}$ im Kiloohm-Bereich), so dass deren Einfluss stark unterdrückt wird. Der Impedanzwandler hat somit die Aufgabe, die hohe Quellimpedanz am Eingang in eine niedrigere Impedanz am Ausgang zu transformieren (Verstärkungsfaktor häufig 1; $\underline{Z}_0 = 0$), so dass der nachfolgende Subtrahierer eine niedrigere Quellimpedanz sieht.

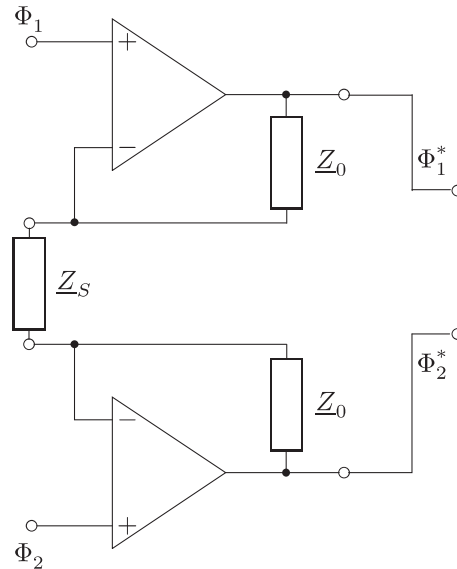


Abb. 3.40: Aufbau des Impedanzwandlers

Auch hier gelten wieder die oben genannten Eigenschaften eines idealen Operationsverstärkers, so dass man nach Zerlegung der Eingangspotentiale Φ_1 und Φ_2 gemäß den Gln. (3.81) und (3.82) in ihren Gleichtakt- U_{Gl} und Gegentaktanteil U_{eD} für die transformierten Ausgangspotentiale Φ_1^* und Φ_2^* erhält

$$\Phi_1^* = U_G + U_{eD} \left(\frac{1}{2} + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_S} \right) \quad (3.97)$$

$$\Phi_2^* = U_G - U_{eD} \left(\frac{1}{2} + \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_S} \right). \quad (3.98)$$

Daraus folgt für die an dem Subtrahierer anliegende Eingangsspannung U_E

$$U_E = \Phi_1^* - \Phi_2^* = U_{eD} \left(1 + 2 \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_S} \right), \quad (3.99)$$

d.h. durch den symmetrischen Aufbau wird die Gleichtaktspannung U_{Gl} nicht an den Eingang des Subtrahierers geführt. Für die Vorverstärkung gilt

$$v_D = 1 + 2 \frac{\underline{Z}_0}{\underline{Z}_S}.$$

Sie ist allein vom Verhältnis der beiden Widerstände $\underline{Z}_0$ und $\underline{Z}_S$ abhängig, wobei bei den meisten gebräuchlichen Schaltungen, die beiden Widerstände $\underline{Z}_0$ fest integriert und nahezu exakt auf Gleichheit abgestimmt sind. Damit bleibt dem Anwender nur der Widerstand $\underline{Z}_S$ zur Beeinflussung der Verstärkung, der wie man in Abb. 3.40 deutlich erkennen kann, zwischen beiden Operationsverstärkern liegt, und somit die Symmetrie des Verstärkers bei exakt gleichen $\underline{Z}_0$ nicht verletzt werden kann.

3.3.5.1.3 Probleme bei der Gleichspannungsabkopplung

Es wurde schon mehrfach angesprochen, dass die störenden Gleichpotentiale der Elektroden abgekoppelt werden müssen, da sie im allgemeinen um Größenordnungen über dem eigentlichen Messsignal liegen. Die Abkopplung sollte dabei nach der Vorverstärkung erfolgen, da eine vorherige Abkopplung relativ problematisch ist. Durch die Vorverstärkung wird das Eingangssignal in der Regel um den Faktor 5 bis 10 verstärkt.

Anhand der Schaltung in Abb. 3.41, bei der eine Gleichspannungsunterdrückung vor der Vorverstärkung durchgeführt wird, sollen die damit verbundenen Nachteile aufgezeigt werden.

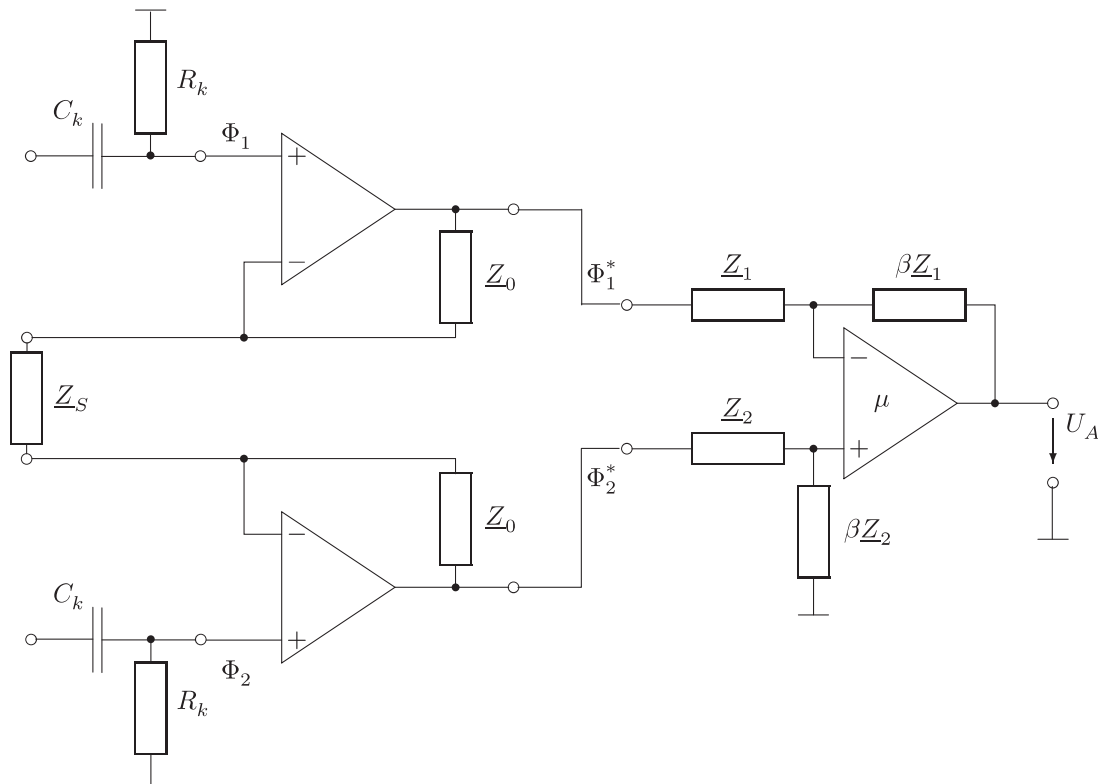


Abb. 3.41: Impedanzwandler mit Gleichspannungsabkopplung vor der Vorverstärkung

Zunächst wird deutlich, dass für jeden Eingang ein Kondensator benötigt wird. Aufgrund herstellungsbedingter hoher Fertigungstoleranzen bei Kondensatoren, wird dadurch in der Regel die Symmetrie des Verstärkers zerstört und damit die Gleichtaktunterdrückung verschlechtert. Darüberhinaus werden durch den Einbau dieser Kapazitäten an den Verstärkereingängen zusätzliche Widerstände R_k gegen Masse notwendig, damit die aus dem Verstärker unvermeidlich fließenden Leckströme zur Masse abfließen können und nicht die Kondensatoren auf eine undefinierbare Spannung aufladen. Im ungünstigsten Fall könnte diese Spannung gleich der Versorgungsspannung des Verstärkers sein und damit eine Verstärkung des Eingangssignals unmöglich machen. Durch den Einbau dieser zusätzlichen Widerstände wird zudem der Eingangswiderstand des Verstärkers verringert, da sie nicht zu groß gewählt werden dürfen, damit der Leckstrom überhaupt zur Masse fließt. Da auch Widerstände fertigungsbedingter Toleranzen unterliegen, wird man im allgemeinen dadurch ebenfalls eine Verschlechterung der Gleichtaktunterdrückung erhalten. Es empfiehlt sich daher eine Abkopplung der Gleichspannung nach der Vorverstärkung durchzuführen. Dann nämlich werden, wie in Abb. 3.42 deutlich erkennbar, nur eine Kapazität C_k und keine zusätzlichen Widerstände benötigt und auch

die Symmetrie der Verstärkerschaltung nicht gestört.

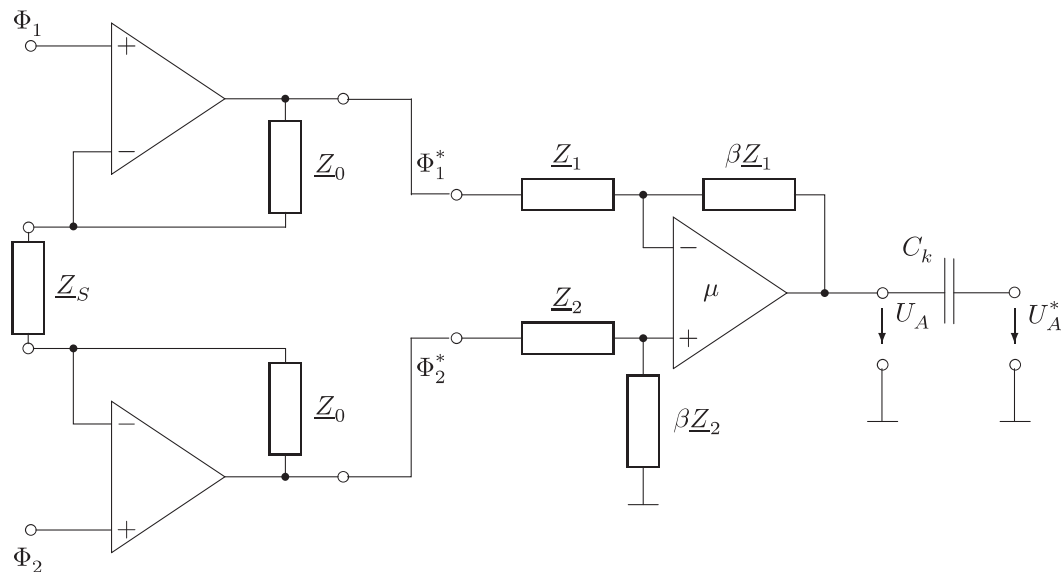


Abb. 3.42: Impedanzwandler mit Gleichspannungsabkopplung nach der Vorverstärkung

Ein Sonderfall bilden die batteriebetriebenen mobilen Geräte, deren Versorgungsspannung im allgemeinen gering ist (minimal $1.5V$), so dass durch die Vorverstärkung aufgrund der hohen Gleichspannungsstöranteile (im V -Bereich) der Verstärker sofort übersteuert wird. In diesem Fall ist eine Gleichspannungsabkopplung bereits vor der Vorverstärkung unabdingbar. Bei diesen Geräten wird daher durch einen besonders hohen technischen wie kostenintensiven Aufwand versucht, die oben genannten Probleme weitgehend in den Griff zu bekommen.

3.3.5.1.4 Temperaturprobleme

Ein großes Problem ergibt sich auch aus der Temperaturabhängigkeit der elektronischen Bauelemente. Durch die rasante Entwicklung der integrierten Halbleitertechnik ist es allerdings möglich, die in Abb. 3.38 dargestellte Verstärkerschaltung auf einen Chip zu integrieren. Hier liegen alle empfindlichen Bauteile (Widerstände, Transistoren usw.) so eng beieinander, dass der Temperatureinfluss sich auf alle Bauteile gleichartig auswirkt und dadurch stark unterdrückt wird. Während man somit die Temperaturabhängigkeit einer Teilschaltung relativ einfach unterdrücken kann, ist dennoch der Temperatureinfluss auf das gesamte Gerät nicht zu vernachlässigen. Zusätzlich muss darauf geachtet werden, dass die von den elektronischen Bauelementen selbst erzeugte Wärme ausreichend abgeführt wird, um eine Zerstörung der Bauelemente zu verhindern. Es werden weshalb stets besondere Kühlmaßnahmen (Peltier-Element, Lüfter usw.) eingesetzt, um die erzeugte Wärme abzuführen bzw. die Temperatur im Gerät nahezu konstant zu halten.

3.3.5.2 Verstärkerschaltung zur Messung geringer Ströme

Einige bioelektrische Signale erzeugen relativ kleine Ströme, die bis im pA -Amperebereich liegen können. Zur Erfassung dieser Signale ist es daher notwendig, einen geeigneten Verstärker dafür zu besitzen. In Abb. 3.43 ist das Schaltbild eines Verstärkers dargestellt, dessen Besonderheit in seinem geringen Eingangsruhestrom von

bis zu 10^{-15} A und in seiner hohen Eingangsimpedanz liegt, die bis zu einigen $10^{16} \Omega$ betragen kann. Damit ist dieser Verstärker geeignet, auch sehr kleine Messströme I noch zu verstärken. Wie aus der Abb. 3.43 erkennbar, besteht er aus einem idealen Operationsverstärker und Widerständen.

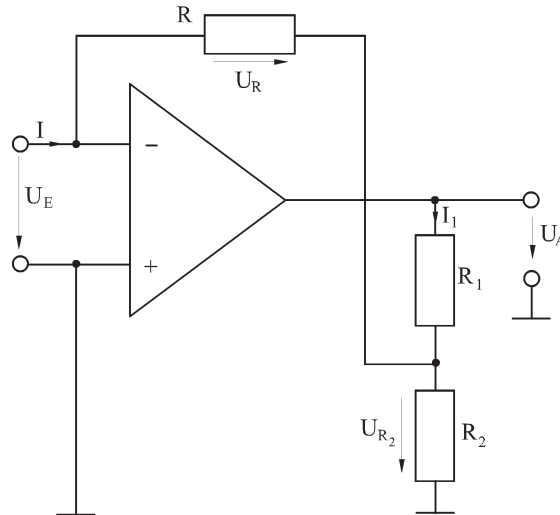


Abb. 3.43: Verstärkerschaltung zur Messung kleiner Ströme

Bei geeigneter Dimensionierung von R_1 und R_2 ist der zu bestimmende Messstrom I , um Größenordnungen kleiner als I_1 . Man kann daher in erster Näherung die Ströme durch die beiden Widerstände R_1 und R_2 als gleich groß betrachten und somit für die Spannung an R_2 folgende Gleichung angeben

$$U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_A. \quad (3.100)$$

Damit ergibt sich mit Gl. (3.100) und

$$IR + U_{R_2} = 0$$

die Ausgangsspannung U_A zu

$$U_A = -IR \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right). \quad (3.101)$$

Gemäß Gl. (3.101) ist die Ausgangsspannung des Elektrometerverstärkers bei fest vorgegebenen Widerständen linear abhängig vom Messstrom I . Bei ausreichend hohem Widerstand R können somit relativ kleine Ströme I gemessen werden.

3.3.5.3 Integrationsverstärker

Häufig ist es zur Bestimmung einer physiologischen Kenngröße notwendig, das bioelektrische Signal über einen bestimmten Zeitbereich zu integrieren, wie z.B. bei der Indikatorimpulsmethode zur Ermittlung des Herzzeitvolumens (siehe Abschnitt 8.3.3.2). Eine dafür geeignete Schaltung bestehend aus einem idealen Operationsverstärker, einer Kapazität und einem Widerstand ist in Abb. 3.44 angegeben.

Da gemäß der Wahl der Strom- und Spannungspfeile in Abb. 3.44 der Strom I_R durch den Widerstand R gleich dem negativen Strom I_C am Kondensator C , die Spannung U_C am Kondensator gleich der Ausgangsspannung U_A und die Spannung U_R am Widerstand gleich der Eingangsspannung U_E ist, erhält man mit

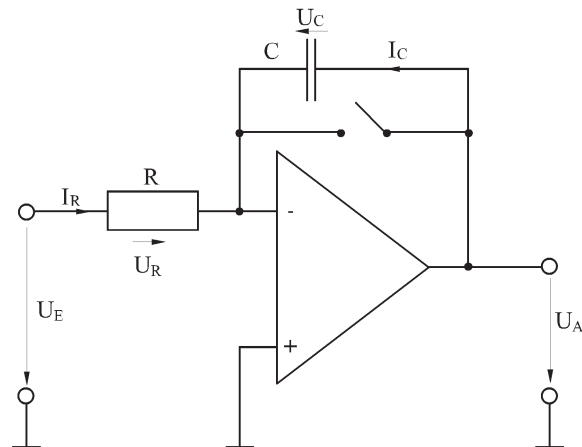


Abb. 3.44: Integrationsverstärker

Hilfe der allgemein gültigen Differentialgleichung für den Kondensator,

$$I_C = C \frac{dU_C}{dt},$$

die den Zusammenhang zwischen dem Strom am Kondensator und der zeitlich Änderung der am Kondensator anliegende Spannung wiedergibt, für die Ausgangsspannung U_A

$$U_A = -\frac{1}{RC} \int U_E dt. \quad (3.102)$$

3.3.5.4 Ladungsverstärker

Sollen Ladungen gemessen werden, wie sie z.B. bei einem piezoelektrischen Aufnehmer zur dynamischen Messung von Drücken erzeugt werden, muss der Verstärker so ausgelegt sein, dass diese Messung nahezu verlustlos erfolgt, da die Ladung sonst sofort abfließen und somit das Messsignal verloren gehen würde. In Abb. 3.45 ist eine dafür geeignete Schaltung abgebildet. Auch hier ist das Kernstück wie in den obigen Schaltung der ideale Operationsverstärker, der zusätzlich mit einer Kapazität C beschaltet ist. Die Kapazität C_Q am Eingang entspricht er zu messenden Ladung Q .

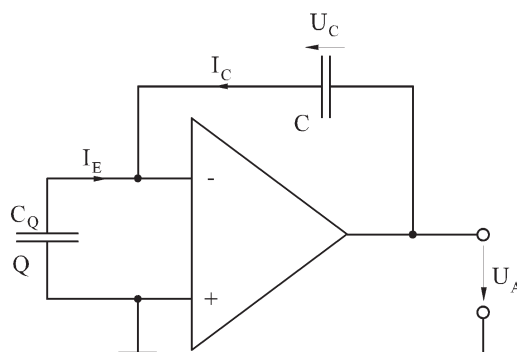


Abb. 3.45: Ladungsverstärker

Solange sich die Ladung Q am Eingang nicht ändert, ist sowohl der Strom I_E als auch I_C gleich Null. Da die Kapazitäten C und C_Q hintereinander geschaltet sind, besitzen beide die gleiche Ladung Q . Der Zusammenhang zwischen der Ladung auf einem Kondensator und dessen Kapazität wird im stationären Fall ($dQ/dt = 0$) durch folgende Gleichung beschrieben

$$U = \frac{Q}{C}.$$

Mit

$$\frac{Q}{C} + U_A = 0$$

erhält man für die Ausgangsspannung U_A

$$U_A = -\frac{1}{C}Q. \quad (3.103)$$

Dadurch dass kein Strom fließt, steht die erzeugte Ladung Q praktisch beliebig lange am Eingang des Verstärker an. Das Messsignal bleibt somit erhalten.

3.3.6 Häufig verwendete Messschaltungen

Es sollen in diesem Abschnitt kurz zwei in der Messtechnik häufig eingesetzte Schaltung vorgestellt werden. Es sind dies die

- Wheatstone–Messbrücke zur Messung von Impedanzen und
- die Kompensationsschaltung zur Messung von Spannung oder Strom.

3.3.6.1 Die Wheatstone–Messbrücke

Die Wheatstone-Messbrücke besteht aus vier Impedanzen Z_1 bis Z_4 , die paarweise einen Spannungsteiler bilden. Sie wird entweder mit einer bekannten Spannung $\underline{U}_0$ (Abb. 3.46) oder mit einem bekannten Strom $\underline{I}_0$ gespeist (Abb. 3.47). Gemessen wird bei dieser Brückenschaltung die Spannung $\underline{U}_d$, die zwischen den

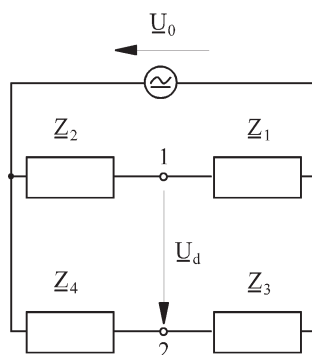


Abb. 3.46: Wheatstone–Messbrücke mit bekannter Spannungsquelle

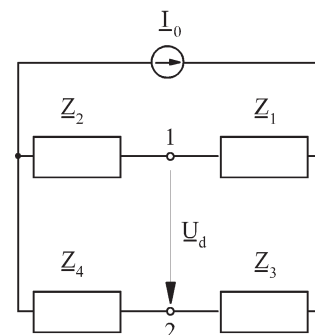


Abb. 3.47: Wheatstone–Messbrücke mit bekannter Stromquelle

Punkten '1' und '2' abfällt. Für die spannungseingekoppelte Brücke erhält man

$$\underline{U}_d = \underline{U}_0 \frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} \quad (3.104)$$

für die stromeingekoppelte

$$\underline{U}_d = \underline{I}_0 \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3 - \underline{Z}_1 \underline{Z}_4}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}. \quad (3.105)$$

In beiden Fällen ist die Messspannung $\underline{U}_d$ Null, wenn gilt

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4}. \quad (3.106)$$

Sind die beiden Impedanzen $\underline{Z}_3$ und $\underline{Z}_4$ konstant, $\underline{Z}_2$ beliebig einstellbar und $\underline{Z}_1$ die gesuchte Impedanz, so ergibt sich nach Abgleich der Messspannung $\underline{U}_d$ auf Null durch die Impedanz $\underline{Z}_2$ für die gesuchte Impedanz $\underline{Z}_1$

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4}. \quad (3.107)$$

Das Problem bei der Messung der Impedanz in einer Brücke unter obigen Bedingungen ist, dass die beliebig einstellbare Impedanz die gleiche Schaltungsstruktur wie die unbekannte Impedanz aufweisen muss, d.h. von der unbekannten Impedanz muss das dazugehörige Ersatzschaltbild bekannt sein. Besteht dieses Ersatzschaltbild aus sehr vielen Elementen (Widerständen, Kapazitäten, Induktivitäten), wird es äußerst schwierig, jedes Element auf den richtigen Wert einzustellen. Keine Probleme hat man dagegen, wenn die unbekannte Impedanz eine rein ohmsche Größe ist. In der Umgebung des Abgleichpunktes $U_d = 0$, besteht bei der Abgleichbrücke eine näherungsweise Proportionalität zwischen der Brückenspannung und der Widerstandsänderung.

Ein großer Vorteil der Brückenschaltung besteht darin, dass bei kleinen Abmessungen, wie man sie z.B. bei den Blutdruckaufnehmern vorfindet, Temperatureinflüsse gering sind, da alle Widerstände nahezu die gleiche Temperatur besitzen.

3.3.6.2 Die Kompensationsmessung

Das Prinzip der Kompensationsmessung ist, mit Hilfe einer Hilfsquelle eine Vergleichsgröße zu bilden, die ebenso groß wie die Messgröße ist. Diese Vergleichsgröße wird von der zu messenden Größe abgezogen, so dass dadurch die Strom- oder Spannungsquelle des Messobjektes nicht belastet und das Messobjekt von dem Messgerät nicht beeinflusst wird. In Abb. 3.48 ist das Schaltbild einer Gleichspannungskompensationsschaltung dargestellt. Der Widerstand R am Potentiometer wird solange verändert, bis der Spannungsabfall an R ebenso groß, wie die Spannung U_m des Messobjektes ist, d.h. bis die Spannung U_V am Voltmeter Null ist.

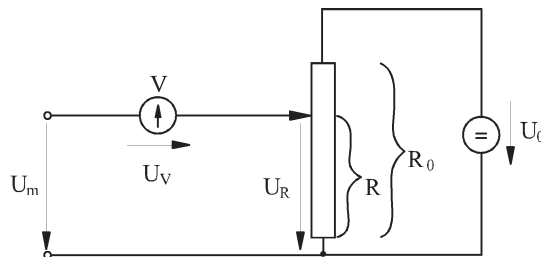


Abb. 3.48: Gleichspannungskompensationsschaltung

3.4 Thermodynamische Grundlagen

Die Thermodynamik beschreibt physikalische Systeme hinsichtlich ihrer Energien, die in verschiedenen ineinander umwandelbaren Formen in Erscheinung treten. Zur Beschreibung einer Systemeigenschaft werden Variable verwendet, wie z.B. die Masse m , das Volumen V , die Temperatur T oder der Druck p , die in einem bestimmten Zustand einen festen Wert besitzen. Sie werden deshalb auch als Zustandsvariable bezeichnet. Diese können ganz allgemein in zwei Gruppen eingeteilt werden, nämlich in

- intensive oder
- extensive Zustandsgrößen.

Intensive Zustandsgrößen besitzen die Eigenschaft, dass sie unabhängig von der Masse des Systems sind. Zu ihnen gehören z.B. der Druck p , die Temperatur T , alle molaren und spezifischen Größen, wie die molare Masse M , das molare Volumen V_m und die Dichte ρ . Die extensiven Zustandsgrößen dagegen sind von der Masse des Systems abhängig. Vertreter dieser Größen sind z.B. die *innere Energie* U , das Volumen V , die Stoffmenge n und die Entropie S . Werden daher zwei identische Systeme vereinigt, so verdoppeln sich die extensiven Größen, während die intensiven unverändert bleiben.

Ändert sich allgemein der Zustand eines Systems, so werden auch dessen Zustandsvariablen entsprechend verändert. Eine Abfolge von Zustandsänderungen wird als Prozess bezeichnet. Häufig betrachtete Sonderfälle dieser thermodynamischen Prozesse sind

- isochore,
- isobare und
- isotherme Prozesse.

Dabei bleiben bei einem isochoren Prozess das Volumen V , bei einem isobaren der Druck p und bei einem isothermen die Temperatur T konstant. Kann ein Prozess zu jedem beliebigen Zeitpunkt angehalten und allein durch Zu- bzw. Abfuhr der gewonnen bzw. aufgewendeten Arbeit in den Ausgangszustand zurückgeführt werden, wird er

- reversibel (umkehrbar), im anderen Fall
- irreversibel (nicht mehr umkehrbar) genannt.

In einem reversiblen Prozess befindet sich das System stets im Gleichgewicht³¹. In den Ausgangszustand zurückführen bedeutet hier, dass alle Zustandsvariablen wieder den gleichen Wert besitzen, den sie vor dem Prozess hatten. Auf reversible bzw. irreversible Prozesse wird in Abschnitt 3.4.2 noch genauer eingegangen. Die Grundlage der thermodynamischen Beschreibungen bilden vier *Hauptsätze*, von denen der erste und zweite in den nachfolgenden Abschnitten 3.4.1 und 3.4.2 besprochen werden³².

Die in der Thermodynamik betrachteten stofflichen Systeme (siehe Abb. 3.49) werden durch folgende Eigenschaften unterschieden.

- Hinsichtlich der Transportmöglichkeiten von Materie und/oder Energie durch die Systemgrenzen wird das thermodynamische System eingeteilt in
 - abgeschlossene,
 - geschlossene oder
 - offene Systeme.

³¹Beispiel: Reversible isotherme Expansion und Kompression eines idealen Gases gegen einen äußeren Druck, der laufend so verändert wird, dass er immer um dp kleiner ist, als der Gasdruck.

³²Eine ausführlichere Beschreibung aller vier Hauptsätze findet man z.B. in Stephan und Mayinger (1992), Kortüm und Lachmann (1981), Kortüm (1970), Ahrendts (1989), Brdička (1988) oder in Brockmann (1981).

In einem abgeschlossenen System ist weder ein Materie- noch Energieaustausch durch die Systemgrenze möglich. Somit bleibt die Stoffmasse und die Energie in einem solchen System konstant. Dagegen kann in einem geschlossenen System ein Energietransport und in einem offenen System zudem auch ein Materietransport durch die Systemgrenze stattfinden. Durch entsprechende Wahl der Systemgrenzen ist es immer möglich, ein offenes oder geschlossenes System in ein abgeschlossenes überzuführen³³. Sind Systeme gegen Wärmeab- und -zufuhr isoliert, werden sie

- adiabatisch, andernfalls
- diabatisch genannt.
- Eine weitere Einteilung der thermodynamischen Systeme wird nach der Anzahl ihrer stofflichen Elemente vorgenommen. Es wird dabei unterschieden, ob sich das System aus nur einem oder mehreren Stoffen zusammensetzt. Man bezeichnet sie demnach entweder als
 - Einstoff- oder
 - Mehrstoffsysteme.
- Zudem wird das System nach der Anzahl der vorhandenen Phasen eingeteilt in
 - homogene oder
 - heterogene Systeme.

Das homogene System besteht aus nur einer Phase und besitzt überall die gleichen physikalischen und chemischen Eigenschaften. Das heterogene System besteht dagegen aus mehreren Phasen.

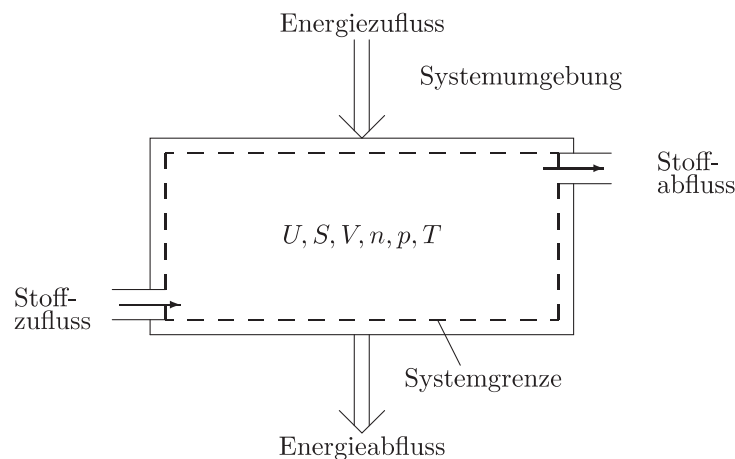


Abb. 3.49: Darstellung eines thermodynamischen Systems

Entsprechend der obigen Einteilung der thermodynamischen Systeme ist der Mensch aus thermodynamischer Sicht ein offenes heterogenes Mehrstoffsystem und das in Abschnitt 5.1 betrachtete Elektrode/Körpergewebe- bzw. Elektrode/Elektrolyt-System ein geschlossenes heterogenes Mehrstoffsystem.

3.4.1 Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Gemäß dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik besitzt jedes System die Zustandsgröße *Energie* (E), die weder erzeugt, noch vernichtet werden kann. Besteht das System aus n Phasen, so ergibt sich die Gesamt-

³³Im Extremfall muss das gesamte Universum in die Betrachtung miteinbezogen werden.

Energie E_{ges} des Systems aus der Summe der Energien E_i der einzelnen Phasen i (Gl. (3.108)).

$$E_{ges} = \sum_{i=1}^n E_i \quad (3.108)$$

Gilt für das System die Newtonsche Mechanik, so kann man die Gesamtenergie E_{ges} des Systems aufgliedern in eine potentielle E_{pot} und kinetische Energie E_{kin} , die mit der Lage und der Bewegung des gesamten Systems im Raum zusammenhängen und deshalb auch als *äußere Energie* bezeichnet werden, und in eine *innere Energie* U , eine für ein Stoffsystem charakteristische Größe. Der Absolutwert dieser Größe kann nicht gemessen werden, da man nicht exakt die Energiemengen der Moleküle, Atomkerne, Elektronen, usw. bestimmen kann. Es kann nur die Änderung ΔU der inneren Energie gemessen werden. Für die weiteren Betrachtungen wird von einer konstanten äußeren Energie und, wenn nicht anders angegeben, von einem geschlossenen homogenen System ausgegangen.

Da weder Energie erzeugt noch vernichtet werden kann, ist eine Änderung der inneren Energie ΔU eines Systems nur über Energiezu- bzw. -abfuhr durch die Systemgrenze möglich. Unter den vielfältigen Energien, die dabei ausgetauscht werden können, besitzt die Wärme Q gegenüber den anderen Energien (elektrische, mechanische, chemische), die man allgemein unter den Begriff ‘Arbeit’ W zusammenfasst, eine Sonderstellung. Es ist nämlich möglich, wie *J.P. Joule* bewiesen hat, für alle Energien in Form von Arbeit W eine entsprechende Energie in Form von Wärme Q anzugeben. Demgegenüber ist die Energie der Wärme nur bedingt in andere Energiearten umwandelbar.

Es lässt sich somit der Energieerhaltungssatz und damit die Aussage des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik durch die Gleichung

$$\Delta U = Q + W \quad (3.109)$$

beschreiben. Sie besagt, dass sich die innere Energie eines Systems nur über den Austausch von Wärme (Q) und/oder Arbeit (W) mit der Umgebung verändert. Die Größen W bzw. Q können sowohl positiv als auch negativ sein. Definitionsgemäß entspricht ein negativer Wert von W ($W < 0$) bzw. Q ($Q < 0$) einer Abgabe von Arbeit bzw. Wärme an die Umgebung und ein positiver Wert von W ($W > 0$) bzw. Q ($Q > 0$) einer Aufnahme dieser Größen von der Umgebung.

Eine häufig betrachtete Arbeitsform ist die Volumenarbeit ($dW_V = -p dV$)³⁴. Bei reinen homogenen Stoffen wie den idealen Gasen ist dies die einzige mögliche mechanische Arbeit, die das System mit der Umgebung austauschen kann. Sie soll daher von der übrigen Arbeit, die hier dementsprechend als Nichtvolumenarbeit W'_{nV} bezeichnet wird, getrennt betrachtet werden. Damit erhält man nach Gl. (3.109) für eine infinitesimale Änderung der inneren Energie

$$dU = dQ - p dV + dW'_{nV}. \quad (3.110)$$

Wird keine Nichtvolumenarbeit mit der Umgebung ausgetauscht ($dW'_{nV} = 0$) und wird der Prozess zudem isochor durchgeführt ($dV = 0$), entspricht die ausgetauschte Wärme der Änderung der inneren Energie

$$dU = dQ. \quad (3.111)$$

Aus praktischen Erwägungen wird in der technischen Thermodynamik eine weitere Zustandsgröße H , die Enthalpie, eingeführt. Sie ist wie folgt definiert:

$$H = U + pV. \quad (3.112)$$

³⁴Die Gesamtarbeit W_V muss durch Integration von dW_V ermittelt werden. Bei nicht konstantem Druck p muss die Abhängigkeit des Drucks p vom Volumen V bekannt sein.

Nach Differentiation und mit Gl. (3.110) erhält man

$$dH = dQ + V dp + dW'_{nV}. \quad (3.113)$$

Wird nun wiederum keine Nichtvolumenarbeit mit der Umgebung ausgetauscht ($dW'_{nV} = 0$) und wird der Prozess zudem isobar durchgeführt ($dp = 0$), entspricht die ausgetauschte Wärme der Änderung der Enthalpie

$$dH = dQ. \quad (3.114)$$

3.4.2 Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Gemäß dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik lässt sich für jedes System eine Zustandsgröße S , die *Entropie*, angeben. Besteht das System aus n Phasen, so ergibt sich die Gesamtentropie S_{ges} des Systems analog der Energie aus der Summe der Entropien S_i der einzelnen Phasen i (Gl. (3.115)).

$$S_{ges} = \sum_{i=1}^n S_i \quad (3.115)$$

Auch hier soll für die weiteren Betrachtungen von einer konstanten äußeren Energie und, wenn nicht anders angegeben, von einem geschlossenen homogenen System ausgegangen werden.

Die Änderung der Entropie S eines geschlossenen Systems kann nur über Wärmeaustausch mit der Umgebung und/oder durch *irreversible* Prozesse innerhalb des betrachteten Systems erfolgen.

$$dS = dS_S + dS_U. \quad (3.116)$$

Der Wert von dS_S in Gl. (3.116) gibt dabei die Entropieänderung aufgrund irreversibler Prozesse innerhalb des Systems an, dS_U den Wert der Entropieänderung aufgrund von Wärmeaustausch mit der Umgebung. Für letztere gilt

$$dS_U = \frac{dQ}{T}. \quad (3.117)$$

Nach *J.P. Joule* ist es, wie bereits erwähnt, möglich, für jede Energie in Form von Arbeit eine entsprechende Energie in Form von Wärme anzugeben. Daher kann man sich auch den Anteil an der Änderung der Entropie S aufgrund der irreversiblen Prozesse innerhalb des Systems durch eine Wärmeerzeugung Q' im System ersetzt denken, d.h. eine andere Energieform im System wird in Wärme umgewandelt. Es ist jedoch dabei zu beachten, dass es sich hierbei nur um ein Gedankenexperiment handelt, um diesen Sachverhalt zu verdeutlichen. Man muss sich auch stets bewusst sein, dass dieser Anteil an der Änderung der Entropie eine Folge irreversibler Prozesse innerhalb des Systems ist und daher auch in adiabaten Systemen zum Tragen kommt. Somit ergibt sich für die Änderung von dS_S analog der Gl. (3.117)

$$dS_S = \frac{dQ'}{T}. \quad (3.118)$$

Wird nur irreversibel Wärme mit der Umgebung ausgetauscht, erhält man somit für die Änderung der inneren Energie entsprechend den Gln. (3.116), (3.117) und (3.118).

$$dU = dQ + dQ' = T(dS_U + dS_S) = T dS. \quad (3.119)$$

Da durch irreversible Prozesse die Entropie stets erhöht wird — z.B. durch Umwandlung von einem Teil der Arbeit in Wärme aufgrund von Reibung — ist Q' immer positiv anzusetzen und somit auch dS_S immer größer Null.

Neben der dem System zu- bzw. abgeführten Wärme Q wird auch über manche mit dem System ausgetauschten Arbeitsformen W ³⁵ die Entropie des Systems verändert. Generell bezeichnet man den Anteil der Arbeit W , der eine Entropieänderung des Systems über dS_S zur Folge hat, als *dissipierte* Arbeit W_{diss} . Diese Dissipationsarbeit entspricht dem Anteil der aufgewendeten bzw. abgegebenen Arbeit des Systems, der nicht in die gewünschte Energieform umgewandelt wird, der aber bei jedem in der Realität ablaufendem Prozess aufgrund von Reibung, Deformation usw. vorkommt. Diese dissipierte Arbeit ist demnach die Folge der Irreversibilität aller Prozesse. Alle damit verbundenen Änderungen der inneren Energie dU_{ir} eines Systems werden gemeinsam über

$$dU_{ir} = T dS_S. \quad (3.120)$$

beschrieben. Daraus folgt für die Änderung der inneren Energie

$$dU = dQ + dW_{diss} - p dV + dW_{nV} = T (dS_U + dS_S) - p dV + dW_{nV}. \quad (3.121)$$

Dabei ist $(-p dV + dW_{nV})$ die gesamte Arbeit, die sich aus dem System gewinnen lässt. Sie lässt sich entsprechend obiger Gl. (3.121) beschreiben durch

$$-p dV + dW_{nV} = dU - T (dS_U + dS_S). \quad (3.122)$$

und ist demnach am größten, wenn der Prozess reversibel verläuft, d.h. wenn dS_S Null ist.

Man bezeichnet die Entropieänderung pro differentieller Zeit dt aufgrund irreversibler Prozesse innerhalb des System *Entropieerzeugung* ($\dot{S}_S = dS_S/dt$), die aufgrund von Wärmeaustausch mit der Umgebung *Entropieströmung* ($\dot{S}_U = dS_U/dt$). Während die Entropieströmung sowohl positiv als auch negativ sein kann, je nachdem ob die Wärme zu- oder abfließt, ist die Entropieerzeugung, wie oben bereits erwähnt, immer größer oder gleich Null. Bei *reversiblen* Prozessen, eine idealisierte Form von Zustandsänderungen, die in der Natur jedoch nicht vorkommen, ist die Entropieerzeugung gleich Null ($\dot{S}_S = 0$). Somit erhält man für ein adiabates System ($dS_U = 0$) und damit auch für jedes abgeschlossene System:

$$dS = dS_S = 0 \quad \text{reversibler Prozess} \quad (3.123)$$

$$dS = dS_S > 0 \quad \text{irreversibler Prozess} \quad (3.124)$$

$$dS = dS_S < 0 \quad \text{nicht möglich} \quad (3.125)$$

Praktisch bedeuten die Gln. (3.123) und (3.124), dass bei reversiblen Prozessen in einem adiabaten System jede während diesem Prozess umgewandelte Energieform jederzeit wieder in ihre ursprüngliche Energieform ohne Verluste zurückgewandelt werden kann. Der Prozess kann zu jedem beliebigen Zeitpunkt angehalten und allein durch Zu- bzw. Abfuhr der gewonnen bzw. aufgewendeten Arbeit wieder in den Ausgangszustand zurückgeführt werden. Das System befindet sich im Gleichgewicht. Da bei jedem natürlichen Prozess immer ein bestimmter Energieanteil aufgrund von z.B. Reibung nicht mehr in Arbeit umgewandelt werden kann, muss man, um ein System wieder in den Ausgangszustand zurückzubringen, stets mehr Arbeit zuführen als man gewonnen hat, bzw. kann stets nur weniger Arbeit wieder abgeführt werden als aufgewendet wurde. Dies deshalb, da sich die Entropie des System aufgrund der Irreversibilität erhöht hat und somit nicht mehr ohne zusätzliche Beeinflussung von außen auf ihren Ausgangswert gebracht werden kann. In einem adiabaten System kann die Entropie daher niemals abnehmen, sondern bei reversiblen Prozessen nur konstant bleiben bzw. bei irreversiblen Prozessen stets nur zunehmen. Eine ergänzende Beschreibung der Entropie kann in Anhang D nachgelesen werden.

³⁵z.B. elektrische Energie, Rührenergie, Reibungsarbeit.

3.4.3 Fundamentalgleichungen der Thermodynamik

Da zur vollständigen Energie- bzw. Entropiebilanzierung eines Prozesses stets ein abgeschlossenes System betrachtet werden muss, gelten obige Gln. (3.123) und (3.124) generell für jeden Prozess, d.h. durch jeden natürlichen Prozess wird Entropie erzeugt. Ist die Entropieänderung dS in einem abgeschlossenen System Null, so befindet sich das System im Gleichgewicht, d.h. es ist stabil. In jedem System, das sich nicht im Gleichgewicht befindet, ist die Entropieänderung dS ungleich Null und es laufen solange spontane Prozesse ab, bis das System den Gleichgewichtszustand erreicht hat, da jedes System naturgemäß bestrebt ist, diesen Zustand einzunehmen. Für abgeschlossene Systeme ist diese Entropieänderung dS gemäß Gl. (3.124) immer größer Null und damit ein Stabilitätsmaß für diese Systeme.

Viele chemischen Reaktionen finden jedoch bei vorgegebener Temperatur unter Wärmeaustausch mit der Umgebung statt, d.h. in einem nicht abgeschlossenen System. Um dennoch eine Aussage über die Stabilität des Systems treffen zu können, ist es daher notwendig, neue Zustandsfunktionen einzuführen, die als Stabilitätsmaß verwendet werden können. Hierzu wird zunächst das nicht abgeschlossene System in ein abgeschlossenes System übergeführt (Abb. 3.50).

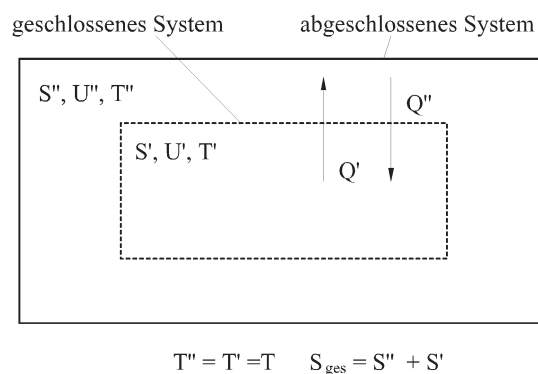


Abb. 3.50: Überführung eines nicht abgeschlossenen Systems in ein abgeschlossenes

Denkbar wäre z.B., den Vorgang innerhalb eines Kalorimeters gegebener Temperatur und sehr hoher Wärmekapazität ablaufen zu lassen, so dass der Vorgang praktisch isotherm erfolgt (Abb. 3.51).

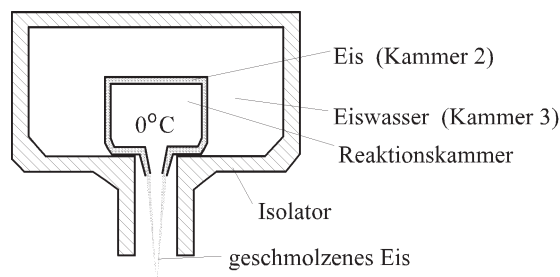


Abb. 3.51: Prinzipieller Aufbau eines Kalorimeters; Die Kammer, in der die chemische Reaktion ablaufen soll, wird von einer zweiten Kammer umhüllt, die mit Eis gefüllt ist. Die zweite Kammer wiederum befindet sich in einer mit Eiswasser gefüllten dritten Kammer, die ihrerseits mit einem Wärmeisolator gegen die Umgebungswärme abgeschirmt ist. Dadurch wird die Temperatur in der Reaktionskammer auf konstante Null Grad Celsius gehalten und das aus der zweiten Kammer fließende geschmolzene Eis ist damit ein Maß für die Reaktionswärme

Für die Gesamtänderung der Entropie erhält man gemäß den Gln. (3.115), (3.123) und (3.124)

$$dS_{ges} = dS' + dS'' \geq 0 \quad (3.126)$$

Dabei ist dS'' die Änderung der Entropie außerhalb des nicht abgeschlossenen Systems, dS' die des nicht abgeschlossenen. Da der Wärmeaustausch des Systems mit seiner Umgebung (Kalorimeter) der einzige Energieaustausch ist, kann man für dS'' auch gemäß Gl. (3.117) schreiben

$$dS'' = \frac{dQ''}{T''}, \quad (3.127)$$

wobei Q'' der Wärmeabfuhr der Umgebung in das System entspricht und T'' der Temperatur der Umgebung. Ferner gilt, da es sich um ein abgeschlossenes System handelt,

$$dU'' = -dU'. \quad (3.128)$$

Somit ergibt sich, da der Vorgang isotherm ($T'' = T' = T$) erfolgen soll, mit Gl. (3.111) bzw. (3.114) für einen isochoren bzw. isobaren Prozess gemäß Gl. (3.126)

$$dS' - \frac{dU'}{T} = d\left(S - \frac{U}{T}\right) \geq 0 \quad (3.129)$$

$$dS' - \frac{dH'}{T} = d\left(S - \frac{H}{T}\right) \geq 0, \quad (3.130)$$

wobei sich nun alle Größen nur noch auf das betrachtete System selbst beziehen ($S \doteq S'$ bzw. $U \doteq U'$).

Da ein isothermer Prozess vorausgesetzt wurde, kann man obige Gln. (3.129) und (3.130) mit T multiplizieren und erhält somit als Stabilitätsmaß für einen isotherm-isochoren bzw. isotherm-isobaren Prozess folgende Zustandsgrößen

$$F = U - TS \quad (3.131)$$

$$G = H - TS \quad (3.132)$$

Die Größe F in Gl. (3.131) wird als *freie Energie* und G in Gl. (3.132) als *freie Enthalpie* bezeichnet. Für einen reversibel isotherm-isochor geführten Prozess bzw. einem reversibel isotherm-isobaren gilt demnach entsprechend Gl. (3.129) bzw. (3.130)

$$dF = 0 \quad (3.133)$$

bzw.

$$dG = 0 \quad (3.134)$$

Da sich ein System im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, wenn der Prozess reversibel verläuft, entspricht obige Gl. (3.133) der Gleichgewichtsbedingung für ein isotherm-isochores bzw. Gl. (3.134) für ein isotherm-isobares System. Befindet sich ein isotherm-isochores bzw. ein isotherm-isobares System dagegen nicht im Gleichgewicht und wird auch keine Energie dem System zugeführt, gilt somit gemäß Gl. (3.129) bzw. (3.130)

$$dF < 0 \quad (3.135)$$

bzw.

$$dG < 0. \quad (3.136)$$

Die freie Energie F und die freie Enthalpie G müssen folglich nach obigen Gleichungen im Gleichgewicht einen Minimalwert besitzen³⁶ man sich auch anschaulich dadurch erklären, dass der Gleichgewichtszustand aus endlich benachbarten Zuständen nur durch äußeren Arbeitsaufwand erreicht werden kann. Folglich müssen die freie Energie bzw. die freie Enthalpie um den Gleichgewichtszustand größer als im Gleichgewicht sein. Die Größen F bzw. G entsprechen also der potentiellen Energie in der Mechanik.

Kann ein System die zugeführte Energie nur durch Volumenarbeit dW_V und durch Änderung ihres Stoffbestandes n mittels chemischer Reaktionen ($dU_n = \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i$) aufnehmen, erhält man ohne Berücksichtigung aller potentieller und kinetischer Energien, die *Gibbsche Fundamentalform* zur Beschreibung der inneren Energie

$$dU = T dS - p dV + \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i \quad (3.137)$$

Dabei ist dn_i der differentielle Umsatz der Stoffkomponente i und μ_i die partielle Ableitung der inneren Energie U nach einer Stoffmenge n_i (Gl. (3.138)), wobei die Entropie S , das Volumen V und alle anderen Stoffe des Systems $n_{j \neq i}$ konstant gehalten werden ($dS = dV = (dU/dn_i)_{n_{j \neq i}} = 0$).

$$\mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial n_i} \right)_{S, V, n_{j \neq i}} = \mu_i(S, V, n_i) \quad (3.138)$$

Die in Gl. (3.138) angegebene Größe μ_i wird als *chemisches Potential* bezeichnet auf das in Abschnitt 3.4.4 noch näher eingegangen wird. Sie hat die Einheit Energie pro Mol ($J \text{mol}^{-1}$) und entspricht der chemischen Bindungsenergie einer Teilchenmenge von einem Mol.

Weitere Fundamentalgleichungen sind in den Gln. (3.139) – (3.141) angegeben, wobei auch hier nur die Volumenarbeit und chemische Reaktionen berücksichtigt sind.

$$H = U + pV = TS + \sum_{i=1}^n \mu_i n_i \quad (3.139)$$

$$F = U - TS = -pV + \sum_{i=1}^n \mu_i n_i \quad (3.140)$$

$$G = U + pV - TS = \sum_{i=1}^n \mu_i n_i. \quad (3.141)$$

Werden von den Größen H , F und G die totalen Differentiale gebildet, erhält man die *Gibbschen Fundamentalgleichungen* für die Enthalpie, freie Energie und die freie Enthalpie.

$$dH = T dS + S dT + \sum_{i=1}^n n_i d\mu_i + \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i = T dS + V dp + \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i \quad (3.142)$$

$$dF = -dpV - V dp + \sum_{i=1}^n n_i d\mu_i + \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i = -S dT - p dV + \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i \quad (3.143)$$

$$dG = \sum_{i=1}^n n_i d\mu_i + \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i = -S dT + V dp + \sum_{i=1}^n \mu_i dn_i. \quad (3.144)$$

³⁶Tatsächlich besagen obige Gln. 3.133 und 3.134, dass die Ableitung dieser freien Energien Null sein muss. Demnach könnte man auch ein Gleichgewicht beim Maximalwert erhalten, wie das beispielsweise bei einer Kugel genau auf dem Maximum eines Hügels der Fall wäre. Dies entspricht allerdings einem instabilen Gleichgewicht, d.h. um beim Beispiel der Kugel zu bleiben, würde die Kugel sofort diesen Zustand (Platz) verlassen, sobald sie nicht mehr exakt auf der Hügelspitze liegen würde. Im Energieminimum erhält man dagegen ein stabiles Gleichgewicht.

3.4.4 Das chemische Potential

Aus den Gln. (3.142), (3.143) und Gl. (3.144) erkennt man, dass das chemische Potential μ_i eines Stoffes i neben Gl. (3.138) auch über nachfolgende Gleichungen ermittelt werden kann³⁷.

$$\mu_i = \left(\frac{\partial H}{\partial n_i} \right)_{S, p, n_{j \neq i}} = \mu_i(S, p, n_i) \quad (3.145)$$

$$\mu_i = \left(\frac{\partial F}{\partial n_i} \right)_{T, V, n_{j \neq i}} = \mu_i(T, V, n_i) \quad (3.146)$$

$$\mu_i = \left(\frac{\partial G}{\partial n_i} \right)_{T, p, n_{j \neq i}} = \mu_i(T, p, n_i) \quad (3.147)$$

Dabei haben die Gln. (3.146) und (3.147) gegenüber den Gln. (3.138) und (3.145) den Vorteil, dass ihre unabhängigen Variablen — die Temperatur T , der Volumen V bzw. der Druck p und die Stoffmengen $n_{j \neq i}$ — Größen sind, die im Gegensatz zur Entropie S in den Gl. (3.138) und Gl. (3.145) leichter zu handhaben sind.

Analog der inneren Energie U kann man auch für das chemische Potential μ keinen Absolutwert angeben. Man rechnet deshalb mit einem Wert, der auf einen bestimmten Zustand einer als Standard gewählten Komponente bezogen ist. Der Wert des chemischen Potentials im Standardzustand wird dann mit μ_i^0 bezeichnet.

Das chemische Potential eines Stoffes ist anschaulich vergleichbar mit der elektrischen Spannung bzw. Temperatur. Ebenso wie zwei unterschiedliche Spannungen bzw. Temperaturen innerhalb eines abgeschlossenen Systems einen Zustand unterschiedlicher Energie anzeigen und somit spontan solange zu einem elektrischen Strom bzw. Wärmestrom führen, bis überall die gleiche Spannung bzw. Temperatur herrscht, wird durch zwei unterschiedliche chemische Potentiale spontan ein Fluss frei beweglicher Stoffe verursacht, bis das chemische Potential überall im System gleich groß ist. Somit entsprechen unterschiedliche chemische Potentiale analog den Spannungs- bzw. Temperaturdifferenzen verschiedenen Energiezuständen innerhalb eines abgeschlossenen Systems. Sie sind die Energielieferanten für den spontanen Stoffausgleichsstrom.

Anhand eines einfachen Beispiels, nämlich an einer idealen Gasmischung, soll die Berechnung des chemischen Potentials hergeleitet und diese hernach an reale Lösungen angeglichen werden.

Untersucht wird in einem abgeschlossenen System ein idealer, d.h. reversibler Mischvorgang ($dS = 0$) eines reinen Gases mit einer idealen Gasmischung, in der sich bereits ein Teil dieses reinen Gases befindet (siehe Abb. 3.52). Dabei soll das reine Gas vor dem Mischvorgang das chemische Potential μ_{i0} besitzen und es soll kein Stoffumsatz stattfinden ($dn_i = 0$). In einer idealen Gasmischung, die aus n Komponenten verschiedener reiner Gase besteht, besitzt jedes dieser Gase j einen bestimmten Druck p_j (*Partialdruck*) innerhalb der Mischung. Der Gesamtdruck p der Mischung setzt sich aus der Summe der einzelnen Partialdrücke p_j zusammen (Gl. (3.148)).

$$p = \sum_{j=1}^n p_j, \quad (3.148)$$

Da der gesamte Prozess reversibel, d.h. im ständigen Gleichgewicht ablaufen soll, muss das reine Gas zunächst vom Druck p_a , der ebenso groß sein soll wie der Gesamtdruck p der Gasmischung, reversibel und isotherm auf den Partialdruck p_i , den er in der Mischung besitzt, expandiert werden. Danach wird das reine Gas unter konstantem Druck p_i durch eine Membran, die nur für das reine Gas durchlässig sein soll, in die

³⁷Wie in der Thermodynamik üblich sind die Größen die konstant gehalten werden, unten an der rechten runden Klammer aufgeführt.

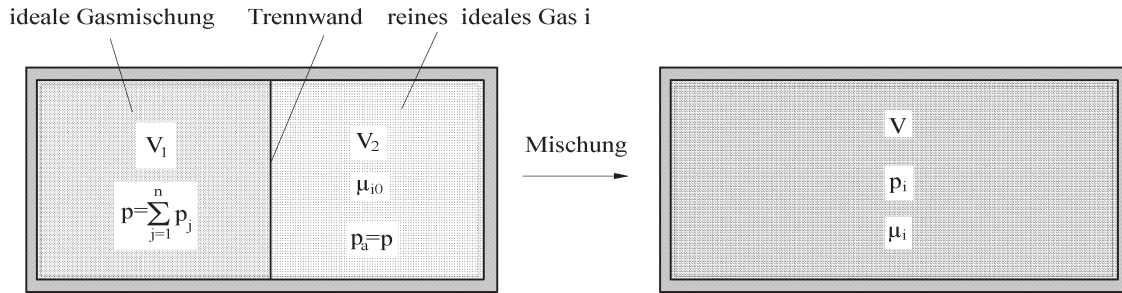


Abb. 3.52: Mischvorgang eines reinen Gases mit einer idealen Gasmischung. Nach dem Mischvorgang besitzt das ideale Gase das Volumen V , den Partialdruck p_i und das chemische Potential μ_i

Gasmischung gepresst. Die sich daraus ergebenden Volumenarbeiten, nämlich Volumenverringern durch das Verschwinden des reinen Gases bzw. Volumenvergrößerung in der Gasmischung durch Hinzufügen des reinen Gases, heben sich dabei gegenseitig auf, da hier ein idealer Mischvorgang betrachtet wird. Damit beschränkt sich der gesamte Energieumsatz auf die Betrachtung der reversibel-isothermen Ausdehnung des reinen Gases vom Anfangsdruck $p_a = p$ auf den Enddruck p_i und damit gemäß Gl. (3.142) auf die Änderung der Enthalpie H .

$$dH = V dp \quad (3.149)$$

Das in Gl. (3.149) betrachtete Volumen V lässt sich dabei mit dem *Gay-Lussacschen* Gesetz für ideale Gase (Plewinsky, 1989, S. C17) berechnen zu

$$V = n \frac{RT}{p}, \quad (3.150)$$

wobei R eine konstante Größe ist, die so genannte Gaskonstante für die gilt (Mende und Simon, 1981, S. 393)

$$R = (8.31441 \pm 0.00026) \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}.$$

Die Größe n in Gl. (3.150) ist die Gesamtstoffmenge (Einheit: mol) der in der Gasmischung enthaltenen Stoffe. Sie ist eine extensive Größe und setzt sich somit aus der Summe der einzelnen Stoffmengen n_j zusammen (Gl. (3.151))

$$n = \sum_{j=1}^n n_j. \quad (3.151)$$

Damit erhält man für die Ausdehnungsarbeit vom Druck p auf den Druck p_i und damit für die Änderung der Enthalpie H

$$\Delta H = \int_p^{p_i} V dp = \int_p^{p_i} nRT \frac{dp}{p} = nRT \ln \frac{p_i}{p}. \quad (3.152)$$

Daraus kann gemäß den Gln. (3.145) und Gl. (3.151) und den obigen Bedingungen $dn_i = dS = 0$ die durch den Mischvorgang hervorgerufene Änderung des chemischen Potentials $\Delta\mu_i$ ermittelt werden zu

$$\Delta\mu_i = \mu_i - \mu_{i0} = \left(\frac{\partial \Delta H}{\partial n_i} \right)_{S,p,n_{j \neq i}} = RT \ln \frac{p_i}{p}. \quad (3.153)$$

Der Wert von μ_i gibt hierbei die Änderung des chemische Potentials nach dem Mischvorgang an, bezogen auf den Anfangswert μ_{i0} . Sie wird entsprechend obiger Gl. (3.153) berechnet zu

$$\mu_i = \mu_{i0} + RT \ln \frac{p_i}{p}. \quad (3.154)$$

Mit Hilfe dem *Daltonschen* (Brdička, 1988, S. 232) und *Gay-Lussacschen* (Gl. (3.150)) Gesetz

$$p = n \frac{RT}{V} \quad (3.155)$$

$$p_i = n_i \frac{RT}{V} \quad (3.156)$$

und der Formeln zur Berechnung der Konzentrationen c und c_i ,

$$c = \frac{n \cdot 1000}{V} \quad (3.157)$$

$$c_i = \frac{n_i \cdot 1000}{V}, \quad (3.158)$$

kann das chemische Potential in Abhängigkeit dieser Konzentrationen beschrieben werden. Der Faktor 1000 in obigen Gleichungen resultiert aus den gewählten Einheiten von c und V , die hier in den allgemein üblichen Größen angegeben sind; nämlich c in mol/l und V in cm^3 . So gilt

$$\mu_i = \mu_{i_0} + RT \ln \frac{c_i}{c}, \quad (3.159)$$

wobei die Größe c_i die Stoffkonzentration der Komponente i und c die Gesamtstoffkonzentration beschreibt.

Da sich die Moleküle idealer Lösungen ähnlich verhalten wie das ideale Gas, kann die oben gefundene Gl. (3.159) zur Berechnung des chemischen Potentials μ_i auch für ideale Lösungen angewendet werden. Dazu müssen für die Größen μ_{i_0} , c_i und c geeignete Werte eingesetzt werden. Im allgemeinen wird Gl. (3.159) so umgeformt, dass im Nenner des Konzentrationsverhältnisses c_i/c der Wert 1 mol/l steht, was definitionsgemäß dem Standardzustand entspricht³⁸. Es wird dabei die Eigenschaft des Logarithmus ausgenutzt das gilt, $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$. Es ist dabei zu beachten, dass a und b bzw. c_i in Gl. (3.160) dimensionslose Zahlen sind. Damit ergibt sich für das Standardpotential μ_i^0

$$\mu_i^0 = \mu_{i_0} - RT \ln c$$

und somit für das chemische Potential

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln c_i \quad (3.160)$$

Analog erhält man für das chemische Potential bei Gasen gemäß Gl. (3.154)

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln p_i, \quad (3.161)$$

wobei sich in diesem Fall das chemische Standardpotential μ_i^0 berechnet zu

$$\mu_{i_p}^0 = \mu_{i_0} - RT \ln p.$$

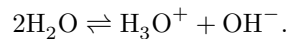
Für den Druck p im Standardzustand verwendet man häufig 1 atm .

Von größter Bedeutung in der Medizintechnik sind wässrige Elektrolyte, d.h. Lösungen in denen Wasser als Lösungsmittel dient. Es sollen daher im nächsten Abschnitt 3.4.4.1 deren Eigenschaften, die für das Verständnis elektrolytischer Reaktionen notwendig sind, näher erläutert werden.

3.4.4.1 Eigenschaften wässriger Elektrolyte

Reines Wasser ist ein sehr schlechter elektrischer Leiter, da nur wenige Wassermoleküle dissoziiert sind zu

³⁸Wie bereits erwähnt, kann für das chemische Potential kein Absolutwert angegeben werden, sondern nur ein auf einen beliebigen Zustand bezogener Wert.



Die Wasserstoffionenkonzentration beträgt hier bei einer Temperatur von 298 K etwa 10^{-7} Mol/l. Zum Vergleich erhält man in einer physiologischen Lösung (9g NaCl/l) bei gleicher Temperatur eine Salzkonzentration von 0.15 Mol/l. Träger des Stroms im Elektrolyten sind deshalb im allgemeinen die Ionen des gelösten Stoffes.

Durch den unsymmetrischen Aufbau des Wassermoleküls besitzt das Wasser polare Eigenschaften, die mit dem Dipolmoment quantifiziert werden. Aufgrund dieser polaren Eigenschaften bildet das Wasser kristallähnliche Strukturen aus. Wird ein Ionenkristall³⁹ ins Wasser gegeben, werden diese Wassermoleküle aufgrund ihrer starken Dipoleigenschaften von den Ionen angezogen und lagern sich an der Oberfläche des Kristalls an. Dabei wird etwas Energie freigesetzt, die von den Ionen des Gitters aufgenommen wird. Damit gelingt es in Abhängigkeit der Bindungsenergie des Ionenkristalls mehr oder weniger vielen Ionen, sich aus dem Gitterverband zu lösen. Ein auf diese Weise freigewordenes positives oder negatives Ion wird jedoch sofort mit einer größeren oder kleineren Hülle von Wassermolekülen umgeben, die Ionen werden *hydratisiert*. Dadurch sind sie in ihrer Beweglichkeit u eingeschränkt. Diese ist definiert als Quotient aus Geschwindigkeit $\vec{v}$ eines Ions bezogen auf die Einheit der angelegten elektrischen Feldstärke $\vec{E}$. Wegen der Wechselwirkungen zwischen den Ionen ist die Beweglichkeit abhängig von Druck, Temperatur, Konzentration und Art des Lösungsmittels. Bei schwachen Elektrolyten, solchen die nicht vollständig dissoziieren, ist der Dissoziationsgrad ebenfalls von der Konzentration abhängig, er nimmt zu mit abnehmender Konzentration (Ostwaldsches Verdünnungsgesetz). Die Kräfte zwischen den Ionen und ihre nicht mehr zufällige Verteilung führen dazu, dass diese bei chemischen Reaktionen behindert sind und die Reaktionsgeschwindigkeit niedriger wird als erwartet. Aus thermodynamischer Betrachtungsweise bedeutet dies, dass das chemische Potential der Ionen niedriger ist als es ihrer Konzentration c_i entspricht.

Zur Anpassung der Gl. (3.160) an reale Lösungen werden daher diese Eigenschaften des Lösungsmittels, hier des Wassers, durch die Einführung eines Aktivitätskoeffizienten γ_i berücksichtigt. Dieser multipliziert mit der Konzentration c_i entspricht der Aktivität a_i der Stoffkomponente. Bei getrennter Betrachtung für positive und negative Ionen ergibt sich mit $\gamma_+ \leq 1$ bzw. $\gamma_- \leq 1$

$$a_+ = \gamma_+ c \quad \text{und} \quad a_- = \gamma_- c$$

und daraus

$$\sqrt{a_+ a_-} = \sqrt{\gamma_+ \gamma_-} c \quad (3.162)$$

und weiter eine mittlere Aktivität $a_{\pm}$

$$a_{\pm} = \gamma_{\pm} c. \quad (3.163)$$

Im weiteren ist, wenn von der Aktivität a einer Ionenart die Rede ist, deren mittlere Aktivität $a_{\pm}$ gemeint. Entsprechendes gilt auch für den Aktivitätskoeffizient γ .

Wird nun anstatt der Konzentration c_i die Aktivität des Stoffes i in die Gl. (3.160) eingesetzt, erhält man die Gleichung zur Berechnung des chemischen Potentials für reale Lösungen.

$$\mu_i = \mu_i^0 + RT \ln a_i \quad (3.164)$$

3.4.4.2 Bestimmung des Aktivitätskoeffizienten

Die Berechnung des Aktivitätskoeffizienten kann unter Verwendung der *Debye-Hückelschen* Grenzbeziehung mit effektiven Ionendurchmesser d_i erfolgen (Brdička, 1988, S. 576ff). Diese ist jedoch nur bis zu einer

³⁹Verbindungen, die im festen Zustand aus Ionen bestehen, werden auch *Salze* genannt; z.B. NaCl oder AgCl.

Ionenstärke von ca. 0.1mol/l anwendbar. Für γ_{i_D} gilt dann

$$\ln \gamma_{i_D} = \frac{-z_i^2 e^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_r kT} \left(\frac{\kappa}{1 + d_i \kappa} \right) \quad (3.165)$$

mit

$$\kappa^2 = \frac{e^2 N_A}{\epsilon_0 \epsilon_r kT} \sum_{j=1}^n z_j^2 c_j.$$

Die in Gl. (3.165) verwendeten Formelgrößen entsprechen dabei den in Tabelle 3.4 angegebenen Bezeichnungen.

Formelgröße	Einheit	Bezeichnung		
z_i		Ladungszahl des Ions i		
d_i	m	effektiver Ionendurchmesser des Ions i		
κ^{-1}	m	<i>Debye</i> -Radius $\doteq$ Abstand vom zentralen Ion, an dem dessen Potential auf $1/e$ abgefallen ist		
T	K	absolute Temperatur		
c_j	mol/l	molare Konzentration des Ions j		
n		Anzahl der verschiedenen Ionen		
ϵ_r		relative Dielektrizitätszahl		
ϵ_0	As/Vm	Dielektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 =$	$8.854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$
e	As	Elementarladung	$e =$	$1.602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$
k	J/K	<i>Boltzmann</i> -Konstante	$k =$	$1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
N_A	1/mol	<i>Avogadro</i> -Konstante	$N_A =$	$6.022 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$

Tab. 3.4: Verwendete Formelgrößen

Häufig wird anstelle des natürlichen Logarithmus (ln) in Gl. (3.165) der 10-er Logarithmus (lg) verwendet. Es gilt dann für γ_{i_D}

$$\lg \gamma_{i_D} = \frac{1}{\ln 10} \ln \gamma_{i_D}. \quad (3.166)$$

Eine wesentliche Verbesserung der Genauigkeit zur Berechnung des Aktivitätskoeffizienten γ_i wird erreicht, wenn man die Gl. (3.166) durch ein lineares Zusatzglied CI erweitert. Somit erhält man

$$\lg \gamma_i = \lg \gamma_{i_D} + CI, \quad (3.167)$$

wobei

$$I = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_j^2 c_j$$

als Ionenstärke bezeichnet wird und C dem dazugehörigen Proportionalitätsfaktor entspricht. Damit erhält man zur Berechnung des Aktivitätskoeffizienten γ_i in Abhängigkeit der Ladungszahl z_i , dem effektiven Ionendurchmesser d_i , der relativen Dielektrizitätskonstanten ϵ_r , der Temperatur T und der Ionenstärke I folgende Gleichung

$$\gamma_i = f(z_i, d_i, \epsilon_r, T, I) = 10 \left[\frac{-az_i^2 \sqrt{I}}{\sqrt{\epsilon_r^3 T^3} + b d_i \epsilon_r T \sqrt{I}} + CI \right] = 10 \left[\frac{-az_i^2 \sqrt{I}}{\sqrt{\epsilon_r^3 T^3} (1 + b^* d_i \sqrt{I})} + CI \right] \quad (3.168)$$

mit

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{e^3}{8\pi \ln 10} \sqrt{\frac{2N_A}{\varepsilon_0^3 k^3}} = 1.83 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{lK^3}{\text{mol}}} \\
 b &= e \sqrt{\frac{2N_A}{\varepsilon_0 k}} = 503.52 \frac{1}{nm} \sqrt{\frac{lK}{\text{mol}}} \\
 b^* &= \frac{b}{\sqrt{\varepsilon_r T}}.
 \end{aligned}$$

Mit dieser erweiterten Gleichung, in der die Parameter C und d_i als empirische Parameter betrachtet werden müssen, mit denen die Gleichung an die experimentell ermittelten Werte angepasst wird, kann der Aktivitätskoeffizienten γ_i auch bei höheren Ionenstärken berechnet werden. Liegen keine experimentellen Daten vor, so setzt man $C \approx 0.1 z_i^2 \text{ l/mol}$ und $b^* d_i \approx 1 \sqrt{\text{l/mol}}$ ($b^* d_i$ siehe Gl. (3.168)). In Abb. 3.53 ist die Abhängigkeit des mittleren Aktivitätskoeffizienten von der Ionenstärke dargestellt.

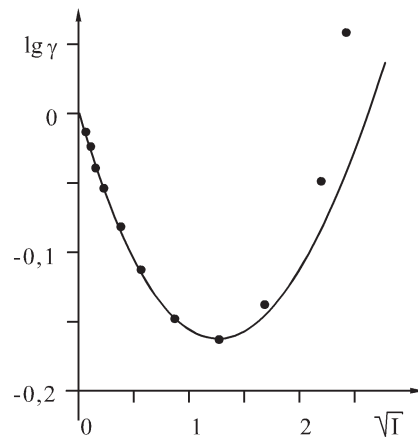


Abb. 3.53: Abhängigkeit des mittleren Aktivitätskoeffizienten von der Ionenstärke für $C = 0.055 \text{ dm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$. Die eingezeichneten Punkte entsprechen den experimentell ermittelten Werten

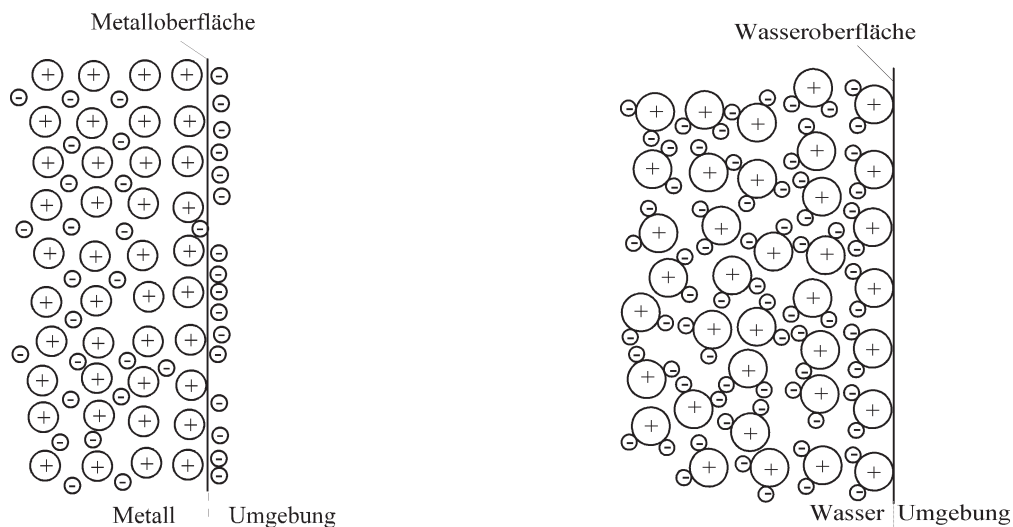
3.4.5 Das elektrische Potential

Generell wird zwischen einem *inneren* und einem *äußeren Potential* unterschieden. Das innere Potential wird auch als *galvanisches*, das äußere als *voltaisches* Potential bezeichnet. Definitionsgemäß entspricht das äußere Potential Φ_a der Arbeit pro Ladungseinheit, die notwendig ist, um eine Ladung von einem unendlich entfernten Punkt im Vakuum, an dem das Potential vereinbarungsgemäß Null ist, an die äußere Oberfläche einer Phase zu verschieben. Analog beschreibt das innere Potential Φ_i die pro Ladung notwendige Arbeit, um eine Ladung ebenfalls vom unendlich entfernten Punkt im Vakuum in das Innere einer Phase zu verschieben. Die Potentialdifferenz Φ_d zwischen dem äußeren und inneren Potential wird *Oberflächenpotential* genannt. Es gilt somit

$$\Phi_i = \Phi_a + \Phi_d. \quad (3.169)$$

Es wird angenommen, dass das Potential Φ_d durch eine an der Oberfläche der Phase sich ausbildende Dipolschicht erzeugt wird, deren Ursache sehr verschieden sein kann. So verlassen z.B. in manchen Metallen

die Elektronen, die nach der *Boltzmann–Maxwellschen* Energieverteilung (Brdička, 1988, S. 255ff) die zum Austritt notwendige Energie besitzen, zwar das Metall, sie werden aber aufgrund des dadurch positiven Metallrests an der Oberfläche des Metalls festgehalten. Es bildet sich somit eine Dipolschicht aus, bestehend aus einem dünnen Elektronenfilm über einer positiven Metalloberfläche (Abb. 3.54a). Eine andere Ursache wird in den einseitigen Kräften gesehen, denen die Atome oder Moleküle der Phase an der Oberfläche ausgesetzt sind. Dadurch werden sie zu Dipolen verzerrt oder wie Magnetnadeln in einem statischen Magnetfeld gleichartig ausgerichtet. Zum Beispiel orientieren sich die Moleküle an einer Wasseroberfläche so, dass ihr positives Ende nach außen zeigt (Abb. 3.54b).



a) Dipolschicht aus dünnem Elektronenfilm und positiver Metalloberfläche

b) Dipolschicht durch gleichförmige Orientierung der Wassermoleküle

Abb. 3.54: Mögliche Ursachen für die Entstehung von Dipolschichten

Grundsätzlich kann nur zwischen zwei äußeren Potentialen Φ_{a_1} und Φ_{a_2} eine Spannung gemessen werden. Dagegen besteht keine Möglichkeit das Oberflächenpotential und die Potentialdifferenzen zwischen zwei inneren Potentialen Φ_{i_1} und Φ_{i_2} zu bestimmen⁴⁰. Wird daher eine Spannung gemessen, so entspricht diese immer der Differenz der äußeren Potentiale.

3.4.6 Das elektrochemische Potential

Wenn sich ein Mol eines Ions j mit der Ladungszahl z_j aus seiner Phase löst, müssen das chemische Potential μ_j , das der Bindungsenergie der Ionen entspricht, und das Oberflächenpotential $\Phi_{d,j}$ überwunden werden. Für die dazu notwendige Energie, die als Austrittsarbeit α_j bezeichnet wird, ergibt sich daher:

$$\alpha_j = \mu_j + z_j F \Phi_{d,j}. \quad (3.170)$$

Die Größe F entspricht dabei der *Faraday-Konstante* für die gilt (Mende und Simon, 1981, S. 393)

$$F = (9.648456 \pm 0.000027) \cdot 10^4 \text{ Asmol}^{-1}. \quad (3.171)$$

⁴⁰Eine ausführliche Beschreibung hierzu findet man z.B. in Brdīčka (1988, S. 624f), Kortüm (1970, S. 283f) und Müller (1987b, S. 108).

Damit bleibt als Restenergie der Anteil des äußeren Potentials übrig. Die gesamte Energie, die aufgebracht werden muss, um ein Mol eines Ions j mit der Ladung z_j aus dem inneren einer Phase an den unendlich weit entfernten Punkt im Vakuum zu bringen, an dem das elektrische Potential per Definition Null ist, ist demnach gleich

$$\tilde{\mu}_j = \mu_j + z_j F \Phi_{i,j}. \quad (3.172)$$

Diese Größe $\tilde{\mu}_j$ wurde von *E.A. Guggenheim* als *elektrochemisches Potential* bezeichnet. Mit ihm wird berücksichtigt, dass das geschlossene System außer der Volumenarbeit auch elektrische Arbeit mit seiner Umgebung austauschen kann.

3.4.7 Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen

Wie in Abschnitt 3.4.3 bereits erwähnt laufen spontane Prozesse in einem System nur ab, wenn sich das System nicht im Gleichgewicht befindet. Befindet sich das System dagegen im Gleichgewicht, gelten für isotherm-isochore bzw. isotherm-isobare geschlossene Systeme die in Gl. (3.133) bzw. Gl. (3.134) angegebene Bedingung $dF = 0$ bzw. $dG = 0$.

3.4.7.1 Das Phasengleichgewicht

Die Bedingung für das thermodynamische Gleichgewicht eines isotherm-isochoren bzw. isotherm-isobaren geschlossenen Systems mit k Komponenten und p Phasen, in dem nur Volumen- und elektrische Arbeit mit der Umgebung ausgetauscht wird, ist die Gleichheit der elektrochemischen Potentiale aller austrittsfähigen Ionen. Dies ergibt sich aus der Gl. (3.133) bzw. (3.134). Es ist hierzu lediglich in der Gl. (3.143) bzw. (3.144) das chemische Potential μ_i durch das elektrochemische Potential $\tilde{\mu}_i$ zu ersetzen. Damit folgt für das Gleichgewicht entsprechend der Gl. (3.133) bzw. (3.134)

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^k \tilde{\mu}_{ij} dn_{ij} = 0. \quad (3.173)$$

Wenn keine chemischen Reaktionen ablaufen, ist in einem geschlossenen System die gesamte Stoffmenge n_j einer Komponente j unabhängig von den Stoffmengen n_h einer anderen Komponenten h , d.h. aus den Komponenten h können keine Produkte der Komponente j gebildet werden.

$$n_j \neq f(n_h)_{h \neq j}.$$

Es lässt sich daher für jede Komponente j getrennt anschreiben

$$\sum_{i=1}^p \tilde{\mu}_{ij} dn_{ij} = 0. \quad (3.174)$$

Da es sich hier um ein geschlossenes System handelt, ist zusätzlich die Gesamtstoffmenge einer Komponente j konstant, d.h. es gilt

$$\sum_{i=1}^p n_{ij} = n_j = \text{konst} \quad (3.175)$$

bzw.

$$\sum_{i=1}^p dn_{ij} = 0. \quad (3.176)$$

Anschaulich besagt obige Gl. (3.176) für z.B. ein System mit zwei Phasen I und II , dass die Abnahme einer Komponente j in der einen Phase I um dn_{Ij} zu einer Zunahme um dn_{IIj} dieser Komponente j in der anderen Phase II führt, d.h. $dn_{IIj} = -dn_{Ij}$. Aus den beiden Gln. (3.174) und (3.176) folgt daher mit Hilfe der Lagrangeschen Hilfsfunktion (Feldmann et al., 1983, S. 226), (Leupold, 1978, S. 409)

$$\sum_{i=1}^p (\tilde{\mu}_{ij} + \lambda_j) dn_{ij} = 0. \quad (3.177)$$

Diese Gleichung ist für eine beliebige Anzahl von Phasen p immer Null, wenn gilt

$$(\tilde{\mu}_{ij} + \lambda_j) = 0. \quad (3.178)$$

Somit gilt in allen Phasen i für das elektrochemische Potential $\tilde{\mu}_j$ einer Komponente j

$$\tilde{\mu}_{ij} = -\lambda_j$$

oder anders formuliert

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{11} = \tilde{\mu}_{21} = \cdots = \tilde{\mu}_{i1} = \cdots = \tilde{\mu}_{p1} \\ \tilde{\mu}_{12} = \tilde{\mu}_{22} = \cdots = \tilde{\mu}_{i2} = \cdots = \tilde{\mu}_{p2} \\ \vdots \\ \tilde{\mu}_{1j} = \tilde{\mu}_{2j} = \cdots = \tilde{\mu}_{ij} = \cdots = \tilde{\mu}_{pj} \\ \vdots \\ \tilde{\mu}_{1k} = \tilde{\mu}_{2k} = \cdots = \tilde{\mu}_{ik} = \cdots = \tilde{\mu}_{pk}. \end{aligned}$$

Diese obigen Gleichungen sind die Bedingungen für das *Phasengleichgewicht*. Sie besagen, dass das chemische Potential eines jeden Stoffes j in jeder Phase i denselben Wert haben muss. Besteht das System wie in unserem Beispiel aus nur zwei Phasen I und II folgt daraus im Gleichgewicht für jede Ionenart j

$$\tilde{\mu}_{Ij} = \tilde{\mu}_{IIj} \quad (3.179)$$

Damit ergibt sich gemäß obiger Gl. (3.179) mit Hilfe Gl. (3.172) für die Potentialdifferenz⁴¹ $\Delta\Phi = \Phi_{i,Ij} - \Phi_{i,IIj}$ zwischen den beiden Phasen I und II

$$\Delta\Phi = -\frac{1}{z_j F} \Delta\mu_j, \quad (3.180)$$

wobei $\Delta\mu_j = \mu_{Ij} - \mu_{IIj}$ ist. Mit Gl. (3.164) folgt für Gl. (3.180)

$$\Delta\Phi = \frac{\mu_{IIj}^0 - \mu_{Ij}^0}{z_j F} + \frac{RT}{z_j F} \ln \frac{a_{IIj}}{a_{Ij}} = \frac{RT}{z_j F} \ln \frac{a_{IIj}}{a_{Ij}}, = -\frac{RT}{z_j F} \ln \frac{a_{Ij}}{a_{IIj}}, \quad (3.181)$$

da das chemische Standardpotential μ_j^0 eines Stoffes j in jeder Phase i gleich ist. Die Größen a_{Ij} und a_{IIj} sind die Aktivitäten der Komponente j in der Phase I und II.

3.4.7.2 Das elektrochemische Gleichgewicht

Läuft in einem isotherm-isochoren bzw. isotherm-isobaren geschlossenen System, das nur Volumen- und elektrische Arbeit mit der Umgebung austauscht, eine chemische Reaktion mit geladenen Stoffen nach dem folgenden allgemeinen Schema ab



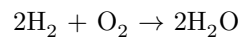
⁴¹gemeint ist hier das innere Potential Φ_i

wobei ν_i bzw. ν_j die stöchiometrischen Faktoren der geladenen Ausgangsstoffe A_i bzw. der Reaktionsprodukte R_j sind, ist die Gleichgewichtsbedingung eindeutig durch die Änderung Null der freien Energie F bzw. der freien Enthalpie G bestimmt (Gl. (3.133) bzw. (3.134)), d.h. es gilt

$$\sum_{i=1}^k \tilde{\mu}_i dn_i + \sum_{j=1}^l \tilde{\mu}_j dn_j = 0. \quad (3.183)$$

Die Größe $\tilde{\mu}_i$ bzw. $\tilde{\mu}_j$ ist dabei das elektrochemische Potential⁴² und dn_i bzw. dn_j die Änderung der Stoffmenge des Ausgangsstoffes bzw. des Reaktionsproduktes. Es ist dabei zu beachten, dass definitionsgemäß die stöchiometrischen Faktoren der Ausgangsstoffe (linke Seite der Reaktionsgleichung (3.182)) ein negatives ($\nu_i < 0$) und die der Reaktionsprodukte (rechte Seite der Reaktionsgleichung (3.182)) ein positives Vorzeichen erhalten ($\nu_j > 0$).

Da die Änderungen der Stoffmengen n_i und n_j nicht unabhängig voneinander sind, sondern der Stöchiometrie der Reaktion gehorchen müssen, können alle dn_i und dn_j mit Hilfe einer einzigen Variablen ausgedrückt werden, nämlich über den *Umsetzungsgrad* α , auch *Reaktionslaufzahl* genannt. Dieser gibt z.B. an, welcher Bruchteil eines Formelumsatzes stattgefunden hat und ist im gesamten Verlauf der Reaktion immer größer Null. Bei der Knallgasreaktion



werden pro Änderung von α um eine Einheit z.B. zwei Mol Wasserdampf gebildet. Liegen die Stoffe in durch ihre stöchiometrischen Faktoren gegebenen Mengen vor⁴³, kann die Ausgangsstoffmenge $n_{i,0}$ durch ihren Stöchiometriefaktor ausgedrückt werden ($n_{i,0} = -\nu_i$) und es folgt damit für den Umsetzungsgrad α einer i -te Komponente des Ausgangsstoffes

$$\alpha = \frac{n_{i,0} - n_i}{-\nu_i} = \frac{\nu_i + n_i}{\nu_i}. \quad (3.184)$$

Hierbei entspricht n_i der zu einem bestimmten Zeitpunkt während des Formelumsatzes noch nicht umgesetzten Stoffmenge der i -ten Komponente des Ausgangsstoffes. Bezogen auf das Reaktionsprodukt erhält man

$$\alpha = \frac{n_j}{\nu_j}. \quad (3.185)$$

Dabei ist n_j die zu einem bestimmten Zeitpunkt während des Formelumsatz produzierte Stoffmenge des j -Reaktionsproduktes. Somit erhält man für dn_i bzw. dn_j

$$dn_i = \nu_i d\alpha \quad (3.186)$$

bzw.

$$dn_j = \nu_j d\alpha. \quad (3.187)$$

Daraus folgt aus Gl. (3.183) und da $d\alpha \neq 0$

$$\sum_{i=1}^k \nu_i \tilde{\mu}_i + \sum_{j=1}^l \nu_j \tilde{\mu}_j = 0. \quad (3.188)$$

⁴²**Hinweis:** Sind die Reaktionsstoffe nicht elektrisch geladen, ist anstelle des elektrochemischen Potentials $\tilde{\mu}$ das chemische Potential μ einzusetzen. Man hält dann die Beschreibung für das chemische Gleichgewicht.

⁴³Dies bedeutet, dass die gesamte Ausgangsstoffmenge $n_{i,0}$ einer i -ten Komponente nach einem Formelumsatz $\alpha = 1$ vollständig umgesetzt ist ($n_i = 0$ für $\alpha = 1$).

Gl. (3.188) ist die Bedingung dafür, dass *elektrochemisches Gleichgewicht* herrscht.

Befindet sich ein isotherm-isochores bzw. isotherm-isobares geschlossenes System, in dem nur Volumen- und elektrische Arbeit mit der Umgebung ausgetauscht wird, im Gleichgewicht, müssen die Bedingungen für das Phasengleichgewicht und das elektrochemische Gleichgewicht erfüllt sein.

Kapitel 4

Elektrische Eigenschaften biologischer Gewebe

Neben den im Abschnitt 2 besprochenen physiologischen Grundkenntnissen müssen auch die elektrischen Eigenschaften von biologischem Gewebe sowohl bei der Signalerzeugung als auch bei der Signalabnahme bekannt sein. Nur dann können aus der Vielzahl der elektrischen Signale, die im Körperinneren oder auf der Körperoberfläche gemessen werden, die richtigen Schlussfolgerungen auf die ursprünglichen Vorgänge im Körperinneren getroffen werden. In diesem Kapitel sollen daher die zur Messung dieser Signale notwendigen Kenntnisse über die elektrische Eigenschaft von biologischem Gewebe behandelt und zwei übliche Messanordnungen vorgestellt werden.

4.1 Charakterisierung der Gewebeeigenschaften mit Hilfe elektrischer Größen

Untersucht man den Körper hinsichtlich seiner elektrischen Eigenschaften, stellt man fest, dass er sowohl aktive als auch passive Eigenschaften aufweist. So werden durch körpereigene elektrische Generatoren, die Zellen, Strömungsfelder erzeugt, die an der Körperoberfläche zu messbaren Potentialdifferenzen führen (siehe Abschnitt 4.2). Generiert werden diese durch die aktive elektrische Eigenschaft des Körpers. Darüber hinaus kann ein Messsignal auch durch die Stoffeigenschaften des Körpers allein, ohne Verwendung körpereigener Energie erzeugt werden, nämlich dann, wenn diese Stoffeigenschaften eine extern eingekoppelte Energie modulieren. Weil dabei keine körpereigene Energie verwendet wird, spricht man hier von der passiven elektrischen Eigenschaft des Körpers.

Das Gewebe kann aus elektrotechnischer Sicht als ein *Elektrolyt* betrachtet werden, der mit vielen Spannungsquellen, den Zellen durchsetzt ist (Abb. 4.1). Während der Elektrolyt, den man auch einen Leiter II Klasse nennt, einem ohmschen Leiter entspricht, stellen die Zellen Isolatoren dar. Der Unterschied zwischen einem Leiter II Klasse und einem Leiter I Klasse (metallischer Leiter) liegt in der Ladungsträgerart. So erfolgt der Ladungstransport (elektrische Strom) in einem Leiter II Klasse über sowohl positiv geladene Ionen (Kationen) als auch negativ geladene Ionen (Anionen). In einem Leiter I Klasse wird die Ladung dagegen ausschließlich von einem Ladungsträger getragen, den Elektronen, die eine negative Ladung besitzen. Elek-

trolyte sind demnach Stoffe, die Ionen enthalten, wie z.B. Lösungen und Schmelzen, die wie die Halbleiter zwei verschiedene Ladungsträger besitzen. Eine elektrolytische Leitung tritt dann auf, wenn diese Ionenbindungen z.B. durch thermische Anregung teilweise oder ganz aufgebrochen (*Dissoziation*) und die Ionen (elektrisch geladenes Stoffteilchen) beweglich sind. Damit ist der Ladungstransport in einem Elektrolyten immer auch mit einem Stofftransport verbunden, der durch die Faradayschen Gesetze beschrieben werden kann (siehe Anhang E).

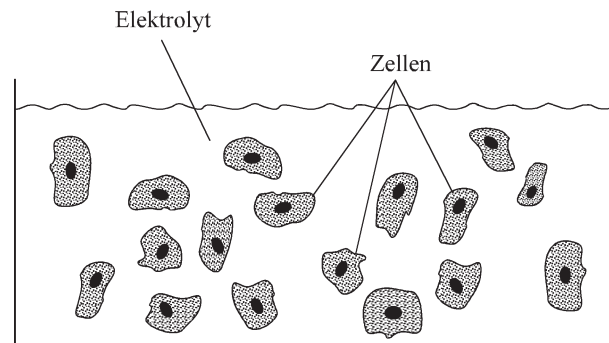


Abb. 4.1: Stark vereinfachte Darstellung von biologischem Gewebe

4.1.1 Charakterisierung des Elektrolyten

Zur Charakterisierung des Elektrolyten können analog zu einem metallischen Leiter folgende elektrische Größen herangezogen werden:

- Der *spezifische elektrische Widerstand* ϱ (Ωm) bzw. die *spezifische elektrische Leitfähigkeit* σ ($\frac{1}{\Omega m}$)
- Die *magnetische Permeabilität* μ ($\frac{Vs}{Am} = Hm^{-1}$)
- Die *Dielektrizität* ϵ ($\frac{As}{Vm} = \frac{C}{Vm} = Fm^{-1}$)

Der spezifische elektrische Widerstand ϱ bzw. die spezifische elektrische Leitfähigkeit σ lässt sich über das *Ohmsche Gesetz* (Gl. (4.1)) bestimmen, das auch für die Leiter II Klasse angewendet werden kann. Demnach ergibt sich der Widerstand R eines Elektrolyten zu

$$R = \frac{U}{I}. \quad (4.1)$$

Zur Bestimmung von R muss eine bekannte Spannung U oder ein bekannter Strom I in den Leiter eingepreßt und die jeweils andere Größe I oder U gemessen werden. Damit kann z.B. für zylindrische Leiter mit Hilfe der physikalischen Formel für R ,

$$R = \varrho \frac{l}{A}, \quad (4.2)$$

der spezifische elektrische Widerstand ϱ des Elektrolyten über die geometrischen Größen A und l – dem Querschnitt und der Länge des Leiters – und den Größen U und I bestimmt werden zu

$$\varrho = \frac{A U}{l I}. \quad (4.3)$$

Der spezifische Widerstand ϱ ist frequenzabhängig. Für Gewebe mit niedrigem Wassergehalt liegt er zwischen 10^2 und $10^4 \Omega cm$ (Reidenbach, 1974), wobei er mit zunehmender Frequenz abnimmt. Für Gewebe mit hohem

Wassergehalt liegt der spezifische Widerstand ϱ zwischen 10^1 und $10^3 \Omega cm$, wobei auch hier der untere Wert für hohe Frequenzen und der hohe Wert für niedrige Frequenzen gilt.

Die spezifische Leitfähigkeit σ entspricht dem Kehrwert des spezifischen Widerstandes. Sie errechnet sich demnach gemäß Gl. (4.3) zu

$$\sigma = \frac{1}{\varrho} = \frac{l}{A} \frac{I}{U}.$$

Der allgemeine Ausdruck zur Berechnung der Leitfähigkeit eines Ionenleiters mit n verschiedenen Ladungsträgern lautet

$$\sigma = F \sum_{i=1}^n |z_i| c_i u_i, \quad (4.4)$$

wobei F die Faraday-Konstante (Gl. (3.171)), z_i die Wertigkeit, c_i die Konzentration und u_i die Ionenbeweglichkeit des i -ten Ions ist. Die Beweglichkeit eines Ions hat die Dimension $m^2 V^{-1} s^{-1}$ und ist definiert als dessen Wanderungsgeschwindigkeit in einem elektrischen Feld der Stärke Eins, ohne Berücksichtigung der Richtung der Bewegung. Der Wert von u_i ist daher stets größer Null. Mit Gl. (4.7) berechnet sich bei eindimensionaler Betrachtung — Ion bewegt sich nur in x -Richtung — die Beweglichkeit u_i zu

$$u_i = -\frac{z_i/|z_i|v_i}{d\Phi/dx} \left(\frac{m^2}{Vs} \right), \quad (4.5)$$

wobei $d\Phi/dx$ der eindimensionalen Form (hier nur eine x -Komponente) der allgemeinen Gleichung für das elektrische Feld entspricht (Gl. (4.7)). Die Größe v_i ist dabei die richtungsabhängige Geschwindigkeit des i -ten Ions¹.

Die magnetische Permeabilität μ ist eine vom jeweiligen Material abhängige Größe. Für sie gilt folgender Zusammenhang

$$\mu = \mu_0 \mu_r.$$

Dabei ist μ_0 die *magnetische Feldkonstante* ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Hm^{-1} = 1.256637 \cdot 10^{-6} Hm^{-1}$ (Mende und Simon, 1981, S. 393)) und μ_r die vom verwendeten Elektrolyten abhängige dimensionslose *magnetische Permeabilitätszahl*. Die durch Messungen ermittelten Werte von μ_r liegen im allgemeinen beim biologischen Gewebe nahe der Eins. Dies entspricht dem Wert, den die magnetische Permeabilität im Vakuum besitzt. Es wird ihr in den meisten Fällen dieser Wert zugeordnet. Daraus folgt in erster Näherung für die magnetische Permeabilität μ eines biologischen Gewebes

$$\mu = \mu_0.$$

Analog zur magnetischen Permeabilität μ ist auch die Dielektrizität ε eine vom verwendeten Material abhängige Größe. Für sie gilt

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r.$$

Hierbei ist ε_0 die *elektrische Feldkonstante* ($\varepsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} Fm^{-1}$ (Mende und Simon, 1981, S. 392)) und ε_r die vom verwendeten Elektrolyten abhängige dimensionslose *Permittivität* (*Dielektrizitätszahl*). Für das Vakuum besitzt ε_r wie die magnetische Permeabilität den Wert Eins, für Wasser ist $\varepsilon \approx 80$. Im Gegensatz zur Permeabilitätszahl μ_r kann ihr jedoch für das biologische Gewebe kein fester Wert zugeordnet werden, da sie stark von der Frequenz f bzw. Kreisfrequenz ω ($\omega = 2\pi f$) abhängig ist. Ihr Wert liegt abhängig von der Kreisfrequenz ω im Bereich zwischen 10 und 10^6 . Da die elektrische Kapazität C proportional der Dielektrizität ε ist,

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{l}, \quad (4.6)$$

¹Da hier nur eine eindimensionale Betrachtung durchgeführt wird, ist v_i eine skalare Größe und kein Vektor.

schwankt demnach auch die Kapazität des Gewebes in Abhängigkeit der Frequenz innerhalb dieser Größenordnung. Obige Gl. (4.6) beschreibt die Kapazität C eines Plattenkondensators, wobei die Platten eine Fläche A besitzen und parallel zueinander im Abstand l angeordnet sind.

4.1.2 Charakterisierung der Zellen

An jeder lebenden Zelle herrscht zwischen dem Äußeren und Inneren eine Ruhespannung von etwa 100mV , die durch einen Ionengradienten und der selektiven Ionenpermeabilität der Zellmembran erzeugt wird. Die Zellmembran ist Sitz einer elektrischen Doppelschicht (innen negativ, außen positiv), die im Ruhezustand geschlossen und homogen ist. Als Folge davon kann weder zwischen zwei beliebigen Punkten im Außen- noch zwischen zwei beliebigen Punkten im Innenraum der Zelle eine Spannungsdifferenz gemessen werden. Es tritt ausschließlich ein Potentialgradient zwischen dem Außen- und Innenraum der Zelle auf (Abb. 4.2). Die Spannung zwischen dem Inneren und Äußeren der Zelle wird Transmembranspannung genannt. Für diese soll hier die Formelgröße U_M verwendet werden. An der Membran herrscht ein Fließgleichgewicht. Das bedeutet, dass ständig Ionen zwischen dem Inneren und Äußeren ausgetauscht werden. Der Fluss in Richtung des elektrochemischen Potentialgradienten wird kompensiert durch eine Ionenpumpe, die durch den Stoffwechsel angetrieben wird.

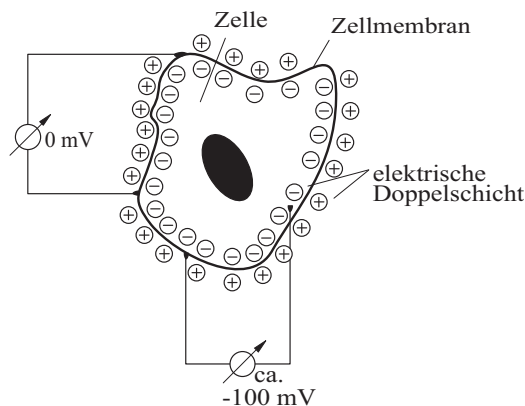


Abb. 4.2: Zelle mit homogener geschlossener elektrischer Doppelschicht

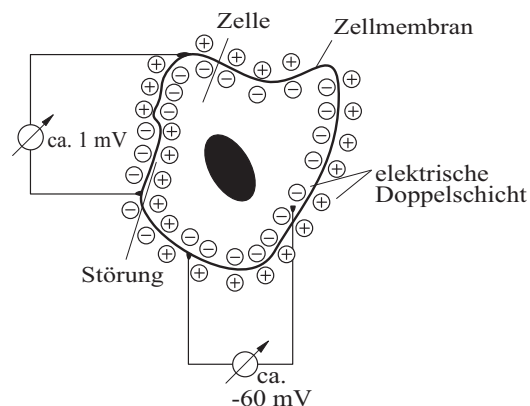


Abb. 4.3: Zelle mit gereizter (gestörter) elektrischer Doppelschicht

Die Störung dieses Fließgleichgewichts wird durch einen Reiz hervorgerufen. Dieser bewirkt eine Veränderung der selektiven Ionenpermeabilität, welche ein Maß für die spezifische Leitfähigkeit der Zellmembran gegenüber einzelnen Ionen darstellt. Der Ionenstrom wird durch Poren in der Membran, durch Ionenkanäle, geführt. Die Veränderung der Permeabilität führt demnach zu einer Stromänderung und damit zu einer Spannungsänderung an der Membran (Abb. 4.3). Ein unterschwelliger Reiz löst ein lokales Ereignis aus mit starker räumlicher Dämpfung. Wird eine Schwelle U_S überschritten, durchläuft die Membran einen Instabilitätspunkt. Das System kippt und läuft schließlich selbsttätig in den Ausgangszustand zurück. Diesen Prozess bezeichnet man als Erregung. Eine Erregung kann durch äußere Einwirkung oder durch innere Zwänge (Oszillator) ausgelöst werden. Die Zeitfunktion der Transmembranspannung während der Erregung hat für alle Nerven- und Skelettmuskelzellen etwa die gleiche Form, jedoch unterschiedliche Dauer (Abb. 4.4). Eine Ausnahme bilden die Herzmuskelzellen (Abb. 4.5). Die Erregung breitet sich über eine Zelle aus, und zwar mit konstanter Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit ist abhängig von Zellart und -zustand. Eine Ausnahme

bilden auch hier wieder die Herzmuskelzellen. Der Herzmuskel bildet ein Synzytium², in welchem sich die Erregung über die Zellgrenzen hinweg ausbreitet. Es herrscht dort das 'Alles oder Nichts'-Gesetz, d.h. wird irgendeine Herzzelle erregt, breitet sich diese Erregung über das gesamte Herz aus.

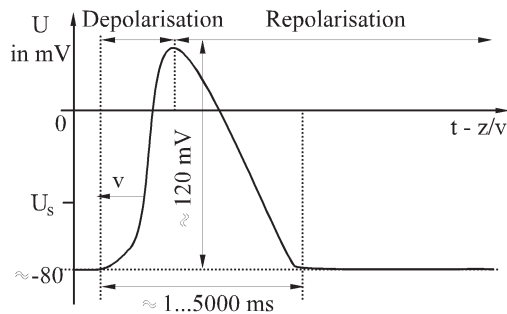


Abb. 4.4: Zeit- und Ortsfunktion der Transmembranspannung einer Nerven- und Skelettmuskelzelle (schematisch) während einer Erregung

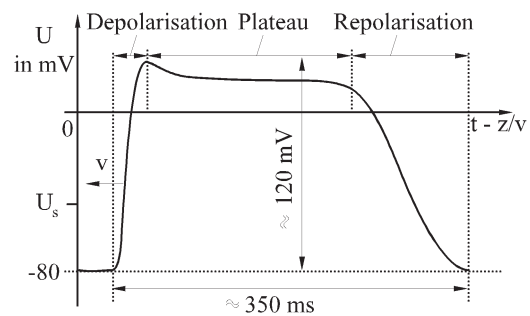


Abb. 4.5: Zeit- und Ortsfunktion der Transmembranspannung einer Herzmuskelzelle (schematisch) während einer Erregung

Für die Zellen, die Spannungsgeneratoren des biologischen Systems, lassen sich demnach zwei unterschiedliche Zustände angeben; sie können erregt oder in Ruhe sein. Mit der aus der Elektrotechnik bekannten Beziehung zwischen dem elektrischen Feld $\vec{E}$ und dem Potential Φ

$$\vec{E} = -\nabla\Phi \quad (4.7)$$

gilt somit für den Außen- bzw. Innenraum der Zelle in Ruhe

$$\begin{aligned} \vec{E}_a &= -\nabla\Phi_a = 0 \\ \vec{E}_i &= -\nabla\Phi_i = 0. \end{aligned}$$

Das heißt, eine Zelle in Ruhe besitzt nach außen kein elektrisches Feld. Zwischen zwei beliebigen Punkten auf der Membranoberfläche kann keine Spannung gemessen werden. Ist eine Zelle dagegen in Erregung (Abb. 4.3) gilt an den gestörten Stellen der Zellmembran

$$\begin{aligned} \vec{E}_a &= -\nabla\Phi_a \neq 0 \\ \vec{E}_i &= -\nabla\Phi_i \neq 0. \end{aligned}$$

Diese Erregung kann nur durch einen Stimulus (Reiz) ausgelöst werden, der die Homogenität der geschlossenen elektrischen Doppelschicht stört. Zwischen zwei Punkten auf der gestörten Zellmembranoberfläche kann eine Spannung gemessen werden, die in der Größenordnung von einigen Millivolt liegt.

4.2 Ursache der elektrischen Potentialdifferenz

Die Ursache der messbaren elektrischen Potentialdifferenz ist die Änderung der bioelektrischen Spannung von Zellen bei deren Erregung. Jede Muskeltätigkeit ist mit einer Erregung verbunden und löst damit ein elektrisches Signal aus. Die Dauer eines solchen Signals beträgt zelltypisch eine Millisekunde bis mehrere Sekunden (Abb. 4.4). Für das Herz beträgt die Dauer ca. 350ms (Abb. 4.5). Sie ist abhängig von der Schlagfrequenz. Gelegentlich tritt ein negatives Nachpotential auf.

²Synzytium: Zellverband ohne erkennbare Grenzen, entstanden z.B. durch Verschmelzung von Einzelzellen.

Durch die Ausbreitung der Erregung des Aktionsimpulses haben wir es mit einem zeitlich räumlichen Ereignis zu tun. Wir stellen fest, dass es sich um eine scheinbar ungedämpfte Fortpflanzung handelt, obwohl der Elektrolyt ein mit hohen Verlusten behafteter Leiter ist. Die Erklärung liegt darin, dass dem Prozess aus jedem Membranelement Energie aus einem Speicher zugeführt wird und damit das Signal jeweils restauriert wird. Das führt zu folgender Beschreibung der Transmembranspannung U_M

$$U_M = f(t, z) = U_M(t - z/v), \quad (4.8)$$

wobei t die Zeit, z der Ort und v die Geschwindigkeit der Erregung ist. Gl. (4.8) entspricht der Lösung der eindimensionalen Wellengleichung ohne Verlustglied. In den beiden Abbn. 4.4 und 4.5 entsprechen bei konstantem t und v die dargestellten Kurven den Ortsfunktionen der Transmembranspannung für die Nerven- und Skelettmuskelzellen (Abb. 4.4) und für die Herzmuskelzellen (Abb. 4.5).

Die Theorie besagt, dass der Transmembranstrom I_M proportional zum zweiten Differentialquotienten der Membranspannung U_M nach dem Ort für $t = \text{konst.}$ ist. Aufgrund der Gültigkeit der Wellengleichung Gl. (4.8) kann auch gesagt werden, dass es sich um den zweiten Differentialquotienten der Membranspannung nach der Zeit handelt für eine konstante Ortskoordinate, d.h. es gilt

$$I_M \sim \left(\frac{\partial^2 U_M(t, z)}{\partial z^2} \right)_{t=\text{konst.}} \quad \text{bzw.} \quad I_M \sim \left(\frac{\partial^2 U_M(t, z)}{\partial t^2} \right)_{z=\text{konst.}}.$$

In den beiden Abbn. 4.6 und 4.7 sind die Funktionen des Transmembranstroms für die Nerven- und Skelettmuskelzellen und für die Herzmuskelzellen dargestellt.

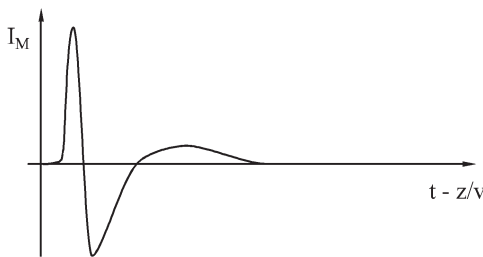


Abb. 4.6: Transmembranstrom einer Nerven- und Skelettmuskelzelle (schematisch)

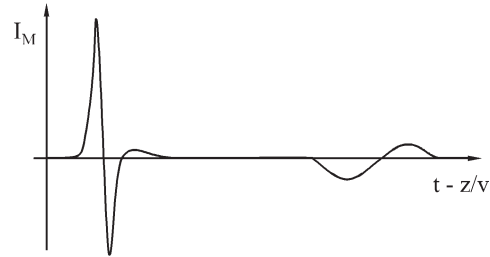


Abb. 4.7: Transmembranstrom einer Herzmuskelzelle (schematisch)

Als Modell dafür können zwei entgegengesetzte Doppelquellen³ angenommen werden, die in Richtung des Geschwindigkeitsvektors auf der Zellachse angeordnet sind und die sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit bewegen. Die Doppelquellen haben ungleiche Stärke (Abbn. 4.8 und 4.9; die unterschiedliche Stärke der Doppelquellen wird durch die unterschiedliche Dichte der Stromlinien ausgedrückt).

Theoretische Überlegungen zeigen, dass man auf einer das erregte Gewebe umschließenden isolierenden Hülle Potentialverteilungen erhält, die der Transmembranspannung in der Form ähnlich sind. Die Amplituden sind stark abgeschwächt und die Dauer und damit auch die Länge sind größer. Das führt zu einem Verlust an Steilheit und damit auch zu einer Abnahme der oberen Grenzfrequenz des Signals. Eine Gleichkomponente ist im Signal nicht enthalten.

Abgeleitet werden kann nicht gegen den unendlich fernen Punkt (Potential Null), sondern nur gegen eine zweite Elektrode (Abbn. 4.10 und 4.11). Bringt man diese in Ausbreitungsrichtung an, so erhält man

$$U_M(t - z/v) = U_{M_1}(t - z_1/v) - U_{M_2}(t - z_2/v). \quad (4.9)$$

³Eine weitere Vereinfachung stellt der Dipol dar.

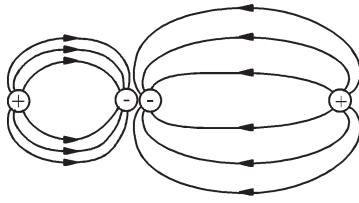


Abb. 4.8: Doppelquellen und dazugehörige Stromdichtelinien von Nerven- und Skelettmuskeln (schematisch)

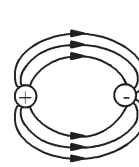
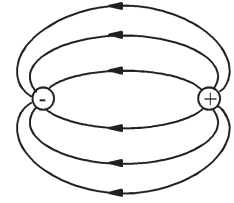


Abb. 4.9: Doppelquellen und dazugehörige Stromdichtelinien von Herzmuskeln (schematisch)



Dabei sind $U_{M_1}(t - z_1/v)$ und $U_{M_2}(t - z_2/v)$ die Transmembranspannungen an den Orten $z = z_1$ und $z = z_2$ an denen die beiden Elektroden anliegen. Bei konstanter Ausbreitungsgeschwindigkeit v gilt

$$\left(\frac{\partial U_M(t - z/v)}{\partial t} \right)_{z=\text{konst.}} = \left(\frac{\partial U_M(t - z/v)}{\partial(-z/v)} \right)_{t=\text{konst.}} \quad (4.10)$$

und

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U_M(t - z/v)}{\partial z} \right)_{z=\text{konst.}} &= \left(\frac{\partial U_M(t - z/v)}{\partial(-z/v)} \right)_{t=\text{konst.}} \cdot \left(\frac{\partial(-z/v)}{\partial z} \right)_{t=\text{konst.}} \\ \left(\frac{\partial U_M(t - z/v)}{\partial z} \right)_{z=\text{konst.}} &= -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial U_M(t - z/v)}{\partial(-z/v)} \right)_{t=\text{konst.}}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Der Ausdruck in Gl. (4.11) entspricht der elektrischen Feldstärke. Somit ergibt sich im Grenzfalle für $z_2 - z_1 = \Delta z \rightarrow dz$ bei konstanter Ausbreitungsgeschwindigkeit für die Transmembranspannung

$$U_{M_{1,2}} = -\frac{1}{v} \int_{z_2}^{z_1} \left(\frac{\partial U_M(t - z/v)}{\partial t} \right)_{z=\text{konst.}} dz. \quad (4.12)$$

Durch Differentiation verschwindet der Gleichanteil. Wir haben es deshalb mit einer Wechselspannung zu tun (bipolare Ableitung).

Kehren wir v um (v in $-z$ -Richtung), so wird der Spannungsverlauf an der $t - z/v$ -Achse gespiegelt (Abbn. 4.10 und 4.11). Aus der Polarität der Spannungsänderung können wir also auf die Richtung des Geschwindigkeitsvektors schließen.

Zeit- und Ortsfunktion sind bis auf einen Skalierungsfaktor v der t - bzw. z -Achse identisch. Es ist jedoch viel einfacher die Zeitfunktion zu messen, als die Ortsfunktion. Deshalb wird stets die Zeitfunktion aufgenommen.

4.3 Elektrisches Ersatzschaltbild vom Gewebe

Aufgrund des komplexen Aufbaus von biologischem Gewebe und seinen unendlichen Vielfalten in den Organen ist eine Beschreibung seiner elektrischen Eigenschaften durch ein elektrisches Ersatzschaltbild im allgemeinen nicht möglich. Allerdings kann für ein lokal begrenztes Gebiet, z.B. ein Teil eines menschlichen Oberarms, ein Teilersatzschaltbild entworfen werden, dessen elektrische Eigenschaft innerhalb eines bestimmten Frequenz- und Spannungs- bzw. Strombereichs, der elektrischen Eigenschaft des biologischen Gewebes näherungsweise entspricht. In Abb. 4.12 ist zur Veranschaulichung beispielhaft ein fiktives Teilgebiet eines biologischen Gewebes und sein elektrisches Ersatzschaltbild dargestellt, das zwischen den Punkten **A** und

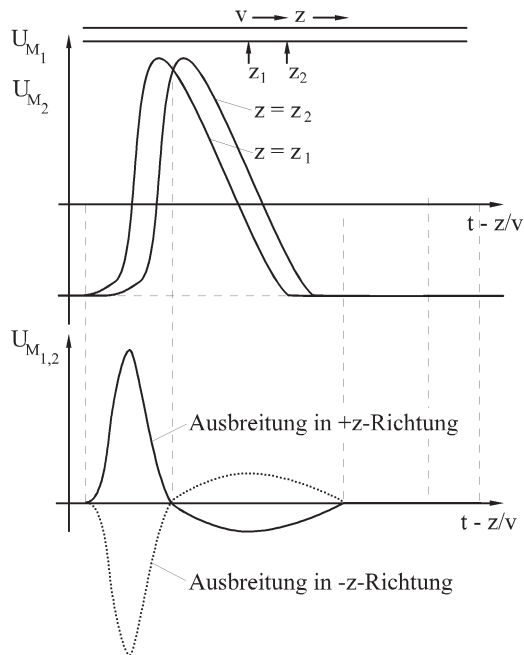


Abb. 4.10: Messung der Transmembran-spannung an einer Nerven- und Skelettmuskelzelle

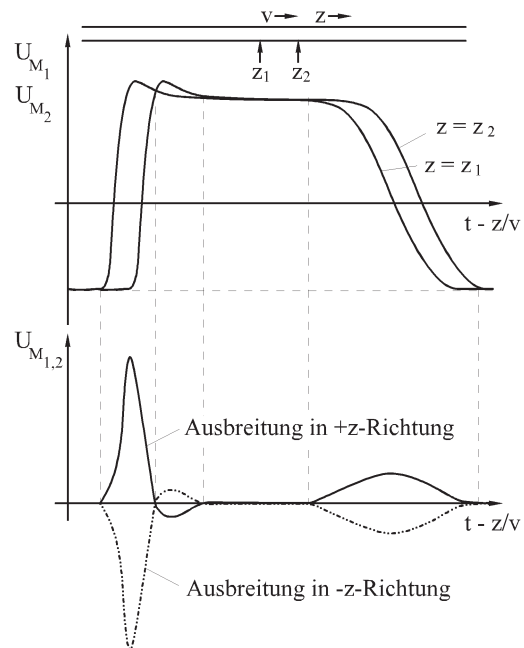
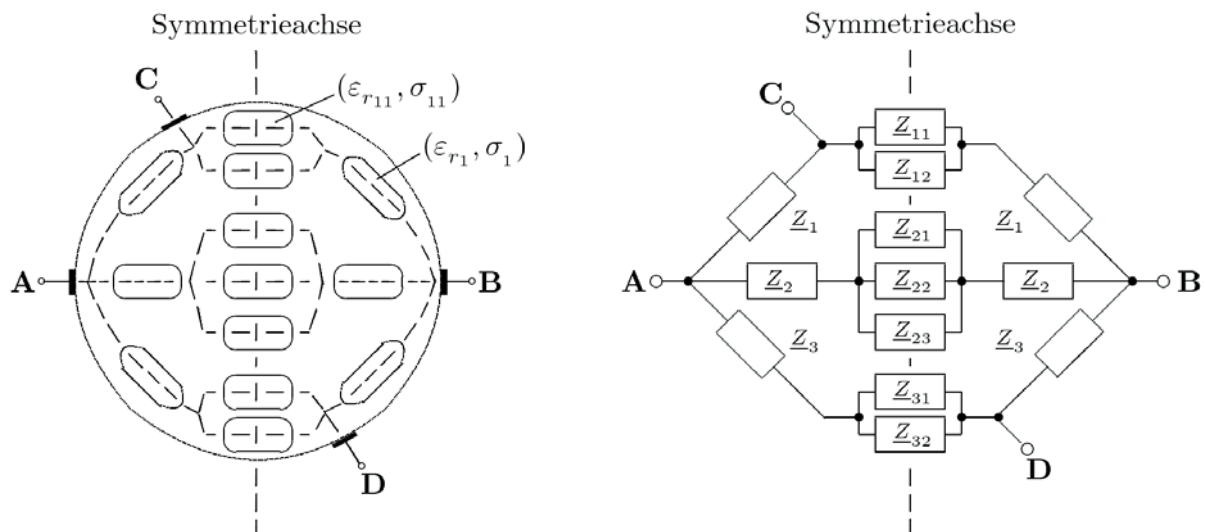


Abb. 4.11: Messung der Transmembran-spannung an einer Herzmuskelzelle

B symmetrisch strukturiert sein soll. Es kann sich hierbei um den Teil eines menschlichen Armes, Beines, Kopfes oder Rumpfes handeln.



a) Schnittbild eines fiktiven Körpers. Der eingekoppelte Strom I fließt in Gewebeschichten unterschiedlicher Leitfähigkeiten σ_{ii} und relativer Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_{r_{ii}}$ (z.B. Organe im Strompfad von I).

b) Elektrisches Ersatzschaltbild des fiktiven Körpers. Der eingekoppelte Strom I fließt in Gewebeschichten unterschiedlicher Leitfähigkeiten σ_{ii} und relativer Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_{r_{ii}}$ (z.B. Organe im Strompfad von I).

Abb. 4.12: Elektrisches Ersatzschaltbild eines Gewebes über die Finite-Elemente-Methode

Aufgrund der unterschiedlichen elektrischen Leitfähigkeiten $\sigma(x, y)$ und Dielektrizitätszahlen $\varepsilon_r(x, y)$ in den einzelnen Gewebeschichten besteht das elektrische Ersatzschaltbild aus mehreren in Serie oder parallel verschalteten komplexen Widerständen (Impedanzen) $\underline{Z}_i$, die sich jeweils aus einem ohmschen und kapazitiven, jedoch keinen induktiven Anteil zusammensetzen⁴. Diese Beschreibungsmethode wird *Finite-Elemente-Methode* genannt, da die unterschiedliche elektrische Eigenschaft jeder einzelnen Gewebeschicht durch entsprechende Elemente (hier Impedanzen) berücksichtigt wird. Zur Bestimmung der Werte dieser einzelnen Impedanzen $\underline{Z}_i$ müssen daher für jede Gewebeschicht, deren elektrische Leitfähigkeit $\sigma(x, y)$, Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r(x, y)$ und geometrischen Abmessungen (Querschnitt A und Länge l) ermittelt werden. Dabei wird man mit allen unter Abschnitt 1.4 beschriebenen Problemen konfrontiert.

Eines der größten Probleme, das oft nicht gelöst werden kann, ist die in Abschnitt 1.4.1 beschriebene ‘Unzulänglichkeit physiologischer Variablen für die Messung’. Es wird deshalb in den meisten Fällen auf die Beschreibung des Gewebes über die Finite-Elemente-Methode verzichtet und statt dessen ein vereinfachtes Ersatzschaltbild, auf das im Abschnitt 4.4 noch näher eingegangen werden wird, angegeben. Man unterscheidet dabei nuremehr zwischen der schlecht leitenden Cutis (Haut) und dem darunter liegenden gut leitenden Gewebe.

An dem in Abb. 4.12 dargestellten Beispiel wird ein weiteres Problem bei der Abnahme von bioelektrischen Signalen deutlich. Wird das Signal nicht zwischen den Punkten **A** und **B** abgenommen, sondern zwischen den Punkten **C** und **D**, wird man eine andere Impedanz messen. Für das hier angegebene Beispiel erhält man bei der Abnahme zwischen den Punkten **A** und **B** eine Impedanz $\underline{Z}_{AB}$ des Gewebes von

$$\underline{Z}_{AB} = \frac{\underline{Z}_{AB_1} \underline{Z}_{AB_2} \underline{Z}_{AB_3}}{\underline{Z}_{AB_1} \underline{Z}_{AB_2} + \underline{Z}_{AB_1} \underline{Z}_{AB_3} + \underline{Z}_{AB_2} \underline{Z}_{AB_3}}.$$

Die zur Vereinfachung obiger Gleichung angegebenen Impedanzen $\underline{Z}_{AB_i}$ entsprechen dabei einer Zusammenfassung der in Abb. 4.12 angegebenen Impedanzen $\underline{Z}_i$. Sie berechnen sich zu:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{AB_1} &= 2\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{12}} \\ \underline{Z}_{AB_2} &= 2\underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_{21} \underline{Z}_{22} \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{21} \underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{21} \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{22} \underline{Z}_{23}} \\ \underline{Z}_{AB_3} &= 2\underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_{31} \underline{Z}_{32}}{\underline{Z}_{31} + \underline{Z}_{32}}. \end{aligned}$$

Wird dagegen das Signal zwischen den Punkten **C** und **D** gemessen, berechnet sich die Impedanz $\underline{Z}_{CD}$ des Gewebes zu

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{CD} &= \frac{\underline{Z}_{CD_1} \underline{Z}_{CD_2} (\underline{Z}_{CD_3} + \underline{Z}_{CD_4}) + \underline{Z}_{CD_3} \underline{Z}_{CD_4} (\underline{Z}_{CD_1} + \underline{Z}_{CD_2})}{(\underline{Z}_{CD_2} + \underline{Z}_{CD_4}) (\underline{Z}_{CD_1} + \underline{Z}_{CD_3}) + \underline{Z}_{CD_5} (\underline{Z}_{CD_1} + \underline{Z}_{CD_2} + \underline{Z}_{CD_3} + \underline{Z}_{CD_4})} \\ &+ \frac{\underline{Z}_{CD_5} (\underline{Z}_{CD_1} + \underline{Z}_{CD_2}) (\underline{Z}_{CD_3} + \underline{Z}_{CD_4})}{(\underline{Z}_{CD_2} + \underline{Z}_{CD_4}) (\underline{Z}_{CD_1} + \underline{Z}_{CD_3}) + \underline{Z}_{CD_5} (\underline{Z}_{CD_1} + \underline{Z}_{CD_2} + \underline{Z}_{CD_3} + \underline{Z}_{CD_4})}. \end{aligned}$$

Dabei gilt hier für die Impedanzen $\underline{Z}_{CD_i}$:

$$\underline{Z}_{CD_1} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_{11} \underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{12}}$$

⁴Die Gewebeimpedanz hat eine ohmsche und kapazitive, jedoch keine induktive Komponente.

$$\underline{Z}_{CD_2} = \underline{Z}_3$$

$$\underline{Z}_{CD_3} = \underline{Z}_1$$

$$\underline{Z}_{CD_4} = \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_{31}\underline{Z}_{32}}{\underline{Z}_{31} + \underline{Z}_{32}}$$

$$\underline{Z}_{CD_5} = 2\underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_{21}\underline{Z}_{22}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{21}\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{21}\underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{22}\underline{Z}_{23}}.$$

Es kann demnach nur dann aus mehreren an der gleichen oder an anderen Personen aufgenommenen Signalen eventuelle Beziehungen zu einer elektrischen Funktion des Körpers hergeleitet werden, wenn das Signal an fest vereinbarten Punkten aufgenommen wird. Nur dann kann man ähnliche⁵ charakteristische elektrische Eigenschaften des Gewebes annehmen und zu reproduzierbaren Messergebnissen gelangen. Der in der Medizin eingeführte Begriff *Ableitung* entspricht daher der Abnahme eines bioelektrischen Signals an fest vereinbarten Punkten auf der Körperoberfläche (z.B. EKG, EEG).

4.4 Vereinfachtes elektrisches Ersatzschaltbild vom Gewebe

Wie aus Abschnitt 2.6 bekannt, besteht die Haut aus mehreren Schichten mit unterschiedlichen Gewebestrukturen. Die äußerste dieser Schichten, die so genannte stratum corneum (Hornschicht), hat einen sehr hohen Widerstand, da sie nicht durchblutet wird. Aufgrund leitender Kanäle (Talgdrüsen, Schweißdrüsen usw.) besitzt sie dennoch eine geringe Leitfähigkeit $\sigma(x, y)$, so dass man sie durch eine in Abb. 4.13 dargestellte Parallelschaltung einer Kapazität⁶ $C_H(\omega)$ mit einem reellen Widerstand⁷ $R_H(\omega)$ beschreiben kann. Beide Elemente sind abhängig von der Frequenz. Die Gesamtimpedanz dieser Ersatzschaltung wird hier als Hautimpedanz $\underline{Z}_H$ bezeichnet.

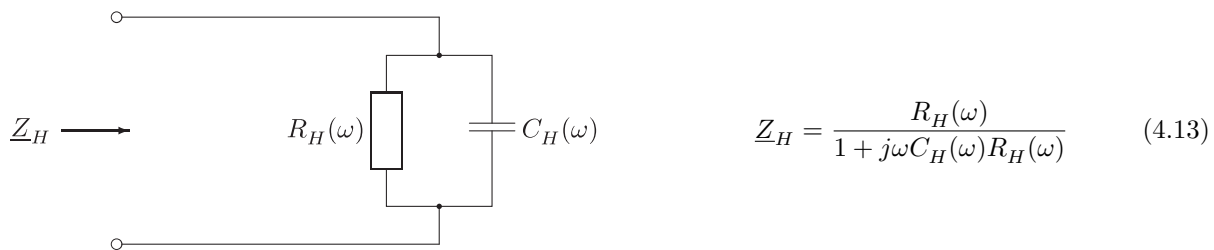


Abb. 4.13: Ersatzschaltbild der Hautimpedanz $\underline{Z}_H$

Aufgrund der guten Leitfähigkeit $\sigma(x, y)$ des Gewebes unterhalb der Cutis und des vernachlässigbaren kapazitiven Anteils bis zu einer vom jeweiligen Gewebe abhängigen Frequenz, wird dieser Teil im allgemeinen nur durch einen reellen, frequenzunabhängigen Widerstand $R_G(\omega)$ nachgebildet (Abb. 4.14). Oberhalb dieser gewebeabhängigen Frequenz kann allerdings der kapazitive Anteil nicht mehr vernachlässigt werden. Das allgemeine Ersatzschaltbild des unterhalb der Cutis liegenden Gewebes wird deshalb ebenfalls durch eine Parallelschaltung einer frequenzabhängigen Kapazität $C_G(\omega)$ mit dem reellen frequenzabhängigen Widerstand

⁵ähnliche und nicht gleiche deshalb, weil aufgrund der in Abschnitt 1.4.2 beschriebenen ‘Variabilität der Daten’ intra- und interindividuelle Streuungen zu erwarten sind.

⁶Nachbildung des hohen Widerstandes (Isolator)

⁷Nachbildung der vorhandenen Leitfähigkeit (Leckströme)

$R_G(\omega)$ beschrieben (Abb. 4.15). Die Gesamtimpedanz dieser Ersatzschaltung wird hier als Gewebeimpedanz $\underline{Z}_G(\omega)$ bezeichnet.

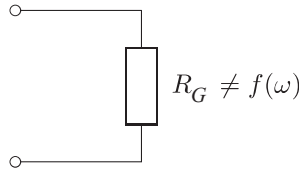


Abb. 4.14: Ersatzschaltbild der Gewebeimpedanz $\underline{Z}_G$ bei niederfrequentem Wechselstrom

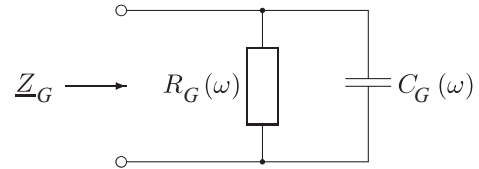


Abb. 4.15: Ersatzschaltbild der Gewebeimpedanz $\underline{Z}_G$ bei hochfrequentem Wechselstrom

Damit erhält man das in Abb. 4.16 dargestellte vereinfachte Ersatzschaltbild für das Gewebe. Da das bioelektrische Signal bei der Messung die Hautimpedanz $\underline{Z}_H$ zweimal passiert, wird $\underline{Z}_H$ im Ersatzschaltbild doppelt aufgeführt. Die hier als Körperimpedanz $\underline{Z}_K(\omega)$ bezeichnete Gesamtimpedanz errechnet sich somit zu

$$\begin{aligned}\underline{Z}_K &= \underline{Z}_{H_1} + \underline{Z}_G + \underline{Z}_{H_2} \\ &= \frac{R_{H_1}(\omega)}{1 + j\omega C_{H_1}(\omega)R_{H_1}(\omega)} + \frac{R_G(\omega)}{1 + j\omega C_G(\omega)R_G(\omega)} + \frac{R_{H_2}(\omega)}{1 + j\omega C_{H_2}(\omega)R_{H_2}(\omega)}.\end{aligned}$$

Abb. 4.16: Vereinfachtes Ersatzschaltbild eines biologischen Gewebes

Messungen, wie sie zum Beispiel in (Meyer-Waarden, 1985, S. 89ff) durchgeführt wurden, zeigen, dass das in Abb. 4.16 dargestellte Ersatzschaltbild, die reale Körperimpedanz $\underline{Z}_K$ ausreichend gut nachbildet. Sie machen aber auch deutlich, dass die Werte der Elemente R_H , R_G , C_H und C_G nicht nur von der Frequenz, sondern auch sehr stark von der Stromdichte des Signals abhängig sind. Es muss daher zum Vergleich von Messdaten, nicht nur der Ort der Messung, sondern auch die Frequenz und Stromdichte des Messsignals bekannt sein. Insbesondere gilt für die Hautimpedanz $\underline{Z}_H$, dass ihr Wert zusätzlich stark von der Hautfeuchtigkeit und der verwendeten Elektrodenfläche abhängig ist.

4.5 Impedanzmessung eines Ionenleiters

Zur Messung einer Impedanz wird stets eine Quelle benötigt. Je nachdem ob dafür eine bekannte Strom- oder Spannungsquelle verwendet wird, spricht man von einer

- stromeingekoppelten (i ist bekannt und unabhängig von $\underline{Z}$) oder
- spannungseingekoppelten Messung (u ist bekannt und unabhängig von $\underline{Z}$).

Im Gegensatz zum Gewebe sind reine Elektrolyte bis zu hohen Frequenzen allein ohmsch, d.h. unabhängig von der Frequenz. Die dennoch feststellbare Frequenzabhängigkeit der Messwerte, wird in erster Linie von den Elektroden verursacht, die zur Impedanzmessung eines Ionenleiters stets benötigt werden, um den Ionenstrom des Elektrolyten in den Elektronenstrom der Messanordnung zu überführen (siehe Abschnitt 5). Damit ergibt sich der in Abb. 4.17 dargestellte prinzipielle Aufbau zur Abnahme des elektrischen Signals vom Ionenleiter mit dem entsprechenden Ersatzschaltbild.

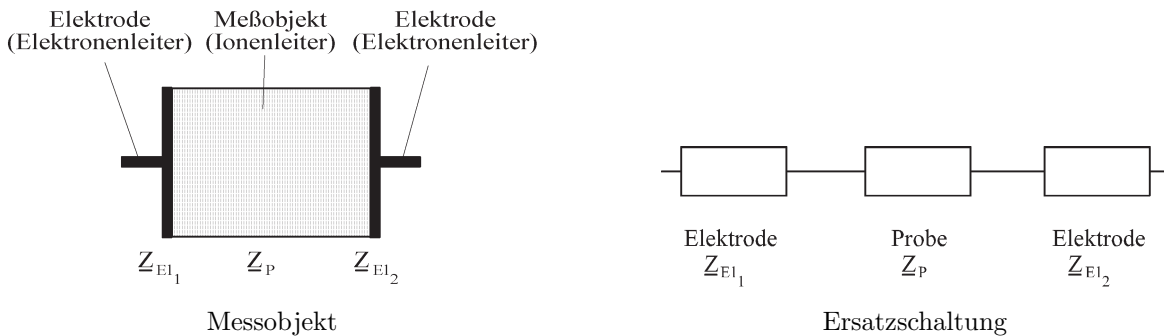


Abb. 4.17: Messanordnung und dazugehöriges Ersatzschaltbild zur Impedanzmessung eines Ionenleiters

Unbekannte Größen sind hier sowohl die Impedanz der Probe (Ionenleiter) $\underline{Z}_P$ als auch die beiden Elektrodenimpedanzen $\underline{Z}_{El1}$ und $\underline{Z}_{El2}$. Diese sind im allgemeinen voneinander verschieden und stark vom verwendeten Elektrolyten und der Elektrodenoberfläche abhängig. Es ergibt sich somit für die gemessene Impedanz $\underline{Z}$ folgende Gleichung

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{El1} + \underline{Z}_P + \underline{Z}_{El2}, \quad (4.14)$$

die jedoch nicht nach der Probenimpedanz $\underline{Z}_P$ aufgelöst werden kann.

Zur besseren Ankopplung an das Messobjekt wird in der Praxis zusätzlich eine Lösung verwendet. Damit können auch größere Elektrodenflächen eingesetzt werden, die ohne diese Koppellösung nicht eingesetzt werden könnten, da die Flächen des zu untersuchenden Messobjektes oftmals selbst zu klein sind. Durch den Einsatz einer geeigneten Ankoppellösung und der Verwendung größerer Elektrodenflächen verringert sich der Widerstand zwischen Elektrode und Elektrolyt. Häufig wird als Ankoppelmedium physiologische Kochsalzlösung verwendet, deren osmotischer Druck etwa dem der extrazellulären Flüssigkeit entspricht. Sie setzt sich zusammen aus Kochsalz (NaCl) und Wasser (H_2O). In einem Liter Lösung befindet sich 0.9% bzw. 0.155mol (NaCl) Kochsalz. Der spezifische Widerstand dieser physiologischen Kochsalzlösung beträgt $70.0 \Omega cm$ (Meyer-Waarden, 1985, S. 87) was einer Leitfähigkeit von $1.43 \cdot 10^{-2} \Omega^{-1} cm^{-1}$ entspricht. Für die Abnahme des elektrischen Signals vom Ionenleiter erhält man damit den in Abb. 4.18 dargestellten prinzipiellen Aufbau und nebenstehendes Ersatzschaltbild.

Unbekannte Größen sind hier nicht nur die beiden Elektrodenimpedanzen $\underline{Z}_{El1}$ und $\underline{Z}_{El2}$, sondern auch die Impedanzen des Ankoppelmediums $\underline{Z}_{Ko1}$ und $\underline{Z}_{Ko2}$, sowie die Impedanzen am Übergang zwischen Ankoppellösung und Ionenleiter $\underline{Z}_{Ko1,P}$ und $\underline{Z}_{Ko2,P}$. Die gemessene Impedanz $\underline{Z}$ ergibt sich daher zu

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{El1} + \underline{Z}_{Ko1} + \underline{Z}_{Ko1,P} + \underline{Z}_P + \underline{Z}_{Ko2,P} + \underline{Z}_{Ko2} + \underline{Z}_{El2}. \quad (4.15)$$

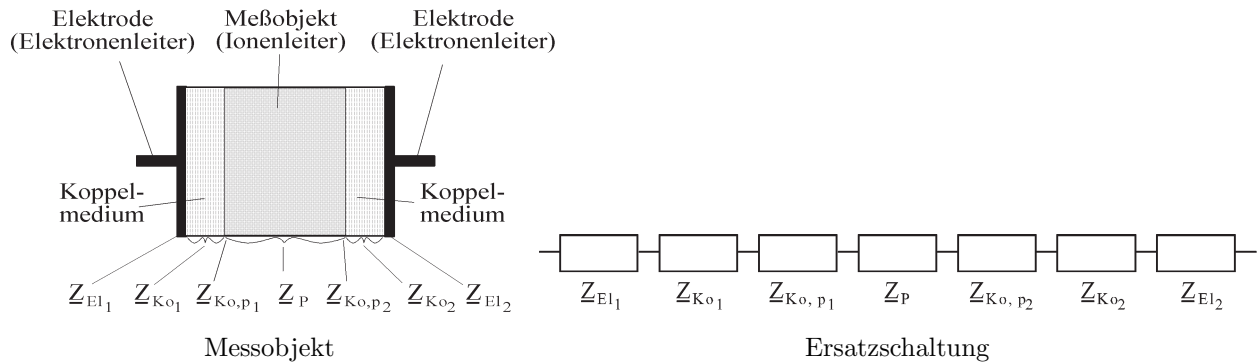


Abb. 4.18: Messanordnung und dazugehöriges Ersatzschaltbild zur Impedanzmessung eines Ionenleiters mit Koppellösung

Ist die Probe rein ohmsch oder dessen Ersatzschaltbild bekannt, kann deren Impedanz in einer Wheatstone-Messbrücke gemessen werden (siehe Abschnitt 3.3.6.1). Da dies im allgemeinen jedoch nicht der Fall ist, müssen andere Messverfahren herangezogen werden. Die in der Praxis dafür am häufigsten eingesetzten, sind die in Abschnitt 4.5.1 bzw. Abschnitt 4.5.2 am Beispiel der Hautimpedanzmessung besprochenen 2- bzw. 4-Elektrodenmessungen, die jeweils stromeingekoppelt durchzuführen sind. Ist von dem zu untersuchenden Ionenleiter eine bekannte Probenimpedanz $\underline{Z}_P$ vorhanden, so kann diese zur Kalibrierung der Messbrücke bzw. der 2-Elektrodenmessanordnung verwendet werden. Damit können zuerst die unbekannten Impedanzen, die man auch als Kammerkonstante $\underline{Z}_K$ bezeichnet, bestimmt werden. Für diese gilt dann

$$\underline{Z}_K(\omega) = \underline{Z} - \underline{Z}_P, \quad (4.16)$$

wobei $\underline{Z}$ die gemessene Impedanz ist. Es ist hierbei zu berücksichtigen, dass die Größe $\underline{Z}_K$ im allgemeinen stark von der Kreisfrequenz ω abhängig ist.

Ist dagegen eine Kalibrierung nicht möglich, da von dem zu untersuchenden Ionenleiter keine bekannte Probenimpedanz existiert, muss zur Bestimmung der Ionenleiterimpedanz $\underline{Z}_P$ eine Vergleichsmessung durchgeführt werden. Zur Vereinfachung soll hier angenommen werden, dass die Probenimpedanz eine rein reelle Größe sei⁸. Damit ergibt sich bei einer Probe der Länge l , dem Querschnitt A und dem spezifischen Widerstand ϱ für die gemessene Impedanz $\underline{Z}_1$ gemäß den Gln. (4.2) und (4.15)

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{El1} + \underline{Z}_{Ko1} + \underline{Z}_{Ko,P} + \varrho \frac{l}{A} + \underline{Z}_{Ko2,P} + \underline{Z}_{Ko2} + \underline{Z}_{El2}.$$

Wird nun die Probe um den Faktor n verlängert, erhält man für die gemessene Impedanz $\underline{Z}_2$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{El1} + \underline{Z}_{Ko1} + \underline{Z}_{Ko,P} + \varrho \frac{nl}{A} + \underline{Z}_{Ko2,P} + \underline{Z}_{Ko2} + \underline{Z}_{El2}.$$

Hieraus folgt aus der Differenz von $\underline{Z}_2$ und $\underline{Z}_1$

$$\Delta \underline{Z} = \underline{Z}_2 - \underline{Z}_1 = \varrho \frac{l}{A} (n - 1) = R_P (n - 1) \quad (4.17)$$

für die Probenimpedanz R_P

$$R_P = \frac{\Delta \underline{Z}}{n - 1}. \quad (4.18)$$

In den Abbildungen 4.19 bis 4.21 sind Beispiele für die Abnahme des elektrischen Signals von dem zu untersuchenden Ionenleiter dargestellt, so wie sie in der Praxis eingesetzt werden.

⁸Das Ganze gilt natürlich auch bei einer komplexer Größe.

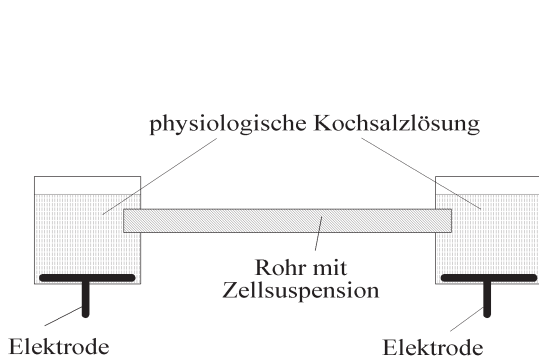


Abb. 4.19: Zellsuspensionsimpedanzmessung

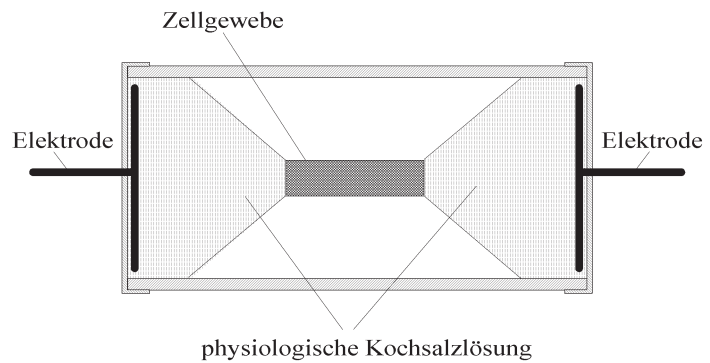


Abb. 4.20: Gewebeimpedanzmessung

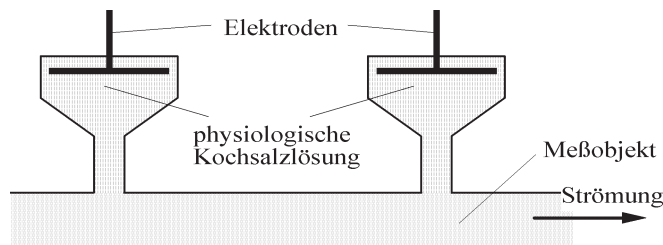


Abb. 4.21: Impedanzmessung eines strömenden Ionenleiters

4.5.1 Die 2-Elektrodenanordnung

In Abb. 4.22 ist das Messprinzip und das Ersatzschaltbild der 2-Elektrodenanordnung angegeben. Sie soll wie die in Abschnitt 4.5.2 besprochene 4-Elektrodenanordnung am Beispiel der Hautimpedanzmessung vorgestellt werden. Zur Vereinfachung wird hier angenommen, dass die beiden Elektrodenimpedanzen $\underline{Z}_{El_1}$

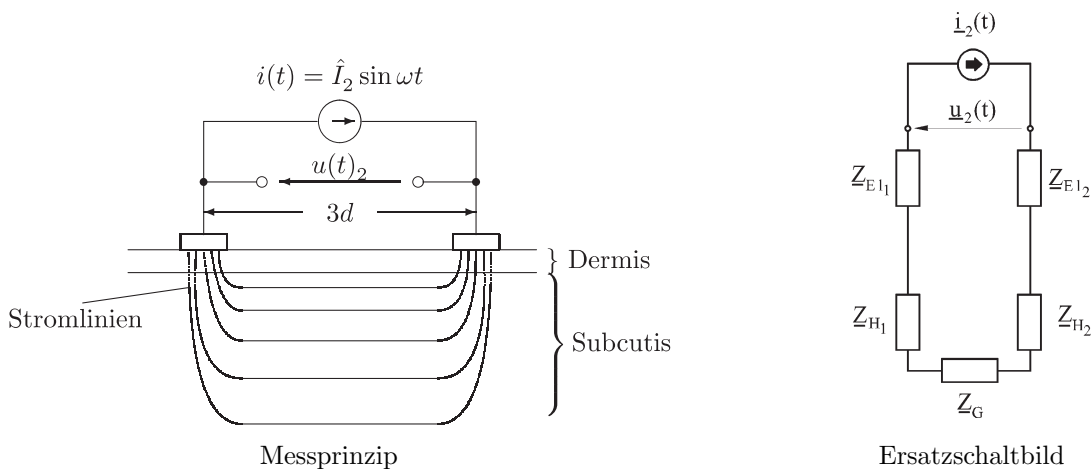


Abb. 4.22: Messprinzip und Ersatzschaltbild der 2-Elektrodenanordnung

und $\underline{Z}_{El_2}$ und die beiden Hautimpedanzen $\underline{Z}_{H_1}$ und $\underline{Z}_{H_2}$ gleich groß sind ($\underline{Z}_{El_1} = \underline{Z}_{El_2} = \underline{Z}_{El}$ bzw.

$\underline{Z}_{H_1} = \underline{Z}_{H_2} = \underline{Z}_H$). Damit gilt

$$2\underline{Z}_{El} + 2\underline{Z}_H + \underline{Z}_G = \frac{u_2(t)}{i_2(t)}, \quad (4.19)$$

wobei $u_2(t)$ die gemessene Spannung und $i_2(t)$ der eingepreßte Strom sind. Anhand Gl. (4.19) wird deutlich, dass es mit der 2-Elektrodenanordnung nicht möglich ist, die Gewebeimpedanz $\underline{Z}_G$ zu bestimmen, wenn die Elektrodenimpedanzen und die Hautimpedanzen unbekannt sind. Zur Kalibrierung muss daher zuerst über eine bekannte Probenimpedanz $\underline{Z}_{P_b}$ die oben angesprochene Kammerkonstante $\underline{Z}_K$ bestimmt werden (Gl. (4.16)).

4.5.2 Die 4-Elektrodenanordnung

In Abb. 4.23 ist das Messprinzip und das Ersatzschaltbild der 4-Elektrodenanordnung angegeben.

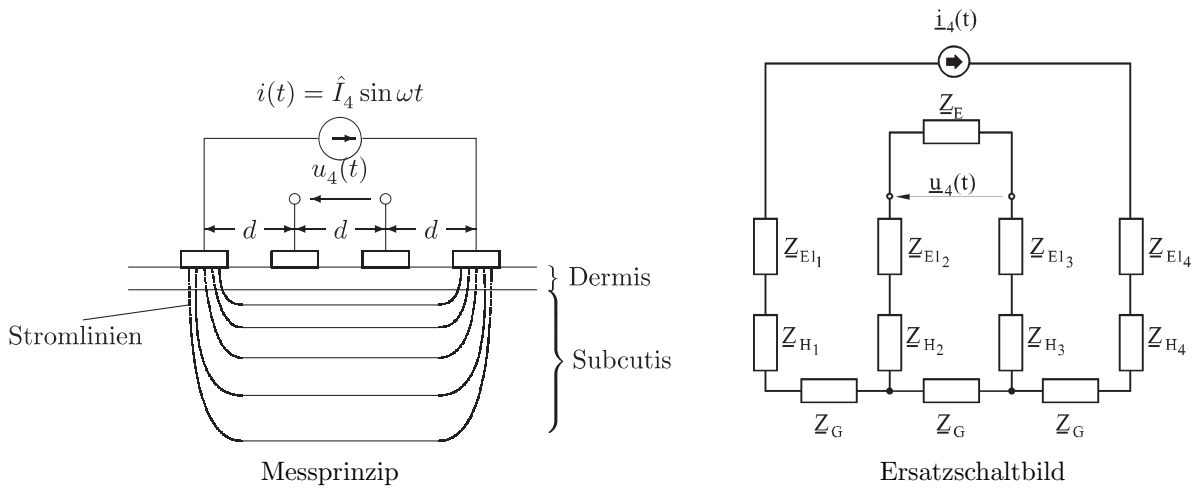


Abb. 4.23: Messprinzip und Ersatzschaltbild der 4-Elektrodenanordnung

Auch hier sollen die Elektrodenimpedanzen $\underline{Z}_{El_1}$, $\underline{Z}_{El_2}$, $\underline{Z}_{El_3}$, $\underline{Z}_{El_4}$ und die Hautimpedanzen $\underline{Z}_{H_1}$, $\underline{Z}_{H_2}$, $\underline{Z}_{H_3}$ und $\underline{Z}_{H_4}$ zur Vereinfachung gleich groß sein, d.h. $\underline{Z}_{El_1} = \underline{Z}_{El_2} = \underline{Z}_{El_3} = \underline{Z}_{El_4} = \underline{Z}_{El}$ und $\underline{Z}_{H_1} = \underline{Z}_{H_2} = \underline{Z}_{H_3} = \underline{Z}_{H_4} = \underline{Z}_H$. Damit gilt in diesem Fall für das Verhältnis von gemessener Spannung $u_4(t)$ und eingepreßtem Strom $i_4(t)$

$$\frac{u_4(t)}{i_4(t)} = \frac{\underline{Z}_G}{1 + \frac{\underline{Z}_G}{\underline{Z}_E} + 2\frac{\underline{Z}_{El}}{\underline{Z}_E} + 2\frac{\underline{Z}_H}{\underline{Z}_E}}. \quad (4.20)$$

Dabei sind $\underline{Z}_{H_i}$ die Hautimpedanzen, $\underline{Z}_{El_i}$ die Elektrodenimpedanzen, $\underline{Z}_G$ die Gewebeimpedanz und $\underline{Z}_E$ die Eingangsimpedanz des Spannungsmessgeräts. Letztere ist in der Praxis im allgemeinen sehr viel größer als die Elektrodenimpedanzen ($\underline{Z}_{El_i}$) und die Haut- ($\underline{Z}_{H_i}$) und Gewebeimpedanzen ($\underline{Z}_G$) (siehe Abschnitt 3.3.1). Daher folgt mit $\underline{Z}_E \gg \underline{Z}_{El}$, $\underline{Z}_E \gg \underline{Z}_H$ und $\underline{Z}_E \gg \underline{Z}_G$ für Gl. (4.20) in erster Näherung

$$\frac{u_4(t)}{i_4(t)} = \underline{Z}_G. \quad (4.21)$$

Mit der 4-Elektrodenanordnung ist es somit möglich, die Gewebeimpedanz $\underline{Z}_G$ zu bestimmen. Im allgemeinen wird daher mit dieser Anordnung gemessen. Anwendungsbeispiele sind die in Abschnitt 8.2.2.4 besprochene Impedanz-Pneumographie und die in Abschnitt 8.3.1.2 vorgestellte Impedanz-Plethysmographie. Die Frequenz des eingekoppelten Stroms $i_4(t)$ liegt im allgemeinen zwischen 50kHz und 100kHz bei einer

Stromamplitude von 2 bis $4mA$. Bei der Impedanz-Plethysmographie liegt die gewählte Frequenz zwischen 10kHz und 1MHz bei einer Stromamplitude von $1mA$.

Kapitel 5

Elektroden

Da das Gewebe elektrotechnisch gesehen einem Ionenleiter entspricht, muss zur Ableitung eines bioelektrischen Signals der Ionenstrom des Elektrolyten in den Elektronenstrom der metallischen Leiter des Messsystems übergeführt werden. Zur Ableitung des Signals werden Elektroden¹ verwendet, die entweder in eine Zelle eingestochen (*intrazelluläre Ableitung*), in die Nähe einer gewünschten Zelle positioniert (*extrazelluläre Ableitung*) oder, wenn man die von den Zellen verursachten Potentialschwankungen an der Körperoberfläche messen will, an die Körperoberfläche angebracht werden. Im letzteren Fall wird zwischen den Elektroden und der Haut zur Verringerung des Elektroden/Haut-Übergangswiderstands ein feuchtes Elektrodenpapier oder Elektrodengel eingefügt.

Die Aufgaben der Elektroden sind:

- Ableiten, d.h. messen von bioelektrischen Spannungen (z.B. EKG)
- Stromeinkopplung zur Bestimmung einer elektrischen Impedanz (z.B. Hautwiderstand)
- Stromeinkopplung für Erwärmung (z.B. HF-Therapie, HF-Chirurgie)
- Stromeinkopplung zur Stimulation (z.B. Reizstromtherapie)
- Messung der elektrochemischen Konzentration von Ionen (z.B. *pH*-Messung, Na^+ -Konzentrationsbestimmung usw.)

5.1 Betrachtung der Grenzschicht Elektrode/Elektrolyt

Da der Aufbau der verwendeten Elektroden maßgeblich ist, ob man ein bioelektrisches Signal messen kann oder nicht, werden in diesem Abschnitt die Vorgänge an der Grenzschicht Metall/Elektrolyt bzw. Elektrode/Elektrolyt genauer betrachtet. Im allgemeinen wird diese Grenzschicht als Phasengrenze bezeichnet; nämlich eine Grenze zwischen der Phase Elektrode und der Phase Elektrolyt. Die Abnahme des bioelektrischen Signals erfolgt demnach in einem mehrphasigen System.

¹Genau genommen wird ein System, das aus einem Leiter erster und zweiter Klasse besteht, zwischen denen geladene Teilchen (Elektronen, Kationen und Anionen frei ausgetauscht werden können, als Elektroden bezeichnet. In der Praxis wird dagegen auch der Leiter erster Klasse allein, wenn er zur Ableitung eines bioelektrischen Signals verwendet wird, Elektrode genannt.

5.1.1 Oxidation und Reduktion

Wird ein Leiter I. Klasse (z.B. Metall) mit einem Leiter II. Klasse (z.B. Elektrolytlösung) in Verbindung gebracht, bei der elektrisch geladene Teilchen frei ausgetauscht werden können, erhält man eine Halbzelle, auch Elektrode genannt. Betrachtet man dieses System genauer, so stellt man fest, dass in Abhängigkeit des Metalls und der Lösung die Kationen (positiv geladene Ionen) des Metalls mehr oder weniger das Bestreben haben, in Lösung zu gehen. Dabei werden je nach Ladungszahl z des Metallions Me^{z+} ein oder mehrere frei bewegliche Elektronen im Metall zurückgelassen (Abb. 5.1a). Allgemein wird das Zurücklassen ein oder mehrerer frei beweglicher Elektronen in der festen Phase (Metall bzw. Elektrode), aber auch deren Abgabe an die feste Phase durch Ionen aus der Lösung als *Oxidation* bezeichnet. Dabei findet z.B. die Abgabe von freien Elektronen an das Metall entweder statt, wenn negativ geladene Ionen $\text{X}_{\text{II}}^{z-}$ des Elektrolyten von der Lösung in die feste Phase übergehen und sich dort nach Abgabe ihrer z Elektronen e^- in das Metallgitter einfügen (Abb. 5.1b), oder wenn positiv geladene Ionen $\text{Y}_{\text{II}}^{z+}$ der Lösung sich an die feste Phase anlagern und nach Abgabe eines Elektrons e^- nun $(z+1)$ -fach positiv wieder in Lösung gehen (Abb. 5.1c). In Abb. 5.1 sind die oben beschriebenen Oxidationsprozesse und ihre jeweilige Reaktionsgleichung dargestellt.

Umgekehrt stellt man fest, dass die in der Lösung befindlichen Ionen ebenfalls in Abhängigkeit des Metalls und der Lösung mehr oder weniger das Bestreben haben, sich an das Kristallgitter des Metalls anzulagern. Werden ein oder mehrere in der festen Phase frei bewegliche Elektronen aufgenommen spricht man von der *Reduktion*. Diese findet z.B. statt, wenn gelöste Kationen des Metalls Me^{z+} oder andere positive Ionen $\text{X}_{\text{II}}^{z+}$ der flüssigen Phase von der Lösung in das Metall übertreten, dort z frei bewegliche Elektronen e^- einfangen und sich dann in das Metallgitter einfügen² (Abb. 5.2a und b). Eine Reduktion tritt aber auch ein, wenn ein positiv geladenes Ion $\text{Y}_{\text{II}}^{z+}$ des Elektrolyten sich an das Metall anlagert, dort ein Elektron e^- aufnimmt und danach $(z-1)$ -fach positiv wieder in Lösung geht (Abb. 5.2c). In Abb. 5.2 sind analog zur Oxidation, die oben erwähnten Reduktionsprozesse und ihre jeweilige Reaktionsgleichung angegeben.

Wie die Abbildungen 5.1 und 5.2 verdeutlichen, ist der bei der Oxidation und Reduktion fließende Strom stets mit einer chemischen Reaktion verbunden. Wird diese Reaktion erzwungen – z.B. durch Anlegen einer elektrischen Spannung –, spricht man von einer *Elektrolyse*, läuft sie dagegen ohne äußere Zwänge ab, spricht man von einem *galvanischen Element*.

Zudem erkennt man, dass der Strom durch die Phasengrenze sowohl bei der Oxidation als auch bei der Reduktion entweder von Ionen (Abb. 5.1a, Abb. 5.1b bzw. Abb. 5.2a und Abb. 5.2b) oder Elektronen (Abb. 5.1c bzw. Abb. 5.2c) getragen wird. Bei einem Ladungstransport mittels Ionen ist immer auch ein Stofftransport durch die Phasengrenze verbunden. Das bedeutet, dass an der Elektrode ein Stoffumsatz stattfindet. Eine quantitative Betrachtung dieses Vorgangs wurde von M. Faraday in den Jahren 1833 bis 1834 durchgeführt. Er formulierte seine Erkenntnisse in den beiden elektrochemischen Grundgesetzen, die nach ihm erstes bzw. zweites *Faradaysches Gesetz* genannt werden (siehe Anhang E).

5.1.2 Elektrochemische Doppelschicht und Elektrodenpotential

Aufgrund der durch die oben beschriebenen Vorgänge hervorgerufenen Ladungsverschiebung bildet sich an der Phasengrenze eine Raumladungszone mit einem positiven und negativen Ladungsteil gleicher Größe aus. Eine *elektrochemische Doppelschicht* entsteht, von der eine Schicht fest an die Oberfläche des Metalls gebunden ist und die andere nach einer ladungsfreien Zone in der Größenordnung eines Ionendurchmessers

²Die Ladungszahl z der Metallkationen Me^{z+} und der positiven Ionen $\text{X}_{\text{II}}^{z+}$ können verschieden sein.

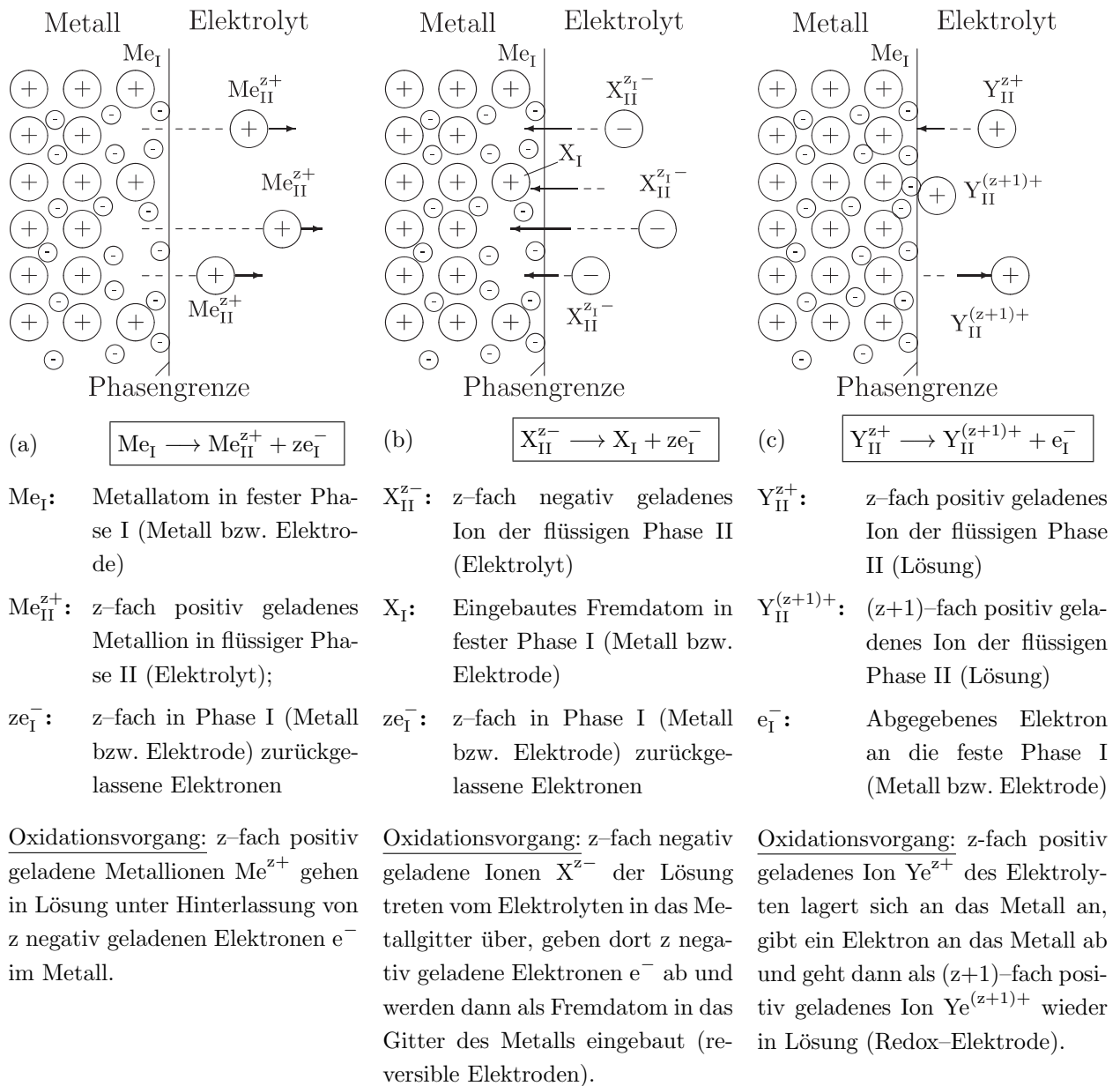
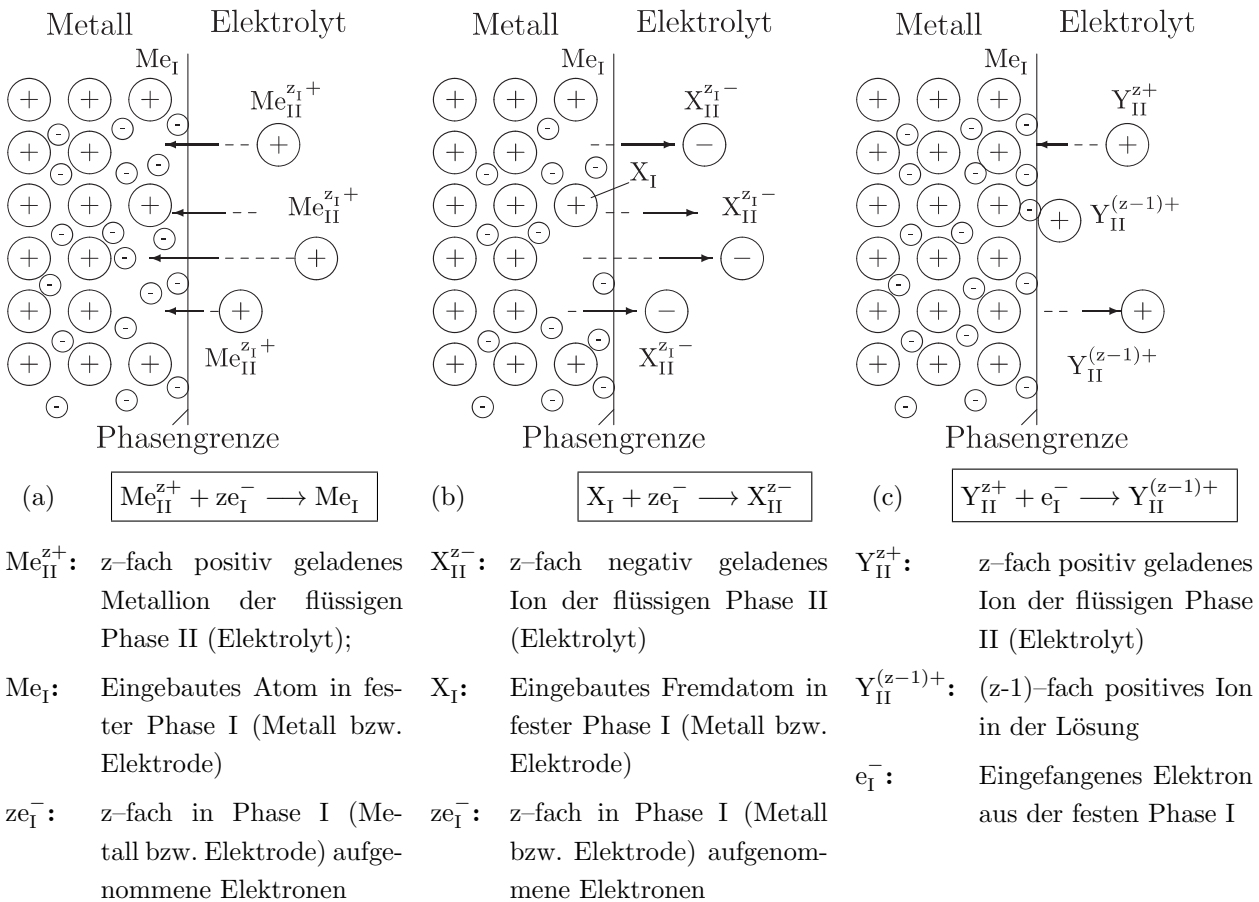


Abb. 5.1: Beschreibung der Oxidationsreaktionen

im Elektrolyten beginnt und sich dort einige Nanometer weit hineinerstreckt (Abb. 5.3). Die Ausbildung dieser Doppelschicht hat ein elektrisches Feld zur Folge, dessen Kraftwirkung auf die Ladungsträger entgegengesetzt ihrer Flussrichtung gerichtet ist. Im Gleichgewicht hat dieser elektrische Potentialgradient bzw. diese Spannungsdifferenz zwischen Metall und Elektrolyt einen Fluss von positiven wie negativen Ladungsträgern durch die Phasengrenze zur Folge, der betragsmäßig genau so groß ist, wie der von der Oxidation und Reduktion verursachte Fluss. Da die beiden Flüsse jedoch entgegengesetzt fließen, ist der Nettostrom im Gleichgewicht Null. Es sollte an dieser Stelle allerdings auch darauf hingewiesen werden, dass sich nicht bei allen Metallen dieser Gleichgewichtszustand einstellt. Natrium löst sich z.B. vollständig auf. Man darf jedoch davon ausgehen, dass sich bei allen in der Praxis eingesetzten Elektrodenmaterialien dieses Gleichgewicht einstellt. Der an Ladungsträgern verarmte Bereich zwischen den Raumladungszonen ist verantwortlich für den hohen elektrischen Widerstand von Elektroden und führt zur Ausbildung einer Kapazität.



Reduktionsvorgang: z-fach positiv geladene Kationen des Metalls Me^{z+} in der Lösung wandern vom Elektrolyten in das Metallgitter, nehmen dort z negativ geladene Elektronen e^- auf und werden dann in das Gitter des Metalls eingebaut.

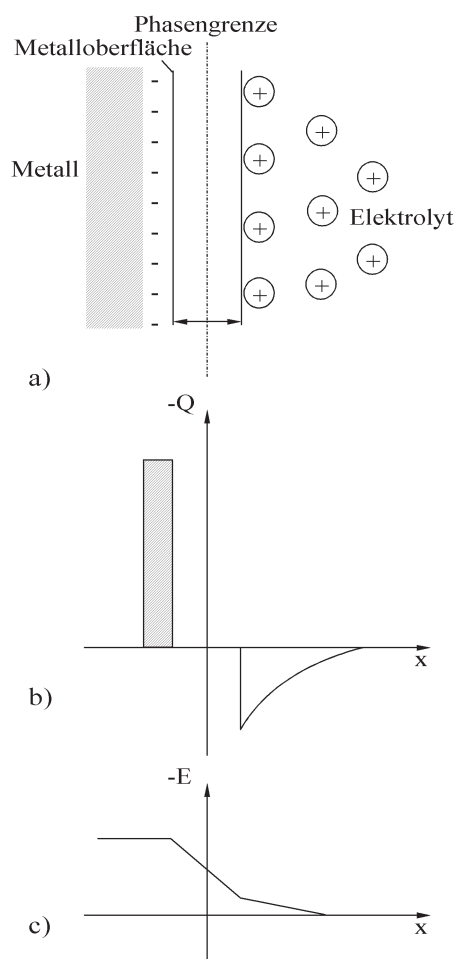
Reduktionsvorgang: Das eingebaute Fremdatom X im Metall löst sich von dem Metallgitter, nimmt dabei z Elektronen auf und tritt damit z-fach negativ in den Elektrolyten über $\text{X}_{\text{II}}^{z-}$ (reversible Elektroden).

Reduktionsvorgang: z-fach positiv geladene Ionen Y^{z+} der Lösung lagern sich an das Metall an, nehmen dort ein negativ geladenes Elektron e^- auf und gehen danach (z-1)-fach positiv wieder in Lösung (Redox-Elektrode).

Abb. 5.2: Beschreibung der Reduktionsreaktionen

5.1.2.1 Herleitung des Elektrodenpotentials mit Hilfe der Thermodynamik

Die Ursache dieser im vorherigen Abschnitt beschriebenen Vorgänge kann mit Hilfe der Thermodynamik begründet werden. Demnach ist die Bedingung für das Gleichgewicht in einem geschlossenen System bei konstantem Druck und konstanter Temperatur, dass die elektrochemischen Potentiale in jeder Phase für jede Ionenart gleich sind (siehe Abschnitt 3.4.5). Werden daher beide Phasen unter obigen Bedingungen zusammengebracht, werden solange Stoffe durch die Phasengrenze transportiert, bis die elektrochemischen Potentiale für jede Ionenart in beiden Phasen gleich sind, d.h. bis sich ein Gleichgewicht eingestellt hat. Dieser Vorgang läuft von selbst ab, ohne äußere Einwirkungen, da jedes System naturgemäß bestrebt ist, den Gleichgewichtszustand zu erreichen. Die dazu notwendige Energie steckt in den unterschiedlichen elektrochemischen Potentialen in den beiden Phasen. Ist das elektrochemische Potential einer Ionenart gleich, ist



a) Zwischen Metall und Elektrolyt bildet sich eine Phasengrenze aus. Es entsteht ein an Ladungsträgern verarmter Raum der Dicke, der dem Durchmesser des hydratisierten Ions entspricht.

b) Die Oberfläche des Metalls ist Dirac-stoßartig mit Elektronen belegt, eine gleich große Ladungswolke mit entgegengesetztem Vorzeichen erstreckt sich in den Elektrolyten (Modell nach Gouy–Chapmann–Stern). Es bildet sich eine elektrische Doppelschicht aus.

c) Dargestellt ist der aus der Ladungsverteilung resultierende Potentialverlauf E .

Abb. 5.3: Elektrische Doppelschicht mit dazugehöriger Ladungsverteilung und entsprechendem elektrischen Potentialverlauf

diese Energie für diese Ionenart Null und es findet auch kein Nettostofftransport dieser Ionenart durch die Phasengrenze mehr statt. Die elektrische Potentialdifferenz zwischen den beiden Phasen, ein Resultat einer während des Einstellens des Gleichgewichts hervorgerufenen Ladungsverteilung durch den Stofftransport, kann nicht bestimmt werden.

Bedient man sich allerdings einer zweiten Halbzelle, die mit der anderen über eine gemeinsame Elektrolytlösung³ (Abb. 5.4), eine Salzbrücke (Abb. 5.5) oder semipermeable Membran (Abb. 5.6) leitend in Verbindung steht, kann eine Spannung zwischen den beiden Elektroden gemessen werden. Diese Spannung entspricht dann der Differenz der äußeren Potentiale an den Zuleitungen zu den beiden Elektroden. Ein solches System wird *galvanische Zelle* und die Spannung *elektromotorische Kraft* E genannt.

An einem Beispiel soll die elektromotorische Kraft hergeleitet werden (Brdička, 1988, S. 627ff)). Dazu betrachten wir eine Zelle (Abb. 5.4) deren linke Elektrode eine Platin-Elektrode ist, die zur Vergrößerung ihrer Oberfläche elektrolytisch mit einer feinen Platinschicht (Platinschwarz) überzogen ist. Da sie von Wasserstoffgas umspült wird, nennt man sie Wasserstoffelektrode ($\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2$). Die rechte Elektrode dieser Zelle besteht aus einem mit Silberchlorid überzogenen Silberblech und wird Silber/Silberchlorid-Elektrode (AgCl/Ag)

³In diesem Fall muss die zweite Halbzelle von der ersten verschieden sein, d.h. sie darf nicht aus dem selben Material bestehen, denn sonst würde man die Spannung Null messen.

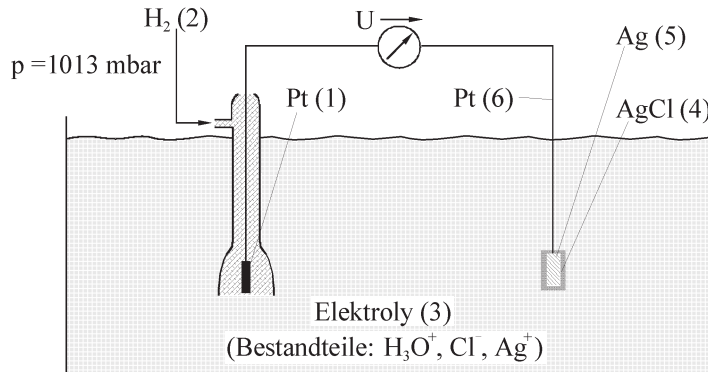
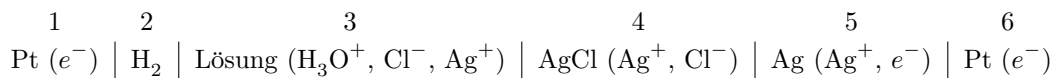
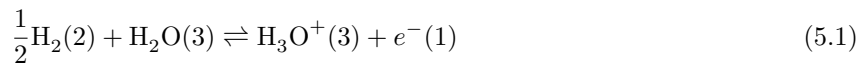


Abb. 5.4: Messanordnung zweier verschiedener Halbzellen in einer gemeinsamen Lösung.

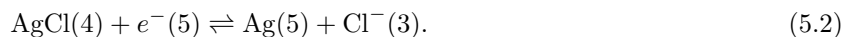
genannt. Diese Zelle soll ein abgeschlossenes isobar–isothermes System sein, das mit seiner Umgebung keine Nichtvolumenarbeit austauscht. Für die Anordnung dieser Zelle erhält man:



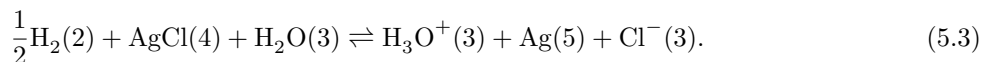
Dabei sind die einzelnen Phasen von links nach rechts durchnummeriert und in Klammern die Teilchen aufgeführt, die in jeder Phase enthalten sind. Als Zuleitung zu den Elektroden wird in diesem Beispiel Platin (Pt) verwendet. An der Wasserstoff–Elektrode stellt sich folgendes Gleichgewicht ein⁴



und an der Silber/Silberchlorid–Elektrode



Daraus folgt gemäß den Gln. (5.1) und (5.2) für die chemische Bruttoreaktion in der Zelle (siehe auch Abschnitt 5.5)



Es ergibt sich somit gemäß Gl. (3.188) für die Reaktionsgleichungen⁵ Gl. (5.1) und Gl. (5.2)

$$\tilde{\mu}_{e,1} + \tilde{\mu}_{\text{H}_3\text{O}^+,3} - \frac{1}{2}\mu_{\text{H}_2,2} - \mu_{\text{H}_2\text{O},3} = 0 \quad (5.4)$$

$$\mu_{\text{Ag},5} + \tilde{\mu}_{\text{Cl}^-,3} - \mu_{\text{AgCl},4} - \tilde{\mu}_{e,5} = 0. \quad (5.5)$$

Ferner gilt für die Grenzfläche zwischen den Phasen 5 und 6 gemäß Gl. (3.179)

$$\tilde{\mu}_{e,5} = \tilde{\mu}_{e,6} \quad (5.6)$$

und für die Phasen 1 und 6

$$\mu_{e,1} = \mu_{e,6}. \quad (5.7)$$

⁴In den Klammern ist die jeweilige Phase angegeben.

⁵Besitzt das Teilchen keine Ladung ($z = 0$), so ist gemäß Gl. (3.172) anstelle des elektrochemischen Potentials $\tilde{\mu}$ das chemische Potential μ zu verwenden.

Es ist dabei zu beachten, dass bei den Phasen 1 und 6 nur das chemische Potential identisch ist, da sie aus dem selben Material sind, nicht aber deren elektrochemisches Potential, da die beiden Phasen sich nicht berühren. Somit folgt mit der Gl. (3.172) und $-z_{e,1} = -z_{e,6} = -z_{\text{Cl}^-,3} = z_{\text{H}_3\text{O}^+,3} = 1$ für die chemischen Potentiale

$$F(\Phi_6 - \Phi_1) = FE = -\mu_{\text{H}_3\text{O}^+,3} - \mu_{\text{Ag},5} - \mu_{\text{Cl}^-,3} + \frac{1}{2}\mu_{\text{H}_2,2} + \mu_{\text{H}_2\text{O},3} + \mu_{\text{AgCl},4}. \quad (5.8)$$

Es werden nun die Terme für die chemischen Potentiale durch die Ausdrücke nach Gl. (3.164) bzw. für das Wasserstoffgas nach Gl. (3.161) ersetzt und berücksichtigt, dass sich die festen Phasen und das als Lösungsmittel dienende Wasser in einer verdünnten Lösung im Standardzustand befinden, d.h. dass deren Aktivität 1 ist und somit gilt $\mu_{\text{Ag},5} = \mu_{\text{Ag}}^0$, $\mu_{\text{AgCl},4} = \mu_{\text{AgCl}}^0$ und $\mu_{\text{H}_2\text{O},3} = \mu_{\text{H}_2\text{O}}^0$. Daraus folgt für die elektromotorische Kraft der Zelle

$$E = E^0 - \frac{RT}{F} \left(\ln a_{\text{H}_3\text{O}^+} + \ln a_{\text{Cl}^-} - \frac{1}{2} \ln p_{\text{H}_2} \right), \quad (5.9)$$

mit

$$E^0 = -\frac{1}{F} \left(\mu_{\text{H}_3\text{O}^+}^0 + \mu_{\text{Cl}^-}^0 + \mu_{\text{Ag}}^0 - \mu_{\text{AgCl}}^0 - \frac{1}{2} \mu_{\text{H}_2}^0 - \mu_{\text{H}_2\text{O}}^0 \right). \quad (5.10)$$

Der Bezugsdruck von p_{H_2} ist dabei im allgemeinen 1 atm . Wird der Ausdruck für die elektromotorische Kraft E in Gl. (5.9) in die Differenz zweier elektromotorischer Kräfte getrennt und dabei berücksichtigt, dass definitionsgemäß der elektromotorischen Kraft der linken Zelle ein negatives, der rechten ein positives Vorzeichen zugeordnet wird, erhält man

$$E = E(\text{AgCl}/\text{Ag}) - E(\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2)$$

$$E = \left[E^0(\text{AgCl}/\text{Ag}) - \frac{RT}{F} \ln a_{\text{Cl}^-} \right] - \left[E^0(\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2) + \frac{RT}{F} \ln a_{\text{H}_3\text{O}^+} - \frac{RT}{2F} \ln p_{\text{H}_2} \right]. \quad (5.11)$$

Da E hier die elektromotorische Kraft einer Elektrode ist, wird E *Elektrodenpotential*⁶ genannt. Der Absolutwert von $E^0(\text{AgCl}/\text{Ag})$ bzw. $E^0(\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2)$, das als Standardelektrodenpotential der Elektrode bezeichnet wird, kann weder gemessen noch berechnet werden, da, wie mehrfach erwähnt, die chemischen Standardpotentiale nicht bestimmt werden können. Zur Messung des Elektrodenpotentials ist daher eine Bezugs elektrode notwendig. Damit die Messwerte untereinander vergleichbar sind, verwendet man hierfür im allgemeinen die im obigen Beispiel beschriebene Standard-Wasserstoffelektrode. Diese befindet sich in einem Elektrolyten, dessen pH -Wert, der sich berechnet zu

$$pH = -\lg a_{\text{H}_3\text{O}^+}, \quad (5.12)$$

0 ist, d.h. in dem die Aktivität der Oxoniumionen⁷ $a_{\text{H}_3\text{O}^+}$ nach obiger Gl. (5.12) 1 sein muss. Im Standardzustand besitzt das Wasserstoffgas, mit dem sie umspült wird, daher einen Druck von $p_{\text{H}_2} = 101.325 \text{ kPa} (\doteq 1 \text{ atm})$. Definitionsgemäß wird das Standardelektrodenpotential $E^0(\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2)$ der Wasserstoffelektrode 0 gesetzt, so dass das Elektrodenpotential der Standard-Wasserstoffelektrode unter diesen Bedingungen für alle Temperaturen den Wert 0 besitzt (Gl. (5.11)). Damit ergibt sich für das Elektrodenpotential für das vorhergehende Beispiel

$$E = E(\text{AgCl}/\text{Ag}) = E^0(\text{AgCl}/\text{Ag}) - \frac{RT}{F} \ln a_{\text{Cl}^-}. \quad (5.13)$$

Die allgemeine Form des Elektrodenpotentials lautet dann

$$E = E^0 + \frac{RT}{zF} \ln a. \quad (5.14)$$

⁶Richtig müsste es eigentlich Elektrodenspannung heißen, da E die Differenz zweier Potentiale ist.

⁷Andere Bezeichnungen dafür sind Hydroniumionen oder Hydroxoniumionen.

Diese Gleichung wird *Nernstsche Gleichung* genannt. Die auf ein Mol bezogene Aktivität a in Gl. (5.14) entspricht der Aktivität unmittelbar vor der Elektrodenoberfläche.

Die Standardpotentiale von Halbzellen werden bei 25°C gemessen. Im allgemeinen wird dazu die Bezugselektrode mit der zu untersuchenden Elektrode entweder über einen gemeinsamen Elektrolyten (Abb. 5.4), eine Salzbrücke (Abb. 5.5) (Abb. 5.6) oder eine semipermeable Membran leitend in Verbindung gebracht.

Die Spannung zwischen der Standard-Wasserstoffelektrode und der Halbzelle hängt von der Aktivität des Elektrolyten ab, in dem die Messung vorgenommen wird. Zur Ermittlung des Standardpotentials wird daher, wie oben erwähnt, vorgeschrieben, dass sich der Elektrolyt und das Metall im Standardzustand befinden, d.h. dass deren Aktivität (a_{El}) und (a_{Me}) 1 sein muss. Da sich diese Forderung nicht für alle Elektrolyt/Metallpaarungen erreichen lässt — insbesondere dann nicht, wenn die Löslichkeit oder der Dissoziationsgrad klein ist — ermittelt man das Potential in diesen Fällen bei einer geringeren Aktivität und erhält das Standardpotential durch Extrapolation auf die Ionenstärke $I = 0$ (Brdička, 1988, S. 632).

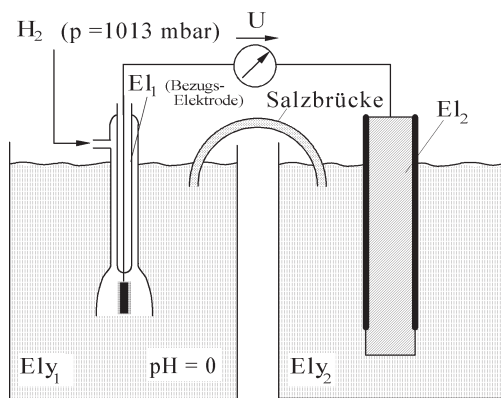


Abb. 5.5: Leitende Verbindung durch eine Salzbrücke

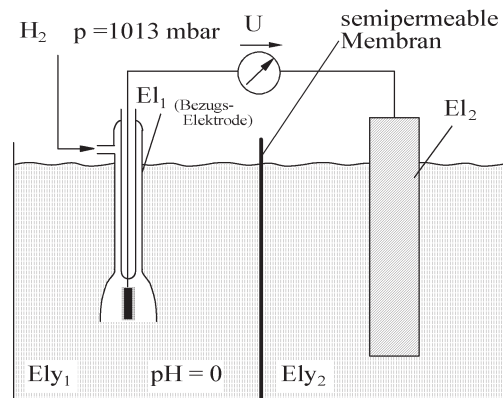
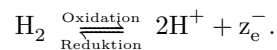


Abb. 5.6: Leitende Verbindung durch eine semipermeable Membran

Ist die Elektrode in den Stoffumsatz einbezogen, so spricht man von Ionenpotentialen, dient sie lediglich als Elektronenakzeptor und -donator, wie bei der Wasserstoffelektrode, spricht man von Redoxpotentialen. Die häufig verwendete Elektrode zur Messung von Redoxpotentialen ist die mit Wasserstoff umspülte Platinelektrode. Sie wirkt gelegentlich zusätzlich als Katalysator. An der Platin/Wasserstoffelektrode läuft folgende Reaktion ab:



Eine Auswahl einiger Standardpotentiale für Halbzellen sind in (Brdička, 1988, S. 636, 638 und 639) und Tabelle 5.1 zusammengestellt. Sie haben eine Größe von -3V bis $+3\text{V}$.

5.1.2.2 Herleitung des Elektrodenpotentials über die Betrachtung der energetischen Verhältnisse an der Phasengrenze

Das Elektrodenpotential lässt sich aber auch über die Betrachtung der energetischen Verhältnisse an der Phasengrenze herleiten. Wie allgemein bekannt, besitzen die Elektronen des Metalls eine große Bewegungs-

Halbzelle	Reaktion	Potential E^0 in [V]
<u>Elektroden erster Art:</u>		
$\text{Al}^{+++}/\text{Al}$	$\text{Al} \rightleftharpoons \text{Al}^{+++} + 3\text{e}^-$	-1.66
Zn^{++}/Zn	$\text{Zn} \rightleftharpoons \text{Zn}^{++} + 2\text{e}^-$	-0.763
Ni^{++}/Ni	$\text{Ni} \rightleftharpoons \text{Ni}^{++} + 2\text{e}^-$	-0.23
Fe^{++}/Fe	$\text{Fe} \rightleftharpoons \text{Fe}^{++} + 2\text{e}^-$	-0.44
$\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2$	$\frac{1}{2} \text{H}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}_3\text{O}^+ + \text{e}^-$	+0.0000
Cu^{++}/Cu	$\text{Cu} \rightleftharpoons \text{Cu}^{++} + 2\text{e}^-$	+0.34
$\text{Hg}_2^{++}/\text{Hg}$	$2\text{Hg} \rightleftharpoons \text{Hg}_2^{++} + 2\text{e}^-$	+0.798
Ag^+/Ag	$\text{Ag} \rightleftharpoons \text{Ag}^+ + \text{e}^-$	+0.7991
Au^+/Au	$\text{Au} \rightleftharpoons \text{Au}^+ + \text{e}^-$	+1.68
<u>Elektroden zweiter Art:</u>		
AgCl/Ag	$\text{Ag} + \text{Cl}^- \rightleftharpoons \text{AgCl} + \text{e}^-$	+0.22234
$\text{Hg}_2\text{Cl}_2/\text{Hg}$	$2\text{Hg} + 2\text{Cl}^- \rightleftharpoons \text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{e}^-$	+0.26796
<u>Redoxelektroden:</u>		
$\text{Pt} : \text{Cr}^{+++}/\text{Cr}^{++}$	$\text{Cr}^{++} \rightleftharpoons \text{Cr}^{+++} + \text{e}^-$	-0.41
$\text{Pt} : \text{Fe}^{+++}/\text{Fe}^{++}$	$\text{Fe}^{++} \rightleftharpoons \text{Fe}^{+++} + \text{e}^-$	+0.771
$\text{Pt} : \text{Cl}^-/\text{Cl}_2$	$2\text{Cl}^- \rightleftharpoons \text{Cl}_2 + 2\text{e}^-$	+1.3583

Tab. 5.1: Standardelektrodenpotentiale einiger Elektroden, gemessen in wässriger Lösung bei $T = 298\text{K}$ und $p = 101.3\text{Pa}$.

freiheit, während dessen Kationen⁸ aufgrund der Metallgitterkräfte lediglich in Abhängigkeit der Temperatur des Metalls kleinere oder größere Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage ausführen. Diese Metallgitterkräfte sind auch dafür verantwortlich, dass die Kationen an der Oberfläche des Metalls festgehalten werden. Will sich nun ein Kation davon lösen, müssen diese Gitterkräfte überwunden werden. Gemäß der *Boltzmann-Maxwellschen* Energieverteilung (Brdička, 1988, S. 417) gibt es bei gegebener Temperatur nur eine bestimmte Anzahl von Kationen, die diese zum Austritt notwendige Energie besitzen und somit in der Lage sind, ihren Gitterplatz zu verlassen und in Lösung zu gehen. Dementsprechendes gilt für die Kationen der Lösung. Damit diese sich an die Oberfläche des Metalls anlagern können, müssen sie die Hydratationskräfte überwinden (siehe Abschnitt 3.4.4.1). Wie oben bereits erwähnt, bildet sich durch diese Ladungsverschiebungen eine elektrochemische Doppelschicht aus und damit verbunden eine Potentialdifferenz zwischen den beiden Phasen, die das Lösungs- bzw. Anlagerungsbestreben der Kationen des Metalls bzw. der Lösung beeinflusst.

In Abb. 5.7a sind die energetischen Verhältnisse unmittelbar nach dem Eintauchen des Metalls in die Lösung, im Gleichgewichtszustand und mit einer zusätzlich von außen angelegten Spannung dargestellt. Aufgetragen ist dort die potentielle Energie eines Kations in Abhängigkeit von dessen Abstand zu den ersten Kationen der Metalloberfläche. Über diese Kurve kann man das Maß der Arbeit erkennen, die aufgewendet werden muss, um das Kation von seiner Ausgangsposition zu einer anderen Position zu überführen. Der Nullpunkt der potentiellen Energie und damit der Bezugspunkt für die Darstellung der Kurven entspricht hier defi-

⁸Gemeint sind hier die Atomrümpfe, d.h. die Atome des Metalls ohne deren Elektronen

nitionsgemäß der Energie der Kationen in genügend weiter Entfernung von der Metalloberfläche, da dort die Energie annähernd konstant ist und die Kationen daher keine Energiedifferenz überwinden müssen, um ihren Ort bzw. ihre Position zu wechseln.

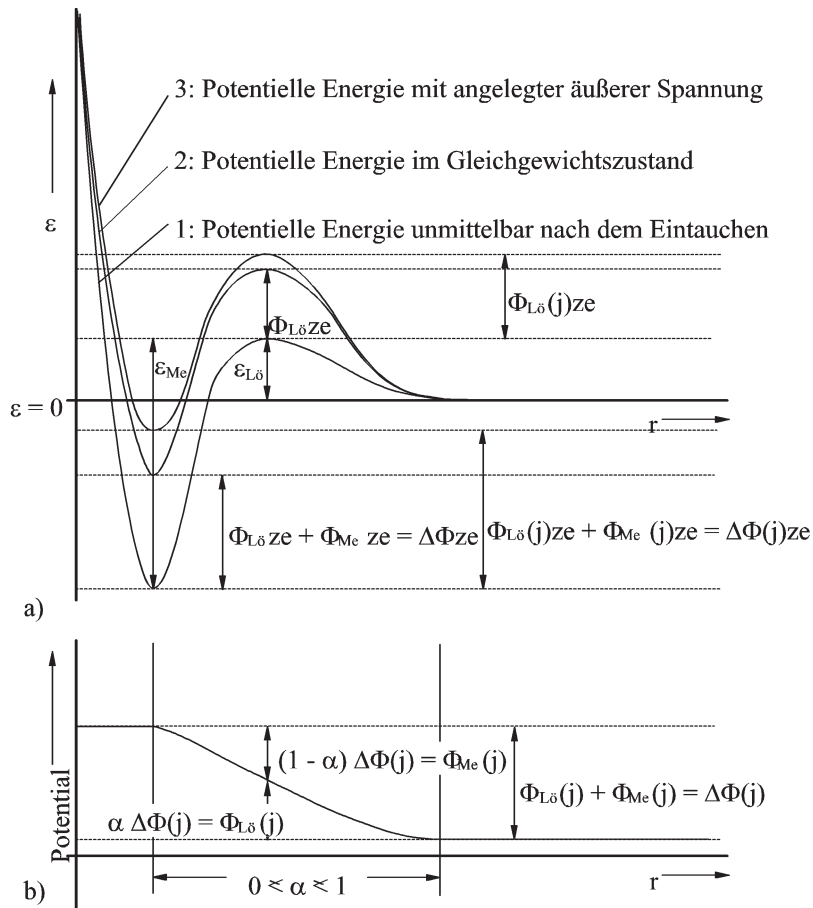


Abb. 5.7: a) Mögliche Verläufe der potentiellen Energie: unmittelbar nach dem Eintauchen (Verlauf 1), im Gleichgewicht (Verlauf 2) und mit einer zusätzlichen äußeren Spannung (Verlauf 3); b) Potentialverlauf bei einer bestimmten Stromdichte j

Unmittelbar nach dem Eintauchen hat sich noch keine elektrische Potentialdifferenz zwischen den beiden Phasen ausgebildet. Daher müssen die Kationen, die sich von der Oberfläche des Metall lösen wollen und sich im Energieminimum der Kurve befinden, die Energie $\varepsilon_{A_{Me}} = \varepsilon_{Me}$ überwinden. Ebenso müssen die Kationen der Lösung, um sich an die Metalloberfläche anlagern zu können, die Energie $\varepsilon_{A_{Lö}} = \varepsilon_{Lö}$ überwinden. Die Energie, die benötigt wird, um sich aus dem Metall zu lösen bzw. an das Metall anzulagern, wird auch *Aktivierungsenergie* genannt.

Wie bereits erwähnt, wird durch die Ladungsverteilung hervorgerufene Potentialdifferenz $\Delta\Phi$ zwischen den beiden Phasen das Anlagerungs- und Lösungsbestreben beeinflusst. Diese Potentialdifferenz $\Delta\Phi$ kann aufgeteilt werden in einen metallseitigen und lösungsseitigen Anteil $\Delta\Phi_{Me}$ und $\Delta\Phi_{Lö}$, hier vereinfacht mit Φ_{Me} und $\Phi_{Lö}$ bezeichnet. In Abb. 5.7a ist der Energieverlauf dargestellt, wie er sich nach dem Einstellen des Gleichgewichts ergibt. Wie deutlich erkennbar ist, hat sich in diesem Beispiel die Energie, die zum Austritt bzw. zum Anlagern notwendig ist, verändert, nämlich zu $\varepsilon_{A_{Me}} = \varepsilon_{Me} - \Phi_{Me}ze$ bzw. $\varepsilon_{A_{Lö}} = \varepsilon_{Lö} + \Phi_{Lö}ze$. Damit erhält man mit den Beziehungen für die Reaktionsgeschwindigkeiten v_{Me} und $v_{Lö}$ (Brdička, 1988,

S. 768)

$$v_{\text{Me}} = k_{\text{Me}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\text{Me}} - \Phi_{\text{Me}}ze}{kT}\right) \quad (5.15)$$

$$v_{\text{Lö}} = k_{\text{Lö}} c \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\text{Lö}} + \Phi_{\text{Lö}}ze}{kT}\right) \quad (5.16)$$

und der Gleichgewichtsbedingung

$$v_{\text{Me}} = v_{\text{Lö}}$$

für die Potentialdifferenz $\Delta\Phi = \Phi_{\text{Me}} + \Phi_{\text{Lö}}$

$$\Delta\Phi = \frac{\varepsilon_{\text{Lö}} - \varepsilon_{\text{Me}}}{ze} + \frac{kT}{ze} \ln \frac{k_{\text{Me}}}{k_{\text{Lö}}} + \frac{kT}{ze} \ln c. \quad (5.17)$$

Die Größen k_{Me} und $k_{\text{Lö}}$ sind von der Natur des Vorgangs abhängige Konstanten, k die Boltzmann-Konstante, z die Ladungszahl des Kations, e die Elementarladung, c die auf ein Mol bezogene Konzentration des Kations in der Lösung und T die absolute Temperatur. Verbindet man diese Halbzelle mit der oben beschriebenen Standard-Wasserstoffelektrode zu einer galvanischen Zelle, so unterscheidet sich deren elektromotorische Kraft E nur um einen konstanten Wert von der in Gl. (5.17) hergeleiteten Potentialdifferenz $\Delta\Phi$ ⁹

$$E = \text{konst.} + \Delta\Phi. \quad (5.18)$$

Fasst man daher in Gl. (5.17) die ersten beiden konstanten Terme und den konstanten Wert aus Gl. (5.18) zu einer Konstanten E^0 zusammen und ersetzt k/e durch R/F erhält man

$$E = E^0 + \frac{RT}{zF} \ln c. \quad (5.19)$$

Diese Gl. (5.19) entspricht der Nernstschen Gleichung Gl. (5.14) und unterscheidet sich von ihr nur in der Konzentration c anstelle der Aktivität a .

5.1.3 Die Überspannung

Der sowohl bei der Oxidation als auch bei der Reduktion stattfindende Transport von Ladungen (Ionen bzw. Elektronen) durch die Phasengrenze ist gleichbedeutend mit einem elektrischen Strom. Zur Unterscheidung wird dieser Strom bei einer Oxidation als *anodisch*, bei einer Reduktion als *kathodisch* bezeichnet. Definitionsgemäß erhalten anodische Ströme ein positives, kathodische ein negatives Vorzeichen. Je nachdem, ob an einer Elektrode die Oxidation oder die Reduktion überwiegt, wird sie *Anode* oder *Kathode* genannt. Im allgemeinen ist nicht der Strom I , sondern die Stromdichte j von Interesse. Im stromlosen Zustand sind die an der Elektrode durch Oxidation und Reduktion hervorgerufenen Stromdichten j_{ox} und j_{re} betragsmäßig gleich groß, so dass kein Nettostrom durch die Phasengrenze gemessen werden kann. Diese Stromdichte im stromlosen Zustand wird Austauschstromdichte j_0 genannt. In Tabelle 5.2 sind für verschiedene Elektroden deren Austauschstromdichte gegen eine Wasserstoff-Elektrode als Bezugs elektrode angegeben (Meyer-Waarden, 1985). Es gilt

$$j_0 = |j_{\text{ox}}| = |j_{\text{re}}|. \quad (5.20)$$

⁹Zur Erinnerung: E entspricht der Potentialdifferenz zwischen den äußeren Potentialen der beiden Zuleitungen, $\Delta\Phi$ der Potentialdifferenz zwischen den inneren Potentialen der beiden verschiedenen Phasen (Abschnitt 5.1.2.1).

Elektrode	Austauschstromdichte j_0 in [Acm^{-2}]	Potential E^0 in [V]
Zn^{++}/Zn	$1 \cdot 10^0$	-0.763
Fe^{++}/Fe	$> 10^{-8}$	-0.45
Ni^{++}/Ni	$> 10^{-8}$	-0.23
Ag^+/Ag	$4.5 \cdot 10^0$	+0.7991
Au^+/Au	$1 \cdot 10^{-6}$	+1.68

Tab. 5.2: Austauschstromdichten einiger Elektroden, gemessen gegen eine Wasserstoff-Elektrode

Taucht man zwei gleiche Metallelektroden in einen Elektrolyten und verbindet diese über eine Spannungsquelle (Abb. 5.8), so wird an der Elektrode, die mit dem negativen Pol der Spannungsquelle verbunden ist und die wir mit El_- bezeichnen wollen, die Reduktion überwiegen, an der anderen dagegen, die El_+ genannt werden soll, die Oxidation. Von der Elektrode El_- werden somit unter diesen Bedingungen Elektronen in die Lösung übertreten und von El_+ werden Elektronen von der Lösung aufgenommen¹⁰. El_- wirkt infolgedessen als Kathode, El_+ als Anode, d.h. alle Kathodenvorgänge sind somit Reduktionsprozesse und alle Anodenvorgänge Oxidationsprozesse. Da die Elektronen in wässriger Lösung nicht stabil frei existieren können, müssen sie von den Ionen der Lösung aufgenommen werden. Damit hängt der Elektronenübertritt an El_- , der als *kathodische Durchtrittsreaktion* bezeichnet wird, von den Teilchen der Lösung ab, die in der Lage sind, Elektronen von der Kathode zu übernehmen. Analoges gilt für die Anode, an der die *anodische Durchtrittsreaktion* abläuft.

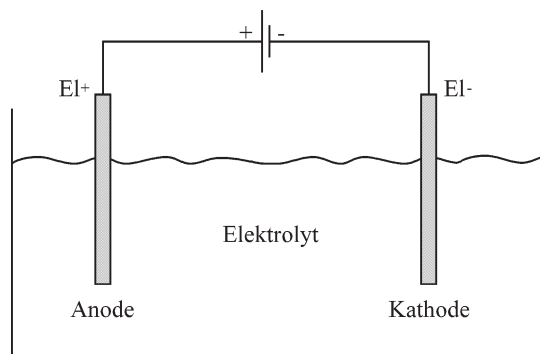


Abb. 5.8: Zelle mit äußerer Spannung

Der elektrische Strom, hervorgerufen durch die angelegte äußere Spannung zwischen den beiden Elektroden, verändert aufgrund der begrenzten Reaktionsgeschwindigkeiten der am Strom beteiligten Teilchen, das Elektrodenpotential. Dieses nimmt einen anderen Wert ein als im stromlosen Zustand. Damit wird der Nettostrom durch die Phasengrenzen zwischen den Elektroden und der Lösung ungleich Null. Es kann daher eine Stromdichte gemessen werden, die als Maß herangezogen wird für die Geschwindigkeit des Elektrodenvorgangs bei einer gegebenen äußeren Spannung.

¹⁰Diese Vorstellung von dem Vorgang an der Phasengrenze zwischen den beiden Elektroden, nämlich dass Elektronen aus bzw. in die Lösung übertreten, ist aus der Sicht des äußeren Stromkreises betrachtet. Die wichtigsten Prozesse, die tatsächlich dafür verantwortlich sind, dass Elektronen verringert (reduziert) bzw. vermehrt (oxidiert) werden, können in Abschnitt 5.1.1 nachgelesen werden.

Die Differenz zwischen dem Elektrodenpotential $E(j)$ bei Stromfluss und im stromlosen Zustand $E(0)$ wird, wenn sich die Elektrode im stromlosen Zustand im Gleichgewicht befindet, *Überspannung* genannt, andernfalls *Polarisation*¹¹ (Meyer-Waarden, 1985). Das Elektrodenpotential $E(0)$ im stromlosen Zustand wird allgemein als *Ruhepotential* bezeichnet.

$$\eta = E(j) - E(0). \quad (5.21)$$

Diese Überspannung bzw. Polarisation tritt ein, wenn sich durch den Stromfluss die Beschaffenheit des Elektrodenmaterials oder die Zusammensetzung des Elektrolyten in der Umgebung der Elektroden verändert. Dadurch wird die Spannung zwischen den Elektroden immer derart verändert, dass sie betragsmäßig kleiner als die elektromotorische Kraft ist. Es können verschiedene Arten von Überspannungen bzw. Polarisationen allein oder im Zusammenspiel auftreten. Es sind dies die

- Durchtrittsüberspannung η_D ,
- Diffusionsüberspannung η_{Diff} ,
- Reaktionsüberspannung η_R
- Kristallisationsüberspannung η_K ,
- Widerstandspolarisation η_P und die
- so genannte Pseudowiderstandspolarisation η_{PP} .

Um sich die oben aufgeführten Arten klar zu machen, muss man sich den Vorgang vor Augen führen, der sich an der Phasengrenze abspielt. Dies soll hier beispielhaft an einer Kathode erläutert werden. Es sollen dafür die in Abb. 5.9 eingezeichneten Vereinbarungen gelten.

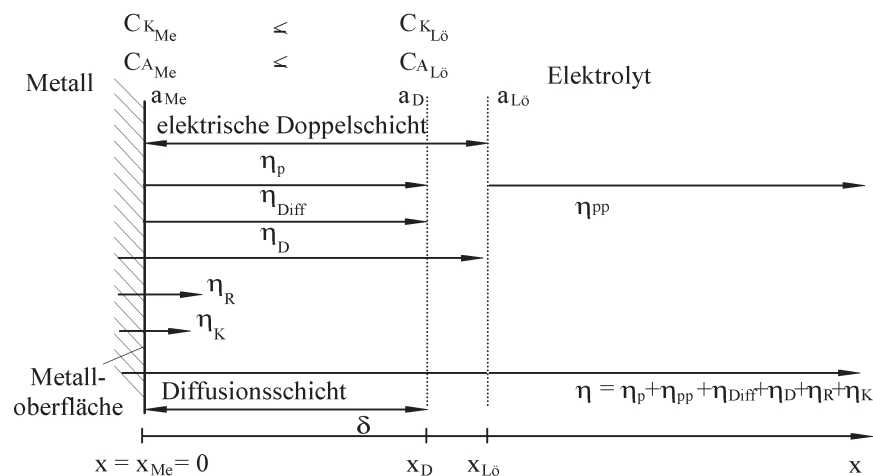


Abb. 5.9: Prozesse an der Phasengrenze einer Kathode; Schematische Darstellung, wobei die elektrische Doppelschicht und Diffusionsschicht übertrieben groß gezeichnet sind und die Länge der Spannungspfeile nichts über die Größe der Spannung aussagen.

Wie in Abschnitt 5.1.2 bereits erwähnt bildet sich an der Phasengrenze nach dem Eintauchen der Elektrode in die Lösung eine elektrische Doppelschicht aus. Innerhalb dieser Doppelschicht nimmt von $x = x_D$ nach $x = x_{Me}$ die Konzentration der Kationen in der Lösung ab, da ständig Kationen aus der Lösung an das Metall abgeschieden werden. Dadurch ergibt sich in einem als Diffusionsschicht genannten Bereich der Dicke δ eine unterschiedliche Konzentration der Ionen. Aufgrund der Ladungsneutralität innerhalb der Diffusionsschicht

¹¹Es ist häufig nicht bekannt, ob sich eine Elektrode im stromlosen Zustand im Gleichgewicht befindet oder nicht. Praktische Elektroden sind selten im stromlosen Zustand Gleichgewichtselektroden (Kortüm, 1970).

muss demnach auch die Konzentration der Anionen sich entsprechend verringern. Durch diesen Konzentrationsabfall bildet sich in dieser Diffusionsschicht ein zusätzlicher Elektrolytwiderstand und damit verbunden ein zusätzlicher Potentialabfall. Ebenso wird durch dieses Konzentrationsgefälle in dieser Schicht eine Diffusionsspannung¹² aufgrund der unterschiedlichen Beweglichkeit der Anionen und Kationen verursacht (siehe Abschnitt 5.4.1). Man bezeichnet die Summe dieser in der Diffusionsschicht verursachten Potentialabfälle als Widerstandspolarisation η_P . Darüberhinaus entsteht außerhalb der Doppelschicht ebenfalls im stromdurchflossenen Zustand ein ohmscher Spannungsabfall aufgrund des elektrischen Widerstands des Elektrolyten, den man Pseudowiderstandspolarisation η_{PP} nennt. Sowohl η_P als auch η_{PP} haben keinen Einfluss auf die Geschwindigkeit und Richtung der Elektrodenreaktionen. Sie werden daher nicht näher besprochen.

Neben der Vergrößerung des Widerstandes und der damit verbundenen Potentialabfälle innerhalb der Diffusionsschicht, verursacht das Konzentrationsgefälle einen weiteren Potentialabfall. Unter der Annahme, dass η_P vernachlässigt werden kann und sich die Kationen ungehindert in das Metallgitter einbauen lassen, kann gemäß Gl. (5.14) eine Spannung im stromlosen und im stromdurchflossenen Zustand bestimmen werden. Im stromlosen Zustand beträgt die Aktivität an der Elektrodenoberfläche $a(0)$ und damit das Elektrodenpotential

$$E(0) = E^0 + \frac{RT}{zF} \ln a(0).$$

Im stromdurchflossenen Zustand dagegen beträgt die Aktivität an der Elektrodenoberfläche $a(j)$ und das entsprechende Elektrodenpotential ergibt sich zu

$$E(j) = E^0 + \frac{RT}{zF} \ln a(j).$$

Somit findet man gemäß Gl. (5.21) für die Überspannung, die hier Diffusionsüberspannung η_{Diff} bezeichnet wird,

$$\eta_{\text{Diff}} = \frac{RT}{zF} \ln \frac{a(j)}{a_0}. \quad (5.22)$$

Damit das Kation in das Metall übertreten kann, muss es die in Abb. 5.7 gezeigte Energiebarriere überwinden. Dazu muss es seine Hydrathülle abstoßen und neutralisiert, d.h. entladen werden. Wird dieser Vorgang gehemmt, stauen sich die Ladungsträger an der Grenzschicht, wodurch eine Spannung erzeugt wird, die man Durchtrittsüberspannung η_D nennt.

Nach dem Durchtritt durch die Energiebarriere befindet sich das Kation auf der Metalloberseite. Es muss nun noch in das Metallgitter eingebaut werden. Dieser Vorgang kann ebenfalls gehemmt werden, so dass sich diese Kationen an der Oberfläche ansammeln und dadurch ebenfalls eine Spannung erzeugen, die man als Kristallisationsüberspannung η_K bezeichnet.

In manchen Fällen geht einer Durchtrittsreaktion eine chemische Reaktion voraus oder folgt nach; z.B. die Komplexbildung, Solvation oder Desolvation. Wird diese Reaktion gehemmt, kommt es zu einer unterschiedlichen Konzentration von Ladungsträgern vor der Elektrodenoberfläche und damit verbunden zur Bildung einer Spannung, die man Reaktionsüberspannung nennt η_R . Da die Reaktionsüberspannung und die Diffusionsüberspannung von der Konzentration der Ladungsträger abhängig ist, werden sie häufig auch zusammen als *Konzentrationsüberspannung* bezeichnet. Sowohl die Kristallisations- als auch die Reaktionsüberspannung sind von geringer Bedeutung, so dass sie nicht näher erläutert werden.

Die resultierende Überspannung setzt sich somit wie folgt zusammen

$$\eta = \eta_D + \eta_{\text{Diff}} + \eta_R + \eta_K + \eta_P + \eta_{PP}. \quad (5.23)$$

¹²Nicht zu verwechseln mit der Diffusionsüberspannung η_{Diff} .

Wie oben bereits angesprochen, dient die Beziehung der Stromdichte zu der jeweilig angelegten äußeren Spannung bzw. der resultierenden Überspannung als Maß für die Geschwindigkeit des Elektrodevorgangs. Es werden daher Strom–Spannungskennlinien angegeben, über die man die chemischen Elektroden Eigenschaften beurteilen kann. In den Abbn. 5.10 und 5.11 sind zwei solcher Strom–Spannungskennlinien dargestellt.

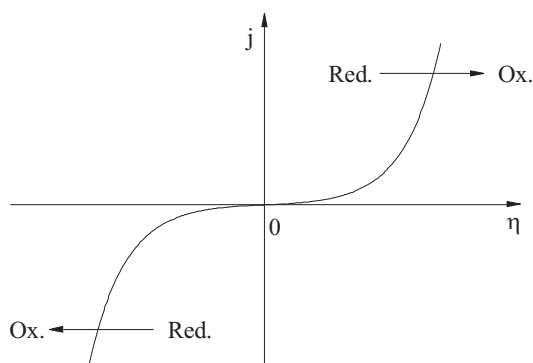


Abb. 5.10: Strom–Spannungskennlinie einer polarisierbaren Elektrode

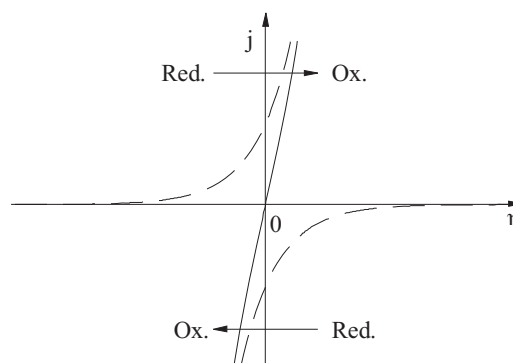


Abb. 5.11: Strom–Spannungskennlinie einer nicht polarisierbaren Elektrode

Wie man deutlich erkennen kann, nimmt η bei der Elektrode nach Abb. 5.10 schon bei geringen Stromdichten einen Wert ein, der deutlich von Null verschieden ist. Damit weicht diese Elektrode bei einer schon geringen Stromdichte vom stromlosen Zustand ab. Solche Elektroden werden als *polarisierbar* bezeichnet. Die Ladungsträger werden stark am Übergang Elektrode/Elektrolyt gehemmt und sammeln sich daher an der Phasengrenze an. Dagegen liegt die Spannung η der Elektrode nach Abb. 5.11 auch bei großen Stromdichten j noch in der nahen Umgebung von Null. Somit behält diese Elektrode auch innerhalb eines großen Stromdichtebereichs in erster Näherung sein Ruhepotential bei. Die Ladungsträger werden demnach nur wenig am Übergang Elektrode/Elektrolyt gehemmt und sammeln sich daher nicht an der Phasengrenze an. Solche Elektroden werden als *nicht polarisierbar* bezeichnet.

In den beiden folgenden Abschnitten 5.1.3.1 und 5.1.3.2 sollen die beiden wichtigen Überspannungen, die für die Hemmung der Ladungsträger am Übergang Elektrode/Elektrolyt verantwortlich sind, näher besprochen werden; nämlich die Durchtritts– und Diffusionsüberspannung. Es wird dabei die wichtige Beziehung der Stromdichte zu der jeweiligen Überspannung hergeleitet.

5.1.3.1 Die Durchtrittsüberspannung

Die Durchtrittsüberspannung η_D wird verursacht durch die Veränderung der Ladungsverhältnisse an der Phasengrenze Elektrode/Elektrolyt durch den Strom. Dadurch verändert sich die zum Übertritt einer Ladung vom Metall in den Elektrolyten bzw. vom Elektrolyten in das Metall notwendige Energie und damit die Geschwindigkeit der Reaktionen. Dieser Vorgang kann über die Betrachtung der energetischen Verhältnisse an der Phasengrenze gedeutet werden. Über diese kinetische Deutung an der Phasengrenze wurde bereits in Abschnitt 5.1.2.2 die Nernstsche Gleichung hergeleitet, wobei dort Gleichgewicht an der Phasengrenze vorausgesetzt wurde. Diese kinetische Betrachtungsweise ist jedoch nicht nur auf das Gleichgewicht an der Phasengrenze beschränkt, sondern kann auch bei Nichtgleichgewicht angewendet werden. Es wird daher im Folgenden an einer Amalgamelektrode diese Abhängigkeit der Überspannung von der Stromdichte hergeleitet.

Die Amalgamelektrode ist eine Quecksilberlegierung, d.h. ein Metall ist in Quecksilber aufgelöst. Wird die-

ses Amalgam in einen Elektrolyten getaucht, in dem Kationen dieses Metalls gelöst sind, ergibt sich das Ruheelektrodenpotential dieser Elektrode zu

$$E(0) = E^0 + \frac{RT}{zF} \ln \frac{a_{\text{L}ö}}{a_{\text{Me}}}, \quad (5.24)$$

wobei $a_{\text{L}ö}$ die Aktivität der Metallkationen in der Lösung und a_{Me} die Aktivität der Metallatome im Amalgam sind. In Abb. 5.7a ist schematisch eine mögliche Kurve für die Aktivierungsenergie im stromdurchflossenen Zustand dargestellt, d.h. bei Anlegen einer äußeren Spannung, in Abb. 5.7b schematisch ein möglicher Potentialverlauf bei der dazugehörigen Stromdichte j . Die Aktivierungsenergien werden für die weitere Betrachtung für ein Mol ausgedrückt, d.h. für die Aktivierungsenergie A gilt $A_{\text{Me}} = \varepsilon_{\text{Me}} N_A$ bzw. $A_{\text{L}ö} = \varepsilon_{\text{L}ö} N_A$; N_A entspricht der Avogadro-Konstante. Desweiteren wird für die stromdichteabhängige Potentialdifferenz $\Delta\Phi(j)$ vereinfacht nur das Symbol $\Phi(j)$ verwendet.

Durch die beim Übergang von Ladungsträgern sich in Abhängigkeit der Stromdichte einstellende Potentialdifferenz $\Phi(j)$ verändern sich die Aktivierungsenergien. Es können für die Summe $\Phi(j) = \Phi_{\text{Me}}(j) + \Phi_{\text{L}ö}(j)$ über einen Faktor α , den man *Durchtrittsfaktor* nennt, folgende Beziehungen hergestellt werden

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{Me}}(j) &= (1 - \alpha)\Phi(j) \\ \Phi_{\text{L}ö}(j) &= \alpha\Phi(j). \end{aligned}$$

Liegt das Maximum bei jeder Stromdichte j an der selben Stelle, dann ist dieser Durchtrittsfaktor α eine charakteristische Konstante für das gegebene System und den gegebenen Vorgang. Aus der Abb. 5.7a erkennt man, dass sich bei der in diesem Beispiel angelegten äußeren Spannung im stromdurchflossenen Zustand die Aktivierungsenergie der Kationen im Metall A_{Me} um $(1 - \alpha)zF\Phi(j)$ verringert, die der Kationen in der Lösung $A_{\text{L}ö}$ dagegen um $\alpha zF\Phi(j)$ vergrößert hat. Dies bedeutet, dass durch die Potentialdifferenz $\Phi(j)$ die elektrochemische Reaktion in der einen Richtung begünstigt, in der entgegengesetzten Richtung dagegen behindert wird, d.h. ein elektrochemisches Gleichgewichtspotential kann sich nicht einstellen. Damit erhält man gemäß den Gln. (5.15) und (5.16) für die Entladungsgeschwindigkeit v_{Me} und die Ionenbildungsgeschwindigkeit $v_{\text{L}ö}$

$$v_{\text{Me}} = k_{\text{Me}} a_{\text{Me}} \exp \left[-\frac{A_{\text{Me}} - (1 - \alpha)\Phi(j)zF}{RT} \right] \quad (5.25)$$

$$v_{\text{L}ö} = k_{\text{L}ö} a_{\text{L}ö} \exp \left[-\frac{A_{\text{L}ö} + \alpha\Phi(j)zF}{RT} \right]. \quad (5.26)$$

Gilt $a_{\text{L}ö} = a_{\text{Me}}$ (gleiche Aktivitäten) und $v_{\text{Me}} = v_{\text{L}ö}$ (Elektrode befindet sich im stromlosen Zustand) ist die Potentialdifferenz konstant¹³ ($\Phi(j) = \Phi^0$). Es folgt daraus mit

$$k_{\text{Me}} \exp \left[-\frac{A_{\text{Me}} - (1 - \alpha)\Phi^0 zF}{RT} \right] = k_{\text{L}ö} \exp \left[-\frac{A_{\text{L}ö} + \alpha\Phi^0 zF}{RT} \right] = k$$

und

$$\Phi(j) - \Phi^0 = E(j) - E^0$$

¹³Beide Gln. (5.25) und (5.26) gleichgesetzt und nach Φ aufgelöst ergibt eine Gleichung mit ausschließlich konstanten Größen. Darüberhinaus befindet sich das System bei gleichen Aktivitäten gemäß Gl. (5.24) im Standardzustand, d.h. $E = E^0$ und demnach gemäß Gl. (5.18) $\Phi = \Phi^0$.

(Gl. (5.18)) für die beiden Geschwindigkeiten v_{Me} und $v_{\text{Lö}}$ im stromdurchflossenen Zustand

$$\begin{aligned} v_{\text{Me}} &= k a_{\text{Me}} \exp \left[\frac{(1-\alpha)zF(E(j) - E^0)}{RT} \right] \\ v_{\text{Lö}} &= k a_{\text{Lö}} \exp \left[-\frac{\alpha zF(E(j) - E^0)}{RT} \right]. \end{aligned}$$

Wird die Potentialdifferenz $E(j) - E^0$ mit Hilfe der Gln. (5.21) und (5.24) ersetzt durch

$$E(j) - E^0 = \eta_{\text{D}} + \frac{RT}{zF} \ln \frac{a_{\text{Lö}}}{a_{\text{Me}}}$$

erhält man für die Stromdichte, die sich berechnet zu

$$j = zF(v_{\text{Me}} - v_{\text{Lö}}) = j_A + j_K, \quad (5.27)$$

$$j = kzFa_{\text{Me}}^\alpha a_{\text{Lö}}^{1-\alpha} \left(\exp \left[\frac{(1-\alpha)zF\eta_{\text{D}}}{RT} \right] - \exp \left[-\frac{\alpha zF\eta_{\text{D}}}{RT} \right] \right). \quad (5.28)$$

j_A bzw. j_K ist dabei die Stromdichte des Anoden- bzw. Kathodenstroms. Im stromlosen Zustand ist die Überspannung und die Nettostromdichte gleich Null, d.h. die beiden Terme in der runden Klammer in Gl. (5.28) sind gleich groß. Diese entsprechen somit der oben bereits erwähnten Austauschstromdichte j_0 , für die gilt

$$j_0 = kzFa_{\text{Me}}^\alpha a_{\text{Lö}}^{1-\alpha}. \quad (5.29)$$

Daraus folgt für Gl. (5.28)

$$j = j_0 \left(\exp \left[\frac{(1-\alpha)zF\eta_{\text{D}}}{RT} \right] - \exp \left[-\frac{\alpha zF\eta_{\text{D}}}{RT} \right] \right). \quad (5.30)$$

Nimmt die Durchtrittsüberspannung η_{D} große positive Werte an, kann der zweite Term in der Klammer von Gl. (5.30) gegenüber dem ersten vernachlässigt werden. Somit erhält man für die anodische Durchtrittsüberspannung η_{D_A} ($j > 0$)

$$\eta_{\text{D}_A} = \frac{RT}{(1-\alpha)zF} \ln \frac{j}{j_0}. \quad (5.31)$$

Analoges ergibt sich für die kathodische Durchtrittsüberspannung η_{D_K} ($j < 0$)

$$\eta_{\text{D}_K} = \frac{RT}{\alpha zF} \ln \frac{-j}{j_0}. \quad (5.32)$$

In Abb. 5.12 ist für $\alpha = 1/2$ und $T = 298.15\text{K}$ in Abhängigkeit der anodischen bzw. kathodischen Durchtrittsüberspannung das Verhältnis j/j_0 und die Verhältnisse j_A/j_0 und j_K/j_0 , deren Summe j/j_0 ist, graphisch dargestellt.

Die Strom–Spannungsfunktion in diesem speziellen Fall wird auch *Polarisationskurve* genannt. Wird durch das Anlegen einer äußeren Spannung die Geschwindigkeit des Oxidationsvorgangs erhöht, verringert sich gleichzeitig die kathodische Teilchenstromdichte (Abb. 5.12), so dass der kathodische Vorgang zunehmend gehemmt wird. Dadurch erhält man bei schon kleinen Überspannungen einen anodischen Nettostrom. Analoges erhält man bei erhöhter Geschwindigkeit des Reduktionsvorgangs durch eine angelegte äußere Spannung. Die Durchtrittsüberspannung entsteht demnach, wenn die Durchtrittsreaktion gehemmt ist, d.h. der Durchtritt der Ladungsträger durch die Energiebarriere zwischen Metall und Lösung.

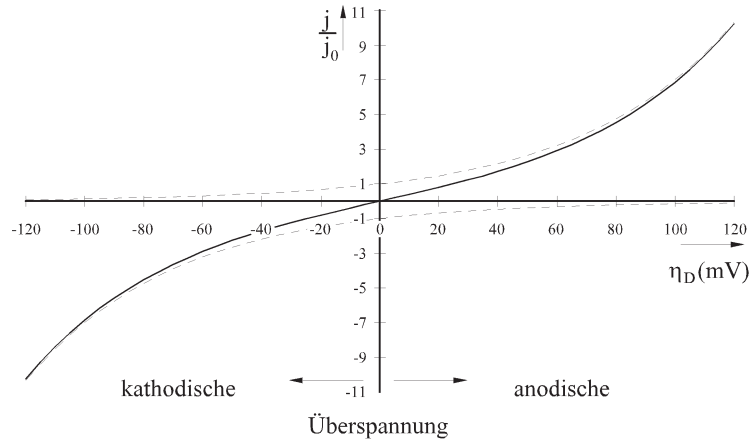


Abb. 5.12: Strom– Spannungsfunktion der Durchtrittsüberspannung η_D . Die durchgezogene Kurve stellt in Abhängigkeit der anodischen und kathodischen Durchtrittsüberspannung das Verhältnis j/j_0 dar. Die gestrichelten Kurven entsprechen den Verhältnissen von j_A/j_0 und j_K/j_0 von der Überspannung. Für α wurde der Wert $1/2$ und für T 298.15K gewählt.

5.1.3.2 Die Diffusionsüberspannung

Die Diffusionsüberspannung wird hervorgerufen durch einen gehemmten Antransport bzw. Abtransport der für die Reaktionen notwendigen Ausgangsstoffe bzw. der gebildeten Reaktionsprodukte¹⁴. Dadurch ergibt sich eine Verarmung der Ausgangsstoffe bzw. eine Anreicherung der Reaktionsprodukte an der Phasengrenze. Unter der Annahme, dass alle anderen Vorgänge (Durchtrittreaktionen, chemische Vorgänge und Kristallisationsvorgänge) im Gleichgewicht vorliegen, kann die Diffusionsspannung η_{Diff} unabhängig von den anderen Überspannungen betrachtet werden und eine Abhängigkeit dieser Spannung η_{Diff} von der Stromdichte j hergeleitet werden¹⁵ (Meyer-Waarden, 1985). Des weiteren soll angenommen werden, dass der Ladungsaustausch zwischen der Elektrode und den elektroaktiven Stoffen in der Lösung mit extrem hoher Geschwindigkeit abläuft, so dass in diesem Fall das Elektrodenpotential auch im stromdurchflossenen Zustand in erster Näherung als Gleichgewichtspotential betrachtet werden kann und sein Wert somit nur von der Aktivität der entsprechenden Ionen oder Molekülen an der Elektrodenoberfläche abhängt (Brdička, 1988).

Wie oben erwähnt bildet sich unmittelbar an der Metalloberfläche eine Diffusionsschicht aus (Abb. 5.9), von der hier angenommen wird, dass sie sich mit der Dicke δ in die Lösung hineinerstreckt. Ferner soll angenommen werden, dass die Aktivität eines entsprechenden Ions innerhalb dieser Diffusionsschicht ($x_{\text{Me}} < x < x_D$) den Wert a_x besitzt und speziell am metallseitigen Ende ($x = x_{\text{Me}}$) den Wert a_{Me} bzw. am lösungsseitigen Ende ($x = x_D$) den Wert a_D . Letzterer Aktivitätswert entspricht auch dem Gleichgewichtswert, d.h. dem Wert im stromlosen Zustand. Mit Hilfe des *ersten Fickschen Gesetzes*

$$j = -\frac{DzF}{\delta} \left(\frac{dc_x}{dx} \right)_{x=x_{\text{Me}}=0} = -\frac{DzF}{\delta} \left(\frac{d(a_x/\gamma_x)}{dx} \right)_{x=x_{\text{Me}}=0}$$

und der Annahme, dass sich die Aktivität a_x innerhalb der Diffusionsschicht linear mit dem Abstand von der Elektrodenoberfläche ändert, d.h.

$$\left(\frac{d(a_x/\gamma_x)}{dx} \right)_{x=x_{\text{Me}}=0} = \frac{a_D/\gamma_D - a_{\text{Me}}/\gamma_{\text{Me}}}{\delta}$$

¹⁴Das heißt, die Diffusion dieser Stoffe ist gehemmt und daher auch der Name Diffusionsüberspannung.

¹⁵Es soll hier zur Herleitung der Diffusionsüberspannung von nur einer Teilchenart ausgegangen werden.

gilt, lässt sich die Stromdichte j an der Metalloberfläche $x = x_{\text{Me}} = 0$ bestimmen zu

$$j = -\frac{DzF(a_{\text{D}}/\gamma_{\text{D}} - a_{\text{Me}}/\gamma_{\text{Me}})}{\delta}. \quad (5.33)$$

Dabei sind D die Diffusionskonstante, x der Abstand von der Elektrodenoberfläche und γ der jeweilige Aktivitätskoeffizient¹⁶. Laut Gl. (5.22) erhält man für die Diffusionsüberspannung η_{Diff}

$$\eta_{\text{Diff}} = \frac{RT}{zF} \ln \frac{a_{\text{Me}}}{a_{\text{D}}}. \quad (5.34)$$

In erster Näherung ist es erlaubt, das Verhältnis $\gamma_{\text{Me}}/\gamma_{\text{D}} = 1$ zu setzen bzw. $\gamma_{\text{Me}} = \gamma_{\text{D}} = \gamma$, so dass man mit Gl. (5.34) für die Stromdichte j erhält

$$j = -\frac{DzFa_{\text{D}} \left(1 - \exp \left[\frac{zF}{RT} \eta_{\text{Diff}} \right] \right)}{\gamma\delta}. \quad (5.35)$$

Nach Gl. (5.35) erkennt man, dass der Betrag der Stromdichte bei kathodischer Diffusionsüberspannung ($\eta_{\text{Diff}} < 0$) zunächst wächst, bis er einen Grenzwert j_g ($\eta_{\text{Diff}} \rightarrow -\infty$) erreicht, der sich berechnet zu

$$j_g = -\frac{DzFa_{\text{D}}}{\gamma\delta}. \quad (5.36)$$

Dies bedeutet nach Gl. (5.34), dass alle ankommenden Teilchen sofort entladen werden, d.h. die Aktivität a_{Me} gegen Null geht. Damit erhält man mit obiger Bedingung für die Aktivitätskoeffizienten mit den Gln. (5.33) und (5.36) für die Aktivitäten

$$a_{\text{Me}} = a_{\text{D}} \left(1 - \frac{j}{j_g}\right) \quad (5.37)$$

und somit für die Diffusionsüberspannung η_{Diff}

$$\eta_{\text{Diff}} = \frac{RT}{zF} \ln \left(1 - \frac{j}{j_g}\right). \quad (5.38)$$

In Abb. 5.13 ist das Verhältnis j/j_g in Abhängigkeit der Diffusionsüberspannung η_{Diff} graphisch dargestellt.

5.2 Elektrisches Ersatzschaltbild der Elektroden und Elektrodenimpedanz

In Abb. 5.14 ist das Ersatzschaltbild der Elektrode gezeigt. Es besteht aus einer in Serie geschalteten Spannungsquelle U_P mit einem Widerstand R_{El} und einer Parallelschaltung aus einer Kapazität C_D mit einem ohmschen Widerstand R_D . Die Spannungsquelle U_P modelliert dabei die durch den Stromfluss hervorgerufene Polarisationsspannung¹⁷, der Widerstand R_{El} den Widerstand des Elektrolyten der Elektrode, die Kapazität C_D die kapazitive Eigenschaft der Doppelschicht (ladungsverarmte Zone) und der ohmsche Widerstand R_D der in der Doppelschicht stattfindende Ladungstransport (Leckstrom durch die Doppelschicht). C_D bzw. R_D werden häufig auch Übergangskapazität bzw. Übergangswiderstand genannt.

¹⁶Nach dem Fickschen Gesetz sind hier die Konzentrationen und nicht die Aktivitäten der entsprechenden Teilchen zu nehmen.

¹⁷Im weiteren Verlauf soll hier anstelle dem Begriff der Überspannung der in der Literatur häufig anzutreffende Begriff Polarisationspannung angewendet werden.

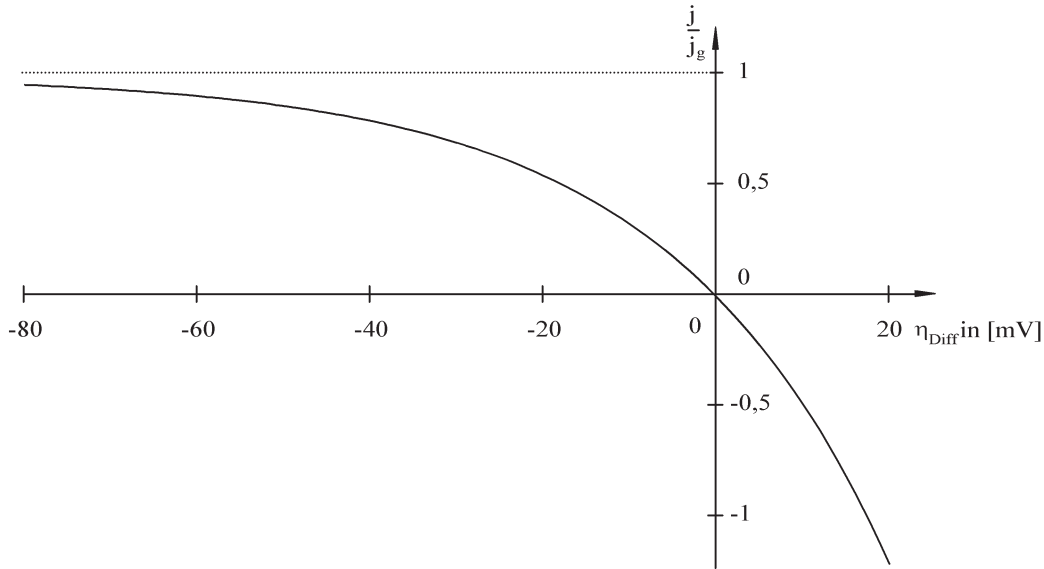


Abb. 5.13: Strom– Spannungsfunktion der Diffusionsüberspannung für $z = 1$ und $T = 293.15K$

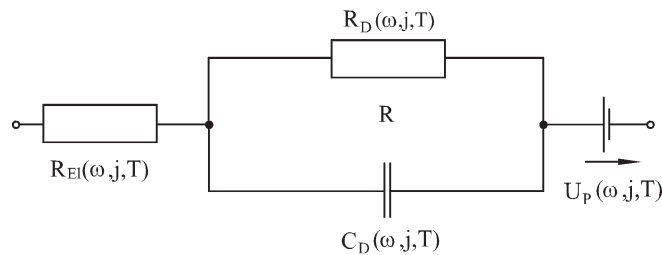


Abb. 5.14: Ersatzschaltbild der Elektroden

Die Polarisationsspannung U_P ist neben der in Abschnitt 5.1.3 dargelegt Stromdichte j auch von der Frequenz f bzw. Kreisfrequenz ω und Temperatur T abhängig.

Die Kapazität der Doppelschicht, die hier in erster Näherung als Plattenkondensator betrachtet werden darf, hängt gemäß der physikalischen Formel

$$C = \frac{\varepsilon A}{d} \quad (5.39)$$

von der aktiven Fläche A der Elektrode und der Dicke d und der Dielektrizität ε der Doppelschicht ab. Während die aktive Fläche A durch die Geometrie der Elektrode bestimmt wird und somit für eine Elektrode als konstant betrachtet werden kann, schwankt, wie in Abschnitt 4.1 bereits erwähnt, die Dielektrizität, die von dem Elektrolyten abhängig ist, innerhalb eines großen Bereichs in Abhängigkeit der angelegten Frequenz. Darüberhinaus ist die Kapazität von der elektrischen Feldstärke abhängig, die aufgrund des Elektrodenpotentials zwischen dem Metall der Elektrode und dem Elektrolyten entsteht. Elektroden mit einem sehr hohen Elektrodenpotential haben bei gleicher Fläche eine etwa 10mal geringere Kapazität als Elektroden mit einem niedrigen Elektrodenpotential. Ebenso hat die Ionenkonzentration im Elektrolyten und die Temperatur an der Kontaktstelle einen großen Einfluss auf die Kapazität. Damit ist die Kapazität C_D wie die Polarisationsspannung abhängig von der Stromdichte j , der Kreisfrequenz ω und der Temperatur T .

Der Widerstand R_{El} bzw. R_D ist gemäß seiner physikalischen Formel (Gl. (4.1)) abhängig vom Elektrolyten (ϱ_{El}) bzw. Elektrodenmaterial (ϱ_{Em}), der Länge des Elektrolyten bzw. der Dicke der Doppelschicht und umgekehrt proportional zur aktiven Elektrolyt- bzw. Elektrodenfläche. Auch hier können die Flächen als konstant betrachtet werden. Alle anderen Größen und damit der Widerstand R_{El} bzw. R_D sind abhängig von der Temperatur T , der Stromdichte j und der Kreisfrequenz ω . Polarisierbare Elektroden haben z.B. im Frequenzbereich unterhalb 100Hz einen flächenbezogenen Widerstand R_D/A von ca. $1000\Omega/cm^2$, nicht polarisierbare dagegen nur einige $100\Omega/cm^2$.

Die Gesamtimpedanz Z_E der Elektrodenersatzschaltung ergibt sich damit gemäß Gl. (3.31) zu

$$Z_E = R_{El} + \frac{R_D}{1 + \omega^2 R_D^2 C_D^2} - j \frac{R_D^2 \omega C_D}{1 + \omega^2 R_D^2 C_D^2}, \quad (5.40)$$

wobei für die die Admittanz¹⁸ Y_P der Parallelschaltung gilt

$$Y_P = \frac{1}{R_D} + j\omega C_D. \quad (5.41)$$

Die Eigenschaften polarisierbarer Elektroden sind (Silny und Rau, 1992, S. 16):

- hoher Widerstand R_D ,
- niedrige Kapazität C_D und
- hohe Polarisationsspannung U_P .

Dabei geht der Widerstand R_D bei ideal polarisierbaren Elektroden (z.B. bei Edelmetallen) gegen Unendlich, so dass der Leitwert $1/R_D$ gemäß Gl. (5.41) Null wird und daher der Strom in der Doppelschicht über die Kapazität C_D fließen muss, d.h. bei ideal polarisierbaren Elektroden fließt ein *Verschiebungsstrom*. Außerdem haben polarisierbare Elektroden ein ausgeprägtes Hochpassverhalten mit einer Grenzfrequenz von einigen 100Hz.

Demgegenüber sind die Eigenschaften nicht polarisierbarer Elektroden (Silny und Rau, 1992, S. 16):

- niedriger Widerstand R_D ,
- hohe Kapazität C_D und
- niedrige Polarisationsspannung U_P .

Hier ist im Gegensatz zu polarisierbaren Elektroden der Leitwert $1/R_D$ gemäß Gl. (5.41) gegenüber ωC_D sehr viel größer so dass bei ideal nicht polarisierbaren Elektroden der Strom in der Doppelschicht ausschließlich über diesen Widerstand R_D fließt, d.h. bei ideal nicht polarisierbaren Elektroden fließt ein *Konvektionsstrom*. Die relativ hohe Kapazität in Kombination mit dem kleinen Widerstand macht sich erst bei hohen Frequenzen bemerkbar. Man ist daher bestrebt möglichst nur nicht polarisierbare Elektroden einzusetzen.

In der invasiven extrazellulären Ableitung benötigt man Elektroden, die neben den elektrischen Anforderungen sehr kleine Abmessungen haben und hohe mechanische Stabilität besitzen. Man setzt dafür daher Stahlnadeln ein, die jedoch aufgrund ihrer niedrigen Kapazität C_D und dem hohen Widerstand R_D zusammen mit der Kapazität der Zuleitung und Aufnahmegeräte einen Tiefpass bilden, mit einer Grenzfrequenz, die unter Umständen im Nutzbereich des Aufnahmesignals liegt. Man muss daher, um die Beschneidung der Nutzfrequenzanteile zu vermeiden, die Eingangskapazität elektronisch kompensieren.

¹⁸Admittanz: Komplexer Leitwert; $Y = 1/Z$

5.3 Einteilung der Elektroden

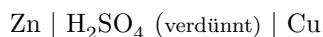
Die Einteilung der Elektroden kann grundsätzlich in drei Kategorien erfolgen; nämlich in die Kategorie

- nicht-metallisch,
- nicht-reversibel und
- reversibel.

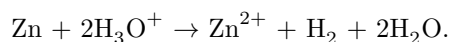
Da die nicht-metallische Elektrode — z.B. ein mit Kohlenstoff beladener Kunststoff — für die medizinische Anwendung von geringer Bedeutung ist, soll sie hier nicht weiter betrachtet werden.

5.3.1 Nicht-reversible Elektroden

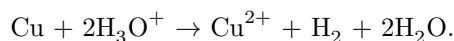
Von etwas größerer Bedeutung dagegen sind die nicht-reversiblen Elektroden. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass die an ihnen stattfindenden Reaktionen nicht mehr umkehrbar sind. Zu den nicht-reversiblen Elektroden gehört z.B. das Volta-Element in der eine Zink- und Kupferelektrode in eine verdünnte Schwefelsäure getaucht sind.



Ohne äußere Energiezufuhr läuft in dieser Zelle die Reaktion ab



Es löst sich also das Zink auf und am Kupfer scheidet sich Wasserstoff ab. Wird von außen Energie zugeführt, mit der die Stromrichtung in der Zelle umgekehrt wird, läuft folgende Reaktion ab



In diesem Fall löst sich also das Kupfer auf und am Zink scheidet sich Wasserstoff ab. Da in beiden Fällen das Gas verschwindet, kann der Ausgangszustand nicht wieder erreicht werden, d.h. das System ist nicht-reversibel.

5.3.2 Reversible Elektroden

Von sehr großer Bedeutung für den medizinischen Einsatz sind die reversiblen Elektroden. Für diese gilt exakt die Nernstsche Gleichung zur Bestimmung des Elektrodenpotentials. Sie werden weiter unterteilt in

- Elektroden erster Art,
- Elektroden zweiter Art und
- Redoxelektroden.

5.3.2.1 Elektroden erster Art

Das Kennzeichen von Elektroden erster Art ist, dass in der Lösung, in die das Metall getaucht ist, sich das Kation dieses Metalls befindet. Dies bedeutet nach der Nernstschen Gleichung (5.14), dass das Elektrodenpotential bestimmende Ion, die Aktivität a_{Me} des Metallions ist. Die Nernstsche Gleichung für diese

Elektroden lautet daher allgemein

$$E(\text{Me}^{z+}/\text{Me}) = E^0(\text{Me}^{z+}/\text{Me}) + \frac{RT}{zF} \ln a_{\text{Me}}. \quad (5.42)$$

Beispiele für Elektroden erster Art sind das Daniell-Element (siehe Abb. 5.18) und auch die oben besprochene Wasserstoff-Elektrode. In den Abbn. 5.1a und 5.2a sind die Reaktionsgleichung dieser Elektroden angegeben.

5.3.2.2 Elektroden zweiter Art

Charakteristisch für Elektroden zweiter Art ist, dass das Metall dieser Elektrode mit einer Schicht eines schwerlöslichen Salz dieses Metalls überzogen ist und dass sich dieses Metall in einer Lösung eines gut löslichen Salzes befindet, die mit dem schwerlöslichen Salz ein Anion gemeinsam hat (z.B. mit AgCl bedecktes Ag in einer KCl-Lösung). Das Elektrodenpotential wird dann durch die Aktivität der Anionen des löslichen Salzes bestimmt. Aufgrund ihrer günstigen Eigenschaften, werden Elektroden zweiter Art häufig als Referenzelektroden (siehe Abschnitt 5.6) eingesetzt. Ihre wichtigsten Eigenschaften sind

- ihre leichte reproduzierbare Herstellung,
- ihr konstantes Potential und
- ihre geringe Polarisierbarkeit, d.h. durch den Durchgang eines kleinen Stroms wird ihr Potential nicht geändert.

Beispiele für Elektroden zweiter Art sind die Silber/Silberchlorid-Elektrode (Ag/AgCl) und die Kalomelektrode ($\text{Hg}_2/\text{Hg}_2\text{Cl}_2$). In den Abbn. 5.1b und 5.2b sind die Reaktionsgleichung dieser Elektroden angegeben. Reversible Elektroden zweiter Art werden häufig als Referenzelektrode eingesetzt (siehe Abschnitt 5.6).

5.3.2.3 Redoxelektroden

Wie in Abschnitt 5.1 erwähnt gibt es zwei Arten von Ladungsträgern durch die Phasengrenze; nämlich Elektronen und Ionen. Im ersten Fall findet kein Stoffumsatz statt, da Elektronen als Ladungsträger durch die Phasengrenze treten, nicht aber Ionen. Man bezeichnet allgemein Reaktionen bei denen kein Stoff umgesetzt wird als *Redoxreaktionen* und Elektroden, an denen diese Redoxreaktionen stattfinden, Redoxelektroden. Da Elektronen, wie oben bereits erwähnt, in wässriger Lösung nicht stabil frei existieren können, müssen sie von den Ionen der Lösung aufgenommen werden. Damit hängt die Redoxreaktion sehr stark von den Ionen der Lösung ab, d.h. von deren Bereitwilligkeit Elektronen aufzunehmen.

Redoxelektroden bestehen aus einem Edelmetall, meistens Platin (Pt). Sie befinden sich in einer Lösung in der ein und derselbe Stoff in verschiedenen Oxidationsstufen vorliegt (z.B. Fe^{++} und Fe^{+++}). Dabei wird die niedrigere Oxidationsstufe reduzierte (Red), die höhere oxidierte (Ox) Form genannt. Die Redoxelektrode bezeichnet man daher auch als Reduktions/Oxidations-Elektrode, deren allgemeine Gleichung für das Elektrodenpotential lautet

$$E(\text{Ox}/\text{Red}) = E^0(\text{Ox}/\text{Red}) + \frac{RT}{nF} \ln \frac{a_{\text{Ox}}}{a_{\text{Red}}}. \quad (5.43)$$

wobei n der pro Formelumsatz ausgetauschten Zahl der Elektronen entspricht.

5.4 Eigenschaften der Phasenübergänge im Elektrolyten

Neben den Phasenübergängen Elektrode/Elektrolyt sind in einem Messsystem mit Elektroden und Elektrolyten häufig zusätzliche Phasenübergänge vorhanden, z.B. Elektrolyt/Membran oder Elektrolyt/Salzbrücke. Die an diesen Phasenübergängen ablaufenden Prozesse sollen im Folgenden näher untersucht werden, da sie zur Betrachtung des gesamten Messsystems von großer Bedeutung sind (siehe Abschnitt 7.3.1.1). Es sind dies die *Diffusionsspannung* und die *Phasengrenzspannung* auch *Donnan-Spannung* genannt.

5.4.1 Die Diffusionsspannung

Ist die Phasengrenze (z.B. Membran) zwischen zwei Elektrolyten unterschiedlicher Zusammensetzung nach Konzentration oder Ionenart für alle Ionenarten völlig durchlässig, entstehen an dieser Phasengrenze Spannungen, die auf die unterschiedliche Ionenbeweglichkeit u_i der einzelnen Ionenarten i bei deren Diffusion durch diese Phasengrenze zurückzuführen sind. So erhält man z.B. auf derjenigen Seite der Phasengrenze, wo die Konzentration des schneller diffundierenden Ions niedriger war, einen Ladungsüberschuss dieses Ions.

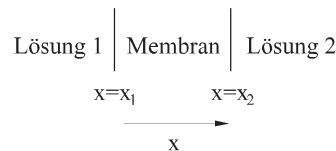


Abb. 5.15: Diffusionsvorgänge in der Membran, die zwei Lösungen voneinander trennt. Am Punkt $x = x_1$ befindet sich die Grenzfläche zur Lösung 1, am Punkt $x = x_2$ die zur Lösung 2

Für die weiteren Betrachtungen soll die in Abb. 5.15 dargestellte Richtungsvereinbarung gelten, d.h. positiv von x_1 (Grenzfläche der Membran zur Lösung 1) nach x_2 (Grenzfläche der Membran zur Lösung 2). Da diese Spannungen durch Diffusion hervorgerufen werden, werden sie *Diffusionsspannungen* U_{Diff_i} genannt. Die Summe aller Diffusionsspannungen U_{Diff_i} führt zu einer resultierenden Spannung U_{Diff} zwischen den beiden Grenzflächen der Membran. Nach der von Henderson formulierten Beziehung berechnet sich diese Spannung zu

$$U_{\text{Diff}} = -\frac{RT}{F} \frac{\sum_i \frac{|z_i|}{z_i} u_i (c_{i,x_2} - c_{i,x_1})}{\sum_j |z_j| u_j (c_{j,x_2} - c_{j,x_1})} \ln \frac{\sum_j |z_j| u_j c_{j,x_2}}{\sum_j |z_j| u_j c_{j,x_1}}. \quad (5.44)$$

Demnach ist der Beitrag der i -ten Ionenart an dieser Diffusionsspannung

$$U_{\text{Diff}_i} = -\frac{RT}{F} \frac{\frac{|z_i|}{z_i} u_i (c_{i,x_2} - c_{i,x_1})}{\sum_j |z_j| u_j (c_{j,x_2} - c_{j,x_1})} \ln \frac{\sum_j |z_j| u_j c_{j,x_2}}{\sum_j |z_j| u_j c_{j,x_1}}. \quad (5.45)$$

Dabei ist u_i die Beweglichkeit der i -ten Ionenart und c_{i,x_1} bzw. c_{i,x_2} deren Konzentration an der jeweiligen Grenzfläche x_1 bzw. x_2 . Aufsummiert wird über alle in den beiden Lösungen enthaltenen Ionenarten. Die sich an der Verbindungsstelle zweier Elektrolyte aufbauenden Diffusionsspannungen sind verglichen mit den Elektrodenpotentialen (siehe Abschnitt 5.1.2) gering. Sie nehmen die Größe von einigen Millivolt an.

Befindet sich in beiden Phasen die selbe Lösung eines Elektrolyten, bildet sich eine elektrische Doppelschicht

aus, deren Spannungssprung aus Gl. (5.44) hervorgeht zu

$$U_{\text{Diff}} = -\frac{RT}{F} \left(\frac{t_+}{|z_+|} - \frac{t_-}{|z_-|} \right) \ln \frac{c_{x_2}}{c_{x_1}}. \quad (5.46)$$

Es wurden dazu die Neutralitätsbedingung $\nu_+ z_+ + \nu_- z_- = 0$ bzw. $c_+ z_+ + c_- z_- = 0$ und die Stöchiometriebedingungen $c_+ = \nu_+ c$ bzw. $c_- = \nu_- c$ verwendet, mit ν als stöchiometrischen Faktor und c der Konzentration. Die Größe t_+ bzw. t_- wird Überführungszahl des positiv bzw. negativ geladenen Ions genannt. Sie wird allgemein berechnet zu

$$t_i = \frac{|z_i| c_i u_i}{\sum_j |z_j| c_j u_j} \quad (5.47)$$

bzw. für unser Beispiel

$$t_+ = \frac{|z_+| u_+}{|z_+| u_+ + |z_-| u_-} \quad (5.48)$$

$$t_- = \frac{|z_-| u_-}{|z_+| u_+ + |z_-| u_-}. \quad (5.49)$$

Ist der Elektrolyt zusätzlich valenzsymmetrisch ($|z_+| = |z_-| = z$), vereinfacht sich obige Gl. (5.46) zu

$$U_{\text{Diff}} = -\frac{RT}{zF} (t_+ - t_-) \ln \frac{c_{x_2}}{c_{x_1}} = \frac{RT}{zF} \frac{u_- - u_+}{u_+ + u_-} \ln \frac{c_{x_2}}{c_{x_1}}. \quad (5.50)$$

Besitzen die Ionen des valenzsymmetrischen Elektrolyten annähernd die gleiche Beweglichkeit, so wird die Diffusionsspannung gemäß Gl. (5.50) in erster Näherung Null. Kaliumchlorid z.B. hat aufgrund der geringen Beweglichkeitsunterschiede der Kalium- und Chloridionen eine sehr geringe Diffusionsspannung und ist daher häufig der in Elektroden und Salzbrücken verwendete Elektrolyt.

Ein weiterer einfacher Fall liegt vor, wenn sich auf beiden Seiten der Grenzfläche jeweils ein ein-einwertiger Elektrolyt ($\nu_+ = \nu_- = z_+ = -z_- = 1$) gleicher Konzentration ($c_{x_1} = c_{x_2}$, d.h. $c_{+,x_2} = c_{-,x_2} = c_{+,x_1} = c_{-,x_1} = c$) befindet, wobei beide Elektrolyte ein gemeinsames Ion i besitzen (z.B. Lösung 1: NaCl und Lösung 2: KCl). Dann errechnet sich der Spannungssprung gemäß Gl. (5.44) zu

$$U_{\text{Diff}} = \pm \frac{RT}{F} \ln \frac{u_{+,x_2} + u_{-,x_2}}{u_{+,x_1} + u_{-,x_1}}. \quad (5.51)$$

Dabei ist das Vorzeichen positiv, wenn das gemeinsame Ion ein Kation ist, andernfalls ist es negativ. Alle diese Spannungen sind flüchtig, es kommt zu einer vollständigen Durchmischung.

Man kann sich die Diffusionsspannung auch an dem Beispiel zweier unterschiedlich schneller Läufer, die über ein Gummiband miteinander verbunden sind, verdeutlichen. Der schnellere Läufer wird sich nach dem Start solange von dem anderen entfernen, bis er durch die in dem Gummiband sich aufbauende Spannung die gleiche Geschwindigkeit hat wie der langsamere Läufer. Ein Gleichgewicht hat sich eingestellt. Stellt man sich vor, dass der schnellere Läufer ein Kation und der langsamere ein Anion ist, so wird im Gleichgewicht der Nettostrom Null sein, da beide Ionen durch die sich aufbauende Diffusionsspannung, die der Spannung in dem Gummiband entspricht, die gleiche Geschwindigkeit haben und somit nach dem Einstellen des Gleichgewichtszustands pro Zeit gleich viele Anionen wie Kationen das Ziel erreichen.

5.4.2 Die Phasengrenzspannung (Donnan-Spannung)

Bei der oben durchgeführten Betrachtung wurde vorausgesetzt, dass durch die Phasengrenze zwischen den beiden Elektrolyten jede Ionenart ausgetauscht werden kann. Ist dagegen die Phasengrenze z.B. durch die

Verwendung einer semipermeablen Membran nur für bestimmte Ionensorten durchlässig, bildet sich jeweils zwischen einer Grenzfläche der Membran und der daran anliegenden Lösung eine Phasengrenzspannung U_{Ph} aus. Der Grund für die Undurchlässigkeit der Membran für bestimmte Ionen kann zum einen daran liegen, dass die Poren der Membran für diese Ionen zu klein sind oder dass die Poren der Membranoberfläche eine elektrische Ladung bestimmten Vorzeichens tragen und somit für Ionen mit demselben Vorzeichen mehr oder weniger unpassierbar sind.

Für die weiteren Betrachtungen soll auch hier die in Abb. 5.15 vereinbarte Richtungsvorschrift gelten. Im Gleichgewicht gilt gemäß Gln. (3.181) für jede Ionensorte i , die durch die Membran diffundieren kann

$$RT \ln \frac{a_{i,x_2}}{a_{i,x_1}} + z_i F (\Phi_2 - \Phi_1) = 0. \quad (5.52)$$

Da der Spannungsabfall $\Phi_2 - \Phi_1$ für jede Ionensorte i gleich ist, lässt sich aus obiger Gl. (5.52) eine konstante Größe ableiten, die als *Donnan-Verteilungskoeffizient* λ bezeichnet wird. Dieser berechnet sich zu

$$\lambda = \left(\frac{a_{i,x_2}}{a_{i,x_1}} \right)^{\frac{1}{z_i}}. \quad (5.53)$$

Für einwertige, zweiwertig usw. Kationen und Anionen gilt demnach allgemein

$$\left(\frac{a_{+,x_2}}{a_{+,x_1}} \right) = \left(\frac{a_{2+,x_2}}{a_{2+,x_1}} \right)^{1/2} = \left(\frac{a_{3+,x_2}}{a_{3+,x_1}} \right)^{1/3} = \dots = \left(\frac{a_{-,x_1}}{a_{-,x_2}} \right) = \left(\frac{a_{2-,x_1}}{a_{2-,x_2}} \right)^{1/2} = \left(\frac{a_{3-,x_1}}{a_{3-,x_2}} \right)^{1/3} = \dots = \lambda \quad (5.54)$$

Damit ergibt sich für die Phasengrenzspannung U_{Ph} , die auch als *Donnan-Spannung* bezeichnet wird

$$U_{Ph} = \Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{RT}{F} \ln \lambda. \quad (5.55)$$

Anhand eines Beispiels soll die *Donnan-Spannung* veranschaulicht werden. Dazu betrachten wir zwei gleich große Flüssigkeitsräume I und II, die durch eine semipermeable Membran getrennt werden (Abb. 5.16). In diesen Flüssigkeitsräumen I und II liege vor der Einstellung des Ionengleichgewichts die in Abb. 5.16a angegebenen Konzentrationen von Na^+ , K^+ , Ca^{++} , Cl^- und Proteinionen Pr^- vor. In beiden Räumen befinden sich demnach zu Beginn gleich viele Ionen und in jedem Raum herrscht Ladungsgleichgewicht. Die Membran soll nur für Na^+ , K^+ , Ca^{++} und Cl^- -Ionen ideal durchlässig sein und für die negativ geladenen Proteinionen Pr^- vollständig undurchlässig. Da Gl. (5.54) erfüllt sein muss, wird sich durch diesen elektrochemischen Gradienten¹⁹ die in Abb. 5.16b gezeigte Gleichgewichtskonzentration in den beiden Flüssigkeitsräumen I und II einstellen. Auch in diesem Fall herrscht in jedem Raum Ladungsgleichgewicht.

Durch die Umverteilung der Ionen durch das Einstellen des Gleichgewichts, erhält man in den beiden Räumen eine unterschiedliche Anzahl von Ionen. Der Donnan-Verteilungskoeffizient λ ergibt sich gemäß Gl. (5.54) zu

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{[\text{Na}^+]_{\text{II}}}{[\text{Na}^+]_{\text{I}}} = \frac{24}{36} = \frac{[\text{K}^+]_{\text{II}}}{[\text{K}^+]_{\text{I}}} = \frac{20}{30} = \frac{[\text{Na}^+]_{\text{II}} + [\text{K}^+]_{\text{II}}}{[\text{Na}^+]_{\text{I}} + [\text{K}^+]_{\text{I}}} = \left(\frac{a_{+, \text{II}}}{a_{+, \text{I}}} \right) = \frac{44}{66} \\ \lambda &= \sqrt{\frac{[\text{Ca}^{++}]_{\text{II}}}{[\text{Ca}^{++}]_{\text{I}}}} = \left(\frac{a_{2+, \text{II}}}{a_{2+, \text{I}}} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{8}{18}} \\ \lambda &= \frac{[\text{Cl}^-]_{\text{I}}}{[\text{Cl}^-]_{\text{II}}} = \left(\frac{a_{-, \text{I}}}{a_{-, \text{II}}} \right) = \frac{40}{60} \end{aligned}$$

¹⁹Gl. (5.54) resultiert ja aus der Gleichheitsbedingung der elektrochemischen Gradienten gemäß Gl. (3.181)

Raum I	Raum II		Raum I	Raum II
30 Na ⁺	30 Na ⁺	semipermeable Membran	36 Na ⁺	24 Na ⁺
25 K ⁺	25 K ⁺		30 K ⁺	20 K ⁺
13 Ca ⁺⁺	13 Ca ⁺⁺		18 Ca ⁺⁺	8 Ca ⁺⁺
19 Cl ⁻	81 Cl ⁻		40 Cl ⁻	60 Cl ⁻
62 Pr ⁻			62 Pr ⁻	
a)			b)	

Abb. 5.16: a) Ionenverteilung in den beiden Flüssigkeitsräumen vor Einstellung des Gleichgewichts; b) Ionenverteilung in den beiden Flüssigkeitsräumen nach Einstellung des Gleichgewichts

$$\lambda = \frac{2}{3}.$$

Die daraus resultierende elektrische Spannung entspricht der *Donnan-Spannung* und errechnet sich für unser Beispiel bei einer Temperatur von $T = 293.15\text{K}$ gemäß Gl. (5.55) zu

$$U_{\text{Ph}} = -\frac{RT}{F} \ln \frac{2}{3} \approx 10\text{mV}.$$

An einem weiteren Beispiel soll der Ausdruck für die Übergangsfälle bestimmt werden, bei denen die Membranspannung U_M weder durch eine reine Diffusionsspannung noch durch eine reine Phasenspannung gebildet wird (Abb. 5.17). Die Donnan-Spannung wird dabei näherungsweise durch die Konzentration c_i anstelle der Einzelaktivität a_i der Ionenart i beschrieben.

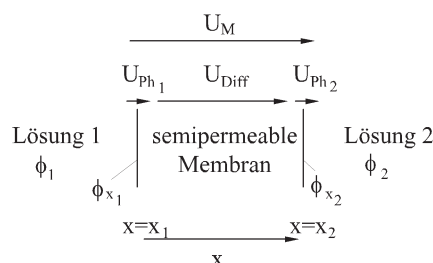


Abb. 5.17: Spannungsabfall an einer semipermeablen Membran

Die Membran, die einen in beiden Phasen gelösten ein-einwertigen Elektrolyten mit den Konzentrationen c_1 und c_2 voneinander trennt, soll eine negative fixierte Ladung besitzen, deren Konzentration in der Membran mit c_x beschrieben wird. Während aufgrund der negativen fixierten Ladung der Durchgang der Anionen des Elektrolyten durch die Membran gehemmt wird, können dessen Kationen ungehindert diffundieren. Damit erhält man für die Phasengrenzspannungen $U_{\text{Ph}1}$, $U_{\text{Ph}2}$ und die innerhalb der Membran durch Diffusion verursachte Diffusionsspannung²⁰ U_{Diff}

$$\begin{aligned} U_{\text{Ph}1} &= \Phi_{x1} - \Phi_1 \\ U_{\text{Ph}2} &= \Phi_2 - \Phi_{x2} \\ U_{\text{Diff}} &= \Phi_{x2} - \Phi_{x1} \end{aligned}$$

²⁰Es soll hier zunächst die Annahme gelten, dass die Membran die Anionen des Elektrolyten nur am Durchgang hemmt, nicht aber vollständig verhindert. Außerdem soll hier der Einfluss des Aktivitätskoeffizienten γ vernachlässigt werden.

und somit für die Membranspannung U_M

$$U_M = U_{\text{Ph}_1} + U_{\text{Diff}} + U_{\text{Ph}_2}, \quad (5.56)$$

wobei Φ_1, Φ_2 das Potential in den Lösungen 1 und 2 ist, Φ_{x_1}, Φ_{x_2} das an der Membranoberfläche.

Mit Gl. (5.54) und mit der Annahme eines in beiden Phasen gelösten ein-einwertigen Elektrolyten, erhält man somit mit der Gleichgewichtsbedingung

$$\begin{aligned} c_{+,x_1} c_{-,x_1} &= c_{+,1} c_{-,1} = c_1^2 \\ c_{+,x_2} c_{-,x_2} &= c_{+,2} c_{-,2} = c_2^2 \end{aligned}$$

und unter Berücksichtigung der Elektroneutralitätsbedingung in der Membran

$$\begin{aligned} c_{+,x_1} &= c_{-,x_1} + c_x \\ c_{+,x_2} &= c_{-,x_2} + c_x \end{aligned}$$

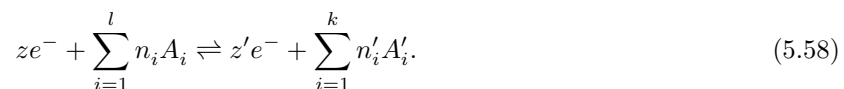
für die Membranspannung U_M

$$U_M = \frac{RT}{F} \left[\ln \frac{c_{+,x_2} c_1}{c_{+,x_1} c_2} - \frac{u_+ - u_-}{u_+ + u_-} \ln \frac{(u_+ + u_-) c_{+,x_2} - u_- c_x}{(u_+ + u_-) c_{+,x_1} - u_- c_x} \right]. \quad (5.57)$$

Wie man sich leicht überzeugen kann, geht obige Gl. (5.57) in den Grenzfällen entweder in eine reine Diffusionsspannung oder Phasengrenzspannung über. Ist die Membran völlig durchlässig für die Anionen ($c_x = 0$, bzw. $c_{+,x_1} = c_{-,x_1} = c_1$, $c_{+,x_2} = c_{-,x_2} = c_2$) wird die Membranspannung allein durch den Ausdruck für die Diffusionsspannung $((-RT/F)(t_+ - t_-) \ln(c_2/c_1))$ bestimmt. Ist sie dagegen für die Anionen völlig undurchlässig ($u_- = 0$, bzw. $c_{-,x_1} = c_{-,x_2} = 0$) ergibt sich die Membranspannung allein durch den angenäherten Ausdruck für die Phasengrenzspannung $((-RT/F) \ln(c_2/c_1))$.

5.5 Elektrochemische Zellen

Als elektrochemische Zellen bezeichnet man die Kombination zweier Halbzellen. Um für solche Paarungen einen Ausdruck für die elektrische Spannung U zu erhalten, müssen zusammengesetzte Reaktionen betrachtet werden. Bezeichnet man mit A_i die beteiligten Reaktanten und mit A'_i die Reaktionsprodukte und mit n_i bzw. n'_i ihre stöchiometrischen Mengenverhältnisse, so lässt sich die Reaktionsgleichung wie folgt schreiben:



Die daraus abzuleitende Elektrodenspannung U berechnet sich wie folgt:

$$U = U_0 + \frac{RT}{zF} \ln \frac{\prod_{i=1}^l (a_i)^{n_i}}{\prod_{i=1}^k (a'_i)^{n'_i}} \quad (5.59)$$

mit z als Anzahl der übertragenen Elektronen und für U_0 die Differenz der Standardpotentiale. Die Anzahl der freigesetzten bzw. verbrauchten Elektronen muss wegen der Kontinuität des elektrischen Stroms identisch sein, d.h. $z = z'$.

An einer der Elektroden wird stets eine Oxidation, an der anderen eine Reduktion ablaufen. Als Standardspannung ist einzusetzen

$$U_0 = E_{0_{\text{Re}}} - E_{0_{\text{Ox}}}. \quad (5.60)$$

Hier erweist es sich als Vorteil, die Standardspannung gegen eine feste Referenz, die Wasserstoffelektrode einsetzen zu können, an Stelle der Berücksichtigung einer Vielzahl von Metallpaarungen. Als Beispiel sei die galvanische Zelle Zn/ZnSO_4 gepaart mit Cu/CuSO_4 beschrieben (siehe Abb. 5.18 und Gl. (5.61)). Diese Zelle wird als *Daniell-Element*²¹ bezeichnet. Die Trennwand ist für Ionen durchlässig, verhindert jedoch die rasche Durchmischung der beiden Elektrolyte.

$$U = E_{0_{\text{Cu}/\text{Cu}^{++}}} - E_{0_{\text{Zn}/\text{Zn}^{++}}} + \frac{RT}{2F} \ln \frac{a_{\text{Cu}} a_{\text{Zn}^{++}}}{a_{\text{Cu}^{++}} a_{\text{Zn}}}. \quad (5.61)$$

Da für Metall der Aktivitätskoeffizient 1 einzusetzen ist, ergibt sich mit den Standardelektrodenpotentialen für $E_{0_{\text{Cu}/\text{Cu}^{++}}}$ und $E_{0_{\text{Zn}/\text{Zn}^{++}}}$ (siehe Tabelle 5.1) für die Elektrodenspannung:

$$U = 0.34\text{V} + 0.76\text{V} + \frac{RT}{2F} \ln \frac{a_{\text{Cu}^{++}}}{a_{\text{Zn}^{++}}} \quad (5.62)$$

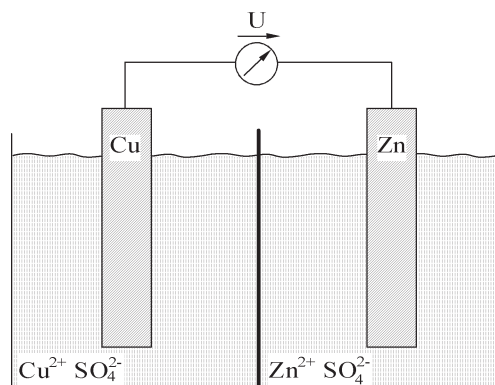


Abb. 5.18: Das Daniell-Element. Die Elektrolyträume sind durch eine Membran getrennt, die den raschen Austausch der Elektrolyten verhindert. An beiden Elektroden laufen reversible Reaktionen ab

Befindet sich eine der beiden Elektroden in einem Elektrolyten bekannter Aktivität und Temperatur, so kann aus der Elektrodenspannung U die Aktivität der Metallionen im Elektrolyten, in welchem sich die zweite Elektrode befindet, bestimmt werden. Das setzt voraus, dass die beiden Elektrolyträume voneinander getrennt sind und dennoch in leitender Verbindung miteinander stehen. Man erreicht dies z.B. durch die bereits in Abschnitt 5.1.2 vorgestellten Verfahren; nämlich durch eine Salzbrücke (Abb. 5.5), die beide Elektrolyte miteinander verbindet, oder dadurch, dass die eine Elektrode durch eine semipermeable Membran vom Elektrolytraum, in welchem die Aktivität bestimmt werden soll, getrennt ist (Abb. 5.6). In beiden Fällen wird der diffusive Austausch von Ionen zwar nicht verhindert, jedoch erheblich vermindert.

²¹Daniell-Element: Eine Kupfer-Elektrode (Cu) ist in konzentrierter Kupfersulfatlösung (CuSO_4) eingetaucht und eine Zink-Elektrode (Zn) in verdünnter Zinksulfatlösung (ZnSO_4). Die beiden Elektrolyte berühren sich in einer porösen Wand und sind in einer gemeinsamen Zelle untergebracht.

5.6 Referenzelektroden

Wie in Abschnitt 5.5 gezeigt, sind stets Elektrodenpaare für eine Messung erforderlich. Die eine der beiden wird als Indikator Elektrode bezeichnet, das ist jene, deren Potential eine Aussage über die Aktivität des zu messenden Stoffes ermöglicht, die andere, Bezugs- oder Referenzelektrode, stellt den Kontakt zur Testlösung im allgemeinen über eine Salzbrücke her. Ihr Potential soll unabhängig von der Zusammensetzung der Testlösung sein. Da alle Elektrodenpotentiale temperaturabhängig sind, sollte der Temperaturkoeffizient beider Elektroden möglichst gleich sein.

Als Eigenschaften von Referenzelektroden fordert man gute Stabilität, Reversibilität, Reproduzierbarkeit und einfache Handhabung. Eine gute Reversibilität kann mit modernen Messmitteln durch einen hohen Eingangswiderstand des Verstärkers erreicht werden. Es ist jedoch zu beachten, dass bei Elektroden für intrazelluläre Messungen trotz eines geringen Stroms von z.B. 10^{-10} A , die Stromdichte wegen der kleinen aktiven Fläche sehr hoch werden kann. Das führt dazu, dass die Elektrode sich nicht mehr im Gleichgewicht oder sehr nahe an diesem befindet und zusätzliche Effekte auftreten, die zu einer Elektrodenüberspannung führen (siehe Abschnitt 5.1.3). Da die Wasserstoffelektrode zum einen schwer handhabbar, die mit Platinschwarz überzogene Elektrode sehr anfällig für Vergiftungen ist und parasitäre Reaktionen an der Oberfläche katalysiert werden können, eignet sie sich als Referenzelektrode nur in Ausnahmefällen.

Als Referenzelektroden haben sich reversible Elektroden zweiter Art bewährt (siehe Abschnitt 5.3.2.2). Das sind solche, bei denen das Metall der Elektrode mit dem Anion der Lösung ein schwerlösliches Salz bilden. Die Elektrode wird elektrolytisch mit diesem Salz überzogen oder das Metall wird mit reinem Salz gemischt und mit dem Metallpulver verpresst. Das am häufigsten vorkommende anorganische Anion im lebenden Organismus ist das Chloridion. Man findet es auch in Salzbrücken und in mit Elektrolyt gefüllten Elektroden (Glaskapillarelektroden). Es ist naheliegend solche Elektrodenmetalle zu verwenden, die schwerlösliche Chloride bilden. Die größte praktische Bedeutung haben die Silber/Silberchlorid-Elektroden (AgCl/Ag) und die Quecksilber/Quecksilberchlorid-(Kalomel-) Elektroden ($\text{Hg}_2\text{Cl}_2/\text{Hg}_2$) erlangt.

In Abb. 5.19 ist schematisch die Ausführung einer Kalomelektrode dargestellt. Über das Quecksilber, in das ein Platindraht eingetaucht ist, wird eine Paste aus Quecksilber, Kalomel und KCl geschichtet. Die Paste wird hergestellt, indem man zerriebenes Kalomel zusammen mit einem Tropfen Quecksilber und einem Tropfen KCl vermischt. Das gesamte System, bestehend aus dem Platindraht, dem Quecksilber und der Paste wird durch einen porösen Stopfen abgeschlossen und in eine KCl -Lösung getaucht. Ein weiterer poröser Stopfen trennt die KCl -Lösung in der Kalomelektrode von der zu messenden Lösung.

Zur Messung bioelektrischer Spannungen verwendet man häufig Silber/Silberchlorid-Elektroden. Wird die Referenzelektrode zur Anode, werden Chloridionen an ihr abgeschieden und es oxidiert das Silber zu Silberchlorid. Arbeitet sie dagegen als Kathode, wird Silberchlorid reduziert und Chloridionen gehen in Lösung, d.h. ein reversibler Prozess findet statt.

Für die Funktion der Elektrode ist es wesentlich, dass der die Elektrode umgebende Elektrolyt mit den Ionen des schwerlöslichen Salzes gesättigt ist. Wie in Abschnitt 5.3.2.2 bereits erwähnt, wird das Elektrodenpotential von Elektroden zweiter Art durch die Aktivität der Anionen des löslichen Salzes bestimmt. Dies ist sowohl bei der Silber/Silberchlorid-Elektrode als auch bei der Kalomelektrode die Aktivität der Chloridionen. An ihrer Oberfläche läuft die folgende reversible Reaktion ab.



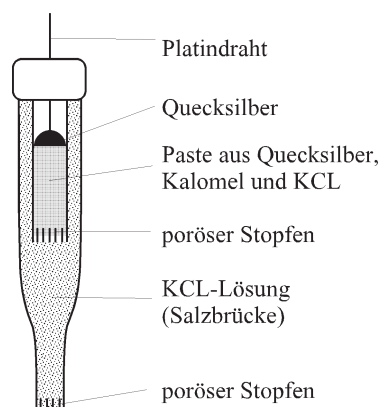


Abb. 5.19: Schematische Darstellung einer Kalomelektrode

Damit erhält man für die Silber/Silberchlorid-Elektrode bzw. Kalomelektrode gemäß der Nernstschen Gleichung für das Elektrodenpotential (Gl. (5.14))

$$E(\text{AgCl}/\text{Ag}) = E^0(\text{AgCl}/\text{Ag}) - \frac{RT}{F} \ln a_{\text{Cl}^-}$$

bzw.

$$E(\text{Hg}_2\text{Cl}_2/\text{Hg}) = E^0(\text{Hg}_2\text{Cl}_2/\text{Hg}) - \frac{RT}{F} \ln a_{\text{Cl}^-}.$$

Mit dem Standardpotential nach Tabelle 5.1 wird

$$E(\text{AgCl}/\text{Ag}) = 0.22234\text{V} - \frac{RT}{F} \ln a_{\text{Cl}^-}$$

bzw.

$$E(\text{Hg}_2\text{Cl}_2/\text{Hg}) = 0.26796\text{V} - \frac{RT}{F} \ln a_{\text{Cl}^-}.$$

In hoch konzentrierten KCl-Lösungen ändert sich die Löslichkeit von AgCl um mehrere Größenordnungen. Es bilden sich komplexe Anionen. Es besteht dabei die Gefahr, dass bei sehr dünner AgCl/Ag-Beschichtung der Silberelektrode diese metallisch wird. Man verhindert das, indem der KCl-Lösung Silberchlorid zugesetzt wird.

Ganz ähnlich wie die Silber/Silberchlorid-Elektrode verhält sich die Kalomelektrode. Beide Referenzelektroden hängen von der Aktivität der Chloridionen in der Lösung ab. Paart man beide Elektroden ergibt sich eine Spannungsdifferenz, die von der Aktivität des Chloridions unabhängig ist. Sie beträgt 0.0456V. Wegen des geringen Unterschieds der Beweglichkeit der Kalium- und Chloridionen und der damit verbundenen geringen Diffusionsspannung an der Phasengrenze zur Messlösung bevorzugt man KCl als Elektrolyten (Gl. (5.50)). In Tabelle 5.3 sind die Potentiale der beiden Referenzelektroden in Abhängigkeit von der Elektrolytkonzentration angegeben.

5.7 Elektroden zur Messung bioelektrischer Spannungen

Wie bei der Messung der Aktivität von Ionen muss auch bei der Messung bioelektrischer Spannungen der Ionenstrom im Elektrolyten in einen Elektronenstrom in den Ableitelektroden transformiert werden. Die Phasengrenze Elektrolyt/Metall ist gekennzeichnet durch die sich dort ausbildende elektrische Doppelschicht

Elektrolyt KCl mol/l	AgCl/Ag		Hg ₂ Cl ₂ /Hg	
	E in [V]	$\frac{\Delta E}{\Delta T}$ in mV/K	E in [V]	$\frac{\Delta E}{\Delta T}$ in mV/K
0.01	+0.343	+0.617	+0.388	+0.94
0.1	+0.288	+0.431	+0.333	+0.79
1.0	+0.235	+0.250	+0.280	+0.59
3.5	+0.204	+0.14	+0.249	+0.47
ges.	+0.196	-0.14	+0.241	+0.22

Tab. 5.3: Potentiale der Silber/Silberchlorid- und der Kalomelelektrode in KCl-Lösung und dessen Temperaturkoeffizient bei $T = 298.15\text{K}$ gemessen gegen die Standard-Wasserstoffelektrode, die bei $T = 298.15\text{K}$ einen Temperaturbeiwert von $-0,87\text{ mV/K}$ aufweist.

(siehe Abschnitt 5.1.2). Diese wird beschrieben durch ihr elektrisches Potential, auch Elektrodenpotential genannt, ihren elektrischen Widerstand und ihre Kapazität. Alle diese Größen sind abhängig von der Art des Elektrodenmetalls und der Zusammensetzung des Elektrolyten. Während das Elektrodenpotential bei der Bestimmung von Konzentrationen die zu messende Größe repräsentiert, tritt es hier als unerwünschte Störgröße auf. Sein Betrag ist im allgemeinen groß, verglichen mit der Amplitude der bioelektrischen Spannungen. Da Elektroden stets paarweise zu verwenden sind, werden gleiche Elektrodenmetalle eingesetzt. Durch die Anwendung von Elektrolytgel zur Ankoppelung der Elektrode an die Haut werden annähernd gleiche Ionenaktivität an der Phasengrenze eingestellt. Dennoch ist eine vollständige Symmetrie in der Routine nicht herzustellen, insbesondere auch dann nicht, wenn Einstich- statt Oberflächen Elektroden Verwendung finden. Am Verstärkereingang wird also die Differenz der Elektrodenpotentiale liegen, die, verglichen mit dem Signal, eine nicht zu vernachlässigende Größe darstellt. Schwankungen dieser Spannung führen zu Nulllinienschwankungen des registrierten Signals, auch bei der Verwendung von Wechselspannungsverstärkern.

Befinden sich die Elektroden im Gleichgewicht, so findet durch die Phasengrenze kein Nettoladungstransport statt. Dennoch werden An- und Kationen ausgetauscht. Die Größe des Stroms wird als Austauschstromdichte bezeichnet. Sie liegt für Eisen, Nickel, Gold und Platin in der Größenordnung von $n\text{Acm}^{-2}$ bis μAcm^{-2} und erreicht für Silber 4.5Acm^{-2} (siehe Tabelle 5.2). Bei der Ableitung elektrischer Spannungen soll die Elektrodenstromdichte nicht wesentlich größer sein als die Austauschstromdichte, was insbesondere bei der Verwendung von Mikroelektroden nicht immer einzuhalten ist. Elektroden mit einer geringen Austauschstromdichte, im Grenzfall verschwindet diese, erhält man mit Edelmetallen. Sie werden als ideal polarisierbar bezeichnet und sind durch einen Elektrodenübergangswiderstand gekennzeichnet, der gegen Unendlich geht. Sie sind für die Ableitung von Spannungen ungeeignet, da der Ableitstrom über den Kondensator fließen muss, dessen Kapazität Schwankungen unterworfen ist, die wiederum zu einer zeitlichen Veränderung des Elektrodenpotentials führen. Als unpolarisierbare Elektroden bezeichnet man solche, deren Übergangswiderstand klein ist. Über diesen fließt (in diesem Falle) der Messstrom. Da dieser selbst die Eigenschaften der Phasengrenze verändert, ergibt sich ein nichtlineares Übertragungsverhalten der Elektroden. Für dieses werden die in Abschnitt 5.4 besprochenen Effekte verantwortlich gemacht.

Es ist üblich, diese Effekte in das Ersatzschaltbild für die Phasengrenze zu integrieren (Abb. 5.14). Die darin aufgeführten konzentrierten Bauelemente sind demnach vom Elektrodenstrom abhängig. Sie hängen außerdem von der Frequenz ab, was sich besonders stark bei tiefen Frequenzen bemerkbar macht. Man kommt zu einer hinlänglichen Übereinstimmung zwischen Theorie und gemessener Elektrodenimpedanz in

Abhängigkeit von Frequenz und Elektrodenstrom ([Cobbold, 1974](#), S. 414ff).

Kapitel 6

Direkte Abnahme physiologischer Kenngrößen

In der modernen Diagnostik haben solche Methoden besondere Bedeutung, die Messwerte rasch und auf methodisch einfache Art liefern. Insbesondere ist es wünschenswert, dass dabei eine Verletzung der Körperoberfläche nicht notwendig ist (nicht-invasive Methoden), was sich in manchen Fällen jedoch oft nicht vermeiden lässt.

Eine Methode, die in diesem Abschnitt besprochen werden soll, ist die direkte Messung bioelektrischer Spannungen von der Körperoberfläche oder aus Hohlorganen (nicht-invasiv) oder die direkte Messung dieser bioelektrischen Spannungen intraoperativ von Organoberflächen oder durch Einstich in das Gewebe (invasiv). Der Begriff Ableitung legt, wie in Abschnitt 4.3 bereits erwähnt, den Ort fest, an dem die Elektroden zur Messung der Spannungsdifferenz anzubringen sind. Verwendet man bei der Ableitung für alle Elektroden eine gemeinsame Bezugselektrode, so spricht man von einer *unipolaren* Ableitung. Wird dagegen zwischen zwei gleichberechtigten Elektroden abgeleitet, spricht man von einer *biopolaren* Ableitung.

Eine weitere Methode, die im Abschnitt 8 behandelt wird, ist die Abnahme der physiologischen Kenngröße mit Hilfe von Transducern oder Sensoren, d.h. mit Messwandlern oder Messfühlern (siehe Abschnitt 7). Diese Messung stellt damit ein indirektes Verfahren zur Abnahme physiologischer Kenngrößen dar und erfolgt dabei auch häufig in Verbindung mit einer Energieeinkopplung in den Körper (z.B. Ultraschall).

Die direkte Abnahme bioelektrischer Signale zeichnet sich dadurch aus, dass weder Energie in den Körper eingekoppelt noch irgend ein Transducer¹ oder Sensor eingesetzt werden muss, um dieses Signal abzuleiten. Es werden hierbei demnach die biologischen Vorgänge des Körpers gemessen, die an die Erzeugung elektrischer Potentialdifferenzen innerhalb des Körpers gekoppelt sind. In diesem Abschnitt sollen daher die in der medizinischen Praxis am häufigsten eingesetzten Verfahren zur direkten Aufzeichnung dieser Signale vorgestellt werden.

¹Die Elektrode als Transducer des Ionen- in den Elektronenstrom soll hier nicht dazugezählt werden.

6.1 Das Elektrokardiogramm (EKG)

Das Elektrokardiogramm (EKG) setzt sich aus vielen Elementarkomponenten zusammen und hat deshalb eine komplexe Struktur. Die Elektroden zur Abnahme des EKG's werden an den Extremitäten (Arme, Beine) oder der Brustwand, gelegentlich auch an anderen Punkten der Körperoberfläche, befestigt. Zur einfacheren Bedienung sind dabei die Zuleitungen zu den einzelnen Elektroden in Abhängigkeit von deren Lage auf der Körperoberfläche nach einer europäischen Vereinbarung mit fest vorgegebenen Farben gekennzeichnet. Der mit der Analyse erfahrene Arzt erhält aus dem EKG folgende Informationen:

- Er erkennt, ob der Ausgangspunkt der Erregung der *Sinoatrialknoten* (Sinusknoten) ist (normal) oder ein anderer Teil des Herzens.
- Er kann feststellen, ob Störungen der Erregungsbildung den Herzrhythmus beeinflussen.
- Er erkennt, ob eine abnorme elektrische Erregungsleitung (Verzögerung, Blockierung) bei der Überleitung der Erregung vom Vorhof auf die Kammern und in den Kammern besteht.
- Er schließt aus der Kurvenform auf krankhafte Veränderungen des Herzmuskels.
- Er bekommt einen Hinweis auf die Herzlage durch die Hauptausbreitungsrichtung der elektrischen Summationsvektoren und kann diese mit der anatomischen Herzlage vergleichen.
- Er erhält einen Anhaltspunkt für Veränderungen des Elektrolythaushalts, für hormonelle und vegetative Veränderungen und zur Wirkung bestimmter Medikamente.

Da eine ausreichende elektrische Funktion Voraussetzung ist für die lebensnotwendige mechanische Pumpfunktion des Herzens, hat das EKG in der Kardiologie, der Anästhesie, intraoperativ, in der Notfallmedizin und bei der Intensivüberwachung einen hohen Stellenwert. Von den in den nachfolgenden Abschnitten besprochenen Ableitmethoden werden in der klinischen Diagnostik routinemäßig die drei Extremitätenableitungen nach Einthoven und Goldberger und die sechs Brustwandableitungen nach Wilson eingesetzt. Diese werden daher auch als Standardableitungen bezeichnet.

Die Erregung des Herzens wird normalerweise ausgelöst im Sinusknoten (1) (Abb. 6.1). Dabei handelt es sich um ein spezialisiertes Gewebe des Vorhofes, dass sich bei der Einmündung der Körperhohlvene (V) befindet. Dieses Gewebe stellt einen Oszillator dar. Das heißt, es ist instabil und führt zur Selbsterregung mit einer vorgegebenen Frequenz, die vom Milieu abhängig ist. Veränderungen dieses Milieus erfolgen über das autonome Nervensystem. Die Ruhefrequenz beträgt ca. 70 Schläge/Minute beim Erwachsenen, beim Neugeborenen dagegen bis zu 150 Schläge/Minute (Mörke et al., 1989). Vom Sinusknoten breitet sich die Erregung über die Vorhöfe (2) aus und bringt diese zur Kontraktion. Über den rechten Vorhof gelangt die Erregung auf den Atrioventrikularknoten (AV-Knoten) (3), der ein Verzögerungsglied darstellt. Die Verzögerung ist notwendig, damit erst nach Abschluss der Kontraktion der Vorhöfe, die Füllpumpen für die Ventrikel sind, die Kontraktion der Kammer ausgelöst wird. Vom AV-Knoten breitet sich die Erregung über das His-Bündel (4), das entlang der Scheidewand angeordnet ist, und die beiden Tawaraschenkel (5) in die rechte und linke Kammer aus. Fortgesetzt werden die Tawaraschenkel durch die Purkinje-Fasern (6), die das Myokard (7 und 8) erregen. Dabei verläuft diese Erregung von der Herzspitze (7) beginnend nach oben (8). Somit ist gewährleistet, dass der gesamte Kammerinhalt in die Arterien gepumpt werden.

Alle Zellen des Reizleitungssystems neigen zur Instabilität. Bei einem solchen System gekoppelter Oszillatoren setzt sich stets die höchste Frequenz durch. Das ist unter normalen Umständen die des Sinusknotens.

Im Herzen erfolgt die Ausbreitung des Reizes über das Reizleitungssystem (RLS). Seine Zellen sind spezialisierte Muskelzellen und keine Nervenzellen. Das Reizleitungssystem hat die biologische Bedeutung, den Herzmuskel in zeitlich richtiger Abfolge zu erregen und damit eine Kontraktion auszulösen, die einen opti-

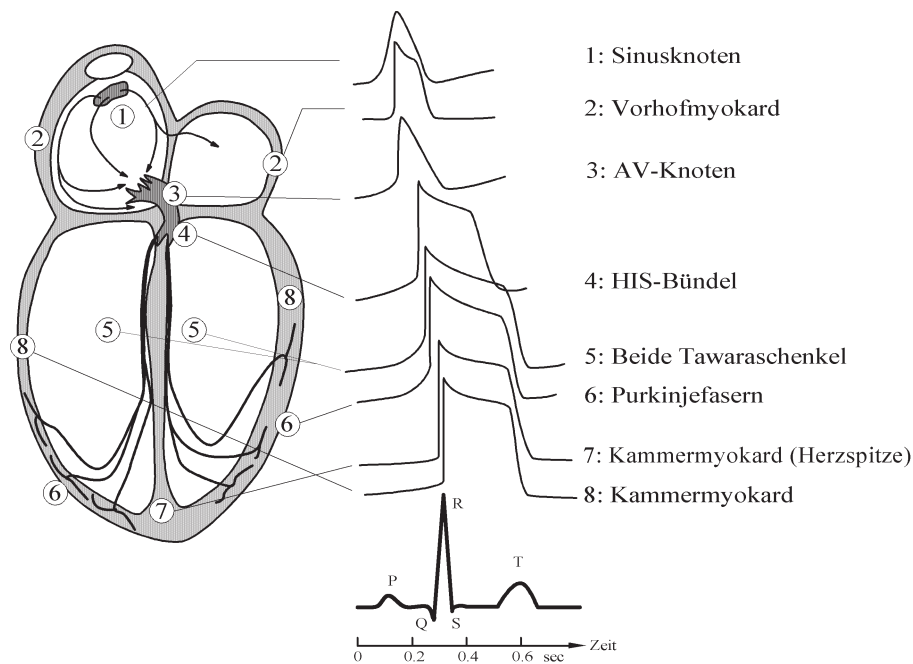


Abb. 6.1: Erregungsausbreitung am Herz

mierten Blutausschuss gewährleistet. Dieses wird erreicht durch die örtliche Anordnung des Reizleitungssystems und die unterschiedlichen Geschwindigkeiten im Myokard (Herzmuskelgewebe und RLS).

6.1.1 Lineares Modell des Myokards mit Reizleitungssystem

Bei unserem linearen Modell (Abb. 6.2) erfolgt die Ausbreitung der Erregung im Myokard in beide Richtungen, tatsächlich jedoch kugelförmig. Die Erregungsrichtung auf dem RLS ist hingegen vorgegeben. Wegen der entgegengesetzten Ausbreitungsrichtung im Myokard würde ein entfernter Beobachter keine Spannungsänderungen feststellen, wenn nicht eine überschüssige Komponente in Richtung der Ausbreitung auf dem Reizleitungssystem vorhanden wäre. Auf die Körperoberfläche wird deshalb die Ausbreitungsrichtung im Reizleitungssystem projiziert. Auf dem Herzen hingegen können wir unterschiedliche Ausbreitungsrichtungen bei hoher lokaler Auflösung feststellen.

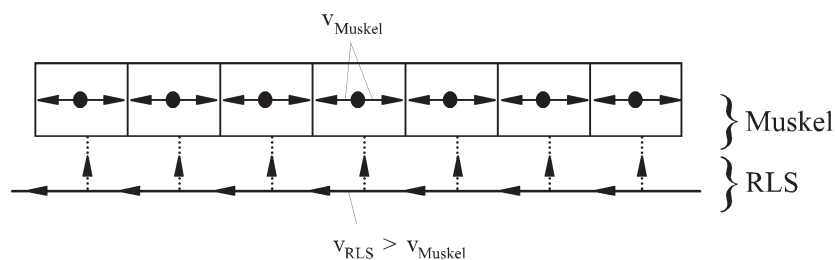


Abb. 6.2: Lineares Modell der Reizleitung im Myokard

Das Elektrokardiogramm setzt sich zusammen aus der elektrischen Aktivität der Vorhöfe, gefolgt von der

Depolarisation und Repolarisation der Kammern. Auch für das Elektrokardiogramm wie für alle anderen bioelektrischen Spannungen gilt, dass sich die Spannungsabfälle auf den Abschnitt in einer Strecke addieren zu der Spannung an den Endpunkten dieser Strecke. Dabei darf die Verbindungslinie zwischen den Endpunkten beliebig gewählt werden. Ein weiteres Gesetz hat ebenfalls Gültigkeit, nämlich, dass die Umlaufspannung in einem geschlossenen Kreis stets Null ist.

6.1.2 Das Elektrokardiogramm nach Einthoven

Eine der bekanntesten Ableitverfahren ist die Extremitätenableitung nach Einthoven. Dieser ging von einem einfachen Modell der elektrischen Herzquelle aus. Er nahm an, dass das Herz als elektrischer Dipol aufzufassen sei, der sich in einem homogen leitenden Medium befindet. Darauf aufbauend konstruierte er ein gleichseitiges Dreieck mit den Eckpunkten linker Arm, rechter Arm und linkem Fuß. Einthoven nahm nun weiterhin an, dass sich alle diese Eckpunkte in erster Näherung gleich weit vom Herzen entfernt liegen, so dass sich daraus resultierend der Dipol in der Mitte des gleichseitigen Dreiecks befindet. Als Ableitlinien seiner Extremitätenableitungen nahm Einthoven die Seiten des gleichseitigen Dreiecks. Somit war es ihm möglich von jeweils zwei Extremitätenableitungen den Dipolmomentvektor in der Frontalebene als Funktion der Zeit zu konstruieren (Abb. 6.3).

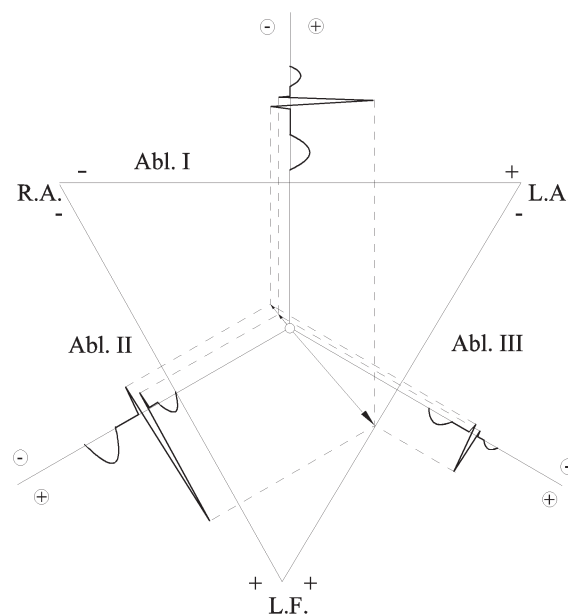
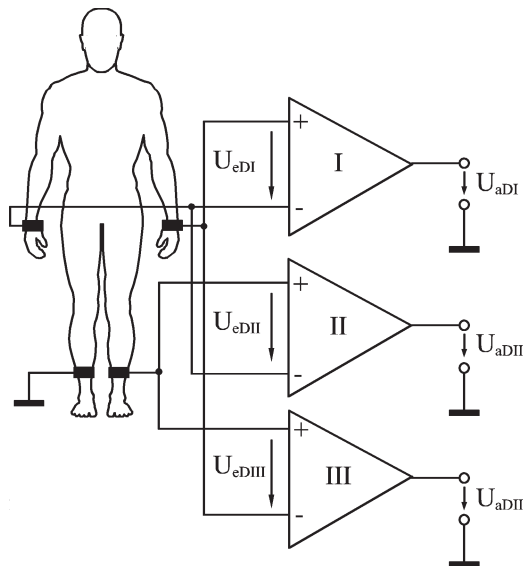


Abb. 6.3: Einthovensches Dreieck

Bei den Einthovenschen Extremitätenableitungen werden jeweils die Spannungen zwischen rechtem und linkem Arm (Ableitung I), rechtem Arm und linkem Fuß (Ableitung II) und linkem Arm und linkem Fuß (Ableitung III) gemessen (Abb. 6.4). Damit ist die Extremitätenableitung nach Einthoven eine bipolare Ableitung. Die Elektroden werden an beiden Unterarmen und den Unterschenkeln entsprechend Abb. 6.4 unter Verwendung eines Elektrodengels oder Elektrodenpapiers zur Verminderung des Übergangswiderstands befestigt. Die Festlegung eines Bezugspotentials am rechten Fuß ist theoretisch nicht notwendig. Da die Umlaufspannung Null ist, muss eine der drei Ableitungen nach Einthoven redundant sein, d.h. sie lässt sich aus den beiden anderen durch Summen- bzw. Differenzbildung berechnen. Dennoch kann die Darstellung

von drei Ableitungen von medizinischer Bedeutung sein, da aus Differenzbildungen Details möglicherweise besser zu erkennen sind. Generell gilt, dass bei der Verwendung von drei Ableitelektroden lediglich zwei voneinander unabhängige Größen gemessen werden können.



Europäische Vereinbarung:

Linker Arm (L) gelb
 Rechter Arm (R) rot
 Linker Fuß (F) grün
 Rechter Fuß (N, Erde) schwarz

EINTHOVEN-Ableitung

I: L — R
 II: F — R
 III: F — L

Abb. 6.4: EKG-Standardableitungen nach EINTHOVEN

6.1.3 Wilson und Goldberger Ableitungen

Ziel dieser beiden Ableitmethoden ist es, einen Sternpunkt zu schaffen, den so genannten *Wilson Central Terminal*, auch Wilson-CT genannt, der als Bezugselektrode für andere EKG-Ableitelektroden dient. Dieser CT-Punkt entspricht daher einer indifferenten Elektrode, wobei angenommen wird, dass er außerhalb des Einflussbereichs des Messsignals liegt. Bei der Einführung des CT-Punktes ging man daher ursprünglich davon aus, dass er während der Messdauer konstantes Potential aufweist. Obwohl dies in der Praxis nur näherungsweise gilt, werden diese Ableitungen dennoch als unipolar bezeichnet.

Man charakterisiert unipolare Ableitungen im allgemeinen mit der Formelgröße V . Im Falle der Extremitätenableitung nach Wilson und Goldberger wird diesem V zusätzlich ein a vorangestellt, das für 'augmented' steht, um auf die größeren Spannungsamplituden hinzuweisen, die man im Gegensatz zu den Einthovenschen Extremitätenableitungen erhält. Somit gibt es in Abhängigkeit der jeweiligen differentiellen Elektrode folgende Ableitspannungen:

- aVR (differente Elektrode am rechten Arm),
- aVL (differente Elektrode am linken Arm) und
- aVF (differente Elektrode am linken Fuß).

Sowohl die Wilson Extremitätenableitungen (Abb. 6.5) als auch die Goldberger Extremitätenableitungen (Abb. 6.6) lassen sich aus den Einthovenschen Ableitungen berechnen, da die gleichen Ableitpunkte gewählt werden.

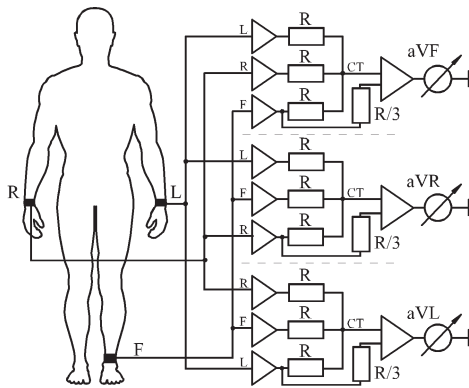


Abb. 6.5: Extremitätenableitungen nach Wilson

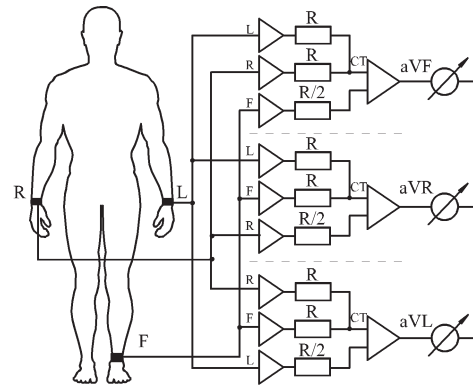


Abb. 6.6: Extremitätenableitungen nach Goldberger

6.1.4 Brustwandableitungen nach Wilson

Wie die Wilsonschen Extremitätenableitungen wird auch hier gegen den Central Terminal abgeleitet, d.h. auch diese Ableitungen sind unipolare Ableitungen. Anders als bei den Extremitätenableitungen wird jedoch zusätzliche Information gewonnen, da neue Ableitpunkte eingeführt werden, und zwar solche, die auf einer bestimmten Kontur über dem Herzen liegen (Abb. 6.7 V_1 bis V_6). Die Linie, auf der die Elektroden angeordnet werden, verläuft vom Brustbein (Sternum) bis zum Rückgrat.

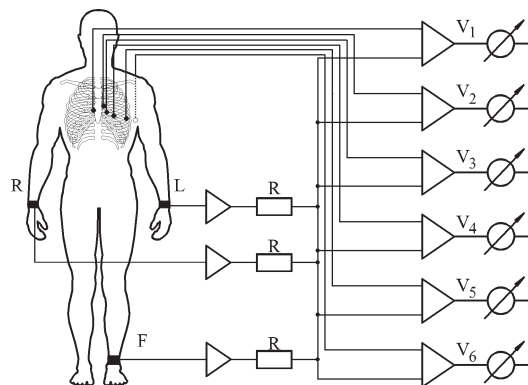


Abb. 6.7: Standardbrustwandableitung nach Wilson

Neben den üblichen Standardableitpunkten (V_1 bis V_6) hat Wilson noch vier weitere Ableitpunkte (V_7 , V_8 und T_3 , T_4) eingeführt, nämlich zwei auf dem rechten Brustbein (T_3 , T_4) und zwei auf dem Rücken (V_7 , V_8), die alle ungefähr auf der gleichen Höhe wie (V_4 bis V_6) liegen.

6.1.5 Ableitungen nach Nehb

Die Nehb-Ableitungen lassen sich ebenfalls wie die Wilson und Goldberger Extremitätenableitungen aus den Einthovenschen Extremitätenableitungen bestimmen. Sie sind wie diese bipolare Ableitungen. Im Gegensatz zu Einthoven wird jedoch nicht von den Extremitäten abgeleitet, sondern von drei standardisierten Punkten auf der Thoraxoberfläche in Herznähe. Nehb hat damit das Einthovensche Dreieck in die Herznähe verlagert. Die Eckpunkte dieses so genannten *kleinen Herzdreiecks* können Abb. 6.8 entnommen werden. Die

Ableitungen nach Nehb haben folgende Bezeichnung

- Ableitung Nehb Dorsal (mit D oder ND bezeichnet),
- Ableitung Nehb Anterior (mit A oder NA bezeichnet) und
- Ableitung Nehb Inferior (mit I oder NI bezeichnet).

Die Ableitung Nehb Dorsal wird zwischen den Punkten 2 und 1 abgeleitet, Nehb Anterior zwischen 3 und 1 und Nehb Inferior zwischen 3 und 2.

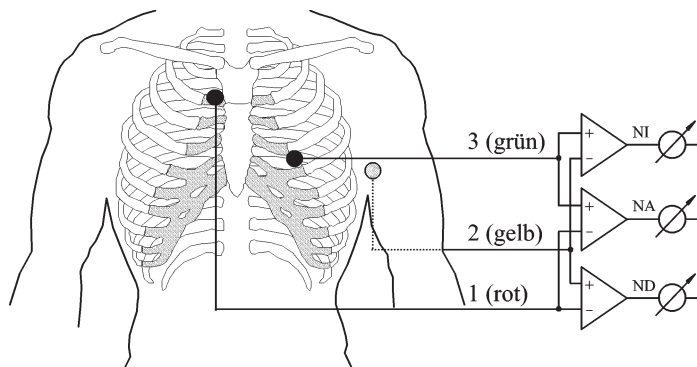


Abb. 6.8: Standardableitungen nach Nehb

Da die Nehb-Ableitungen eine andere Variante der Einthovenschen-Ableitungen sind, können folgende angenäherte Entsprechungen hergestellt werden. Demnach entspricht die Einthovensche Ableitung I in etwa der Ableitung Nehb Dorsal, Ableitung II Nehb Anterior und Ableitung III Nehb Inferior. Klinische Bedeutung haben die Nehb-Ableitungen insofern, da sie eine Ergänzung der Ableitungen III und aVF sind und dass damit auch Ereignisse der Herzhinterwand besser registriert werden.

6.1.6 Oesophagusableitung

Um noch weiter an das Herz heranzukommen, kann man eine Elektrode über die Nase in die Speiseröhre (Oesophagus) schieben. Man kommt damit auch sehr nahe an das Herz heran. Insbesondere gelingt es, Ableitungen in der Nähe des Vorhofes vorzunehmen und damit die Vorhofaktivität besonders gut darzustellen. Weiterhin ist es möglich auf diese Art und Weise Ableitungen vom Reizleitungssystem, insbesondere vom His-Bündel, zu erreichen. Diese werden allerdings erst dann sichtbar, wenn man über viele Einzelmessungen Mittelwerte bildet, die gegen ein Triggersignal, das entweder das Vorhof-EKG oder das Kammer-EKG sein kann, aufnimmt. Das Oesophagus-EKG wird im allgemeinen gegen den Wilson-CT abgeleitet.

6.1.7 Intrakardiale Ableitung

Die einzige Möglichkeit, Informationen über die Vorgänge der Erregungsübertragung von den Vorhöfen über den AV-Knoten, das His-Bündel und die Tawaraschenkel auf die Kammern zu erhalten, ist die Bewertung des Signals zwischen der P und Q Zacke². Da mit Ableitungen, die von der Körperoberfläche abgenommen

²Es ist im allgemeinen üblich, als Bezugssignal die II Ableitung nach Einthoven zu verwenden. Die dort angegebenen Bezeichnung ($P - Q - R - S - T$ siehe Abb. 6.11) können somit als Bezugspunkt für alle anderen Ableitungen herangezogen werden.

werden, in der Regel zwischen der *P* und *Q* Zacke diese elektrische Erregungsübertragung nicht gemessen werden kann, sind zusätzliche Verfahren notwendig, mit denen es möglich ist, auch diese Vorgänge, die in bestimmten Fällen für den Arzt von besonderem Interesse sein können, abzuleiten. Zur weiteren Exploration der elektrischen Aktivität des Herzens werden daher Ableitungen über Katheter vorgenommen. Diese müssen bei Ableitung von der rechten Kammer über die Venen, bei Ableitung von der linken Kammer über die Arterien vorgeschoben werden. Im allgemeinen werden vor und nach jeder Herzschrittmacherimplantation intrakardiale Ableitungen aufgenommen.

Ein besonderes Verfahren der intrakardialen Ableitung ist das His-Bündel-EKG. Damit ist es möglich, Informationen über die Vorgänge der Erregungsübertragung auf dem His-Bündel zu erhalten. Man erhält im Gegensatz zur II Ableitung nach Einthoven zusätzliche Information zwischen der *P* und *Q* Zacke (Abb. 6.9). Die Ableitung des His-Bündel-EKGs erfolgt meistens mit Hilfe eines zweipoligen Elektrodenkatheters, an dessen Enden zwei ringförmige Elektroden angebracht sind. Dieser Katheter wird über die Vene in den rechten Vorhof geführt und nahe an das Ventrikelseptum angelegt. Damit können sehr geringe Potentialdifferenzen, die mit der Erregungsausbreitung in Verbindung stehen, noch registriert werden. Besonders markante Signale erhält man bei der Vorhof- (*V*) und Kammererregung (*K*) (Abb. 6.9). Daneben kann ein weiteres Signal (*H*) abgeleitet werden, das mit der Erregung auf dem His-Bündel zusammenhängt. In Abb. 6.9 ist ein His-Bündel-EKG im Vergleich mit der II Ableitung nach Einthoven dargestellt.

Auch intraoperativ werden Ableitung vorgenommen. Diese dienen häufig zur Lokalisation von Erregungsfehlbildungen.

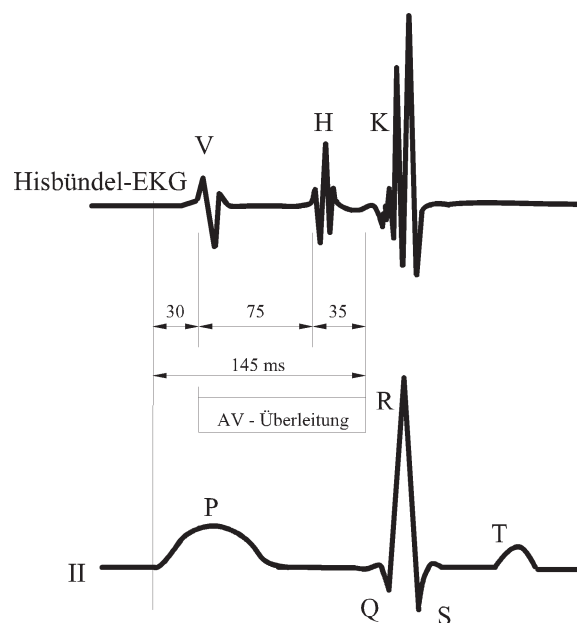


Abb. 6.9: His-Bündel-EKG im Vergleich mit der II Ableitung nach Einthoven

6.1.8 Das vektorielle Elektrokardiogramm

Schon von Einthoven wurde um die Jahrhundertwende eine Anleitung zur Konstruktion der Einthovenschen Strecke gegeben. Sie wird konstruiert aus dem Einthovenschen Extremitätenableitungen (Abb. 6.3).

Diese und weitere Konstruktionsvorschriften gehen davon aus, dass sich das Herz als ein ortsfester Dipol mit veränderlichem Moment darstellen lässt. Im beschränkten Umfang mag das für die Depolarisationsphase gelten. Wenn diese Voraussetzung zutrifft, gibt es nur drei unabhängige Komponenten, V_x , V_y und V_z mit denen dieser Vektor eindeutig dargestellt werden kann. Das Einthovensche Modell ist eine Einschränkung auf zwei Dimensionen. Es setzt weiter voraus, dass der Körper als homogene leitfähige Scheibe dargestellt werden kann und die Ableitpunkte R , L , F die Ecken eines einbeschriebenen gleichseitigen Dreiecks darstellen. Gelten alle diese Voraussetzungen, stellt die Einthovensche Strecke tatsächlich das Moment des Herzdipols dar. Selbstverständlich ist dieser Vektor eine Zeitfunktion. Er ändert seine Größe und Richtung.

Der theoretische Hintergrund zur vektoriellen Darstellung des EKG ist relativ einfach. Man geht davon aus, dass alle Dipolquellen, die elementaren Dipole, mit der sich die Erregung einzelner myokardialer Bezirke darstellen lassen, sich in einem abgeschlossenen Volumen befinden. Das ist richtig, dieses Volumen ist der Herzmuskel selbst. Für Punkte außerhalb eines solchen Volumens lässt sich dann eine Taylor-Entwicklung anschreiben. Die einzelnen Glieder dieser Taylor-Entwicklung nehmen mit Potenzen von $1/r$, dem Abstand, ab. Das erste Glied entspricht einer Quelle oder Senke und ist gleich Null, da sich alle Stromlinien im Inneren des Körpers schließen müssen. Das zweite Glied einer solchen Reihenentwicklung stellt tatsächlich einen ortsfesten Dipol dar. Sein Potential nimmt mit $1/r^2$ ab. Vernachlässigt man nun alle Glieder mit höheren Potenzen als r^2 , bleibt als einzige Quelle des elektrischen Feldes ein Dipol übrig. Es konnte jedoch nie der Nachweis geführt werden, dass diese Vernachlässigung Gültigkeit hat. Insbesondere für herznahe Ableitung ist diese Vereinfachung mit Sicherheit nicht zulässig.

Durch Experimente an Modellen und Leichen, in welchen Dipole eingesetzt wurden, haben dann verschiedene Autoren Ableitsysteme postuliert, mit denen es gelang, die drei zeitlich veränderlichen Komponenten des ortsfesten Dipols besonders gut zu rekonstruieren. In diesem Zusammenhang spricht man von orthogonalen Ableitungen. Gemessen werden bei dem System nach Burger (BW) z.B. 5 Ableitungen gegen den CT, nach Frank (F) 7, nach McFee (McF) 9 und nach Schmitt (SVEC III) 14 (Abb. 6.10). Die Spannungen werden dann in geeigneter Weise verknüpft und als Resultat die Komponenten des Vektors V_x , V_y und V_z jeweils erscheinen.

6.1.9 Multipolare thorakale Ableitungen

Bei diesen Ableitungen geht man davon aus, dass man um so mehr Informationen über die elektrische Funktion des Herzens erhalten kann, desto mehr Ableitungen man misst. Das Herz wird hier gewissermaßen mit der Lupe betrachtet. Solche Ableitungen können entweder unipolar vorgenommen werden oder bipolar. Bei bipolaren Ableitungen erhält man die Projektion der Ausbreitung der Erregung auf die Brustwand. Nimmt man diese in zwei Komponenten vor, horizontal und vertikal, und addiert diese vektoriell (elektrische Feldstärke), erhält man die Projektion des Erregungsablaufs als Funktion von Zeit und Ort über die vordere und hintere Brustwand. Von diesem Verfahren verspricht man sich eine erhöhte diagnostische Aussagekraft, insbesondere wegen der lokalen Auflösung.

6.1.10 Auswertung eines Elektrokardiogramms

Die Auswertung eines EKG's ist im großen Maße von den Erfahrungen des Arztes abhängig. Darüberhinaus kann der Arzt aber auch einen Katalog zu Rate ziehen, in dem viele für eine bestimmte Erkrankung typische EKG-Kurven gesammelt sind. Damit hat der Arzt neben seinen eigenen Erfahrungen die Möglichkeit, auch

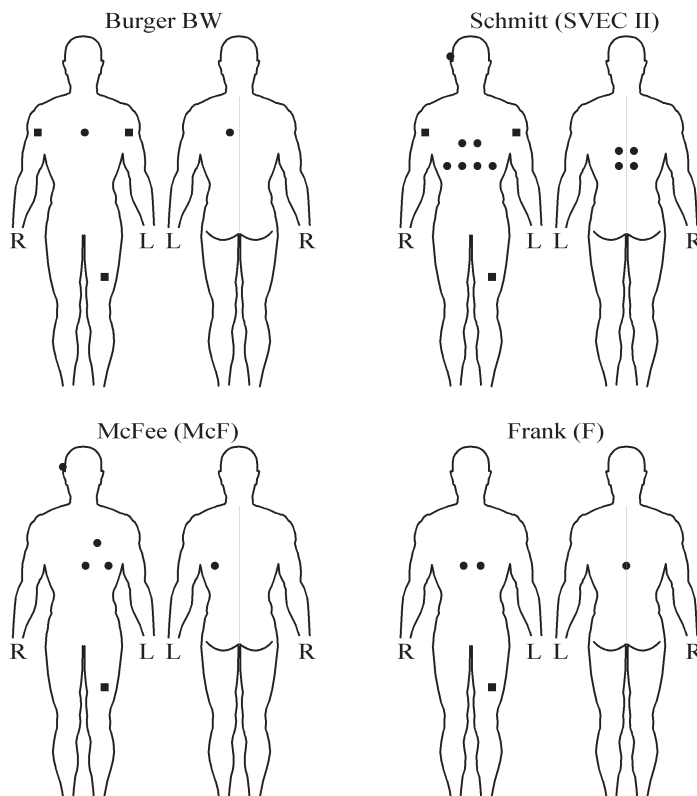


Abb. 6.10: Orthogonale Ableittechniken

die Erfahrungen anderer Ärzte zu Hilfe zu nehmen.

6.1.10.1 Standard-EKG eines normalen gesunden Menschen

Das Standard-EKG, auf das man sich häufig bezieht, ist die II Ableitung nach Einthoven. Das in Abb. 6.11 dargestellte Muster eines solchen Standard-EKG's, entspricht der Mittelung vieler an einer großen Anzahl von Testpersonen gemessenen Extremitätenableitungen II nach Einthoven. Es wird dabei angenommen, dass diese Testpersonen den Durchschnitt eines normalen gesunden Menschen repräsentieren.

Wie aus Abb. 6.11 erkennbar, sind in diesem EKG markante Stellen (Zacken) durch einen Buchstaben gekennzeichnet. Dadurch ist es möglich, eine bestimmte Zacke, Strecke oder ein bestimmtes Zeitintervall durch Buchstaben auszudrücken. Die Zuordnung der Zacken, Strecken bzw. Zeitintervalle zu einer Aktion während einer Herzperiode kann dabei bei einem gesunden Menschen wie folgt beschrieben werden:

- P-Zacke:** Vorhoferregung; Dauer $0.08 \dots 0.12s$;
- PQ-Strecke:** Vollständige Erregung der Vorhöfe; das Signal verläuft im Normalfall in der Nulllinie;
- PQ-Zeit:** Zeit zwischen dem Erregungsbeginn der Vorhöfe und der Kammern (Überleitungszeit), gemessen von Anfang P bis Beginn Q; Dauer $0.12 \dots 0.2s$
- Q-Zacke:** Beginn der Kammererregung und der Erregungsrückbildung der Vorhöfe;
- QRS-Komplex:** Erregungsausbreitung in den Kammern, gemessen von Beginn Q bis Ende S; Dauer $0.06 \dots 0.1s$, und Erregungsrückbildung der Vorhöfe;

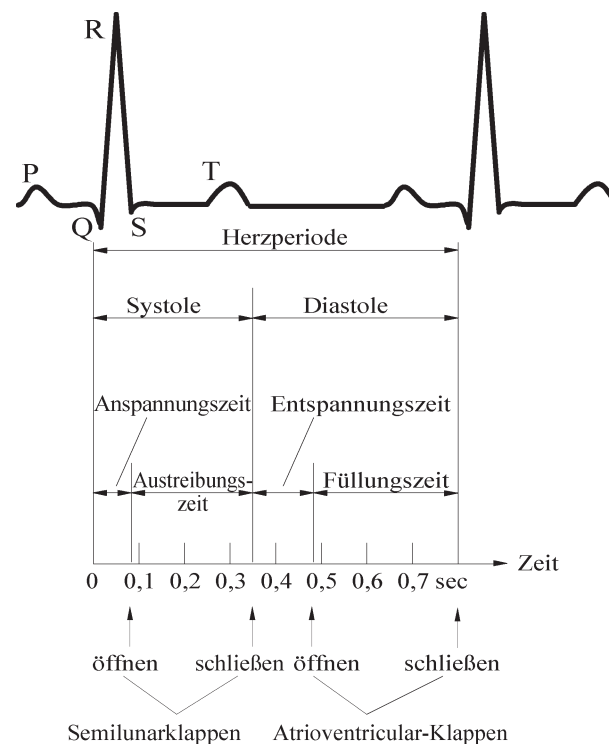


Abb. 6.11: Typisches EKG nach der II Ableitung nach Einthoven

- ST-Strecke:** Vollständige Erregung der Kammern; das Signal verläuft im Normalfall in der Nulllinie;
- T-Zacke:** Erregungsrückbildung der Kammern; in Ableitung I und II positiv, in III positiv, negativ oder biphasisch; Dauer $\approx 0.2s$
- QT-Zeit:** Zeit der gesamten elektrischen Kammeraktion, gemessen von Anfang Q bis Ende T; QT ist frequenzabhängig und wird als relative QT-Zeit aus der Abbildung bestimmt.
- RR-Zeit:** Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden R-Zacken; der reziproke Wert des RR-Abstandes ergibt die Herzfrequenz, sie wird in Schlägen/Minute angegeben.

6.1.10.2 Veränderungen des EKG's bei Rhythmus- und myokardialen Störungen

Der diagnostische Wert liegt unter anderem, wie oben auch bereits erwähnt, in dem Erkennen von

- Rhythmusstörungen, hervorgerufen durch
 - Erregungsbildungsstörungen oder
 - Erregungsleitungsstörungen,
 und/oder
- myokardialen Veränderungen.

Dabei können bei der Erregungsbildung folgende Störungen auftreten:

- Störungen im Sinusknoten (nomotope³ Rhythmusstörungen): Störungen die vom Sinusknoten ausgehen sind entweder

³nomotop: im Sinusknoten entstehend

- ein zu schneller Takt (*Sinustachykardie*),
- ein zu langsamer Takt (*Sinusbradykardie*) oder
- ein unregelmäßiger Takt (*Sinusarrhythmie*).

Bei einem Erwachsenen wird von einem zu schnellen Takt gesprochen, wenn das Herz in Ruhe mehr als 100 Schläge pro Minute macht, von einem zu langsamen Takt, bei weniger als 50 Schläge pro Minute. Als pathologisch⁴ wird ein zu langsamer bzw. zu schneller Takt angesehen, wenn dieser Zustand über mehrere Herzperioden oder paroxysmal⁵ in Erscheinung tritt.

- Störungen außerhalb des Sinusknoten (heterotope⁶ Rhythmusstörungen): Rhythmusstörungen außerhalb des Sinusknotens können vom AV-Knoten, von dem HIS-Bündel, den Tawaraschenkeln den Purkinje-Fasern und dem Vorhof- oder Ventrikelmyokard selbst verursacht werden. Die davon außerhalb des eigentlichen Sinustakts erzeugten Herzkontraktionen werden *Extrasystolen* genannt. Je nachdem ob diese Extrasystolen im Vorhof oder im Ventrikel erzeugt werden, bezeichnet man sie als
 - supraventrikuläre oder
 - ventrikuläre Extrasystolen.

Zu den heterotopen Rhythmusstörungen gehören auch das Flattern und Flimmern der Vorhöfe und Ventrikel. Beim Flattern erfolgt eine zwar relativ regelmäßige Kontraktion jedoch mit etwa 200 bis 350 Schlägen pro Minute, wogegen beim Flimmer die Folgen der Kontraktionen asynchron sind bei einer Frequenz von bis zu 550 Schlägen pro Minute. Die effektive Auswurfleistung beim Flattern ist dabei erheblich geringer als normal, beim Flimmern sogar äußerst gering und kann auch gegen Null gehen.

Die bei der Erregungsleitung verursachten Störungen werden eingeteilt in:

- Störungen 1. Grades (Überleitungsverzögerungen),
- Störungen 2. Grades (zeitweilige Überleitungsunterbrechung) und
- Störungen 3. Grades (ganzzeitige Überleitungsunterbrechung).

Überleitungsunterbrechungen werden auch als Blöcke bezeichnet. Man findet im allgemeinen folgende häufige Überleitungsstörungen:

- Sinuatriale Überleitungsstörungen (SA-Block): Hierbei ist die Erregungsausbreitung vom Sinusknoten zum Vorhofmyokard gestört.
- Atrioventrikuläre Überleitungsstörungen (AV-Block): Beim AV-Block ist die Erregungsausbreitung vom AV-Knoten zum Ventrikelmyokard gestört.
- HIS-Bündel oder Tawaraschenkel-Unterbrechungen: Es gilt hierbei zu unterscheiden, ob beide oder der rechte bzw. linke Tawaraschenkel unterbrochen sind. Damit erfolgt die Erregungsausbreitung völlig oder teilweise myokardial.

Eine der bekanntesten Ursachen für die Veränderungen im EKG durch myokardiale Störungen ist der *Herzinfarkt*. Er soll daher als einziges Beispiel für myokardial hervorgerufene Veränderungen des EKG's hier besprochen werden.

Der Herzinfarkt ist die Folge eines Gefäßverschlusses in den die Herzmuskelzellen mit Blut versorgenden *Koronararterien* mit nachfolgender Nekrosenbildung⁷ und anschließender Vernarbung. Nekrosen werden folglich hervorgerufen durch mangelnde Durchblutung der Zellen. Ein Verschluss kann durch Thrombosen⁸ oder auch

⁴pathologisch: krankhaft

⁵paroxysmal: anfallsweise

⁶heterotop: außerhalb des Sinusknoten entstehend

⁷Nekrose: Veränderung einer Zelle oder eines Gewebes nachdem der Zelltod eingetreten ist.

⁸Thrombose: Blutpfropfbildung hervorgerufen durch Blutgerinnung

Gefäßverengungen (Stenosen) entstanden sein. Man teilt dabei das Gebiet um den Herzinfarkt in drei Zonen ein. In die

- Ischämiezone,
- Verletzungszone und
- Nekrosezone.

In der Ischämiezone⁹ ist das Gewebe zwar noch nicht sehr stark geschädigt, jedoch minder durchblutet. Dagegen ist das Gewebe in der Verletzungszone bereits erkennbar geschädigt allerdings noch elektrisch aktiv, wogegen in der Nekrosezone das Gewebe sogar so sehr geschädigt ist, dass es völlig elektrisch inaktiv ist. Durch den Herzinfarkt hervorgerufene charakteristische Veränderungen findet man im EKG im Bereich der

- *Q*-Zacke,
- *ST*-Strecke und
- *T*-Zacke.

6.1.11 Aufbau eines Elektrokardiographen

In Abb. 6.12 ist ein Blockschaltbild eines EKG-Geräts dargestellt. Über die Elektroden wird die elektrische Spannung zwischen standardisierten Orten der Körperoberfläche gemessen. Sie wandeln den im Patienten über Ionen getragenen Strom in den Elektronenstrom der Geräteseite. Eine Schutzschaltung verhindert die Zerstörung des EKG-Geräts im Falle von externen Überspannungen, z.B. bei Anwendung von Hochfrequenzchirurgiegeräten oder eines Defibrillators.

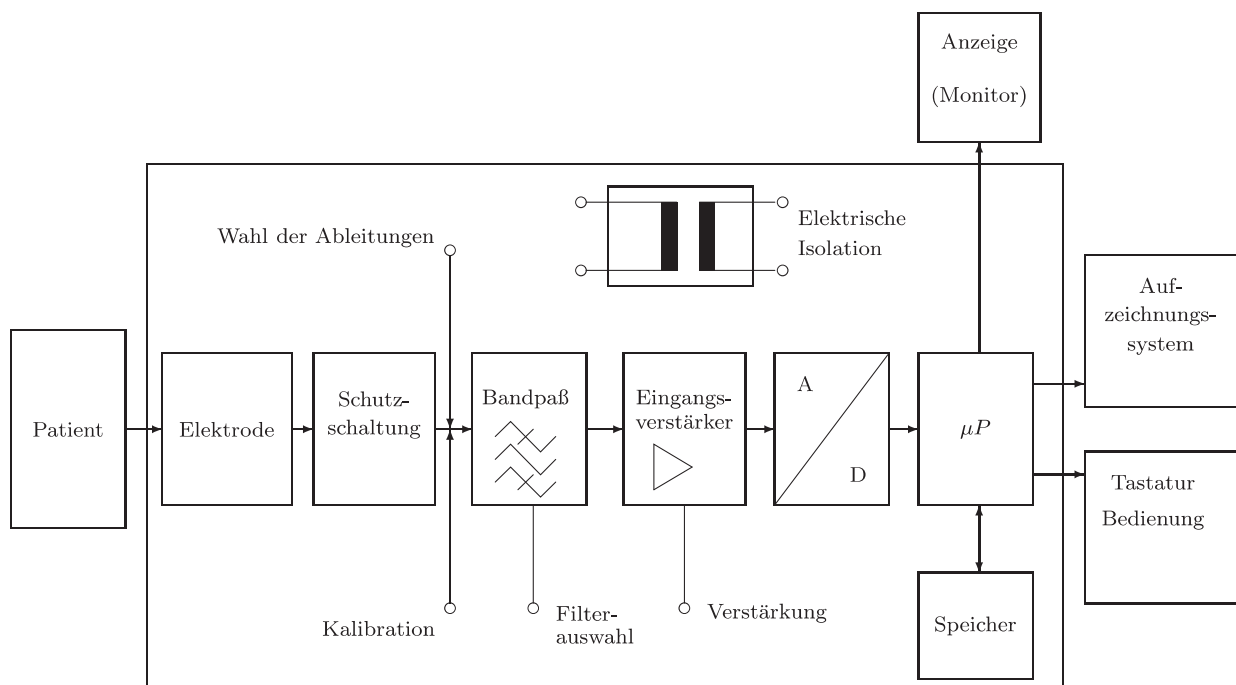


Abb. 6.12: Blockschaltbild eines EKG-Geräts

Ein Bandpass unterdrückt in Abhängigkeit einer gerätespezifischen Zeitkonstanten (1.5 s, 2.2 s, 3.2 s) alle

⁹Ischämie: Verminderung oder Unterbrechung der Durchblutung

Frequenzen $< 0.1\text{Hz}$, $< 0.07\text{Hz}$ oder $< 0.05\text{Hz}$ und $> 250\text{Hz}$. Dabei werden die störenden Elektrodengleichspannungen¹⁰ sowie alle oberhalb der höchsten EKG-Signalfrequenz ($\approx 250\text{Hz}$) liegenden Anteile eliminiert. Der hochohmige Eingangsverstärker transformiert die Signalspannung ($0.1\text{mV} - 6\text{mV}$) in die zur Weiterverarbeitung notwendige Größenordnung ($100\text{mV} - 10\text{V}$).

Mit einem Prozessorsystem kann eine EKG-Rohdatenverarbeitung (z.B. Rhythmusanalyse) nach der Digitalisierung durchgeführt werden. Ein interner Speicher erlaubt die Dokumentation zu einem nachfolgenden Zeitpunkt. Die Bedienung erfolgt je nach Geräteausführung mit einem Wahlschalter und/oder über eine alphanumerische Tastatur.

Zur Dokumentation des EKG's wird an ein Aufzeichnungssystem angekoppelt. Man setzt dazu beispielsweise Thermodrucker (digitale Aufzeichnung) oder Tintenstrahlschreiber (analoge Aufzeichnung) ein. Die Echtzeitbeobachtung des EKG's kann über eine Elektronenstrahlröhre oder über eine Flüssigkristallanzeige realisiert werden.

Zur Sicherheit des Patienten wird verlangt, dass das Gerät vom Netz getrennt ist, wofür häufig ein Trenntrafo eingesetzt wird.

6.1.12 Frequenzgang des EKG's

Der Nutzfrequenzbereich eines Oberflächen-EKG's liegt zwischen 0.0Hz und ca. 250Hz . Das diagnostische EKG wird daher in der Praxis in einem Frequenzbereich zwischen etwa $f_u = 0.05\text{Hz}$ und $f_o = 250\text{Hz}$ abgeleitet. Die relativ geringe untere Grenzfrequenz f_u von nur 0.05Hz ergibt sich aus dem Frequenzbereich des EKG's, in dem auch die Frequenz 0 enthalten ist, die aber wegen der relativ hohen Elektrodengleichspannung nicht übertragen werden darf. Damit das EKG-Signal dennoch annähernd verzerrungsfrei übertragen wird, sollte daher die verwendete untere Grenzfrequenz kleiner als etwa 0.1Hz sein. In Abb. 3.36 ist ein typischer Betragsfrequenzgang eines EKG-Verstärkers dargestellt.

Für den Fall, dass die störende, kapazitive Einkopplung der Netzfrequenz mit einem symmetrischen Verstärker nicht ausreichend unterdrückt werden kann, besitzen die in der Praxis verwendeten EKG-Geräten häufig zusätzlich eine zuschaltbare, schmalbandige 50Hz Bandsperre, auch *notch filter* genannt. Außerdem können elektrische Aktivitäten der Muskulatur die EKG-Signalspannung teilweise überdecken. In diesem Fall bieten viele EKG-Geräte ein zuschaltbares Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz zwischen etwa 35 und 45Hz an. Sowohl für das notch- als auch das Muskelfilter gilt jedoch, dass sie erst als letzte Hilfe angewandt werden sollten, da sowohl die Frequenz 50Hz als auch Frequenzen oberhalb von 35 bzw. 45Hz im EKG-Signal enthalten sind und daher das Signal durch diese Filter verzerrt wird.

6.2 Das Elektroencephalo- (EEG), Elektroduro- (EDG) und Elektrokortikogramm EKOg

Mit dem Elektroencephalogramm (EEG), Elektrodurogramm (EDG) und Elektrokortikogramm (EKOg) wird die elektrische Aktivität des aus ca. 10^{11} Neuronen bestehenden Netzwerkes des Gehirns abgeleitet. Wird diese Aktivität von der Kopfhaut abgeleitet, erhält man das Elektroencephalogramm, von der Hirnhaut (dura mater) das Elektrodurogramm. Erfolgt die Abnahme von der freigelegten Hirnrinde (Kortex), ergibt

¹⁰Diese Spannungen liegen in der Größenordnung von einigen hundert Millivolt bis einigen Volt.

es das Elektrokortikogramm. Das Elektrodurogramm bzw. das Elektrokortikogramm unterscheidet sich von dem Elektroencephalogramm vor allem in der höheren Intensität der abgeleiteten Signale. Es wird daher im Folgenden nur das Elektroencephalogramm näher betrachtet, da in erster Näherung alle dort gemachten Erläuterung auch auf die beiden anderen Ableitverfahren des Gehirns übertragen werden können.

6.2.1 Die Struktur des EEG-Signals

Auf den ersten Blick erscheint das EEG-Signal als ein stochastisches Signal. Bei genauer Analyse der Struktur des Signals, z.B. durch die in Abschnitt 3.2.1 beschriebene Fourier-Analyse, wird deutlich, dass in diesem Signal bevorzugte periodische Signalanteile bestimmter Frequenzen enthalten sind. Man nennt diese Signalanteile auch die EEG-Spontanrhythmen oder Einzelrhythmen.

Der Frequenzbereich eines EEG's erstreckt sich zwischen 0.5Hz bis ca. 50Hz (Abb. 6.13). Man kann dabei diesen Frequenzbereich in fünf Bereiche untergliedern, in denen diese jeweils typischen Einzelrhythmen erkennbar sind (siehe auch Tabelle 6.1). Es sind dies die

- α -Rhythmen,
- β -Rhythmen,
- δ -Rhythmen,
- ϑ -Rhythmen und die
- γ -Wellen.

Es wird angenommen, dass das EEG-Signal mit seinen doch relativ niedrigen Frequenzen durch die Summation der langsamen postsynaptischen Erregungsvorgänge an den Dendritenverzweigungen und Neuroenzellkörpern hervorgerufen wird, da diese eine ähnlich langsame elektrische Aktivität aufweisen und in großer Zahl im Kortex vorhanden sind. Die Spannungsamplituden des EEG-Signals liegen im μV -Bereich (Tab. 6.1) und sind damit sehr klein. Es werden daher sehr große Anforderungen an den Verstärker eines EEG-Gerätes gestellt. Dieser muss unter anderem extrem rauscharm sein und eine hohe Verstärkung haben. Zur Unterdrückung der Netzstörung wird häufig in geschirmten Kabinen (*Faraday-Käfig*) gemessen.

Bei einem gesunden Menschen ist sowohl im Schlaf- wie auch im Wach-Zustand ein EEG-Signal messbar, wobei sich die Form dieses Signal allerdings bei Messungen im Wach-Zustand deutlich von denen im Schlaf-Zustand unterscheidet. Kann kein Signal mehr abgeleitet werden (Nulllinien-EEG), ist dies ein Anzeichen auf Hirntod und damit gleichbedeutend für den Mediziner ein Hinweis für den Tod des Patienten.

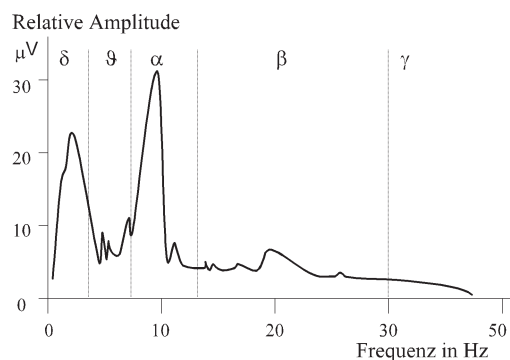


Abb. 6.13: Typischer Frequenzbereich eines EEG's

In Tabelle 6.1 sind für die jeweiligen Rhythmen der dazugehörige Frequenzbereich, die gemessene Spannungsamplitude, das vorwiegende Erscheinen dieser Rhythmen und der Ort des Spannungsmaximums angegeben und in Abb. 6.14 sind die charakteristischen Rhythmen eines EEG-Signals dargestellt.

Rhythmen	Frequenz in Hz	Spannung in μV	vorwiegendes Erscheinen	Maximum
α -Rhythmen	8 bis 13	30	Ruhe und Entspannung	occipital
β -Rhythmen	14 bis 30	10	Aktivität, Denken	frontal, parietal
δ -Rhythmen	1 bis 4	100 bis 150	Schlaf	ganzer Kortex
ϑ -Rhythmen	4 bis 7	50 bis 100	Stress, Wut, psychische Störungen	parietal

Tab. 6.1: Periodische Signalanteile im EEG

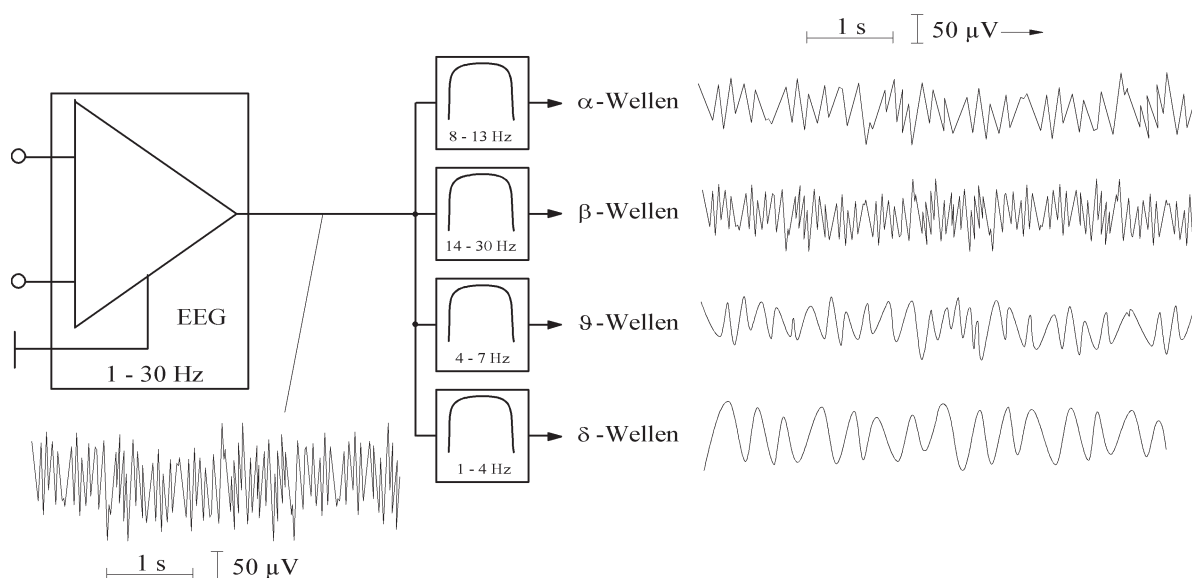


Abb. 6.14: Charakteristische Rhythmen eines EEG-Signals

6.2.2 Die Ableitung des EEG-Signals

Das internationale Ableitschema sieht 23 Ableitpunkte vor, die so gelegt sind, dass in etwa der gesamte Kortex erfasst wird (Abb. 6.15). In der Praxis allerdings werden von diesen 23 vorgeschlagenen Ableitpunkten in der Regel nach Bedarf zwischen 8 bis 16 Ableitpunkte ausgewählt. Je nach Abnahmeort des EEG's unterscheidet man grob zwischen fünf verschiedenen Ableitregionen, nämlich die Region

- okzipital,
- parietal,
- zentral
- frontal und
- temporal.

Die Ableitung des EEG's erfolgt entweder bipolar, zwischen zwei differenten Elektroden, oder unipolar, wobei die gemeinsame Bezugselektrode (indifferente Elektrode) im allgemeinen entweder am Ohrläppchen, an

der Nasenwurzel, in der Scheitelmittle, am Kinn oder am Nacken angebracht ist (Abb. 6.15). Eine anderes Messverfahren zur Aufnahme des EEG's ist die so genannte Quellableitung bei der das Potential einer differentiellen Elektrode gegen das Summenpotential aus allen diese differente Elektrode umgebenden Elektroden gemessen wird. Der Vorteil der unipolaren Ableitung liegt in der im allgemein höheren Intensität des gemessenen Signals, jedoch ist die Lokalisierung von Störungen im Gehirn bei bipolaren Ableitungen besser. Bei der Ableitung des EEG's ist aufgrund der sehr geringen Signalamplituden darauf zu achten, dass Störsignale so gut wie möglich vermieden werden. So sollte der Patient auf die Messung gut vorbereitet werden, damit er weitestgehend entspannt ist und dadurch z.B. Muskelspannungen nicht das EEG-Signal überlagern. Auch sollte darauf geachtet werden, dass die Ableitelektroden günstig angebracht werden, um z.B. Einstreuungen des EKG's möglichst gut zu verhindern. Befinden diese Elektroden sich z.B. über einem Blutgefäß oder über aktiven Schweißdrüsen, so können die dort erzeugten Signalschwankungen ebenfalls das sehr geringe EEG-Signal stören.

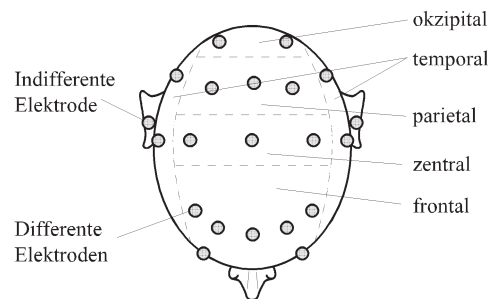


Abb. 6.15: Ableitregionen für das EEG mit indifferenter Elektrode am rechten Ohrfläppchen

6.2.3 Auswertung eines Elektroencephalogramms

Die Auswertung des EEG-Signals erfolgt entweder visuell oder auch per Computer-Programmen. Bei der visuellen Auswertung wird entweder das EEG-Signal über verschiedene Filter mit den für die jeweiligen Rhythmen charakteristischen Frequenzbereichen geleitet und anschließend getrennt dargestellt (Abb. 6.14) oder der Arzt versucht direkt mit Hilfe seines Erfahrungsschatzes aus den EEG-Signalen die Spontanrhythmen wiederzufinden.

Eine andere Auswertmethodik bietet der Computer. Mit dessen Hilfe ist es z.B. möglich die spektrale EEG-Signalleistungsdichte zu bestimmen und daraus die dominanten Frequenzanteile abzulesen (Abb. 6.16). Da das EEG-Signal ein statistisches quasistationäres Signal ist, kann zur Bestimmung der spektralen Signalleistungsdichte P_f dafür immer nur ein bestimmter Zeitabschnitt herangezogen werden. Dieses Zeitintervall liegt beim menschlichen EEG bei ca. 12s (Silny und Rau, 1992). Man muss daher diese spektrale Signalleistungsdichte immer wieder neu berechnen und erhält dadurch in Abhängigkeit der Zeit verschiedene Leistungsspektren, die auszuwerten sind.

6.2.3.1 Das EEG eines normalen gesunden Menschen

Auch hier soll wie im vorherigen Abschnitt 6.1.10 die Auswertung eines EEG's eines gesunden Menschen besprochen werden. Aufgrund der vielen spontanen Aktivitäten im Kortex ist die Form des EEG-Signals

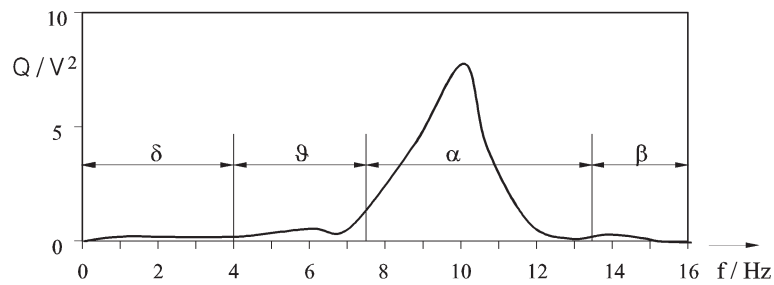


Abb. 6.16: Beispiel einer spektralen EEG-Signalleistungsdichte

dem eines Rauschsignals ähnlich. Es ist daher für den noch unerfahrenen Arzt äußerst schwierig, ein EEG-Signal auszuwerten. Aus vielen an einer großen Anzahl von Testpersonen aufgenommenen EEG-Signalen kann man schließen, dass für den normalen gesunden Menschen bestimmte Einzelrhythmen Tabelle 6.1 zu erwarten sind. Es ist dabei zu unterscheiden, ob die Messung stattgefunden hat, als der Patient schlief, oder ob der Patient während der Messung wach war.

Im wachen Zustand erhält man bei einem normalen gesunden Menschen nach der Pubertät als markantestes Signal die α -Rhythmen. Diese können besonders gut im parietalen okzipitalen Bereich abgeleitet werden und besitzen eine besonders hohe Intensität bei geschlossenen Augen. Manchmal sind diesen α -Rhythmen β -Rhythmen überlagert, die im frontal zentralen Bereich besonders deutlich werden, da dort die Intensitäten der α -Rhythmen kleiner sind als im okzipitalen Bereich. Bei Kindern und Jugendlichen ab etwa zwei Jahre überwiegen dagegen die θ -Rhythmen. Diese können besonders gut im parietal okzipitalen Bereich abgeleitet werden. Bei Säuglingen dominieren die δ -Rhythmen, die sich vom gesamten Kortex gut ableiten lassen. Man kann demnach folgern, dass die Frequenzen der im EEG-Signal enthaltenen periodischen Signalanteile vom Reifungsgrad und Aktivitätsniveau des Gehirns abhängig sind und diese daher im allgemeinen bei älteren Menschen höher sind als bei Säuglingen und Jugendlichen.

Anders verhält es sich mit den Frequenzen des EEG-Signals, wenn der Patient während der Messung sich im Schlafzustand befindet. Dort findet man generell in der Übergangsphase vom Wach- in den Schlafzustand gut erkennbare θ -Rhythmen, die, wenn der Patient sich im Tiefschlaf befindet, in δ -Rhythmen übergehen.

6.2.3.2 Typische EEG-Veränderungen bei markanten Hirnerkrankungen

Typische EEG-Veränderungen treten z.B. auf bei

- Entzündungen des Gehirns,
- Tumoren,
- anfallsartige Muskelkrämpfe (epileptischer Anfall),
- Gefäßerkrankung,
- Koma,
- Schädeltraumen und
- Schlafmittelvergiftung.

Bei entzündlichen Hirnerkrankungen wird im allgemeinen die Form des EEG's verändert. Es können in Abhängigkeit des Grades der Entzündung langsame Rhythmen oder auch Krampfpotentiale auftreten. Auch bei den Tumoren wird die Form des EEG's dadurch verändert, dass langsamere Rhythmen auftreten. Es ist

jedoch nicht immer möglich, mit Hilfe des EEG's den Ort des Tumors zu lokalisieren. Nur bei rindennahen Tumoren kann manchmal auch der Ort des Tumors angegeben werden. Die wohl bedeutendste Diagnose mittels dem EEG sind die anfallsartigen Muskelkrämpfe. Der dominanteste Fall ist dabei der epileptische Anfall. In diesem Fall sind Spitzenpotentiale und steile Krampfwellen im EEG zu erkennen. Diese Veränderungen im EEG treten im allgemeinen während der Zeit des Anfalls auf, können aber auch manchmal in anfallsfreien Zeiten abgeleitet werden. Analog der entzündlichen Hirnerkrankung verändert sich bei Gefäßerkrankungen die Form des EEG's. Auch hier sind die Veränderungen abhängig von dem Grad der Erkrankung. Befindet sich der Patient im Koma, so ist die Aktivität des Gehirns ein Anzeichen dafür, dass der Patient noch lebt. Sind keine EEG-Signale mehr messbar, ist dies ein deutliches Zeichen für den Hirntod. Bei Schädeltraumen ist es möglich, mit Hilfe des EEG's den Ort und die Schwere der Erkrankung zu lokalisieren und zu beurteilen. Bei einem einfachen Gehirntrauma, der Gehirnerschütterung z.B. klingen die Veränderungen im EEG nach wenigen Stunden wieder ab. Ist die Abklingzeit groß, deuted dies auf einen schweren Verletzungsgrad des Gehirns hin, z.B. Gehirnuquetschung. Bei einer Schlafmittelvergiftung schließlich können häufig typische EEG-Veränderungen festgestellt werden. Zunächst dominieren die schnellen β -Rhythmen das EEG-Signal. Danach treten zunehmend Verlangsamungen auf die, bei einer Überdosis oder Vergiftung, zum Ausfall jeglicher elektrischer Hirnaktivität führen kann. Generell kann allerdings gesagt werden, dass es mit dem EEG nicht möglich ist, verlässliche Aussagen über eine Störung des Gehirns zu treffen.

6.3 Das Elektroneurogramm (ENG) und das evozierte Potential (EP)

Alle Reize des Körpers, wie z.B. der motorische, taktile, akustische oder optische, werden in Abhängigkeit ihres Ursprungs auf ein bestimmtes Gebiet im sensorischen Rindenfeld des Großhirns, auch Körperfühlsphäre genannt, abgebildet. Dazu wird der an einem Rezeptor aufgenommene Reiz über afferente Nervenfasern an die jeweilige Region im Großhirn geführt. Dabei durchläuft der Reiz vom Rezeptor bis zur Großhirnregion im allgemeinen verschiedene Verschaltungs- und Verarbeitungsschritte. Um festzustellen, ob eine bestimmte Sensorik funktionsfähig ist, kann man entweder das vom entsprechenden Rezeptor über das Nervensystem geleitete Signal direkt von den dafür in Frage kommenden Nervenfasern ableiten (ENG) oder es werden die am entsprechenden Ort der Großhirnrinde abgebildeten Signale abgeleitet (EP). Das Elektroneurogramm bzw. das evozierte Potential ermöglicht daher unter anderem

- eine objektive und quantitative Funktionsüberprüfung der somatosensorischen Systeme des Körpers,
- das Studium der Entwicklung von Sinneszellen (physiologische und psychologische Studien),
- die Untersuchung der akustischen Systeme auf Funktionsfähigkeit, Lautstärkeempfinden und Frequenzempfindlichkeit (insbesondere auch bei Kleinkindern, die noch nicht sprechen können),
- die Überwachung und Untersuchung der Funktionen des gesamten neurologischen Systems (neurologische Studien) und
- die Untersuchung der optischen Systeme auf Funktionsfähigkeit.

Eingesetzt werden daher die Ableitverfahren des Elektroneurogramms und der evozierten Potentiale von den Neurologen, Physiologen, Psychologen, Otologen¹¹, Ophthalmologen¹², Sinnesphysiologen und Pädiatern¹³.

¹¹Otologie: Ohrheilkunde

¹²Ophthalmologie: Augenheilkunde

¹³Pädiatrie: Kinderheilkunde

Zur Bestimmung der Sensorik wird der Patient mit einem adäquaten Reizimpuls¹⁴ (z.B. Blitz, schmalbandiger Schallreizimpuls, taktiler Reiz) stimuliert und die Antwort auf der Nervenfasern oder über die entsprechenden Körperfühlsregion der Großhirnrinde abgeleitet. Um eine zeitliche Zuordnung zu erhalten, muss die Ableitung mit dem Reizimpuls getriggert werden. Eine direkte Ableitung von der Nervenfasern kann auch häufig nicht-invasiv erfolgen. Man muss dafür jedoch aufgrund der geringen Signalintensität aus mindestens 100 Messungen der Signalantwort eine Mittelung durchführen (Silny und Rau, 1992). Wird von der Kopfoberfläche abgeleitet, ist es notwendig eine Vielzahl von Antwortsignalen aufzusummieren, um eine Verbesserung des Nutzsignal/Rausch-Verhältnisses zu erreichen. In Bezug auf das evozierte Potential, d.h. das durch Reiz hervorgerufene Signal, sind die aufgrund der elektrischen Ruheaktivität des Gehirns hervorgerufenen Signale (Abschnitt 6.2.1) statistisch, die anderen dagegen korreliert. Damit mitteln sich die statistischen durch die Summation vieler Antwortsignale zu Null und übrig bleibt das durch die Summation vergrößerte evozierte Signal. Durch eine Summation von 1000 Antwortsignalen können unter Umständen 30-fache Verbesserungen des Nutzsignal/Rausch-Verhältnisses erreicht werden (Silny und Rau, 1992).

In Abb. 6.17 sind die von den primären Sehrinden der beiden Großhirnhälften abgeleiteten evozierten Potentiale dargestellt (Meyer-Waarden, 1985). Charakteristisch für evozierte Potentiale ist, dass häufig nach 10 bis 15ms kleine positive Potentialschwankungen auftreten, denen eine stark ausgeprägte negative Welle folgt. Man bezeichnet die zu Beginn erscheinenden positiv-negativ Potentialschwankungen auch als *primäres evoziertes Potential*. Nach etwa 20 bis 80ms tritt in den meisten Fällen eine lang anhaltende negative Welle auf, die *sekundäres evoziertes Potential* genannt wird. Während das primäre evozierte Potential streng mit der Region des entsprechenden Sinnesorgans korreliert ist, kann das sekundär evozierte Potential auf dem gesamten Kortex abgeleitet werden.

Mit dem Elektroneurogramm wird die Reizantwort einer Nervenfasern nach einem adäquaten Reizimpuls auf die zugehörigen Rezeptoren, periphere Nerven, sensorische Bahnen oder Zellen gemessen. Charakteristische Messgrößen sind die Nervenleitungsgeschwindigkeit v und die Latenzzeit t_{Lat} . Die Latenzzeit t_{Lat} ist hier definiert als die Zeitspanne zwischen gesetztem Reiz auf der Nervenfasern und der Reizantwort an einem im Abstand l vom Reizort entfernten Ort auf der selben Nervenfasern. Die Latenzzeit ist somit von der Nervenleitungsgeschwindigkeit v der gereizten Fasern abhängig. Für die Nervenleitungsgeschwindigkeit v gilt

$$v = \frac{l}{t_{Lat}}. \quad (6.1)$$

Man unterscheidet grundsätzlich zwischen zwei Nervenleitungsgeschwindigkeiten; nämlich zwischen der Nervenleitungsgeschwindigkeit sensibler Nervenfasern (v_s) und motorischer Nervenfasern (v_m). Die gezielte Reizung motorischer und sensorischer Fasergruppen ist möglich, da diese unterschiedliche Reizschwellen haben, aufgrund der unterschiedlichen Faserdurchmesser. Durch unterschiedliche Reizintensitäten können daher motorische und sensorische Nervenfasern gezielt gereizt werden. Motorische Nervenfasern werden durch supramaximale Reizung erregt (Meyer-Waarden, 1985).

Die Bestimmung der sensiblen bzw. motorischen Nervenleitungsgeschwindigkeit kann allgemein durch die Reizung eines sensiblen bzw. motorischen Nerven und der Messung der Reizantwort an zwei vom Ort der Reizeinkopplung bekannten Abständen l_1 und l_2 auf dem selben sensiblen bzw. motorischen Nerven erfolgen.

¹⁴Ein adäquater Reiz ist ein Reiz auf den ein Rezeptor besonders empfindlich reagiert, bei schon geringer Reizintensität. Für die Rezeptoren im Auge ist z.B. Licht ein adäquater Reiz. Druck ist für diese Rezeptoren kein adäquater Reiz. Allerdings weiß jeder, der schon einmal nach einem Schlag auf das Auge „Sterne“ gesehen hat, dass auch diese Rezeptoren bei genügend hoher Reizintensität reagieren.

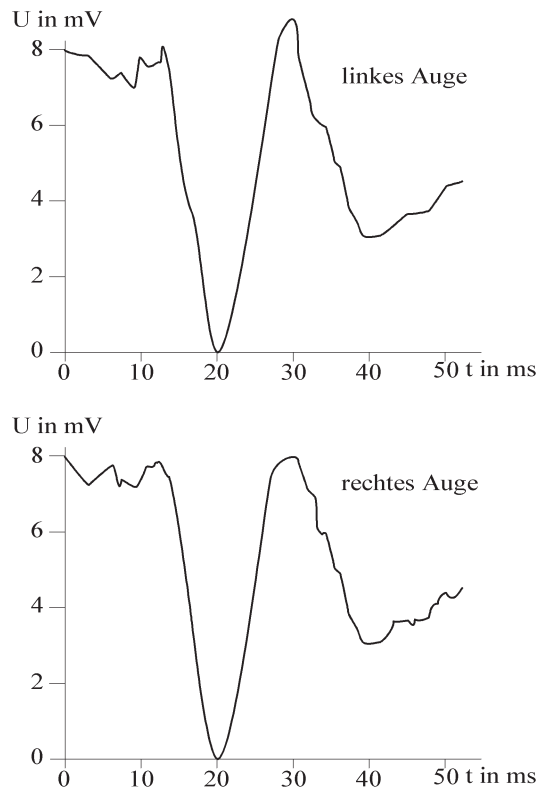


Abb. 6.17: Evozierte Potentiale abgeleitet von den primären Sehrinden der beiden Gehirnhälften

Es gilt dann

$$v = \frac{l_2 - l_1}{t_{Lat2} - t_{Lat1}}. \quad (6.2)$$

Zur Bestimmung der motorischen Nervenleitungsgeschwindigkeit v_m kann jedoch auch ein anderes Verfahren eingesetzt werden. Dazu wird der motorische Nerv an zwei im Abstand l befindlichen Stellen gereizt und die Reizantwort des angesprochenen Muskels gemessen (Abb. 6.18). Es sind bei diesem Verfahren zwei Reizungen notwendig, da sich die Zeitspanne t zwischen Erregung und Antwort nicht allein aus der Latenzzeit t_{Lat} ergibt, sondern auch die Laufzeiten t_{Lau} am synaptischen Übergang und auf dem Muskel berücksichtigt werden müssen, d.h. es gilt

$$t = t_{Lat} + t_{Lau}. \quad (6.3)$$

Nach Gl. (6.1) ist jedoch die Latenzzeit t_{Lat} zur Bestimmung der Nervenleitungsgeschwindigkeit nötig. Da angenommen werden kann, dass die beiden, an unterschiedlichen Orten auf der selben motorischen Nervenfasern eingekoppelten Reize die gleiche Laufzeiten über die synaptischen Übergänge und Muskel haben ($t_{Lau1} = t_{Lau2}$) lässt sich durch eine Differenzbildung diese Laufzeit eliminieren. Man erhält daher für die motorische Nervenleitungsgeschwindigkeit v_m nach diesem Messverfahren

$$v_m = \frac{l}{t_{Lau1} - t_{Lau2} + t_{Lat1} - t_{Lat2}} = \frac{l}{t_{Lat1} - t_{Lat2}}. \quad (6.4)$$

Da die Intensität der gemessenen Reizantworten sehr klein sind (μV -Bereich) ist zur Bestimmung der sensorischen und motorischen Nervenleitungsgeschwindigkeiten stets eine Mittelung über mehrere Reizantworten durchzuführen.

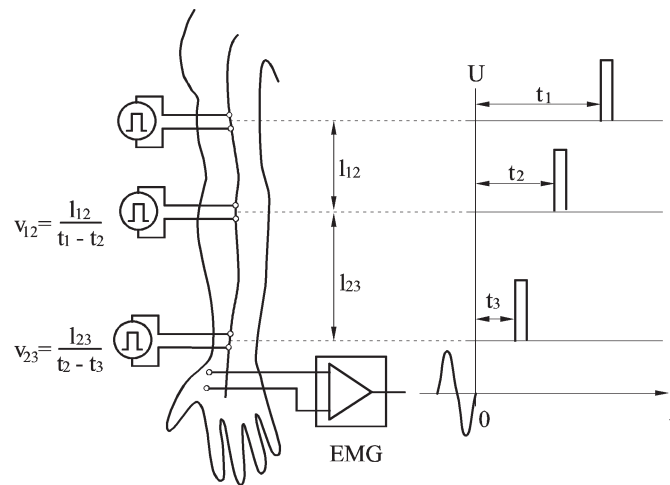


Abb. 6.18: Messung der motorischen Nervenleitungsgeschwindigkeit

6.4 Das Elektromyogramm (EMG)

Da jede Muskelaktion mit einem elektrischen Signal in Verbindung steht, kann die Funktionsfähigkeit der Muskeln über die Ableitung dieses bioelektrischen Muskelsignals überprüft werden. Man unterscheidet dabei grob zwischen den Herzmuskeln, den quergestreiften Skelettmuskeln und den glatten Muskeln. Die Ableitung des Signals von der Herzmuskulatur ergibt das in Abschnitt 6.1 bereits besprochene EKG, die Ableitungen von den übrigen Muskeln das EMG.

6.4.1 Ableitung und Auswertung des EMG's

Wird nur die Aktivität einer motorischen Einheit, einer einzelnen Muskelfaser oder ein kleiner Bezirk bei den glatten Muskeln abgeleitet, spricht man von einem elementaren Elektromyogramm. Die Ableitung mehrerer motorischen Einheiten, Muskelfasern oder eines großen Bezirks bei den glatten Muskeln wird dagegen als summarisches Elektromyogramm bezeichnet. Es lässt sich mit Hilfe des elementaren Elektromyogramms eine qualitative und quantitative Analyse der Funktion von einzelnen motorischen Einheiten, Muskelfasern und von kleinen Bezirken durchführen. Mit dem summarischen Elektromyogramm dagegen kann deren Innervation¹⁵ untersucht werden, da die Stärke der Muskelfaserkontraktion von der Anzahl der innervierten Einheiten und der Anzahl der Aktionsimpulse pro Zeiteinheit abhängig ist. Bei der Ableitung ist auf die richtige Lage der Elektroden zu achten. Diese sollten in Ausbreitungsrichtung des Impuls gelegt werden. Zur Aufnahme der Fasernaktivität sind aufgrund der kleinen Geometrie der Fasern, Nadelelektroden einzusetzen, für die Aufnahme des Summensignals Oberflächenelektroden.

In Abb. 6.19 ist das Elementarsignals eines Muskelimpulses und die daraus resultierende Kontraktion des Muskels dargestellt. Es ist dabei zu beachten, dass die Kontraktion nach einer bestimmten Latenzzeit einsetzt und länger anhält als die elektrische Aktivität (Meyer-Waarden, 1985).

Abb. 6.20 zeigt ein summarisches EMG eines Menschen. Es erscheint dem Betrachter als bandbegrenztes Rauschen mit einer unteren Grenzfrequenz von ca. 10Hz und einer oberen Grenzfrequenz von etwa 1kHz. Die

¹⁵Innervation: Nervale Versorgung von Körpergeweben und Organen

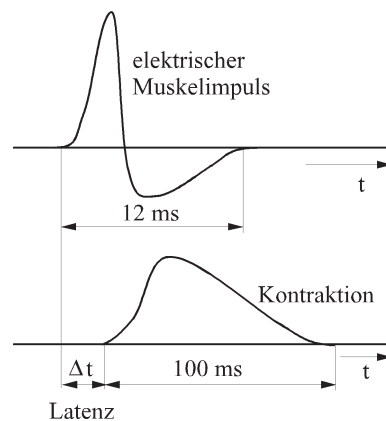


Abb. 6.19: Darstellung eines elementaren Muskelimpuls und die daraus resultierende Muskelkontraktion

EMG-Signalamplitude kann bis zu einigen $100\mu V$ betragen und besitzt ihr Intensitätsmaximum bei etwa 150 bis 300Hz.

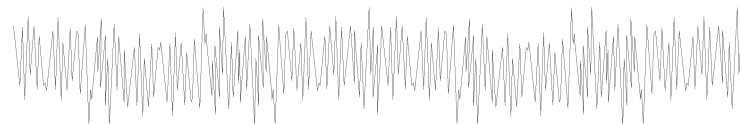


Abb. 6.20: Summensignal von einem EMG eines Menschen

Häufige Einsatzgebiete des EMG's sind in der neurologischen Praxis bei der Diagnostik von neuromuskulären Erkrankungen, in der Rehabilitation und in der Arbeits- und Sportmedizin. Es werden dabei in der Praxis in erster Linie Neuropathien¹⁶, Myopathien¹⁷, Reflexmessungen und Funktionsüberprüfung der Koordination der Muskeln bei Bewegungen oder Haltepositionen des Körpers untersucht. Insbesondere in der Rehabilitation ist z.B. zur Prothesensteuerung die Spannungs-Last-Beziehung von großer Bedeutung.

6.5 Das Elektretinogramm (ERG)

In erster Näherung kann man das Auge als einen elektrischen Dipol betrachten. Als solcher besitzt er eine Dipolachse, die mit der optischen Achse in etwa zusammenfällt. Wie aus Abb. 6.21 erkennbar, ist die Netzhaut (Retina) gegenüber der Hornhaut (Cornea) bei Dunkeladaptation negativ. Die Potentialdifferenz zwischen Hornhaut und Netzhaut beträgt dabei ungefähr $6mV$.

Wird das Auge mit einem Lichtimpuls gereizt, verändert sich die Polarität, d.h. die Retina wird gegenüber der Cornea positiv. Der davon hervorgerufene Potentialsprung kann mittels einer Haftschalenelektrode an der Cornea und einer zweiten Elektrode, die an der Schläfe befestigt wird, gemessen werden. Die Messung wird dabei im allgemeinen auf das Potential am Ohrläppchen bezogen.

In Abb. 6.22 ist ein charakteristisches Antwortsignal auf einen Lichtreizimpuls dargestellt. Die Antwort

¹⁶Neuropathien: Nervenleiden

¹⁷Myopathie: Muskelleiden

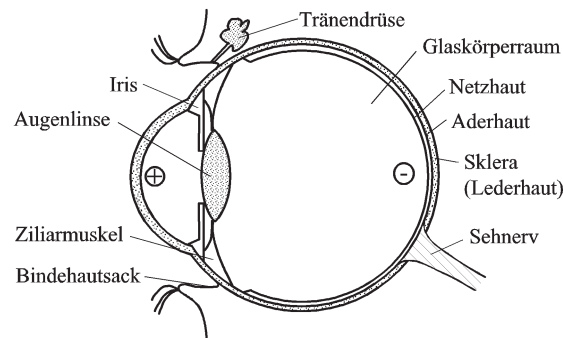


Abb. 6.21: Schematische Darstellung eines menschlichen Auges

besteht typischerweise aus einer a-, b-, c- und d-Welle. Die Werte der Amplituden und Latenzzeiten dieser Wellen, die man zur Beurteilung heranzieht, sind stark abhängig von der Intensität und dem Spektrum des Reizlichts sowie von der Pupillenweite und dem Adaptionszustand der Netzhaut.

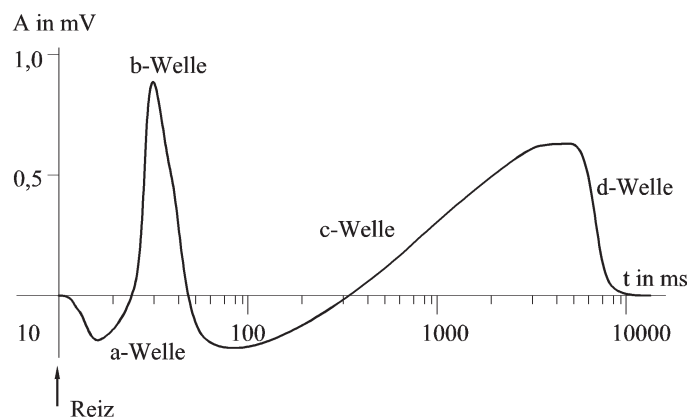


Abb. 6.22: Typischer Signalverlauf eines ERG's auf einen Lichtreiz.

Krankhafte Veränderungen im ERG schlagen sich in den meisten Fällen in der a- und b-Welle nieder. Es werden jedoch nur massive Veränderungen im Bereich der Retina erkannt, da das ERG eine Summenantwort der gesamten elektrischen Aktivität der Netzhaut darstellt.

6.6 Das Elektrookulogramm und Elektronystagmogramm

Da die Dipolachse des Auges in erster Näherung mit der optischen Achse des Auges zusammenfällt, erhält man durch eine Blickwinkeländerung auf dem die Augen umgebenden Gewebe eine Potentialänderung, deren Ableitung das Elektrookulogramm (EOG) ergibt. In Abb. 6.23 ist schematisch die Aufnahmeanordnung und der Verlauf der gemessenen Signale dargestellt bei einer Augendrehung nach links und rechts in Abb. 6.24 das EOG beim Lesen. Zur Aufnahme des EOG's wird eine bipolare Anordnung verwendet, bei der die Ableitelektroden in den Lidwinkeln angeordnet sind (Abb. 6.23). Auch hier wird wie beim ERG die Bezugselektrode in den meisten Fällen auf das Ohrkläppchen gelegt.

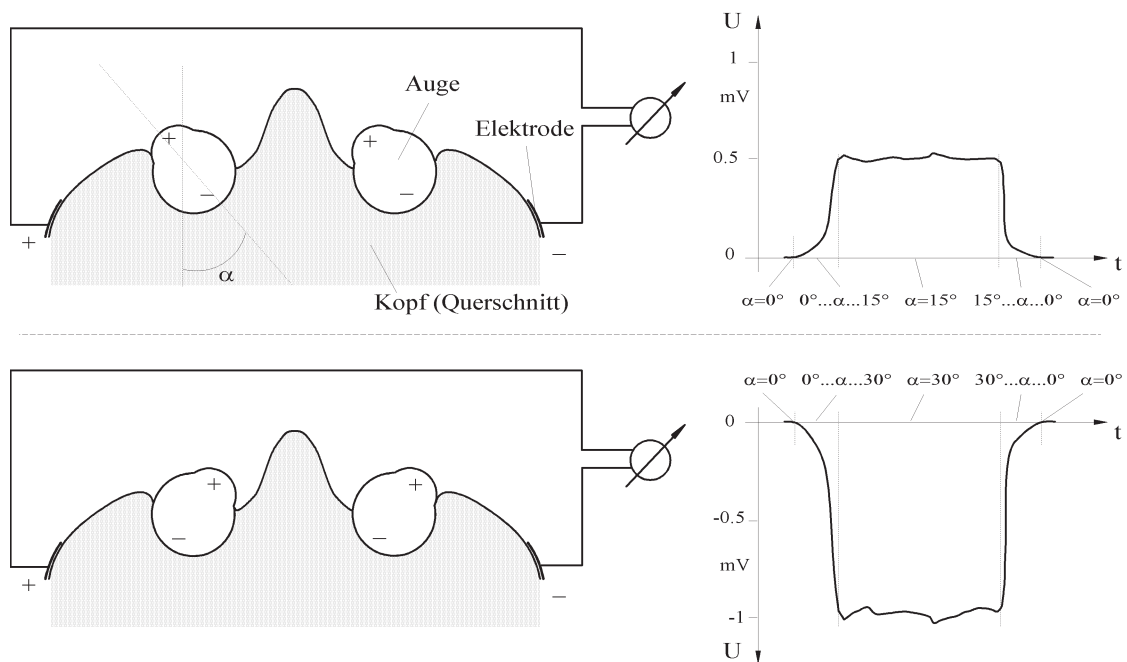


Abb. 6.23: Ableittechnik und typischer Signalverlauf des EOG's bei Augendrehung nach links und rechts

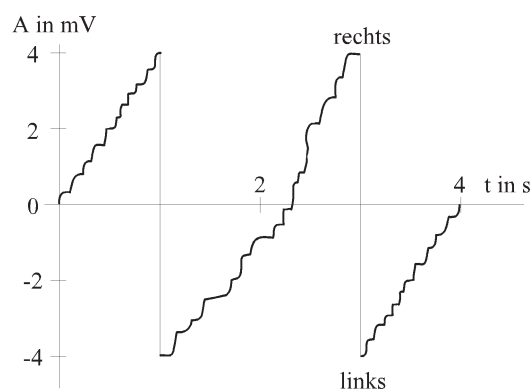


Abb. 6.24: Typischer Signalverlauf des EOG's beim Lesen

Da das EOG vom Stoffwechsel der Retina abhängig ist, erhält man bei deren Erkrankung ein verändertes Antwortsignal. Mit dem EOG lässt sich somit z.B. eine Netzhautablösung und Pigmentdegeneration feststellen. Außerdem können mit dem EOG wichtig Aussagen getroffen werden über die Augenbewegungen, das Bewegungssehen und über die sensorisch-motorische Integration beim Sehen. Werden die Zitterbewegungen des Auges abgeleitet (Nystagmus) erhält man das Elektronystagmogramm.

6.7 Weitere direkte bioelektrische Ableitverfahren

Neben den oben beschriebenen in der medizinischen Routine häufig eingesetzten Ableitverfahren bioelektrischer Signale werden im Folgenden weitere weniger häufig oder selten eingesetzte Methoden vorgestellt. Es

sind dies das

- Elektrogastrogramm zur Aufzeichnung der Aktionsströme des Magens,
- Elektrokochleogramm zur objektiven Funktionsüberprüfung des Innenohrs,
- Elektroolfaktogramm zur Aufzeichnung der bei Reizung mit Duftstoffen am Riechepithel ausgelösten Aktionsspannung.

Kapitel 7

Messwandler in der Medizin

Bei der indirekten Abnahme physiologischer Größen, die nicht mit einer bioelektrischen Signalerzeugung innerhalb des Körpers in Verbindung stehen, werden in der Praxis wenn möglich Messwandler bzw. Messfühler eingesetzt, die diese physiologische Größe in ein in den meisten Fällen elektrisches Signal wandeln. Durch die Umwandlung dieser Größen in ein elektrisches Signal ist es möglich, physiologische Kenngrößen, unterschiedlicher Ursprünge, einheitlich zu handhaben. So können z.B. der Blutdruck zusammen mit dem EKG und einer kontinuierlichen O_2 - und CO_2 -Messung gleichzeitig auf ein- und demselben Ausgabegerät dargestellt werden. Auch lassen sich dadurch die Messdaten z.B. durch Digitalisieren einheitlich verarbeiten, speichern und übertragen. Es werden daher bevor auf die indirekt Abnahme physiologischer Kenngrößen im nachfolgenden Abschnitt 8 eingegangen wird, einige der wichtigsten Messwandler in der Medizin hier besprochen.

Messwandler haben die Aufgabe physikalische oder chemische Quantitäten, die durch unser Sensorium nicht oder nur unzureichend erfasst oder quantifiziert werden können, in solche Größen umzuwandeln, die unserer Beobachtung zugänglich sind. Häufig steht auch die Dokumentation solcher Größen, die im folgenden auch als Signal bezeichnet werden, im Vordergrund der Bemühungen. Damit wird eine retrospektive Betrachtung möglich, so dass eine permanente Beobachtung durch den Menschen entfallen kann. In diesem Sinne ist auch das einfache Fieberthermometer ein Sensor. Es beruht auf dem Prinzip der Volumenausdehnung einer Flüssigkeit oder eines Gases in Abhängigkeit von der Temperatur. Es wird jedoch nach obiger Aufgabenstellung nur eine Teilaufgabe gelöst, nämlich die Umsetzung der Temperatur in eine entsprechende Länge, die visuell quantitativ erfassbar ist. Eine Dokumentation und die kontinuierliche Erfassung des Messwertes ist damit allerdings noch nicht gelungen.

Wandler bedürfen zur Signalumsetzung Energie, die entweder der Messgröße entzogen oder von einer äußeren Energiequelle dem Messobjekt zugeführt wird. Werden stoffliche Größen erfasst, kann das Signal auch durch Materieumsatz erzeugt werden. Bei jeder Messung tritt der Messwertaufnehmer in Wechselwirkung mit dem Prozess, der beobachtet werden soll. Als Prinzip einer jeden Messung ist zu beachten, dass der Prozess selbst durch die Messung nicht in unerlaubter Weise beeinflusst werden darf. Die Grenze des Erlaubten ist dabei durch die erforderliche oder erwartete Messgenauigkeit vorgegeben. Der Messwertaufnehmer kann im direkten Kontakt mit dem Prozess stehen oder aber diesen aus der Ferne beobachten, wie dieses bei optischen Methoden zum Beispiel möglich ist.

Eine kontinuierliche oder quasi kontinuierliche Erfassung der Messgröße ist häufig wünschenswert. Diese For-

derung ist dann erfüllt, wenn der zeitliche Abstand der einzelnen Messungen klein ist, gegenüber der Zeit in welcher sich die Messgröße ändert und, wenn die Einstellzeit des Messwandlers gegenüber der Änderungsgeschwindigkeit des Signals klein ist, der Wandler also dem Signal trägeheitslos folgt.

Der Messwandler besteht im allgemeinen aus dem eigentlichen Signalwandler. In der Regel wird die Messgröße in eine elektrische Größe umgewandelt, womit auch stets die Möglichkeit der Dokumentation gegeben ist. Zusätzliche Elemente schützen den Wandler vor unerwünschten Einflüssen und ermöglichen dadurch erst seine Funktion. Die Konfektionierung gestattet es den Messwertaufnehmer zu handhaben und auch gegebenenfalls zu sterilisieren, um ihn damit für ganz bestimmte Anwendungen verfügbar zu machen.

Zu unterscheiden ist zwischen solchen Messwertaufnehmern, welche die Signalenergie direkt wandeln, und solchen, die energetisch betrieben werden, bei denen die Signalenergie den von einer äußeren Quelle erzeugten Energiestrom moduliert. Letztere werden aktive Wandler genannt. Der Widerstandsgeber ist dieser Kategorie zuzuordnen, dessen Eigenschaft erst durch die Einprägung eines Stroms bei gleichzeitiger Spannungsmessung erfasst werden kann. Demgegenüber stellt das Thermoelement einen elektrischen Generator dar, dessen Verhalten durch eine Spannungsmessung bestimmt wird. Messwertaufnehmer, die ohne Einkopplung von Fremdenergie arbeiten, werden als passiv bezeichnet.

Von Messwandlern wird gefordert, dass sie in einem vorgegebenen Bereich der zu messenden Größe linear arbeiten, damit Proportionalität zwischen angezeigtem Messwert und der zu messenden Größe besteht (Abb. 7.1). Mit der heute zur Verfügung stehenden Technik ist dieser Forderung jedoch nur noch eingeschränktes Gewicht beizumessen, da mit Hilfe der Datentechnik die Berechnung zwischen Eingangssignal und Ausgangsgröße über eine Kennlinie oder eine mathematische Funktion einfach möglich geworden ist. Die Forderung nach einem hysteresefreien Messsystem hat hingegen nach wie vor ihre Gültigkeit (Abb. 7.2).

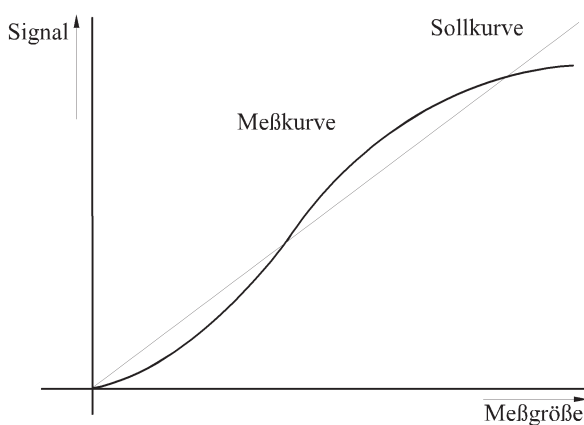


Abb. 7.1: Eingangs-/Ausgangsbeziehung eines Messwandlers bei nichtlinearer Übertragungseigenschaft.

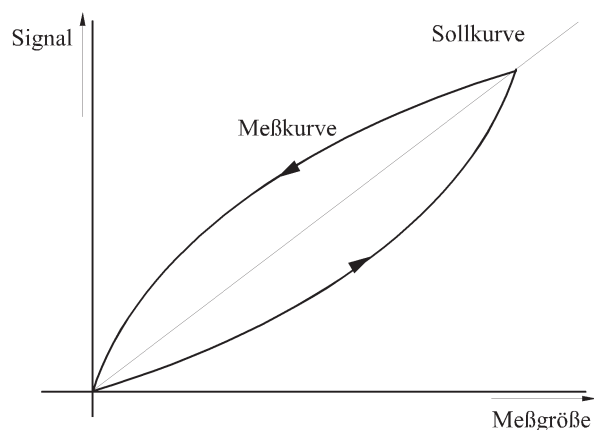


Abb. 7.2: Eingangs-/Ausgangsbeziehung eines Messwandlers mit Hysterese.

Für die Aufnahme von dynamischen Messgrößen muss im Frequenzbereich des Signals ein linearer Frequenzgang von Amplitude und Phase gefordert werden (siehe Abb. 7.3 und Abschnitt 3.2.3.2). Allerdings kann auch hier bei bekanntem Übertragungsverhalten eine rechnerische Korrektur online vorgenommen werden.

Die Eingangs-/Ausgangsbeziehung des Wandlers muss bekannt sein. Im allgemeinen stellt man diese Beziehung durch eine Kalibrierung her. Bei linear arbeitenden Systemen ist lediglich eine Zwei-Punkt-Kalibrierung erforderlich. Bei solchen mit gekrümmter Kennlinie sind viele Stützpunkte erforderlich, zwischen denen dann mit geeigneten Mitteln interpoliert wird.

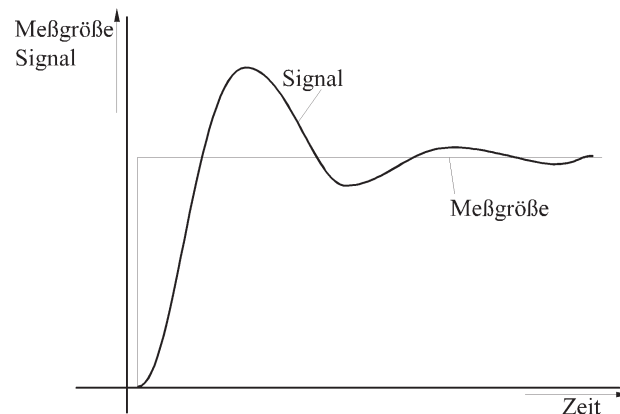


Abb. 7.3: Dynamische Eigenschaft eines Messwandlers mit Zeitverzug und Schwingneigung

Für bestimmte Messwertempfänger ist die Eichfähigkeit zu fordern. Die Eichung, eine hoheitliche Maßnahme, macht die Einhaltung vorgegebener Toleranzen seitens des Wandlers erforderlich. Die Kompensation vorhandener Toleranzen durch Kalibrierung mit Hilfe von Stellgliedern des Messgerätes ist nicht statthaft, es sei denn, Messfühler und Messgerät sind fest miteinander verbunden und werden als eine zusammengehörige Einheit betrachtet und geeicht. Es ist dann nicht erlaubt einen Messwertempfänger auszuwechseln, ohne eine Nacheichung vornehmen zu lassen.

Große Bedeutung hat die Messgenauigkeit eines Systems, die ganz entscheidend von den Eigenschaften des Wandlers abhängt. Hier ist der Begriff der Präzision einzuführen. Darunter ist der Grad der Reproduzierbarkeit eines Messwertes bei wiederholter Messung der gleichen Größe zu verstehen. Als Ursache der Abweichung von Messwerten untereinander sind zufällig verteilte Störgrößen, z.B. Rauschen, zu nennen. Aber auch die Drift gehört in diese Kategorie, die durch Umgebungseinflüsse und Änderung der Materialeigenschaft durch Altern oder Betrieb verursacht wird. Dieser Fehler wird als 'zufällig' bezeichnet. Der Begriff der Richtigkeit erfasst den systematischen Fehler. Dieser beschreibt die Abweichung des angezeigten Wertes vom 'wahren Wert'. Präzision und Richtigkeit zusammen ergeben die Genauigkeit, mit der eine Meßgröße abgebildet wird. Anders ausgedrückt, der Messfehler setzt sich zusammen aus dem zufälligen und dem systematischen Fehler.

Nur der durch Rauschen verursachte zufällige Fehleranteil kann durch wiederholte Messungen und nachfolgende Mittelwertbildung verkleinert werden. Die Auflösung eines Messwandlers, das ist die kleinste angezeigte Differenz zweier benachbarter Messwerte, ist durch seinen zufälligen Fehler begrenzt.

In Tabelle 7.1 sind verschiedene Messwandlertypen und ihre Anwendung zusammengestellt.

7.1 Thermoelektrische Messwandler

Eine Vielzahl von physikalischen Stoffeigenschaften und Stoffgrößen sind von der Temperatur abhängig. Die Messung der Temperatur besitzt daher in der Biomedizinischen Technik ein breites Einsatzgebiet. Beim Menschen z.B. muss zur Aufrechterhaltung lebensnotwendiger Prozesse im Inneren seines Körpers seine Kerntemperatur konstant gehalten werden. Der Wert dieser Kerntemperatur liegt bei einem gesunden Menschen bei ca. 37°C und muss im Krankheitsfall ständig überprüft werden. Abb. 7.4a zeigt den Verlauf der

Messwandler-Typen	Prinzip	Mögliche Anwendungen
Thermoelektrische Messwandler		
NTC-Widerstand PTC-Widerstand (Thermistoren)	Änderung des ohmschen Widerstandes in Abhängigkeit von der Temperatur	Messung des Atemstroms (Atemfrequenz, Atemtiefe) und der Körpertemperatur Thermographie
Thermoelement	Änderung der Leerlaufspannung und des Kurzschlussstroms in Abhängigkeit der Temperatur	
Photoelektrische Messwandler		
Photowiderstände Photodiode Photoelement Phototransistor Sekundärelektronen-Vervielfacher Vakuumphotozellen	Änderung des durch das Bauelement fließenden Stroms in Abhängigkeit der Belichtung	Messung der Durchblutung und des Sauerstoffgehalts
Elektrochemische Messwandler		
Chemische Halbleitersensoren oder Metall-Elektrolyt-Sensoren	Änderung der elektrischen Spannung am Gate eines Feldeffekttransistors (FET) oder an einer Metallelektrode, in Abhängigkeit der Konzentration einer chemischen Substanz	Messung einzelner chemischer Komponenten in Blut, Körpergewebe und Atemluft oder auf der Haut
Mechanoelektrische Messwandler		
Resistiv (R) Induktiv (L) Kapazitiv (C)	Durch Druck- oder Zugkräfte bewirkte Veränderung des Widerstandes R , der Induktivität L oder der Kapazität C .	Es können damit Längenänderungen, Dehnungen und Druckschwankungen im Gewebe, in Organen und Körperflüssigkeiten gemessen werden. Darüberhinaus sind Blutflussmessungen und Messungen von Geräuschen und Mikrovibrationen möglich.
Piezelektrisch	Änderung der Polarisierung	
Hall-Effekt	Änderung der Hall-Spannung durch bewegte Ladungsträger (Ionen)	

Tab. 7.1: Verschiedene Messwandlertypen und ihre Anwendung (aus [Eichmeier \(1983\)](#))

Temperatur in Abhängigkeit von der Entfernung vom Körperinneren (Kern) nach Außen (Umgebung). Sie zeigt, dass bei einem gesunden Menschen bis nahe an die Schale (Haut) die Temperatur konstant ist und sich dann sehr schnell an die Umgebungstemperatur angleicht. In Abb. 7.4b ist die Temperatur an verschiedenen Körperregionen eines gesunden Menschen in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass an den hier gemessenen Körperregionen am Fuß die größten und im Rectum die geringsten Temperaturunterschiede bei unterschiedlicher Umgebungstemperatur auftreten. Es ist daher zur Kerntemperaturbestimmung die Körperregion, an der gemessen wird, von großer Bedeutung. Da die Temperatur im Rectum auch bei geringerer Umgebungstemperatur annähernd so groß wie die Kerntemperatur

ist, eignet er sich als Messort.

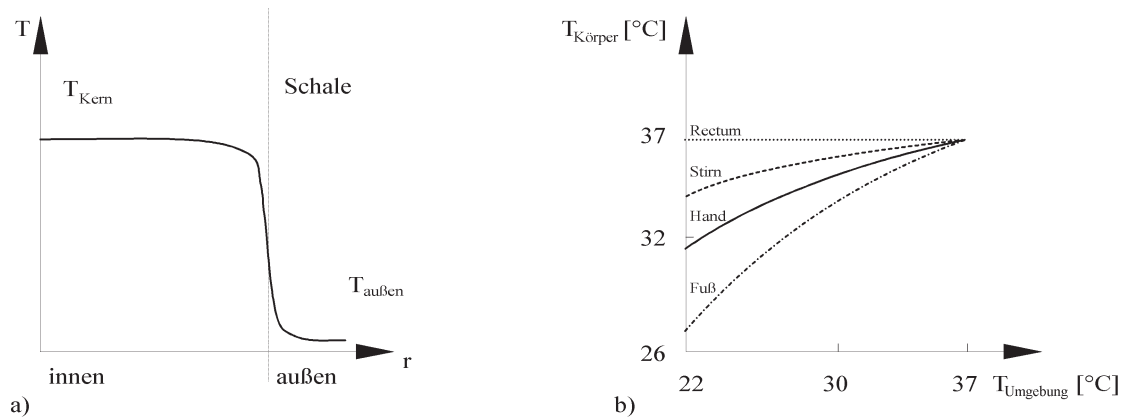


Abb. 7.4: a) Temperaturverlauf in Abhängigkeit von der Entfernung zum Körperinneren; b) Temperaturverlauf an verschiedenen Körperregionen in Abhängigkeit der Umgebungstemperatur

Die hier vorgelegte Auswahl von Sensoren zur Temperaturbestimmung orientiert sich an den Kriterien Stabilität, Messbereich, Linearität, Prinzip der Signalwandlung, Abmessung und Einstellzeit. Für die Kelvin-Skala wird das Symbol T , für die Celsiuskala das Symbol ϑ verwendet [Bliet \(1981\)](#), [Heywang \(1984\)](#), [Weichert \(1980\)](#), [DIN IEC 751](#), [DIN 16 160 Teil 5](#)).

7.1.1 Thermoresistive Sensoren

Der elektrische Widerstand von Stoffen verschiedenster Art ist von der Temperatur abhängig. Bei der Auswahl geeigneter Materialien stehen die zuvor genannten Gesichtspunkte im Vordergrund. Setzt man eine lineare Beziehung zwischen Widerstand und Temperatur voraus, die stets in einem möglicherweise sehr eingeschränkten Temperaturintervall näherungsweise Gültigkeit hat, so lautet die Beziehung

$$R(T) = R_0(1 + \alpha(T - T_0)). \quad (7.1)$$

Dabei ist R_0 der Widerstand bei der Temperatur T_0 und $R(T)$ derjenige bei T . Der Temperaturbeiwert α , im allgemeinen Fall eine Funktion von T , wird als abschnittsweise konstant angenommen (Linearisierung). Er kann sowohl positive als auch negative Werte annehmen und besitzt die Dimension $1/K$. Der spezifische Widerstand und Temperaturbeiwert α sind für verschiedene Stoffklassen in der Regel unterschiedlich groß. Die in Tabelle 7.2 angegebenen Werte der spezifischen Widerstände und Temperaturbeiwerte verschiedener Materialien gelten für die Raumtemperatur von 20°C .

Aus der Tabelle 7.2 ist ersichtlich, dass der Betrag des Temperaturkoeffizienten von Metallen am kleinsten ist. Dennoch werden diese gerne als Temperatursensoren eingesetzt, da einige Metalle eine hohe Stabilität und Reproduzierbarkeit bei der Herstellung besitzen.

Für ein größeres Intervall lässt sich die Widerstandsabhängigkeit von der Temperatur nicht mehr mit einer linearen Näherung angeben. Der elektrische Widerstand von Metallen wird durch ein Polynom n -ter Ordnung beschrieben (Gl. (7.4)), der von Widerständen mit negativen Temperaturkoeffizienten (NTC) durch eine Exponentialfunktion.

Thermoresistive Sensoren werden energetisch betrieben, d.h. dass sie zum Betrieb mit einer elektrischen

Material	Spezifischer Widerstand ϱ in Ωm	Temperaturbeiwert α in K^{-1}
Metalle	$10^{-6} \dots 10^{-8}$	$+0.004 \dots 0.007$
Si-Halbleiter 10^{16} Störstellen/ cm^3	1.0	$+0.008$
Thermistor NTC	10^3	-0.04
Thermistor PTC	10^3	$+0.1$

Tab. 7.2: Spezifischer Widerstand ϱ und Temperaturbeiwert α verschiedener Materialien bei Raumtemperatur $20^\circ C$. Weitere Werte siehe z.B. [Kohlrausch \(1968\)](#).

Energiequelle zu verbinden sind. Die in ihnen in Wärme umgesetzte elektrische Leistung P lässt sich einfach berechnen durch folgende Beziehung

$$P = I^2 R. \quad (7.2)$$

I ist der Strom, der in den Sensor eingepreßt wird.

Der Wärmefühler selbst stellt eine Störung des Temperaturfelds dar. Zunächst sei ein passiver Wärmefühler betrachtet, d.h. ein solcher, der nicht an eine Energiequelle angeschlossen ist. Zu Beginn einer Messung wird der Sensor eine um ΔT abweichende Temperatur von der Umgebung aufweisen. Durch die Oberfläche wird ein von ΔT und der Zeit abhängiger Wärmestrom fließen. Er hängt weiterhin von der Wärmekapazität und –leitfähigkeit der verwendeten Materialien und von den Wärmeübergangswiderständen im Sensor und der Umgebung ab. Erst nach unendlich langer Zeit wird der Sensor exakt die Temperatur der Umgebung angenommen haben. Wir haben es hier mit einem Problem der stationären Wärmeleitung, im einfachsten Fall in ruhenden Medien zu tun. Die Energiebilanz für das Volumenelement eines ruhenden inkompressiblen Mediums führt auf die partielle Differentialgleichung der Wärmeleitung, die für bereichsweise konstante Wärmeleitfähigkeit lautet ([Mende und Simon, 1981](#), S. 130)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T \quad \text{mit} \quad a = \frac{\lambda}{\varrho c}, \quad (7.3)$$

wobei ϱ die Dichte, c die spezifischen Wärmekapazität, T die Temperatur, λ der Koeffizient der Wärmeleitung, t die Zeit und ∇^2 der Laplace–Operator (Δ) ist.

Zur Lösung dieser partiellen Differentialgleichung sind Anfangs– und Randbedingungen festzulegen. Es handelt sich hier um ein Randwertproblem dritter Art. Als qualitatives Ergebnis erhält man die Aussage, dass die Temperaturdifferenz zwischen Sensor und Umgebung um so rascher abnimmt, je geringer seine Wärmekapazität ist, je höher die Koeffizienten der Wärmeleitung sind und zwar des umgebenden Mediums als auch der Materialien des Sensors, und je größer die Wärmeübergangszahl zwischen den einzelnen Materialien des Sensors sowie zwischen Sensoroberfläche und Medium sind.

Da es sich nicht um eine einfache exponentielle Abhängigkeit von der Zeit handelt — bei einfachen Modellen stellt die Fehlerfunktion eine Lösung dar — lässt sich der zeitliche Verlauf des Temperaturangleichs nicht mit einer einzigen Zeitkonstante beschreiben. Es werden bei der Beschreibung der dynamischen Eigenschaften von Temperatursensoren im allgemeinen mehrere Zeiten angegeben, in denen ein Temperatenausgleich auf z.B. 50%, 90% bzw. 95% erfolgt.

Das dynamische Verhalten des Temperatursensors ist einerseits abhängig von den gewählten Materialien, aus denen er aufgebaut ist, und andererseits von der Umgebung, in der er sich befindet. Genauer gesagt, vom Wärmeübergangskoeffizienten und der Wärmeleitfähigkeit des Mediums und weiterhin davon, ob das Medium

ruhend oder bewegt ist (siehe Abb. 7.5). Die Eigenschaften von Temperatur-Sensoren werden deshalb in Tabellenform angegeben, welche die Messbedingungen enthalten, unter denen sie gewonnen wurden.

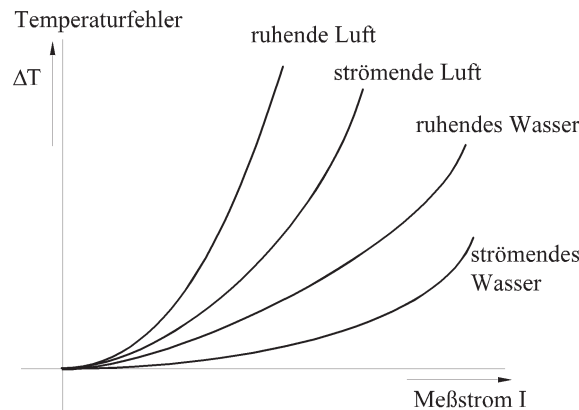


Abb. 7.5: Temperaturfehler eines Sensors in Abhängigkeit von Art und Zustand seines umgebenden Mediums.

Der Wärmefühler steht über seine Zuleitung im Wärmeaustausch mit der Umgebung, was zu einem systematischen Fehler führt. Die Zuleitung soll deshalb dünn und gut isoliert sein.

Durch den Betrieb des Sensors mit einem elektrischen Strom wird in diesem ständig Wärme erzeugt. Stellt man sich vor, dass zu einem Zeitpunkt, in dem das Wärme Gleichgewicht zwischen Sensor und Umgebung eingestellt ist, die elektrische Energie eingeschaltet wird, so ist erneut die Wärmeleitungsgleichung anzusetzen, um den zeitlichen Verlauf der Sensortemperatur und die Endtemperatur zu berechnen. Es kommt zu einem systematischen positiven Abweichen der Sensortemperatur von dessen Umgebung, die um so höher ist, je größer die umgesetzte elektrische Energie ist. Daraus lässt sich als Betriebsbedingung festlegen, dass die Betriebsspannung bzw. der Betriebsstrom so gering wie möglich gehalten werden soll.

7.1.1.1 Metallische Widerstandsgeber als Temperaturwandler

Der am häufigsten eingesetzte metallische Widerstandsgeber als Temperaturwandler besteht aus Platin und hat bei 0°C einen Widerstand von 100Ω . Er wird deshalb als Pt 100 bezeichnet. Platin besitzt den Vorteil, eine ausgezeichnete Langzeitstabilität aufzuweisen. So darf sich z.B. der Widerstand nach zehn aufeinanderfolgenden Temperaturschocks von -200°C bzw. $+600^\circ\text{C}$ um nicht mehr als 0.05% ändern. In Tabelle 7.3 sind für Platin und zum Vergleich auch für Nickel die Grundwerte ihrer Messwiderstände und ihre zulässige Abweichung angegeben (Schrüfer, 1983).

Der elektrische Widerstand von Metallen in Abhängigkeit von der Temperatur wird durch ein Polynom beschrieben

$$R(T) = R_0(1 + A(T - T_0) + B(T - T_0)^2 + C(T - T_0)^3 + \dots), \quad (7.4)$$

wobei R_0 dem Widerstandswert bei der Temperatur T_0 entspricht, A , B und C den jeweiligen Koeffizienten.

In Tabelle 7.4 sind die Zeiten für einen Pt 100 angegeben, die vergehen, bis die Temperaturdifferenz zwischen Wärmefühler und Medium auf 10% des Anfangswerts abgeklungen ist, und zwar in strömender Luft und strömendem Wasser. Sie ist abhängig von der Wärmeübergangszahl, für die ebenfalls charakteristische Werte eingetragen sind. Auch der stationäre Temperaturfehler, verursacht durch den Messstrom, hängt von dieser Größe ab.

Temperatur in $^{\circ}\text{C}$	Nickel			Platin		
	Grundwert Ω	zulässige Abweichung		Grundwert Ω	zulässige Abweichung	
		Ω	K		Ω	K
−200				18.53	± 0.5	± 1.2
−100				60.20	± 0.3	± 0.7
−60	69.5	± 1.0	± 2.1			
0	100.0	± 0.1	± 0.2	100.00	± 0.1	± 0.3
100	161.7	± 0.8	± 1.1	138.50	± 0.25	± 0.6
180	223.1	± 1.3	± 1.5			
200				175.84	± 0.45	± 1.2
300				212.03	± 0.65	± 1.8
400				247.06	± 0.85	± 2.4
500				280.93	± 1.0	± 3.0
600				313.65	± 1.2	± 3.6
700				345.55	± 1.35	± 4.2

Tab. 7.3: Grundwerte der Messwiderstände von Nickel und Platin; Mittlerer Temperaturkoeffizient im Bereich zwischen 0° und 100°C : Nickel: $\alpha = 0.00617\text{K}^{-1}$, Platin: $\alpha = 0.00385\text{K}^{-1}$

	Luft $v = 1.0\text{m/s}$	Wasser $v = 0.2\text{m/s}$
Wärmeübergangszahl in mW/K	2...20	20...1000
Angleichzeit auf $0.9\Delta T$ in s	10...100	1...10
Messstrom in mA bei Eigenerwärmung um 0.1K bei $T = 20^{\circ}\text{C}$	1...5	5...30

Tab. 7.4: Charakteristische Werte für Pt 100 Widerstände in Glas und Keramikummantelung

Für metallische Widerstandsgeber werden im allgemeinen dünne Drähte aus Platin oder auch Nickel auf zylindrische oder flache Körper aufgebracht und dann mit einer Schutzschicht aus Glas oder Keramik überzogen. Aus messtechnischen Gründen ist man bestrebt, den Betriebsstrom bzw. die Betriebsspannung möglichst hoch zu wählen, um eine hohe Empfindlichkeit zu erreichen. Die Leistungsaufnahme des Wärmefühlers ist jedoch durch die zulässige Übertemperatur, die dieser annimmt, d.h. den zulässigen systematischen Fehler begrenzt.

7.1.1.2 Halbleitertemperaturfühler

Bei den nicht metallischen temperaturabhängigen Widerständen ist zwischen den Heißleitern und den Kaltleitern zu unterscheiden. Außerdem können kristalline Halbleiter, Dioden und Transistoren sowie Kristalle zur Temperaturmessung herangezogen werden (Sachse (1975), Müller (1987b)). Der Temperatureffekt von Halbleiterwiderständen beruht auf einer Änderung der Verteilung der Elektronen im Leitungs- und Valenzband. Diese kann in erster Näherung mit einer Boltzmannstatistik beschrieben werden.

7.1.1.3 Kaltleiter

Die Kaltleiter haben in einem bestimmten Temperaturbereich wie Metalle einen positiven Temperaturkoeffizient und werden deshalb auch als PTC–Widerstände bezeichnet. Sie bestehen aus polykristallinen Bariumtitanat (BaTiO_3) dotiert mit ferromagnetischen Materialien. Ihr Widerstand ist frequenzabhängig. Er ändert sich sehr stark bei der Curie–Temperatur. Der positive Temperaturkoeffizient ist eine Folge der Ferroelektrizität. Die zuvor vorhandene einheitliche Ausrichtung der einzelnen Kristalle wird aufgelöst, was in einem schmalen Temperaturbereich zu einem exponentiellen Anstieg des Widerstandes führt (siehe Abb. 7.6).

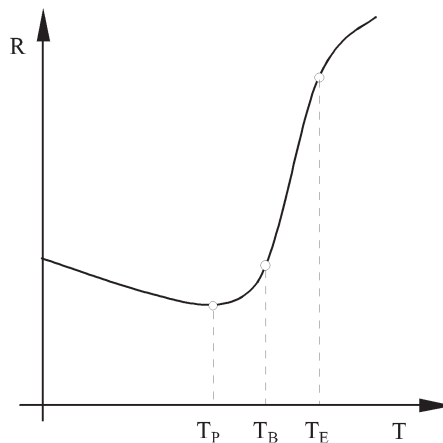


Abb. 7.6: Kennlinienverlauf eines PTC–Widerstandes mit unterschiedlicher Empfindlichkeit

In Abb. 7.6 ist die Kennlinie eines PTC–Widerstandes dargestellt. Im Gebiet, in dem die Widerstandsänderung sehr steil ist, kann der Widerstandswert in Abhängigkeit der Temperatur durch folgende Beziehung beschrieben werden

$$R(T) = R_0 \exp[B(T - T_0)], \quad (7.5)$$

wobei B eine Materialkonstante in K^{-1} und R_0 der Widerstand in Ω bei der Bezugstemperatur T_0 ist. Die Empfindlichkeit E dieses Widerstandes in diesem Temperaturabschnitt ergibt sich zu

$$E = \frac{dR}{dT} = BR_0 \exp[B(T - T_0)] = BR. \quad (7.6)$$

Daraus folgt für den Temperaturkoeffizienten α

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = B. \quad (7.7)$$

Er ist unabhängig von der Temperatur und gleich der Materialkonstante B . Da der Temperaturkoeffizient von Kaltleitern etwa fünfmal größer als der von Heißleitern ist, sind die Kaltleiter sehr empfindliche Temperaturfühler. Sie besitzen jedoch eine sehr große Streuung in den Materialkonstanten und eine unzureichende Messdauerhaftigkeit, so dass sie zur präzisen Temperaturmessung nicht geeignet sind. Sie werden lediglich in Regel- und Schutzschaltungen eingesetzt.

7.1.1.4 Heißleiter

Die Heißleiter haben einen negativen Temperaturkoeffizienten und werden als NTC–Widerstände bezeichnet. Wegen ihres hohen Temperaturbeiwerts α , verglichen mit denen von Metallwiderständen, werden sie

am häufigsten eingesetzt. Sie bestehen aus Mischungen gesinteter Metalloxyde von Mangan, Nickel, Kobalt, Kupfer und Magnesium. Der Fertigungsprozess führt zu einer vergleichbaren großen Streuung des Grundwiderstandes und des Temperaturbeiwerts. Sie können deshalb nur in der Verbindung mit Abgleichelementen eingesetzt werden.

NTC-Widerstände haben eine exponentielle Temperaturabhängigkeit, die durch die folgende Gleichung beschrieben werden kann

$$R(T) = R_0 \exp[B(T^{-1} - T_0^{-1})]. \quad (7.8)$$

Als Bezugstemperatur wird $T_0 = 25^\circ\text{C}$ gewählt, gelegentlich auch 20°C . Demnach ist R_0 der Widerstand bei 25°C . Die Temperatur ist in Kelvin einzusetzen, B ist eine Materialkonstante mit der Dimension einer Temperatur. Sie nimmt Werte zwischen 1500 bis 7000 K an. Die obige Gl. (7.8) lässt sich in folgenden Ausdruck umformen

$$R(T) = A \exp(B/T) \quad \text{mit} \quad A = R_0 \exp(-B/T_0). \quad (7.9)$$

Der Wert von R_0 kann in einem weiten Bereich variieren und zwar von 50 bis $40 \cdot 10^6 \Omega$. Nach (Heywang, 1984, S. 25–43) ist $R_0(T_0 = 25^\circ\text{C})$ im Bereich von 1Ω bis $1\text{M}\Omega$ mit einer Toleranz von +5% bis 10% zu fertigen. Die Empfindlichkeit E des Heißleiters ergibt sich analog zu Gl. (7.6) zu

$$E = \frac{dR}{dT} = -\frac{B}{T^2} A \exp[B(T - T_0)] = -\frac{B}{T^2} R. \quad (7.10)$$

Daraus folgt für den Temperaturkoeffizienten α

$$\alpha = -\frac{B}{T^2}. \quad (7.11)$$

Dieser ist im Gegensatz zum Temperaturkoeffizienten des Kaltleiters von der Temperatur abhängig. Abb. 7.7 gibt die Abhängigkeit des Widerstands von der Temperatur wieder. Je größer der Wert von B desto steiler verläuft die Widerstandskurve, d.h. desto höher ist die Temperaturempfindlichkeit. Aufgrund der Nichtlinearität lässt sich diese nur als Funktion der Temperatur angeben. Für 37°C , d.h. 310K , nimmt der Temperaturbeiwert α bei einem angenommenen B von 4000K einen Wert von 0.04K^{-1} an. Er ist damit um das Zehnfache größer als der von Metallen. Seine Schwankung in einem Temperaturintervall von $\pm 10\text{K}$ beträgt $\pm 0.002\text{K}^{-1}$.

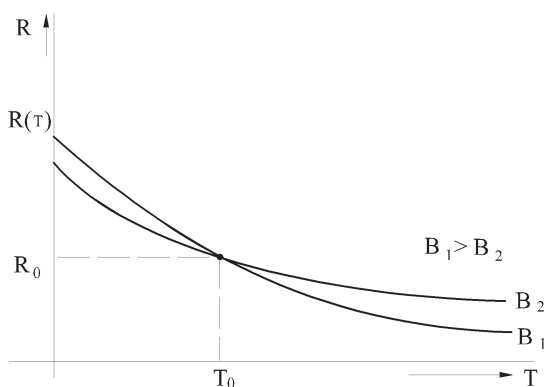


Abb. 7.7: Kennlinienverlauf eines NTC-Widerstandes mit unterschiedlicher Empfindlichkeit

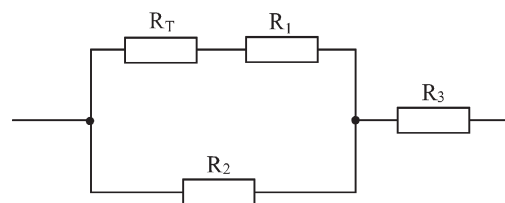


Abb. 7.8: Kompensationsnetzwerk für einen PTC-Sensor

Das zum Ausgleich der Fertigungstoleranzen verwendete Netzwerk ist in Abb. 7.8 dargestellt. Mit diesem wird gleichzeitig eine Linearisierung der Kennlinie vorgenommen. Soll die Linearisierung in einen eingeschränkten Bereich $T_1 \leq T \leq T_2$ erfolgen, erhält man gute Ergebnisse, wenn gleiche Temperaturkoeffizienten

der Schaltung bei den Temperaturen

$$T_3 = T_1 + 0.25(T_2 - T_1) \quad \text{und} \quad T_4 = T_2 - 0.25(T_2 - T_1)$$

vorgeschrieben werden. Damit sinkt allerdings die Empfindlichkeit des Sensors. Erfolgt die Linearisierung nur in einem sehr eingeschränkten Temperaturintervall z.B. zwischen 35° und 42°C , wie bei der medizinischen Routineanwendung üblich, fällt das nicht besonders ins Gewicht. Als weitere Vorteile für Thermistoren sind zu nennen, ihr hoher Widerstand und die relativ schnelle Einstellzeit aufgrund der geringen Masse. Sie können weiterhin sehr preiswert hergestellt werden. Eine Langzeitstabilisierung erfolgt durch künstliche Alterung, z.B. mittels Ultraschall.

7.1.1.5 Kristalline Halbleiter

Auch kristalline Halbleiter wie z.B. dotiertes Germanium oder Silizium können als Temperatursensoren verwendet werden. Silizium hat zwischen -50° und $+150^\circ\text{C}$ einen hinlänglich linearen, positiven Temperaturkoeffizienten, der auf die temperaturabhängige Beweglichkeit der freien Ladungsträger im Silizium zurückzuführen ist. Er liegt bei etwa 0.008K^{-1} und ist damit vergleichbar dem metallischer Thermosensoren.

Da die Spannung U im Durchlassbereich und der Sperrstrom I_S einer Diode temperaturabhängig sind, kann auch dieser Effekt zur Temperaturmessung herangezogen werden. Hier handelt es sich wiederum um eine exponentielle Abhängigkeit (Abb. 7.9), die im Durchlassbereich der Diode ($U > 0$) durch folgende Näherung zwischen Strom I und der so genannten Durchlassspannung¹ U beschrieben werden kann

$$I = I_S(T) \{ \exp[(U)/(nU_T)] - 1 \}. \quad (7.12)$$

Dabei sind $U_T = kT/e$ die Temperaturspannung, die bei einer Temperatur T von etwa 300K etwa 26mV ergibt, $n \approx 1...2$ der Emissionskoeffizient, $I_S \approx 10^{-12}...10^{-6}\text{A}$ der Sperrsättigungsstrom und $k = 1.38 \cdot 10^{-23}\text{VAsK}^{-1}$ die Boltzmannkonstante.

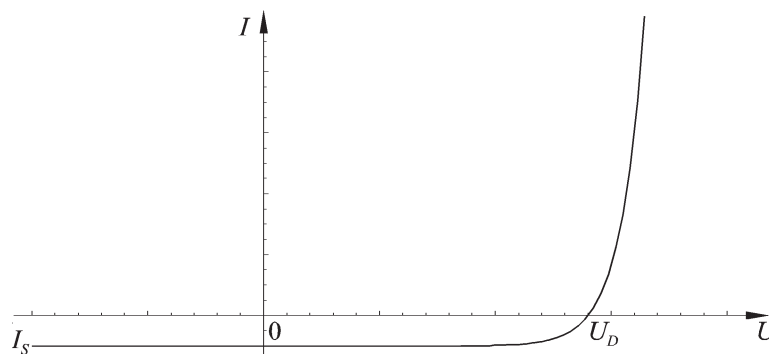


Abb. 7.9: Typische Abhängigkeit eines Diodenstroms I von der Spannung U .

Für die Abhängigkeit des Stroms von der Temperatur ergibt sich ein negativer Temperaturkoeffizient. Zur Temperaturmessung werden im Bereich von -50° bis $+150^\circ\text{C}$ GeAs-Dioden und Si-Transistoren verwendet (Heywang, 1984). Betreibt man die Diode mit konstantem Strom I_0 , erhält man folgende Abhängigkeit der

¹ U wird hier als Durchlassspannung bezeichnet, da die Gleichung hier nur für den Durchlassbereich der Diode, d.h. nur für Spannungen $U > 0$ im Durchlassbereich gilt.

Spannung U von der Temperatur T (Tietze und Schenk (1993, S. 25), Müller (1987b, S. 143):

$$\left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_{I=I_0} \approx -\frac{1 \text{ mV}}{\text{K}} \dots -\frac{3 \text{ mV}}{\text{K}}. \quad (7.13)$$

Da auch der Sperrsättigungsstrom I_S von der Temperatur T abhängig ist (Müller, 1987b, S. 142), ergibt die Beziehung nach Gl. (7.13) eine näherungsweise lineare Abhängigkeit der Spannung U von der Temperatur T (Müller (1987b, S. 143), Tietze und Schenk (1993, S. 25)). Der Temperaturbeiwert ist materialabhängig und liegt zwischen -1 bis -3 mVK^{-1} (Müller, 1987b, S. 143).

7.1.2 Kristall-Thermometer

Aufgrund des piezoelektrischen Effektes lassen sich Kristalle durch Anlegen einer elektrischen Wechselspannung zu mechanischen Schwingungen mit sehr hoher Resonanzgüte anregen. Sie werden deshalb in elektrische Schaltungen zur Frequenzstabilisierung eingesetzt. Die Resonanzfrequenz ist temperaturabhängig. Damit lassen sich mit einem kristallinen piezoelektrischen Schwinger Temperaturmessungen vornehmen. Da Zeitmessungen sehr präzise vorgenommen werden können, haben solche Temperatursensoren eine besonders hohe Auflösung. Die Abhängigkeit der Frequenz von der Temperatur lässt sich sehr gut durch ein Polynom dritten Grades annähern

$$f(T) = f_0(1 + a(T - T_0) + b(T - T_0)^2 + c(T - T_0)^3). \quad (7.14)$$

Die Größe f_0 entspricht der Frequenz bei der Bezugstemperatur T_0 . Die Konstanten a , b und c hängen ab vom gewählten Material, dem angeregten Schwingungsmod und der Orientierung der Kristallachsen bezüglich der elektrischen Kontaktflächen. Ein Kristall kann so geschnitten werden, dass er fast keine Temperaturabhängigkeit aufweist. Bei einer bestimmten Orientierung der Achse kann man erreichen, dass die Konstanten b und c gegen Null gehen. Es wird eine Empfindlichkeit von 1 kHzK^{-1} erreicht.

Um eine bessere Auflösung zu erhalten, wird im allgemeinen über eine bestimmte Integrationszeit τ die Anzahl der Schwingungen aufsummiert und diese durch die Integrationszeit dividiert, was einer Mittelung entspricht. Dadurch erreicht man beispielsweise bei einer Integrationszeit von 1s maximal 1Hz Auflösung, wogegen man bei 100s noch 0.01Hz auflösen kann. Besitzt der Kristall eine Empfindlichkeit von 1 kHz/K kann theoretisch bei einer Integrationszeit von 100s eine Auflösung von 10^{-5} K erreicht werden.

Bei einem kommerziell gefertigten Instrument erhält man beispielsweise bei einer Integrationszeit von 100 Sekunden eine Auflösung von 10^{-4} K und erreicht eine Richtigkeit des gemessenen Wertes von 10^{-2} K . Das erwähnte kommerziell gefertigte Instrument arbeitet mit einer Grundfrequenz von 28MHz.

7.1.3 Thermoelemente

Sind zwei Metalle mit unterschiedlicher Austrittsarbeit der Elektronen und Elektronendichte zusammengeschweißt oder gelötet, so treten Elektronen aus dem Metall mit der geringeren Austrittsarbeit in das mit der höheren über (Seebeck-Effekt). Das führt zu einer Kontaktspannung, die von der Temperatur abhängig ist (Thermoelektrische Spannung). Die Metalle und Metalllegierungen kann man demnach in eine thermoelektrische Spannungsreihe mit willkürlichem Nullpunkt anordnen (Tabelle 7.5) (DIN IEC 584 Teil 1 und Teil 2).

Metall	Sb	Fe	Zn	Ag	Pb	Al	Pt	Ni	Bi
Spannung in $\mu V/K$	+35	+16	+3	+2.7	0	-0.5	-3.1	-19	-70

Tab. 7.5: Thermoelektrische Spannungsreihe bei der Temperatur $0^\circ C$ mit willkürlichem Nullpunkt für Blei

Die Thermospannung hängt von der Temperatur der Kontaktstelle und von der gewählten Metallpaarung ab. Sie wird durch ein Polynom beschrieben. Da jede Metallpaarung eine Thermospannung erzeugt, werden die Leitungen, die zum Messinstrument bzw. zum Verstärker führen, zweckmäßigerweise in gleichem Material ausgeführt (Abb. 7.10). Zwangsläufig entsteht so ein Thermoelementpaar, dessen Thermospannung von der Temperaturdifferenz an den Kontaktstellen abhängt. Thermoelemente stellen also Differenztemperaturmesser dar.

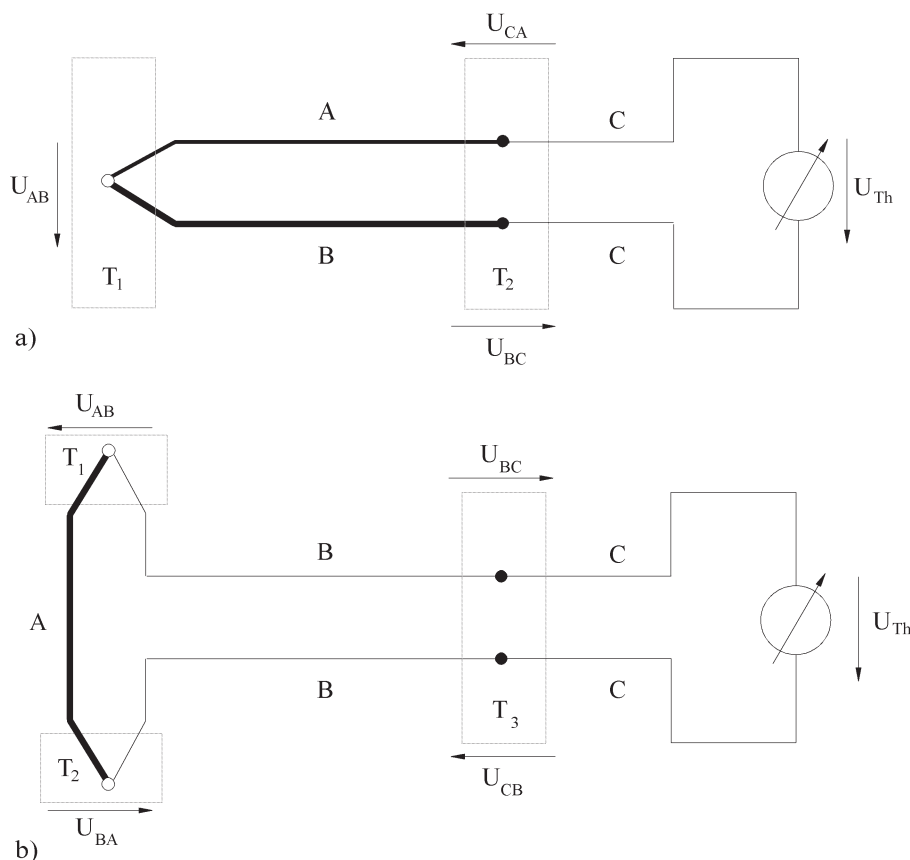


Abb. 7.10: a) Die im Instrument oder im Verstärker angezeigte Spannung ist die Summe aller Thermospannungen im Kreis. Die unterschiedlichen Metalle sind mit A, B und C bezeichnet. Thermospannung: $U_{Th} = U_{AB}(T_1) + U_{CA}(T_2) + U_{BC}(T_2)$; b) Die thermoelektrischen Spannungen U_{BC} und U_{CB} an den Kontakten des Instrumentenkreises sind wegen der gleichartigen Metallpaarung und gleichen Temperatur (T_3) betragsmäßig identisch allerdings mit entgegengesetztem Vorzeichen, so dass sie sich gegenseitig kompensieren; angezeigt wird: $U_{Th} = U_{AB}(T_1) + U_{BA}(T_2) = U_{AB}(T_1) - U_{AB}(T_2)$

Mit guter Näherung lässt sich die Spannung eines Thermoelementenpaares durch eine quadratische Gleichung beschreiben:

$$U = a(T_1 - T_2) + b(T_1 - T_2)^2, \quad (7.15)$$

wobei a und b materialabhängige Konstanten darstellen und T_1 bzw. T_2 die Temperaturen der Lötstellen 1

bzw. 2. Die Änderung der Thermospannung mit der Temperatur wird mit dem Temperaturbeiwert ausgedrückt:

$$\alpha = \frac{dU}{dT} = a + 2b(T_1 - T_2). \quad (7.16)$$

Für technisch realisierte Thermoelemente erhält man für α Werte von $10\mu V K^{-1}$ (PtRh10/Pt) bis zu $80\mu V K^{-1}$ (NiCr10/Konstantan).

Thermoelemente können abhängig vom Material in einem Temperaturintervall von -200 bis $+1500^\circ C$ eingesetzt werden. Sie können besonders klein hergestellt werden, Drahtdurchmesser $< 10\mu m$ sind realisierbar. Aufgrund des hohen Leitungswiderstands ist die Zuleitung zum Messinstrument mit so genannten Ausgleichsleitungen vorzunehmen, wobei darauf zu achten ist, dass die Ausgleichsleitung die gleiche Thermospannung aufweist wie das Kontaktmaterial, da anderenfalls an diesen Stellen Kontaktspannungen auftreten würden.

Aufgrund der geringen Masse sind die thermischen Ausgleichszeiten klein. Für absolute Temperaturmessungen ist es nachteilig, dass eines der Thermoelemente auf konstante Referenztemperatur zu bringen ist, z.B. den Eispunkt $0^\circ C$. Der zulässige Fehler für Thermoelemente wird mit $\pm 1\mu V$ oder $\pm 0.25\%$ angegeben.

Das nichtlineare Verhalten von Thermoelementen über größere Temperaturbereiche wird aus der Tabelle 7.6 deutlich, die einige häufig verwendete Metallpaarungen enthält.

Temperatur ϑ in $^\circ C$	Kupfer/Konstantan U in mV	Eisen/Konstantan U in mV	Platin/Platin-Rhodium U in mV
-200	-5.7	-8.15	—
0	0.00	0.00	0.00
100	4.25	5.37	0.643
200	9.20	10.95	1.436
400	21.00	22.16	3.251

Tab. 7.6: Nichtlineares Verhalten von Thermoelementen bei verschiedenen Metall/Metallegierungs-Paarungen (Konstantan: 45 bis 60% Cu, Rest Ni und andere Metalle, Platin Rhodium: 90% Pt, 10% Rh)

Der Vorteil von Thermoelementen ist in ihrer großen Zuverlässigkeit, Reproduzierbarkeit und Langzeitstabilität zu sehen. Ihr Nachteil beruht auf dem geringen Gleichspannungssignal und darauf, dass an jeder Kontaktstelle infolge des Seebeckeffekts zusätzliche Thermospannungen entstehen, die sich zur Messspannung addieren.

7.1.4 Thermische Strahlungsdetektoren

Die Wirkung thermischer Strahlungsdetektoren beruht nicht auf einer direkten Photonen-Elektronen-Wechselwirkung, sondern auf der Temperaturerhöhung infolge der Strahlungsabsorption. Dadurch ändern sich die elektrischen Eigenschaften der Materialien wie zuvor beschrieben. Der Vorteil thermischer Strahlungsdetektoren gegenüber den in Abschnitt 7.2 beschriebenen Quantendetektoren, beruht auf ihrer breitbandigen spektralen Empfindlichkeit, ihrer Detektivität im fernen infraroten und im Mikrowellenbereich sowie ihrer Stabilität bei hohen Bestrahlungsintensitäten, wie z.B. bei Laserstrahlung.

In Thermosäulen wird der thermoelektrische Effekt durch Hintereinanderschaltung einer größeren Anzahl n von gleichartigen Metallpaarungen n -fach verstärkt. Verwendet man in Thermosäulen Oberflächenabsorber,

so wird die gesamte Energie der einfallenden Strahlung über einen weiten Wellenbereich in Wärmeenergie gewandelt. Sie sind für Leistungsmessungen bei CW-Betrieb (Continuous Waves) geeignet, jedoch nicht für den gepulsten Betrieb mit hoher Leistung. Dazu verwendet man Detektoren mit glasartigem Überzug, welcher nur für einen bestimmten Wellenlängenbereich durchlässig ist, der jedoch im allgemeinen größer ist als der, der von Halbleiterdetektoren erfasst wird. Den prinzipiellen Aufbau einer Thermosäule zeigt die Abb. 7.11.

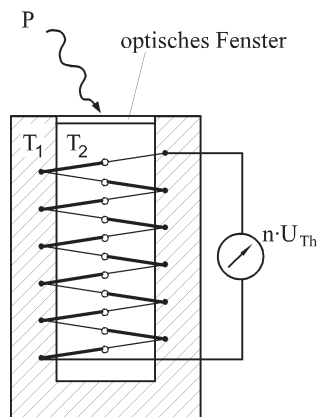


Abb. 7.11: Thermosäule, prinzipieller Aufbau aus n gleichartigen Thermoelementen

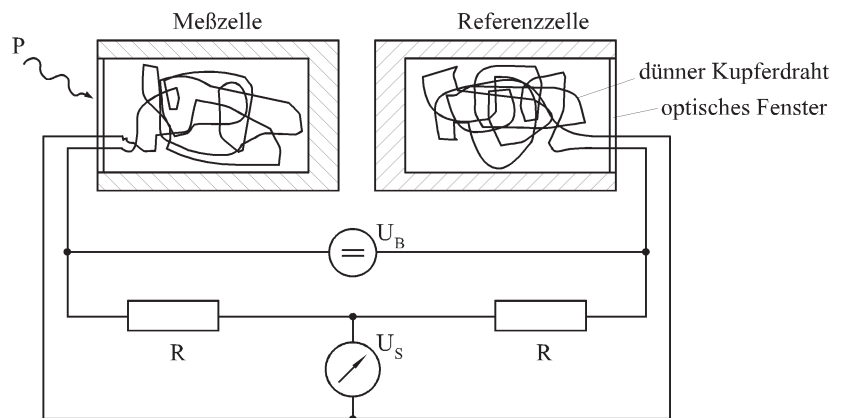


Abb. 7.12: Bolometer (rat's nest calorimeter) mit Mess- und Referenzzelle in einer Wheatstone-Brückenschaltung

Die Wirkung des Bolometers beruht auf der Widerstandsänderung eines metallischen Leiters in Abhängigkeit von der Temperatur, die im allgemeinen in einer Wheatstone-Brücke gemessen wird. In einer nach außen thermisch-isolierten Vakuumschicht, deren Innenseite geschwärzt ist, befinden sich einige hundert Meter eines dünnen Metalldrahts, dessen Enden herausgeführt werden (siehe Abb. 7.12). Verwendet man zwei identische Zellen und setzt nur eine dem zu messenden Lichtstrom aus, dann ist die angezeigte Brückenspannung bei den zu erwartenden geringen Widerstandsänderungen proportional zur Temperaturerhöhung.

Der pyroelektrische Effekt kann nur zur Messung von modelliertem Licht ausgenutzt werden. Das Antwortsignal pyroelektrischer Empfänger ist proportional zum zeitlichen Differentialquotienten ihrer Temperatur und damit des einfallenden Lichtstroms (DIN IEC 584 Teil 1 und Teil 2). Daraus resultiert ihr viel schnelleres Ansprechverhalten als anderer thermischer Empfänger. Pyroelektrische Materialien sind ferroelektrische Kristalle wie z.B. Lithiumtantalat, die spontane Polarisierungen zeigen. Diese beruht auf den elektrischen Feldern der einzelnen Atome oder Moleküle aus denen der Kristall besteht. Befindet sich der Kristall weit unterhalb der Curie-Temperatur, überlagern sich alle individuellen Felder gleichsinnig parallel zu einer Kristallachse. Bei Temperaturerhöhung zerfällt diese Ausrichtung partiell, bis sie bei der Curie-Temperatur völlig zerstört ist. Der messbare Effekt beruht auf einer Ladungsverschiebung. Die Größe der Oberflächenladung ist temperaturabhängig. Bei einer Beschaltung gemäß Abb. 7.13 fließt die Oberflächenladung Q über den Widerstand R ab. Eine Ladungsverschiebung ΔQ ist die Folge einer Temperaturänderung ΔT . Der resultierende Strom ist gleich der Ladungsverschiebung $\Delta Q/\Delta t$ und damit proportional zu $\Delta T/\Delta t$. Deshalb kann der pyroelektrische Empfänger nur für die Messung gepulster oder zerhackter (shopped) Lichtströme verwendet werden.

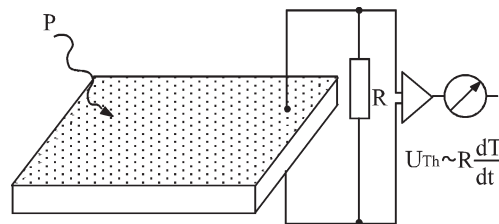


Abb. 7.13: Messschaltung eines pyroelektrischen Empfängers. Die Elektroden auf dem Kristall bestehen aus transparentem, leitendem Material

7.2 Photoelektrische Messwandler

Die hier behandelten Sensoren sind geeignet zur Messung der Energie elektromagnetischer Wellen im ultravioletten (UV), sichtbaren (VIS) und infraroten (IR) Bereich des Spektrums. Die zugehörigen Wellenlängen erstrecken sich von 0.2 bis $40\mu\text{m}$. Abgesehen von thermischen Sensoren (siehe Abschnitt 7.1) ist mit keinem einzelnen Sensor der gesamte Bereich des Spektrums abzudecken. Die Wirkung dieser Sensoren beruht auf Quanteneffekten. Ist die Photonenenergie zu gering, kann keine Wechselwirkung eintreten, ist sie sehr groß wird die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung in der sehr dünnen lichtempfindlichen Zone in Halbleiterdetektoren gering.

Strahlungsdetektoren werden eingesetzt zur Emissionsmessung z.B. von Lasern, zur spektralen Transmissions- und Remissionsmessung in der Spektralphotometrie, zu densitometrischen und sensitometrischen Messungen z.B. bei der Filmauswertung, zur nephelometrischen Messung sowie zur berührungslosen Temperaturmessung. Die Strahlungsquellen sind monoenergetisch oder schmalbandig wie Laser, Laserdiode und Lumineszenzdiode, Linienstrahler wie Quecksilber- oder Xenonhochdrucklampen, Kontinuumstrahler wie Glühlampen und Wärmestrahler. Bei photometrischen Messungen werden aus dem Spektrum der Linien- oder Kontinuumstrahler durch Filterung bzw. spektrale Zerlegung bestimmte Wellenlängen ausgewählt. Die spektrale Energieverteilung eines Wärmestrahlers ist durch das Plancksche Strahlungsgesetz beschrieben. Für manche Lichtquellen wird die Strahlungstemperatur angegeben, ihre spektrale Energieverteilung entspricht dann annähernd der in der Planck-Gleichung beschriebenen. Die effektive Strahlungstemperatur der Sonne beträgt 5780K .

7.2.1 Grundgesetze der Temperaturstrahlung

Die Energieübertragung beruht auf der Abstrahlung und anschließenden Absorption elektromagnetischer Wellen. Der Temperaturstrahlung liegt das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz zugrunde, das die Beziehung herstellt zwischen der Strahlungsleistung P und der Temperatur T , sowie der Oberflächenbeschaffenheit eines Körpers (Pinson, 1985).

$$P(T) = \varepsilon(\lambda, T) A \sigma T^4 \quad (7.17)$$

mit $\sigma = 5.6703 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ (Stefan-Boltzmann-Konstante)

Die Gl. (7.17) beschreibt die Leistung, welche in den Halbraum 2π von einer Fläche der Größe A abgegeben wird. Die Größe ε , der Emissionsfaktor, ist im allgemeinen von der Wellenlänge λ und Temperatur T abhängig. Nur der absolut schwarze Körper sendet die maximale Energie aus, für ihn ist $\varepsilon = 1$, für alle anderen Oberflächen gilt $\varepsilon < 1$. Emissions- und Absorptionsfaktor eines Körpers sind gleich groß.

Die Abhängigkeit der in den Halbraum 2π abgegebenen spektralen Strahlungsleistung $P_\lambda(T)$ des schwarzen Körpers der Ausdehnung 1m^2 von der Wellenlänge λ und der Temperatur T beschreibt das Plancksche Strahlungsgesetz. In einem Wellenlängenbereich $\lambda, \lambda + \Delta\lambda$ wird demnach eine spektrale Strahlungsleistung von

$$P_\lambda(T) = \frac{c_1}{\pi\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1} \quad \text{Wm}^{-2}\mu\text{m}^{-1} \quad (7.18)$$

emittiert. Dabei sind c_1 und c_2 die Planckschen–Strahlungskonstanten, c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, h das Plancksche Wirkungsquantum und k die Boltzmann–Konstante. Es gilt

$$\begin{aligned} c_1 &= 2 \cdot c^2 \cdot h\pi = 3.7418222 \cdot 10^8 \text{ W}\mu\text{m}^4\text{m}^{-2} \\ c_2 &= hc/k = 1.438787 \cdot 10^4 \mu\text{mK} \\ c &= 2.99792 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \\ h &= 6.62618 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ k &= 1.38066 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}. \end{aligned}$$

Die Wellenlänge λ ist in μm einzusetzen. Die Wellenlänge λ_{max} , bei der die maximale Strahlungsintensität abgegeben wird, ist im Wienschen Verschiebungsgesetz formuliert

$$\lambda_{max} = bT^{-1}, \quad (7.19)$$

mit $b = 2.897756 \cdot 10^3 \mu\text{mK}$. Der Verlauf der Strahlungsleistung P_λ als Funktion der Wellenlänge und das Integral über die Wellenlänge ist für die Temperaturen 0° , 37° und 50°C in Abb. 7.14 dargestellt.

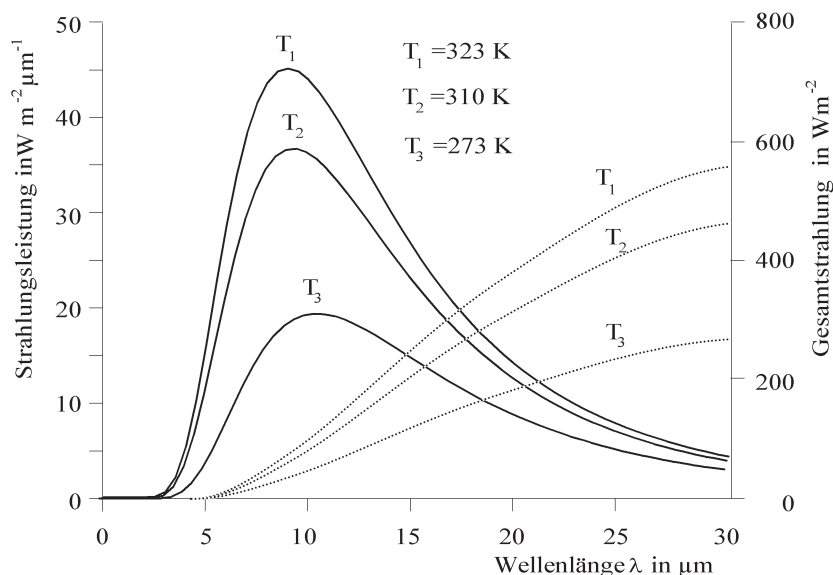


Abb. 7.14: Strahlungsleistung des schwarzen Körpers der Größe 1m^2 , die in den Halbraum 2π abgegeben wird. Die durchgezogenen Kurven entsprechen der Strahlungsleistung $P_\lambda(T)$ in $\text{Wm}^2/\mu\text{m}$, die gestrichelten Kurven der Gesamtstrahlung $\int_0^\lambda P_\lambda(T) d\lambda$ in W/m

7.2.2 Charakteristika von Photodetektoren

Die Photodetektoren sind in zwei Klassen einzuteilen, in Halbleiterdetektoren mit und ohne Grenzschichteffekt und in Emissionsdetektoren. In photosensitiven Halbleitermaterialien, Photoleiter und Photodioden, werden durch den Photonenstrom Elektronen–Löcher–Paare (innerer Photoeffekt) erzeugt. In Emissionsdetektoren, Vakuumphotozellen, werden durch den Beschuss der Photokathode mit Photonen aus dieser Elektronen herausgeschleudert (Photonenenergie > Austrittsarbeit) und durch das anliegende elektrische Feld im Vakuum zur Anode geleitet (äußerer Photoeffekt). Halbleiter–Photodetektoren sind klein, mechanisch unempfindlich, haben geringen Energieverbrauch und sind preiswert. Mit Photomultipliern, eine Vakuumphotozelle mit Verstärkereffekt durch Sekundärelektronen–Auslösung, erreicht man im UV–VIS–Bereich die höchste Empfindlichkeit. Sie sind jedoch relativ groß, zerbrechlich, erfordern eine hohe Betriebsspannung und sind teuer (Bleicher (1986), Dinnis (1987), Ross (1982), Watson (1988), Sensoren II (1987)).

Die spektrale Empfindlichkeit ist eine sehr wichtige Größe bei der Auswahl eines Photodetektors. Sie weist meist ein ausgeprägtes Maximum bei einer bestimmten Wellenlänge auf. Alle Parameter des Photodetektors, die auch in Datenblättern angegeben sind, müssen bezüglich der Wellenlänge spezifiziert werden. Das Ziel muss es sein, einen Detektor auszuwählen mit hoher Empfindlichkeit im zu messenden Wellenlängenintervall bzw. im Emissionsmaximum einer Strahlenquelle. Dies ist dann von besonderer Bedeutung, wenn geringe Energiepegel zu messen sind.

Im folgenden werden wichtige Begriffe zur Charakterisierung von Photodetektoren eingeführt.

- Der Quantenwirkungsgrad η ist ein Maß dafür, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass ein Photon ein Elektron auslöst. Ist n_{Ph} der Photonenstrom (Dimension s^{-1}), so erzeugt dieser n_e Elektronen im Detektor

$$\eta = (n_e/n_{\text{Ph}}) \cdot 100\%. \quad (7.20)$$

Der Wirkungsgrad ist von der Wellenlänge abhängig. Typische Werte im Emissionsmaximum liegen zwischen 5 und 30% für Photokathoden und zwischen 60 und 90% für Photodioden. Bei sehr geringen Photonenströmen kommt deren statistische Natur zum Vorschein.

- Die Detektorempfindlichkeit R (Responsitivity) ist definiert als der Quotient aus dem Detektorsignal S in Volt oder Ampere und der auf den Detektor fallenden Strahlungsleistung P

$$R = \frac{S}{P} \quad A/W \quad \text{bzw.} \quad V/W. \quad (7.21)$$

Auch R ist eine Funktion der Wellenlänge. Monoenergetische Photonen mit der Energie $E = hc/\lambda$ erzeugen einen Photonenstrom $n_{\text{Ph}} = P\lambda/hc \quad s^{-1}$. Mit Hilfe des Wirkungsgrads erhält man daraus den Elektronenstrom $n_e = \eta P\lambda/hc \quad s^{-1}$ und weiter durch Multiplikation mit der Elementarladung $e = 1.6021 \cdot 10^{-19} As$ die Signalstromstärke S_i

$$S_i = \frac{\eta P \lambda e}{hc} \quad A \quad (7.22)$$

und daraus die Empfindlichkeit

$$R = \frac{\eta \lambda e}{hc} \quad A/W. \quad (7.23)$$

- Die äquivalente Rauschleistung NEP (noise equivalent power) eines Detektors gibt dessen Auflösungsgrenze an. Die NEP ist die Rauschleistung S_R des Detektors, die bei völliger Dunkelheit erzeugt wird, bezogen auf dessen Empfindlichkeit R und der Wurzel seiner Bandbreite Δf .

$$NEP = \frac{S_R}{\sqrt{\Delta f}} \cdot \frac{P}{S} = \frac{S_R}{R\sqrt{\Delta f}} \quad W/Hz^{1/2} \quad (7.24)$$

Sie ist gleich der auf die Quadratwurzel der Frequenz bezogene Strahlungsleistung, welche den gleichen elektrischen Strom bzw. die gleiche elektrische Spannung am Detektor erzeugt wie die Rauschleistung. Daneben gibt es andere Rauschquellen im Detektor, die an die statistische Natur der Prozesse im Detektor gebunden sind und deren Eigenschaften von der Betriebsart des Detektors abhängen (Ross, 1982, S. 69–86). Die NEP ist von der Temperatur des Detektors und dessen Umgebung abhängig. Sie ändert sich mit der Bandbreite, mit welcher der Detektor betrieben wird. Man bezieht sie deshalb auf die Wurzel der Bandbreite. Ihre Größenordnung beträgt $10^{-12} - 10^{-14} \text{ W/Hz}^{1/2}$. Die Abhängigkeit der NEP von der Temperatur ist nicht linear. Für einige Detektoren ändert sie sich bei einer bestimmten Temperatur fast sprunghaft über mehrere Dekaden (Pinson, 1985, S. 115).

- Eine aus der NEP abgeleitete Größe ist die spezifische Detektivität D^* , bei der auf die Wurzel der Detektorfläche A normiert wird,

$$D^* = \frac{\sqrt{A}}{\text{NEP}} = \frac{R}{S_R} \sqrt{\Delta f A} \quad \text{mHz}^{1/2}/\text{W}. \quad (7.25)$$

Mit S_R ist die Rauschleistung des Detektors bezeichnet. Je höher die Detektivität desto besser ist die Güte des Detektors. Zur eindeutigen Kennzeichnung der spezifischen Detektivität sind weitere Kenngrößen erforderlich, so bedeutet z.B. die Angabe $D^*(310, 1000, 1)$, dass die spezifische Detektivität mit einem Strahler von 310K bei einer Modulationsfrequenz von 1000Hz und einer Bandbreite von 1Hz gemessen wurde. Zur Erhöhung der Detektivität werden Photoleiter und Photodioden gekühlt. Besonders wichtig ist diese Maßnahme im Bereich des fernen Infrarotspektrums, da hier die Quantenenergie der Photonen sehr gering ist und unter der thermischen Energie der Elektronen bei Raumtemperatur liegt. Die thermische Energie beträgt bei Raumtemperatur von 295K bereits 0.03eV . Als Kühlmittel hat sich flüssiger Stickstoff, dessen Siedepunkt bei 77K liegt, bewährt. Diodenarrays in Diodenkameras kühlt man mit Anordnungen, die den thermoelektrischen Effekt ausnutzen. Auf den Photodetektor trifft außer der Strahlungsenergie vom Messpunkt, auf den durch Linsen oder Spiegel fokussiert wird, die Strahlungsenergie der Umgebung. Letztere leistet ebenfalls einen Beitrag zur NEP. Unter der Voraussetzung, dass die Umgebung der Photodiode die Temperatur von 295K annimmt, lässt sich dieser Anteil der Strahlungsenergie als Funktion der Wellenlänge berechnen. Dabei wird ein räumlicher Strahlungswinkel von 2π angenommen. Man erhält so eine thermische Grenzkurve der Detektivität BLIP (Background Limited Infrared Photodetector). Weitere Verbesserungen sind durch das Anbringen gekühlter Blenden unmittelbar vor dem Detektor zu erzielen.

- Die *Ansprechzeit* t des Detektors kennzeichnet seine Trägheitseigenschaften und damit die maximal zu übertragende Frequenz, die besonders bei sehr kurzen Lichtimpulsen von Lasern z.B. von Bedeutung ist. Sie ist nicht eindeutig definiert, so bedeutet die Angabe t_{50} z.B. die Zeit, welche bis zum Erreichen des 50% Wertes vergeht. Anstiegs- und Abfallzeiten sind nicht identisch. Die Ansprechzeit t_{50} soll keine größeren Werte annehmen als das 0.1-fache der Impulsdauer.

7.2.3 Photowiderstände

Photowiderstände sind passive Bauelemente aus halbleitenden Materialien, deren spezifischer Widerstand sich bei Belichtung verringert. Zwei Effekte sind dafür verantwortlich, nämlich die

- Erhöhung der Ladungsträgerdichte und
- Erhöhung der effektiven Beweglichkeit der Ladungsträger.

Letzteres ist vornehmlich in dünnen, aufgedampften, polykristallinen Schichten der Fall. Der Effekt beruht darauf, dass sich der Übergangswiderstand an den Korngrenzen verringert. Obwohl die Empfindlichkeit sol-

cher Detektoren sehr groß ist, sollen diese sehr komplizierten Mechanismen nicht weiter betrachtet werden. Photoleiter, in denen die Ladungsträgerdichte durch Lichteinfall erhöht wird, bestehen aus monokristallinen Strukturen. Handelt es sich um undotiertes Material, bezeichnet man sie als intrinsisch, sind sie mit Störstellen dotiert, heißen sie extrinsisch. Zum Betrieb von Photowiderständen ist stets der Anschluss einer Spannungsquelle und eines Lastwiderstands in Serie mit dem Detektor erforderlich. Photoleiter sind langsame Detektoren, deren Ansprechzeit im Mikro- bis Millisekundenbereich liegt. Der Grund ist die hohe mittlere Lebensdauer der generierten Ladungsträger im Kristall. Die intrinsischen Photoleiter erhöhen nur dann ihre Leitfähigkeit, wenn die Energie der einfallenden Photonen höher ist als der Abstand zwischen Valenz und Leitungsband des betreffenden Materials. Elektronen werden in das Leitungsband angehoben und erhöhen so die Leitfähigkeit, Löcher bleiben im Valenzband zurück. Die Grenzwellenlänge λ_C für den Nachweis von Photonen ist also vom Energieabstand E_g des Leitungs- und Valenzbandes des Materials abhängig,

$$\begin{aligned} E_g &< E_{\text{Ph}} = \frac{hc}{\lambda}, \\ \lambda_C &= \frac{hc}{E_g}. \end{aligned} \quad (7.26)$$

Die spezifische Detektivität und die theoretische Grenzkurve (BLIP) für einige halbleitende Materialien sind in Abb. 7.15 dargestellt. Grenzwellenlänge und Bandabstand hängen gemäß Tabelle 7.7 zusammen. Den Bandabstand für einige wichtige Materialien zeigt die Tabelle 7.8

λ_C in μm	0.2	0.4	1	2	4	10	20	40
$J/10^{-19}W$	9.93	4.97	1.99	0.99	0.50	0.20	0.10	0.05
J/eV	6.20	3.10	1.24	0.62	0.31	0.12	0.06	0.03

Tab. 7.7: Zusammenhang zwischen Grenzwellenlänge eines halbleitenden Detektors und Photonenenergie ($1eV = 1.6 \cdot 10^{-19}J$)

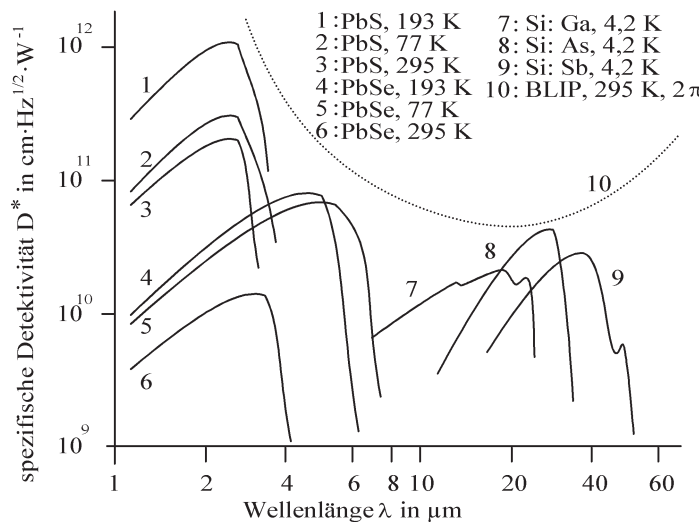


Abb. 7.15: Spezifische Detektivität für einige intrinsische Photoleiter $\lambda_{max} < 15\mu m$ und einige extrinsische Photoleiter $\lambda_{max} > 15\mu m$. Die theoretische Grenzkurve (BLIP) gilt für eine Hintergrundtemperatur von 295K bei einem räumlichen Blickwinkel von 2π (modifiziert nach (Pinson, 1985, S. 114)).

In extrinsischen Photoleitern wird die Erhöhung der Leitfähigkeit durch optische Ionisation der Störstelle bewirkt. Die dafür benötigte Energie ist im allgemeinen geringer, so dass sie besonders für die Messung

Halbleiter	Bandabstand bei 300K E_g in eV	Grenzwellenlänge λ in μm
Silizium (Si)	1.20	1.118
Germanium (Ge)	0.74	1.852
Galliumphosphid (GaP)	2.34	0.549
Indiumphosphid (InP)	1.42	0.926
Aluminiumarsenid (AlAs)	2.16	0.574
Galliumarsenid (GaAs)	1.43	0.868
Aluminiumantimonid (AlSb)	1.62	0.766
Cadmiumsulfid (CdS)	2.42	0.513
Tellur (Te)	0.32	3.877
Zinktellurid (ZnTe)	2.25	0.514
Bleitellurid (PbTe)	0.32	3.877
Zinnselenid (SnSe)	0.90	1.379

Tab. 7.8: Grenzwellenlänge für verschiedene Halbleitermaterialien (Pinson, 1985, S. 238 –243)

langwelliger Strahlung einzusetzen sind. Wegen der geringen Energie, die zur Anregung notwendig ist, muss thermische Ionisation der Störstellen vermieden werden. Man erreicht das durch die Kühlung des Detektors (Pinson, 1985, S. 114 und 116).

7.2.4 Sperrschicht – Photodetektoren und Photodioden

Halbleiterdioden sind dadurch gekennzeichnet, dass ein p - und ein n -dotiertes halbleitendes monokristallines Material aneinandergrenzt (Abb. 7.16). Im Bereich dieser Grenzschicht, dem pn -Übergang, bildet sich eine negative und positive Raumladungszone (RLZ) aus. Infolge der Raumladungen existiert ein von p - zum n -Material gerichtetes elektrisches Feld. Wird das existierende Gleichgewicht durch die Erzeugung zusätzlicher Elektronen-Löcherpaare gestört, wie bei Einstrahlung von Photonen in die Grenzschicht, ist in einem äußeren Kreis eine Photospannung bzw. ein Photostrom nachweisbar. Die Elektronen werden in das Leitungsband angehoben und gelangen infolge der elektrischen Spannungsdifferenz am pn -Übergang auf die n -Seite des Halbleiters, die Löcher gelangen auf die p -Seite des Valenzbandes (Abb. 7.17). Dadurch wird die p -Seite positiv und die n -Seite negativ aufgeladen. Die daraus resultierende Spannung vermindert die Diffusionsspannung um die Leerlaufphotospannung. Im Kurzschlussfall fließt im äußeren Kreis ein Photostrom. Die photovoltaische Spannung und der Photostrom haben entgegengesetzte Vorzeichen. Das typische Kennlinienfeld einer solchen Photodiode bei unbelichtetem und belichtetem pn -Übergang zeigt Abb. 7.18a.

Die Leerlaufphotospannung ist in logarithmischer Weise von der auftretenden Strahlungsleistung P abhängig. Deren Messung wird als photovoltaischer Betrieb bezeichnet. Im allgemeinen betreibt man Photodioden mit negativer Vorspannung, d.h. in Sperrichtung (Abb. 7.18b). Die Abhängigkeit des Stroms von der Strahlungsleistung ist linear.

Der Wellenlängenbereich von Silizium-Photodioden erstreckt sich von 300 bis 1100nm. Bei den Grenzwellenlängen ist die Empfindlichkeit auf 10% des maximalen Wertes abgefallen. Die Listenangaben von Herstellern sind hier nicht einheitlich. Die Wellenlängen maximaler Empfindlichkeit liegen zwischen 800

Schottky-Photodioden nutzen den Raumladungseffekt aus, der sich an Grenzen zwischen Halbleiter und Metall ausbildet. Der Effekt ist vergleichbar dem des pn -Übergangs. Sie eignen sich insbesondere zum Nachweis von UV-Strahlung.

Lawinen-(Avalanche-)Photodioden basieren auf der Verstärkung des primären durch Photonen angeregten Photonenstroms durch Stoßwirkung. Die kinetische Energie der Elektronen und Löcher, die sie innerhalb der mittleren freien Weglänge aufnehmen, muss größer sein als der Bandabstand. Dazu werden sie bis nahe an die Durchbruchgrenze in Sperrichtung vorgespannt.

Die monolithische Integration von Photodiode und Transistor bzw. Thyristor führt zum Phototransistor bzw. zum Photothyristor. Photodioden werden in Zeilen oder flächenförmiger Anordnung (Array) als integrierte Bauelemente hergestellt. Matrizen mit 1024×1024 Bildpunkten sind realisiert worden. Als hochintegrierte Schaltkreise, hergestellt als Charged Coupled Device (CCD), enthalten sie Vorverstärker und Logik zum seriellen Auslesen der Information, eingesetzt in Videokameras (Faust, 1990).

7.2.5 Vakuumphotozellen und Photomultiplier

Bei einigen Materialien vornehmlich Alkalimetallen und ihren Legierungen ist die Elektronenaustrittsarbeit E_A so gering, dass bei Belichtung Elektronen in der Photokathode freigesetzt werden. Auch hier gibt es wieder eine Grenzwellenlänge. Die Photonenenergie muss größer oder gleich der Austrittsarbeit der Elektronen aus dem Kathodenmaterial sein: $\lambda_C = hc/E_A$. Je nach verwendetem Kathodenmaterial hat λ_C verschiedene Werte. Die in der Praxis erreichte obere Grenze liegt bei 800nm . Beschleunigt man die ausgetretenen Elektronen in einem elektrischen Feld, das zwischen Anode und Kathode ausgespannt wird, so kann man an einem Lastwiderstand R eine Spannung abgreifen, die proportional zum Photonenstrom ist. Vakuumphotozellen haben in der Praxis nur noch geringe Bedeutung. Überträgt man auf die ausgetretenen Elektronen durch ein starkes elektrisches Feld eine hohe Energie und lässt sie auf eine Sekundärelektrode prallen, eine Dynode, so werden an dieser Elektrode Sekundärelektronen ausgelöst. Durch Kaskadierung kann dieser Effekt wiederholt und damit verstärkt werden und man kommt zu einem Verstärkungsfaktor bis zu 10^7 . Eine solche Anordnung wird als Photomultiplier bezeichnet. Die pro Kaskade angelegte Spannung ist im allgemeinen nicht gleich, sie liegt im Bereich von 100 bis 150V. Typisch sind 10 Kaskaden. Man erhält damit Anodenspannung zwischen 1 und 2kV. Die äußere Beschaltung eines Photomultiplier zeigt Abb. 7.19

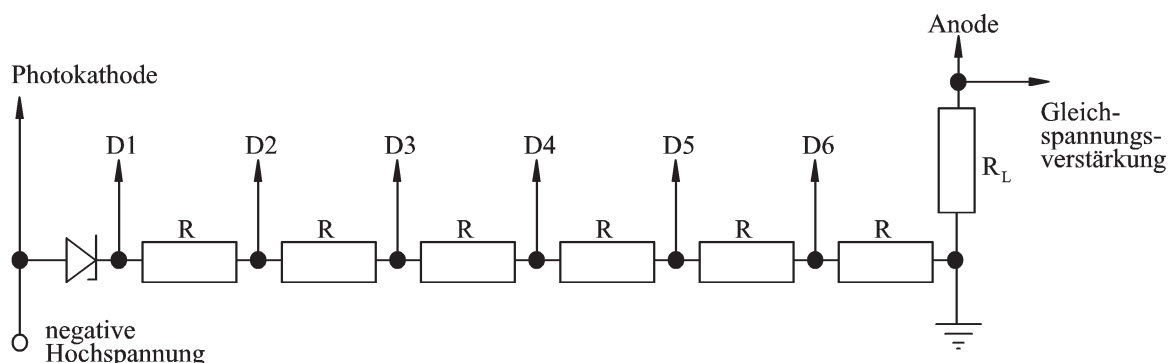


Abb. 7.19: Äußere Beschaltung eines Photomultipliers: Der Anodenstrom liegt im Bereich von $100\mu\text{A}$, die Anodenspannung zwischen 1 bis 2kV , der Strom im Spannungsteiler beträgt das 10- bis 100-fache des Anodenstroms.

Photomultiplier werden vornehmlich im ultravioletten und sichtbaren Bereich des Spektrums eingesetzt

(Abb. 7.20). Man erreicht eine Quantenausbeute von annähernd 30%. Wegen ihrer hohen Empfindlichkeit können sie zur Photonen-zählung eingesetzt werden (single photon detector). Die 10% Grenze ihrer spektralen Empfindlichkeit erstreckt sich von ca. 200 bis 900nm. Vorteilhaft werden sie in Spektralphotometern hoher Qualität eingesetzt.

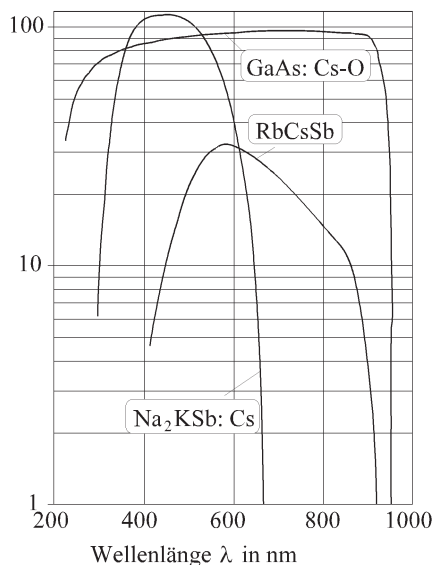


Abb. 7.20: Spektrale Empfindlichkeit von Photomultipliern für unterschiedliche Kathodenmaterialien

7.3 Elektrochemische Messwandler

Der Begriff elektrochemische Sensoren legt es nahe, an solche Messwandler zu denken, die infolge einer chemischen Reaktion in einem äußeren Messkreis einen elektrischen Strom erzeugen. Dieses liegt vor, wenn zwei unterschiedliche Metalle in eine elektrolytische Lösung getaucht und über einen Leiter miteinander verbunden werden. Der Strom ist sowohl von der Metallpaarung als auch vom verwendeten Elektrolyten abhängig. Die Anordnung ist damit prinzipiell geeignet, eine Aussage über die an der Reaktion beteiligten Stoffe und deren Konzentrationen zu liefern. Auch Elektroden zur Spannungsmessung, z.B. der Ruhe- und Aktionsspannung sind hier einzuordnen. An ihren Phasengrenzen wird der im biologischen Gewebe fließende Ionenstrom — vornehmlich getragen durch die extrazellulären hochkonzentrierten Natrium- und Chloridionen — in einen Elektronenstrom im Metall gewandelt. Auch die Konzentration von Molekülen, wie Sauerstoff kann mit elektrochemischen Wandlern gemessen werden. Das setzt allerdings voraus, dass die Moleküle an der Phasengrenze Metall/Elektrolyt zunächst in Ionen gewandelt werden. Auch durch Ionenaustausch an porösen Stoffen, wie Membranen, können an deren Phasengrenze Spannungen entstehen, die ein Maß sind für die Konzentration des gelösten Stoffes und die mittels Elektroden gemessen werden können.

Aber nicht nur durch Elektroden können solche örtlichen Potentialunterschiede gemessen werden. Sind sie auf Raumladungszonen zurückzuführen, können verstärkende Halbleiterbauelemente, so genannte Metalloxyd-Feldeffekttransistoren vorteilhaft verwendet werden.

Da die zu messenden gelösten oder gasförmigen Stoffe im allgemeinen große Diffusionswege zurückzulegen haben, bis es zu einer Reaktion an der Sensoroberfläche kommt, vergehen lange Zeiten bis ein Gleichgewicht

erreicht wird. Deshalb sind elektrochemische Sensoren sehr träge. Ihre Einstellzeit liegt im Bereich von Sekunden bis zu Minuten. Durch die Kontaminierung der Oberflächen sind sie häufig instabil im Langzeitbetrieb. Zum Verständnis der Wirkungsweise elektrochemischer Sensoren sind die Kenntnis über die in Abschnitt 5 bereits ausführlich besprochenen elektrochemischen Prozesse an der Phasengrenze Elektrode/Elektrolyt erforderlich.

7.3.1 Ionenselektive Elektroden

Das bekannteste Beispiel für eine ionenselektive Elektrode (ISE) ist die *pH*-Elektrode. Da sein Wert die Richtung und die Geschwindigkeit der in wässriger Lösung miteinander reagierenden Stoffe bestimmt, ist die Ermittlung des *pH*-Wertes nicht nur in der klinischen Chemie von großer Bedeutung, sondern ebenso in der Lebensmittelindustrie, Metallindustrie (z.B. Korrosionsschutz, galvanische Obeflächenveredelung) und im Umweltschutz. Seine Messung erfolgt im allgemeinen mit einer ionenselektiven Elektrode. Etwa 30 weitere An- und Kationen können gegenwärtig mit ionenselektiven Elektroden gemessen werden. Darunter sind die in der Medizin wichtigen wie K^+ , Na^+ , Ca^{++} , Mg^{++} sowie Cl^- und die Gase CO_2 , NH_3 und NO_x . Die Wirkung der ISE beruht auf dem Einsatz einer selektiv permeablen oder einer Ionenaustausch-Membran.

Letztere ist eine Membran mit fixierter z.B. negativer Ladung. Wird diese Membran mit bestimmten Kationen gesättigt und hernach in eine Lösung mit anderen Kationen getaucht, werden die Kationen der Membran mit den Kationen der Lösung getauscht. Für diese Ionentauscher wird ein Material verwendet, bei dem die fixierte Ladung (die Festionen) durch ionisierbare Gruppen gebildet werden, die an ein festes Gerüst gebunden sind. Damit sind Ionentauscher, die man auch als *Ionexe* bezeichnet, im wesentlichen unlösliche Polyelektrolyte², die in der Lage sind, verschiedene Ionen aus der Lösung mit unterschiedlicher Affinität zu binden. Dabei unterscheidet man je nach Ladungsart der in dem Gerüst fixierten Ladungen zwischen

- Anionenaustauscher³ (*Anexe*) und
- Kationenaustauscher⁴ (*Katexe*).

Besitzt der Ionentauscher beide Arten von Ladungen oder ist er in der Lage, eine Oxidation oder Reduktion durchzuführen, spricht man von einem

- amphoteren Ionenaustauscher oder
- Elektronenaustauscher.

Natürliche anorganische Ionenaustauscher sind z.B. die Tone und Zeolithe⁵, natürliche organische z.B. die Eiweiße und Polysaccharide. Von sehr großer Bedeutung sind die synthetischen Ionenaustauscher wie z.B. die Permutite und die organischen Austauscher auf Kunstharzbasis.

Durch den Einsatz membrangebundener Enzyme, Mikroorganismen und von Körpergewebe erschließen sich neben den Ionenaustauschern weitere Möglichkeiten wie z.B. die Bestimmung von Aminosäuren, Harnstoff

²In Polyelektrolyten ist die eine Ionensorte makromolekular und vielwertig, die andere Ionensorte dagegen besteht aus den üblichen, leicht beweglichen Ionen, so wie sie in einfachen Elektrolyten wie z.B. den Salzen vorliegen. Man bezeichnet letztere als Gegenionen. Durch die Größe der makromolekularen Ionen sind diese durch kovalente Bindungen zu unlöslichen Netzwerken verbunden. Nur die Gegenionen sind frei beweglich und können daher mit anderen Ionen gleichen Vorzeichens ausgetauscht werden. Damit bestehen Polyelektrolyte aus Festionen und Gegenionen, wobei nur die Gegenionen aufgrund ihrer Beweglichkeit am elektrischen Stromtransport beteiligt sind.

³Die Festionen, d.h. die nach der Ionisierung sich ergebenden funktionellen Gruppen sind positiv geladen (Kationen)

⁴Die Festionen sind negativ geladen (Anionen)

⁵Zeolithe (natürliche Aluminosilikate) gehören aufgrund ihrer dreidimensional unbegrenzten Struktur in die Gruppe der Gerüstsilikate. Die Zeolithe sind dadurch charakterisiert, dass ein Teil der Si-Atome des Siliziumdioxids durch Aluminium ersetzt ist.

und Penicillin. Solche Elektroden können mit Durchmessern von 10nm , für z.B. intrazelluläre Messungen, bis zu Zentimetern gefertigt werden.

Nach Amman (1986) lassen sich die selektiven Membranen zunächst in zwei Kategorien unterteilen; nämlich in

- Festkörper- und
- Flüssigmembranen.

Homogene Festkörpermembranen bestehen aus Glas oder Kristallen, in heterogenen Membranen sind kristalline Substanzen in einer Matrix gebunden. In ihnen wechselt ein Ion im Gitter des Festkörpers seinen festen Platz mit einem Ion der Lösung. Im Gegensatz dazu gibt es in Flüssigkeitsmembranen keine festen Plätze, wie im klassischen Ionentauscher. Von größerer Bedeutung hingegen sind Transportmechanismen, die an Träger (*Carrier*) gekoppelt sind, wobei im allgemeinen neutrale oder geladene organische Komplexbildner vorhanden sind, oder solche, bei denen Kanäle durch Komplexbildung selektiv geöffnet werden. Diese Moleküle sind in die Membran eingebettet und werden als Ionophere bezeichnet. Für die Bestimmung von H^+ - und Na^+ -Ionen werden vorzugsweise Festkörpermembranen eingesetzt, für die übrigen Carrier-Membranen.

Eine Vielzahl von Stoffen mit unterschiedlichen Eigenschaften wurden synthetisiert (Amman (1986), Koryta und Štulík (1983)). Der am längsten bekannte Stoff ist das Antibiotikum Valinomycin. Es erhöht die Permeabilität für Alkali-Ionen der Membran von Mitochondrien und wird selbst in diese eingebaut. Es wird heute in kommerziellen Elektroden für die Messung von Kalium verwendet. Diese Entdeckung führte zur Synthese von Stoffen mit vergleichbaren Eigenschaften, die wichtigsten davon sind in Amman (1986) und Koryta und Štulík (1983) beschrieben.

7.3.1.1 Messanordnung mit ionenselektiven Elektroden

Die ionenselektiven Elektroden bestehen in den meisten Fällen aus einem Glasrohr an dessen Ende sich die ionenselektive Membran befindet. Sie sind dabei so aufgebaut, dass die zu untersuchende Lösung auf nur eine Oberfläche dieser Membran einwirkt. Innerhalb des Rohres befindet sich eine Referenzlösung, in die eine Referenzelektrode getaucht ist. Diese kann z.B. eine in Abschnitt 5.6 beschriebene Silber/Silberchlorid- oder Kalomel-Elektrode sein. Es wird gefordert, dass sich die Eigenschaften dieser Referenzlösung durch den Messprozess nicht verändern dürfen, damit das Messergebnis dadurch nicht beeinflusst wird. Das gesamte System wird zusammen mit einer weiteren Referenzelektrode in die zu untersuchende Lösung (Analyt) getaucht (siehe z.B. Abb. 7.22). Man erhält dadurch eine Messanordnung, bei der neben der eigentlich interessierenden Spannung, hervorgerufen durch die Aktivität des zu untersuchenden Stoffes an der Phasengrenze Analyt/Membran, weitere Spannungen aufgrund anderer Phasenübergänge und Diffusionsspannungen auftreten. Für die Messanordnung nach Abb. 7.22 erhält man die in Abb. 7.21 skizzierte Spannungsreihe. Die Spannung dieser Kette berechnet sich zu

$$U = E_1 - E_2 + E_{\text{Diff,M}} - E_{\text{Diff,S}} + E_{\text{Ph,1}} - E_{\text{Ph,2}}, \quad (7.27)$$

wobei E_1 und E_2 die Halbzellenpotentiale der Elektrodenmetalle gegen die bekannten Elektrolyte 1 und 3 sind (siehe Abschnitt 5.1.2).

Die Diffusionsspannung $E_{\text{Diff,S}}$ der Salzbrücke ist z.B. unter Verwendung einer Kaliumchloridlösung, wie in Abschnitt 5.4.1 gezeigt wurde, vergleichsweise klein und bei Verwendung einer hohen Salzkonzentration in der Elektrode konstant zu setzen (Gl. (5.44)). Auch das Phasengrenzpotential $E_{\text{Ph,1}}$ (Abschnitt 5.4.2) Elektrolyt 1/Membran darf als unabhängig von der Testlösung (Analyt) angenommen werden, so dass Gl. (7.27)

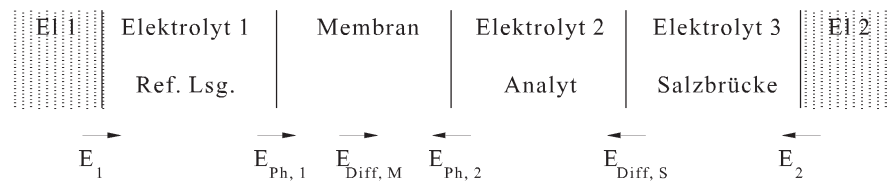


Abb. 7.21: Selektive Eigenschaften von Elektroden erzielt man durch den Einsatz von selektiven Membranen. An den Phasengrenzen der Membran entstehen Phasengrenzpotentiale, innerhalb der Membran und der Salzbrücke Diffusionsspannungen

wie folgt geschrieben werden kann

$$U = U_0 + E_{Diff,M} - E_{Ph,2} = U_0 - E_D. \quad (7.28)$$

Dabei sind in U_0 alle als konstant zu betrachtenden Spannungen zusammengefasst.

Ein semiempirischer Ansatz zur Behandlung von Membransystemen wurde von Eisenmann ([Eisenmann, 1967](#)) vorgenommen, der auf Arbeiten von Nicolsky zurückgeht. Die dort abgeleitete Nicolsky–Eisenmann Gleichung beschreibt den Zusammenhang zwischen der Phasengrenzspannung und der Aktivität der beteiligten Ionen i und j sowie dem potentiometrischen Selektivitätskoeffizienten $K_{i,j}$, auch Ionenaustauschgleichgewichtskonstante genannt.

$$U = U_0 + \frac{RT}{z_i F} \ln[a_i + \sum_j K_{i,j} \cdot a_j^{z_i/z_j}]. \quad (7.29)$$

Dieser kann wie folgt interpretiert werden ([Cobbold, 1974](#))

$$K_{i,j} = \frac{a_i}{a_j} \cdot \frac{a'_j}{a'_i} \cdot \frac{u'_i}{u'_j}, \quad (7.30)$$

wobei sich die gestrichenen Größen auf die Membranphase beziehen. Der Index i bezieht sich auf die tatsächlich interessierende Ionenart, j auf die störenden, um den freien Platz konkurrierenden Ionenarten. Es wird jedoch an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass $K_{i,j}$ -Werte zweckmäßig experimentell zu bestimmen sind und dass eine gegenseitige Abhängigkeit in Ionengemischen vorliegt. Für $K_{i,j} a_j^{z_i/z_j} \ll a_i$ liegt eine Bevorzugung des zu messenden i -ten Ions gegenüber dem störenden vor. Nach Gl. (7.29) liegt für $a'_j = 0$ eine lineare Abhängigkeit zwischen $U - U_0$ und $\ln a_i$ vor. Die Nachweisgrenze eines bestimmten Stoffes wird durch Nebeneffekte infolge Verunreinigungen der Lösung verursacht.

Die vornehmliche Verwendung von Carrier-Membranen ist darauf zurückzuführen, dass eine ausreichende Transportkapazität in Kanälen nur bei Membrandicken $< 10nm$ vorhanden ist, bei denen keine hinreichende mechanische Festigkeit mehr erreicht werden kann. Außerdem beträgt ihre Selektivität typisch $1 : 10^2$, hingegen bei Carrier-Membranen $1 : 10^3$ bis $1 : 10^6$.

7.3.1.2 pH -Messung

Die wahrscheinlich mit einer ISE am häufigsten durchgeführte Messung, mindestens aber am längsten, ist die zur Bestimmung des pH -Wertes. Dieser wird, wie in Abschnitt 5.1.2.1 bereits erwähnt, durch die Aktivität der Oxoniumionen H_3O^+ bestimmt (Gl. (5.12)). Eine dafür am häufigsten eingesetzte und historisch älteste Elektrode ist die *Glaselektrode*. Meistens besteht sie aus einem Glasrohr, deren Ende zu einem möglichst

dünnwandigen Kolben ausgeblasen ist. Dieser dünnwandige Glaskolben entspricht der ionenselektiven Membran. In diesem Kolben befindet sich eine Lösung, deren pH -Wert sich bei der Messung nicht verändern darf. Man verwendet hierfür Pufferlösungen wie z.B. den Acetatpuffer. In diese Pufferlösung führt man die Messelektrode z.B. eine Silber/Silberchlorid- oder Kalomelektrode ein. Das gesamte System bestehend aus Glaselektrode, Pufferlösung und Messelektrode wird dann zusammen mit einer Referenzelektrode in die zu untersuchende Lösung eingetaucht Abb. 7.22.

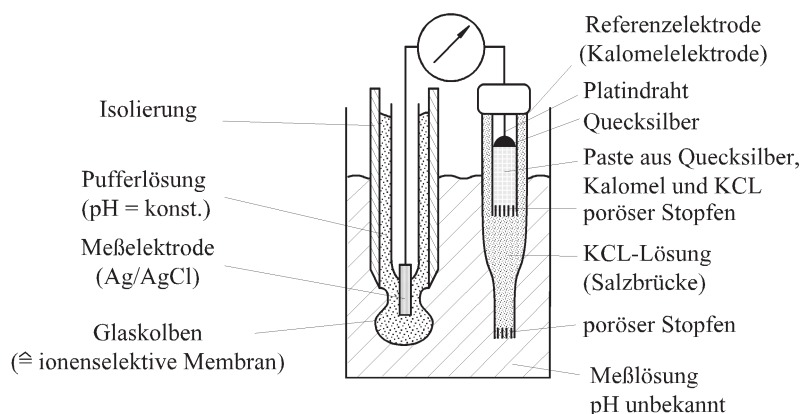


Abb. 7.22: Messanordnung zur Bestimmung des pH -Wertes

Der Nullpunkt wird durch den pH -Wert der Lösung im Inneren des Glaskolbens bestimmt. Die Membran der Glaselektrode ist so beschaffen, dass an ihr eine Austauschreaktion stattfindet. So verläuft z.B. an der Oberfläche eines Natriumglases folgende Reaktion ab



deren Charakter man durch die Ionenaustausch-Gleichgewichtskonstante $K_{\text{H}_3\text{O}^+, \text{Na}^+}$ beschreiben kann.

Es werden jedoch nicht die Kationen von der Glasoberfläche ausschließlich durch Wasserstoffionen aus der Messlösung ersetzt, sondern es können ebenso gleich große oder kleinere Kationen eines anderen Stoffes an diese Stelle treten. Insbesondere in alkalischen Lösungen in denen die Oxoniumkonzentration $c_{\text{H}_3\text{O}^+}$ sehr klein ist, werden häufiger Glaskationen durch 'Nicht-Wasserstoff-Kationen' aus der Lösung ersetzt. Man bezeichnet den dabei hervorgerufenen Messfehler als *Alkalifehler* oder *Salzfehler der Elektrode*. Um diese unerwünschten Austauschreaktionen gering zu halten, müssen die aus dem Glas austauschbaren Kationen eine möglichst kleine Größe besitzen. Dadurch reduziert sich die Anzahl der in der Lösung befindlichen Kationenarten, die geeignete Austauschandidaten sind, und außerdem muss sich die Konzentration der für einen Austausch noch geeigneten 'Nicht-Wasserstoff-Kationenarten' erhöhen, damit dementsprechend viele in die Glasoberfläche eintreten können, um das Potential zu beeinflussen.

Für die Messung des pH -Werts erhält man demnach nach Gl. (7.29)⁶

$$U = U_0 + \frac{RT}{F} \ln[a_{\text{H}_3\text{O}^+} + K_{\text{H}_3\text{O}^+, \text{Na}^+} \cdot a_{\text{Na}^+}]. \quad (7.31)$$

Da in einer neutralen Lösung für die Aktivität der Oxoniumionen gilt $a_{\text{H}_3\text{O}^+} = 10^{-7}$, folgt für den pH -Wert in einem neutralen Medium gemäß Gl. (5.12) $pH = 7$. In einem sauren Medium ist dieser dagegen < 7 , in einem alkalischen > 7 .

⁶Die Aktivitäten $a_{\text{H}_3\text{O}^+}$ und a_{Na^+} beziehen sich auf die H_3O^+ - bzw. Na^+ -Ionen in der Lösung!

Für einen linearen Zusammenhang zwischen dem pH -Wert und der zu messenden Spannung bei $pH = 7$ muss, wie oben bereits erwähnt, demnach gefordert werden

$$K_{H_3O^+, Na^+} \cdot a_{Na^+} \ll 10^{-7}.$$

7.3.1.3 Rückführung einer Gas- oder Substratanalyse auf die pH -Messung

Legt man vor die Glasmembran der pH -Elektrode nach Abb. 7.22 eine solche Membran, die nur durchlässig ist für ein bestimmtes Gas wie z.B. CO_2 und NH_3 erhält man, falls durch dieses ausgetauschte Gas der pH -Wert des Analyten in einer bekannten Abhängigkeit vom Partialdruck des zu bestimmenden Gases verändert, eine Messanordnung zur Bestimmung dieses Gases (Abb. 7.23). Die Ermittlung des Partialdrucks dieses Gases wird damit auf die Messung des pH -Wertes zurückgeführt.

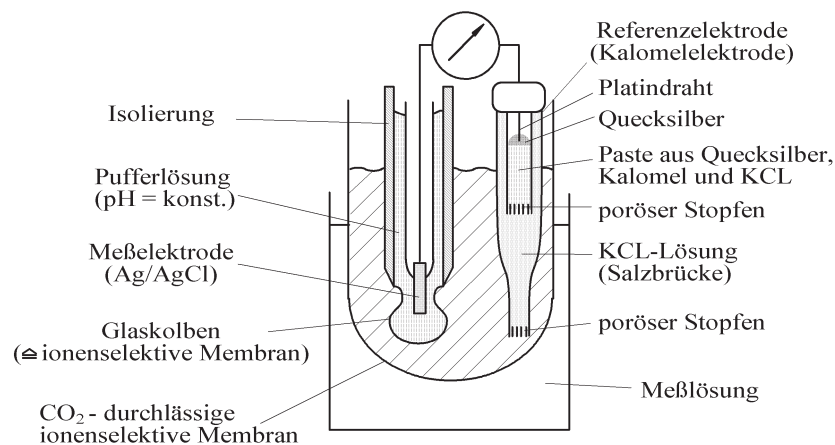


Abb. 7.23: Messung der CO_2 -Konzentration über die pH -Messung

Eine weitere Modifikation besteht darin, diese Membran vor der Glasmembran mit immobilisierten Enzymen zu belegen (Clark Jr., 1987) (Abb. 7.24). Wegen der hohen Spezifität von Enzymen reagiert die Elektrode substratspezifisch. Der Wirkungsmechanismus beruht darauf, dass aus dem Substrat ein nachweisbares Molekül oder Ion, CO_2 , NH_3 , H_3O^+ abgespalten wird, das den pH -Wert in einer von diesem Molekül oder Ion bekannten Abhängigkeit verändert. Damit wird analog der Bestimmung bestimmter Gase, die Ermittlung bestimmter Substrate auf eine pH -Messung zurückgeführt. Eine ausführliche Zusammenstellung verwendeter Enzyme und Reaktionen finden sich in Guildbault (1984), eine Auswahl in Kuan und Guildbault (1987). Der schematische Aufbau einer Enzymelektrode ist in Abb. 7.24 dargestellt. Anstelle des Enzyms können auch Mikroorganismen (Kurnbe, 1987), Pflanzenzellen oder Körpergewebe (Arnoldt und Rechnitz, 1987) aufgebracht werden.

Beispiele für realisierte Enzymelektroden sind die Elektrode zum Nachweis von Harnstoff, die Glukose-Glukoseoxidase-Elektrode, die Creatin-Creatinase-Elektrode, Aminosäure-Oxidase-Elektrode und die Penicillin-Penicillinase-Elektrode.

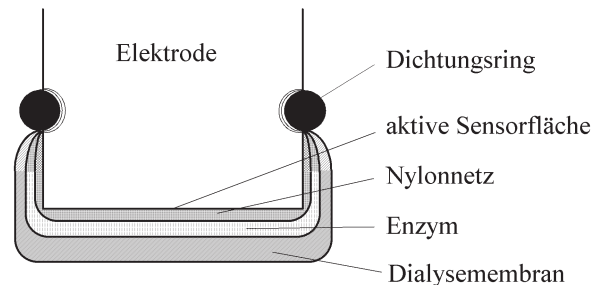
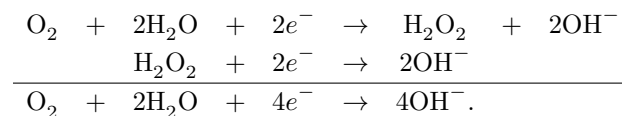


Abb. 7.24: Schematische Darstellung einer Enzymelektrode. Das Nylonnetz dient zur Einstellung eines konstanten Abstandes. Der Raum vor der Elektrode ist mit Elektrolyt gefüllt

7.3.2 Amperometrische Elektroden

Das bekannteste Beispiel für eine amperometrische Elektrode (Wilson, 1987) ist die Sauerstoffelektrode. Ihr Wirkungsprinzip beruht auf der Reduktion von O_2 an einer Edelmetall-Elektrode. Im allgemeinen wird dafür Platin verwendet, unter der Wirkung einer angelegten äußeren elektrischen Spannung. Der Stoffumsatz an der Elektrode ist vom Partialdruck des Sauerstoffs und von der Spannung an der Elektrode abhängig. Da die Reduktion eine Reaktion ist, die Elektronen verbraucht, wird die aktive Elektrode gegenüber der Referenzelektrode negativ vorgespannt, sie wird zur Kathode. Die Reaktion verläuft zweistufig unter Aufnahme von 4 Elektronen



Die Abhängigkeit des Elektronenstroms von der angelegten Spannung ist in Abb. 7.25 dargestellt und ebenfalls die daraus resultierende Beziehung zwischen dem Strom und dem Partialdruck des Sauerstoffs p_{O_2} , bei einer vorgegebenen Spannung von $-0.7 < U_e < -0.5V$.

Bei einer Spannung $U_e > -0.5V$ erfolgt kein vollständiger Umsatz des an die Elektrode durch Diffusion gelangenden Sauerstoffs. Bei dem sich daran anschließenden Plateau ist der Umsatz vollständig und im weiteren Verlauf $U_e < -0.7V$ wird der Elektrodenstrom durch andere Ladungsträger zusätzlich verstärkt. Es kann z.B. Stoßionisation auftreten. Die Platinelektrode wird durch eine selektive Sauerstoff durchlässige Membran, häufig Teflon, vom Messraum getrennt. Die Referenzelektrode ist mit dem Elektrolyten des Elektrodenraums in Kontakt, so dass auch in Gasen gemessen werden kann. Dieser Elektrodentyp wird als *Clark-Elektrode* bezeichnet (Abb. 7.26).

Der Elektrodenstrom ist abhängig vom Durchmesser der Platin-Elektrode, den Diffusionskoeffizienten und der Löslichkeit von Sauerstoff im Analyten, dem Elektrolyten des Elektrodenraums sowie von den geometrischen Abmessungen. Da sich ein Teil dieser Größen relativ stark mit der Temperatur ändern, ist eine Abhängigkeit des Messwertes von der Temperatur vorhanden.

Hält man die Bedingung ein, dass der Abfall des Sauerstoffpartialdrucks fast ausschließlich in der Membran und nur zum geringen Teil im Elektrolyten des Elektrodenraums erfolgt, so herrscht vor der Membran der Druck p_{O_2} des ungestörten Feldes (Abb. 7.26). Unter den genannten Bedingungen gilt folgende Näherung für den Elektrodenstrom I

$$\frac{I}{Ap_{O_2}} \approx 4F \frac{\alpha_m D_m}{d_m} \quad AkPa^{-1} cm^{-2}. \quad (7.32)$$

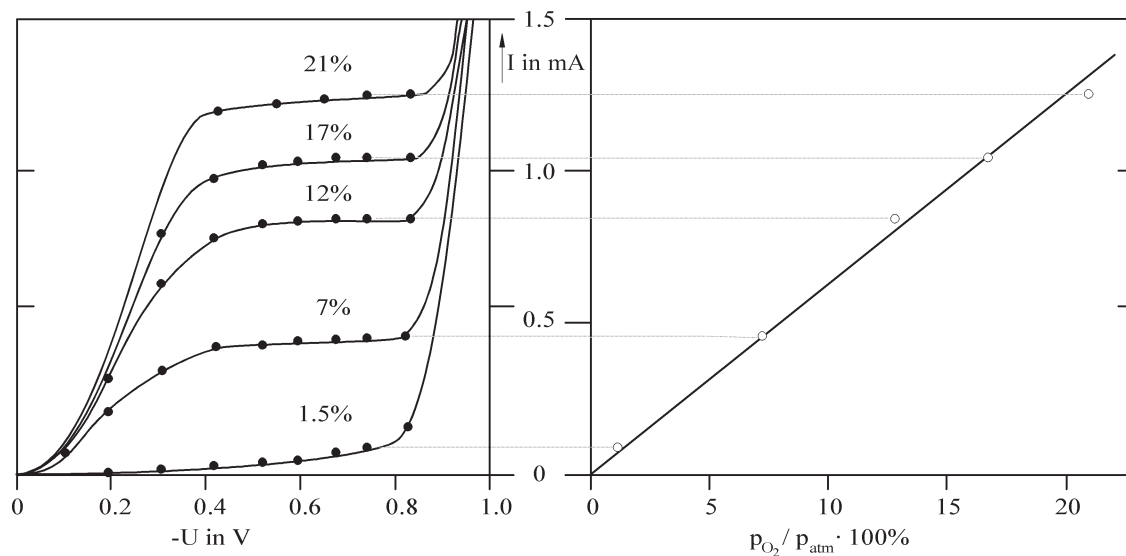


Abb. 7.25: Die Sauerstoffelektrode: a) Abhängigkeit des Elektrodenstroms I in willkürlichen Einheiten von der negativen Vorspannung U an der Platinelektrode. Parameter ist der relative Sauerstoffpartialdruck bei 101 kPa in %; b) Abhängigkeit des Elektrodenstroms vom Sauerstoffpartialdruck p_{O_2} bei einer Elektrodenvorspannung von 0.75 V (Olsen, 1949)

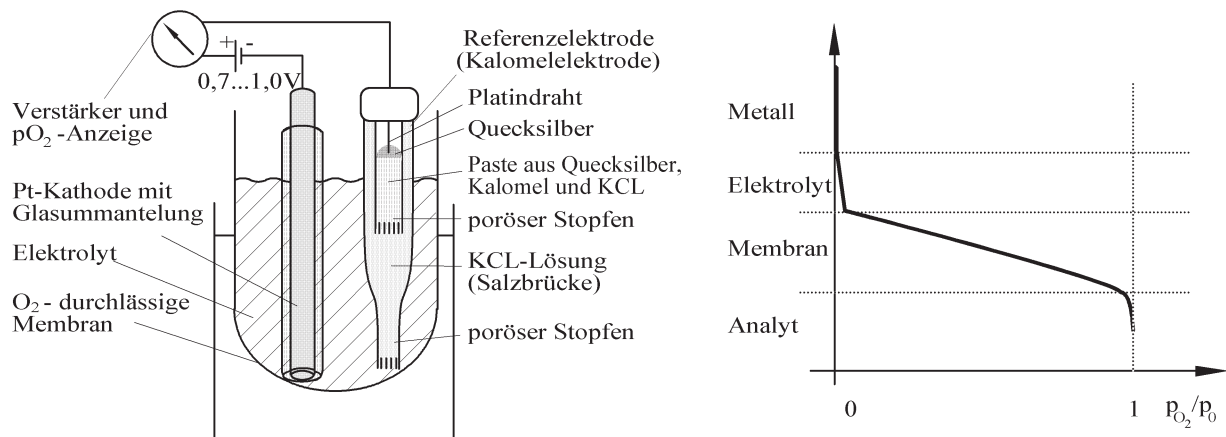


Abb. 7.26: a) Schematischer Aufbau einer Sauerstoffelektrode (Clark-Elektrode); b) Schematische Darstellung des Verlaufs des Sauerstoffpartialdrucks im Elektrolyten, der Membran und im Elektrodenraum.

Es entspricht dabei A der Elektrodenfläche, α_m dem Löslichkeitskoeffizient, D_m dem Diffusionskoeffizient innerhalb der Membran, F der Faraday-Konstante (Gl. (3.171)) und d_m der Dicke der Membran. Bei einer Temperatur von 25°C ist für Teflon (Polytetrafluorethylen-co-hexafluorpropan) $D_m = 0.184 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ und $\alpha_m = 0.202 \cdot 10^{-2} \text{ N cm}^3 (\text{O}_2) \text{ cm}^{-3} (\text{Teflon}) \text{ kPa}$ (Landolt-Börnstein, 1969). Daraus errechnet sich $\alpha_m = 9.02 \cdot 10^{-8} \text{ mol} (\text{O}_2) \text{ cm}^{-3} (\text{Teflon}) \text{ kPa}$. Für eine Membran der Dicke $d_m = 25 \mu\text{m}$ erhält man

$$\frac{I}{A p_{\text{O}_2}} \approx 2.56 \cdot 10^{-6} \quad A (\text{kPa})^{-1} \text{ cm}^{-2}. \quad (7.33)$$

Bei einer Elektrode mit einem Durchmesser von $10 \mu\text{m}$ ($A = 7.85 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2$) ergibt sich daraus ein Strom von $I/p_{\text{O}_2} \approx 2.01 \cdot 10^{-12} A (\text{kPa})^{-1}$.

7.3.3 Ionenselektive Feldeffekttransistoren

Wird die Steuerelektrode eines verstärkenden Halbleiterbauelements eines Feldeffekttransistors, durch eine ionenselektive, isolierende Oberflächenbeschichtung ersetzt, erhält man einen ionenselektiven Feldeffekttransistor (ISFET). Der Feldeffekttransistor besitzt wie die bipolaren Transistoren drei Elektroden, von denen die eine, das Gate, den Strom zwischen den beiden anderen steuert. Beim Metalloxyd-Feldeffekttransistor (MOSFET) ist die Gateelektrode vom Halbleitersubstrat, dem dotierten Silizium, durch eine Siliziumoxydschicht isoliert. Die Steuerung des Stroms zwischen Drain und Source, im Channel, erfolgt über das elektrische Feld, welches sich durch Anlegen einer elektrischen Spannung an die Gateelektrode zwischen diesem und dem Kanal ausbildet. Der Kanal ist die leitende Zone, in welcher der Strom durch Löcher oder Elektronen getragen wird, die sich zwischen Drain und Source ausbildet (Abb. 7.27a). Die Steuerung des Drainstroms erfolgt hier im Gegensatz zu bipolaren Transistoren leistungslos. Der Drainstrom steigt zunächst mit zunehmender Drain-Source-Spannung und nimmt dann Sättigungscharakter an. Anstiegssteilheit und Sättigungsstrom hängen von der Gate-Source-Spannung ab. Im Sättigungsbereich ist der Drainstrom demnach nur noch von der Gate-Source-Spannung abhängig. Dieses ist die Betriebsart, in welche der Transistor in der hier diskutierten Anwendung eingesetzt wird.

Ein elektrisches Feld kann ebenfalls zwischen Gate und Substrat erzeugt werden, in dem die Metallelektrode fortgelassen wird und über ein das Gate abdeckendes isolierendes Material ein Elektrolyt mit diesem in Kontakt gebracht wird (Abb. 7.27b). Das Phasengrenzpotential Isolator/Elektrolyt ist verantwortlich für die Steuerwirkung. Von dem isolierenden Material, das den Kanal bedeckt, ist zu fordern, dass es selektive Eigenschaften hat. Daneben muss von den verwendeten Materialien wie SiO_2 , Si_3N_4 , Al_2O_3 und T_2O_5 hervorragende Isolationseigenschaften gefordert werden und weiter, dass sie undurchlässig sind für das Lösungsmittel sowie chemisch stabil. Kombiniert man solche Oxydschichten mit selektiven Membranen oder solchen, auf denen Enzyme, Mikroorganismen, Pflanzen- oder Tierzellen deponiert sind, ergeben sich vielfältige Möglichkeiten der Stoffbestimmung, wie in Abschnitt 7.3.1.1 dargestellt. Es bietet sich hier mit den technologischen Kenntnissen, wie sie für die Herstellung von Halbleitern entwickelt worden, Möglichkeiten an, sehr kleine Sensoren in großen Stückzahlen preiswert herzustellen. Es ist das Verdienst von Bergveld (Bergveld (1970), Bergveld (1972)) dieses Gebiet erschlossen zu haben. Seine Untersuchungen richteten sich zunächst auf die in der Elektrophysiologie wichtigen Na-, K- und H-Ionen. Theoretische Herleitungen, Herstellungsverfahren, Schaltungstechnik und Anwendungsbeispiele werden ausführlich in Bergveld und Sibbald (1988) behandelt.

7.4 Mechanoelektrische Messwandler

Masse, Weg und Zeit sind die elementaren Größen der Mechanik auf die sich alle weiteren zurückführen lassen. Weg, Geschwindigkeit, Kraft bzw. Druck und Beschleunigung sind die Größen, deren Messung hier behandelt werden soll. In Tabelle 7.9 sind diese und daraus abgeleitete Größen sowie deren mathematischen Beziehungen untereinander dargestellt. Zur Bestimmung dieser Größen können auch Methoden eingesetzt werden, die nicht auf mechanischen Sensoren beruhen. Die wichtigsten werden zusammenfassend in den einzelnen Unterabschnitten behandelt.

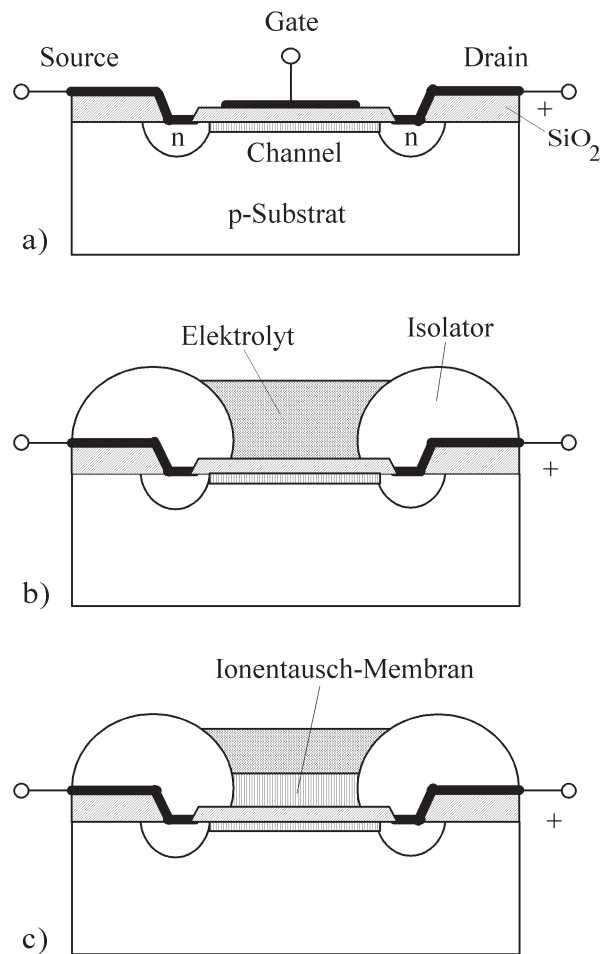


Abb. 7.27: a) Schematische Darstellung eines Metalloxydtransistors (MOSFET); b) Durch Entfernen des metallischen Gates und durch Wechselwirkung des Elektrolyten mit dem Isolator, oberhalb des Kanals, bildet sich eine elektrische Doppelschicht aus, welche direkt auf den Kanal einwirkt; c) Zur Erhöhung der Selektivität wird über die den Kanal isolierende Schicht eine Ionenaustauschmembran aufgebracht

7.4.1 Abstandsmessung

Eine Längen- oder Abstandsmessung kann mit Hilfe von Absorptionsmessungen durchgeführt werden. Die Schwächung von Schall-, Licht-, Röntgen- sowie α -, β - und γ -Strahlung gehorcht einem exponentiellen Schwächungsgesetz. Das Produkt aus Abstand und Schwächungskoeffizient steht im Exponenten. Aufgrund der Energieabnahme, bzw. der Schwächung einer anderen charakteristischen Größe der Strahlung, lässt sich die Distanz zwischen Sender und Empfänger berechnen. Wesentlich höhere örtliche Auflösung lässt sich durch Auswertung von Interferenzmustern erreichen, erzeugt durch die Überlagerung der reflektierten und einer Referenzwelle. Ein weiteres optisches Verfahren, das eine Auflösung $< 1\text{nm}$ ermöglicht, basiert auf der automatischen Fokussierung eines Linsensystems auf die Oberfläche. Mit reflektierten Ultraschallwellen lassen sich Laufzeitmessungen zur Abstandsbestimmung vornehmen. Auch die Erzeugung von stehenden Schallwellen vor einem Hindernis lässt sich durch die Bestimmung der Lage von Knoten und Bäuchen in eine Distanzmessung überführen. Ein anderes optisches Verfahren beruht auf der Abbildung eines ruhenden und eines mit dem Abstand beweglichen Strichmusters aufeinander.

Bestimmungsgröße	Symbol/Beziehung	Messgröße
Weg, Abstand	s	Kapazität Induktivität Widerstand Hall-Spannung Laufzeit Interferenz Energieabnahme
Geschwindigkeit Abgeleitete Größen: Impuls Energie Leistung Volumenstrom	$v = \frac{ds}{dt}$ $p = mv$ $W = \frac{1}{2}mv^2$ $P = \frac{dW}{dt}$ $Q = vA$	Laufzeitdifferenz Frequenzverschiebung — Doppler-Effekt Elektromagnetisch — Lorentz-Kraft Energiedissipation — Anemometrie
Beschleunigung Kraft Druck	$a = \frac{d^2s}{dt^2}$ $F = ma$ $p = \frac{ma}{A}$	Ladungsverschiebung — piezoelektrischer Effekt — magnetostriktiver Effekt Verformung Längenänderung

Tab. 7.9: Zusammenhang zwischen Bestimmungsgrößen und daraus abgeleiteten Größen sowie eine Auswahl von Messverfahren

7.4.1.1 Potentiometrische Widerstandsgeber

Eine direkte Umformung der Messgröße Länge in eine Widerstandsänderung und damit in eine Strom- bzw. Spannungsänderung erhält man durch Verwendung eines Potentiometers. Dazu wird an den Schleifer des Potentiometers ein Taster montiert, der die Oberfläche des Körpers, dessen Abstand bestimmt werden soll, berührt. Ist der Körper des Potentiometers fixiert, so ändert sich der abgegriffene Widerstand mit dem Abstand. Handelt es sich um ein Wendepotentiometer, so ist die Auflösung direkt bestimmt durch die Dichte der Wendeln.

7.4.1.2 Kapazitive Geber

Wie z.B. optische Verfahren gestattet der kapazitive Geber eine berührungslose Abstandsmessung. Seine häufigste Anwendung ist das Kondensatormikrofon. Hier beruht die Kapazitätsänderung auf einer Druckwirkung an einer Membran und ist damit auf eine Kraftmessung zurückgeführt. Das Problem dieses Messwertgebers liegt in seiner geringen Kapazität und Kapazitätsänderung. Die meist verwendete Anwendung ist der Plattenkondensator. Die Empfindlichkeit kapazitiver Geber ist außerordentlich hoch. Man erhält eine Auflösung, die besser ist als $1\mu m$. An die Präzision der Herstellung werden jedoch sehr hohe Anforderungen gestellt. Mit den heute zur Verfügung stehenden Methoden der Halbleitertechnologie können diese jedoch erfüllt werden.

7.4.1.3 Induktive Geber

Die Induktivität einer Spule ist abhängig, abgesehen von der Windungszahl, von ihrer Form und dem magnetischen Widerstand des Kreises. Befinden sich im magnetischen Feld der Spule leitfähige Materialien, so wird die wirksame Induktivität und der elektrische Widerstand durch den dort induzierten Induktionssstrom verändert. Dieser Effekt kann für die berührungslose Abstandsmessung ausgenutzt werden, sofern das Objekt, dessen Abstand bestimmt werden soll, eine deutlich von Null abweichende Leitfähigkeit aufweist (Abb. 7.28a). Die induzierte Wirbelstromdichte ist proportional zur Ortsfunktion des magnetischen Flusses und der Leitfähigkeit sowie zur Anregungsfrequenz der Spule. Die Induktivität der Spule nimmt ab mit zunehmender Wirbelstromdichte, d.h. bei Annäherung des leitfähigen Objektes an die Spule. Die Änderungen des Wirk- und Blindwiderstands kann mit einer Brückenschaltung nachgewiesen werden. Die Induktivitätsänderung lässt sich gleichermaßen wie eine Kapazitätsänderung in eine Frequenzänderung abbilden, sofern die Spule als frequenzbestimmendes Element in einen Oszillatorkreis geschaltet ist. Bringt man eine solche Anordnung z.B. über dem Thorax an, kann damit der Herzspitzenstoß nachgewiesen werden. Eine lineare Beziehung zwischen Änderung der Messgröße und Abstand existiert nicht.

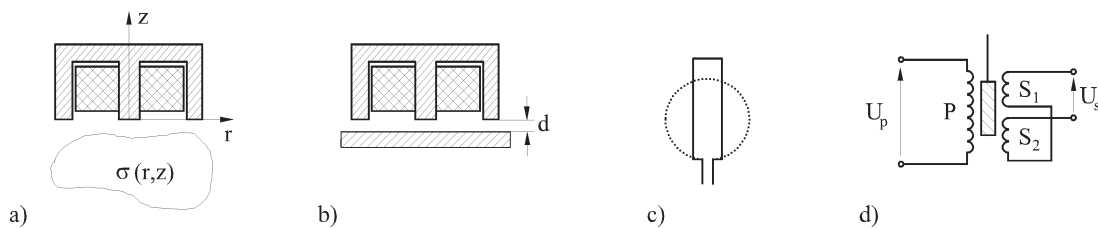


Abb. 7.28: Induktive Geber. a) Die Induktivität der Spule ändert sich mit der Wirbelstromdichte in einem leitfähigen Medium, das sich im magnetischen Feld der Spule befindet; b) Durch Veränderung des Luftspalts wird der magnetische Fluss und damit die Induktivität verändert; c) Durch Formänderung der Leiterschleife verändert sich deren Induktivität; d) Die Lageänderung des Kerns bewirkt unterschiedliche Sekundär-Spannungen in den Wicklungen S_1 und S_2

Besteht der Körper, dessen Abstand bestimmt werden soll, aus ferromagnetischen Material, so dass die relative Permeabilität > 1 ist, oder sofern ein solches Material auf die Oberfläche aufgebracht wird, kann ebenfalls eine berührungslose Abstandsmessung vorgenommen werden. Der magnetische Widerstand des Kreises nimmt ab, die Induktivität der Spule nimmt zu, bei Verringerung des Luftwegs (Abb. 7.28b). Eine allerdings nicht berührungsfreie Veränderung der Induktivität einer geschlossenen Leiterschleife oder Spule wird auch durch Formänderung erreicht (Simony, 1968) (Abb. 7.28c). Die notwendigen Rückstellkräfte können klein gehalten werden. Dieses Messprinzip lässt sich anwenden zur Bestimmung von Durchmessern in Hohlorganen. Eine modifizierte Anordnung mit zwei Spulen, bei welchem die in der zweiten Spule induzierte Spannung den Messwert repräsentiert, wird in Kolin und Culp (1971) beschrieben.

Unter Ausnutzung der veränderten Koppelinduktivität zwischen zwei Spulen sind weitere Anordnungen beschrieben und angewendet worden. Die relative Bewegung zweier Punkte auf der Oberfläche eines Organs z.B. kann durch das Anbringen zweier kleiner Spulen gemessen werden (Ernsthausen, 1962). Wird in die eine Spule eine elektrische Wechselspannung eingeprägt, kann in der anderen eine Spannung gemessen werden, deren Größe vom Abstand der Spulen sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung sowie vom Winkel, welchen die Spulenachsen miteinander bilden, abhängt.

Das erste am Menschen eingesetzte Tip-Manometer zur Messung des arteriellen Drucks und von Herzgeräuschen beruht auf der Verwendung eines Differentialtransformators (Wetterer, 1943). In eine Primärspule

wird eine Spannung eingepreßt, die in zwei gleichen, gegensinnig gewickelten Spulen eine Sekundär-Spannung induziert (Abb. 7.28d). Der ferromagnetische Kern im Inneren der Spule ist beweglich angeordnet. Bei Mittenlage sind die beiden induzierten Teilspannungen gleich groß, die Ausgangsspannung wird Null. Bei Auslenkung des Kerns wird die Symmetrie gestört. Die Ausgangsspannung U ist in weiten Bereichen linear abhängig von der Lage des Kerns. Beim Nulldurchgang erfolgt ein Phasensprung von 180° Grad. Man erreicht eine Empfindlichkeit von $0.2\text{mV}\mu\text{m}^{-1}$ bei einer Erregerspannung von 1V . Mit Hilfe des Differentialtransformators lassen sich berührungslose Abstandsmessungen vornehmen, sofern man den Kern mit einem isolierenden Material verlängert und am Messobjekt befestigt. Die geringen Kräfte, die den Kern in der Null-Lage festhalten, können im allgemeinen vernachlässigt werden.

Zur Abstandsbestimmung im magnetischen Feld lassen sich Hall-Sonden oder Feldplatten einsetzen (Heywang, 1984). Diese bestehen aus halbleitenden Materialien wie Indiumantimonid (InSb), Indiumarsenid (InAs), Silizium (Si) oder Galliumarsenid (GaAs). Die Leitfähigkeit ist, abgesehen von den geometrischen Größen, proportional zur Ladungsträgerkonzentration und deren Beweglichkeit. Fließt in einem solchen Halbleiterstreifen ein Strom und wirkt gleichzeitig ein magnetisches Feld, so erfahren die Elektronen eine Kraftwirkung (*Lorentz-Kraft*) senkrecht zu ihrer Bewegung und senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes. Daraus resultiert eine Verlängerung der Strombahn, die mit einer Widerstandserhöhung einhergeht. Die relative Widerstandsänderung ist eine quadratische Funktion des Betrages der magnetischen Induktion B (Vs m^{-2}) (Thomson- bzw. Gauß-Effekt)

$$\frac{R_B - R_0}{R_0} = f(|B|^2). \quad (7.34)$$

Ein zweiter galvanomagnetischer Effekt ist die Erzeugung einer Hall-Spannung U_H . Sie entsteht aufgrund des bereits beschriebenen Effektes und bildet sich aus senkrecht zur Richtung des Stroms I und senkrecht zur Richtung des magnetischen Feldes B . Sie ist somit proportional zum vektoriellen Produkt der Stromdichte und der magnetischen Induktion B . Stehen diese beiden Größen und die Verbindungslinie der Elektroden, an denen die Spannung gemessen wird, senkrecht aufeinander, so gilt mit der Hall-Konstante R_H und der Dicke der Hall-Sonde d folgende Gleichung

$$U_H = \frac{R_H}{d} IB. \quad (7.35)$$

Im einfachsten Fall einer reinen Elektronenleitung ist R_H durch die folgende Beziehung gegeben

$$R_H = \frac{1}{eN} \quad (7.36)$$

mit der Elementarladung $e = 1.6021 \cdot 10^{-19} \text{As}$ und N der Ladungsträgerkonzentration in m^{-3} . Die Hall-Spannung wird demnach um so größer, je kleiner die Ladungsträgerkonzentration und desto dünner das Material ist. Aus dem erst genannten Grund sind halbleitende Materialien vorteilhaft einzusetzen. Die Stromstärke ist begrenzt durch thermische Effekte.

7.4.2 Geschwindigkeitsmessung

Prinzipiell kann die Geschwindigkeitsmessung auf eine Abstandsmessung zurückgeführt werden. Durch Differentiation des Abstandes nach der Zeit ergibt sich die Geschwindigkeit. Dabei tritt jedoch ein generelles Problem auf. Bei der Differentiation werden höhere Frequenzanteile des Signals bevorzugt. Da diese häufig Störanteile im Signal darstellen, kommt es zu einer Verstärkung der Störungen. Die einzelnen spektralen Anteile des Signals werden proportional zur Frequenz verstärkt.

Soll die Geschwindigkeit von strömenden Medien bestimmt werden, so kann eine Laufzeitmessung mit Ultraschall vorgenommen werden. Die Geschwindigkeit einer Ultraschallwelle erhält man durch vektorielle Addition der Schallgeschwindigkeit im ruhenden Medium und der Strömungsgeschwindigkeit des Mediums. Misst man mit Schallimpulsen die Laufzeit mit feststehender Sender-/Empfängeranordnung in Stromrichtung und in entgegengesetzter Richtung ergibt sich eine Laufzeitdifferenz. Dividiert man die halbe Laufzeitdifferenz durch den Abstand von Sender/Empfänger und multipliziert mit dem Quadrat der Schallgeschwindigkeit und den Kosinus des Winkels zwischen Schall- und Strömungsgeschwindigkeit, erhält man die Geschwindigkeit des strömenden Mediums. Der Doppler-Effekt beruht auf der gleichen Wirkung. Hier wird die Geschwindigkeit von reflektierenden Körpern direkt in eine Frequenzänderung umgesetzt. Ist die Geschwindigkeit der reflektierenden Körper klein, verglichen mit der Schallgeschwindigkeit im Ausbreitungsmedium, so ist die Frequenzänderung mit sehr guter Näherung direkt proportional zur Geschwindigkeit. In der Medizin wird sowohl Ultraschall als auch Licht für Dopplermessungen eingesetzt.

Eine weitere Möglichkeit in strömenden Medien die Geschwindigkeit zu messen, bietet die Anemometrie. Die Temperatur einer beheizten Sonde, die in die Strömung eingebracht wird, hängt von der Energiezufuhr und der an die Umgebung abgegebenen Wärmemenge ab. Die Energieabgabe ist abhängig von der Temperaturdifferenz gegen die Umgebung und von der Strömungsgeschwindigkeit und Art des strömenden Mediums. Bei veränderlicher Strömungsgeschwindigkeit bewirkt die im allgemeinen recht große thermische Zeitkonstante der Sonde eine Schwächung hoher Frequenzanteile. Man bringt deshalb die Temperatur der Sonde mittels einer Riegelschaltung auf einen konstanten Wert. Somit wird die zugeführte Energie, die gleich der abgegebenen ist, ein Maß für die Strömungsgeschwindigkeit.

7.4.2.1 Elektrodynamische Wandler

Die Wirkung elektrodynamischer Transducer beruht auf dem Induktionsgesetz. Es stellt den Zusammenhang her zwischen einem magnetischen Feld, gekennzeichnet durch die magnetische Flussdichte B , einem mit der Geschwindigkeit v bewegten Leiter und der elektrischen Feldstärke E (Abb. 7.29a). In vektorieller Schreibweise lautet das Induktionsgesetz (Kreuzprodukt)

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}. \quad (7.37)$$

Geht man davon aus, dass ein gerades Leiterstück der Länge l senkrecht zu seiner Achsrichtung und senkrecht zu den Feldlinien mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt wird (Abb. 7.29a), kann das Gesetz in skalarer Form angeschrieben werden. An den Enden des Leiters ist eine Spannung U zu messen

$$U = lBv. \quad (7.38)$$

Die induzierte Spannung ist demnach direkt proportional zur Geschwindigkeit. Eine Vielzahl von unterschiedlichen Geschwindigkeitsmessern arbeitet nach diesem Prinzip. Auch der elektromagnetische Strömungsmesser ist darauf zurückzuführen. Die erzeugte elektrische Feldstärke $\vec{E}$ übt eine Kraft $\vec{F}$ auf elektrische Ladungsträger aus, die Lorentz-Kraft, die durch das Coulombsche Gesetz beschrieben wird, und unter Verwendung von Gl. (7.37) erhält man

$$\vec{F} = -e\vec{E} = -e \cdot \vec{v} \times \vec{B}. \quad (7.39)$$

Gl. (7.39) beschreibt die Kraft $\vec{F}$, die auf ein Elektron der Ladung e ausgeübt wird. Sind die Ladungsträger Ionen, so sind Vorzeichen und Ladungszahl zu berücksichtigen.

In einem Blutgefäß nach Abb. 7.29b werden demnach Ionen gekrümmte Strombahnen haben, die positiven werden zum linken, die negativen zum rechten Gefäßrand abgelenkt. Die daraus resultierende Spannung U

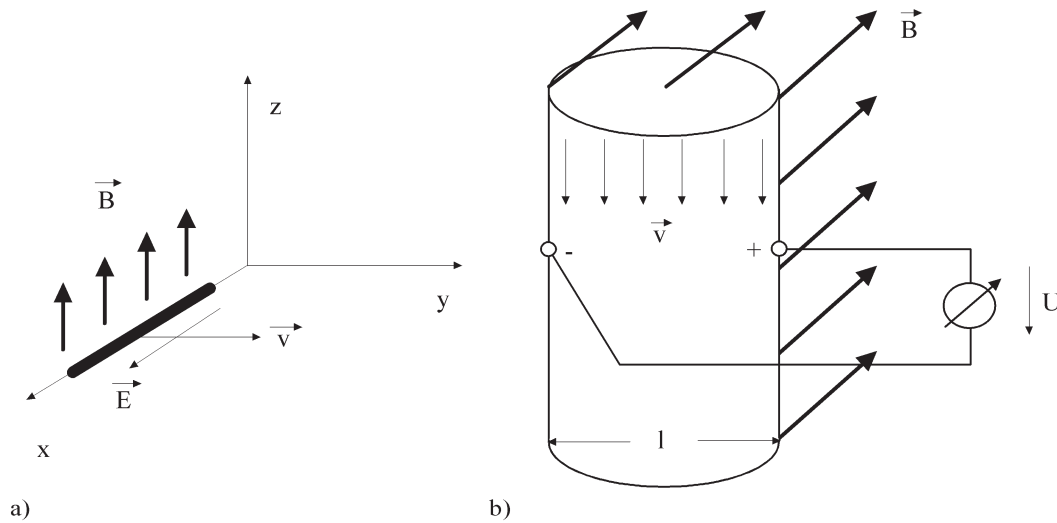


Abb. 7.29: a) Die Bewegung eines elektrischen Leiters mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ senkrecht zu einem Magnetfeld mit der magnetischen Induktion $\vec{B}$ erzeugt im Leiter eine elektrische Feldstärke $\vec{E}$; b) Prinzip der Strömungsmessung. Befindet sich eine Röhre mit dem Durchmesser l in einem magnetischen Feld mit der magnetischen Induktion $\vec{B}$ senkrecht zur Achsrichtung und strömt durch diese ein Elektrolyt mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$, so lässt sich senkrecht zu beiden eine elektrische Spannung U abgreifen, die gleich dem skalaren Produkt aus B , v und l ist

lässt sich für einen Gefäßdurchmesser von $0.01m$, einer Strömungsgeschwindigkeit des Blutes von $0.15ms^{-1}$ und einer magnetischen Flussdichte von $0.1Vs m^{-2}$ nach Gl. (7.38) zu $150\mu V$ angeben.

7.4.3 Beschleunigungs-, Kraft- und Druckmessung

Wiederum lässt sich feststellen, dass diese Messungen mit den Beziehungen nach Tabelle 7.9 sich auf Längen- oder Geschwindigkeitsmessungen zurückführen lassen. Andererseits lässt sich, wenn das Objekt keine rotatorischen Bewegungen durchführt, aus Beschleunigungsmessungen durch einfache oder zweifache Integration die Geschwindigkeit bzw. der Weg ermitteln. Diese Rechenoperation führt jedoch dazu, dass bei der Geschwindigkeit eine unbekannte Integrationskonstante auftritt, bei nochmaliger Integration zur Ermittlung des Weges eine zweite. Dabei wird die erste Integrationskonstante eine lineare Funktion der Zeit. Spannungszustände in Materialien, hervorgerufen durch äußere oder innere Kräfte, lassen sich mit optischen Methoden nachweisen, z.B. durch die Veränderung des Brechungsindex. Auch die akustischen Parameter eines kompressiblen Mediums ändern sich unter der Druckwirkung.

7.4.3.1 Beschleunigungsaufnehmer

Zur Beschreibung dieser Messmethode geht man von der Differentialgleichung einer erzwungenen harmonischen Schwingung aus

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + cx = \hat{F} \sin(2\pi ft). \quad (7.40)$$

Es bedeuten x der Weg, m die Masse, k der Reibungskoeffizient, c die Rückstellkraft einer Feder, $\hat{F}$ der Scheitelwert der anregenden Kraft und $f = \omega/2\pi$ deren Frequenz. Für die resultierende Schwingung erhält

man

$$x = \hat{F}[m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + k^2\omega^2]^{1/2} \cos(\omega t - \alpha) \quad (7.41)$$

mit den Abkürzungen $\omega_0^2 = c/m$ für die Eigenfrequenz des Systems und $\tan \alpha = km^{-1} \cdot \omega(\omega_0^2 - \omega^2)^{-1}$ für den Phasenwinkel. Beim Durchgang durch die Resonanzfrequenz ändert der Tangens sein Vorzeichen und der Phasenwinkel springt um π . Vernachlässigt man die Reibung und schließt $\omega = \omega_0 = 0$ aus, da die Funktion dort eine Polstelle hat, so vereinfacht sich Gl. (7.41) zu

$$x = \frac{\hat{F}}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t \pm \pi/2); \quad k = 0. \quad (7.42)$$

Nimmt man weiter an, dass die äußere Kraft auf eine Beschleunigung a zurückzuführen ist $\hat{F} = ma$, die auf die Masse wirkt, ergibt sich aus Gl. (7.42) zu

$$x = \frac{a}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t \pm \pi/2); \quad k = 0, \quad (7.43)$$

wobei das positive Vorzeichen für $\omega > \omega_0$ und das negative für $\omega < \omega_0$ gilt. Die Beschleunigung ist direkt in einer Wegänderung abgebildet worden. Sofern $\omega_0 \gg \omega$ gilt, d.h. wenn das System unterhalb der Resonanzfrequenz betrieben wird, erhält man einen konstanten Amplituden- und Phasengang (Abb. 7.30). Wird die Feder als Blattfeder ausgebildet, deren Biegung z.B. mit einem Dehnmessstreifen erfasst wird (siehe Abschnitt 7.4.3.2), so kann die Beschleunigung direkt aufgenommen werden.

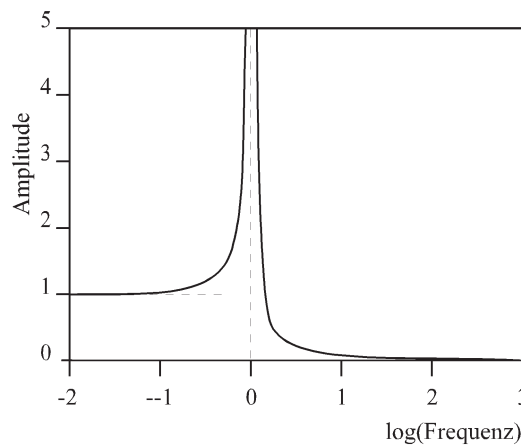


Abb. 7.30: Amplitudengang eines schwingungsfähigen Gebildes, bestehend aus Masse und Feder, bei Anregung mit einer sinusförmigen Schwingung. Über die mit der Resonanzfrequenz normierten Frequenz ist die normierte Amplitude aufgetragen

7.4.3.2 Kraft- und Druckaufnehmer

Prinzipiell unterscheiden sich Aufnehmer für die Größen Kraft und Druck nur dadurch, dass Kraftsensoren punktförmig beaufschlagt werden können, Drucksensoren stets flächenhaft. Dabei wird von einem über die Fläche konstanten Druck ausgegangen, der im allgemeinen auf eine Membran wirkt. Das Wirkungsprinzip beruht auf einer Verformung des Sensorelements. Liegt diese im submikroskopischen Bereich, innerhalb des Kristallgefüges des Materials, gelangt man zu den magnetostriktiven und piezoelektrischen Aufnehmern. Größere Verformungen werden mit Widerstandsgebern gemessen.

Gewisse Kristalle, keramische Materialien und Kunststoffe (PVDF-Folien) weisen den piezoelektrischen Effekt auf (Abb. 7.31). Bei Druckbeanspruchung werden Ladungen verschoben und führen zu einer auf der metallisierten Oberfläche abgreifbaren Spannung. Da die Ladungen über innere und äußere Widerstände abfließen, ist dieser Effekt flüchtig, eine Gleichkomponente kann nicht gemessen werden. Der Eingangswiderstand des Verstärkers muss sehr hochohmig sein. Die Spannung zwischen den Elektroden berechnet sich aus der Ladungsverschiebung ΔQ mit Hilfe der Kapazität und einer charakteristischen Materialkonstante D , die richtungsabhängig ist. Für die durch die Kraftänderung ΔF hervorgerufene Ladungsverschiebung ΔQ bzw. erzeugte Spannung ΔU gilt

$$\begin{aligned}\Delta Q &= D \cdot \Delta F \\ \Delta U &= \frac{\Delta Q}{C} = \frac{Dd}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A} \Delta F = \frac{Dd}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \Delta p.\end{aligned}\quad (7.44)$$

mit (Gl. (4.6))

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d}.$$

Für Bariumtitanat-Keramik beträgt $D = 140 \cdot 10^{-12} \text{Pa}^{-1}$ und $\varepsilon_r = 1200$. Wählt man für $d = 10^{-3} \text{m}$ erhält man damit $U = 1.3 \cdot 10^{-5} \text{VPa}^{-1}$. Weitere Materialkenngrößen sowie eine gründlichere theoretische Behandlung werden in [Welkowitz und Deutsch \(1976\)](#) gegeben. Legt man an ein piezoelektrisches Material eine elektrische Wechselspannung, so führt dieses Schwingungen aus. Man verwendet diesen Effekt zur Ultraschallerzeugung.

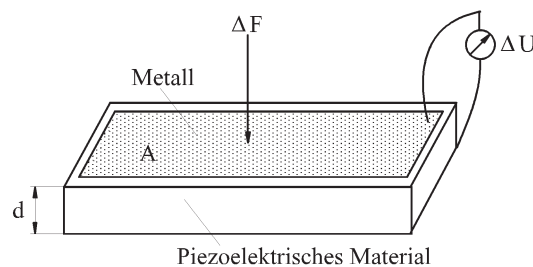


Abb. 7.31: Prinzipieller Aufbau eines piezoelektrischen Kraftmessers.

Der magnetostriktive Effekt beruht auf der Veränderung der magnetischen Eigenschaften vornehmlich ferromagnetischer Materialien unter der Wirkung einer Kraft. Er ist wie der piezoelektrische Effekt umkehrbar, d.h. in einem magnetischen Feld kontrahieren oder dilatieren sich diese Materialien. Der Effekt kann also ebenfalls zur Erzeugung von Ultraschallschwingungen eingesetzt werden. Befindet sich ein Kern aus magnetostriktivem Material in einer Spule, so verändert sich deren Induktivität bei einer mechanischen Belastung des Kerns. Schaltungen zum Nachweis der Induktivitätsänderung entsprechen denen, die für die Messung von Kapazitätsänderungen in Abschnitt 7.4.1 angegeben wurden.

Die meisten Kraft- bzw. Druckmesser sind als Widerstandsgeber ausgebildet. Es werden sowohl metallische als auch halbleitende Materialien dafür verwendet. Während bei Metallen im wesentlichen die Änderung der geometrischen Abmessungen unter der Wirkung einer Zug- oder Druckkraft die Widerstandsänderung bewirkt, ist es bei halbleitenden, piezoresistiven Materialien die Änderung des spezifischen Widerstandes durch Verschiebungen im Kristallgefüge. Im Gegensatz zum piezoelektrischen Effekt ist der piezoresistive Effekt anhaltend. Es können somit Signale mit der Frequenz Null, d.h. ein konstanter Druck bzw. eine konstante Kraft, übertragen werden. Die Widerstandsänderung ist trägheitslos und, wenn man im Bereich

der elastischen Verformung bleibt, hysteresefrei. Die dynamischen Eigenschaften sind demnach nur durch die des Gesamtsystems gegeben.

Eine gründliche mathematische Behandlung erfordert wegen der anisotropen Eigenschaften der Materialien die Beschreibung mit Hilfe von Tensoren (Heywang, 1984, S. 114ff). Es wird hier eine lineare Betrachtung vorgenommen.

Dazu betrachten wir eine Membran der Dicke d , die am Rand ($r = r_0$) fest eingespannt ist (Abb. 7.32). Der Verlauf ihrer Durchbiegung unter gleichförmiger Druckbelastung $\Delta p = p_2 - p_1$ kann Abb. 7.32 entnommen werden. Die dabei auftretenden Radialspannungen $\sigma_r(r, z)$ und Tangentialspannungen $\sigma_t(r, z)$ sind eine Funktion des Radius r und der an die mittlere Faser gebundenen Koordinate z .

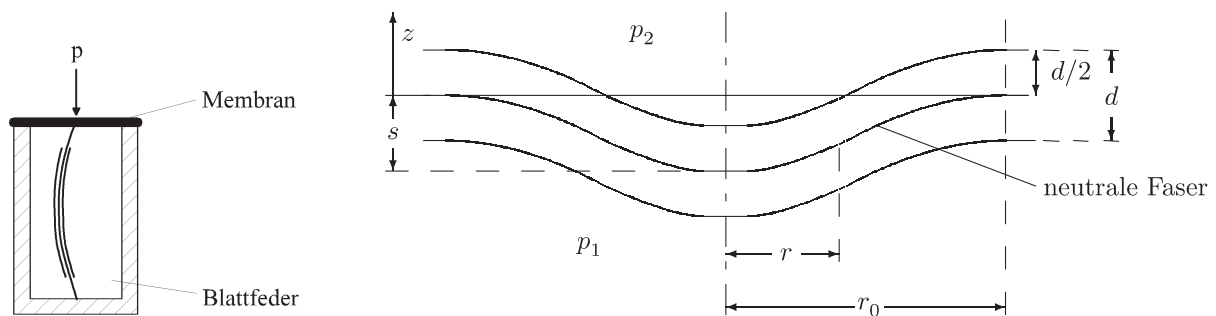


Abb. 7.32: Druckmessung mit Widerstandsgebern. a) Die Kraft wird über die Membran in eine vorgespannte Blattfeder, die beidseitig mit dem Messstreifen belegt ist, eingeleitet. An der konkaven Seite kommt es zu einer Stauchung, an der konvexen zu einer Dehnung; b) An einer allseitig eingespannten Membran bilden sich bei geringer Belastung sowohl an der inneren als auch an der äußeren Oberfläche Zug- und Druckzonen aus. Durch einseitiges Aufbringen von je zwei Widerstandsgebern in der Druck- und Zugzone kann eine Vollbrückenschaltung realisiert werden

Unter der Annahme, dass die Spannungen linear von z abhängig sind, lassen sie sich berechnen zu

$$\sigma_r(r, z) = \frac{3}{4} \frac{z r_0^2}{d^3} \left((1 + \nu) - (3 + \nu) \frac{r^2}{r_0^2} \right) \Delta p \quad (7.45)$$

und

$$\sigma_t(r, z) = \frac{3}{4} \frac{z r_0^2}{d^3} \left((1 + \nu) - (1 + 3\nu) \frac{r^2}{r_0^2} \right) \Delta p. \quad (7.46)$$

Dabei entspricht ν der Querkontraktionszahl, auch Poissonzahl genannt. Ist die durch die Druckdifferenz Δp an der Stelle $r = 0$ hervorgerufene Auslenkung s nicht größer als ihre Dicke d , kann diese Auslenkung s über folgende Gleichung bestimmt werden

$$s = \frac{3}{16} d \left(\frac{r_0}{d} \right)^4 \frac{1 - \nu^2}{E} \Delta p,$$

wobei die Größe E das Elastizitätsmodul der Membran ist. Mit der Poissonzahl $\nu = 0.42$ und den Gln. (7.45) und (7.46) erhält man an der Oberfläche der Membran ($z = d/2$) die Radialspannung

$$\sigma_r = \frac{3}{8} \left(\frac{r_0}{d} \right)^2 \left(1.42 - 3.42 \frac{r^2}{r_0^2} \right) \Delta p$$

und die Tangentialspannung

$$\sigma_t = \frac{3}{8} \left(\frac{r_0}{d} \right)^2 \left(1.42 - 2.26 \frac{r^2}{r_0^2} \right) \Delta p.$$

Der Widerstandsgeber (z.B. Dehnmessstreifen (DMS)) soll an der Membranoberfläche aufgebracht sein, so dass im folgenden nur die Spannung an der Membranoberfläche betrachtet werden muss. Weiterhin wird angenommen, dass die Rückstellkräfte der Widerstandsgeber auf die Membran im Vergleich zur Kraft durch die Druckdifferenz Δp vernachlässigbar klein sind. Dieser Differenzdruck Δp bewirkt eine Längenänderung Δl der Membran, die mit der Spannung σ nach dem Hookschen Gesetz

$$\sigma = E \frac{\Delta l}{l}$$

verknüpft ist.

Da ein mit der Membran verbundener Widerstandsgeber dabei die gleiche Längenänderung wie die Membranoberfläche erfährt, kann damit die Druckdifferenz Δp über eine Widerstandsänderung ΔR gemessen werden. Der Widerstand R eines metallischen Drahtes mit dem Durchmesser D , der Länge l , dem spezifischen Widerstand ϱ beträgt

$$R = \frac{4\varrho l}{\pi D^2}. \quad (7.47)$$

Bildet man das totale Differential (dR) von Gl. (7.47), erhält man

$$dR = \frac{\partial R}{\partial \varrho} d\varrho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial D} dD = \frac{4l}{\pi D^2} d\varrho + \frac{4\varrho}{\pi D^2} dl - 2 \frac{4\varrho l D}{\pi D^4} dD = R \frac{d\varrho}{\varrho} + R \frac{dl}{l} - 2R \frac{dD}{D}$$

bzw.

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\varrho}{\varrho} + \frac{dl}{l} - 2 \frac{dD}{D}. \quad (7.48)$$

Die letzten beiden Glieder in Gl. (7.48) enthalten den geometrischen Anteil der Widerstandsänderung, wobei eine Zunahme der Länge mit einer Querschnittsabnahme verbunden ist. Beide Anteile führen also zu einer Widerstandserhöhung. Das Umgekehrte gilt für die Stauchung. Das erste Glied beschreibt die Widerstandsänderung durch den piezoresistiven Effekt. Mit der Dehnung ε

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

und der Poissonzahl ν

$$\nu = -\frac{dD}{D} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

erhält man somit für die Widerstandsänderung

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon + 2\nu\varepsilon + \frac{d\varrho}{\varrho}. \quad (7.49)$$

Mit der Einführung des K -Faktors

$$K = 1 + 2\nu + \frac{d\varrho}{\varrho} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

reduziert sich Gl. (7.49) zu

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon K. \quad (7.50)$$

Widerstandsgeber aus metallischen Drähten zur Kraft und Druckmessung sind üblicherweise schleifenförmig auf dem Trägermaterial aufgebracht, um eine große Leiterlänge zu erhalten. Die Widerstandsänderung wird durch die Längenänderung Δl des Drahtes bei Biegung oder Streckung des Trägersubstrats erzeugt. Der K -Faktor liegt hier zwischen $K = 2$ (konstantes Volumen, nur Geometrieänderung) und $K = 6.6$ (Platin-Iridium).

Bei Widerstandsgebern aus Halbleitermaterial erfolgt die Änderung des Widerstandes hauptsächlich durch den piezoresistiven Effekt $d\rho/\rho$, der dabei so groß ist, dass man hier für p -dotiertes Silizium in der $[111]$ -Richtung typische Werte von $K = 140$ bei einer Temperatur von 25°C erhält.

Letztere haben daher gemäß Gl. (7.50) gegenüber den Metallwiderstandsgebern den Vorteil einer wesentlich höheren Empfindlichkeit, jedoch ist ihr spezifischer Widerstand ρ sowie der Piezowiderstandseffekt $d\rho/\rho$ stark temperaturabhängig. In Abb. 7.33 ist die Temperaturabhängigkeit des K -Faktors eines p -dotierten Siliziumwiderstandsgeber dargestellt. Durch entsprechende Dotierung des Halbleiters lässt sich diese Temperaturabhängigkeit allerdings minimieren.

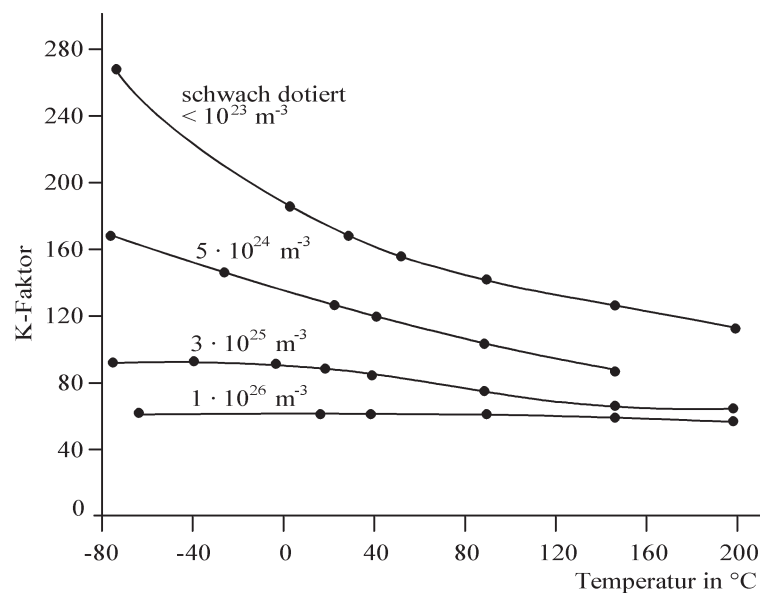


Abb. 7.33: Temperaturabhängigkeit des K -Faktors in $[111]$ -Richtung für eine Dotierung von $5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ von p -Si (Heywang, 1984)

Der spezifische Widerstand des Halbleiters wird durch einen symmetrischen Tensor mit sechs Komponenten beschrieben.

$$\frac{d\rho}{\rho} = \underline{\Pi} \cdot \underline{\sigma} \quad (\text{Tensorgleichung})$$

Die Größe Π wird dabei Piezowiderstandskonstante genannt, die allerdings von der Richtung des Kristallgitters und den Messbedingungen abhängt, und σ entspricht der auf den Halbleiter einwirkenden mechanischen Spannung.

Beschränkt man sich auf eine Richtung im Kristall sowie auf eine Richtung der Spannung und betrachtet nur die Longitudinalkomponente Π_l , so ergibt sich die skalare Größe

$$\frac{d\rho}{\rho} = \Pi_l \sigma.$$

Für die longitudinale Widerstandsänderung lässt sich Π_l berechnen zu

$$\Pi_l = \frac{1}{3} (\Pi_{11} + 2\Pi_{12} + 2\Pi_{44}).$$

Die relative Widerstandsänderung für den longitudinalen Piezowiderstandseffekt wird dann

$$\frac{\Delta R}{R} = K \frac{\Delta l}{l},$$

wobei

$$K = \Pi_l E$$

ist.

Widerstandsgeber werden im allgemeinen nicht trägerlos eingesetzt, sondern befinden sich auf einer Unterlage, dessen mechanischen Eigenschaften zusammen mit denen des Widerstandsgebers die Empfindlichkeit und Dynamik des Systems bestimmen. Sie können z.B. in Druckmessern in einer Anordnung nach Abb. 7.32a eingesetzt werden. Dabei wird ein federndes Element auf Biegung belastet. Bringt man auf beiden Seiten der Blattfeder gleiche Dehnmessstreifen auf, so kommt es durch die Stauchung des Materials an der Innenseite zu einer Widerstandsabnahme und zu einer Widerstandszunahme an der Außenseite durch die Dehnung. Bei solchen Anordnungen verdoppelt sich der Effekt bei gleichzeitiger Temperaturkompensation.

Bei piezoresistiven Materialien gewinnt, wie bereits erwähnt, der K -Faktor den überragenden Einfluss auf die Empfindlichkeit. Er nimmt ab bei höherer Dotierung des Materials und zunehmender Temperatur. Für p -leitendes Silizium mit einem spezifischen Widerstand von $0.1 \Omega m$, was einer Störstellendichte von etwa $10^{23} m^{-3}$ entspricht, wird bei einer Temperatur von $25^\circ C$ ein Wert von 160 in der $[111]$ -Achse, in welcher der maximale Wert erreicht wird, angegeben. In der $[100]$ -Achse von n -leitendem Silizium erhält man bei gleichem spezifischen Widerstand und gleicher Temperatur K -Faktor von -90 .

Die Verwendung von Silizium als Basismaterial, in welches die leitenden Bahnen durch Ionenimplantation eingebracht werden, hat den Vorteil, das Membran, Träger und Widerstandsbahn mit den bekannten und technisch beherrschten Prozessen der Halbleitertechnologie hergestellt werden können. Ähnlich wie bei den Biegeschwingern nach Abb. 7.31 treten an einer mit Druck beaufschlagten kreisförmigen Membran auf der Außenseite wie auf der Innenseite Zonen mit Druck- und Zugspannung auf (Abb. 7.32b). Durch geschickte Platzierung von jeweils zwei Elementen in der Druck- und Zugzone erhält man eine Vollbrücke. Auf diese Art können heute Drucksensoren mit Abmessungen im Millimeterbereich und darunter zusammen mit integrierten Verstärkern hergestellt werden. Auch eine Temperaturkompensation ist möglich durch die Integration von Halbleitertemperatursensoren. Die Herstellungskosten für solche piezoresistiven Druckgeber sind günstig, so dass sie für einmalige Verwendung vorgesehen werden können.

Kapitel 8

Indirekte Abnahme physiologischer Kenngrößen

8.1 Blutdruckmessung

8.1.1 Physiologische Grundlagen

Der Blutdruck ist ein wichtiger Parameter in der medizinischen Diagnostik und der Therapiekontrolle. Das blutführende Gefäßsystem besteht aus hintereinandergeschaltetem Körper- und Lungenkreislauf, auch als großer bzw. kleiner Kreislauf bezeichnet, mit ihren jeweiligen arteriellen und venösen Zweigen (siehe Abb. 8.1).

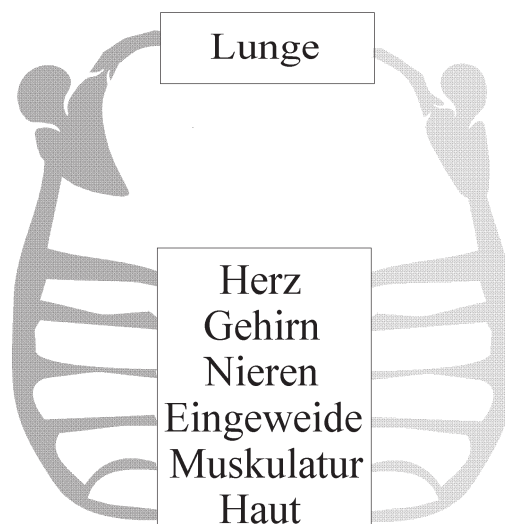


Abb. 8.1: Aufbau des Kreislaufsystems

Maßgebend für die Druckverhältnisse im arteriellen System ist der Zusammenhang zwischen der Pumpleistung des Herzens (angegeben in ml/min) und dem peripheren Widerstand. Die Regelung des Blut-

drucks erfolgt durch das vegetative Nervensystem (Sympathikus–Parasympathikus). Die Druckverhältnisse im Kreislaufsystem lassen sich aus Abb. 8.2 entnehmen.

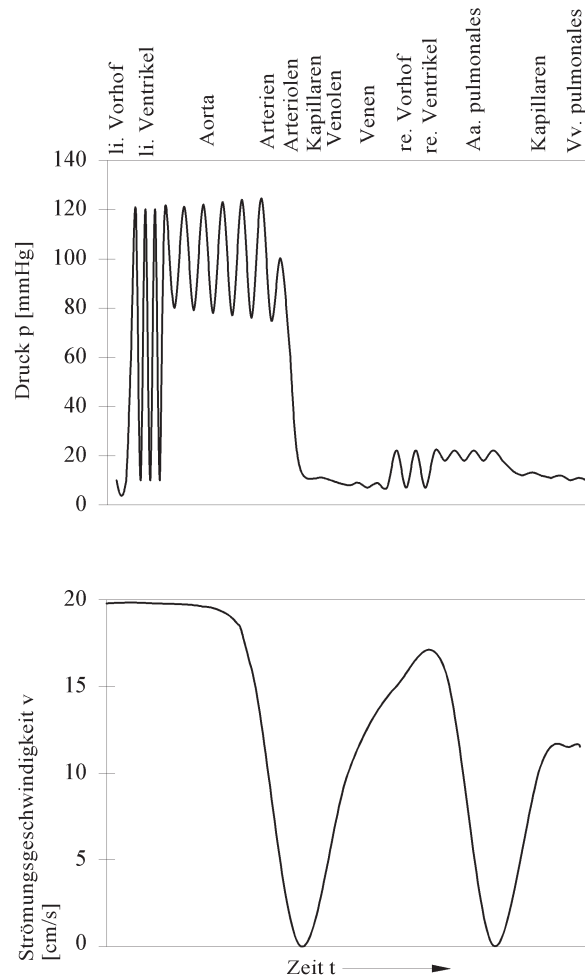


Abb. 8.2: Druckprofil und Strömungsgeschwindigkeit des Blutes im Kreislauf

Da das Herz als pulsierende Pumpe arbeitet, die das Blut vom Ventrikel in das arterielle System pumpt, entsteht ein charakteristischer Druckverlauf und als Folge davon eine sich ausbreitende Pulswelle. Die Geschwindigkeit, mit der diese Pulswelle sich ausbreitet, beträgt in der Aorta eines jungen Menschen etwa 4 m/s; weiter peripherwärts etwa 7 – 12 m/s. Sie erhöht sich bei Verminderung der Elastizität und ist daher ein brauchbares Mittel zur Beurteilung der Gefäßelastizität des Menschen.

Nach Abb. 8.2 hat der Blutdruck in der Herzkammer seinen maximalen Wert und nimmt mit zunehmender Entfernung vom Herzen ab. Die Druckschwankungen im linken Ventrikel liegen dabei zwischen etwa 120 mmHg (16 kPa) und 20 mmHg (2.7 kPa) und in der Aorta zwischen 120 mmHg (16 kPa) und 80 mmHg (10.7 kPa). In den peripheren Arterien erhöhen sich wie in Abb. 8.2 gezeigt die Druckschwankungen infolge von Druckwellenreflexionen. In den Arteriolen und Kapillaren fällt der Druck steil ab. Einen weiteren, jedoch langsamen Druckabfall findet man in den Venolen und den Venen. Die Druckschwankungen im rechten Ventrikel liegen zwischen etwa 22 mmHg (2.9 kPa) und 5 mmHg (0.7 kPa) und in der Pulmonalarterie zwischen 22 mmHg (2.9 kPa) und 10 mmHg (1.3 kPa).

Die folgenden Bemerkungen beziehen sich im wesentlichen auf das arterielle System des Körperkreislaufs. Der sich unmittelbar an die linke Kammer anschließende Gefäßabschnitt, die Aorta, ist elastisch und stellt einen Druckspeicher dar (*Windkesseneffekt*). Die dort gespeicherte Energie wird in der Erschlaffungsphase des Herzens als Beschleunigungsenergie wieder abgegeben. Dadurch bildet sich eine gleichmäßigere Blutströmung aus. Die Aortenklappen, wie alle anderen Herzklappen als Rückschlagventil ausgebildet und am Übergang vom Ventrikel in die Aorta angeordnet, verhindern ein Zurückströmen des Blutes in den Ventrikel, wenn der Druck in der Kammer in der Erschlaffungsphase unter den Aortendruck abfällt (Rücklaufsperr). Durch das Abströmen des Blutes fällt der Druck in der Aorta langsam bis zu einem Minimum ab, bevor bei der nächsten Kammerkontraktion erneut ein Maximum erreicht wird. Das Maximum wird als *systolischer*, das Minimum als *diastolischer* Druck bezeichnet (Abb. 8.3). Der Normalwert bei einem Erwachsenen beträgt für das Maximum 120mmHg und für das Minimum 80mmHg und wird als “120/80” angegeben. Entgegen den technischen Richtlinien darf für Druckangaben weiterhin die in der Medizin eingeführte Einheit mmHg (Millimeter Quecksilbersäule; $1\text{mmHg} = 133.3\text{Pa} = 133.3\text{Nm}^{-2}$) benutzt werden. In Abb. 8.3 ist der Druckverlauf der Aorta, des linken Vorhofs (Atrium) und des linken Ventrikels dargestellt. Es ist dabei üblich, diesen Druckverlauf in zeitlicher Beziehung zum EKG zu setzen.

Vollständigkeitshalber sind in Abb. 8.3 die jeweils einsetzenden Herztöne eingetragen. Sie werden hervorgerufen durch die Bewegungen des Klappenapparats und durch Muskelanspannungen. Der erste Herzton entspricht dem Schließen der Herzklappen zwischen den Vorhöfen und Herzkammern und der Anspannung der Herzmuskulatur um das inkompressible Blut. Der zweite Herzton repräsentiert das Schließen der Aorten- und Pulmonalklappen und ist normalerweise lauter als der erste Herzton. Der dritte Herzton wird hervorgerufen durch den frühdiastolischen Bluteinstrom¹ in die Kammern. Der vierte Herzton schließlich wird ausgelöst durch die Vorhofkontraktionen.

Der mittlere Blutdruck, der entscheidend ist für die Durchblutung der Organe, wird durch eine Integration über eine Periode $T = t_2 - t_1$ ermittelt, d.h. es gilt

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt. \quad (8.1)$$

Der mittlere Blutdruck im Hochdrucksystem beträgt etwa 100mmHg , im Niederdrucksystem etwa 15mmHg (Abschnitt 2.2).

8.1.2 Verfahren der Blutdruckmessung

Der Blutdruck wird nach zwei eingeführten Methoden gemessen, nämlich unblutig und blutig.

8.1.2.1 Unblutige oder indirekte Methode

Bei diesem Verfahren wird der Druck im Gefäßsystem gemessen, ohne dass das Gefäß geöffnet werden muss. Deshalb werden sie auch routinemäßig in der Klinik und der Arztpraxis angewandt.

8.1.2.1.1 Palpation

¹frühdiastolischer Bluteinstrom: schneller Bluteinstrom in die Kammern ohne Kontraktion der Vorhöfe (dies erfolgt in der frühen Phase der Diastole); spätdiastolischer Bluteinstrom: schneller Bluteinstrom in die Kammern infolge der Kontraktion der Vorhöfe (dies erfolgt gegen Ende der Diastole).

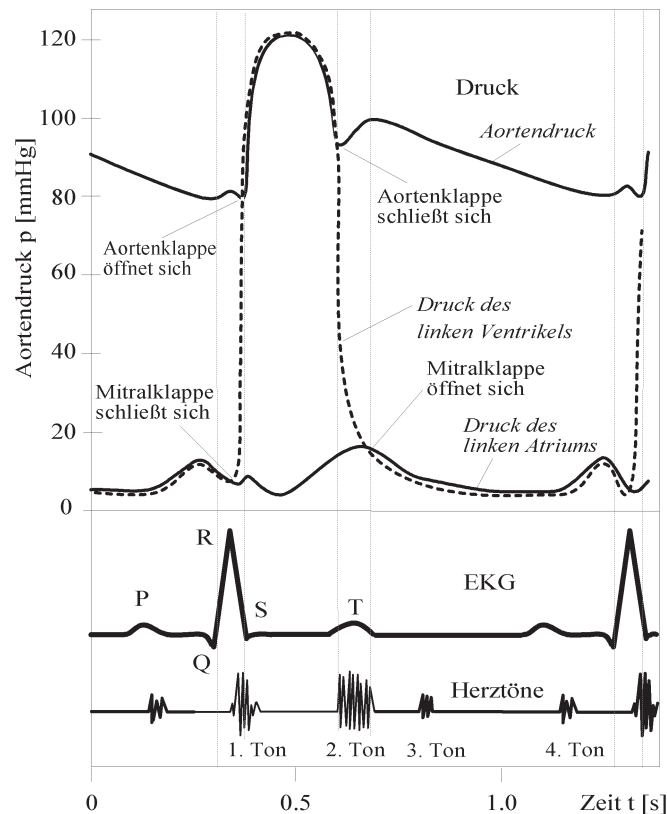


Abb. 8.3: Druckverlauf der Aorta, des linken Vorhofs und linken Ventrikels in zeitlicher Beziehung zum EKG

Dieses Messverfahren wurde von *Riva-Rocci* ca. 1896 eingeführt und erlaubt mit einfachen Mitteln die Bestimmung des systolischen Drucks. Dazu wird am Oberarm über der *Arteria brachialis* eine elastische Manschette angebracht. Diese pumpt man zunächst solange auf, bis der Druck in der Manschette deutlich (etwa 10-20 mmHg) über dem vermeintlichen systolischen Druck von etwa 120 mmHg liegt². Es wird dabei angenommen, dass im Gewebe der gleiche Druck wie in der Manschette herrscht und dass dieser auf die Gefäße im betrachteten Abschnitt wirkt. Sind die Gefäße frei von Rückstellkräften, so wird das Gefäß immer dann verschlossen sein, wenn der Manschettendruck über dem Gefäßinnendruck liegt. Ist der Manschettendruck demnach größer als der oberste Gefäßinnendruck, d.h. größer als der systolische Druck, so sind die darunter liegenden Gefäße völlig abgedrückt. Damit ist auch kein Puls in der *Arteria radialis* tastbar (palpabel). Anschließend wird der Druck in der Manschette solange langsam, mit ca. 2-3 mmHg/s abgelassen, bis der Puls wieder tastbar wird. Der dazugehörige Druck in der Manschette wird dann als der systolische Druck im Gefäß angenommen.

Die Vorteile dieses Verfahrens liegen in seiner einfachen Handhabung. Es sind lediglich eine Manschette und ein Manometer zur Messung des Manschettendrucks erforderlich. Zudem ist es nichtinvasiv, kann schnell eingesetzt werden und ist sehr preiswert.

Sein Nachteil jedoch ist, dass lediglich der systolische Blutdruckwert bestimmt werden kann. Außerdem ist dieses Verfahren abhängig davon, wie schnell der Untersucher den Manschettendruck ablässt und wie

²Bei Bluthochdruck kann dieser anfängliche obere Manschettendruck nicht ausreichend sein, so dass die Manschette, falls der Gesundheitszustand des Patienten es zulässt, auf einen höheren Druck aufgepumpt werden muss.

stark sein Anpressdruck bei der Palpation ist. Untersuchungen haben gezeigt, dass der mit diesem Verfahren ermittelte systolische Druck im Schnitt 5mmHg unter dem mit einem invasiven Verfahren bestimmten Blutdruckwert liegt.

Dennoch wird dieses Verfahren insbesondere in der Notfallmedizin häufig angewandt, da sich damit relativ schnell und mit einfachsten Mitteln zumindest der systolische Blutdruck bestimmen lässt.

8.1.2.1.2 Auskultation

Dieses Verfahren basiert auf den oben beschriebenen Verfahren und Annahmen. Auch wird am Oberarm über der Arteria brachialis eine elastische Manschette angebracht und diese zunächst solange aufgepumpt, bis der Druck in der Manschette deutlich (etwa 10-20mmHg) über dem vermeintlichen systolischen Druck von etwa 120mmHg liegt. Dann wird der Druck in der Manschette allmählich abgelassen (ca. 0.3 kPa/s), so dass sich der Manschettendruck, wie er in Abb. 8.4 wiedergegeben ist, als leicht geneigte Gerade darstellt.

Mit einem Stethoskop werden über der Arteria cubitalis (in der Ellbogenbeuge) die so genannten *Korotkoff-Geräusche* abgehört (auskultatorische Methode), die beim Unterschreiten des systolischen Drucks in der Manschette einsetzen und beim Unterschreiten des diastolischen Drucks wieder verschwinden. Ursache dieser Korotkoff-Geräusche sind mechanische Schwingungen, die beim Öffnen und Schließen der Gefäßarterie erzeugt werden, da das Gefäß für einen Teil der Systole sich öffnet, in der der Gefäßdruck größer als der Manschettendruck ist. Fällt der Manschettendruck unter den diastolischen Wert, so ist das Gefäß permanent geöffnet und es entsteht wieder eine kontinuierliche Strömung, so dass keine Korotkoff-Geräusche mehr hörbar sind. Das Auftreten bzw. Verschwinden der Korotkoff-Geräusche sind demnach Indikatoren für das Erreichen des systolischen bzw. diastolischen Blutdrucks. Die Hörschwelle, unterhalb der keine Geräusche mehr wahrgenommen werden können, liegt bei ca. 60mmHg.

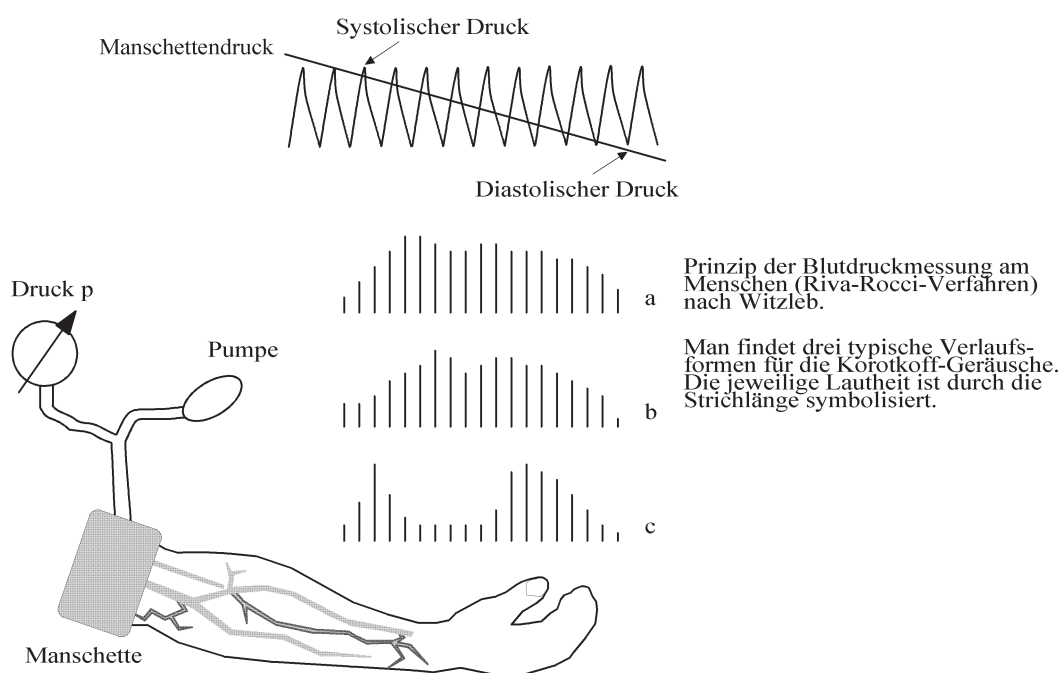


Abb. 8.4: Blutdruckmessung

Die Voraussetzung, dass der Druck in der Manschette verlustfrei auf das Gefäßinnere übertragen wird, ist nur näherungsweise richtig, denn die gemessenen Werte hängen ab von

- der Manschettenbreite,
- dem Umfang des Oberarms,
- der Geschwindigkeit, mit welcher der Druck abgelassen wird,
- der Hörschwelle des Untersuchers und
- dem Umgebungsgeräuschpegel.

Bei experimentellen Untersuchungen wurde festgestellt, dass im Durchschnitt der wahre systolische Druck ca. 5mmHg höher, der diastolische 8mmHg niedriger liegt als der nach diesem Verfahren gemessene Druck. Trotz diesen Ungenauigkeiten ist dieses Verfahren wegen seiner Einfachheit jedoch nicht aus der medizinischen Diagnostik wegzudenken. Zudem besitzt es gegenüber der Palpation den Vorteil, dass auch der diastolische Blutdruck gemessen werden kann.

8.1.2.1.3 Blutdruckmessung über die Druckschwankungen in der Manschette

Als Indikator für das periodische Öffnen und Schließen des Gefäßes kann man ähnlich wie die Korotkoff-Geräusche die Druckschwankungen in der Manschette heranziehen. Diese werden hervorgerufen durch die Veränderung des Gewebevolumens unter der Manschette. Sie sind bei Erreichen des Druckmaximums bzw. -minimums sehr gering und beim mittleren Blutdruck stark.

Hierbei bietet sich die Möglichkeiten der automatischen Blutdruckmessung. Dazu wird ein Druckgenerator benötigt zum Aufpumpen der Manschette auf den erforderlichen Druck p_m . Über ein gesteuertes Ventil erfolgt dann die Drucksenkung in der Manschette mit konstanter Ablassgeschwindigkeit. Der Gesamtdruck p_g in der Manschette setzt sich dann zusammen aus dem mit dem Druckgenerator erzeugten Manschetten-
druck p_m und den durch die Veränderungen des Gewebevolumens unterhalb der Manschette verursachten Druckschwankungen p_s , d.h.

$$p_g = p_m + p_s.$$

Da die Druckschwankungen p_s in der Manschette bezogen auf den Manschettendruck p_m sehr klein sind, muss dieser Manschettendruck unterdrückt werden, um diese Druckschwankungen detektieren zu können. Dazu wird der Manschettendruck p_m so langsam verändert, dass er innerhalb einer Druckschwankungsperiode nahezu konstant ist. Zur Messung der Druckwerte werden ein piezoelektrischer und ein piezoresistiver Wandler verwendet. Da ein piezoelektrischer Wandler keine konstanten Drücke wandeln kann, werden mit diesem Wandler somit nur die Druckschwankungen p_s aufgezeichnet und nicht der Manschettendruck p_m . Mit dem piezoresistiven Wandler wird dagegen der Gesamtdruck p_g aufgezeichnet. Da jedoch der Manschetten-
druck p_m sehr viel größer als die ihm überlagerte Druckschwankung p_s ist und daher vernachlässigt werden kann, entspricht der mit dem piezoresistiven Wandler aufgenommene Druckwert p_g dem Manschettendruck p_m . Der systolische Druck entspricht dann dem Manschettendruck zum Zeitpunkt, an dem zum ersten Mal Druckschwankungen detektiert werden, und der diastolische Druck dem Manschettendruck zum Zeitpunkt, an dem diese Druckschwankungen wieder verschwunden sind.

8.1.2.1.4 Sphygmographische Blutdruckmessung

Bei der sphygmographischen³ Blutdruckmessung, auch Sphygmomanometrie genannt, wird über einen Finger eine Manschette gelegt, in die eine Lampe und ein Photodetektor eingebaut sind (Abb. 8.5a). Der Druck

³Sphygmós: Pulsschlag

in dieser Fingermanschette wird dann zunächst über den systolischen Druck aufgepumpt und hernach langsam abgelassen. Der Druck in der Fingermanschette p_m wird dabei über ein Manometer gemessen. Wie Versuche zeigten (Eichmeier, 1983), beginnt der Lichtstrom Φ , der zum Photodetektor gelangt, im Pulsfrequenzrhythmus zu schwanken, sobald der Druck p_m in der Manschette unterhalb dem systolischen Druck p_s liegt (Abb. 8.5b)). Dabei nimmt die Amplitude dieser Schwankung bei sinkendem Manschettendruck p_m zunächst zu bis sie ein Maximum erreichen. Hier haben Versuche gezeigt, dass nach Erreichen des Maximums der Druck p_m in der Fingermanschette dem diastolischen Druck p_d entspricht. Wird der Druck in der Fingermanschette weiter abgelassen, sinkt die Amplitude der Schwankungen bis sie wieder vollständig verschwinden.

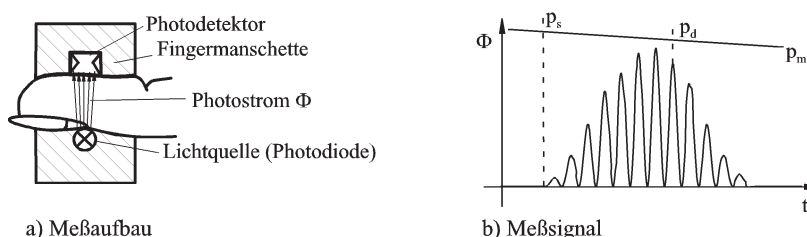


Abb. 8.5: Prinzip der Sphygmomanometrie

Dieses häufig eingesetzte Verfahren wird auch oszillometrisches Verfahren genannt. Es besitzt den Vorteil, unempfindlich gegenüber Umgebungsgeräusche zu sein. Daher eignet es sich zur automatischen Blutdruckmessung. Allerdings ist die Bestimmung des systolischen und diastolischen Drucks nicht einheitlich, sondern abhängig vom verwendeten Algorithmus des jeweiligen Herstellers.

8.1.2.2 Blutige oder direkte Methode

Dieses Messverfahren wird insbesondere zur kontinuierlichen Blutdrucküberwachung bei Operationen und in der Intensivmedizin eingesetzt. Es besteht hier eine direkte Verbindung zwischen Messort und dem Messwertaufnehmer. Der Drucksensor wird entweder an der Spitze eines Katheters direkt in das Gefäß eingeführt (TIP-Manometer, Abb. 8.6a) oder über eine Flüssigkeitssäule im Katheter mit dem Messort verbunden (Abb. 8.6b). Der Messort ist jedoch immer dort, wo sich die Katheterspitze befindet. Bei der direkten Blutdruckmessung muss ein Zugang zum Gefäßsystem geschaffen werden. Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass man als Messsignal kontinuierlich den zeitlichen Verlauf des Blutdrucks am Messort erhält. Durch entsprechende Positionierung der Katheterspitze ist es möglich, den Druckverlauf orts- und zeitabhängig zu bestimmen (auch im Herzen, im Venensystem und im Lungenkreislauf).

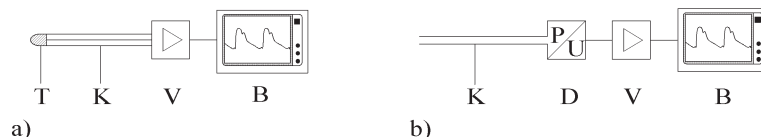


Abb. 8.6: a) Messsonde am Katheteranfang (Tip-Manometer). Das Messsystem besteht aus einem Tip-Manometer (T), einem Messverstärker (V) und einer Anzeigeeinheit (B); b) Messsonde am Katheterende. Diese Messanordnung besteht aus einem mit Flüssigkeit (physiologische Kochsalzlösung (NaCl)) gefüllten Katheter (K), einer Druckwandlereinheit (D), einem Messverstärker (V) und einer Anzeigeeinheit (B)

8.1.3 Übertragungseigenschaften eines Kathetersystems

Zur Messung des Druckverlaufs muss das Drucksignal durch den Druckwandler in eine andere physikalische Größe umgewandelt werden, die sich messtechnisch leicht erfassen und weiterverarbeiten lässt. Bei den Druckwandlern wird der Druck meistens über eine Längenänderung oder Biegung gemessen (siehe Abschnitt 7.4.3.2).

Die mechanischen Druckanzeiger (Manometer) übertragen die Wegänderung mit einer Übersetzung auf den Zeiger. Moderne Drucksensoren verwenden Membranen, auf deren Oberfläche metallisch Widerstände in einer Brückenschaltung aufgebracht sind, die ihren Widerstand bei geometrischer Verformung der Membran verändern. Da die spezifische Widerstandsänderung ($\Delta R/\Delta s$) sehr klein ist, muss man eine große Membranfläche verwenden, um eine entsprechende Druckänderung auflösen zu können. Integrierte Halbleiter-Dehnmessbrücken haben eine wesentlich höhere Empfindlichkeit, so dass die Abmessung der Drucksensoren deutlich verringert werden konnte. Mit dieser Technologie werden auch die Katheter-TIP-Geber hergestellt. Der Sensor ist an der Katheterspitze angebracht und liefert direkt am Messort ein elektrisches Signal, das durch die Übertragungseigenschaften des Sensors beeinflusst ist. Befindet sich der Drucksensor am proximalen Ende des Katheters, so ist die Übertragungsstrecke Messort ($\hat{=}$ Katheterspitze) – Katheter ($\hat{=}$ Röhrchen mit Koppelflüssigkeit) – Druckwandler (z.B. Halbleiter-Dehnmessbrücken) zu berücksichtigen. Dieses System soll nun näher untersucht werden.

Um zu entscheiden, ob sich eine Übertragungsstrecke für das zu übertragende Signal eignet, ist es notwendig, den Frequenzbereich der Übertragungsstrecke und des Signals zu kennen. Eine Methode zur Bestimmung des Frequenzbereichs eines Signals, stellt die in Abschnitt 3.2.1 besprochene Fourier-Analyse dar.

8.1.3.1 Theoretische Herleitung der Differentialgleichung eines Kathetersystems

Für den Druckaufnehmer wird eine spezifische Volumenverschiebung V_c (Kompliance) definiert, die ein Maß für die Elastizität des Druckaufnehmers ist. Sie lässt sich anschreiben zu

$$V_c = \frac{\Delta V}{\Delta p}.$$

Dabei ist Δp die Druckänderung, die aufgebracht werden muss, um eine Volumenänderung ΔV zu erzeugen. Es gilt

$$\begin{aligned}\Delta p &= p - p_0 \\ \Delta V &= V - V_0,\end{aligned}$$

wobei p_0 der Bezugsdruck ist und V_0 das Volumen beim Bezugsdruck. Die Größe p entspricht dem erforderlichen Druck, um das Volumen V zu erzeugen. Da hier der gemessene Druck p als Differenzdruck zum Bezugsdruck⁴ p_0 gemessen wird, kann für die spezifische Volumenverschiebung V_c folgende Gleichung verwendet werden.

$$V_c = \frac{\Delta V}{p} \quad (8.2)$$

Zur Bestimmung des Übertragungsverhalten eines Kathetersystems soll nun dessen Übertragungsfunktion bestimmt werden. Das System ist schematisch in Abb. 8.7 dargestellt. Der Druck p_1 an der Katheterspitze

⁴Als Bezugsdruck dient hier der Umgebungsdruck.

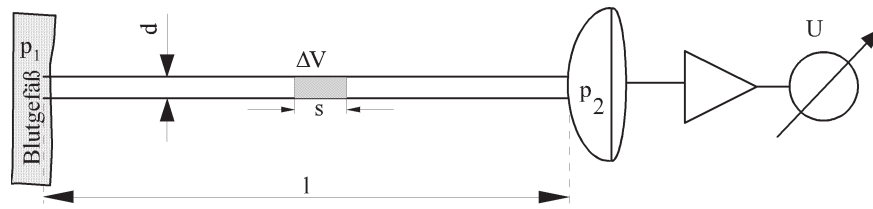


Abb. 8.7: Schematische Darstellung der Übertragungsstrecke eines Kathetersystems.

wird über ein inkompressibles Koppelmedium im Katheter (z.B. physiologische Kochsalzlösung) auf die Membran übertragen. Der Signalfluss lässt sich dabei wie folgt beschreiben (Abb. 8.8):

- Infolge einer Änderung des Drucks p_1 an der im Blutgefäß befindlichen Spitze des Katheters kommt es zu einer Volumenverschiebung ΔV des Koppelmediums im Katheter um die Strecke s . Die Stärke der Volumenverschiebung ist dabei abhängig von der Kompressibilität des Koppelmediums, der Steifigkeit des Katheters und der Membran, sowie von den geometrischen Abmessungen des Übertragungssystems. Diese Verschiebung bewirkt einen Druck p_2 auf die Membran, wodurch eine Widerstandsänderung in den auf der Membran integrierten Widerstandsgebern hervorgerufen und somit ein Ausgangssignal U_a erzeugt wird.

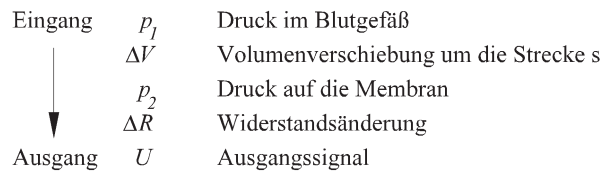


Abb. 8.8: Signalfluss

Zur nachfolgenden mathematischen Herleitung der Übertragungsfunktion des Kathetersystems nach Abb. 8.7 werden die in Tabelle 8.1 angegebenen Formelzeichen verwendet.

Unter der Annahme, dass sich die Querschnittsfläche A_c des Katheters nicht verändert, folgt mit Gl. (8.2) und der Beziehung

$$\Delta V = A_c s \quad (8.3)$$

für die spezifische Volumenverschiebung

$$V_c = A_c \frac{s}{p_2}. \quad (8.4)$$

Mit Gl. (8.4) lässt sich dann mittels

$$F_2 = p_2 A_c \quad (8.5)$$

dann die Kraft F_2 auf die Membran berechnen zu

$$F_2 = \frac{A_c^2}{V_c} s. \quad (8.6)$$

Die Kraft F_1 , die am Kathetereingang auf die Koppelflüssigkeit wirkt, wird analog obiger Gl. (8.5) bestimmt über

$$F_1 = A_c p_1. \quad (8.7)$$

Unter der Voraussetzung, dass

Formelzeichen	Bedeutung	Einheit
a, b	Fourier-Koeffizienten	
c	Federkonstante	$\frac{N}{m}$
d	Durchmesser	m
n	Koeffizient der DGL	s^2
r	Koeffizient der DGL	s
k	Koeffizient der DGL	
l	Länge	m
m	Masse	kg
p	Druck	$1 \frac{N}{m^2} = 1Pa = 0.0075mmHg$
s	Strecke der Volumenauslenkung	m
x	Auslenkung Schwinger	m
A	Fläche	m^2
C	Kapazität	F
D	Dämpfungskonstante	$\frac{kg}{s}$
F	Kraft	N
L	Induktivität	H
R	elektrischer Widerstand	Ω
T	Periodendauer	s
U	Spannung	V
	Signal	
$\ddot{U}$	Übertragungsfunktion	
V	Volumen	m^3
λ	Eigenwert	$\frac{1}{s}$
α	Realteil von λ	$\frac{1}{s}$
ω	Imaginärteil von λ (Kreisfrequenz)	$\frac{1}{s} = Hz$
η	Viskosität	$1Pas = 1 \frac{Ns}{m^2}$
	$\eta_{\text{Wasser}} = 0.001Pas$	
	$\eta_{\text{Blut}} = 0.0027Pas$	
	$\eta_{\text{Luft}} = 12.2\mu Pas$	
ρ	Dichte	$\frac{kg}{m^3}$
	$\rho_{\text{Wasser}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$	
ϑ	Dämpfungsgrad	
Λ	logarithmisches Dekrement	
Ω	Frequenzverhältnis	

Tab. 8.1: Verwendete Formelzeichen und deren Einheiten

- die Volumenströmung laminar,
- die Wand starr und
- das Medium inkompressibel sind,

gilt nach *Hagen–Poiseuille* für die Volumenströmung dV/dt im Rohr

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l}. \quad (8.8)$$

Daraus folgt mit

$$\begin{aligned} A_c &= \pi \frac{d^2}{4}, \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{d}{dt} (\Delta V + V_0) \\ &= \frac{d\Delta V}{dt} \end{aligned}$$

und der Gl. (8.3)

$$A_c \frac{ds}{dt} = \frac{A_c^2(p_1 - p_2)}{8\eta l \pi}. \quad (8.9)$$

Aufgrund von im System vorhandenen Reibungskräften wird das über das Koppelmedium übertragene Signal gedämpft. Dieses Phänomen wird durch die Einführung einer Dämpfungskraft F_d beschrieben, die sich bei konstanter Volumenströmung (dV/dt bzw. $A_c ds/dt = \text{const}$) entweder ermitteln lässt über

$$F_d = F_1 - F_2,$$

oder über die Druckdifferenz

$$F_d = (p_1 - p_2)A_c.$$

Mit Gl. (8.9) lässt sich die Dämpfungskraft F_d daher berechnen über

$$F_d = 8\pi\eta l \frac{ds}{dt}. \quad (8.10)$$

Für beschleunigte Systeme (dV/dt bzw. $A_c ds/dt \neq \text{const}$) gilt nach Newton allgemein nachstehender Zusammenhang zwischen Kraft und Weg:

$$\sum F = m \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

Somit ergibt sich für das Kräftegleichgewicht des Koppelmediums

$$F_1 - F_d - F_2 = m \frac{d^2 s}{dt^2},$$

wobei der Term auf der rechten Seite ($m \left(d^2 s / dt^2 \right)$) der Trägheitskraft F_t des Systems entspricht, die aus der Beschleunigung bzw. Verzögerung des Koppelmediums durch die Membranauslenkung resultiert. Mit den Gln. (8.6), (8.7) und (8.10) folgt daraus

$$A_c p_1 - 8\pi\eta l \frac{ds}{dt} - \frac{A_c^2}{V_c} s = m \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

Damit erhält man mit der Masse m

$$m = A_c \rho l$$

und Gl. (8.4) die Beziehung

$$\rho l \frac{V_c}{A_c} \frac{d^2 p_2}{dt^2} + 8\pi\eta l \frac{V_c}{A_c^2} \frac{dp_2}{dt} + p_2 = p_1. \quad (8.11)$$

Wird folgende Substitution durchgeführt

$$n = \rho l \frac{V_c}{A_c} \quad (8.12)$$

$$r = 8\pi\eta l \frac{V_c}{A_c^2} \quad (8.13)$$

$$k = 1 \quad (8.14)$$

findet man für die Übertragungsfunktion des Kathetersystems die bekannte Schreibweise für eine inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten (Feldmann et al., 1983, S. 253ff.). Sie entspricht der Differentialgleichung einer harmonischen Schwingung (Gl. (7.40)).

$$n \frac{d^2 p_2}{dt^2} + r \frac{dp_2}{dt} + k p_2 = p_1 \quad (8.15)$$

Die Herleitung der allgemeinen Lösung dieser Differentialgleichung ist im Anhang F beschrieben. Demnach ergibt sich die Übertragungsfunktion des in Abb. 8.7 gezeigten Kathetersystems zu

$$\begin{aligned}\underline{\ddot{U}}(\omega) &= \frac{p_2(\omega)}{p_1(\omega)} \\ &= \frac{A_0 e^{-j\varphi_0} e^{j\omega t}}{p_0 e^{j\omega t}} \\ &= \frac{A_0 e^{-j\varphi_0}}{p_0}.\end{aligned}$$

Daraus folgt für den Betrag von $\underline{\ddot{U}}(\omega)$

$$|\underline{\ddot{U}}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(k - n\omega^2)^2 + r^2\omega^2}}.$$

Mit

$$\begin{aligned}\Omega &= \frac{\omega}{\omega_0} \\ \omega_0^2 &= \frac{k}{n} \\ k &= 1\end{aligned}$$

erhält man für den Betrag der Übertragungsfunktion

$$|\underline{\ddot{U}}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + \frac{r^2}{n}\Omega^2}}.$$

Das Maximum dieser Funktion liegt bei

$$\Omega_{max} = \sqrt{1 - \frac{r^2}{2n}}.$$

In der Abb. 8.9 ist der Verlauf der Übertragungsfunktion für verschiedene Eigenwerte dargestellt.

Anhand dieser Übertragungsfunktion lässt sich bestimmen, welche Kathetersysteme für die verzerrungsfreie Übertragung des Blutdrucks aus dem Körperinneren geeignet sind. Es dürfen wie im Abschnitt 3.2.3.2 besprochen, nur solche Systeme eingesetzt werden, die im gesamten Frequenzbereich des Blutdrucks einen konstanten Amplitudengang und eine lineare Phase besitzen.

Neben diesem Kathetersystem gibt es noch andere schwingungsfähige Systeme, die sich mit einer DGL gleichen Typs beschreiben lassen. Tabelle 8.2 zeigt Beispiele aus verschiedenen Bereichen der Ingenieurwissenschaften.

8.2 Lungenfunktionsdiagnostik

Technische Verfahren zur Diagnose der Lungenfunktionen (siehe Abschnitt 2.3) sind äußerst wichtige Hilfsmittel in der medizinischen Routine. Es werden dabei bestimmte Atmungskenngrößen experimentell bestimmt, die über die Atemmechanik sowie über den Gasaustausch und den Stoffwechsel im menschlichen Organismus eine Aussage gestatten. Diese Kenngrößen, die gemessen bzw. berechnet werden können, sind in Abschnitt 8.2.1 aufgelistet und können zum Teil auch Abb. 8.10 entnommen werden. Zur Auswertung werden häufig die im Anhang H beigefügten Nomogramme eingesetzt.

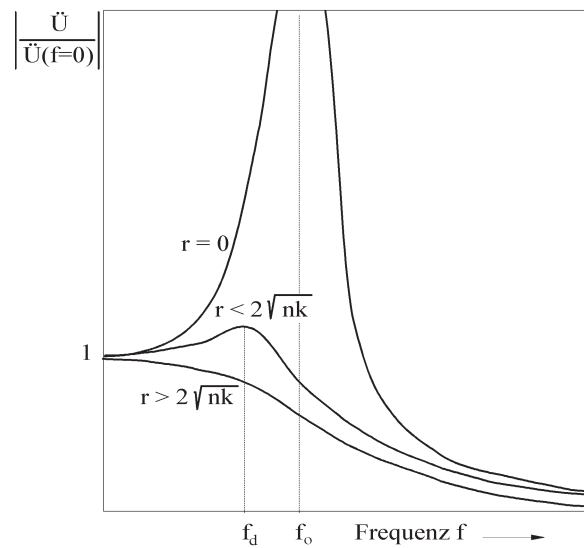
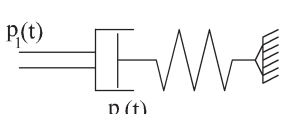
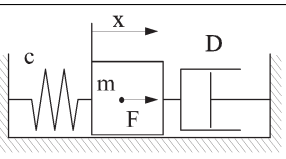
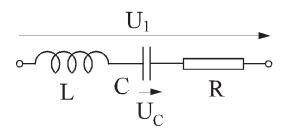


Abb. 8.9: Übertragungsfunktion für verschiedene Eigenwerte

	Hydraulik	Mechanik	Elektrotechnik
DGL	 $n\ddot{p}_2 + r\dot{p}_2 + kp_2 = p_1$	 $\frac{m}{c}\ddot{x} + \frac{D}{c}\dot{x} + x = \frac{F}{c}$	 $LC\ddot{U}_C + RC\dot{U}_C + U_C = U_1$
ω_0	$\sqrt{\frac{k}{n}}$	$\sqrt{\frac{c}{m}}$	$\sqrt{\frac{1}{LC}}$
ϑ	$\frac{r}{2n\omega_0}$	$\frac{D}{2\sqrt{mc}}$	$\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$

Tab. 8.2: Verschiedene Systeme mit DGL gleichen Typs

8.2.1 Atemkenngrößen

Folgende für die Atemmechanik wichtige Kenngrößen sind definiert:

- Das Atemzugvolumen (AZV) ist die Luftmenge, die bei jedem normalen Atemzug ein- und ausgeatmet wird. Bei einem gesunden Erwachsenen liegt diese Luftmenge zwischen 0.4l und 0.6l.
- Die Atemfrequenz (AF) ist die Anzahl der pro Minute durchgeführten Atemzüge. Bei einem Neugeborenen beträgt die Atemfrequenz ca. 50 Züge pro Minute, beim 6 Monate alten Säugling 40 Züge pro Minute, beim einjährigen Kind 35 Züge pro Minute, beim sechsjährigen Kind 25 Züge pro Minute und bei einem Erwachsenen 16 bis 20 Züge pro Minute (de Gruyter Verlag, 1990).
- Das Produkt von Atemfrequenz und Atemzugvolumen ergibt das Atemminutenvolumen (AMV).
- Als anatomischen Totraum bezeichnet man den Teil der Luftwege, der vor der Gasaustauschfläche liegt. Er umfasst beim Erwachsenen ein Volumen von ca. 150ml, d.h. von den bei normaler Ruheatmung ca. 500ml ausgeatmeter Luft stammen nur etwa 350ml aus den Alveolen, die restlichen 150ml sind die unveränderte Luftmenge des Totraums. Der anatomische Totraum dient der Reinigung, Erwärmung und Anfeuchtung der Atemluft, sowie der Sprachbildung.
- Der funktionelle Totraum entspricht dem Anteil der Luftwege, der nicht am Gasaustausch teilnimmt. Er entspricht bei einem gesunden Menschen dem anatomischen Totraum. Steckt z.B. ein Fremdkörper in einem Bronchus, so ist der funktionelle Totraum jedoch größer als der anatomische.
- Der alveolare Totraum umfasst die Alveolargebiete, die infolge von Minderbelüftung, Minderdurchblutung oder Membranschädigung der Alveolen nicht am Gasaustausch teilnehmen. Bei einem gesunden Menschen sollte der alveolare Totraum 0l betragen.
- Mit der Compliance (Volumen-Druck-Beziehung) wird die Druckänderung angegeben, die erforderlich ist, um ein bestimmtes Volumen zu ventilieren.
- Das Inspiratorische Reservevolumen (IRV) ist das Luftvolumen, welches mit maximaler Inspiration (Einatmung) über das Atemvolumen hinaus noch eingeatmet werden kann. Bei einem gesunden Menschen beträgt es etwa 2.5l
- Das Expiratorische Reservevolumen (ERV) entspricht dem Volumen, das durch maximale Expiration (Ausatmung) zusätzlich ausgeatmet werden kann. Hier findet man bei einem gesunden Erwachsenen einen Wert von 1.5l.
- Die Vitalkapazität (VK, maximales Atemvolumen) ist die Summe von AZV, IRV und ERV. Ihr Wert ergibt bei einem gesunden erwachsenen Menschen ca. 4.5l
- Die expiratorische Sekundenkapazität ist das in der ersten Sekunde maximal ausatembare Volumen. Es wird als Anteil der Vitalkapazität (relative Sekundenkapazität) angegeben.
- Der Atemgrenzwert (AGW) ist das maximal mögliche Atemvolumen pro Minute.
- Das Residualvolumen ist das Gasvolumen in der Lunge nach maximaler Expiration. Es lässt sich dafür bei einem gesunden Erwachsenen Werte zwischen 800ml und 1700ml angeben.
- Die funktionelle Residualkapazität ist das Gasvolumen in der Lunge nach normaler Expiration. Ein gesunder Erwachsener besitzt eine funktionelle Residualkapazität von etwa 3.0l.
- Unter dem Atemwiderstand wird die Gesamtheit aller Widerstände zusammengefasst, die bei der Atmung überwunden werden müssen. Es sind dies die elastischen Widerstände der Lunge und des Thorax, deren Reibungswiderstände und der Strömungswiderstand der Luftwege (Atemwegswiderstand).
- Der Atemwegswiderstand (Resistance) gibt die Größe des endobronchialen Widerstandes (Strömungswiderstand in den Atemwegen) an, der bei der Atmung dem Luftstrom entgegengebracht wird.
- Der Sauerstoff- (O_2), Kohlenstoff- (CO_2) und Stickstoffgehalt (N_2) der Atemluft ist eine weitere sehr wichtige Atemkenngröße. In Tabelle 8.3 sind die durchschnittliche Zusammensetzung dieser Gase

in der inspirierten Luft, im expirierten Gas und im Alveolar-Gas dargestellt. Zudem sind deren Partialdrücke im venösen und arteriellen Blut angegeben (Mörke et al., 1989).

	inspirierte Luft in %	expiriertes Gas in %	Alveolar- Gas in %	venöser Partialdruck		arterieller Partialdruck	
				in kPa	in mmHg	in kPa	in mmHg
Sauerstoff (O ₂)	21	15	13	5.3	40	12.6	95
Kohlendioxid (CO ₂)	0.03	4	5	6.0	45	5.3	40
Stickstoff (N ₂)	~ 78	75	76	83.0	570	83.0	570
Wasserdampf	~ 1	6	6	—	—	—	—

Tab. 8.3: Wichtige Stoffe der respiratorischen Gasgemische und deren Partialdrücke im Blut.

Diese Kenngrößen geben dem Arzt Hinweise auf Störungen der Lungenfunktion und des Stoffwechsels. Den Sport- und Arbeitsmedizinern geben sie Auskunft über Änderungen der Lungenfunktion bei Belastung und über die körperliche Leistungsfähigkeit des Probanden. Bei einer geschädigten Lunge unterscheidet man zwischen einer

- restriktiven und
- obstruktiven Schädigung.

Restriktive Schädigungen sind die Folge von Atemmuskelschäden, obstruktive dagegen pathologische Verengungen der Atemwege.

Es deutet z.B. ein gegenüber dem anatomischen Totraum vergrößerter funktioneller Totraum auf eine verminderte Gasaustauschfläche hin oder bei einer verminderten Vitalkapazität oder Compliance auf restriktive Ventilationsstörungen, hervorgerufen z.B. durch Lungenfibrose oder Verwachsen der Pleurablätter⁵. Sind die expiratorische Sekundenkapazität oder der Atemwegswiderstand verändert, kann dies die Folge einer obstruktiven Ventilationsstörung sein, bei z.B. Asthma bronchiale oder Atemwegstumor. Ein vergrößertes funktionelles Residualvolumen ist z.B. bei einem Pleuraemphysem⁶ zu erkennen.

8.2.2 Bestimmung der Atemkenngößen

Für die Bestimmung der Atemkenngößen werden verschiedene Verfahren eingesetzt. Es sind dies die

- Spirometrie,
- Pneumotachographie,
- Ganzkörperplethysmographie,
- Impedanz-Pneumographie,
- Elektromyographie,
- direkte Messung der thorakalen Volumenänderung,
- Lungenperfusionsszintigraphie,
- Lungenventilationsszintigraphie,
- Heliumeinwaschmethode und
- Stickstoffauswaschung.

⁵Pleura: Brustfell

⁶Pleuraemphysem: Eitriger Erguss in der Pleurahöhle.

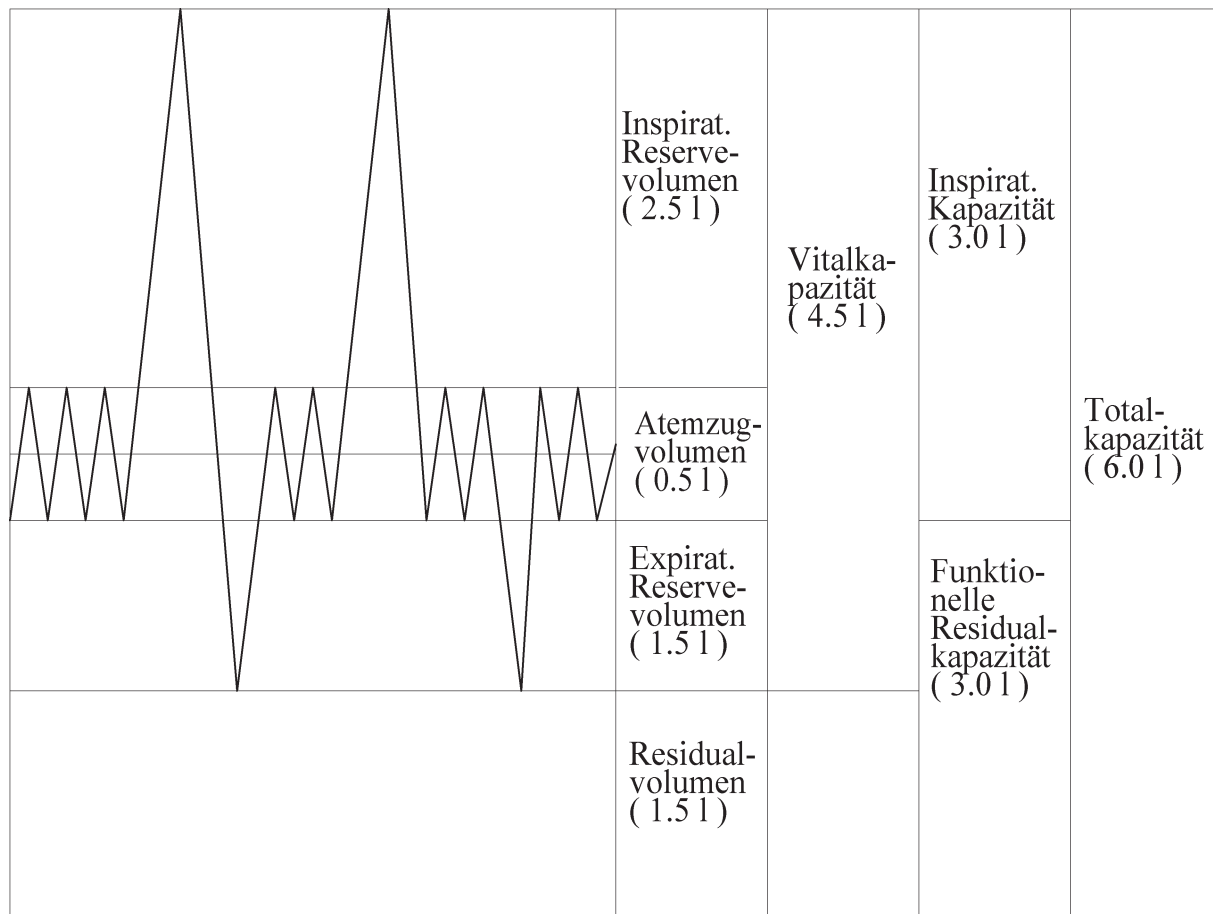


Abb. 8.10: Definition der Lungenvolumina

8.2.2.1 Die Spirometrie

Mit einem Spirometer können Atemzugvolumen, Atemfrequenz, Atemminutenvolumen und Vitalkapazität gemessen werden. Aus den gemessenen Daten können dann bestimmte Größen wie der Atemgrenzwert, der Ruheumsatz und der Umsatz bei Belastung berechnet werden. Die gesamte Messung findet in einem geschlossenen, in manchen Fällen in einem halboffenen System statt. Die respiratorischen Größen werden dabei über Volumenmessungen gewonnen. Der Spirometer ist demnach ein Volumenmessgerät.

Bei dem in Abb. 8.11 gezeigten, geschlossenen Spirometersystem läuft der Messvorgang wie folgt ab. Der Patient trägt, solange die Messung durchgeführt wird, eine Nasenklemme, um zu verhindern, dass über seine Nase ein Gasaustausch stattfinden kann und dadurch kein geschlossenes Messsystem mehr vorhanden wäre. Während der Messung atmet der Patient Luft direkt aus der Spirometerglocke, seine ausgeatmete Luft dagegen strömt zunächst durch einen Behälter mit Atemkalk (Atemkalkdose) bevor sie in die Spirometerglocke (Tauchglocke) zurückfließt. Die Spirometerglocke ist durch ein Wasserbad gegen die Außenluft abgedichtet, um ein geschlossenes System sicherzustellen. Der Atemkalk dient zur Absorption des Kohlendioxids. Die Luft im Spirometer, die im Vergleich zur normalen Umgebungsluft mit einer höheren Konzentration an Sauerstoff angereichert ist, um während der Untersuchung ausreichend Sauerstoff zur Verfügung zu haben, wird mit einer Pumpe ständig umgewälzt. Gleichzeitig sorgt die Pumpe für die funktionsrichtige Strömung der Ein-

und Ausatemluft (Abb. 8.11), da ohne die Pumpe aufgrund des Strömungswiderstands der Atemkalkdose die ausgeatmete Luft des Patienten direkt wieder in die Glocke einströmen würde ohne die Atemkalkdose zu passieren. Über ein Drahtseil ist die Spirometerglocke mit einem Schreiber verbunden, der die Bewegung der Glocke aufzeichnet. Wegen des Sauerstoffverbrauchs im Organismus ergibt sich eine Abnahme des Vorratvolumens unter der Glocke. Die Wasserdampfkonzentration ist ohne Bedeutung, da die ein- und ausgeatmete Luft gesättigt ist. Aus der Steigung der Abnahme des Vorratvolumens unter der Glocke lässt sich die Sauerstoffaufnahme abschätzen.

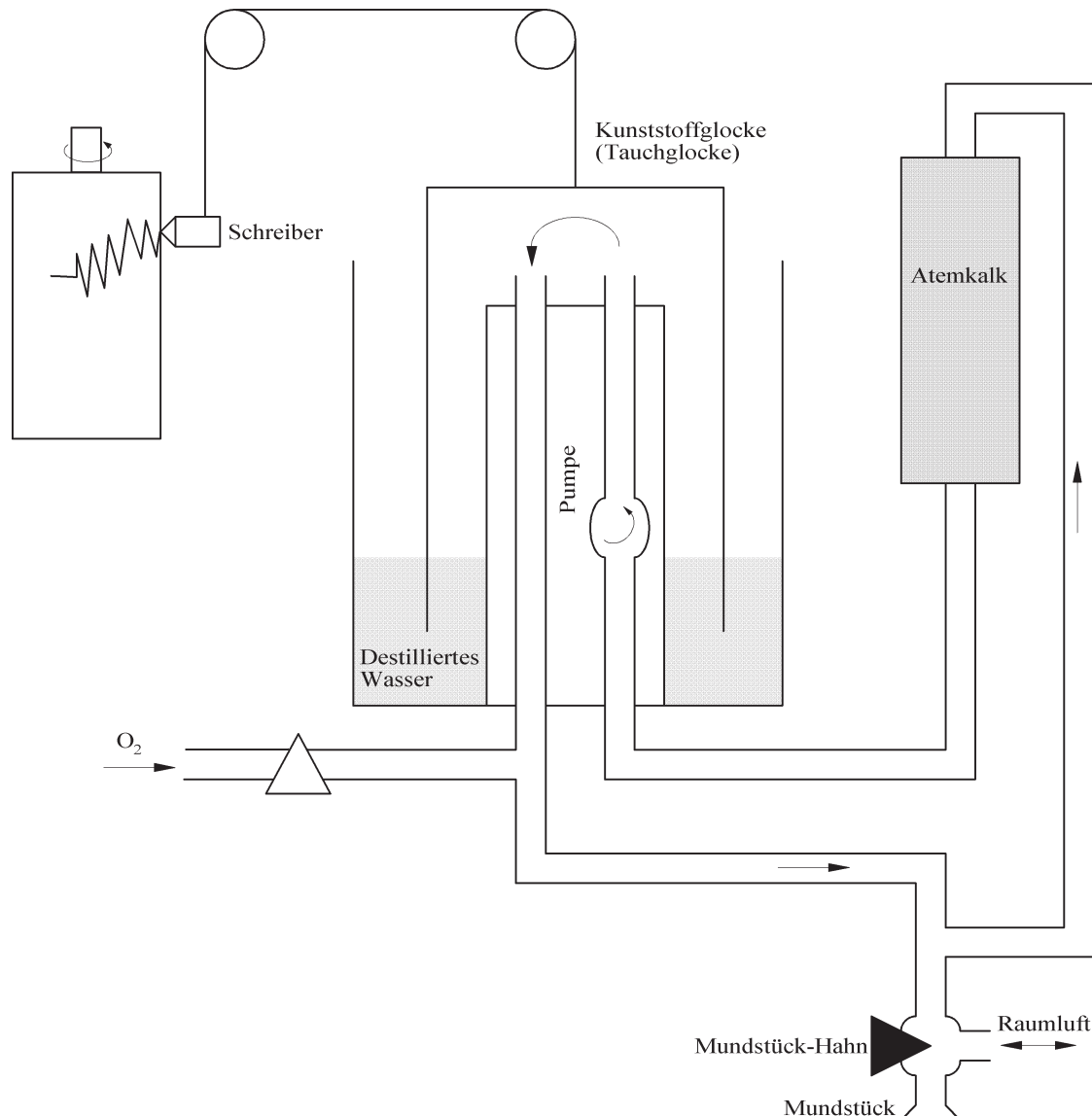


Abb. 8.11: Prinzipskizze des Spirometers

Die Nachteile der Spirometer sind ihre große Bauweise, ihr beschränktes Fassungsvermögen und ihre mechanische Trägheit.

Bei der Berechnung von abgeleiteten Größen aus gemessenen Atemkenngrößen, die auf die Umgebung (Index U) bezogen sind, müssen diese zuvor auf Körper- (Index K) bzw. Normalbedingungen (Index N , 0°C ,

1013mbar) umgerechnet werden. Diese Umrechnung erfolgt für wasserdampfgesättigte Luft mit Hilfe der Faktoren q_K bzw. q_N

$$\begin{aligned} q_K &= \frac{(p_U - p_U(\text{H}_2\text{O})) T_K}{(p_K - p_K(\text{H}_2\text{O})) T_U} \\ q_N &= \frac{(p_U - p_U(\text{H}_2\text{O})) T_N}{(p_N - p_N(\text{H}_2\text{O})) T_U}. \end{aligned}$$

Bei der typischen Mischkost der Industrienationen lassen sich für die Nährstoffe (z.B. Glukose, Tripalmitin und Proteine; siehe Abschnitt 2.3.1) folgende prozentuale Anteile r am zur Oxydation vorhandenen Sauerstoff angeben: $r_{Gl} = 63\%$, $r_{Tr} = 25\%$, $r_{Pr} = 12\%$. Da die Energieäquivalente K (siehe Abschnitt 2.3.1) der Nährstoffe ähnlich sind, entspricht die Nährstoffaufteilung des Sauerstoffs näherungsweise den prozentualen Energiebeiträgen der einzelnen Nährstoffe zum Gesamtumsatz. Es ergibt sich für das resultierende, mittlere Energieäquivalent K_m

$$K_m = K_{Gl}r_{Gl} + K_{Tr}r_{Tr} + K_{Pr}r_{Pr}. \quad (8.16)$$

Ist die O_2 -Aufnahme $V(\text{O}_2)$ bekannt, lässt sich damit die Leistung des Körpers unter Ruhebedingungen (Ruheumsatz) berechnen zu

$$P_{Ruhe} = K_m V(\text{O}_2) = P_{Gl} + P_{Tr} + P_{Pr}.$$

Mit der angegebenen prozentualen O_2 -Aufteilung kann damit der Anteil der einzelnen Nährstoffe an P_{Ruhe} berechnet werden. Für Glucose gilt z.B.

$$P_{Gl} = K_{Gl}r_{Gl}V(\text{O}_2).$$

Mit den derart berechneten P_{Gl} , P_{Tr} und P_{Pr} ergibt sich die molare Stoffumsetzung n der Nährstoffe. Diese kann für Glucose und Tripalmitin berechnet werden zu

$$n_{Gl} = \frac{P_{Gl}}{W_{Gl}} \quad n_{Tr} = \frac{P_{Tr}}{W_{Tr}},$$

wobei W_{Gl} bzw. W_{Tr} die in Abschnitt 2.3.1 angegebenen biologisch freien molaren Energien sind. Aufgrund des unterschiedlichen Aufbaus der Proteine, ist es nicht möglich, auch deren molare Stoffumsetzung zu ermitteln. Die Umsetzung der Nährstoffmassen kann über das Molekulargewicht $m_{Gl} = 180g$ und $m_{Tr} = 806g$ durchgeführt werden.

Setzt man die oben erwähnten prozentualen Anteile r am zur Oxydation vorhandenen Sauerstoffs einer typischen Mischkost der Industrienationen in Gl. (8.16) ein, erhält man für $1l_{\text{O}_2}$ ein mittleres Energieäquivalent K_m von $20.66kJ$. In Tabelle 8.4 sind Standardatemkennwerte für eine gesunde männliche Versuchsperson angegeben.

8.2.2.2 Die Pneumotachographie

Mit der Pneumotachographie lässt sich das Atemzugvolumen und die Vitalkapazität messen. Dabei beruht dieses Prinzip auf der Messung des Volumendurchsatzes dV/dt der strömenden Atemluft. Dieser kann z.B. mit Hilfe eines Laminarstromrezeptors (z.B. Fleischsche Düse; Abb. 8.12a), mit einem kapazitiven Messaufnehmer (Abb. 8.12b) oder mit einem photoelektrischen Messwandler (Abb. 8.12c) gemessen werden.

Die Fleischsche Düse ist so aufgebaut, dass mit ihr der Atemstrom über das Hagen–Poiseuillesche Gesetz (Gl. (8.8)) gemessen werden kann. Da das Hagen–Poiseuille Gesetz nur für laminare Strömung gilt, muss

Atemvolumen	0.5 ... 0.8	<i>l</i>
Vitalkapazität	s. Nomogramm	
Atemfrequenz	12 ... 18	<i>l/min</i>
Inspiratorisches Reservevolumen	2 ... 3	<i>l</i>
Expiratorisches Reservevolumen	0.7 ... 1.8	<i>l</i>
Atemminutenvolumen	s. Nomogramm	
Atemgrenzwert	90 ... 170	<i>l/min</i>
Atemstoßwert	70 ... 80	% der Vitalkapazität
Ruheumsatz	10^7	<i>J/Tag</i>
Sauerstoffaufnahme bei Belastung	2.5	<i>l/min</i>

Tab. 8.4: Standardatemkennwerte von männlicher Testpersonen im Alter zwischen 20 und 30 Jahren und einem Körpergewicht zwischen 60 und 80kg

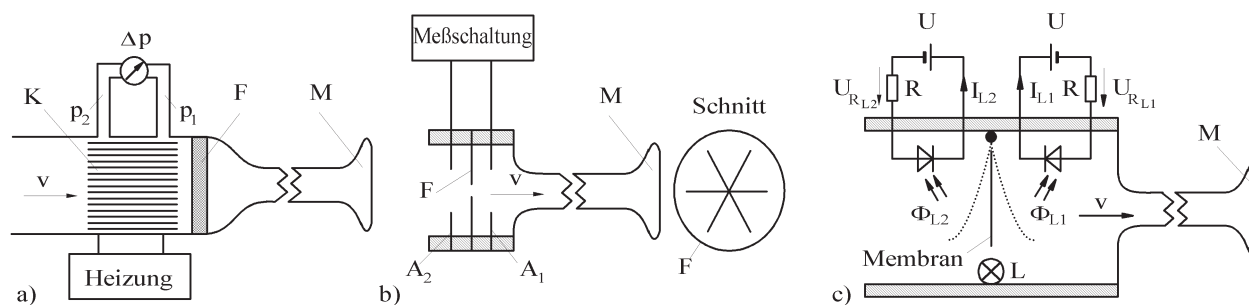


Abb. 8.12: Verschiedene Messaufnehmer zur Atemstrommessung. a) Fleischsche Düse: Messanordnung zur Messung des Atemstroms über die Druckdifferenz $\Delta U \sim \Delta p = p_1 - p_2 \sim dV/dt$; b) Kapazitiver Messwandler: Zwischen zwei Kondensatorplatten A_1 und A_2 befindet sich eine geschlitzte Folie F , deren Segmente sich durch den Atemstrom elastisch verformen und dadurch die Kapazität verändern; c) photoelektrischer Messwandler: Die Stärke eines Lichtstroms Φ_L einer Lichtquelle L auf zwei photoelektrische Messwandler wird durch eine durch den Atemstrom ausgelenkte Membran geändert

dafür gesorgt werden, dass der Atemstrom im Messbereich laminar ist. Dies wird bei der Fleischschen Düse durch ein Bündel parallel angeordneter Kapillaren K erreicht. Diese müssen auf Körpertemperatur gehalten werden, um zu verhindern, dass der Wasserdampf beim Ausatmen kondensiert. Mit einem Filter F werden Verunreinigungen der Ausatemluft aufgefangen, um das Kapillarsystem nicht zu verstopfen. Das Atemzugvolumen wird durch Integration des Atemstroms über die Dauer der Ein- bzw. Ausatmung bestimmt.

Die Messung des Atemstroms über einen kapazitiven Messwandler erfolgt über die Änderung einer Kapazität durch eine geschlitzte Folie, die sich zwischen zwei Kondensatorplatten A_1 und A_2 befindet. Durch den Atemstrom werden deren Segmente elastisch verformt und dadurch das Dielektrikum und damit verbunden die Kapazität verändert.

Bei der photoelektrischen Atemstrommessung werden die auf zwei photoelektrischen Wandler einfallenden Lichtströme Φ_{L1} und Φ_{L2} einer Lichtquelle L durch eine durch den Atemstrom ausgelenkte Membran gegenläufig verändert. Eine Zunahme des Lichtstrom auf einen photoelektrischen Wandler um einen bestimmten Betrag hat demnach gleichzeitig eine Verringerung des Lichtstrom auf den anderen Wandler um den selben Betrag zur Folge. Aus der daraus resultierenden Differenz der durch die Wandler erzeugten elektrischen Ströme I_{L1} und I_{L2} kann der Atemstrom bestimmt werden.

8.2.2.3 Die Ganzkörperplethysmographie

Mit Hilfe der Ganzkörperplethysmographie kann der Atemwegswiderstand und das intrathorakale Gasvolumen (funktionelle Residualkapazität und Residualvolumen) bestimmt werden. Dazu wird der Patient in eine druckdichte Kammer gesetzt, in der er über ein Mundstück, an dem ein Schlauch zur Umgebung angekoppelt ist, Außenluft atmet. Dabei wird mit Hilfe einer Nasenklemme erzwungen, dass der Patient allein über dieses Mundstück atmet. Gleichzeitig wird häufig auch der Atemwegswiderstand R_A (Resistance) über die Messung des Atemstroms berechnet (Abschnitt 8.2.2.2). Dieser ist proportional der Druckdifferenz Δp zwischen Alveolarraum (p_A) und Umgebung (p_U) und umgekehrt proportional dem Atemstrom (I_A), d.h.

$$R_A = \frac{\Delta p}{I_A} = \frac{p_A - p_U}{I_A}.$$

Der Normalwert beträgt bei Mundatmung etwa $0.2 \text{ kPa l}^{-1} \text{ s}$. Über ein Ventil kann vom untersuchenden Arzt die Verbindung zur Außenluft mechanisch verschlossen werden.

In Abb. 8.13 ist schematisch das Prinzip der Ganzkörperplethysmographie dargestellt. Gezeigt ist die druckdichte Kammer, deren äußeres Erscheinungsbild an eine Telefonzelle erinnert. In dieser Kammer sitzt der Patient während der Untersuchung.

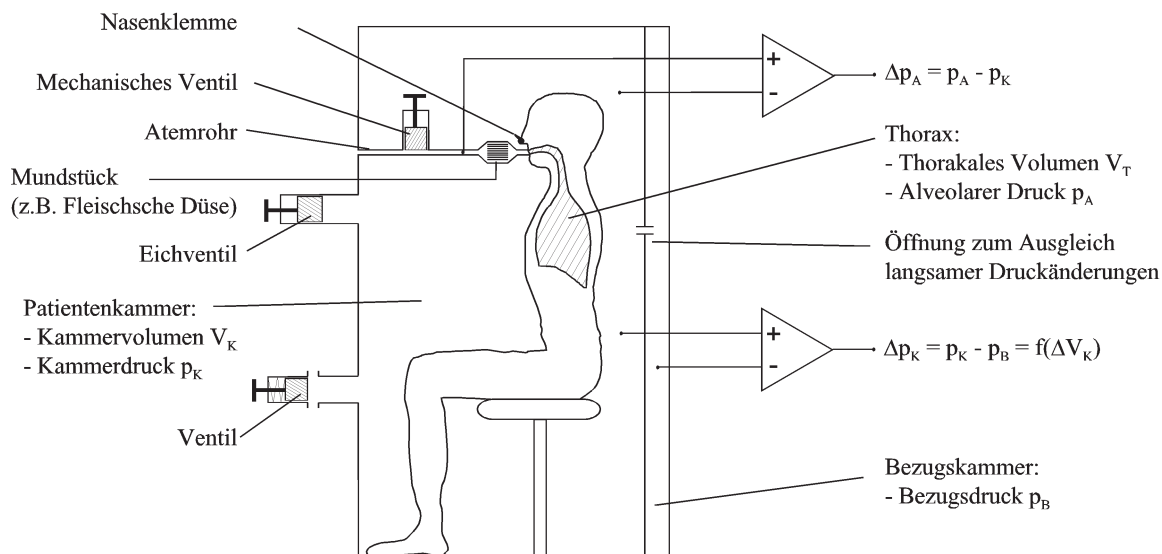


Abb. 8.13: Schematische Darstellung der Ganzkörperplethysmographie

Wie in Abb. 8.13 gezeigt, ist der Innenraum der Anlage unterteilt in eine größere Kammer, in der sich der Patient befindet, und in eine kleine Kammer, die als Bezugskammer dient. Die größere Kammer wird im folgenden „Patientenkammer“ genannt.

Ist die Patientenkammer leer, so sind der Druck in der Patienten- und in der Bezugskammer identisch. Befindet sich dagegen ein Patient in der Patientenkammer, verändert sich der Druck in dieser Kammer. Dabei lassen sich allgemein zwei Arten von Druckänderungen unterscheiden; nämlich zum einen schnelle Druckschwankungen, hervorgerufen durch die Volumenänderung ΔV_T des Thorax bzw. der Patientenkammer ΔV_K als Folge der Ein- und Ausatmung, und zum anderen langsame Druckänderungen, hervorgerufen durch eine Temperaturänderung in der Kammer durch den Patienten.

Bezogen auf den absoluten Kammerdruck p_K sind die durch die Atmung bedingten Druckschwankungen sehr gering. Deshalb sind die ebenfalls sehr geringen temperaturbedingten Druckschwankungen nicht vernachlässigbar. Da jedoch zur Bestimmung der Volumenänderung in der Kammer diese schnellen Druckänderungen gemessen werden müssen, gilt es, diese langsamen Druckänderungen zu kompensieren. Deshalb befindet sich in der Anlage neben der Patientenkammer eine Bezugskammer, die außer einer kleinen Öffnung keine Verbindung mit der Patientenkammer hat. Über diese Öffnung findet ein Druckausgleich langsamer Druckschwankungen zwischen den beiden Kammern statt. Denn die Größe dieser Öffnung ist gerade so bemessen, dass die Zeitkonstante für den Druckausgleich zwischen Patienten- und Bezugskammer so groß ist, dass zwar die langsamen Druckänderungen ausgeglichen werden, die schnellen dagegen nicht. Diese Öffnung entspricht daher einem Tiefpass, dessen obere Grenzfrequenz so ausgelegt ist, dass die Frequenzen der durch die Atmung bedingten Druckschwankungen oberhalb dieser Grenzfrequenz liegen und die Frequenzen der temperaturbedingten Druckschwankungen unterhalb liegen.

Wird daher der Druck p_K in der Patientenkammer gegen den Druck p_B in der Bezugskammer gemessen, lässt sich die Druckänderung Δp_K in der Patientenkammer bestimmen. Da diese Druckänderung hervorgerufen wird durch die atmungsbedingte Volumenänderung in der Patientenkammer (ΔV_K) gilt

$$\Delta p_K = p_K - p_B = f(\Delta V_K).$$

Die Kammerdruckänderung ΔV_K steht daher in fester Beziehung zur gemessenen Druckänderung Δp_K . Über ein Eichverfahren ermitteltes ΔV_K - Δp_K -Diagramm lässt sich deshalb die zu einer gemessenen Druckänderung Δp_K entsprechende Volumenänderung ΔV_K bestimmen.

Zur Bestimmung der funktionellen Residualkapazität V_{FRC} muss zudem jedoch auch die Druckänderung Δp_A in den Alveolen bestimmt werden. Dazu wird die Tatsache ausgenutzt, dass nach einer normalen Expiration der Druck p_A in den Alveolen dem Druck p_U in der Umgebung entspricht⁷ und das Volumen V_L in der Lunge gleich der funktionellen Residualkapazität V_{FRC} ist (siehe auch Abb. 8.10). Zudem ist es zulässig anzunehmen, dass der Druck p_K in der Patientenkammer dem Druck p_U der Umgebung entspricht. Denn die atmungs- und temperaturbedingten Druckschwankungen sind im Vergleich zum absoluten Kammerdruckwert p_K und zu den Druckschwankungen Δp_A im Alveolarraum so gering, dass sie vernachlässigt werden können. Es ist daher erlaubt, den Druck p_M im Mundstück gegen den Druck p_K in der Patientenkammer zu messen.

Der Messvorgang zur Bestimmung der funktionellen Residualkapazität V_{FRC} beginnt damit, dass am Ende einer normalen Expiration, d.h. endexpiratorisch, das Ventil vom Untersucher geschlossen und der Patient gebeten wird einzuatmen. Da durch den Verschluss des Ventils die Verbindung zur Umgebung aufgehoben wird, entspricht der im Mundstück gemessene Druck p_M dem Druck p_A in den Alveolen und damit auch die beim Einatmen⁸ erzeugten Druckänderungen $\Delta p_M = p_M - p_K$ den Druckänderungen $\Delta p_A = p_A - p_K$ in den Alveolen. Da der Prozess in erster Näherung als isotherme Gaskompression betrachtet werden kann, gilt das Boyle–Mariotte–Gesetz, d.h.

$$pV = \text{konst.}$$

Damit erhält man für den thorakalen Raum

$$p_{A_e} V_{T_e} = (p_{A_e} + \Delta p_A) (V_{T_e} + \Delta V_T).$$

Dabei sind p_{A_e} und V_{T_e} der alveolare Druck und das thorakale Volumen am Ende der Expiration. Für diese

⁷Wäre $p_A \neq p_U$ würde ein Atemstrom fließen.

⁸Um einatmen zu können muss, wie in Abschnitt 2.3 besprochen, Unterdruck im Thorax durch Vergrößerung des thorakalen Volumens erzeugt werden.

gilt wie oben erwähnt

$$\begin{aligned} p_{A_e} &= p_K \\ V_{T_e} &= V_{\text{FRC}}. \end{aligned}$$

Damit erhält man für obige Gleichung

$$p_K V_{\text{FRC}} = (p_K + \Delta p_A) (V_{\text{FRC}} + \Delta V_T).$$

Da eine thorakale Volumenänderung ΔV_T eine gegengerichtete Volumenänderung ΔV_T in der Patientenkammer hervorruft, d.h. $\Delta V_T = -\Delta V_K$ gilt, lässt sich mit Hilfe obiger Gleichung die funktionelle Residualkapazität anschreiben zu

$$V_{\text{FRC}} = \frac{p_K + \Delta p_A}{\Delta p_A} \Delta V_K. \quad (8.17)$$

Dieses Messverfahren ist sehr aufwendig und zudem äußerst störanfällig auf z.B. Temperaturschwankungen in der Kammer, die durch die Öffnung zwischen Bezugs- und Patientenkammer zwar unterdrückt, aber häufig nicht gänzlich behoben werden.

8.2.2.4 Die Impedanz-Pneumographie, Elektromyographie und direkte Messung der Volumenänderung des Thorax

Mit diesen Messmethoden kann die Atemkurve aufgezeichnet und die Atemfrequenz bestimmt werden. Diese Verfahren sind jedoch in der klinischen Routine von geringer Bedeutung.

Bei der Impedanz-Pneumographie werden die Impedanzänderungen des Brustkorbs beim Ein- und Ausatmen des Patienten mittels Brustwandelektroden aufgezeichnet. Hierfür wird auf dem Brustkorb des Patienten ein Wechselstrom von etwa 100 kHz eingekoppelt und in unmittelbarer Nähe die Impedanz gemessen, die eine Funktion des Lungenvolumens ist (Abb. 8.14).

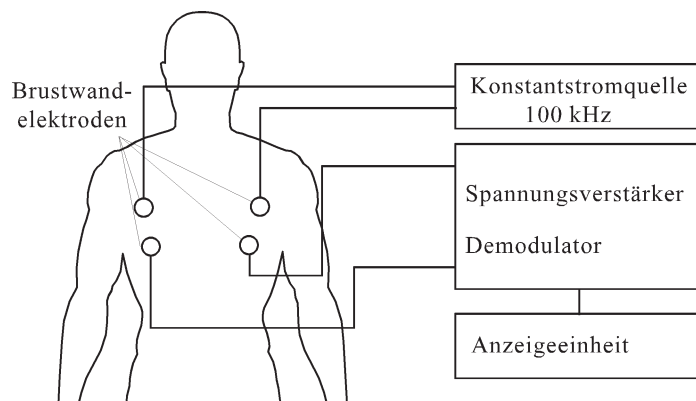


Abb. 8.14: Messanordnung zur Impedanz-Pneumographie

Bei der elektromyographischen Registrierung der Atemmuskulatur wird mittels eines Elektromyogramms (siehe Abschnitt 6.4) die mit der Atmung synchrone Aktivität der Atemmuskulatur aufgezeichnet.

Die Registrierung der mechanischen Atembewegungen des Brustkorbs erfolgt mit mechanoelektrischen Wandlern, die in einem Gummigürtel aufgebracht sind, der dem Patienten um den Brustkorb geschnallt wird. Durch

die rhythmische Auf- und Abbewegung beim Ein- und Ausatmen wird der Widerstand des Aufnehmers mitverändert.

8.2.2.5 Die Lungenperfusionsszintigraphie und Lungenventilationsszintigraphie

Mit der Lungenperfusionsszintigraphie wird die Lungendurchblutung bestimmt, mit der Lungenventilationsszintigraphie die Lungenbelüftung.

Die Lungenperfusionsszintigraphie ist ein risikoarmes und aussagekräftiges Verfahren der Szintigraphie, wobei dem Patienten ein dafür geeignetes Radiopharmaka injiziert wird. Die dann im Kreislauf zirkulierenden Eiweißpartikel bewirken eine ungefährliche Mikroembolisierung der durchbluteten Lungenkapillaren. Dabei kommen die Lungenabschnitte mit verminderter oder ausgesetzter Durchblutung als aktivitätsvermindernde oder freie Zone zur Darstellung. Aufgezeichnet wird im allgemeinen mit einer Gammakamera, da diese im Gegensatz zu einem Scanner schnellere Bildfolgen liefert.

Als ergänzendes Verfahren zur Lungenperfusionsszintigraphie wird häufig auch die Lungenventilationsszintigraphie eingesetzt. Bei diesem Verfahren nimmt der Patient über die Atemluft ein dazu geeignetes Radiopharmakon auf. Dieses Radiopharmakon, z.B. Xenon-133 wird dabei häufig der Atemluft in einem Spirometer beigemischt. Analog der Lungenperfusionsszintigraphie kommen auch hier die Lungenabschnitte mit verminderter oder ausgesetzter Durchlüftung als aktivitätsvermindernde oder freie Zone zur Darstellung. Aufgezeichnet wird in der Regel ebenfalls aufgrund der höheren Bildfolgen mit einer Gammakamera.

8.2.2.6 Heliumeinwaschmethode und Stickstoffauswaschung

Diese Verfahren werden eingesetzt zur Bestimmung der funktionellen Residualkapazität. Bei dem Heliumeinwaschverfahren atmet der Patient zunächst normal über ein Mundstück und aufgesetzter Nasenklemme an einem Spirometer, wobei das Ventil am Spirometer zunächst so eingestellt ist, dass er Umgebungsluft atmet. Am Ende einer normalen Expiration, in der das Lungenvolumen V_L der funktionellen Residualkapazität V_{FRC} entspricht, wird dann das Ventil so umgestellt, dass der Patient nun über das geschlossene Spirometersystem atmet. Im Gegensatz zum obigen Spirometerverfahren (Abschnitt 8.2.2.1) befindet sich jedoch im vorab bestimmten Volumen V_S des Spirometers außer der Umgebungsluft und dem zusätzlichen Sauerstoff eine vorgegebene und daher bekannte Konzentration c_{H_1} (z.B.: 10%) von Helium. Durch das Zuschalten des Spirometers am Ende der normal Expiration erhöht sich das Gesamtvolumen, in dem sich das Heliumgas verteilen kann, um das Lungenvolumen V_{FRC} . Nach wenigen Atemzyklen (ca. 7 min) hat sich das Helium etwa gleichmäßig im gesamten Volumen $V_{FRC} + V_S$ verteilt, so dass im gesamten System die gleiche Heliumkonzentration c_{H_2} zu finden ist. Damit ergibt sich die funktionelle Residualkapazität V_{FRC} zu

$$V_{FRC} = \frac{c_{H_1} - c_{H_2}}{c_{H_2}} V_S. \quad (8.18)$$

Helium wird als Testgas verwendet, weil es im Blut wenig löslich ist und daher nahezu das gesamte Volumen des eingeatmeten Heliums während der Messung im geschlossenen Atemkreislauf verbleibt.

Bei dem Stickstoffauswaschverfahren, auch Stickstoffausschwemmmethode genannt, atmet der Patient ebenfalls zunächst normal. Nach einer gewissen Eingewöhnungszeit muss der Patient analog dem Heliumeinwaschverfahren am Ende einer normalen Expiration aus einem Beutel ein Testgas einatmen. Es wird dabei angenommen, dass die Stickstoffkonzentration $c_{N_2, FRC}$ im Respirationsvolumen, das am Ende einer normalen Ausatmung der funktionellen Residualkapazität V_{FRC} entspricht, etwa gleich groß wie in der inspirierten

Atemluft ist, d.h. gemäß Tab. 8.3 etwa 78%⁹. Im Gegensatz zur Heliumeinwaschmethode wird in diesem Fall als Testgas 100%-iger Sauerstoff verwendet, so dass nach einer bestimmten Zeit der Stickstoff in der Lunge vollständig ausgewaschen wird. Die ausgeatmete Luft wird über einen zweiten Beutel solange aufgefangen, bis kein Stickstoff mehr in der Ausatemluft festgestellt werden kann. Aus der ausgeatmeten Menge des Stickstoffs V_E wird hernach über eine Massenbilanz die funktionelle Residualkapazität berechnet, indem die Stickstoffkonzentration $c_{N_2,E}$ im Beutelvolumen gemessen wird. Die Stickstoffmenge N_2 im Beutel lässt sich damit bestimmen zu

$$N_2 = c_{N_2,E} V_E.$$

Diese Menge entspricht unter der Voraussetzung, dass kein Stickstoff über andere Wege wie beispielsweise über ein Leck am Mundstück in den Auffangbeutel gelangt ist, der Menge, die in der funktionellen Residualkapazität enthalten war, die sich berechnet zu

$$N_2 = c_{N_2,FRC} V_{FRC}.$$

Damit lässt sich die funktionellen Residualkapazität V_{FRC} bestimmen zu

$$V_{FRC} = \frac{c_{N_2,E}}{c_{N_2,FRC}} V_E = 0,78 \cdot c_{N_2,E} \cdot V_E.$$

Sowohl das Helium- als auch das Stickstoffverfahren haben Schwächen, vor allem bei Patienten mit obstruierten Atemwegen. In diesem Fall können Alveolarbezirke unter Umständen nicht mehr vollständig vom eingewaschenen Helium erreicht werden, wodurch die funktionelle Residualkapazität V_{FRC} mit diesem Verfahren unterschätzt wird.

Bei der Stickstoffauswaschmethode können sich Ungenauigkeiten ergeben, falls die aufgefangene Stickstoffkonzentration nicht der im zu bestimmenden Lungenvolumen entspricht. Dies ist der Fall, wenn wie oben bereits erwähnt, Stickstoff durch ein Leck am Mundstück beispielsweise in den Auffangbeutel mit aufgenommen wird, oder wenn Verunreinigungen im Inhalationsgas enthalten sind. Außerdem kann aufgrund des durch die Auswaschung hervorgerufenen niedrigen Stickstoffpartialdrucks in der Lunge nun Stickstoff aus dem Blut oder Gewebe in den Alveolarraum übertreten. Dieser Stickstoff beeinflusst vor allem dann die Messung, wenn die Auswaschung längere Zeit in Anspruch nimmt, wie das beispielsweise bei einer Obstruktion häufig der Fall sein kann.

8.2.2.7 Bestimmung des funktionellen Totraums

Der funktionelle Totraum V_t lässt sich über das CO_2 -Indikatorverfahren ermitteln. Dazu wird die ausgeatmete Luft in einem Beutel aufgefangen, dessen Volumen V_b gleich dem Ausatemvolumen V_a ist. Dies wird erreicht, indem ein elastischer Beutel verwendet wird, der sich ähnlich einem Luftballon aufblasen lässt. Nach gründlicher Durchmischung wird anschließend die CO_2 -Konzentration $\bar{c}_{CO_2}$ in diesem Beutel bestimmt. Diese entspricht der mittleren CO_2 -Konzentration der Ausatemluft und wird berechnet über

$$\bar{c}_{CO_2} = \frac{m_{CO_2,a}}{V_a}, \quad (8.19)$$

wobei $m_{CO_2,a}$ die molare Masse an CO_2 im Beutel und damit auch im Ausatemvolumen V_a ist.

⁹ Je nach Literatur findet man hier Werte von 78% bis 80%.

Zudem wird die alveolare bzw. endexpiratorische¹⁰ CO_2 -Konzentration $c_{\text{CO}_2, \text{e}}$ bestimmt, d.h. die CO_2 -Konzentration in der ausgeatmeten Luft, die sich im alveolaren Raum befand und damit am Gasaustausch beteiligt war. Dabei gilt für das am Gasaustausch beteiligte Volumen V_g

$$V_g = V_a - V_t. \quad (8.20)$$

Die Annahmen, die diesem Verfahren zugrunde liegen, sind:

1. Die Gaszusammensetzung im Totraum entspricht der Frischluft bzw. Umgebungsluft, d.h. sie ist annähernd CO_2 -frei ($m_{\text{CO}_2, t} \approx 0$). Dies hat zur Folge, dass die Menge $m_{\text{CO}_2, g}$ an CO_2 , die sich im Gasaustauschvolumen V_g befindet, gleich der Menge an CO_2 in der Ausatemluft ist, d.h. $m_{\text{CO}_2, g} = m_{\text{CO}_2, a}$.
2. Die Gaszusammensetzung der endexpiratorischen Ausatemluft entspricht der alveolaren Gaszusammensetzung.

Damit gilt für die Konzentration $c_{\text{CO}_2, \text{e}}$

$$c_{\text{CO}_2, \text{e}} = \frac{m_{\text{CO}_2, g}}{V_g} = \frac{m_{\text{CO}_2, a}}{V_g}. \quad (8.21)$$

Mit den Gln. (8.19), (8.20) und (8.21) lässt dann sich der funktionelle Totraum V_t bestimmen zu

$$V_t = \frac{c_{\text{CO}_2, \text{e}} - \bar{c}_{\text{CO}_2}}{c_{\text{CO}_2, \text{e}}} V_a. \quad (8.22)$$

8.2.2.8 Bestimmung wichtiger Gase der Atemluft

Neben der Aufzeichnung der Atemkurve sind für die Lungendiagnose die Messungen des

- Sauerstoffgehalts (O_2),
- Kohlendioxidgehalts (CO_2) und
- Stickstoffgehalts (N_2) von großer Bedeutung.

8.2.2.8.1 Messung des Sauerstoffgehalts

Die Messung des Sauerstoffgehalts kann z.B. über die Bestimmung des Sauerstoffgehalts im arteriellen Blut erfolgen, da unter normalen Bedingungen dessen Blutgaswerte mit den alveolaren Werten übereinstimmen. Dazu wird von der Fingerbeere oder vom Ohr läppchen Blut abgenommen und völlig abgeschirmt von der Umgebungsluft in einen Blutanalysator überführt.

Ein anderes Verfahren zur Messung des Sauerstoffgehalts der Atemluft beruht auf dem paramagnetischen Effekt. Dieser beschreibt den physikalischen Vorgang, dass auf paramagnetische Stoffe in einem inhomogenen Magnetfeld eine Kraft in Richtung der höheren Magnetfeldstärke einwirkt. Da von den Atemgasen allein der Sauerstoff paramagnetisch ist, kann dieser Effekt zur Bestimmung der Sauerstoffkonzentration in der Atemluft herangezogen werden.

Dies kann z.B. über einen im inhomogenen magnetischen Feld befindlichen Differenzdruckwandler erfolgen, der auf eine Membran aufgebracht ist, die zwei Kammern voneinander trennt (Abb. 8.15a). In der einen Kammer werden aufgrund des paramagnetischen Effekts die Sauerstoffmoleküle eines Messgases hineingezogen, in die andere die eines Referenzgases. Der Differenzdruckwandler auf der Membran misst den Druckunterschied zwischen den beiden Kammern. Es herrscht dann ein Druckunterschied, wenn durch das inhomogene

¹⁰endexpiratorisch: am Ende der Ausatmung

magnetische Feld unterschiedlich viele O_2 -Moleküle in die Kammern hineingezogen werden, d.h. wenn die O_2 -Konzentration im Messgas und Referenzgas verschieden ist. Aus der gemessenen Druckdifferenz kann bei bekannter O_2 -Konzentration im Referenzgas die O_2 -Konzentration im Messgas bestimmt werden.

Ein anderes Messverfahren nutzt neben dem paramagnetischen Effekt die sinkende paramagnetische Eigenschaft des Stoffes bei steigender Temperatur. Bei dem dafür eingesetzten thermomagnetischen O_2 -Analysator wird die Messung in einer Kammer mit inhomogenen Magnetfeld durchgeführt, in die die Sauerstoffmoleküle des Messgases hineingezogen werden (Abb. 8.15b). In diesem inhomogenen Magnetfeld befindet sich eine elektrisch erhitzte Drahtschleife. In deren Nähe verliert der Sauerstoff seine paramagnetische Eigenschaft. Durch die nachfolgenden kalten O_2 -Moleküle werden die Erhitzten entfernt, wodurch eine Strömung entsteht, ein so genannter 'magnetischer Wind'. Dieser kühlt den Draht ab und verändert dadurch dessen Widerstand. Das Maß für die O_2 -Konzentration ist dann entweder die Widerstandsänderung des Drahtes oder die Leistungszufuhr, die benötigt wird, um den Draht auf konstanter Temperatur zu halten.

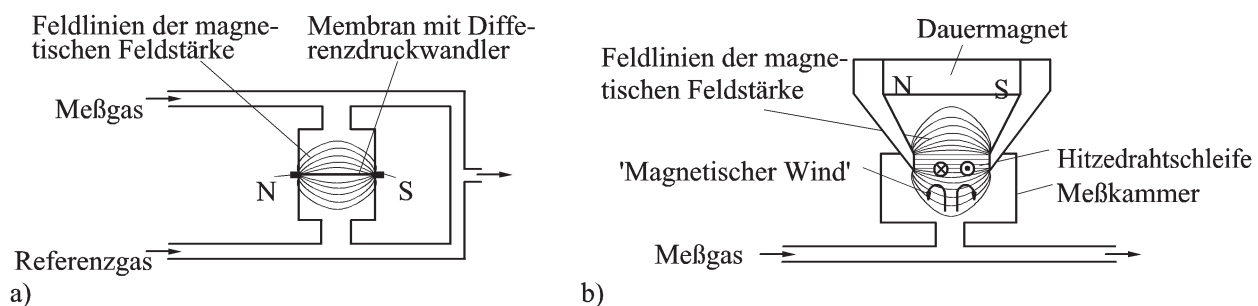


Abb. 8.15: Messprinzip der O_2 -Messung unter Ausnutzung des paramagnetischen Effekts; a) Messung mit Differenzdruckwandler; b) Messung mit thermomagnetischem O_2 -Analysator

8.2.2.8.2 Messung des Kohlenstoff- und Stickstoffgehalts

Der Kohlenstoffgehalt kann z.B. über einen Katapherometer (Wärmeleitfähigkeitsdetektor) oder einen CO_2 -Infrarotabsorptionsdetektor gemessen werden. Bei dem CO_2 -Wärmeleitfähigkeitsdetektor wird die unterschiedliche Wärmeleitfähigkeit der Gase ausgenutzt. Der Messaufbau besteht aus einer Wheatstoneschen-Messbrücke (siehe Abschnitt 3.3.6.1) über deren einem Widerstandspaar ein Referenzgas geführt wird, über das andere das Messgas (Abb. 8.16a). Die Widerstände sind dabei im allgemeinen Drahtwiderstände, die auf konstanter Temperatur von etwa $100^\circ C$ aufgeheizt werden. Sind die Kammern und Durchflussmengen so dimensioniert, dass der erwärmte Draht hauptsächlich seine Wärme über die Wärmeleitfähigkeit der Gase an die Kammern abgibt, nehmen die Widerstandsdrähte aufgrund der unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeit verschiedene Widerstandswerte an. Die dabei gemessene Brückenspannung ist ein Maß für die CO_2 -Konzentration. Das Wärmeleitverfahren wird häufig zur CO_2 -Messung verwendet und hat in Luft ein Auflösungsvermögen von etwa 0.25% CO_2 . Es kann allerdings nicht angewendet werden, wenn das Gasgemisch aus vielen Komponenten besteht. Da viele Gase zudem eine ähnliche Wärmeleitfähigkeit besitzen, ist dieses Verfahren wenig selektiv und hat außerdem eine hohe Querempfindlichkeit.

Bei dem CO_2 -Infrarotabsorptionsdetektor wird ausgenutzt, dass CO_2 im Infrarotbereich ein charakteristisches Absorptionsspektrum besitzt. Damit kann man unter Verwendung des Lambert-Beerschen-Gesetzes,

$$A = -\lg \frac{I}{I_0} = -\lg \tau = \varepsilon c l, \quad (8.23)$$

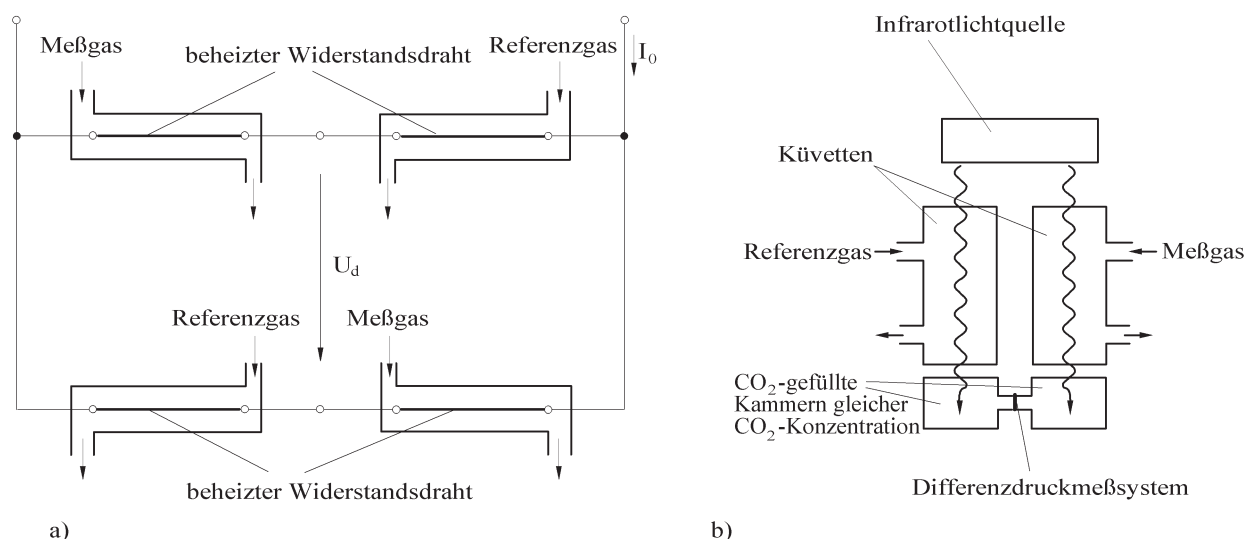


Abb. 8.16: a) Prinzip des Wärmewiderstandsdetektors; b) Messprinzip des CO₂-Infrarotabsorptionsdetektors mit selektivem Empfänger

die Infrarotstrahlung zur Konzentrationsmessung heranziehen. Hierbei wird die Größe τ , die dem Quotienten aus durch das Medium hindurchgetretener Intensität I und in das Medium eingefallener Intensität I_0 entspricht, als *Transmission* oder *Transmissionsfaktor*¹¹ bezeichnet. Die Größe l ist die Weglänge der Strahlung im Medium, A die *Absorbanz*¹² und die Größe $\varepsilon = A/lc$ der *molare Absorptionskoeffizient*, wobei c die Konzentration des Stoffes ist.

Bei der Messung mit einem CO₂-Infrarotabsorptionsdetektor durchströmt die CO₂-haltige Atemluft eine Küvette aus infrarotdurchlässigem Material. Gleichzeitig wird eine zweite Küvette von einem Referenzgas bekannter Zusammensetzung durchströmt (Abb. 8.16b). Da die eingekoppelte Infrarotlichtquelle im allgemeinen breitbandig ist, muss entweder vor dem Messwandler ein optisches Durchlassfilter oder nach dem Austritt aus der Küvette ein selektiver Empfänger geschaltet werden (Abb. 8.16b), damit die CO₂-spezifische Wellenlänge (ca. $4.3\mu m$) herausgefiltert wird. Dadurch erfolgt eine selektive Messung der Infrarotstrahlung. Die selektiven Empfänger in Abb. 8.16b) für die Infrarotstrahlungen, die durch das Messgassystem und durch das Referenzgassystem durchtreten, bestehen aus einer mit CO₂ gefüllten Kammer gleicher CO₂-Konzentration. Durch die Absorption kommt es in den beiden Kammern zu einer Temperaturerhöhung und damit bei unterschiedlich starken Intensitäten der Infrarotstrahlen zu einem Druckanstieg. Über eine Differenzdruckmessung zwischen den beiden Kammern wird die CO₂-Konzentration bestimmt.

Der Stickstoffgehalt der Atemluft wird häufig analog dem CO₂-Infrarotabsorptionsdetektor mit einem N₂O-Infrarotabsorptionsdetektor oder einem N₂-Emissionsspektrometer ermittelt. Die Wellenlänge für N₂O beträgt etwa $3.9\mu m$. Beim N₂-Emissionsspektrometer wird das Atemgas über zwei Elektroden geführt, zwischen denen eine elektrische Spannung anliegt (Abb. 8.17). Dadurch kommt es zur Gasentladung. Die dabei abgestrahlte Intensität wird über ein optisches Filter von einem photoelektrischen Wandler detektiert.

¹¹Früher auch als *Transparenz* bzw. *Durchlässigkeit* bezeichnet.

¹²In vielen Literaturen finden man hierfür die Bezeichnung *Extinktion*.

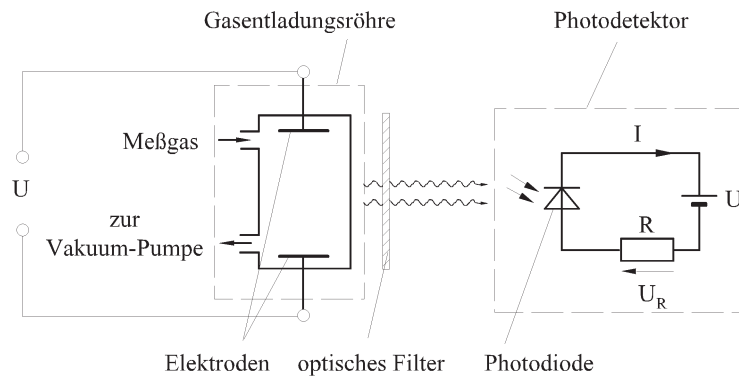


Abb. 8.17: Prinzipieller Messaufbau zur Bestimmung des N_2 -Gehalts mit einem Emissionsspektrometer

8.3 Herz- und Kreislaufdiagnostik

In Abb. 8.18 ist ein schematisches Ersatzschaltbild des Herz-Kreislaufsystems dargestellt. Es besteht aus vier Stromquellen (1, 2, 3, 4), nämlich den zwei Vorhofpumpen (1 und 3) und den beiden Kammerpumpen (2 und 4). Die vier Ventile werden durch vier Dioden abgebildet, der Lungenkreislauf (kleiner Kreislauf) und Körperkreislauf (großer Kreislauf) durch zwei Widerstände. In Abb. 8.19 sind die Blutdruck- und Blutmengenverteilung im gesamten System aufgezeigt.

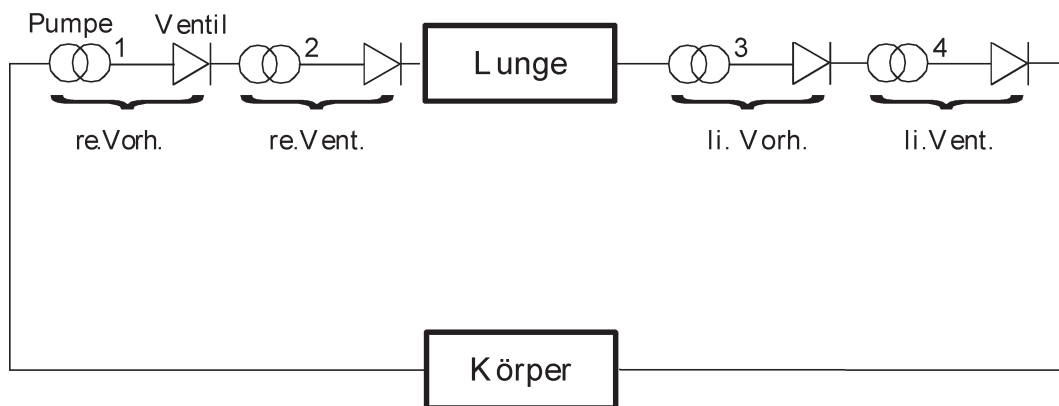


Abb. 8.18: Schematische Darstellung des Herzkreislaufsystems. 1 und 3: Füllpumpen für die Kammern; 2 und 4: Arbeitspumpen; Lunge: kleiner Kreislauf; Körper: großer Kreislauf; Ventil; Rückschlagventil

Bei der Herz- und Kreislaufdiagnostik wichtige Kenngrößen sind

- der Blutdruck (siehe Abschnitt 8.1),
- die Erregungsleitung und -bildung des Herzens (siehe Abschnitt 6.1)
- die Durchblutung
- der Blutfluss,
- das Herzzeitvolumen und
- der Herzschall.

Ein Herzzyklus besteht aus Systole (Anspannungs- und Austreibungszeit) und Diastole (Entspannungs- und Füllzeit) (Abb. 6.11). Während der Austreibungszeit wird in den Körperkreislauf ein bestimmtes Blutvolu-

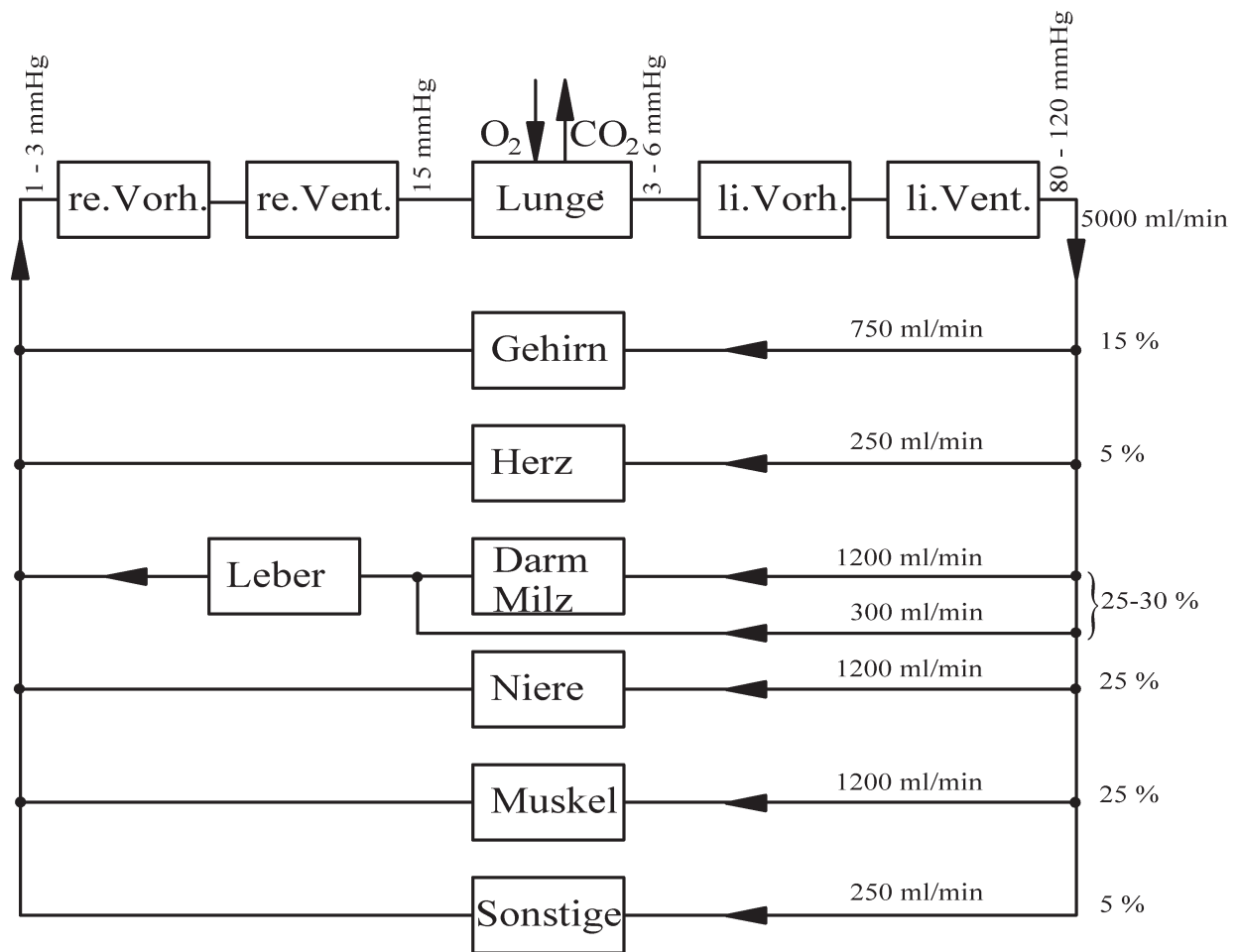


Abb. 8.19: Blutdruck- und Blutmengenverteilung

men (Schlagvolumen) ausgeworfen. Die Förderleistung des Herzens wird Herzzeitvolumen (HZV) genannt und ist definiert als das pro Minute ausgeworfene Blutvolumen. Es ist somit das Produkt aus Schlagvolumen (SV) und Schlagfrequenz (SF)

$$\text{HZV} = \text{SV} \times \text{SF}. \quad (8.24)$$

Bei einem Erwachsenen beträgt dieses Herzzeitvolumen in Ruhe ca. 5 l/min , bei einem Schlagvolumen beider Ventrikel von 0.07 l und einer Schlagfrequenz von 70 Schlägen pro Minute. Unter starker körperlicher Belastung kann das Herzzeitvolumen mehr als 30 l/min erreichen, mit einem Schlagvolumen beider Ventrikel von 0.16 l und einer Schlagfrequenz von 185 Schlägen pro Minute. Auf die Messung des Blutdrucks bzw. der Überprüfung der Funktion der Erregungsleitung und -bildung wird in den Abschnitten 8.1 bzw. 6.1 ausführlich eingegangen.

8.3.1 Durchblutungsmessung (Plethysmographie)

8.3.1.1 Fingerplethysmographie

Bei diesem Verfahren wird die Blutfülle einer Fingerspitze gemessen. Man nutzt dabei die physikalische Tatsache, dass die Fingerspitze bei stärkerer Durchblutung weniger lichtdurchlässig ist, als bei verminderter Durchblutung. Man unterscheidet dabei zwischen der

- Durchstrahlungsplethysmographie und
- Reflexplethysmographie.

Das Prinzip der Durchstrahlungsplethysmographie ist das Lambert–Beersche Gesetz (Gl. (8.23)). Es besteht damit gemäß diesem Gesetz folgende Beziehung zwischen dem Blutgehalt c , der Dicke d des Fingers, der eingekoppelten Lichtintensität I_0 und der gemessenen transmittierten Lichtintensität I

$$c = -\frac{1}{kd} \lg \frac{I}{I_0}. \quad (8.25)$$

Die Größe k ist dabei eine Konstante. Sie berücksichtigt alle Mechanismen wie Absorption, Beugung, Brechung usw., die dafür verantwortlich sind, dass das Signal geschwächt wird. Zudem ist sie von dem unter dem Sensor liegenden Material (Gewebe, Blut etc.) und der Frequenz abhängig. In Abb. 8.20a ist die Messanordnung dargestellt, die aus einer Lichtquelle und einem gegenüberliegenden Photowiderstand besteht. Das Ganze wird auf die Fingerspitze aufgesetzt.

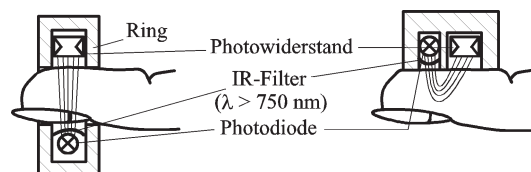


Abb. 8.20: Messanordnung der Fingerplethysmographie: a) Durchstrahlungsplethysmographie; b) Reflexplethysmographie

Bei der Reflexplethysmographie wird nicht das transmittierte, sondern das von der Fingerspitze reflektierte Licht gemessen. Dieses ist um so größer, je geringer die Fingerspitze durchblutet ist. Abb. 8.20b zeigt die entsprechende Messanordnung aus einer Lichtquelle und einem Photowiderstand.

8.3.1.2 Impedanzplethysmographie

Bei der Impedanzplethysmographie werden die Volumenänderungen — hervorgerufen durch Füllungsschwankungen der Blutgefäße — über die damit verbundene Impedanzänderung an den Extremität (Finger, Bein, Fuß) gemessen. Dazu werden am Patienten gemäß Abb. 8.21a vier Elektroden angebracht, von denen zwei verwendet werden zur Wechselstromeinspeisung I mit einer Frequenz zwischen 40 und 300 kHz und einer Amplitude von 2 bis 3 mA, die anderen zur Spannungsmessung (Abschnitt 4.5.2 (4-Elektrodenanordnung)). Es wird dabei angenommen, dass sich in der Messregion nur die Querschnittsfläche A bzw. das Volumen $V = lA$ ändert, die Länge l und der spezifische Widerstand ϱ jedoch konstant bleiben. Damit erhält man für die hier als rein ohmsch betrachtete Impedanz $Z = R$ gemäß Gl. (4.2)

$$R = \varrho \frac{l}{A} = \varrho \frac{l^2}{V}. \quad (8.26)$$

Es soll nun V_0 das Volumen sein, bei dem das Blutgefäß minimal gefüllt ist, und ΔV der Volumenzuwachs, hervorgerufen durch den vergrößerten Füllstand des Gefäßes. Für die dazugehörigen Widerstände R_0 und R_d gilt dann gemäß Gl. (8.26)

$$R_0 = \varrho \frac{l^2}{V_0} \quad (8.27)$$

$$R_d = \varrho \frac{l^2}{V_0 + \Delta V}. \quad (8.28)$$

Betrachtet man die entsprechenden Leitwerte $G = 1/R$ findet man

$$G_0 = \frac{V_0}{\varrho l^2} \quad (8.29)$$

$$G_d = \frac{V_0 + \Delta V}{\varrho l^2} = G_0 + \Delta G. \quad (8.30)$$

Nach Gl. (8.30) lässt sich das in Abb. 8.21b gezeigte Ersatzschaltbild der Messstelle herleiten. Für die Widerstandsänderung ΔR , hervorgerufen durch die vergrößerte Füllmenge, ergibt sich

$$\Delta R = R_d - R_0 = -\varrho l^2 \frac{\Delta V}{(V_0 + \Delta V)V_0}. \quad (8.31)$$

Unter der Annahme, dass $\Delta V \ll V_0$ ist, folgt für ΔR

$$\Delta R \approx -\varrho l^2 \frac{\Delta V}{V_0^2} = -R_0^2 \frac{\Delta V}{\varrho l^2}. \quad (8.32)$$

Somit ergeben sich bei den Volumen V_0 und $\Delta V + V_0$ für die Messspannung U folgende Werte

$$U_0 = R_0 I = \varrho \frac{l^2}{V_0} I \quad (8.33)$$

$$U_d = R_d I = \varrho \frac{l^2}{\Delta V + V_0} I = \frac{I}{\frac{1}{R_0} + \frac{\Delta V}{\varrho l^2}}. \quad (8.34)$$

Aus Gl. (8.32) folgt

$$\frac{\Delta V}{\varrho l^2} = -\frac{\Delta R}{R_0^2}. \quad (8.35)$$

Gl. (8.35) eingesetzt in Gl. (8.34) ergibt

$$U_d = \frac{I}{\frac{1}{R_0} - \frac{\Delta R}{R_0^2}} = \frac{R_0^2}{R_0 - \Delta R} I = \frac{R_0^2(R_0 + \Delta R)}{R_0^2 - (\Delta R)^2} I. \quad (8.36)$$

Für kleine Widerstandsänderungen $\Delta R \ll R_0$ erhält man somit

$$U_d = (R_0 + \Delta R)I = U_0 + \Delta U. \quad (8.37)$$

Die Spannungsdifferenz $\Delta U = U_d - U_0$ ist demnach bei kleinen Widerstandsänderungen proportional zu ΔR und gemäß Gl. (8.32) auch proportional zu ΔV , d.h.

$$\Delta U \sim \Delta R \sim \Delta V. \quad (8.38)$$

In Abb. 8.21c ist der Verlauf eines Messsignals dargestellt.

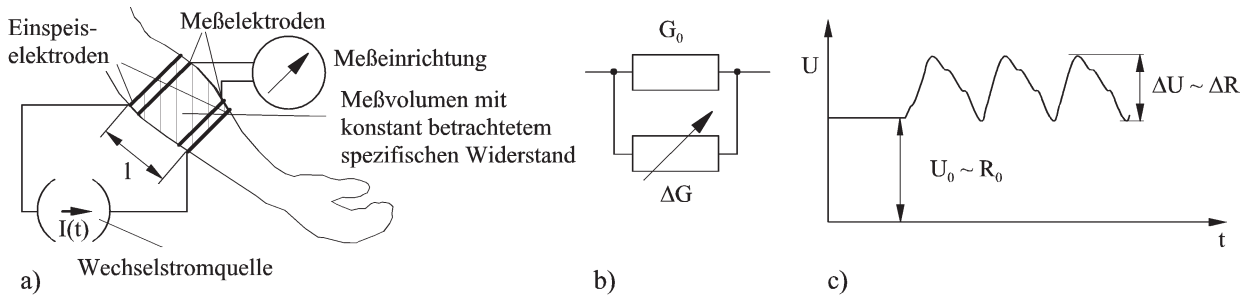


Abb. 8.21: a) Messanordnung der Impedanzplethysmographie; b) Ersatzschaltbild der Messstelle; c) Verlauf des Messsignals

8.3.2 Blutflussmessung (Strömungsgeschwindigkeit)

Als Blutfluss wird jenes Blutvolumen bezeichnet, dass pro Zeiteinheit durch einen betrachteten Gefäßquerschnitt strömt. Innerhalb eines Gefäßabschnitts bildet sich ein Geschwindigkeitsprofil aus, das entweder laminar oder turbulent sein (Abb. 8.22) kann.

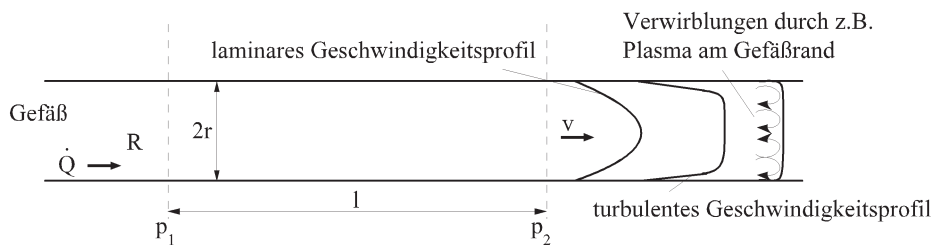


Abb. 8.22: Geschwindigkeitsprofile in einem Gefäßabschnitt

Für den Volumenstrom dV/dt durch das Gefäß gilt bei angenommenem kreisförmigen Querschnitt mit Radius r

$$\frac{dV}{dt} = \pi r^2 \bar{v}, \quad (8.39)$$

mit $\bar{v}$ als mittlere Geschwindigkeit. Diese lässt sich für laminare Strömungen gemäß dem Hagen–Poiseuille Gesetz (Gl. (8.8)) berechnen zu

$$\bar{v} = \frac{r^2}{8\eta l} \Delta p, \quad (8.40)$$

wobei η die dynamische Zähigkeit, l die Länge des Gefäßes und r dessen Radius sind. Wann eine Strömung turbulent oder laminar ist, kann mit Hilfe der *Reynoldszahl* Re ermittelt werden. Für diese gilt mit der Dichte ϱ

$$Re = \frac{r \bar{v} \varrho}{\eta}. \quad (8.41)$$

Ist Re kleiner als die kritische Reynoldszahl Re_{krit} , die experimentell bestimmt werden muss, ist die Strömung laminar, andernfalls turbulent.

8.3.2.1 Elektromagnetische Blutflussmessung

Da das Blut Ladungsträger in Ionenform enthält, ist es möglich diese mit Hilfe der Lorentz-Kraft F_l abzulenken. Auf ein Ion mit der Wertigkeit z wirkt die Kraft

$$\vec{F}_l = ze\vec{v} \times \vec{B}. \quad (8.42)$$

Dabei sind e die Elementarladung, $\vec{v}$ der Vektor der mittleren Geschwindigkeit und $\vec{B}$ der Vektor der magnetischen Induktion. Liegt das Feld der magnetischen Induktion an dem Gefäß mit dem Durchmesser d senkrecht zur Geschwindigkeit der Ladungsträger, vereinfacht sich obige Gl. (8.42) zu

$$F_l = ze\bar{v}B \quad (8.43)$$

Hier ist die Kraftwirkung auf die Ladungsträger senkrecht zu $\bar{v}$ und B . Durch die abgelenkten Ladungsträger wird ein elektrisches Feld E und damit verbunden eine elektrische Spannung $U = Ed$ aufgebaut, deren Kraftwirkung F_e

$$F_e = zeE = ze\frac{U}{d}. \quad (8.44)$$

auf die Ladungsträger im Gleichgewicht betragsmäßig ebenso groß ist, wie die Lorentz-Kraft, jedoch ihr entgegengerichtet. Daher gilt im Gleichgewicht

$$F_e = F_l$$

und demnach für die erzeugte Spannung U

$$U = d\bar{v}B. \quad (8.45)$$

Um zu berücksichtigen, dass im Blut sowohl positive als auch negative Ladungsträger mit unterschiedlichen Wertigkeiten vorhanden sind und das Messsignal zusätzlich nichtlinear vom Hämatokritwert (Abschnitt 2.2) abhängt, wird im rechten Term in obiger Gl. (8.45) die so genannte Aufnehmerkonstante K eingeführt. Für die erzeugte Spannung U gilt somit

$$U = Kd\bar{v}B. \quad (8.46)$$

Gemäß Gl. (8.46) ist die gemessene Spannung U proportional der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v}$ und es kann somit mit dieser Methode kontinuierlich der Blutfluss bestimmt werden. Der Messbereich liegt dabei zwischen ca. 0.01 bis 101/min. In Abb. 8.23 ist das Messprinzip dargestellt. In der Praxis wird anstelle eines konstanten äußeren Magnetfelds, ein Wechselfeld verwendet, um die störenden Elektrodenspannungen zu vermeiden. Denn bei einem Magnetfeld $\vec{B}$ von $10^{-1}T$, einem Karotisdurchmesser von $0.6cm$ und einem Durchfluss von $0.6l/min$ erhält man bei einer mittleren Geschwindigkeit der Ladungsträger (Na^+ , K^+ , Cl^-) von $\bar{v} = 35cm/s$ eine Spannung von $U = 0.2mV$, die deutlich geringer als die Elektrodenspannung ist. Den mit dem Wechselfeld verbundenen Nachteil der Einkopplung von induktiver Spannung in den Messkreis umgeht man dadurch, dass ein trapezförmiger Strom gewählt wird. Der Eingang des Verstärkers ist dann während der Anstiegs- und Abfallszeit kurzgeschlossen, so dass nur während der Intervalle, in denen der Erregungsstrom bzw. das Magnetfeld konstant ist, gemessen wird.

Ein Nachteil der elektromagnetischen Blutflussmessung ist, dass es nur invasiv durchgeführt werden kann. Sie deshalb im allgemeinen nur während einer Operation oder in tierexperimentellen Untersuchungen durchgeführt. Zur Messung muss das Gefäß freigelegt werden und der Messaufnehmer eng anliegen, ohne das Gefäß dabei zu stark einzuengen.

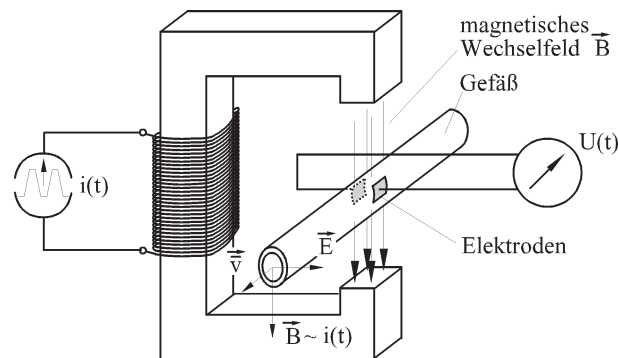


Abb. 8.23: Messprinzip der elektromagnetischen Blutflussmessung

8.3.2.2 Blutflussmessung mit dem Ultraschall-Doppler-Verfahren

Doppler-Techniken sind in vielen medizinischen Anwendungen etabliert. Das Grundprinzip dieser Methode wurde von dem Österreicher Andreas Doppler (1803 bis 1853) entdeckt. Bewegt sich ein Beobachter relativ zu einer Schallquelle, so unterscheidet sich die Frequenz, die er wahrnimmt, von der tatsächlich ausgesandten Frequenz. Bewegen sich Schallquelle und Beobachter aufeinander zu, so ist die beobachtbare Frequenz höher, bewegen sie sich voneinander weg, so ist sie niedriger als die ausgesandte. Für die nicht-invasive Registrierung und Messung der Geschwindigkeit und damit indirekt des Blutflusses wurde der Doppler-Ultraschall erst im Jahre 1957 eingeführt. Hochfrequenter Schall (von 1 bis 10 MHz) wird dabei in den Körper eingekoppelt und an Grenzschichten mit unterschiedlicher akustischer Kennimpedanz — eine solche Differenz besteht zwischen Blutzellen und Plasma — reflektiert (siehe Abschnitt 8.4.1.2.7) oder gestreut. Bewegt sich die Grenzschicht, so lässt sich die Frequenzverschiebung Δf für $v \ll c$ gemäß folgender Näherungsgleichung angeben zu

$$\Delta f = f_a - f_e = f_a \frac{v}{c} \cos(\Theta) \quad (8.47)$$

mit f_a und f_e als ausgesandte bzw. empfangene Frequenz, v der Geschwindigkeit des Objektes, c der Schallgeschwindigkeit im Medium und Θ dem Winkel zwischen Schallstrahl und Bewegungsrichtung des Objektes (Abb. 8.24). Die Schallgeschwindigkeit¹³ c und die ausgesandte Frequenz f_a sind bekannt, so dass Geschwindigkeitsveränderungen aufgezeigt werden können. Lässt sich der Winkel Θ bestimmen, so lassen sich absolute Geschwindigkeitswerte errechnen.

Sind Schallsender und -empfänger identisch (Pulsechobetrieb) und wirkt das bewegte Objekt (Blutzelle) als Reflektor, so verdoppelt sich die Frequenzverschiebung und man erhält mit der Wellenlänge λ

$$\Delta f = 2f_a \frac{v}{c} \cos(\Theta) = 2 \frac{v}{\lambda} \cos(\Theta). \quad (8.48)$$

Typische Werte sind $f_a = 3 \text{ MHz}$, $v = 1 \text{ ms}^{-1}$ und $c = 1500 \text{ ms}^{-1}$; die errechnete Dopplerfrequenzverschiebung Δf beträgt 4 kHz bei einem Einstrahlwinkel von $\Theta = 0^\circ$.

In der Praxis trägt nicht nur ein Objekt zur Dopplerverschiebung bei, sondern eine Vielzahl von sich bewegenden Objekten, die nicht alle die gleiche Geschwindigkeitskomponente besitzen. Daraus resultiert, dass das sich ergebende Dopplersignal nicht nur eine Frequenz beinhaltet, sondern eine Vielzahl von Frequenzen, ein Frequenzspektrum. Dieses Spektrum muss für die Auswertung des Dopplersignals analysiert werden. Die

¹³Für die Schallgeschwindigkeit im Gewebe wird im allgemeinen ein Wert von ca. 1500 m/s angenommen.

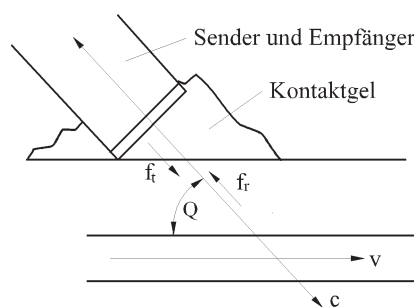


Abb. 8.24: Schema des Doppler-Prinzips

Frequenzanalyse wird mittels der Fast Fourier Transformation (FFT) durchgeführt. Dieses Verfahren ist mit Einschränkungen behaftet, gewährt jedoch einen schnellen und einfachen Überblick über die Variation der Frequenz in der Zeit. Aus dem Spektrum lassen sich durch weitere Signalverarbeitung statistische Kennwerte ermitteln. Durch die Anwendung von parametrischen Verfahren können die in der FFT implizierten Nachteile vermieden werden.

Die einfachsten Dopplersysteme sind Geräte, die über die Schallkopfposition keine ausreichend genauen Informationen liefern. Da zusätzlich keine Bildinformationen vorliegen, lässt sich der Winkel Θ nur in den seltensten Fällen angeben. Die Geräte lassen sich hierbei entweder mit kontinuierlichen Schallwellen (CW = Continuous Wave) oder mit gepulsten Schallwellen (PW = Pulsed Wave) betreiben.

Bei CW-Doppler-Systemen wird eine Ultraschallwelle mit konstanter Frequenz und Amplitude in den Patienten eingekoppelt. Da gleichzeitig gesendet und empfangen wird, müssen zwei Schallköpfe vorhanden sein. Die Systeme besitzen keine Tiefenauflösung, d.h. der Ort der Frequenzverschiebung im Schallstrahl kann nicht eindeutig festgelegt werden. Die einzige, sehr ungenaue Information liegt in der Signalamplitude, da Echos von tieferliegenden Objekten stärker gedämpft sind als von oberflächennahen Objekten. Eine Auswertungseinheit, die in manchen älteren Geräten auch fehlen kann, registriert die Erhöhung oder Erniedrigung der Frequenz.

Puls-Doppler-Systeme sind im Gegensatz zu CW-Systemen in der Lage, gleichzeitig Ort und Geschwindigkeit der Reflektoren zu bestimmen. Mit Hilfe eines Empfangstors wird ein bestimmter kurzer Zeitbereich des Signals ausgeblendet. Die zeitliche Dauer dieses Tores sowie die Länge des Sendepulses und auch die Strahlbreite bestimmen die Größe des Gebietes, aus welchem das empfangene Echo herrührt ('Abtastvolumen').

In Duplex-Systemen wird die Dopplersignalerfassung (CW- und PW- Betrieb) mit einem konventionellen B-Bild-Gerät kombiniert, das zur Führung des Dopplerstrahls verwendet werden kann. Dies erlaubt die anatomische Lokalisierung des Ursprungs der Frequenzverschiebung und die Bestimmung des Winkels Θ . Die B-Bildgebung basiert entweder auf einer mechanischen oder elektronischen Schallstrahlführung. Wird derselbe Schwinger sowohl für die Bildgebung als auch für die Dopplerverfassung verwendet (Angiodynographie), so muss gewährleistet sein, dass für die Geschwindigkeitsbestimmung ausreichend Zeit zu Verfügung steht.

Bei der zweidimensionalen Dopplerflussbildgebung wird der Schallstrahl durch ein Positionierungssystem über die Untersuchungsoberfläche bewegt. Durchdringt der Schallstrahl stationäre Strukturen, so wird durch den Detektor keine Frequenzverschiebung und damit keine Bewegung registriert. Durchdringt der Schallstrahl ein Blutgefäß, so wird die Bewegung der Blutzellen detektiert und die Helligkeit des Bildschirms verändert.

In seiner einfachsten Form wird ein kontinuierliches Sendesignal verwendet. In komplizierteren Systemen wird ein gepulstes Signal verwendet, das durch die Verwendung und Variation von Empfangstoren neben der zweidimensionalen Dopplerflussverteilung zusätzlich noch Tiefeninformationen liefert. Ein solches System kann als dreidimensionale Methode zur Dopplerinformationserfassung gelten. Das System erstellt eine zweidimensionale Karte der bewegten Strukturen, lässt aber die stationären Strukturen unberücksichtigt. Ein Echtzeit-B-Bild-System zeigt die Strukturen in Grauwerten, liefert jedoch keine Flussinformationen. Kombiniert man diese beiden Techniken, Dopplerflussbildgebung und Echtzeit-B-Bild, so wird ein Bild erzeugt, in dem sowohl Strukturen als auch Blutfluss gleichzeitig zweidimensional zu erkennen sind.

Wie schon oben gesagt, gibt es kaum noch einen medizinischen Bereich, der nicht von der Doppler-Methode profitiert. Der Einsatz von akustischen Kontrastmitteln und die intravasale Anwendung erhöhen die Aussagekraft dieser Technik noch erheblich. Dadurch lassen sich in Zukunft höhere Frequenzen und damit geringere Schallstrahlverzerrungen erreichen.

8.3.3 Messung des Herzzeitvolumens

Für die Messung des Herzzeitvolumens (Förderleistung des Herzens) eignet sich die indirekte Ficksche Methode. Häufiger aber werden Indikatorverdünnungsverfahren oder die Impedanzkardiographie eingesetzt.

8.3.3.1 Indirekte Ficksche Methode

Dieses von Fick 1872 vorgeschlagene Verfahren zur Bestimmung des Herzzeitvolumens beruht auf einer Massenbilanz eines Indikatorstoffs. Als Indikatorstoff wird dabei häufig Sauerstoff verwendet. Es wird in diesem Fall die Tatsache ausgenutzt, dass sich der arterielle Sauerstoffgehalt mit dem O_2 -Gehalt der Alveolarluft im Gleichgewicht befindet. Dazu lässt sich folgende Gleichung aufstellen:

$$c_{a,O_2} \frac{dQ}{dt} = c_{v,O_2} \frac{dQ}{dt} + \frac{dS}{dt}. \quad (8.49)$$

Dabei entsprechen c_{a,O_2} und c_{v,O_2} der Sauerstoffkonzentration im arteriellen und mischvenösen¹⁴ Blut, dQ/dt dem pro Minute in der Lunge fließenden Blutvolumen und damit dem Herzminutenvolumen und dS/dt der pro Minute gemessenen Sauerstoffaufnahme (siehe dazu auch Abb. 8.25).

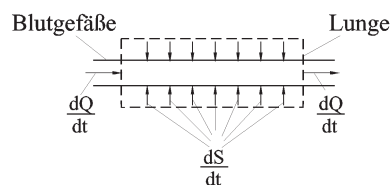


Abb. 8.25: Schematische Skizze für die Bestimmung des Herzzeitvolumens dQ/dt aus der spirometrisch gemessenen O_2 -Aufnahme je Minute (dS/dt) und der arteriovenösen Sauerstoffdifferenz ($c_{a,O_2} - c_{v,O_2}$).

Die Messung der pro Minute aufgenommenen Sauerstoffmenge (dS/dt) lässt sich einfach über eine Spirometrierung durchführen (Abschnitt 8.2.2.1). Ein typischer Wert für einen Erwachsenen in Ruhe ist z.B. 250 ml/min. Die Messung der arteriellen Sauerstoffkonzentration c_{a,O_2} lässt sich aus einer Blutprobe bestimmen, die z.B. aus einer Armarterie, aus einer Fingerbeere oder aus dem Ohrläppchen entnommen wird.

¹⁴d.h. dem Blut im rechten Ventrikel oder in der Pulmonalarterie

Ein typischer Wert für die arterielle Sauerstoffkonzentration ist 200 ml/l. Die Sauerstoffkonzentration des mischvenösen Bluts (c_{v, O_2}) lässt sich nur über eine Herzkatheterisierung bestimmen. Es ist daher ein invasiver Eingriff erforderlich. Mit dem eingeführten Katheter wird entweder eine Blutprobe aus dem rechten Ventrikel oder aus der Pulmonalarterie entnommen. Auch für die mischvenöse Sauerstoffkonzentration lässt sich für einen Erwachsenen in Ruhe ein typischer Wert angeben. Er beträgt etwa 150 ml/l.

Wird in obiger Gl. (8.49) nach dQ/dt aufgelöst, erhält man

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dS/dt}{c_{a, O_2} - c_{v, O_2}}. \quad (8.50)$$

Mit obigen Werten lässt sich für einen Erwachsenen in Ruhe ein Herzminutenvolumen von 5 l/min angeben.

Das Ficksche Prinzip gilt allgemein und kann daher auch auf andere Organe übertragen werden. Damit lässt sich bei bekannter Organdurchblutung aus der arteriellen und venösen Sauerstoffkonzentration die Sauerstoffaufnahme des Organs bestimmen.

8.3.3.2 Indikatorverdünnungsmethoden

Je nach Art des verwendeten Indikators unterscheidet man zwischen der

- Isotopenverdünnungs-,
- Thermodilutions- und
- Farbstoffverdünnungsmethode.

Bei der Isotopenverdünnungsmethode wird dem Blutstrom eine radioaktive Substanz beigemischt, bei der Thermodilutionsmethode eine Wärmemenge höherer bzw. tieferer Temperatur (z.B. eine abgekühlte Kochsalzlösung) und bei der Farbstoffverdünnungsmethode ein Farbstoff. Die Injizierung des Stoffes an einem bestimmten Ort erfolgt nicht kontinuierlich, sondern impulsartig. Die Messung der Stoffkonzentration bzw. Temperaturverlauf wird dann an einer etwas entfernten Stelle in Flussrichtung (z.B. am Ohrläppchen) über ein Zählerelement, bei radioaktiven Stoffen, eine Temperaturmessung, bei einer beigemischten Wärmemenge, oder ein Spektralphotometer, bei einer Farbstoffinjizierung gemessen. Es wird stets das Strömungsvolumen aus der Injektionszeit des Indikators bestimmt, unabhängig vom Messort. Allgemeine Voraussetzungen sind:

- Der Indikator darf die Strombahn in dem betrachteten Abschnitt nicht verlassen;
- die Rezirkulation, die sich im späteren Teil der Indikatorverdünnungskurve überlagert, darf deren Verlauf nicht so sehr stören;
- der Durchfluss muss während der gesamten Messdauer möglichst konstant sein.

Injiziert man in den Ventrikel oder Vorhof, so lässt sich das Herzzeitvolumen dQ/dt bei dem Farbstoff- und Isotopenverdünnungsverfahren bestimmen zu

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{q}{\int_{t_1}^{t_2} c(t) dt}, \quad (8.51)$$

wobei dQ/dt die pro Zeit vom Herzen ausgeworfene Blutmenge in Liter pro Minute ist, q die injizierte Indikatormenge in Milliliter und $c(t)$ die auf die gesamte Menge pro Zeit gemessene dimensionslose Konzentration des Indikators

$$c(t) = \frac{\frac{dq}{dt}}{\frac{dQ}{dt} + \frac{dq}{dt}}.$$

Bei der Thermodilutionsmethode ergibt sich das Herzzeitvolumen dQ/dt (Einheit $l s^{-1}$) zu

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{q}{\rho_b c_b \int_{t_1}^{t_2} \Delta T(t) dt}. \quad (8.52)$$

Dabei sind q die injizierte Wärmemenge des Indikators (Einheit: J), ρ die Dichte des Blutes (Einheit: $kg l^{-1}$), c_b die spezifische Wärmekapazität des Blutes (Einheit: $J kg^{-1} K^{-1}$) und ΔT die Temperaturdifferenz (Einheit: K).

8.3.3.3 Impedanzkardiographie

Abb. 8.26 zeigt die Messanordnung zur Bestimmung des Herzzeitvolumens mit Hilfe der Impedanzkardiographie (IKG). Es wird dazu die im Abschnitt 4.5.2 besprochene 4-Elektrodenanordnung gewählt. Der konstante Wechselstrom von etwa $4mA$ und $100kHz$ wird über die beiden Elektroden 3 und 4 eingekoppelt und mit zwei weiteren Elektroden 1 und 2 die Spannung zwischen diesen beiden Elektroden gemessen. Diese wird verstärkt und mit Hilfe eines Demodulators daraus die Impedanz Z bestimmt. Da zur Berechnung des Herzzeitvolumens neben der Impedanz Z_0 , die sich unmittelbar vor der Austreibungsphase einstellt, die zeitliche Änderung der Impedanz während der Austreibungsphase erforderlich ist, wird die bestimmte Impedanz Z über einen Differentiator geführt. Die Änderung der Impedanz resultiert aus der Volumenänderung zwischen den beiden Messelektroden 1 und 2 aufgrund des Druckanstiegs während der Austreibungszeit t_a des Herzens. Es wird dabei angenommen, dass aufgrund der Massenträgheit des Blutes und des Strömungswiderstands der Ausstrom des Blutes aus dem Herzen mit der maximalen Impedanzänderung einsetzt. Damit lässt sich gemäß Gl. (8.32) für das Schlagvolumen SV folgende Formel angeben (Hutten, 1992b)

$$SV = -\frac{\rho l^2}{Z^2} \left(\frac{dZ}{dt} \right)_{\max} t_{aus}, \quad (8.53)$$

wobei $(dZ/dt)_{\max}$ die maximale Impedanzänderungsgeschwindigkeit ist und ρ der spezifische Widerstand. Für die Austreibungsdauer t_a wird in manchen Literaturen häufig auch das Symbol LVET für 'left ventricle ejection time' (Austreibungszeit des linken Ventrikels) verwendet. Das Herzzeitvolumen kann dann gemäß Gl. 8.24 berechnet werden.

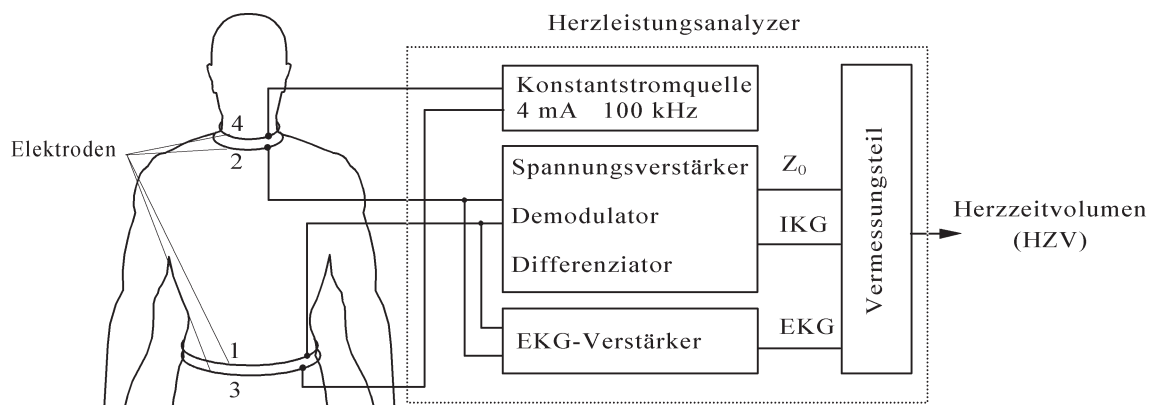


Abb. 8.26: Messanordnung zur Bestimmung des Herzzeitvolumens über die Impedanzkardiographie.

8.3.4 Messung des Herzschalls

Der Herzschall entsteht beim Öffnen und Schließen der Herzklappen, was mit einer Schwingung der Blutsäule verbunden ist. Man unterscheidet dabei zwischen Herztönen, deren Frequenzbereich zwischen 30 und 300 Hz liegt, und Herzgeräuschen, die sich über einen Frequenzbereich bis zu 800 Hz erstrecken. In Abb. 8.3 sind die Herztöne in zeitlicher Beziehung zum EKG aufgetragen.

Die Abnahme des Herzschalls erfolgt im einfachsten Fall über ein Stethoskop, bei registrierenden Verfahren werden hierfür spezielle Mikrophone eingesetzt, die entweder den Luftschall oder den Körperschall aufnehmen. Der aufgenommene Herzschall wird dabei üblicherweise über ein Lautsprechersystem hörbar gemacht. Zuvor muss über Filterung dafür gesorgt werden, dass alle Frequenzen gleich laut gehört werden, d.h. das Filter muss an das Frequenzverhalten des Gehörs des Menschen angepasst sein. Für die Registrierung werden andere Filter eingesetzt, die nach verschiedenen Autoren benannt sind und den Frequenzbereich unterteilen in tief, mittel und hoch.

In den Abb. 8.27 und 8.28 sind schematisch Luftschall- und Körperschallmikrophone und deren dazugehöriges Ersatzschaltbild dargestellt. Um Umgebungsgeräusche weitgehend zu unterdrücken, sind beide Mikrophonarten nach dem Prinzip der seismographischen Messaufnehmer gebaut. Ihr Gehäuse ist so aufgebaut, dass die Messstelle von der übrigen Umgebung isoliert wird. Durch ihre große Masse ist ihre Eigenfrequenz so klein, dass sie nahezu erschütterungsfrei aufliegen und nur die an einer weichen Feder aufgehängte Membran den Schwingungen des Herzschalls folgen. Der Unterschied zwischen dem Luft- und Körperschallmikrophon ist das Koppelmedium zwischen Membran und Körperoberfläche. Während beim Luftschallmikrophon das zwischen der Membran und der Körperoberfläche befindliche Luftpolster als Koppelmedium verwendet wird (Abb. 8.27), erfolgt die Ankopplung beim Körperschallmikrophon direkt über Noppen (Abb. 8.28).

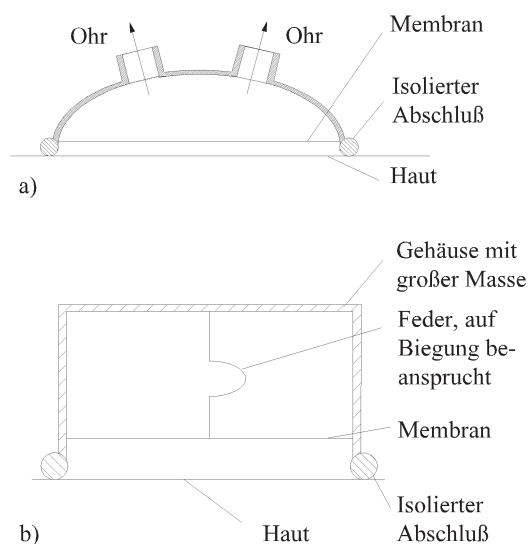


Abb. 8.27: a) Luftschallmikrophon; b) Ersatzschaubild

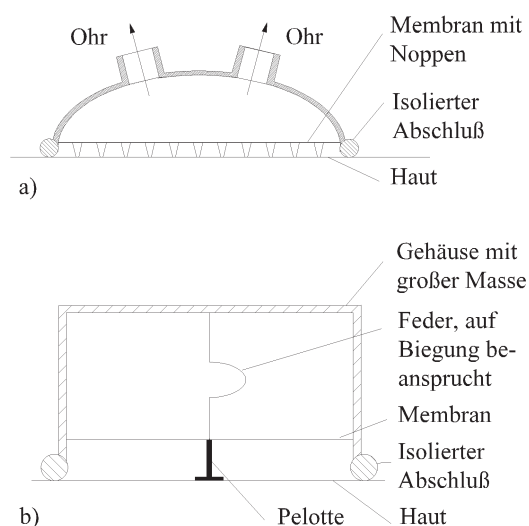


Abb. 8.28: a) Körperschallmikrophon; b) Ersatzschaubild

Als Feder wird häufig ein piezoelektrischer Kristall eingesetzt, bei dem durch die Biegung eine Ladungsverschiebung hervorgerufen wird, die gemessen werden kann. Da diese Ladungsverschiebung allerdings flüchtig ist, können damit keine konstanten Drücke gemessen werden.

Durch Verengungen (Stenosen) und unvollständigem Verschluss der Klappen (Insuffizienzen) entstehen oft

zusätzliche Geräusche, die zur Diagnose herangezogen werden. Damit ist die Aufnahme des Herzschalls ein wichtiges Diagnosehilfsmittel zur Bestimmung von Aortenklappeninsuffizienz und Mitralklappeninsuffizienz. Dabei unterscheidet sich die Aortenklappeninsuffizienz von der Mitralklappeninsuffizienz in der Amplitude. In Abb. 8.29a sind die Herztöne eines gesunden Herzens dargestellt, in Abb. 8.29b mit Mitralklappeninsuffizienz und in Abb. 8.29c mit Aortenklappeninsuffizienz.

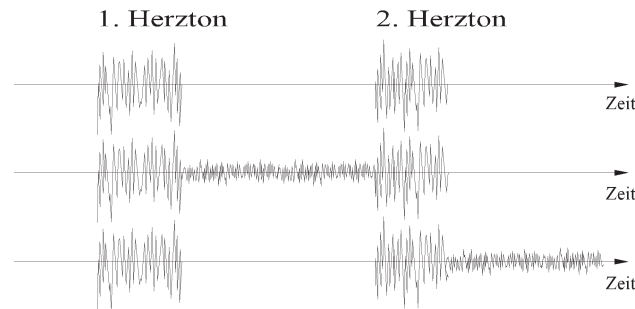


Abb. 8.29: a) Herztöne eines gesunden Herzens; b) Herztöne eines Herzens mit Mitralklappeninsuffizienz; c) Herztöne eines Herzens mit Aortenklappeninsuffizienz

8.4 Bildgebende Verfahren

Eine besonders wichtige Aufnahme physiologischer Kenngrößen ist die, welche zur nicht-invasiven Darstellung des Inneren eines Körpers führen. Dafür werden in der medizinischen Routine hauptsächlich die

- Ultraschalltechnik (US),
- Magnetresonanztchnik (MR), ([Stetter und Oppelt, 1992](#)),
- Röntgentechnik ([Krestel \(1988\)](#), [Gudden und Hofmann \(1992\)](#)),
- Szintigraphie (Messung von möglichst kurzlebigen Radionukliden, ([Krestel \(1988\)](#), [Nickel \(1992\)](#)) und
- Thermographie (Messung von Wärmestrahlung) ([Kürbitz, 1992](#)) eingesetzt.

In diesem Abschnitt soll jedoch stellvertretend für die anderen Techniken nur die Ultraschall- und Magnetresonanztchnik näher betrachtet werden. Ausführliche Informationen über die anderen bildgebenden Verfahrenstechniken können in den angegebenen Literaturen nachgelesen werden.

8.4.1 Ultraschalltechnik

Die Ultraschallmesstechnik hat in der medizinischen Diagnostik eine außerordentlich breite Anwendung in vielen Bereichen gefunden. Zur Charakterisierung von biologischem Gewebe mittels Ultraschall können unter anderem die Reflektivität, die Schallgeschwindigkeit, die Schallschwächung sowie die Frequenzabhängigkeit der Schallschwächung herangezogen werden. Neben dem hier besprochenen Einsatz als bildgebendes Verfahren (Schall als Informationsträger; Sonographie) findet er auch im therapeutischen Einsatz (Schall als Energieträger) Anwendung. So z.B.

- in der Hyperthermie¹⁵,

¹⁵Hyperthermie: Erhöhung der Körpertemperatur, hervorgerufen durch vermehrte Wärmezufuhr (z.B. mittels Ultraschall) oder -bildung bzw. verminderte Wärmeabgabe (z.B. Wärmestauungen), ohne — im Gegensatz zum Fieber — Veränderung der Regelgröße der hypothalamischen Wärmeregulation.

- in der Lithotripsie¹⁶ (Einkopplung von Stoßwellen),
- Zahnsteinentfernung,
- Gewebestreuung und –schweißung.

In diesem Abschnitt wird der Einsatz des Ultraschalls als nicht-invasive Möglichkeit zur Bildgebung besprochen. Bevor allerdings auf die Beschreibung der Ultraschalltechnik als bildgebendes Verfahren eingegangen wird, werden im Folgenden zunächst die Grundlagen der Ultraschallphysik besprochen.

8.4.1.1 Grundlagen der Schallphysik

Im Gegensatz zu den elektromagnetischen Wellen und den Gravitationswellen, bei denen die Fortbewegung auch im Vakuum erfolgt, ist die Wellenausbreitung des Schalls an Materie gebunden. Das Medium kann gasförmig, flüssig oder auch fest sein. Schallwellen sind also materieabhängige Druckschwingungen, die sich ausschließlich in Materie ausbreiten.

8.4.1.1.1 Wellen

Unter einer Welle versteht man eine räumliche Fortpflanzung einer zeitlich periodischen Zustandsänderung. Je nach Wellenart unterscheidet man zwischen

- elektromagnetischen Wellen (z.B. Fernsehen, Röntgen),
- Gravitationswellen,
- Schwerewellen (diese breiten sich z.B. unter Wasser aus),
- Kapillarwellen (diese sehr kurzwelligen Wellen breiten sich an Flüssigkeitsoberflächen aus) und
- elastischen Wellen.

Bei elektromagnetischen Wellen erfolgt die Ausbreitung mit Hilfe von elektrischen und magnetischen Feldern. Ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit c_e entspricht im Vakuum der Lichtgeschwindigkeit, in der Materie ist sie dagegen immer kleiner. Gravitationswellen wurden erst 1970 von Weber durch die Beobachtung eines Gravitationskollaps eines Sternes nachgewiesen. Sie entstehen, wenn durch wellenförmige Ausbreitungen von Störungen des Gravitationsfeldes rasche Dichteänderungen auftreten. Gravitationswellen breiten sich wie die elektromagnetischen Wellen im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit aus. Schwerewellen entstehen an freien Flüssigkeitsoberflächen unter dem Einfluss der Schwerkraft. Ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit c_s beträgt

$$c_s = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}, \quad (8.54)$$

wobei λ die Wellenlänge und g die Erdbeschleunigung ist. Kapillarwellen (Kräuselwellen, Riffeln) sind kurzwellige Wellen (λ in der Größenordnung von Zentimetern) auf Flüssigkeitsoberflächen, die bei einer schwachen Gleichgewichtsstörung unter dem Einfluss der Oberflächenspannung als Richtkraft zusätzlich zu den langwelligen Schwerewellen entstehen. Diese Gleichgewichtsstörung kann z.B. durch die Einwirkung eines schwachen Windes auf eine zuvor ruhige Flüssigkeitsoberfläche hervorgerufen werden. Ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit c_k ist demnach aufgrund des Zusammenwirkens von Schwerkraft und Oberflächenspannung

$$c_k = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}. \quad (8.55)$$

¹⁶Lithotripsie: Operative oder Nichtoperative (z.B. mit Ultraschall) Zertrümmerung von Harnsteinen.

Dabei sind ρ die Flüssigkeitsdichte in kgm^{-3} , σ die Kapillaritätskonstante, die definiert ist als Energie pro Fläche oder als Kraft pro Länge und daher die Einheit kg s^{-2} hat. Schallwellen sind in die Kategorie der elastischen Wellen einzuordnen. Ihre Auslenkungen und damit verbunden die Deformation der Materie sind vernachlässigbar klein. Bei den Schallwellen werden bezüglich des menschlichen Wahrnehmungsvermögens drei Frequenzbereiche unterschieden. Liegt die Schallfrequenz zwischen der unteren und oberen Grenze des menschlichen Wahrnehmungsvermögens, d.h. zwischen etwa 16Hz und 20kHz, spricht man von Hörschall. Der Schallfrequenzbereich unterhalb 16Hz wird als Infraschall, der oberhalb 20kHz als Ultraschall bezeichnet.

Hinsichtlich der Wellenform unterscheidet man zwischen

- Longitudinalwellen,
- Transversalwellen,
- Torsionswellen,
- Dehnungswellen,
- Biegewellen und
- Rayleighwellen.

Bei der Longitudinalwelle ist die Ausbreitungsrichtung mit der Schwingungsrichtung der Teilchen identisch (Abb. 8.30a). Schallwellen in der Luft gehören z.B. in diese Kategorie. Eine Transversalwelle ist dadurch charakterisiert, dass die Schwingungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht (Abb. 8.30b). Die elektromagnetische Welle z.B. ist eine Transversalwelle. Analog den Transversalwellen steht auch bei den Torsionswellen die Schwingungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, jedoch um eine vorgegebene Achse in Ausbreitungsrichtung gedreht. Dehnungswellen findet man z.B. in einem Stab. Ihre Wellenform kann Abb. 8.30c entnommen werden. In die Kategorie der Biegewelle (Abb. 8.30d) gehört z.B. der Schall eines Gongs bei stoßartiger Erregung. Rayleighwellen (Abb. 8.30e), auch Oberflächenwellen genannt, dringen etwa $\lambda/2$ weit ins Material ein. Schlägt man z.B. mit einer Hand auf einen Tisch, kann man mit der anderen Hand, wenn man sie auf dem Tisch legt, die durch den Schlag erzeugten Oberflächenwellen spüren.

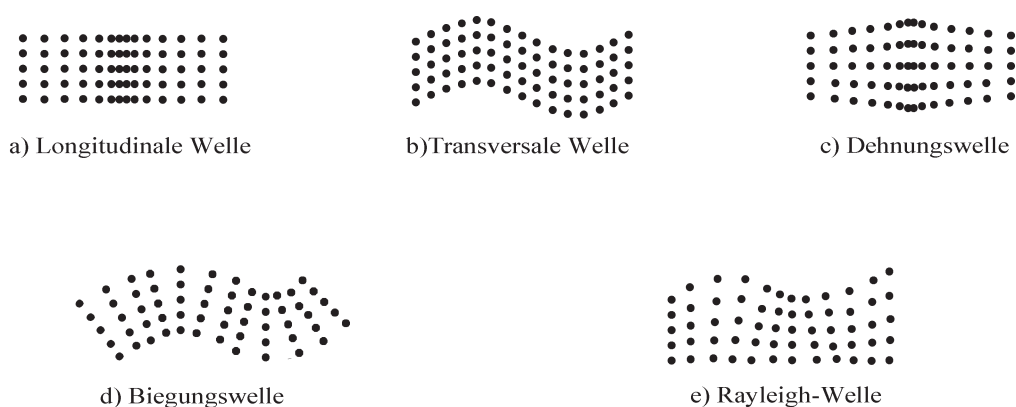


Abb. 8.30: Darstellung verschiedener Wellenformen: a) Longitudinalwelle; b) Transversalwelle; c) Dehnungswelle; d) Biegungswelle; e) Rayleighwelle

Wichtige mathematische Beschreibungen der hier betrachteten Ultraschallwellen sind die Bewegungsgleichung, die Kontinuitätsgleichung und die Wellengleichung. Ihre Herleitung ist in Anhang G beschrieben.

8.4.1.2 Kenngrößen einer ebenen Ultraschallwelle

Wichtige Kenngrößen und Effekte der Ultraschallphysik sind die

- Schallausbreitungsgeschwindigkeit c ,
- Schallfeldimpedanz Z ,
- Schallreflexion r und -transmission t ,
- Brechung n und
- Schallschwächung α .

8.4.1.2.1 Die Lösung der Wellengleichung

Für ebene akustische Wellen, die praktisch nur mit Ultraschall realisiert werden, sind die Lösungen der Wellengleichung (Gl. (G.34)) harmonische Schwingungen der Form

$$\Phi = \hat{\Phi} \cdot f\left(t \mp \frac{x}{c}\right), \quad (8.56)$$

wobei $\hat{\Phi}$ die Amplitude des Geschwindigkeitspotentials ist und $f(t - x/c)$ eine beliebige, zweimal differenzierbare Funktion. Die Größe Φ verschiebt sich dabei zeitlich parallel zur x -Achse, bei negativem Vorzeichen in positiver Richtung, bei positivem in negativer Richtung. Für die Auslenkung u der Teilchen, deren Geschwindigkeit v , die auch als Schallschnelle bezeichnet wird, und deren Beschleunigung a gilt

$$u = \hat{u} \cdot \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \quad (8.57)$$

$$v = \frac{du}{dt} = \hat{v} \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \quad (8.58)$$

$$a = \frac{d^2u}{dt^2} = -\hat{a} \cdot \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right], \quad (8.59)$$

wobei zwischen den Amplituden folgende Beziehung besteht

$$\hat{v} = \hat{u} \cdot \omega \quad (8.60)$$

$$\hat{a} = \hat{u} \cdot \omega^2. \quad (8.61)$$

Es ist dabei zu beachten, dass die Schallschnelle v der Geschwindigkeit der Teilchen entspricht und nicht der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle, die auch als Phasengeschwindigkeit bezeichnet wird. Diese wird in Abschnitt 8.4.1.2.5 näher besprochen. Neben diesen Geschwindigkeiten ist noch eine so genannte Gruppengeschwindigkeit definiert, welche die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Energiezentrums der Welle ausdrückt. Da die Beschleunigung a gemäß Gl. (8.61) proportional zum Quadrat der Schwingungsfrequenz ist, kann sie sehr hohe Werte annehmen ($> 10^5 g$).

8.4.1.2.2 Der Schalldruck

Der Schalldruck einer ebenen Welle lässt sich aus der Kräftebilanz

$$\varrho \frac{d^2u}{dt^2} = -\frac{dp}{dx}$$

ableiten. Es folgt daraus für den Schalldruck p

$$p = p_0 + \hat{p} \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \quad (8.62)$$

mit $\hat{p} = \varrho \hat{v} c$ der Druckamplitude und p_0 dem Umgebungsdruck. Bei verlustfreier Ausbreitung sind der Druck und die Schnelle in Phase.

8.4.1.2.3 Die Energiedichte

Die Energiedichte ist definiert als Energie pro Volumen. Die kinetische Energie lässt sich berechnen zu

$$E_{\text{Kin}} = \frac{m}{2} v^2.$$

Daraus folgt für die Energiedichte D_{Kin} der kinetischen Energie

$$D_{\text{Kin}} = \frac{E_{\text{Kin}}}{V} = \frac{\rho}{2} v^2 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \hat{u}^2 \cdot \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]. \quad (8.63)$$

Im zeitlichen Mittel erhält man für die kinetische Energiedichte

$$\bar{D}_{\text{Kin}} = \frac{1}{4} \rho \omega^2 \hat{u}^2. \quad (8.64)$$

Da die mittlere kinetische Energiedichte $\bar{D}_{\text{Kin}}$ und die mittlere potentielle Energiedichte $\bar{D}_{\text{Pot}}$ gleich groß sind, folgt für die gesamte mittlere Energiedichte $\bar{D}$ einer ebenen Welle unter Berücksichtigung von Gl. (8.60)

$$\bar{D} = \bar{D}_{\text{Kin}} + \bar{D}_{\text{Pot}} = \frac{1}{2} \rho \hat{v}^2. \quad (8.65)$$

Die mittlere Energiedichte ist demnach proportional zum Quadrat der Schallschnelle, sie bewegt sich jedoch mit der Gruppengeschwindigkeit fort.

8.4.1.2.4 Die Intensität

Die Intensität ist definiert als die Leistung (E_{Kin}/t) pro Fläche A . Da die Fläche hier senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ist, lässt sich die Intensität I mit $m = \rho V$ und der Geschwindigkeit $c = V/(A \cdot t)$ berechnen zu

$$I = \frac{E_{\text{Kin}}}{t \cdot A} = \frac{1}{2} \rho \hat{v}^2 c = \bar{E} \cdot c. \quad (8.66)$$

8.4.1.2.5 Schallausbreitungsgeschwindigkeit

In idealen Gasen und Flüssigkeiten breitet sich der Schall als Longitudinalwelle mit einer materialspezifischen Geschwindigkeit aus. Dabei werden die Massenelemente aus ihrer Ruhelage heraus parallel in Richtung der Schallwellenausbreitung ausgelenkt. Es entsteht so eine orts- und zeitabhängige Dichteverteilung der Massenelemente.

In zähen Medien und Festkörpern bildet sich aufgrund der Scherkräfte neben der Longitudinal- auch eine Transversalwelle aus. Sowohl aus der Longitudinal- als auch aus der Transversalwelle können Informationen über die physikalischen Eigenschaften des Mediums abgeleitet werden. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c ist dort abhängig vom Medium, in dem sie sich fortpflanzt, von der Temperatur, vom Druck und von der Schallfrequenz. Für ein homogenes, isotropes Medium mit linear-elastischem Verhalten gilt für die Ausbreitungsgeschwindigkeit in longitudinaler Richtung (c_l) und transversaler Richtung (c_t)

$$c_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (8.67)$$

$$c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}. \quad (8.68)$$

Dabei sind ν die Poissonzahl, E das Elastizitätsmodul und G das Schermodul. Für die Poissonzahl gilt

$$\nu = \frac{c_l^2 - 2c_t^2}{2(c_l^2 - c_t^2)}. \quad (8.69)$$

Ist diese Null so ergeben sich die Ausbreitungsgeschwindigkeiten in longitudinaler und transversaler Richtung gemäß den Gln. (8.67) und (8.68) zu

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\varrho}} \quad (8.70)$$

$$c_t = \sqrt{\frac{E}{2\varrho}}. \quad (8.71)$$

In Fluiden ohne innerer Reibung ist das Schermodul Null und demnach gemäß Gl. (8.67) breitet sich die Welle dort nur in longitudinaler Richtung aus. Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_l gilt hier

$$c = \sqrt{\frac{K}{\varrho}}, \quad (8.72)$$

wobei K das Kompressionsmodul bezeichnet. Bei sinusförmiger Erregung wird der Abstand zwischen benachbarten Dichtemaxima (oder –minima) als Wellenlänge λ bezeichnet. Mit der Periodendauer T kann damit die Schallgeschwindigkeit c_l auch berechnet werden zu

$$c_l = \frac{\lambda}{T}. \quad (8.73)$$

Auffällig ist die starke Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit. Der Temperaturkoeffizient z.B. von Wasser ist bis etwa 70°C positiv und hat bei 30°C einen Wert von $2.6\text{ms}^{-1}\text{K}^{-1}$, d.h. die Schallgeschwindigkeit wird mit steigender Temperatur größer. Auf Grund des hohen Wasseranteils verhalten sich die meisten Körpergewebe, vor allem Weichgewebe, ähnlich.

8.4.1.2.6 Akustische Schallfeld– und Schallkennimpedanz

Für die akustische Schallfeldimpedanz gilt

$$Z_f = \frac{p}{v}. \quad (8.74)$$

Sind der Druck und die Schnelle phasenverschoben ist die Schallfeldimpedanz komplex. Für die hier betrachtete ebene Welle ist bei verlustfreier Ausbreitung eine weitere Größe definiert, nämlich die akustische Schallkennimpedanz, für die wir die Formelgröße Z verwenden wollen¹⁷. Sie ist die Schallfeldimpedanz für ebene Wellen und lässt sich bestimmen zu

$$Z = \varrho \cdot c = \sqrt{E\varrho}. \quad (8.75)$$

Für die weitere Betrachtung ist, wenn von der Schallimpedanz die Rede ist, diese Schallkennimpedanz gemeint.

8.4.1.2.7 Die Reflexion und Transmission

An der Grenzfläche zwischen zwei Medien 1 und 2 mit unterschiedlicher akustischer Schallkennimpedanz Z_1 und Z_2 lässt sich hier analog zur Ausbreitung elektromagnetischer Wellen ein Reflexions– r und Transmissionsfaktor t angeben. Es soll hierbei vereinfacht angenommen werden, dass der Schall aus dem Medium 1

¹⁷In der Literatur findet man dafür häufig die Formelgröße Z_0 . Da wir aber für unsere Betrachtungen uns nur auf diese Schallkennimpedanz beschränken, soll vereinfacht nur Z als Formelgröße verwendet werden.

senkrecht auf die Grenzfläche zum Medium 2 einfällt. Der Reflexions- r_p und Transmissionsfaktor t_p für den Schalldruck p sind dann definiert zu

$$r_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (8.76)$$

$$t_p = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}. \quad (8.77)$$

Dabei sind diese beiden Faktoren gemäß obiger Gln. (8.76) und (8.77) wie folgt miteinander verknüpft

$$t = 1 + r. \quad (8.78)$$

Die Reflexions- r_u , r_v und Transmissionsfaktoren t_u , t_v für die Teilchenauslenkung u und Schallschnelle v sind dagegen definiert zu

$$r_u = r_v = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2 + Z_1} \quad (8.79)$$

$$t_p = t_v = \frac{2Z_1}{Z_2 + Z_1}. \quad (8.80)$$

Auch hier gilt obiger Zusammenhang (Gl. 8.78) zwischen dem Reflexions- und Transmissionsfaktor. Alle Reflexionsfaktoren können Werte zwischen -1 und 1 annehmen, die Transmissionsfaktoren dagegen Werte zwischen 0 und 2.

Bei einer Reflexion an einem akustisch dünneren Medium, ($Z_1 > Z_2$) erfolgt ein Phasensprung des Schalldrucks von 180° (r_p ist negativ), im anderen Fall dagegen ($Z_1 < Z_2$) kein Phasensprung (r_p ist positiv). Umgekehrtes gilt für die Teilchenauslenkung und Schallschnelle. Diese nämlich erfahren für ($Z_1 < Z_2$) einen Phasensprung von 180° und für ($Z_1 > Z_2$) keinen Phasensprung.

Eine Größe, die das Verhältnis von reflektierter zu emittierter Intensität bzw. transmittierter zu emittierter Intensität beschreibt, ist der Reflexions- bzw. Transmissionskoeffizient R bzw. T . Diese lassen sich anschreiben zu

$$R = \frac{(Z_2 - Z_1)^2}{(Z_2 + Z_1)^2} = r^2 \quad (8.81)$$

$$T = \frac{4Z_2Z_1}{(Z_2 + Z_1)^2}, \quad (8.82)$$

wobei hier gilt

$$R + T = 1. \quad (8.83)$$

Gleiches gilt auch für die Energie. Demnach reflektiert Gl. 8.83 den Energieerhaltungssatz, d.h. die gesamte emittierte Energie findet sich wieder in einem reflektierten und transmittierten Anteil. Der Wertebereich dieser Koeffizienten liegt hier jeweils zwischen 0 und 1.

Die Größe T wird häufig auch *Dämpfung* genannt. Gemäß Gl. (8.81) ist die Reflexion besonders groß zwischen zwei Medien, mit stark unterschiedlichen Schallimpedanzen. Aufgrund des hohen Impedanzunterschieds zwischen Luft und Gewebe ist es bei Ultraschallmessungen notwendig, ein Koppelmedium zu verwenden, um eine ausreichende Energieeinkopplung zu erreichen. Es wird dafür bei großflächigen Aufnahmen z.B. bei der Ultraschall-Computertomographie häufig ein Wasserbad benutzt, bei kleineren Flächen ein spezielles Gel.

8.4.1.2.8 Die Brechung

Wie in der Optik so gelten auch beim Schall die gleichen Gesetze bei der Brechung an Grenzflächen (*Snelliussches Brechungsgesetz*). So ergibt sich die Brechung n_{12} eines Schalls, der mit der Geschwindigkeit c_1 und dem Einfallswinkel α_{ein} vom Medium 1 mit der Brechzahl n_1 in das Medium 2 mit der Brechzahl n_2 mit einem Ausfallswinkel α_{aus} übertritt und sich dort mit der Geschwindigkeit c_2 fortpflanzt

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha_{ein}}{\sin \alpha_{aus}} = \frac{c_1}{c_2}. \quad (8.84)$$

8.4.1.2.9 Die Schallschwächung

Unter dem Begriff der Schallschwächung versteht man alle Effekte, die eine Verringerung der Intensität I des Schalls in Ausbreitungsrichtung bewirken. Dies sind

- Absorption,
- Streuung,
- Reflexion,
- Brechung und
- Beugung.

Die Schallabsorption geschieht durch Umwandlung der Schallenergie in Wärme. Dabei wird ein Teil der Schallenergie direkt in Wärme umgewandelt, ein anderer Teil teilt sich zunächst auf verschiedene Energieformen auf und geht danach in Wärmeenergie über (Relaxation). Desweiteren trägt die Streuung an Grenzflächen und Inhomogenitäten im Medium zur Schwächung bei. Ist die Ausdehnung der als Streukörper wirkenden Strukturen vergleichbar zur Wellenlänge der Schallwelle oder kleiner, so wird die Schallenergie in verschiedene Richtungen umgelenkt (*Rayleigh-Streuung*). An der Trennungsgrenze zwischen Objekt und ankoppeltem Medium kommt es zu einer teilweisen Reflexion der Schallwelle, so dass sich nur ein Teil der Schallenergie im Objekt ausbreitet. Eine weitere Schwächung des Ultraschallsignals kommt durch die Brechung zustande. In biologischen Weichgeweben ist die Brechung aufgrund der kleinen Schwankungen der Schallgeschwindigkeit zwischen den Gewebeschichten gering.

Für alle folgenden theoretischen Betrachtungen wird angenommen, dass es sich jeweils um ein abschnittsweise homogenes Medium handelt, obwohl Streuungen vorliegen kann (homogene Größe, Art und Verteilung der Streukörper). Durch die genannten Schwächungsmechanismen nimmt die Schalleistung $P = I \cdot A$ (I : Intensität; A : Fläche) längs des Weges exponentiell ab. Dabei ist der materialabhängige Schwächungskoeffizient α in der Einheit dBcm^{-1} wie folgt definiert

$$\alpha = \frac{10 \lg \left(\frac{P_s}{P_e} \right)}{L} = \frac{10 \lg \left(\frac{I_s}{I_e} \right)}{L}. \quad (8.85)$$

Hierin sind P_s , I_s und p_s die Leistung, Intensität und der Druck am Ort $x = 0$ und P_e , I_e und p_e die selben Größen am Ort $x = L$. Zudem wird hier angenommen, dass die Flächen am Ort $x = 0$ und $x = L$ gleich sind. Häufig sind die Schalldruckamplituden p_s bzw. p_e leichter zu ermitteln als die Schalleistungen. Aus der Abhängigkeit der Leistung vom Quadrat der Amplitude folgt somit

$$\alpha = \frac{20 \lg \left(\frac{p_s}{p_e} \right)}{L}. \quad (8.86)$$

Im allgemeinen ist die Schwächung α je nach Medium mit der n -ten Potenz von der Frequenz f abhängig. Es gilt dann

$$\alpha = \alpha_{0,n} \cdot f^n, \quad (8.87)$$

wobei $\alpha_{0,n}$ der Schwächungskoeffizient in der Einheit $\text{dB} \cdot \text{MHz}^{-n} \cdot \text{cm}^{-1}$ ist. Biologische Weichgewebe haben eine annähernd lineare Abhängigkeit des Schwächungskoeffizienten von der Frequenz im Bereich von 1 bis 20 MHz, d.h. hier gilt

$$\alpha = \alpha_{0,1} \cdot f. \quad (8.88)$$

Viele Flüssigkeiten (auch Wasser) weisen hingegen einen quadratischen Zusammenhang auf

$$\alpha = \alpha_{0,2} \cdot f^2. \quad (8.89)$$

Für den Druck p bzw. die Intensität I gilt

$$p = p_0 \cdot \exp(-\alpha x) \quad (8.90)$$

$$I = I_0 \cdot \exp(-2\alpha x) \quad (8.91)$$

Aus Tabelle 8.5 sind die Schallgeschwindigkeit und die Schallimpedanz einiger Materialien, einschließlich einiger biologischer Gewebearten, ersichtlich.

Schallmedien	c in ms^{-1}	Z in $10^6 \text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$	α in dBcm^{-1}	n bei $\alpha \sim f^n$	R gegen Wasser
Fett	1500	1.4	1	2	0.041
Knochen	2700 – 4100	3.75 – 7.38	3 – 10	1 – 1.5	0.42 – 0.66
Lunge	650 – 1160	0.26 – 0.46	40	0.6	0.53 – 0.7
Weichgewebe	1545 – 1630	1.61 – 1.74	0.8 – 2.5	1	0.02 – 0.03
Glyzerin	1920	2.5	5 – 8	1 – 1.2	0.24
Wasser	1480	1.52	0.002	2	0.0
Luft	330	0.0004	10	2	0.999

Tab. 8.5: Schallgeschwindigkeit, Schallkennimpedanz, Schallschwächung und der Exponent der Frequenzabhängigkeit einiger Materialien, einschließlich biologischer Gewebe und deren Reflexionsfaktor gegenüber Wasser bei 20°C

8.4.1.3 Ultraschall als bildgebendes Verfahren

Abgebildet werden können die Reflektivität, die Schallschwächung und die Schallgeschwindigkeit. Dabei werden sowohl Transmissions- als auch Reflexionsverfahren eingesetzt. Übliche Geräte arbeiten im Puls-Echo-Betrieb.

Das Reflexionsverfahren wird auch Pulsechoverfahren genannt und basiert auf der bereits erwähnten Tatsache, dass an akustischen Inhomogenitäten, an Gebieten unterschiedlicher Schallimpedanzen, der Schall reflektiert wird. Dabei sind Schallsender und -empfänger identisch. Je nach Tiefe der Reflexionsgebiete besitzen die Echos unterschiedliche Laufzeiten. So sind von nahe am Schallwandler liegende Grenzflächen schon nach kurzer Laufzeit Δt_1 Echos zu registrieren, von weiter entfernt liegenden zu einem späteren Zeitpunkt Δt_2 . Bei bekannter Ausbreitungsgeschwindigkeit c des Schalls kann man somit mit

$$x = \frac{1}{2}c\Delta t \quad (8.92)$$

den Ort x der Grenzschicht berechnen. Im Weichgewebe wird dabei c als bekannt und konstant angenommen, so dass eine Zeit-Ort-Transformation vorgenommen werden kann.

Trägt man die Amplitude des Echsignals als Funktion des Ortes oder der Laufzeit auf, erhält man ein so genanntes *A*-Bild (amplitude modulated image). Werden diesen Amplitudenwerten Helligkeitswerte (Graustufen) zugeordnet, ergibt sich der eindimensionale *B*-Scan (brightness modulated image). Nimmt man zu verschiedenen Zeiten einen solchen Scan von einem Ort auf, können Bewegungen von Punkten auf der Grenzfläche aufgezeichnet werden. Dieses Bild wird *M*-Bild (motion modulated image) genannt. Zur Aufnahme zweidimensionaler Bilder müssen mehrere 'Zeilen' aufgenommen werden, d.h. das Gebiet muss abgetastet werden. Dazu muss der Schallsender oder der Schallstrahl bewegt werden. Damit wird ein zweidimensionales Bild vom Querschnitt des untersuchten Objekts erzeugt.

Beim Transmissionsverfahren wird der Ultraschallimpuls von einem Schallwandlerelement gesendet und von einem gegenüberliegenden Element empfangen. Im Gegensatz zum Pulsechoverfahren sind hierbei demnach zwei Schallwandlerelemente erforderlich.

8.4.1.3.1 Schallsender und –empfänger

Zur Erzeugung und Erfassung von Ultraschall werden im allgemeinen piezoelektrische, seltener magneto-restriktive Materialien eingesetzt (Abschnitt 7.4.3.2). Mit der Fortentwicklung der Medizintechnik ist eine Vielzahl von Ultraschallverfahren in den unterschiedlichen medizinischen Teilbereichen im Einsatz. Entsprechend vielfältig sind auch die Ultraschall-Applikatoren, deren Aufbau und Funktionsweise näher erläutert werden.

Der Aufbau eines Schallkopfs ist in Abb. 8.31a dargestellt. Kernstück und schallerzeugendes Element ist die piezokeramische Scheibe, die beidseitig mit einer elektrisch leitenden, schalldurchlässigen Schicht bedampft ist. Die Anschlüsse zum Anlegen der Wechsellspannung beim Senden bzw. zum Messen der Spannung beim Empfangen werden über ein Koaxialkabel herausgeführt. Zur Unterdrückung von Eigenschwingungen sind Dämpfungskörper seitlich und hinter der Piezoscheibe angebracht, welche die seitlich und nach hinten austretende Schallenergie absorbieren. Das Übertragungsverhalten des Schwingers wird damit verbessert. Vor der Wandlerscheibe befindet sich eine Schicht, die zur akustischen Anpassung dient, d.h. zur Überbrückung des großen Kennimpedanzunterschieds zwischen dem Schwinger und dem Körpergewebe. Die gesamte Einheit wird in einem geschirmten Gehäuse untergebracht, das alle Elemente fixiert und dicht nach außen abschließt.

8.4.1.3.2 Das Schallfeld

Für die Ortsauflösung eines Ultraschallbilds ist die Form dieses Schallfelds sehr wichtig. Die Schallkeulen müssen möglichst schmal sein, um eine gute Auflösung quer zur Strahlausbreitungsrichtung zu erhalten. Abb. 8.31b stellt die Schallkeule eines runden ebenen Einzelschwingers dar. Nahe der Wandleroberfläche entstehen durch Beugung und Interferenzen Inhomogenitäten des Schallfelds. Der Durchmesser der Schallkeule entspricht annähernd dem Durchmesser des Wandlers. Dieser Bereich wird als Nahfeld bezeichnet. Daran schließt sich das homogene Fernfeld an. Der natürliche Fokuspunkt eines Schwingers liegt an der schmalsten Stelle der Schallkeule. Von da an wird der Schallkeulendurchmesser mit zunehmender Entfernung vom Schwinger wieder größer. Ein Objekt, das im Fokuspunkt des Schallfelds liegt, wird mit der bestmöglichen Auflösung abgebildet. Durch den Einsatz von gekrümmten Wandleroberflächen (Abb. 8.31c) oder akustischen Linsen kann der Schallkeulendurchmesser in der Fokuszone verkleinert werden. Nachteilig bei starker Fokussierung ist, dass je stärker die Krümmung der Wandleroberfläche ist, eine umso stärkere Aufspreizung des Strahls im Fernfeld erfolgt.

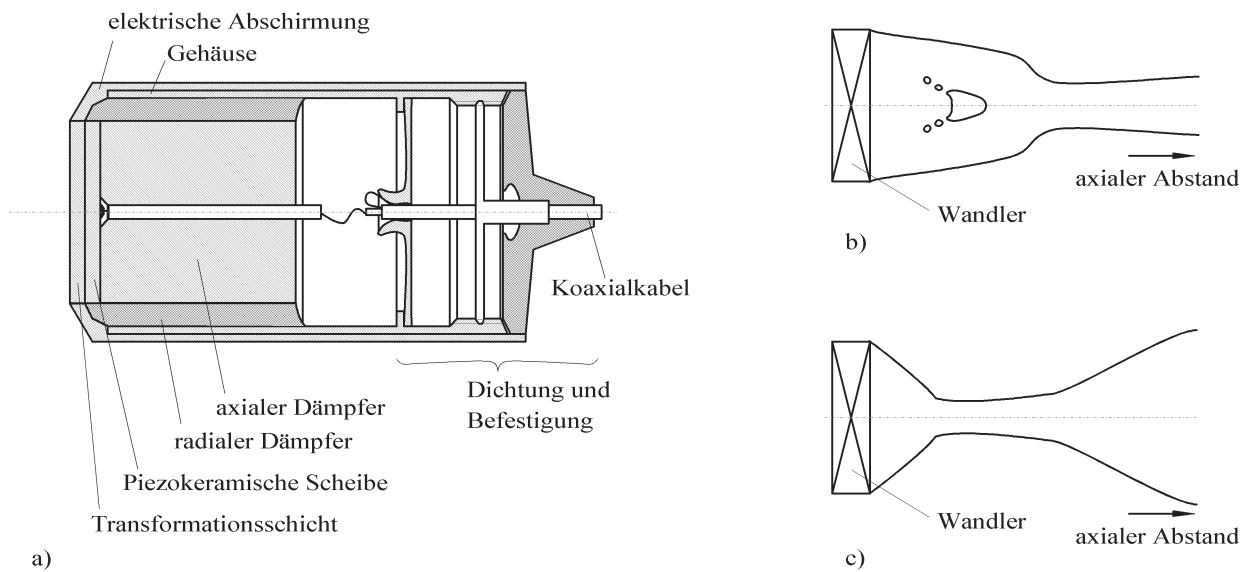


Abb. 8.31: a) Typischer Aufbau eines Ultraschallwandlers; b) Schallkeule eines kreisförmigen ebenen Wandlers; c) Schallkeule eines sphärisch gekrümmten Wandlers

8.4.1.3.3 Die Ultraschallapplikatoren

Zur Erzeugung eines zweidimensionalen Bildes (*B*-Bild) ist es notwendig, den Schallstrahl über den Körper des Patienten zu bewegen. Dazu wird der Schallstrahl entweder geschwenkt oder linear fortbewegt.

Durch Drehen oder Schwenken des Schallwandlers tastet der Schallstrahl den Querschnitt am Patienten zeilenförmig ab. Das sektorförmige Bild kann durch die Schwenkbewegung des Wandlers Zeile für Zeile aufgebaut werden. Mechanische Sektorscanner arbeiten entweder nach dem Rotorprinzip (Abb. 8.32a) oder nach dem Wobblerprinzip (Abb. 8.32b) und bestehen aus den Hauptkomponenten Wandler, Antrieb und Winkelgeber.

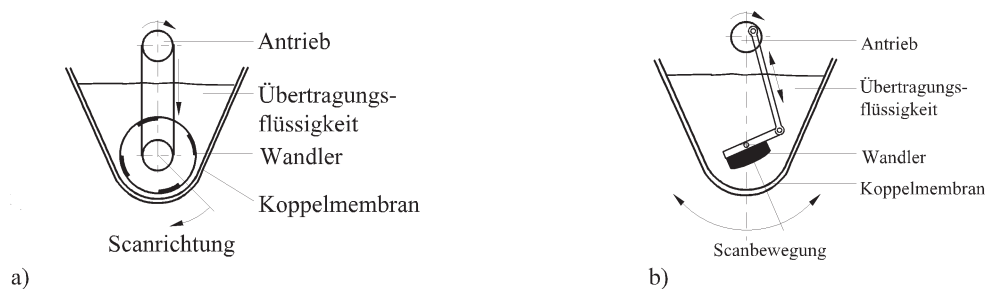


Abb. 8.32: Aufbau eines mechanischen Scanners; a) Rotorprinzip; b) Wobbler-Prinzip

Beim Rotorprinzip sitzen bis zu 5 Einzelschwinger gleichmäßig verteilt auf einem rotierenden Träger. Der Träger wird mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gedreht. Nur der Schwinger ist aktiv, welcher dem zu untersuchenden Körpersektor zugewandt ist. Der am Träger befestigte Winkelgeber liefert sowohl die momentane Stellung des Wandlers, als auch die Kennung für den gerade zu aktivierenden Wandler an die Auswerteelektronik. Beim Wobblerprinzip wird ein Schallwandler über einen Kurbeltrieb hin und her geschwenkt. Der Winkelkodierer liefert auch hier die momentane Winkelstellung des Schallwandlers. Alle Informationen

zur Erzeugung des helligkeitsmodulierten B -Bildes sind damit vorhanden. Die Echos der Schallimpulse liefern über die Laufzeit die Bildpunktkoordinaten in Schallrichtung, der Winkelkodierer liefert die Koordinaten der Richtung des Schallstrahls.

Ein lineares Array besteht aus einer Anordnung vieler (bis zu 128) nebeneinander liegenden einzelnen Ultraschallwandler, die einzeln oder in Gruppen ansteuerbar sind. Ein B -Bild könnte damit wie folgt erzeugt werden. Das erste Wandlerelement wird zum Senden eines Ultraschallimpulses angeregt und empfängt die Echos, die eine Bildzeile bilden. Darauf wird der benachbarte Wandler aktiviert und der folgende Sende- und Empfangszyklus gestartet. Das B -Bild wird so zeilenweise aufgebaut. Der Verlauf des Schallfelds, d.h. der Abstand der Fokuszzone vom Array, sowie die Schallfelddicke hängen auch von der Größe der aktiven Schwingerfläche und damit von der Anzahl der gleichzeitig aktiven Elemente ab. Je kleiner die aktive Fläche ist, desto näher liegt der Fokuspunkt an der Schwingeroberfläche und desto kleiner ist die Schallfeldbreite, aber umso größer ist auch die Schallfeldaufweitung mit zunehmendem Abstand von der Schwingeroberfläche. Aus diesem Grund werden in der Praxis die Wandlerelemente nicht einzeln, sondern in Gruppen angesteuert.

Die Fortschaltung des Schallstrahls kann auf zwei Weisen erfolgen.

1. Der Schallstrahl wird um eine Elementbreite fortgeschaltet. Dabei wird ein Element auf der einen Seite der aktiven Gruppe abgeschaltet, während das nächste Element auf der anderen Seite der Gruppe zugeschaltet wird.
2. Der Schallstrahl wird um eine halbe Elementbreite fortgeschaltet. Hierbei wird ein Element auf der einen Seite der Gruppe zugeschaltet, worauf der nächste Sende- und Empfangszyklus gestartet wird. Durch Abschalten eines Elements auf der anderen Seite der Gruppe wird dann im nächsten Zyklus der Schallstrahl um eine halbe Elementbreite verschoben. Auf diese Weise wird ein Bild aufgebaut, das aus der zweifachen Elementanzahl Zeilen besteht.

Ein großer Vorteil der Arrays ist darin zu sehen, dass durch elektronische Hilfsmittel eine Fokussierung des Schallfelds erreicht werden kann. Die erste Möglichkeit, Einfluss auf die Fokussierung durch Variation der Anzahl der aktiven Wandlerelemente zu nehmen, wurde schon beschrieben. Abb. 8.33 zeigt die Fokussierung im Empfangsfall. Echos, die von einem im Fokuspunkt liegenden Objekt kommen, treffen als erstes bei dem mittleren Arrayelement ein, da hier der Weg und damit die Laufzeit am kürzesten ist. Werden diese Echosignale des mittleren Elementes im elektrischen Empfangsteil entsprechend verzögert, so können sie zeitgleich und phasengerecht zu den an den äußeren Elementen empfangenen Echosignalen addiert werden. Werden die Signale an den übrigen Elemente ebenfalls um die entsprechende Zeit verzögert, so liefern alle Elemente kohärente Signalanteile an den Addierer, d.h. die bestmögliche Echodarstellung für den Fokuspunkt wird erreicht. Durch die Änderung der Verzögerungszeiten kann so der Fokuspunkt in den gewünschten Bereich gelegt werden.

Viele Arrays arbeiten mit einer dynamischen Fokussierung, d.h. mit einer wandernden Fokuszzone, die immer in dem Bereich liegt aus dem die Echos gerade empfangen werden. Dies wird mit einer fortlaufenden rechnergesteuerten Änderung der Verzögerungszeiten erreicht. Durch verzögertes Senden der einzelnen Arrayelemente kann nach demselben Prinzip auch eine Sendefokussierung erreicht werden. Abb. 8.34 zeigt wie mit der Arraytechnik und verzögerten Sendezeiten die Richtung der Schallachse verändert werden kann. Nach diesem Prinzip funktionieren elektronische Sektorscanner, die *phased Arrays* bezeichnet werden. Zu den Verzögerungszeiten, die die Richtung der Schallachse festlegen, können zusätzlich noch Verzögerungszeiten eingestellt werden, die eine Fokussierung bewirken. Die Sonderformen wie Transoesophagus-, Intrakavitär-, Intravaginal- und Transrektaltransducer funktionieren nach einem der oben genannten Prinzipien und sind im allgemeinen miniaturisierte Sektor- oder Array-Applikatoren.

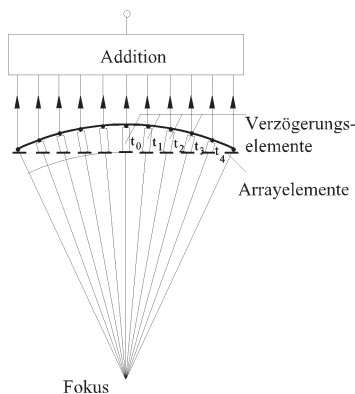


Abb. 8.33: Prinzip der elektronischen Fokussierung

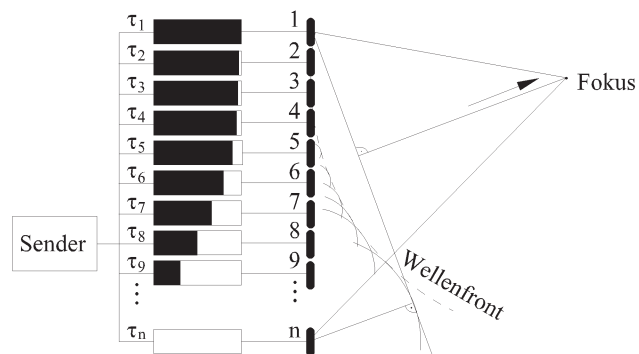


Abb. 8.34: Erzeugung einer geschwinkten und gekrümmten Wellenfront

8.4.2 Magnetische Kernspinresonanz

In der Medizin war lange die Röntgenaufnahme das einzige nichtinvasive bildgebende Verfahren, um Aufnahmen aus dem Körperinneren zu erhalten. Der Grund hierfür liegt in der Eigenschaft des Körpergewebes, verschiedene Frequenzen unterschiedlich stark zu dämpfen. Nur in zwei Frequenzfenstern können elektromagnetische Wellen den menschlichen Körper durchdringen (Abb. 8.35). Nur Wellen aus diesen beiden Fenstern können für Aufnahmen aus dem Körperinneren benützt werden. Die Frequenzen aus dem anderen Fenster (Fenster 2) werden vom Körper entweder fast vollständig reflektiert oder absorbiert, was eine Erwärmung zur Folge hat. Im oberen Fenster (Fenster 3) — dem Bereich der Röntgenstrahlen — ist eine Bilderzeugung nach den Gesetzen der Optik möglich, da die Wellenlänge unter $1\mu\text{m}$ liegt. So ist selbst die Auflösung kleinster Strukturen möglich. Im unteren Fenster (Fenster 1) dagegen liegen die Wellenlängen im Bereich von Metern. Die Schärfe einer quasioptischen Abbildung würde daher ebenfalls im Bereich einiger Metern liegen. Das untere Fenster schied somit lange Zeit für bildgebende Verfahren aus. Erst 1973 gelang es, die wesentlich ungefährlicheren niedrigen Frequenzen in einem Kernspintomographen zur medizinischen Diagnostik zu nutzen. Die Schwierigkeiten lagen vor allem darin, ein sehr homogenes Magnetfeld großer Stärke zu erzeugen, um eine ausreichende Auflösung zu erreichen. Damit ist die Bildgebung mit Hilfe der magnetischen Kernresonanz ein in der Medizin noch relativ neues Verfahren.

8.4.2.1 Physikalische Grundlagen

8.4.2.1.1 Magnetische Eigenschaften der Atome

Atomkern und Elektronenhülle bestehen aus geladenen (Elektronen und Protonen) und ungeladenen (Neutronen) Teilchen. Nach dem Bohrschen Atommodell rotieren die Elektronen auf elliptischen Bahnen um den Atomkern. Der Atomkern selbst besitzt bei Atomen mit ungerader Protonenzahl oder ungerader Neutronenzahl eine Eigenrotation, den so genannten Kernspin. Nur Atome deren Kerne einen Kernspin besitzen, weisen magnetische Kernspinresonanz auf. Jede rotierende Ladung erzeugt ein Magnetfeld. Daher geht sowohl von den Elektronen als auch vom Kernspin ein Magnetfeld aus. Das von den Elektronen ausgehende Magnetfeld ist um mindestens drei Zehnerpotenzen stärker als das durch den Kernspin verursachte Magnetfeld. Magnetische Elektronenspinresonanz existiert daher auch und ist in ihrer Wirkung sogar wesentlich stärker als magnetische Kernspinresonanz. Trotzdem kann sie für bildgebende Verfahren nicht verwendet werden,

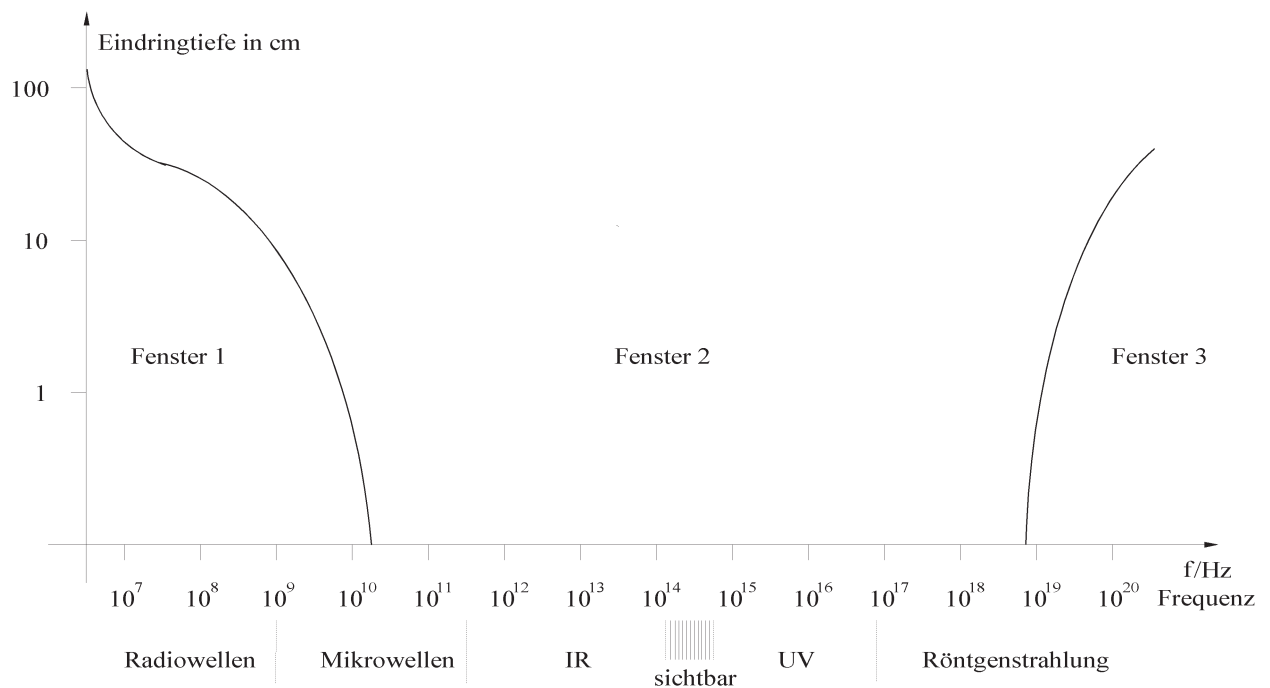


Abb. 8.35: Mögliche Frequenzbereiche für den Einsatz zur Bilderzeugung

da, wie in Abschnitt 8.4.2.1.3 gezeigt wird, die zur Anregung nötigen Frequenzen im Gigaherzbereich liegen und sich die Probe wie in einem Mikrowellenherd erwärmen würde. Die folgenden Betrachtungen beziehen sich daher ausschließlich auf magnetische Kernspinresonanz. Die hierfür verwendeten Frequenzen reichen bei weitem nicht aus, um die Richtung des magnetischen Momentes der Elektronenhülle zu ändern, so dass trotz des stärkeren magnetischen Momentes der Elektronenhülle von dort keine Störsignale entstehen.

Für die Betrachtung des Atomkerns hinsichtlich seiner magnetischen Eigenschaften darf dieser im folgenden als winziger Stabmagnet betrachtet werden (Abb. 8.36). Sein magnetisches Feld kann nun durch das magnetische Dipolmoment $\vec{\mu}$ beschrieben werden, ganz analog zum magnetischen Dipolmoment des Stabmagneten. Dieses Dipolmoment μ ist dabei so definiert, dass es immer in Richtung des äußeren angelegten Magnetfeldes zeigt.



Abb. 8.36: a) Atomkern; b) Stabmagnet als magnetisches Äquivalent zum Atomkern

8.4.2.1.2 Verhalten der Kernmagnetisierung in einem äußeren Magnetfeld

Ohne äußeres Magnetfeld nehmen die magnetischen Dipole der einzelnen Atomkerne eine statistische Rich-

tungsverteilung ein, so dass ihre Wirkungen sich gegenseitig aufheben (Abb. 8.37a). In diesem Fall geht daher vom Kernmagnetismus eines Stoffes keinerlei nach außen erkennbare Wirkung aus. Dies ändert sich mit dem Anlegen eines äußeren Magnetfeldes. Als Symbol für dieses Feld wird hier der Vektor $\vec{B}$ der magnetischen Flussdichte — auch magnetische Induktion genannt — verwendet. Die Maßeinheit für $\vec{B}$ ist das Tesla ($T = 1Vs m^{-2}$). Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ berechnet sich aus der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ mit der Einheit Am^{-1} zu

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (8.93)$$

wobei die Größe μ die magnetische Permeabilität ist und die Einheit $VsA^{-1}m^{-1}$ besitzt. Durch das äußere Magnetfeld existiert eine Vorzugsrichtung für die Ausrichtung der magnetischen Dipole (Abb. 8.37b). In der Praxis werden für Geräte zur Anwendung der magnetischen Kernspinresonanz magnetische Flussdichten von $0.1T$ bis $5T$ verwendet, wogegen das Erdmagnetfeld nur etwa $20 \cdot 10^{-6}T$ beträgt.

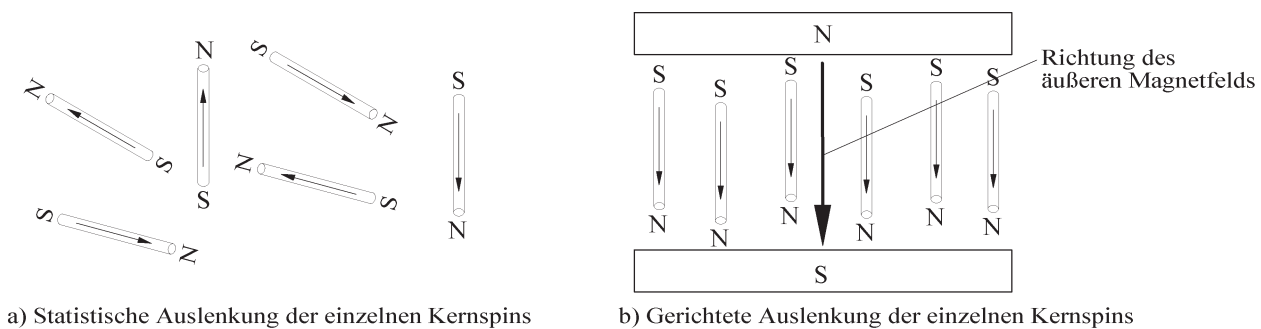


Abb. 8.37: a) Statistische Auslenkung der magnetischen Dipole; b) Gerichtete Auslenkung der magnetischen Dipole

8.4.2.1.3 Quantenphysikalische Einschränkungen

Die in Abb. 8.37 gezeigten Spineinstellungen sind nicht korrekt, wenn man die Quantentheorie berücksichtigt¹⁸. Die Quantentheorie besagt, dass das magnetische Dipolmoment eines Atomkerns nur $2I + 1$ diskrete Zustände annehmen kann. Dabei ist I die Spinquantenzahl, eine vom Atomkern abhängige Konstante. Abb. 8.38 zeigt die beiden bei Wasserstoffkernen (Protonen) möglichen Zustände. Protonen haben die Spinquantenzahl $1/2$.

Trotz des äußeren Magnetfeldes befinden sich jedoch nicht alle Kernspins im Zustand $+1/2$, da noch eine weitere bisher nicht berücksichtigte Größe eine Rolle spielt; nämlich die thermische Energie kT der Atome bzw. Moleküle. Sie ist verantwortlich dafür, dass auch der energetisch höhergelegene Zustand $-1/2$ eingenommen wird, allerdings mit einer geringeren Wahrscheinlichkeit als der energetisch tiefergelegene Zustand $+1/2$. Das Verhältnis $N_{-1/2}/N_{+1/2}$, d.h. die Anzahl der Spins im Zustand $-1/2$ zur Anzahl der Spins im Zustand $+1/2$, berechnet sich gemäß der Boltzmann-Statistik zu

$$\frac{N_{-1/2}}{N_{+1/2}} = e^{-\frac{\gamma h B}{2\pi k T}}. \quad (8.94)$$

Dabei ist γ das gyromagnetische Verhältnis, das für Protonen $\gamma = 2\pi 42.577 \text{ MHz}/T$ beträgt, h das Plancksche Wirkungsquantum ($h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}^2$), k die Boltzmannkonstante ($k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Js/K}$) und T die absolute Temperatur in Kelvin.

¹⁸Am Ende dieses Abschnitts wird allerdings gezeigt, dass bei Zusammenfassung der Wirkungen von sehr vielen Kernen zu einem Stabmagneten wieder klassisch gerechnet werden darf.

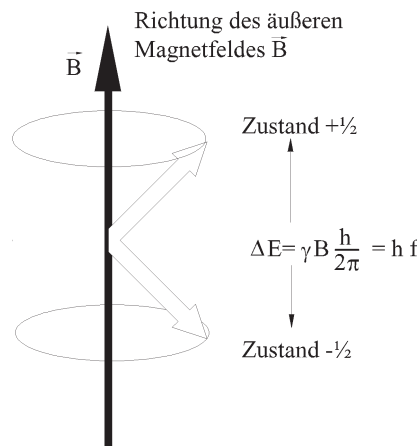


Abb. 8.38: Mögliche Spineinstellungen bei Wasserstoffkernen

Bei Zimmertemperatur und der magnetischen Flussdichte $B = 1T$ ist bei Protonen das Verhältnis

$$\frac{N_{-1/2}}{N_{+1/2}} = e^{-0.0000068} = 0.9999932. \quad (8.95)$$

Das heißt die thermische Energie kT bei Zimmertemperatur ist sehr viel ($1.4 \cdot 10^5$ fach) größer als die Energiedifferenz ΔE der beiden möglichen Spineinstellungen $+1/2$ und $-1/2$. Diese Energiedifferenz ΔE lässt sich berechnen zu

$$\Delta E = \frac{\gamma B h}{(2\pi)} = h f, \quad (8.96)$$

wobei f der Frequenz der eingestrahnten elektromagnetischen Welle entspricht.

Es befinden sich folglich gemäß Gl. (8.94) nur wenig mehr Kernspins im Niveau $+1/2$ als im Niveau $-1/2$. Wegen der winzigen Atomabmessungen ist aber selbst in einem sehr kleinen Volumen eine große Anzahl von Atomen vorhanden. Beispielsweise enthält $1mm^3$ Wasser $6.689 \cdot 10^{19}$ Protonen von denen bei Zimmertemperatur $T = 293.15K$ und $B = 1T$ durchschnittlich $2.33 \cdot 10^{14}$ Atome mehr den energetisch tieferen Zustand $+1/2$ einnehmen als den energetisch höheren. Aufgrund der somit immer sehr großen Anzahl der betrachteten Teilchen darf im folgenden stets das Bohrsche Korrespondenzprinzip zugrundegelegt werden. Dieses besagt, dass bei sehr vielen betrachteten Teilchen die Quantenmechanik in die klassische Mechanik übergeht. Deshalb dürfen alle folgenden Überlegungen mit der klassischen Mechanik bzw. Physik gemacht werden, was einerseits das grundlegende Verständnis der recht komplizierten Vorgänge erleichtert und andererseits den Rechenaufwand vermindert. Trotzdem sollte stets daran gedacht werden, dass die nun folgenden makroskopischen Vorgänge als Summe von sehr vielen gequantelten Einzelereignissen zu verstehen sind. Ein ähnlicher Fall liegt übrigens bei einem uns allen bekannten Vorgang vor, beim elektrischen Strom. Obwohl es sich hier um Teilchenbewegungen also um quantenphysikalische Erscheinungen handelt, wird der elektrische Strom aufgrund der Vielzahl der betrachteten Teilchen in der Gleich- und Wechselstromlehre als Kontinuum behandelt.

Da, wie in Abschnitt 8.4.2.1.1 erwähnt, das vom Elektronenspin ausgehende Magnetfeld um mindestens drei Zehnerpotenzen größer ist als das vom Kernspin ausgehende Magnetfeld, ist auch die Energiedifferenz ΔE zwischen den möglichen Spineinstellungen um mindestens drei Zehnerpotenzen größer. Dies bedeutet allerdings nach Gl. (8.96), dass auch die eingekoppelte Frequenz f um mindesten drei Zehnerpotenzen größer sein

muss. Da die Frequenzen beim Kernspin im Megahertzbereich liegen, sind zur Anregung der Elektronenspins somit Frequenzen im Gigahertzbereich notwendig.

8.4.2.2 Makroskopische Betrachtungen im homogenen Magnetfeld

In diesem Abschnitt wird hauptsächlich die Summe der einzelnen Kernmagnetisierungen betrachtet, da nur sie für das empfangene Signal maßgebend sind. Ferner darf, wie in Abschnitt 8.4.2.1.3 erläutert, dieser Summenzeiger mit der klassischen Mechanik behandelt werden, da ihm sehr viele gequantelte Einzelereignisse zugrunde liegen. Die nach außen hin wirksame Kernmagnetisierung kann also jede beliebige Richtung im Raum einnehmen.

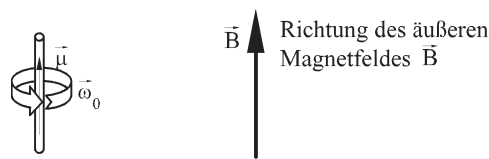


Abb. 8.39: Modell für das magnetische Verhalten einer großen Anzahl von Atomen

Die magnetische Kernspinresonanz kann mit dem in Abb. 8.39 gezeigten Modell vollständig erklärt werden. Dieses Modell besagt, dass die jeweils gleichen Atomkerne einer zu untersuchenden Probe sich wie ein Stabmagnet verhalten, der sich mit einer sehr hohen Frequenz ω_0 um seine eigene Achse dreht. Dieser Stabmagnet ist im Ruhezustand parallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet.

8.4.2.2.1 Anregung der Atomkerne in einem homogenen Magnetfeld mittels eines überlagerten rotierenden Magnetfeldes

Da im Folgenden ein umfassendes Verständnis der Präzession benötigt wird, soll diese zunächst im nachfolgenden Abschnitt näher besprochen werden.

8.4.2.2.1.1 Präzession

Um die Präzession zu verdeutlichen, sollen die Analogien zwischen den eines rotatorischen und den im allgemein besser bekannten Größen eines translatorischen Systems herangezogen werden (siehe auch Tabelle 8.6).

Zwei der wichtigsten Größen eines translatorischen Systems sind der Impuls $\vec{p}$, den ein Körper der Masse m und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ besitzt, und die Kraft $\vec{F}$, die auf ihn einwirkt. Dieser Impuls $\vec{p}$, der sich berechnet zu

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad (8.97)$$

bleibt ohne äußere Krafteinwirkung konstant. Wirkt dagegen eine Kraft $\vec{F}$ ein, die sich nach Newton berechnet zu

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}, \quad (8.98)$$

wobei $\vec{a}$ der Beschleunigung des Körpers entspricht, ändert sich dieser, d.h. es gilt

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (8.99)$$

Die Analogie zum Impuls $\vec{p}$ eines translatorischen Systems ist in einem rotatorischen System der Drehimpuls $\vec{L}$. Für einen mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ rotierenden Körper mit dem Trägheitsmoment Θ berechnet sich dieser zu

$$\vec{L} = \Theta \vec{\omega}. \quad (8.100)$$

Wie der Impuls kann sich auch der Drehimpuls $\vec{L}$ ohne äußere Einwirkung nicht verändern. Die äußere Einwirkung, die den Drehimpuls $\vec{L}$ dabei beeinflusst, ist das Drehmoment $\vec{M}$. Dieses ergibt sich zu

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (8.101)$$

oder in Analogie zu Gl. (8.98)

$$\vec{M} = \Theta \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \Theta \vec{b} \quad (8.102)$$

mit der Winkelbeschleunigung $\vec{b}$, bzw. analog zu Gl. (8.99)

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \quad (8.103)$$

Obige Gln. (8.99) und (8.103) müssen dabei immer so verstanden werden, dass eine Kraft $\vec{F}$ bzw. ein Drehmoment $\vec{M}$ die Ursache für eine Impuls- bzw. Drehimpulsänderung ist, nicht aber eine Impuls- bzw. Drehimpulsänderung die Ursache für eine Kraft $\vec{F}$ bzw. ein Drehmoment $\vec{M}$ ist. Ein Impuls $\vec{p}$ bzw. Drehimpuls $\vec{L}$ kann sich, wie oben bereits erwähnt, nie von selbst ändern.

Translation		Rotation	
s	Weg	φ	Winkel
v	Geschwindigkeit	ω	Winkelgeschwindigkeit
$a = dv/dt$	Beschleunigung	$\dot{\omega} = d\omega/dt$	Winkelbeschleunigung
m	Masse	Θ	Trägheit
$F = ma$	Kraft	$M = \Theta \dot{\omega}$	Moment
$p = mv$	Impuls	$L = \Theta \omega$	Drehimpuls
$E_{kin_{tr}} = 1/2mv^2$	Kinetische Energie	$E_{kin_{rot}} = 1/2\Theta\omega^2$	Kinetische Energie
$F = dp/dt$	Impulsänderung	$M = dL/dt$	Drehimpulsänderung

Tab. 8.6: Analogien zwischen einem translatorischen und rotatorischen System

An dem in Abb. 8.40a dargestellten Beispiel soll die Präzession veranschaulicht werden, wobei hier Reibungskräfte vernachlässigt werden.

Auf das im Abstand $\vec{r}$ drehbar gelagerte mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_k$ rotierende Rad mit dem Drehimpuls $\vec{L}$ wirkt aufgrund der Gewichtskraft $\vec{F}_g$ das Moment $\vec{M}_g$. Dieses lässt sich gemäß Gl. (8.101) berechnen zu

$$\vec{M}_g = \vec{r} \times \vec{F}_g.$$

Da obige Gleichung ein Kreuzprodukt ist, steht das Drehmoment $\vec{M}_g$ senkrecht auf $\vec{r}$ und $\vec{F}_g$. Gemäß Gl. (8.103) bewirkt dieses Drehmoment $\vec{M}_g$ während der Zeit dt folgende Drehimpulsänderung

$$d\vec{L} = \vec{M}_g dt.$$

Da dies eine skalare Multiplikation ist, zeigen beide axiale Vektoren $d\vec{L}$ und $\vec{M}_g$ in die gleiche Richtung, d.h. $d\vec{L}$ ist parallel zu $\vec{M}_g$. Damit ergibt sich das in Abb. 8.40b) dargestellte Momentendiagramm der axialen

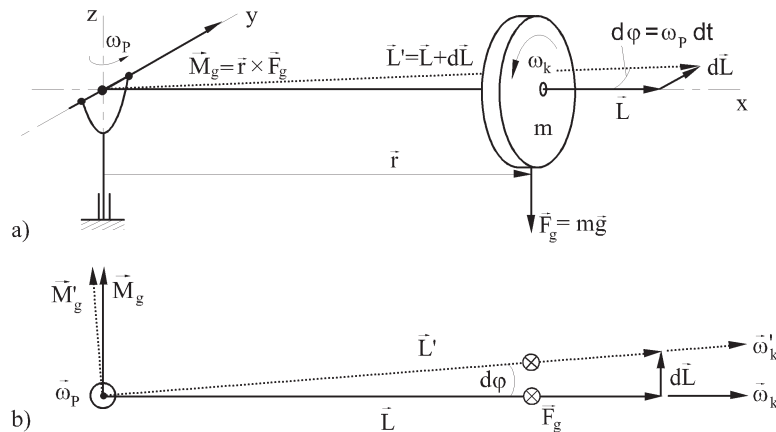


Abb. 8.40: a) Präzedierendes Rad; b) Momentendiagramm der axialen Vektoren

Vektoren. Der axiale Drehimpulsvektor $\vec{L}$ hat sich während der Zeit dt um den Winkel $d\varphi$ nach $\vec{L} + d\vec{L} = \vec{L}'$ gedreht (Vektoraddition). Da das Moment $\vec{M}_g$ permanent anliegt, rotiert damit dieser Drehimpulsvektor mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_p$, deren Betrag sich berechnet zu

$$\omega_p = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = \frac{M}{L'} = \frac{M}{\Theta \omega_k}, \quad (8.104)$$

um die Achse, die senkrecht auf $\vec{L}$ und $\vec{M}_g$ steht. Dieses Rotieren wird Präzession genannt und $f_p = \omega_p / (2\pi)$ Präzessionsfrequenz.

8.4.2.2.1.2 Änderung der Richtung des Kernspins beim Einwirken eines zirkular polarisierten Magnetfeldes geeigneter Frequenz

Alle nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich auf das Koordinatensystem in Abb. 8.41.

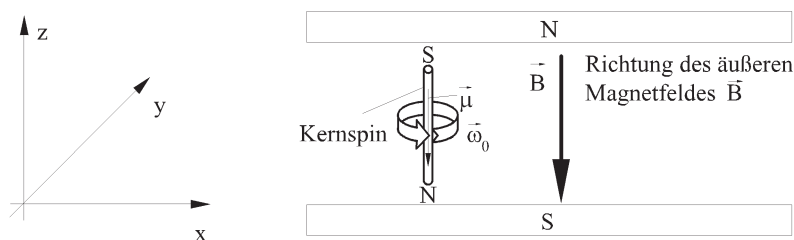


Abb. 8.41: Ruhezustand des Kernspins im Magnetfeld

Der Kernspin in einem konstanten äußeren Magnetfeld $\vec{B}$ besitzt eine genau definierte Ruhelage. Diese liegt parallel zu diesem und ist in Abb. 8.41 gezeigt. Zur Anregung des Kernspins wird ein in der xy -Ebene rotierendes Magnetfeld $\vec{B}_{\text{rot}}$ angelegt (Abb. 8.42). Dieses rotierende Magnetfeld übt ein Drehmoment $\vec{M}_{\text{rot}}$ auf den Kernspin aus. Infolgedessen präzediert dieser mit $\vec{\omega}_{\text{rot}}$ um diejenige Achse, die senkrecht zum Drehmoment $\vec{M}_{\text{rot}}$ und senkrecht zur Eigenrotationsachse $\vec{\omega}_0$ steht. Abb. 8.42 zeigt lediglich eine Momentaufnahme, da sich die Richtung von $\vec{M}_{\text{rot}}$ und damit auch von $\vec{\omega}_{\text{rot}}$ ständig ändert. Vektoriell kann dies beschrieben

werden durch

$$\vec{M}_{\text{rot}} = \vec{\omega}_{\text{rot}} \times \vec{L}, \quad (8.105)$$

wobei $\vec{L}$ proportional zum magnetischen Dipolmoment $\vec{\mu}$ ist. Die Präzession mit ω_{rot} lenkt den resultierenden Kernspin aus seiner Ruhelage aus. Durch die Auslenkung schließt der Kernspin mit dem äußeren Magnetfeld einen Winkel ein, so dass nun das äußere Magnetfeld ein rückstellendes Drehmoment $\vec{M}_L$ auf den Kernspin ausübt. Dieses Drehmoment $\vec{M}_L$ wiederum erzeugt eine Präzession mit der Frequenz $\vec{\omega}_L$, die als Larmorfrequenz bezeichnet wird und senkrecht auf $\vec{M}_L$ und $\vec{\omega}_0$ steht.

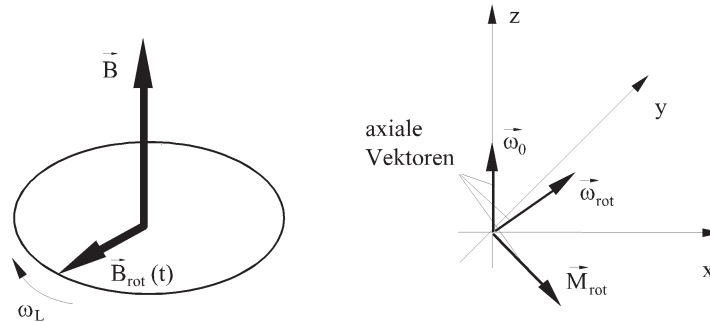


Abb. 8.42: Momentaufnahme der axialen Vektoren bei Einkopplung eines rotierenden Magnetfelds

Die Larmorfrequenz $|\vec{\omega}_L|$ ist eine vom Atomkern abhängige und damit charakteristische Größe für die zu untersuchende Probe. Sie ist außerdem dem äußeren Magnetfeld $|\vec{B}|$ proportional und genügt der in Gl. (8.106) angegebenen Beziehung.

$$|\vec{\omega}_L| = \gamma |\vec{B}|. \quad (8.106)$$

In Tabelle 8.7 sind die Nachweisempfindlichkeiten und das gyromagnetische Verhältnis wichtiger Isotope bei der magnetischen Kernspinresonanz aufgelistet. Es wird dabei deutlich, dass Wasserstoff eine hohe Nachweisempfindlichkeit besitzt. Damit ist die magnetische Kernspinresonanz ein für die Diagnose wichtiges Werkzeug zur Erkennung von Tumoren, da diese zum Großteil einen höheren Wasserstoffanteil als das umliegende, gesunde Gewebe besitzen.

Da die beiden Präzessionsbewegungen mit $\vec{\omega}_L$ und $\vec{\omega}_{\text{rot}}$ sich überlagern, ergibt sich eine Schraubenbahn des Kernspins, solange das rotierende Magnetfeld eingeschaltet bleibt (Abb. 8.43). Hier wird auch ersichtlich, dass jedes in der xy -Ebene rotierende Magnetfeld, das nicht mit der Larmorfrequenz rotiert, im zeitlichen Mittel die Richtung des Kernspins nicht ändert. Anziehung und Abstoßung wechseln sich nämlich während jeder Periode der Differenzfrequenz ab, somit liegt zu jedem Drehmoment eine halbe Periode später das entgegengesetzte Drehmoment an, was eine Präzession in die entgegengesetzte Richtung zur Folge hat. Im zeitlichen Mittel ergibt sich daher keine Richtungsänderung.

Die Größe des Auslenkungswinkels α ist also über die Einschaltdauer des rotierenden Magnetfeldes $\vec{B}_{\text{rot}}$ einstellbar. Wird das rotierende Magnetfeld zum Zeitpunkt $t = 0$ eingeschaltet, so gilt wegen dem zeitlich unveränderlichen äußeren Magnetfeld $\vec{B}$

$$\alpha(t) = \alpha(0) + |\vec{\omega}_{\text{rot}}|t. \quad (8.107)$$

Nach dem Abschalten des rotierenden Magnetfelds $\vec{B}_{\text{rot}}$ hört die Anregung der Präzession mit $\vec{\omega}_{\text{rot}}$ schlagartig auf. Die Larmorpräzession bleibt hiervon unbeeinflusst, da sie durch das äußere konstante Magnetfeld $\vec{B}$ verursacht wird. Der Kernspin präzediert daher mit der Larmorfrequenz $\vec{\omega}_L$ weiter.

Isotop	gyromagnetisches Verhältnis γ angegeben in $\gamma/2\pi$	relative Nachweisempfindlichkeit bezogen bezogen auf Wasserstoff ($\doteq 100$)	relative Nachweisempfindlichkeit im menschlichen Gewebe bezogen auf Wasserstoff ($\doteq 100$)
^1H	42.577MHz/T	100.00	100.00
^{13}C	10.705MHz/T	1.59	0.0000017
^{14}N	3.076MHz/T	0.101	0.00016
^{17}O	5.772MHz/T	2.91	0.000000075
^{19}F	40.055MHz/T	83.40	0.00055
^{23}Na	11.262MHz/T	9.27	0.00072
^{31}P	17.235MHz/T	6.64	0.0023
^{33}S	3.266MHz/T	0.471	0.000000001
^{39}K	2.987MHz/T	0.0084	0.0000035

Tab. 8.7: Nachweisempfindlichkeiten und gyromagnetisches Verhältnis wichtiger Isotope bei der magnetischen Kernspinresonanz

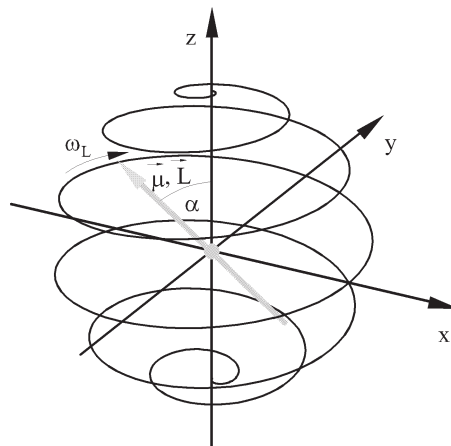


Abb. 8.43: Überlagerung der durch das rotierende Magnetfeld $\vec{B}_{\text{rot}}$ und das äußere Magnetfeld $\vec{B}$ verursachten Präzessionsbewegungen

8.4.2.2.1.3 Erzeugung eines rotierenden Magnetfelds

In der in Abb. 8.44 gezeigten kombinierten Sende- und Empfangsspule, die das Messobjekt umschließt, wird bei sinusförmigem Wechselstrom ein linear polarisiertes Magnetfeld $\vec{B}(t)$ erzeugt. Seine Polarisationsrichtung ist gleich der Spulenachse. Die Amplitude des Spulenfelds verläuft demnach sinusförmig und hat den mit B_{max} bezeichneten Spitzenwert. Die Ausbildung des linear polarisierten Felds $\vec{B}(t)$ kann man sich auch aus der Überlagerung zweier gegenläufig zirkular polarisierter Felder erzeugt vorstellen (Abb. 8.45), denn nach Euler gilt

$$\cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}).$$

Daraus folgt für $B(t) = \cos(\omega_0 t)$

$$B(t) = \frac{1}{2} B_{\text{max}} e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2} B_{\text{max}} e^{-j\omega_0 t}. \quad (8.108)$$

Durch den Ausdruck $1/2B_{\max}e^{j\omega_0 t}$ wird ein rechtsdrehendes zirkular polarisiertes Feld beschrieben und durch den Ausdruck $1/2B_{\max}e^{-j\omega_0 t}$ ein linksdrehendes zirkular polarisiertes Feld. Die Addition beider Felder ergibt $B(t)$. Ist $\omega_0 = \omega_L$ dient, wie im Abschnitt 8.4.2.2.1.2 gezeigt, das eine zirkular polarisierte Feld der Anregung der Atomkerne, das andere weist den entgegengesetzten Umlaufsinn auf und ergibt im zeitlichen Mittel keine Wirkung.

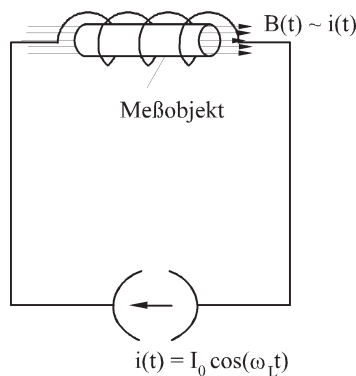


Abb. 8.44: Kombinierte Sende- und Empfangsspule, in die die zu untersuchende Probe hineinsteckt wird (längs der Spulenachse)

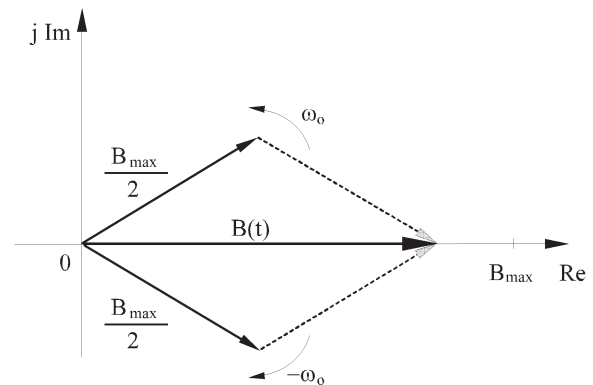


Abb. 8.45: Überlagerung einer rechtsdrehend zirkular polarisierten Welle mit einer linksdrehend zirkular polarisierten Welle zu einer linear polarisierten Welle

8.4.2.2.2 Verhalten des ausgelenkten Kernspins

Der ausgelenkte Kernspin kehrt nach Abschalten des rotierenden Magnetfeldes $\vec{B}_{\text{rot}}$ wieder allmählich in die Ruhelage zurück, da seine potentielle Energie in Form von Gitterschwingungen (Wärme) verloren geht. Das Zurückgehen in die Ruhelage bewirkt eine Änderung der von den Kernspins in einer Empfangsspule induzierten Spannung, da mit dem Zurückgehen die Amplitude der rotierenden Feldkomponente sich ständig ändert. Das Verschwinden der induzierten Spannung wird Relaxation genannt. Für die induzierte Spannung ist noch ein weiterer Vorgang von Bedeutung. Die Kernspins der einzelnen Atome beeinflussen sich durch die von ihnen ausgehenden Magnetfelder auch gegenseitig, wenn auch nur in geringem Umfang. Diese geringe Beeinflussung reicht aus, um die nach dem Abschalten des rotierenden Magnetfeldes phasengleichen Kernspins außer Phase zu bringen. Das hierfür keine starke Beeinflussung nötig ist, zeigt folgende Überlegung. Bei einer Larmorpräzessionsfrequenz von 10MHz sei angenommen, dass zwei zu betrachtende Kernspins sich derart beeinflussen, dass der eine Kernspin um 0.001% langsamer präzediert. Damit ergibt sich pro Periode der Larmorfrequenz eine Phasenabweichung von 0.0036° . Nach 50000 Perioden ergibt sich gerade eine Phasenverschiebung von 180° , so dass beide präzedierenden Kernspins nach außen hin keine Wirkung mehr zeigen. 50000 Perioden entsprechen bei 10MHz einer Zeit von 5ms. Da alle Kernspins sich auf diese Weise beeinflussen, wird in diesem Beispiel nach 5ms das in der Empfangsspule induzierte Signal weitgehend abgeklungen sein.

Die Änderung der Amplitude der von den Kernspins induzierten Spannung hat somit zwei Ursachen. Erstens kehrt der Kernspin durch Energieverluste in Form von Wärme allmählich (Größenordnung Millisekunden bis mehrere Sekunden) wieder in seine Ruhelage zurück. Zweitens verlieren die einzelnen Kernspins ihre Gleichphasigkeit durch gegenseitige Beeinflussung (Größenordnung Millisekunden bis mehrere Sekunden). Diese rührt daher, dass das von jedem einzelnen Kernspin ausgehende Magnetfeld sich dem von außen auferlegten Magnetfeld überlagert und sich somit bei den benachbarten Kernspins gemäß Gl. (8.106) eine

geringfügig andere Larmorfrequenz ergibt. Der zweite Effekt bewirkt in jedem Fall einen Amplitudenabfall in der Empfangsspule während der erste Effekt für über 90° ausgelenkte Spins einen Amplitudenanstieg bedeutet, da nur bei genau 90° Auslenkung die rotierende Feldkomponente maximal ist. Trotzdem wird nach dem Abschalten des rotierenden Magnetfeldes die induzierte Spannung abnehmen, da der Verlust der Gleichphasigkeit wesentlich schneller vor sich geht als das Zurückkehren in die Ruhelage.

In der Praxis wird der Verlust der Gleichphasigkeit noch durch Inhomogenitäten im äußeren Magnetfeld $\vec{B}$ verstärkt. Da die Larmorfrequenz gemäß Gl. (8.106) proportional zu $|\vec{B}|$ ist, bewirken, wie in der obigen Überlegung gezeigt, bereits Inhomogenitäten von 0.001% den Verlust der Gleichphasigkeit innerhalb von 5ms bei einer mittleren Larmorfrequenz von 10MHz. Der Amplitudenverlauf in der Empfangsspule ist damit durch zwei Zeitkonstanten charakterisiert.

Das Zurückkehren des Kernspins in die Ruhelage wird durch die SPIN-GITTER Relaxationszeitkonstante T_1 beschrieben. Der Verlust der Gleichphasigkeit wird durch die SPIN-SPIN Relaxationszeitkonstante T_2 ausgedrückt. Berücksichtigt man noch die Wirkung der Feldinhomogenitäten, so tritt an Stelle von T_2 die noch kürzere Zeitkonstante T'_2 .

8.4.2.3 Pulssequenzen

Im folgenden wird bei allen Anregungsarten von Hochfrequenzimpulsen gesprochen. Gemeint ist damit die für eine genau definierte Zeit τ an der gemeinsamen Sende- und Empfangsspule anliegende Wechselspannung mit der Larmorfrequenz $\vec{\omega}_L$ zur Erzeugung des rotierenden Magnetfeldes. Ein 90° Impuls bedeutet also, dass die Wechselspannung solange anliegt, dass der Kernspin um genau 90° von seiner Ruhelage ausgelenkt wird. Die Impulsdauern τ_{90° bzw. τ_{180° sind dabei im Vergleich zu den anderen Zeiten wie den Relaxationszeiten deutlich kleiner. Die Darstellungen dieser Impulsdauern sind daher in den nachfolgenden Abbildungen stets übertrieben lang gezeichnet. Alle nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich wieder auf das Koordinatensystem in Abb. 8.41. Diese nachfolgend beschriebenen Pulssequenzen dienen zum einen zur Spektroskopie, d.h. zur Bestimmung der Relaxationszeitkonstanten T_1 und T_2 , die unter anderen vom Atomkern und damit vom chemischen Element abhängig sind. Zum anderen können diese Pulssequenzen zur Bilderzeugung eingesetzt werden.

8.4.2.3.1 Freier Induktionsabfall

Das Signal aus dem freien Induktionsabfall, auch kurz FID-Signal genannt (engl.: Free Induction Decay), entsteht durch Anregung der Kerne mit einem 90° Impuls. Die angeregten Kerne präzedieren dann in der xy -Ebene mit der Larmorfrequenz $\vec{\omega}_L$. Die Amplitude der durch den präzedierenden Kernspin in der Sende-/Empfangsspule induzierten Spannung U_{FID} nimmt nach dem Ende des 90° Impulses exponentiell ab (Abb. 8.46). Maßgebend ist in vielen Fällen die Zeitkonstante T'_2 , die häufig sehr viel kleiner ist als T_1 (bei sehr reinem Wasser z.B. ist $T_1 = T_2$) und deshalb die Dephasierung gegenüber dem Zurückgehen in die Ruhelage dominiert. Die induzierte Spannung $U_{\text{FID}}(t)$ kann beschrieben werden durch

$$U_{\text{FID}}(t) = (1 - e^{-T/T_1}) K e^{-t/T_1} e^{-t/T'_2} \sin(|\omega_L|t), \quad (8.109)$$

wobei K eine Proportionalitätskonstante ist, die u.a. von der Kerndichte abhängt, und T der Abstand zweier aufeinanderfolgender Messungen.

Für große Wiederholintervall-dauern T ($T > 5T_1$) und wenn $T'_2 < 0.003T_1$ vereinfacht sich obige Gl. (8.109)

zu

$$U_{\text{FID}}(t) = K e^{-t/T_2'} \sin(|\omega_L|t). \quad (8.110)$$

In diesen Fällen kann das FID-Signal zur Bestimmung der Zeitkonstanten T_2' herangezogen werden.

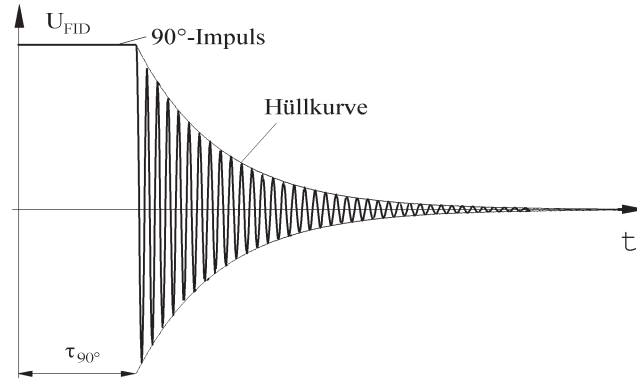


Abb. 8.46: FID-Signal

Das Maximum des FID-Signals ist abhängig von der Anzahl der ausgelenkten Kernspins. Je mehr ausgelenkt sind, desto größer ist das induzierte Signal. Damit ist die Maximalamplitude des induzierten Signals ein Maß für die Kernspindichte. Da das FID-Signal sein Maximum jedoch unmittelbar nach Abschalten des 90° Impuls hat, ist dessen Bestimmung nicht einfach. Denn die Amplitude des eingekoppelten 90° Impuls ist um Größenordnungen höher (bis zu Faktor 100) als das in der Empfangsspule induzierte FID-Signal. Der Einfluss des ausgeschalteten 90° Impuls muss daher unterdrückt werden.

8.4.2.3.2 Spinecho

Um das Spinecho zu erhalten, wird zuerst das FID-Signal erzeugt. Dem 90° Impuls folgt im Abstand τ ein 180° Impuls (Abb. 8.48). Dieser ist wie der 90° Impuls so kurz, dass die geringfügigen Unterschiede in den Larmorfrequenzen der einzelnen Spins durch deren Außerphasegeraten und Zurückklappen in die Ruhelage während seiner Dauer vernachlässigt werden können. Zum Einschaltzeitpunkt des 180° Impulses weisen die Kernspins eine statistische Phasenbeziehung auf, da der Zeitabstand τ stets wesentlich größer als die SPIN-SPIN Relaxationszeit T_2 gewählt wird. Weil die SPIN-GITTER Relaxationszeit T_1 größer als T_2 ist, sind die Kernspins noch nicht in ihre Ruhelage zurückgekehrt. Mit dem Einschalten des rotierenden Magnetfeldes wirkt auf alle Kernspins ein Drehmoment $\vec{M}$. Gemäß Gl. (8.105) präzedieren die Kernspins nun mit $|\vec{\omega}_p|$ um eine Achse. Die Lage dieser Achse ist gleich der Richtung des rotierenden Magnetfeldes zu seinem Einschaltzeitpunkt. Die Abb. 8.47 zeigt exemplarisch die Wirkung des 180° Impulses auf 4 Kernspins. Die Achsen x' , y' und z' sind die Achsen des mit $|\vec{\omega}_L|$ um die z -Achse rotierenden Koordinatensystems, das im weiteren Verlauf noch öfters verwendet wird. Der Vorteil dieses rotierenden Koordinatensystems liegt darin, dass damit nur noch eine der beiden Präzessionen sichtbar wird, nämlich die, die durch das rotierenden Magnetfeld verursacht wird.

Die durchgezogen gezeichneten Spins markieren den Zustand direkt vor dem Einschalten des 180° Impulses, die gestrichelt gezeichneten den Zustand direkt nach dem 180° Impuls. Die Richtung des rotierenden Magnetfeldes beim Einschalten ist entscheidend dafür, um welche Achse die Kernspins präzedieren. Für die Zeichnung wurde hierfür die x' -Achse gewählt, d.h. das rotierende Magnetfeld besitzt direkt nach seinem Einschalten nur eine x' -Komponente. Der Kernspin der in der $x'z'$ -Ebene liegt wird daher nach dem

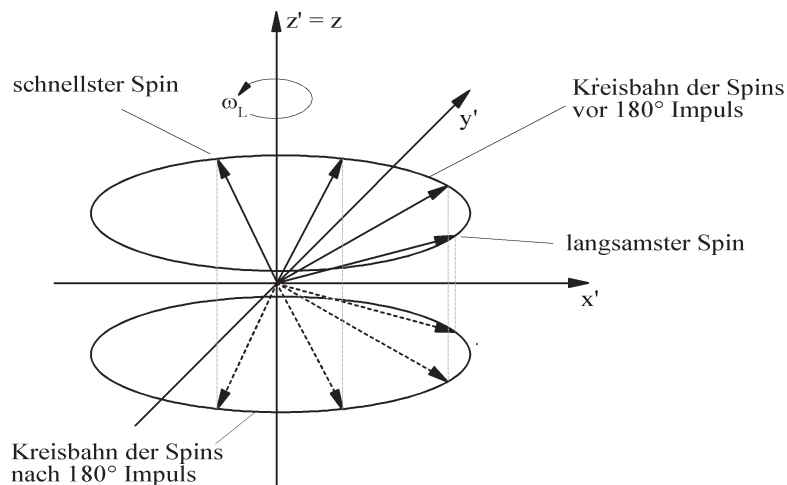


Abb. 8.47: Wirkung des 180° Impulses

180° Impuls wieder in dieser Ebene liegen. Die Auswirkung des 180° Impulses kann zweigeteilt beschrieben werden.

1. Umkehrung der z' -Komponente aller Kernspins. Die z' -Komponente hat ihre Ursache in der fortgeschrittenen Rückkehr in die Ruhelage nach dem 90° Impuls.
2. Spiegelung der in der $x'y'$ -Ebene liegenden Komponente der Kernspins an einer Achse. Die Lage dieser Achse ist gleich der Richtung des rotierenden Magnetfeldes zu seinem Einschaltzeitpunkt. Es sei hier nochmals angemerkt, dass der 180° Impuls so kurz ist, dass die geringfügigen Unterschiede in den Larmorfrequenzen während seiner Dauer vernachlässigt werden können.

Im folgenden wird weiterhin mit dem mit $|\vec{\omega}_L|$ rotierenden Koordinatensystem gearbeitet. Dabei darf aber nicht vergessen werden, dass jeder Kernspin mit einer Komponente in der $x'y'$ -Ebene aufgrund des äußeren Magnetfeldes mit $|\vec{\omega}_L|$ um die z -Achse des feststehenden Koordinatensystems präzediert. Der 180°-Impuls hat wegen der Spiegelung der in der $x'y'$ -Ebene liegenden Komponenten der Kernspins die gegenseitige Lage der einzelnen Kernspins so verändert, dass nun der mit der niedrigsten Larmorfrequenz präzedierende Kernspin alle anderen Kernspins 'überholt' hat und nun in Drehrichtung ganz vorne liegt. Gleiches gilt analog für den zweitlangsamsten Kernspin u.s.w.. Die geringen Unterschiede in der Larmorfrequenz haben, wie oben bereits erwähnt, zwei Ursachen. Zum einen beeinflussen sich die einzelnen Kernspins durch das von jedem Kernspin ausgehende Magnetfeld gegenseitig, zum anderen weist das äußere Magnetfeld in der Praxis unvermeidbare Inhomogenitäten auf. Nur die zweite Ursache für die Abnahme der Gleichphasigkeit wird durch die Lageumkehr nach dem 180° Impuls nach der Zeit τ wieder für einen Moment rückgängig gemacht. Zu diesem Zeitpunkt weist die in der Sende-/Empfangsspule induzierte Spannung U_{SE} ein Maximum auf. Da das Außerphasegeraten aufgrund gegenseitiger Beeinflussung statistisch erfolgt und dieser Vorgang somit irreversibel ist, weist das Spinecho verglichen mit dem FID-Signal nach dem 90° Impuls immer eine geringere Amplitude auf. Die Amplitude der induzierten Spannung U_{SE} ist abhängig von

- Wiederholintervalldauer T der Messungen,
- Echozeit 2τ ,
- Menge und Dichte der angeregten Kerne,
- atomkernspezifischer Empfindlichkeit und Empfangsspulenabmessungen und
- Relaxationszeitkonstanten T_1 und T_2 (nicht T_2' !!!).

Die Abhängigkeit von der Menge und Dichte der angeregten Kerne und der atomkernspezifischen Empfindlichkeit und Empfangsspulenabmessungen wird zusammengefasst in der Konstanten K berücksichtigt. Damit ergibt sich für das induzierte Spinechosignal U_{SE}

$$U_{SE} = K(1 - e^{-T/T_1})e^{-2\tau/T_2}. \quad (8.111)$$

Bei ausreichenden Pausen zwischen den einzelnen Messungen (d.h. T groß) kann von einem vollständig in Ruhe befindlichen System zu Beginn jeder Messung ausgegangen werden. Dies drückt sich in Gl. (8.111) durch den Wegfall des Terms mit der Relaxationszeit T_1 aus, d.h. es gilt

$$U_{SE}(T > 5T_1) = Ke^{-2\tau/T_2}. \quad (8.112)$$

Durch zwei Spinechomessungen U_{SE_1} und U_{SE_2} mit verschiedenen τ kann so gemäß Gl. (8.112) die Zeitkonstante T_2 bestimmt werden zu

$$T_2 = \frac{2(\tau_2 - \tau_1)}{\ln\left(\frac{U_{SE_1}}{U_{SE_2}}\right)}. \quad (8.113)$$

Es dabei zu beachten, dass die Zeit τ zwischen dem 90° - und 180° -Impuls nicht zu groß gewählt wird, da dann ein bis jetzt noch nicht betrachteter Effekt nicht mehr vernachlässigbar ist. Damit das Spinecho entstehen kann, müssen, wie mehrfach erwähnt, die in ihrer Phase auseinanderdriftenden Kernspins wieder zu einer einheitlichen Phasenbeziehung gebracht werden. Dies geschieht durch den 180° -Impuls, der nach der Zeit τ nach dem 90° -Impuls eingekoppelt wird und die gegenseitige Lage der Spins vertauscht, so dass nach Ende der Echozeit die schnellen Spins die langsamen gerade eingeholt haben. Voraussetzung dafür, dass wieder eine Phasengleichheit entsteht, ist allerdings, dass sich die Präzessionsfrequenz jedes einzelnen Kernspins bis zum Auftreten des Spinechos nicht ändert. Diese Voraussetzung ist bei großem τ nicht mehr erfüllt, da dann durch Diffusion die Spins in Bereiche mit anderer Magnetfeldstärke (das Magnetfeld ist ja nie 100%ig homogen) driften und dort zwangsläufig eine geringfügig andere Larmorfrequenz annehmen. Abhilfe bringt hier die in Abschnitt 8.4.2.3.3 besprochene Carr–Purcell Sequence (CP), bei der anstelle eines 180° -Impuls wie beim Spinecho eine äquidistante Folge von 180° -Impulsen gesendet wird. Der Abstand 2τ der 180° -Impulse untereinander kann jetzt so klein gehalten werden, dass der Diffusionseffekt vernachlässigt werden kann.

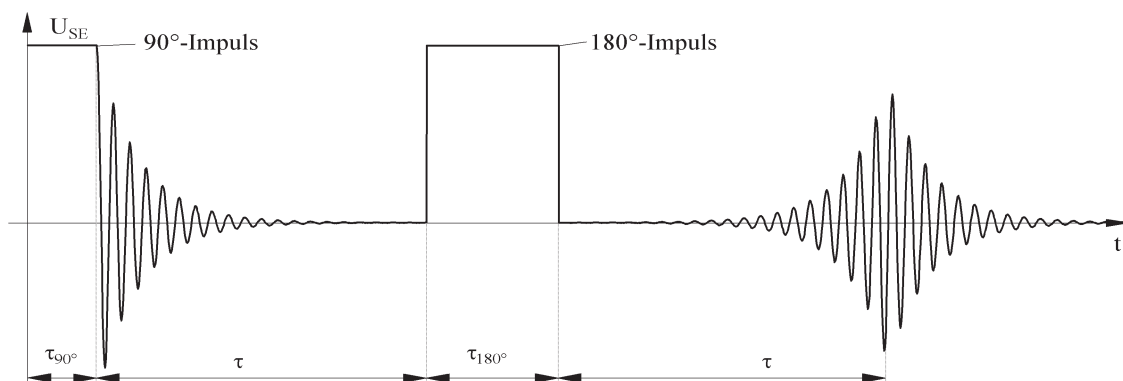


Abb. 8.48: Spinecho-Signal

Die Erzeugung des Spinechos ist bei allen Proben möglich. Von großer Bedeutung ist dabei, dass die zu messende Maximalamplitude des induzierten Signals, in der die Information über die Kernspindichte steckt,

nicht unmittelbar wie beim FID-Signal nach dem eingekoppelten Impuls folgt, sondern erst im Abstand τ (Abb. 8.48). Damit kann der Einfluss des 180° -Impuls, der wie der 90° -Impuls eine deutlich höhere Amplitude als das induzierte Signal besitzt, vermieden werden. Deshalb wird das Spinecho-Signal häufig bei der Bilderzeugung eingesetzt. Eine Bestimmung der Relaxationszeiten T_1 und T_2 ist dagegen nur für homogene Proben sinnvoll, da sich sonst keine rein exponentiell abklingenden Vorgänge mehr ergeben, da die Summe zweier oder mehrerer Exponentialfunktionen im Allgemeinen keine Exponentialfunktion mehr ist.

8.4.2.3.3 Multi-Spinecho und Carr-Purcell-Sequence

Die T_2 Bestimmung aus zwei Spinechomessungen mit verschiedenem τ unterliegt starken Schwankungen. Genauer ist es, viele Spinechomessungen mit jeweils verschiedenen τ zu machen. Die Spinechoamplitude U_{SE} bei kleinen Wiederholfrequenzen der Einzelmessungen wird bereits im Abschnitt 8.4.2.3.2 bestimmt. Sie genügt folgender Gleichung

$$U_{SE}(\tau) = U_{SE}(0)e^{-2\tau/T_2}. \quad (8.114)$$

Wird 2τ durch t ersetzt, folgt

$$\ln \frac{U_{SE}(0)}{U_{SE}(\tau)} = \frac{t}{T_2} \quad (8.115)$$

und daraus

$$\ln U_{SE}(0) - \ln U_{SE}(\tau) = \frac{t}{T_2}. \quad (8.116)$$

Trägt man $U_{SE}(\tau)$ auf die Ordinate (logarithmisch) und t auf die Abszisse eines halblogarithmischen Koordinatensystems auf, so ergibt sich aus der negativen Steigung der sich ergebenden Geraden die Relaxationszeit T_2 . Der nicht messbare Wert von $\ln U_{SE}(0)$ ist für die Bestimmung von T_2 unwichtig, da er nur den Achsenabschnitt, nicht aber die Steigung der sich ergebenden Geraden beeinflusst.

Die Bestimmung von T_2 durch viele einzelne Spinechomessungen ist zeitaufwendig. Besser und einfacher ist die nach zwei Forschern benannte Carr-Purcell-Sequence. Hierbei werden durch einen anfänglichen 90° -Impuls die Kernspins ausgelenkt. Im Abstand τ nach dem 90° -Impuls wird eine Folge von 180° -Impulsen eingestrahlt. Die Zeitabstände zwischen zwei benachbarten 180° -Impulsen sind einheitlich 2τ (Abb. 8.49). Die Wirkung lässt sich folgendermaßen erklären. Der 90° -Impuls lenkt die Kernspins senkrecht zum äußeren Magnetfeld aus, ihm folgt das FID-Signal von der Probe. Der erste 180° -Impuls bewirkt nun wie gewohnt die Entstehung des Spinechos. Jeder der nun folgenden 180° -Impulse bewirkt aber das gleiche, da zu Beginn jedes 180° -Impulses die Kernspins bereits wieder außer Phase sind und somit der gleiche Zustand wie vor dem ersten 180° -Impuls vorliegt. Die Amplitude der Spinechos nimmt allerdings von Spinecho zu Spinecho ab, da das statistische Außerphasegeraten nicht reversibel ist. Die Amplitudenabnahme der Spinechos kann zur Bestimmung der SPIN-SPIN Relaxationszeit T_2 benützt werden. Es gelten hierfür selbstverständlich die selben Gleichungen (Gln. (8.111) – (8.113)) wie beim Spinecho.

8.4.2.3.4 Inversion-Recovery

Beim Inversion-Recovery Experiment (Abb. 8.50) wird zum Zeitpunkt $t = t_a$, in dem sich alle Kernspins im Ruhezustand befinden (Abb. 8.51a), zuerst ein 180° -Impuls eingestrahlt. Dieser kehrt nach $t = t_{180^\circ}$ die Richtung der Kernspins um (Abb. 8.51b). Sofort nach dem Ende des 180° -Impuls ($t = t_{180^\circ} + dt$) beginnt die exponentielle Rückkehr der Kernspins in die Ruhelage (Abb. 8.51c). Dabei besitzt der resultierende Kernspin sehr bald nur noch eine Komponente in z -Richtung, da die Kernspins aufgrund der sehr kurzen SPIN-GITTER Relaxationszeit recht schnell ihre Gleichphasigkeit verlieren. Während des Zeitintervalls

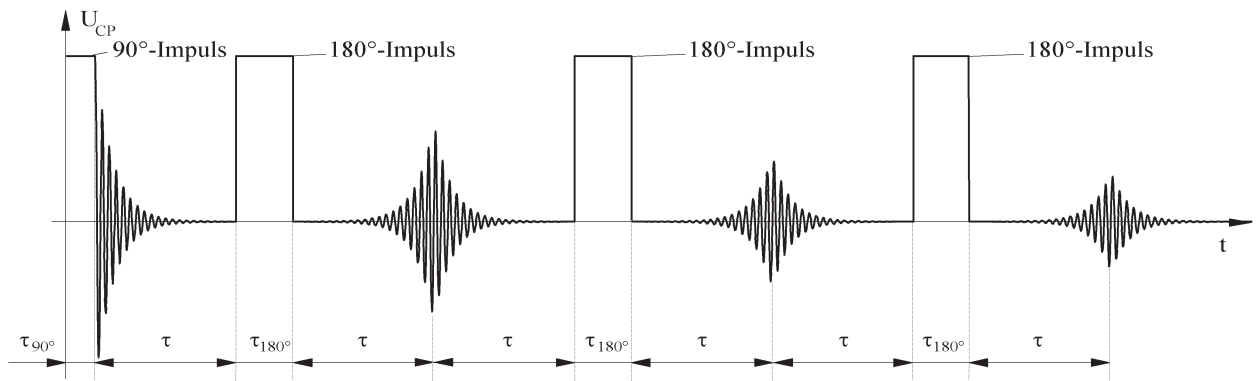


Abb. 8.49: Carr-Purcell-Sequenz

$t_{180^\circ} < t < t_0$ zeigt diese z -Komponente in $-z$ -Richtung (Abb. 8.51d), verschwindet zum Zeitpunkt $t = t_0$ (Abb. 8.51e) und zeigt dann wiederum ab dem Zeitpunkt $t > t_0$ in $+z$ -Richtung (Abb. 8.51f). Zum Zeitpunkt $t = t_r$ befinden die Kernspins dann wieder in der Ruhelage wie zum Zeitpunkt $t = t_a$.

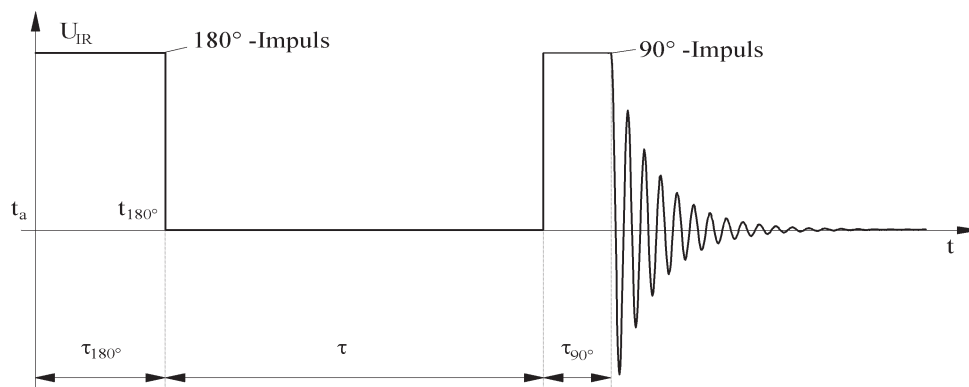


Abb. 8.50: Inversion-Recovery-Signal

Nach einer vorab eingestellten Zeitverzögerung τ (Abb. 8.50) wird nach dem 180° -Impuls ein 90° -Impuls eingestrahlt. Dieser bewirkt eine 90° Präzession der einzelnen Kernspins um diejenige Achse, die gleich der Richtung des rotierenden Magnetfeldes zu seinem Einschaltzeitpunkt ist. Da die Zeitverzögerung τ in jedem Fall deutlich größer als die SPIN-SPIN Relaxationszeit gewählt wird, kann zu Beginn des 90° -Impuls stets von einer statistischen Phasenbeziehung der einzelnen Kernspins ausgegangen werden. Das heißt, dass die x - und y -Komponenten der einzelnen Kernspins sich insgesamt aufheben und das Verhalten aller Kernspins somit, wie in den Abbn. 8.51d bis 8.51f gezeigt, durch einen einzigen resultierenden Kernspin beschrieben werden kann. Dieser besitzt nur eine Komponente in z -Richtung (feststehendes Koordinatensystem) bzw. z' -Richtung (rotierendes Koordinatensystem). Der 90° -Impuls bewirkt also eine Präzession des resultierenden Kernspins um 90° . Folglich liegt dieser nach dem 90° -Impuls in der xy -Ebene und präzediert nun mit $\vec{\omega}_L$ um die z -Achse. Durch die Präzession wird eine Spannung in der Sende-/Empfangsspule induziert. Diese ist proportional zur Stärke der Magnetisierung in z -Richtung vor dem 90° -Impuls, da dieser nur die Richtung, nicht aber den Betrag der Magnetisierung ändert.

In den Abbn. 8.52a bis 8.52c ist die Wirkung des 90° -Impuls gezeigt und zwar für die drei verschiedenen

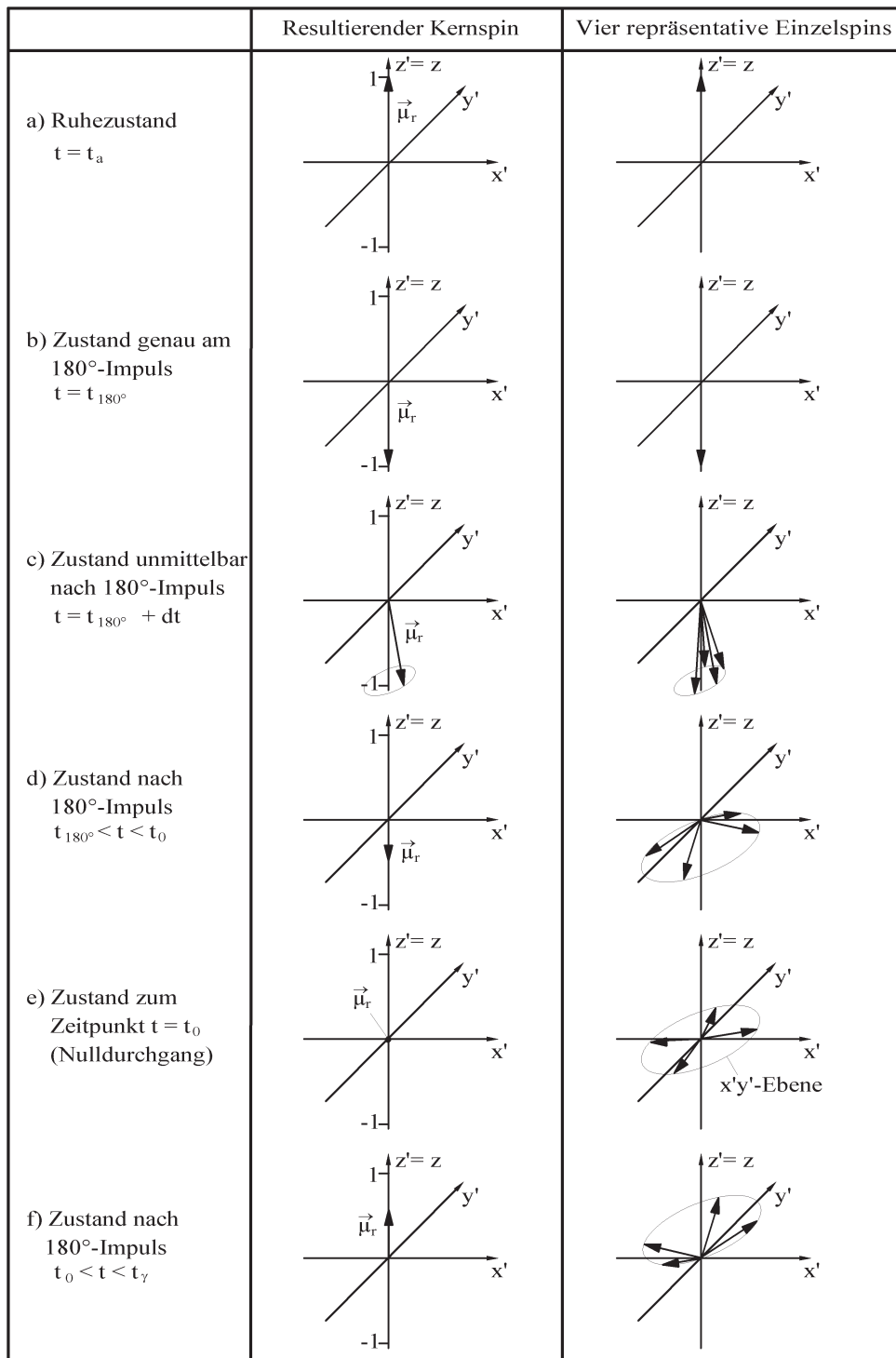


Abb. 8.51: Ablaufdiagramm der vorschreitenden Relaxation nach dem 180°-Impuls. Dargestellt sind der resultierende Kernspin (links) und vier repräsentative Einzelspins (rechts) zu verschiedenen Zeiten in einem rotierenden Koordinatensystem

Einstellungen nach den Abbn. 8.51d bis 8.51f. Die jeweils beiden linken Bilder zeigen den Zustand vor dem 90°-Impuls, die beiden rechten danach. Gezeigt ist jeweils die Darstellung im rotierenden Koordinatensystem.

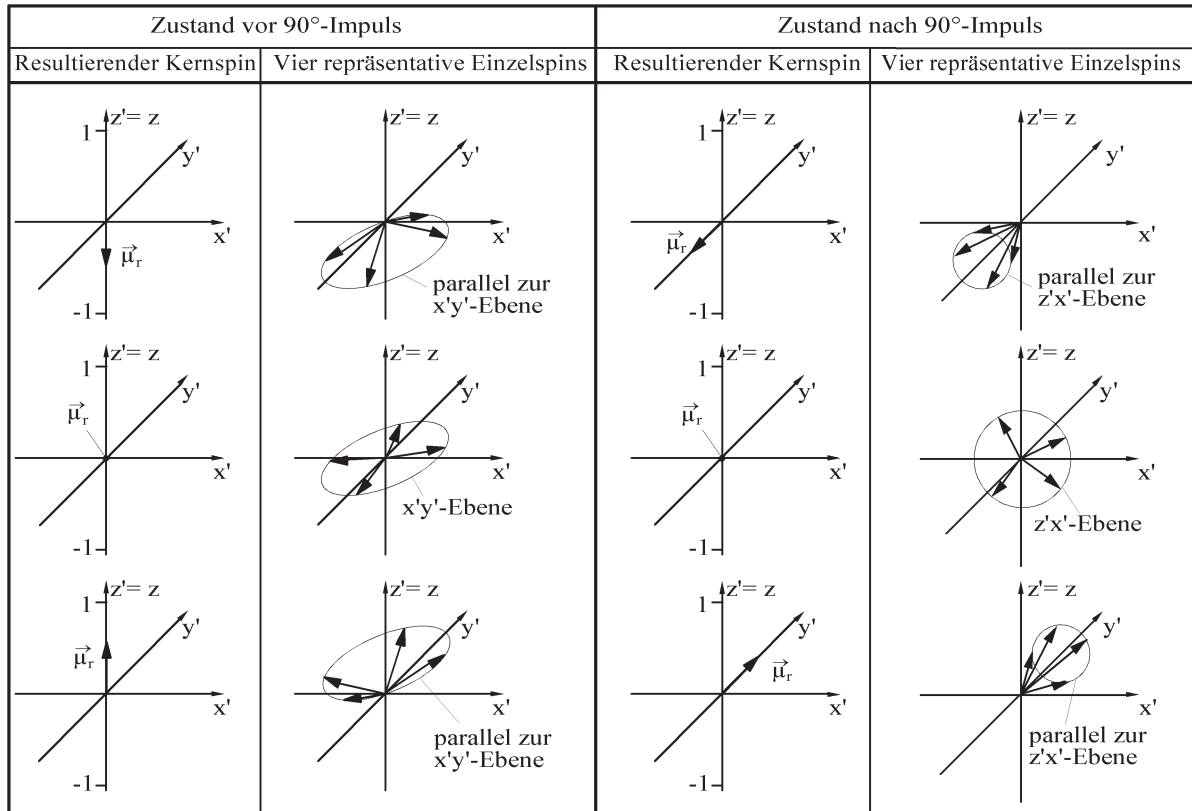


Abb. 8.52: Dargestellt sind jeweils der resultierende Kernspin und vier repräsentative Einzelspins zu verschiedenen Zeiten in einem rotierenden Koordinatensystem und zwar vor (links) und nach (rechts) dem 90°-Impuls

Die Größe des nach dem 90°-Impuls empfangenen Signals ist abhängig von der Verzögerungszeit τ und damit proportional der vor dem 90°-Impuls vorhandenen resultierenden z -Magnetisierung $M_z(\tau)$. Für die Amplitude der resultierenden z -Magnetisierung gilt

$$M_z(\tau) = M_{z_0} \left(1 - 2e^{-\tau/T_1} \right). \quad (8.117)$$

Dabei ist M_{z_0} die z -Magnetisierung im Ruhezustand ($t = t_a$).

Gl. (8.117) zeigt zwei Möglichkeiten, T_1 zu bestimmen. Erstens kann durch experimentelle Bestimmung derjenigen Zeitverzögerung τ zwischen dem 180°- und dem 90°-Impuls, bei der M_z Null wird, T_1 berechnet werden. Es muss dazu die Zeit $\tau_0 = t_0 - t_{180^\circ}$ bestimmt werden, bei der das Inversion-Recovery-Signal U_{IR} verschwindet. Für die SPIN-GITTER-Relaxationszeit folgt dann gemäß Gl. (8.117)

$$T_1 = \frac{\tau_0}{\ln 2}. \quad (8.118)$$

Die zweite Methode ist genauer, aber auch zeitaufwendiger. Gl. (8.117) kann nach τ/T_1 aufgelöst werden. Man erhält dann

$$\frac{\tau}{T_1} = -\ln \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{M_z(\tau)}{M_{z_0}} \right) \right]. \quad (8.119)$$

Dabei sind $M_z(\tau)$ und M_{z_0} proportional zur in der Sende-/Empfangsspule induzierten Spannung U_{IR} , so dass hier auch direkt das Verhältnis der gemessenen Spannungen $U_{IR}(\tau)/U_{IR}(0)$ eingesetzt werden darf.

Die Ruhemagnetisierung M_{z_0} und damit $U_{\text{IR}}(0)$ kann einerseits durch Einstellen des größtmöglichen τ gesehen, denn dies ist gleichbedeutend mit τ gleich unendlich, andererseits aber auch durch Erzeugung des FID-Signals und Messung dessen Amplitude, da in beiden Fällen der 180° -Impuls wirkungslos ist. Zur T_1 Bestimmung werden IR-Messungen mit verschiedenen τ gemacht und $1/2(1 - U_{\text{IR}}(\tau)/U_{\text{IR}}(0))$ auf der Ordinate (logarithmisch) und τ auf der Abszisse eines halblogarithmischen Koordinatensystems aufgetragen. Aus der Steigung der sich ergebenden Geraden lässt sich dann T_1 bestimmen.

8.4.2.4 Magnetische Kernspinresonanz im Magnetfeld mit Feldgradienten

Bisher wurde vorausgesetzt, dass sich die zu untersuchende Probe in einem sehr homogenen Magnetfeld befindet. Für die exakte Bestimmung der Relaxationszeiten ist diese Homogenität auch erforderlich. Sollen aber Schnittbilder von der Probe erzeugt werden, so muss in dem von der Probe ausgehenden Signal eine Information über den Entstehungsort des Signals enthalten sein. Genauer gesagt, es muss das Gesamtsignal in Einzelsignale aufgeschlüsselt werden können und diesen Einzelsignalen müssen genau bekannte räumliche Gebiete zugeordnet werden können. Auf diese Weise kann ein Kerndichtebild der Probe erzeugt werden. Bei der Kernspintomographie wird als Ortsinformation die Larmorfrequenz $\vec{\omega}_L$ verwendet. Sie ist dem äußeren Magnetfeld $\vec{B}$ proportional. Wird nun ein lineares Gradientenfeld anstelle des homogenen Magnetfeldes angelegt, so ist das Magnetfeld in der Probe nicht mehr räumlich konstant, sondern nur noch ebenenweise. Dementsprechend ist auch die Larmorfrequenz $\vec{\omega}_L$ gemäß Gl. (8.106) nur noch ebenenweise konstant (Abb. 8.53).

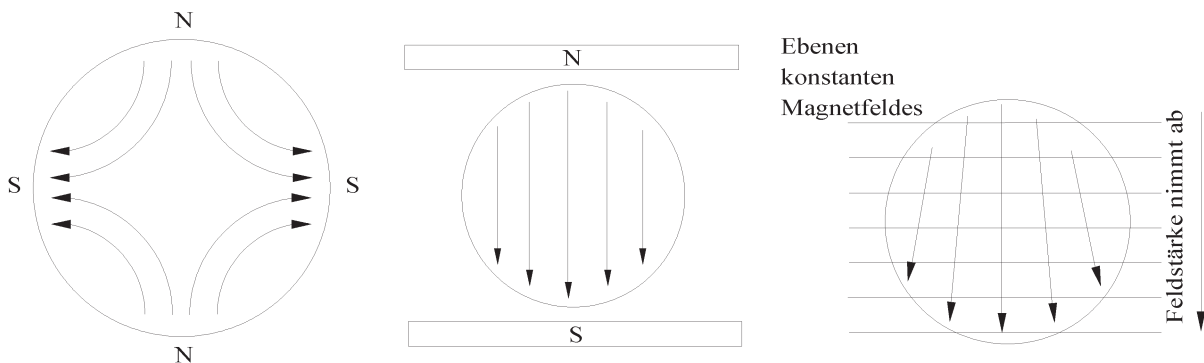


Abb. 8.53: Erzeugung eines näherungsweise linearen Gradientenfelds (rechts) durch Überlagerung des homogenen Feldes eines Dauermagneten (Mitte) mit dem Feld zweier entgegengesetzt vom Strom durchflossenen Spulen (links).

Nach der Auslenkung präzedieren die Kernspins wie gewohnt mit $|\vec{\omega}_L|$. Allerdings ist $|\vec{\omega}_L|$ jetzt nur noch innerhalb jeder Ebene konstanten Magnetfeldes konstant. Da in der Sende-/Empfangsspule bisher eine Spannung mit der Frequenz $f_L = |\vec{\omega}_L|/2\pi$ induziert wurde, wird jetzt ein Frequenzgemisch mit einer Bandbreite Δf_L induziert. Diese Bandbreite ist abhängig von der Stärke des Gradienten. Gelingt es, aus dem induzierten Frequenzgemisch die Amplitude der einzelnen Frequenzanteile herauszubekommen, so kann durch einfaches Auftragen der Amplitude (genauer: der Amplitudendichte) über der Frequenz eine eindimensionale Projektion der Kerndichte gewonnen werden.

Eine Gewinnung der Amplitudendichte der einzelnen Frequenzen im Frequenzband $\Delta\omega_L$ erfolgt durch die in Abschnitt 3.2.1.2 besprochene Fourier-Transformation. Aus dem empfangenen Signal wird die Fouriertransformierte bestimmt, die der eindimensionalen Projektion der Kernspindichte der Probe entspricht. In

Abb. 8.54 ist beispielhaft die Bestimmung der Kernspindichte von Wasserstoffkernen in einem mit Wasser gefüllten Reagenzglas gezeigt, in dem zwei PTFE-Stäbe (PTFE: Polytetrafluoretylen (Teflon)) eingeführt sind, die keine Wasserstoffatome enthalten. Ohne die beiden Stäbe erhält man somit im Idealfall ein halbkreisförmig ansteigendes Signal. An den Stellen, an denen die beiden Teflonstäbe sich befinden, erhält man demnach ein halbkreisförmig abfallendes Signal. Die Überlagerung beider Signale ergibt das in Abb. 8.54 dargestellte Signal.

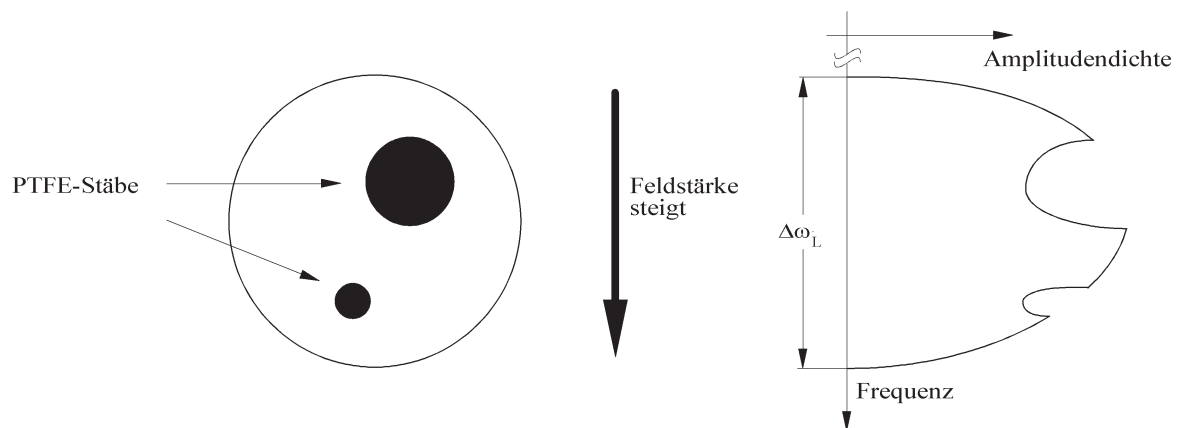


Abb. 8.54: Projektion der Kernspindichte (hier Wasserstoff) am Beispiel einer Probe aus zwei PTFE-Stäben die in einem runden Reagenzglas von Wasser umgeben sind (Draufsicht von oben). Der Protonengehalt von Glas ist vernachlässigbar, PTFE (Teflon) enthält keine Protonen

Zur Erzeugung eines Schnittbilds müssen mehrere eindimensionale Projektionen aus verschiedenen Richtungen aufgenommen werden. Dazu muss entweder das Objekt oder die Aufnahme­richtung gedreht werden. Die Verarbeitung der vielen Einzelmessungen aus unterschiedlichen Projektionsrichtungen zu einem Schnittbild geschieht mittels eines Computerprogramms. Ausführungsformen von MR-Geräten zur Bilderzeugung können z.B. in (Krestel, 1988) nachgelesen werden.

Kapitel 9

Medizinische Gerätesicherheit

9.1 Warum Sicherheitsmaßnahmen

Gesetze zur Sicherheit medizinischer Geräte sind notwendig, weil die medizinisch-technischen Geräte unter den technischen Arbeitsmitteln eine Sonderstellung einnehmen, aufgrund der von ihnen bei Mängel oder fehlerhafter Bedienung ausgehenden Gefahren und des gefährdeten Personenkreises¹ (Korger, 1985). Die am häufigsten auftretenden Gefahrenquellen sind:

- mechanische Einwirkungen
- physikalische Größen aus der Umgebung (z.B. Feuchte, Temperatur)
- von Patienten und Anwendern nicht erkennbare vom Gerät erzeugte gefährliche ionisierende Strahlung oder Hochfrequenzstrahlung.
- elektrischer Strom (z.B. Ableitströme)
- elektromagnetische Strahlung (z.B. Licht)
- falsche Bedienung durch das klinische Personal

Es werden deshalb hohe Anforderungen an elektromedizinische Geräte gestellt, da

- der Patient in vielen Fällen auf eine Gefährdung nicht reagieren kann (bewusstlos, Abwehrreflexe ausgeschaltet),
- der elektrische Widerstand unter Umständen durch Katheter oder ähnliches wesentlich verringert wird,
- das Herz als lebenswichtiges Organ besonders gefährdet ist (insbesondere bei Untersuchung oder Behandlung am oder im Herzen) und
- zum Überleben wichtige Körperfunktionen von Geräten gestützt oder übernommen werden müssen.

Ebenso werden aber auch hohe Anforderungen an das klinische Personal gestellt, das die Geräte bedienen muss. Um dieser Gefahrenquellen entgegenzutreten,

- muss eine jederzeit griffbereite klar verständliche Bedienungsanleitung vorhanden sein,
- sollte das Personal durch den Gerätehersteller geschult werden und
- es sollten mögliche Gefahrenquellen durch genormte Beschilderung vor Ort gekennzeichnet werden.

¹Nicht nur der Anwender ist gefährdet, sondern darüberhinaus und in erster Linie der Patient, der statt des erhofften gesundheitlichen Nutzens in diesen Fällen gesundheitliche Schäden oder gar tödliche Folgen in Kauf nehmen muss.

Es wurden daher Verordnungen erlassen, mit dem Ziel:

- Patienten und Anwendern vor Lebensgefahr und Schädigung zu schützen.
- die Funktion der Geräte sicherzustellen, auch bei gleichzeitiger Anwendung mehrerer Geräte (z.B.: EKG-Schreiber und HF-Chirurgiegeräte; d.h. Schutz vor Störsignalen).
- für das Krankenhauspersonal eine klare Organisationsregelung zu schaffen, die die Zuständigkeiten und Verantwortlichkeiten gegeneinander abgrenzen.

Die Erstellung dieser Gesetze erfolgte unter folgender Sicherheitsphilosophie:

- Die Geräte müssen sicher gebaut und vor in Betriebnahme in Ordnung sein.
- Die Geräte müssen sicher installiert sein².
- Die Geräte müssen sachgerecht angewendet werden.
- Der erste auftretende Fehler darf nicht gefährlich sein (Prinzip des ersten Fehlers).

Allerdings kann auch durch diese Verordnungen keine absolute Sicherheit garantiert werden, da es prinzipiell nicht möglich ist alle Gefahrenquellen abzudecken, d.h. ein Restrisiko bleibt bestehen.

9.2 Elektrische Sicherheit

9.2.1 Sicherheitsvorschriften

9.2.1.1 Nationale Sicherheitsvorschriften für Deutschland

- MedGV (Medizinische Geräteverordnung)
- DIN/VDE-Bestimmungen, insbesondere:
 - VDE 750: Inbetriebnahme neuer Geräte
 - VDE 751: Instandhaltung und Wartung alter Geräte

9.2.1.2 Internationale Sicherheitsvorschriften

- IEC-Anordnungen (International Electrotechnical Committee)

Wichtig!

Beim Vertrieb der medizinischen Geräte ins Ausland sind neben den internationalen Bestimmungen stets die in dem jeweiligen Bestimmungsland zusätzlich geltenden Vorschriften zu beachten.

9.2.2 Gruppierung der medizinisch-technischen Geräte

Gemäß der MedGV werden die medizinisch-technischen Geräte in vier Gruppen eingeteilt:

- Gruppe 1:
Energetisch betriebene medizinisch-technische Geräte, die in der Anlage zur MedGV einzeln und vollständig aufgeführt sind.

²Siehe elektrische Installation medizinisch genutzter Räume: DIN 57107 / VDE 107/.81.

- Gruppe 2:
Implantierbare Schrittmacher und sonstige energetisch betriebene medizinisch–technische Implantate.
- Gruppe 3:
Energetisch betriebene medizinisch–technische Geräte, die nicht in Gruppe 1 aufgeführt und nicht der Gruppe 2 zuzuordnen sind.
- Gruppe 4:
Alle sonstigen medizinisch–technischen Geräte (nichtenergetisch, z.B. rein manuell betriebene Geräte).

9.2.3 Klassifizierung der Geräte

9.2.3.1 Klassifizierung nach der Art des Schutzes gegen elektrischen Schlag

Zum Schutz des Patienten und des Bedienungspersonals hat der Verband Deutscher Elektrotechniker e.V. (VDE) für medizinisch genutzte Räume und elektromedizinische Geräte besondere Bestimmungen herausgegeben. Danach müssen Geräte mit Netzanschluss zum Schutz gegen das Übertreten der Netzspannung auf berührbare Metallteile außer einer zuverlässigen Isolierung der unter Spannung stehenden Teile eine zusätzliche Schutzmaßnahme aufweisen. Hierfür unterscheidet der VDE so genannte Schutzklassen.

- Geräte der Schutzklasse I sind Geräte, bei denen alle berührbaren leitfähigen Teile des Geräts (z.B. Gehäuse) über den Schutzkontakt mit dem Schutzleiter des Leitungsnetzes verbunden sind. Bei auftretendem Fehler der Basisisolierung wird das vorgeschaltete Sicherungselement ausgelöst.
- Geräte der Schutzklasse II sind Geräte mit einer doppelten oder verstärkten Isolierung, einer so genannten Schutzisolierung.
- Geräte der Schutzklasse III sind Geräte, bei denen der Schutz gegen elektrischen Schlag dadurch hergestellt wird, indem sie mit einer Niederspannung (Schutzkleinspannung) versorgt werden³.

9.2.3.2 Klassifizierung nach dem Grad des Schutzes gegen elektrischen Schlag

Um den Patienten ausreichend gegen elektrischen Schlag zu schützen, muss der Patienten dem Anwendungsfall entsprechend gut von dem Gerät isoliert werden. Daher teilt der VDE die Geräte je nach Anschlussmöglichkeit in unterschiedliche Typen ein. Die Patientenanschlüsse der Geräte sind laut DIN–IEC 601 mit Bildzeichen versehen, die die Geräteklassifikation international erkennen lassen (siehe Tabelle 9.1).

9.2.4 Ströme im Patienten

9.2.4.1 Physiologische Wirkungen des elektrischen Stroms

Entscheidend für die physiologischen Auswirkungen des elektrischen Stroms ist seine Stromdichte. Besonders gefährdet ist die Funktion des Herzens. Es besteht u.a. die Gefahr der Auslösung von Herzkammerflimmern, welches das Herzzeitvolumen nahezu zu Null reduziert. Die Gefährdung des Herzens hängt von folgenden Faktoren ab:

- Dem Weg des Stroms innerhalb des Körpers
- Der Frequenz des applizierten Stroms
- Der Einwirkdauer

³Für alle Geräte, die in Körperhöhlen eingeführt werden (z.B. Endoskope) sind z.B. max.6V statt 24V erlaubt.

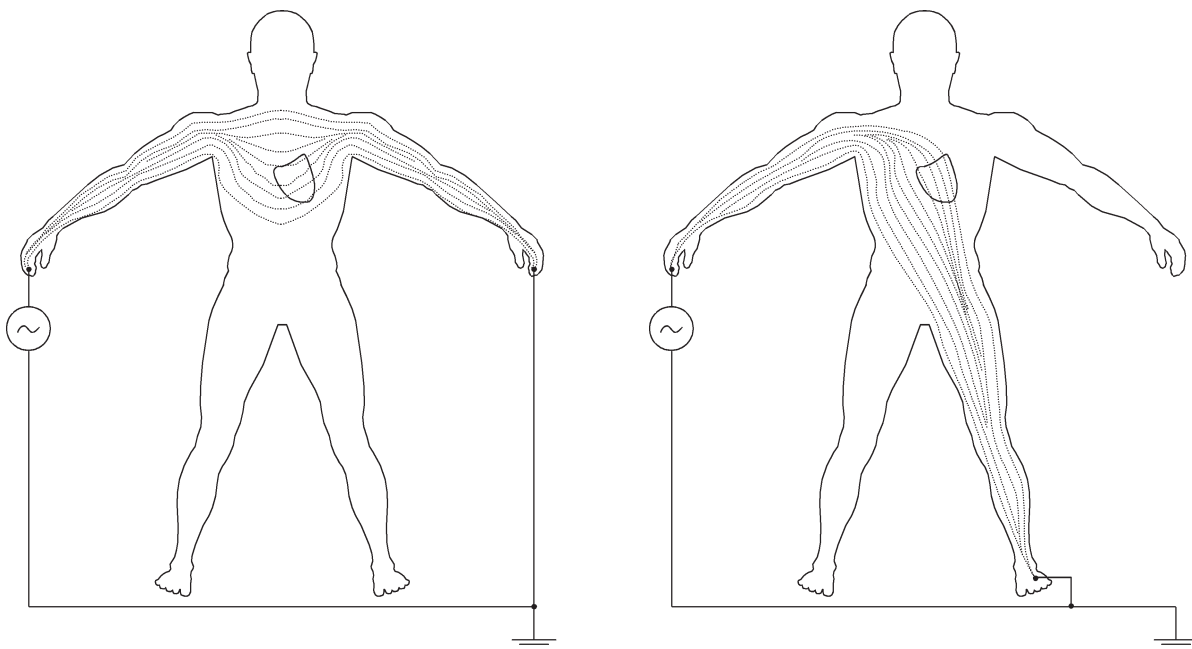
	<u>Geräte des Typs CF</u> : Geräte mit hochisolierten Patientenanschlüssen, für intrakardiale Anwendung geeignet, die Anschlüsse sind nicht defibrillationsfest.
	<u>Geräte des Typs CF</u> : Die Anschlüsse sind defibrillationsfest.
	<u>Geräte des Typs BF</u> : Geräte mit isolierten Patientenanschlüssen, die Anschlüsse sind nicht defibrillationsfest.
	<u>Geräte des Typs BF</u> : Die Anschlüsse sind defibrillationsfest.
	<u>Geräte des Typs B</u> : Geräte mit nicht isolierten Patientenanschlüssen, die Anschlüsse sind nicht defibrillationsfest.
	<u>Geräte des Typs B</u> : Die Anschlüsse sind defibrillationsfest.

Tab. 9.1: Einteilung der Geräte in unterschiedliche Typen

- Dem Einwirkzeitpunkt
- Dem Ausgangszustand des Herzens (Vorschädigung)

9.2.4.2 Makroschock

Wird der Strom über die intakte Haut eingespeist, z.B. zwischen zwei Extremitäten (Hand—Hand bzw. Hand—Fuß; Abb. 9.1a bzw. (b)), spricht man ab einer von Mensch zu Mensch unterschiedlichen Stromdichte von einem *Makroschock*.



(a) Hand—Hand

(b) Hand—Fuß

Abb. 9.1: *Makroschock*: breite Strombahn $\leadsto$ geringe Stromdichte; großer Hautwiderstand (trocken: $15k\Omega \dots 1M\Omega$) $\leadsto$ geringer Spannungsabfall im Körper

Die typischen Auswirkungen eines *Makroschocks* sind Verkrampfungen und eine Vergiftung des Körpers durch

eine im Gewebe stattfindende Elektrolyse. Im folgenden werden typische Stromstärken für den *Makroschock* angegeben. Die Werte gelten für einen sinusförmigen Strom von 50 bis 60Hz.

- Die Wahrnehmbarkeitsschwelle des *Makroschocks* liegt im statistischen Mittel bei etwa $1.1mA$ (untere Grenze bei ca. $500\mu A$).
- Ab ca. $2mA$ wird der eingespeiste Strom als unangenehm oder schmerzhaft empfunden, ist allerdings bei kurzzeitiger Einspeisung unschädlich.
- Die Verkrampfungsschwelle liegt im statistischen Mittel bei Männern bei ca. $16mA$, bei Frauen bei ca. $11mA$.
- Ab etwa $20mA$ ist ein Stillstand der Atmung möglich.
- Die Todesgrenze (Auftreten von Herzflimmern oder Lähmung der Atmungsmuskulatur) liegt zwischen 70 und $100mA$, wobei die Stromeinspeisung mindestens einige Sekunden dauern muss.

Mögliche Notfallmaßnahmen:

- bei Lähmung der Atmungsmuskulatur:
künstliche Beatmung (bis zu 20 Minuten lang!)
- bei Herzkammerflimmern:
Da das Herz normalerweise nicht von allein wieder in einen geordneten Kontraktionsrhythmus kommt, muss eine Zwangssynchronisierung des Myokards durch einen Schockimpuls (Kondensatorentladung) mittels eines Defibrillators herbeigeführt werden ($4kV$ Anfangsspannung, $400J$ Impulsladung, 1 ... $6A$ Spitzenstrom).

9.2.4.3 Mikroschock

Wird der Strom über einen Anschluss (Katheter mit Sonde) direkt im oder am Herzen eingespeist (Abb. 9.2), wird ab einer für jeden Menschen unterschiedlichen Stromdichte ein *Mikroschock* ausgelöst. Folgende besondere Merkmale sind zu beachten:

- Da die Stromdichte an Sonden in Blutbahnen oder im Herzen besonders hoch ist, kann das Herzflimmern beim Menschen schon bei niedrigen Strömen ($\approx 80\mu A$) auftreten; beim Hund liegt die Fibrillationsschwelle zwischen 20 und $800\mu A$, es ist jedoch bereits bei $< 20\mu A$ ein reversibler Herzstillstand möglich.
- Aufgrund der guten Leitfähigkeit im Blut können diese Ströme schon bei kleinen Spannungen erreicht werden.

9.2.4.4 Frequenzeinfluss

Wie bereits erwähnt, hängen die Schwellwerte der Ströme von der Frequenz ab. In Abb. 9.3a ist die Empfindlichkeitsschwelle abhängig von der Frequenz der angewendeten Ströme zu sehen, in Abb. 9.3b die so genannte *Let-go-current*-Schwelle (*Loslass-Strom*-Schwelle).

Es lassen sich folgende Einflüsse der Frequenz auf den Menschen angeben.

- Aus Abb. 9.3a und Abb. 9.3b erkennt man, dass die Schwellenstromstärke im Bereich zwischen 10 und 500Hz am niedrigsten ist. Dies bedeutet zum einen, dass in diesem Bereich die Reizbarkeit der Nerven

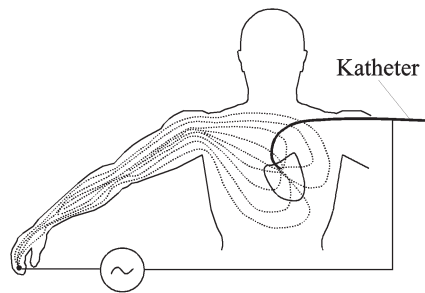


Abb. 9.2: *Mikroschock*: hohe Stromdichte um Katheterspitze ('Quellpunkt') im Herzen $\leadsto$ geringer Widerstand des Körperinneren ($200 \dots 1000\Omega$) $\leadsto$ starker Strom

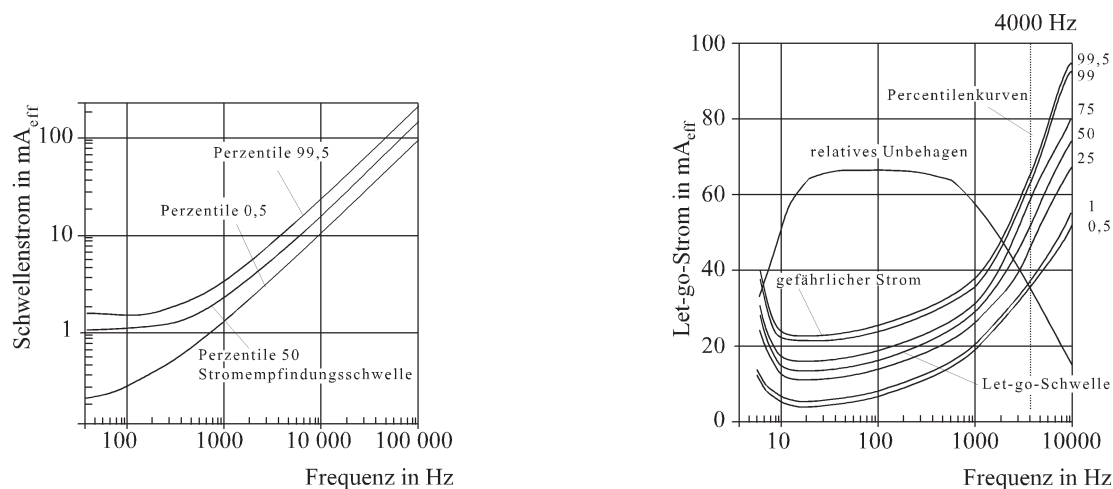


Abb. 9.3: (a) Empfindlichkeitsschwelle in Abhängigkeit der Frequenz der verwendeten Ströme

Abb. 9.3: (b) *Let-go current*-Schwelle in Abhängigkeit der Frequenz der verwendeten Ströme

und Muskeln am stärksten ist, und zum anderen, dass eine starke Gefährdung von der Netzspannung ausgeht, deren Frequenz (50 bzw. 60Hz) ebenfalls in diesem Bereich liegt.

- Hochfrequente Ströme führen nicht zur Stimulation, sondern nur zur Erwärmung $\leadsto$ Verbrennungen sind möglich.
- Durch hochfrequente Ströme (Mikrowellen, LASER- und Röntgenstrahlen) treten im Organismus Strahlenschäden auf.

9.2.4.5 Kennzeichnung der möglichen Ströme und deren zulässige Grenzwerte

Elektromedizinische Geräte werden eingesetzt zur Messung der vom Organismus erzeugten elektrischen Signale oder als Therapiehilfsmittel. Der in beiden Fällen im Patienten fließende Strom wird unterschieden in:

- Patientenhilfsstrom (Messstrom), d.h. der im Patienten und dem Anwendungsteil des Geräts fließende Strom bei direkter Messung elektrischer Größen, die prinzipiell nicht verlustfrei durchgeführt werden

kann (z.B. Aufnahme von EKG oder EEG). Dieser Strom soll keine physiologische Auswirkung haben.

- Patientennutzstrom, d.h. der im Patienten und dem Anwendungsteil des Gerätes fließende Strom mit gewollter physiologischer Wirkung (z.B. Herzstimulation, Nerven- und Muskelreizung, Defibrillation).

In elektromedizinischen Anlagen können zudem über ungewollte Koppelkapazitäten und auch Koppelinduktivitäten unbeabsichtigte Ströme fließen. Diese können für Patient und Anwender oder Dritte gefährdend sein oder Störungen bei der Messung physiologischer Größen hervorrufen. Derartige Ströme sind:

- Ableitströme.
Sie können Patienten, Anwender oder Dritte gefährden. Sie sind sehr gefährlich bei intrakardialen Anwendungen für den Patienten, wegen der Möglichkeit Herzkammerflimmern auszulösen.
- Hochfrequenzströme.
Sie können Verbrennungen hervorrufen oder Störungen der Messungen physiologischer Größen verursachen.
- Netzbrumm.
Er kann die Messung der physiologischen Größen stören.

Beim Ableitstrom wird zwischen dem Gehäuseableitstrom, dem Patientenableitstrom und dem Erdableitstrom unterschieden.

- Der Gehäuseableitstrom ist der Strom, welcher bei Berührung eines Geräts gegen die Bezugsmasse über den Berührenden abfließt (Abb. 9.4).
- Der Patientenableitstrom entsteht durch eine Kopplung zwischen dem Netzteil eines Geräts und seinem Anwendungsteil. Er fließt über den Patienten gegen Masse ab (Abb. 9.5).
- Der Erdableitstrom ist der Strom, der vom Netzteil durch oder über die Isolierung zum Schutzleiter fließt.

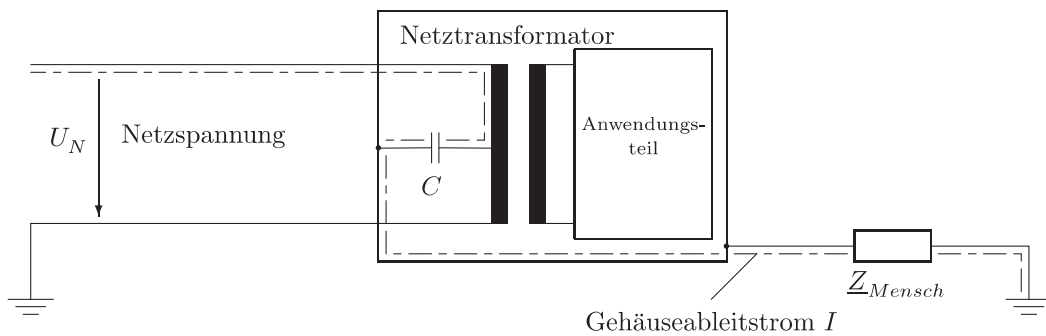
	Typ B	Typ BF	Typ CF
Erdableitstrom	0.50 (1.00)	0.50 (1.00)	0.50 (1.00)
Gehäuseableitstrom	0.10 (0.50)	0.10 (0.50)	0.01 (0.50)
Patientenableitstrom	0.10 (0.50)	0.10 (0.50)	0.01 (0.05)
Patientenableitstrom ⁴	– (5.00)	– (–)	– (–)
Patientenableitstrom ⁵	– (–)	– (5.00)	– (0.05)
Patientenhilfsstrom	0.01 (0.50)	0.01 (0.50)	0.01 (0.05)

Tab. 9.2: Zulässige Werte der Ströme unter Normalbedingungen und im ersten Fehlerfall (Klammerwerte). Alle Werte in mA

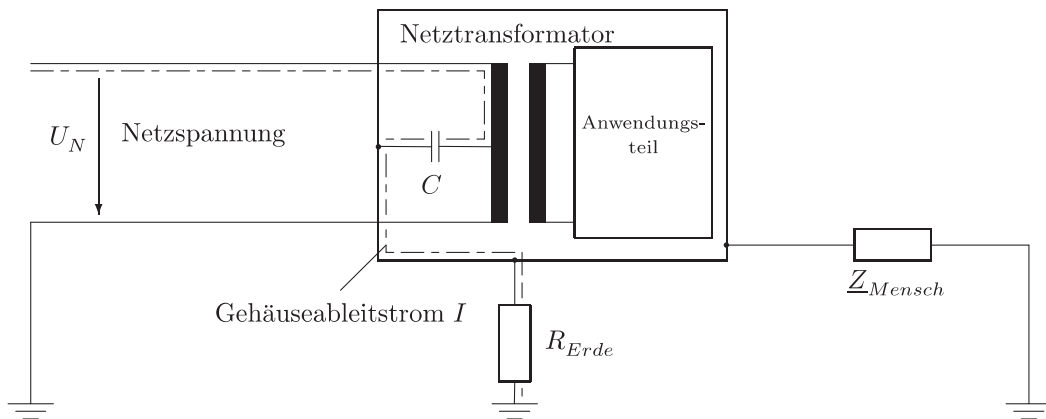
In Tabelle 9.2 sind für die Ströme je nach Gerätetyp die zulässigen Grenzwerte aufgeführt.

⁴Netzspannung am Signaleingangs-Signalausgangsteil

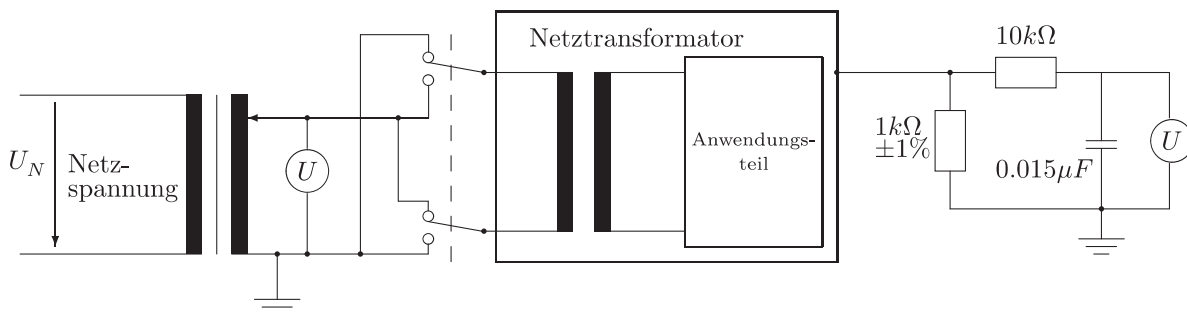
⁵Netzspannung am Anwendungsteil



(a) Ein Ableitstrom I fließt aufgrund einer Kapazität C zwischen der Primärwicklung des Transformators und dem Gehäuse über den relativ großen Widerstand Z_{Mensch} des Menschen

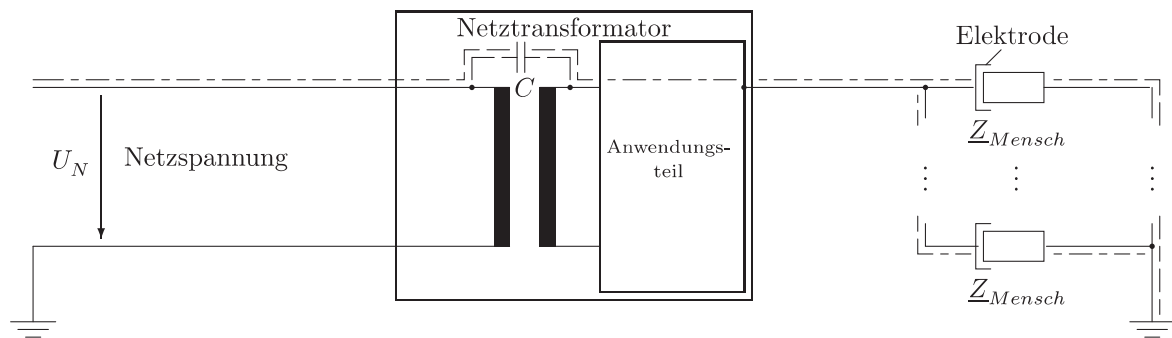


(b) Der Gehäuseableitstrom I wird aufgrund der niederohmigen Schutzleitererdung $R_{Erde} \ll R_{Mensch} = \operatorname{Re}\{Z_{Mensch}\}$ nicht über den Menschen, sondern direkt zur Erde abgeführt

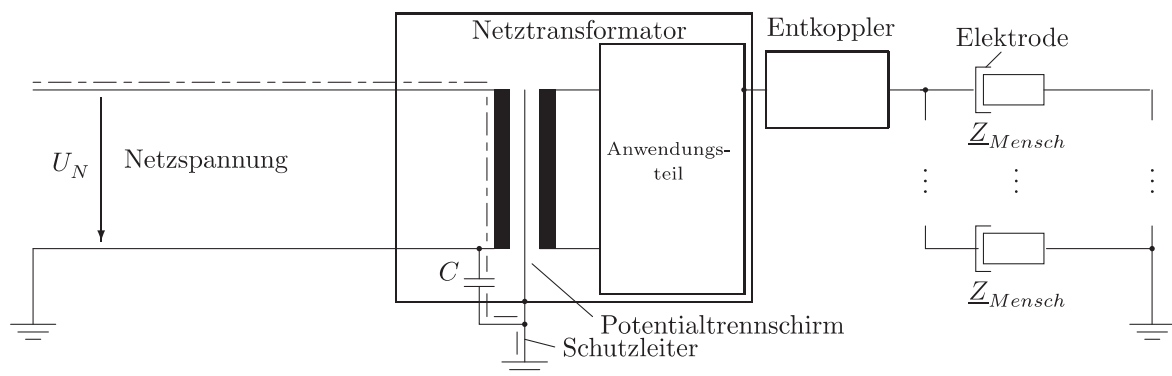


(c) Messanordnung nach DIN IEC 601/VDE 0750 mit international vereinbarter elektrischer Ersatzschaltung vom Innenwiderstand des Menschen

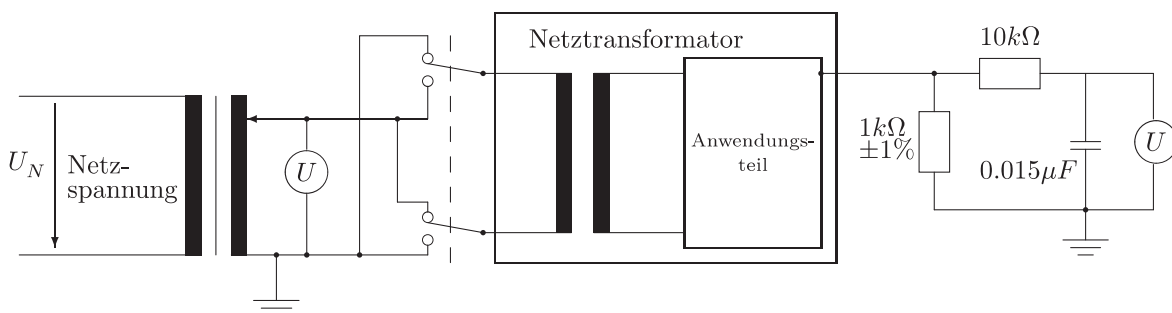
Abb. 9.4: Gehäuseableitstrom: (a) ohne und (b) mit Schutzerdung; (c) Messschaltung zur Bestimmung des Ableitstroms



(a) Koppelkapazität C zwischen Primär- und Sekundärwicklung des Transformators. Der Patientenableitstrom fließt über die zur Aufnahme eines bioelektrischen Signals (z.B. EKG, EEG) an den Patienten angelegten Elektroden nach Masse ab.



(b)



(c)

Abb. 9.5: (a) Patientenableitstrom; (b) Messschaltung; (c) mit Potentialtrennschirm und Entkopplung auf der Anwenderseite

9.2.5 Schutzmaßnahmen

9.2.5.1 Schutzmaßnahmen bei Verwendung von Herzkatheter und bei Netzausfall

Es sollen hier zwei Sonderfälle betrachtet werden, nämlich Schutzmaßnahmen bei Verwendung eines Herzkatheters als Stimulatorelektrode für Druckmessung oder Kontrastmittelinjektion und Maßnahmen im Falle eines Netzausfalls.

- Schutzmaßnahmen bei Verwendung eines Herzkatheters:
 - Als Katheterwandmaterial leitende Kunststoffschläuche verwenden, damit ein evtl. Fehlstrom auf der ganzen Länge des Katheters im Körper abgeleitet werden kann, also größtenteils außerhalb des Herzens. Setzt man außerdem isolierte Drucktransducer ein, so lässt sich die Gefahr des Mikroschocks auf den Fall des Elektrodenkatheters beschränken.
 - Es wird zudem empfohlen, das metallische Endstück des Katheters isoliert zu halten oder mit einer Elektrode außen am Körper elektrisch zu verbinden.
 - Den Patienten nur mit Gummihandschuhen berühren.
 - Nur batteriebetriebene Schrittmacher (und Defibrillatoren) verwenden.
- Schutzmaßnahmen bei Netzausfall:
 - Alle lebenserhaltenden Geräte (z.B. Beatmungsgeräte) müssen einen akkugespeisten Gleichspannungswandler haben, der bei Netzausfall automatisch anspringt.

9.2.5.2 Konzepte für Schutzmaßnahmen gegen Gefährdung

- Klassisches Konzept:

Alles, was mit dem Patienten in Berührung kommen kann, soll gut leitend geerdet sein (Kurzschluss der Fehlströme nach Erde); Dieses Konzept entspricht in der Technik der Schutzklasse I.
- Isolierter Patient:

Moderne Konzepte streben an, den Patienten während der Anwendung elektromedizinischer Geräte erdfrei zu halten. Das Isolieren gegen Erde soll im Falle eines ersten Fehlers verhindern, dass der Patient Teil eines zweiten, ungewollten Stromkreises über Erde werden kann, während er mit dem Gerät verbunden ist. Für einige Gerätegruppen, z.B. für Geräte, mit denen zum Auswerten von Körperfunktionen und für Geräte, mit denen Strom durch den Körper geleitet wird, muss diese Isolierung grundsätzlich verlangt werden. Dieses Konzept entspricht in der Technik der Schutzklasse II.

9.2.5.3 Netzinstallation

Folgende Maßnahmen können zur Sicherheit medizinischer Anlagen beitragen.

- Netzleitungen geschirmt (Schirm = Schutzleiter) verlegen, damit keine elektrischen Störwechselfelder austreten können.
- Durch eng nebeneinanderverlaufende Hin- und Rückleiter kann das magnetische Störfeld kompensiert werden, da beide entgegengesetzt gleiche Ströme führen.
- Nullleiter nur an einem Punkt erden (am Verteilertrafo). Bei mehrfacher Erdung des Nullleiters (z.B. in Skandinavien üblich) ergibt sich hierbei eine Stromaufteilung, so dass nicht mehr überall das Wechselmagnetfeld des Leiters kompensiert wird $\leadsto$ Wirbelstrominduktion im menschlichen Körper $\leadsto$ Brumm im Ableitungselektrodenstromkreis.
- Stromkreis mit einem Schutzschalter (FI) gegen zu hohe Fehlströme absichern.

9.2.5.4 Stromkreisabsicherung

Es sollte bei der Stromkreisabsicherung darauf geachtet werden, dass die Stromkreisabsicherung nicht zu groß gewählt wird, damit im Kurzschlussfall der Schutzleiter nur kurze Zeit starken Strom führt. (Fließt für längere Zeit im Schutzleiter ein starker Strom, können Spannungsunterschiede zwischen den Schutzleiteranschlüssen verschiedener Steckdosen entstehen, die für einen Patienten mit Herzkatheter gefährlich sein können, falls verschiedene, mit ihm leitend verbundene Geräte, an verschiedenen Steckdosen angeschlossen sind. Hinzu kommt noch der Spannungsabfall über den Schutzleiteradern der Anschlussleitung des betroffenen Geräts. 25A Schmelzsicherungen oder Abschaltmagnetsicherungen halten auch die starken Stromstöße von großen Röntgengeräten aus (120A, max. 1s lang). Normale Auslösung in 1s bei 5-fachem Nennstrom).

9.2.5.5 Schutzleitererdung

Durch eine Schutzleitererdung (Schutzklasse I) zwischen Primär- und Sekundärwicklung (in Verbindung mit einer Schirmfolie = *Potentialblech*) des Netztrafos im Gerät wird

- die Kapazität des Gehäuses (und der Sekundärwicklung) gegen den Netzstromkreis unwirksam und
- auch evtl. Entstörkondensatoren von den Netzleitungen nach Masse verschwinden⁶.

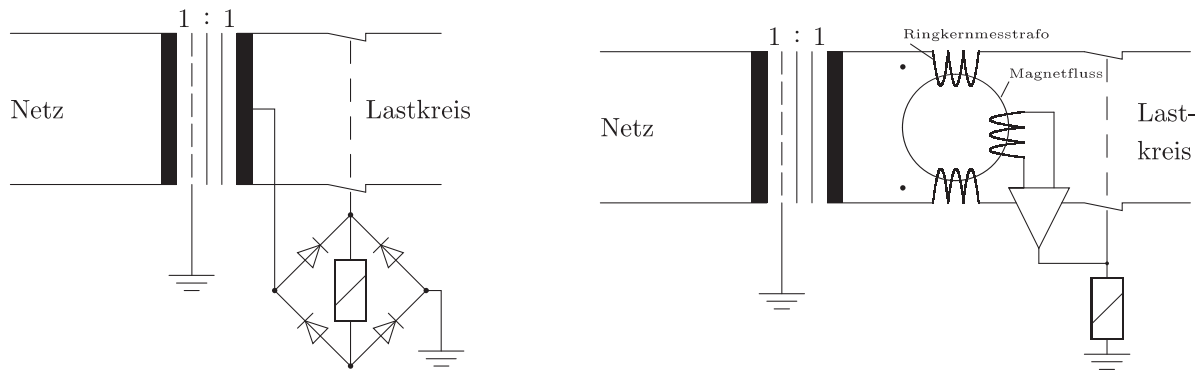
9.2.5.6 Unfallgefahren

- Bei Schutzleiterbruch fließt wieder der gesamte Fehlstrom über das Gehäuse und den Berührenden.
- Bei Kurzschluss der Netzspannung gegen das Gehäuse fließt, bis die Sicherung auslöst, ein starker Ableitstrom.
- Berührt ein Patient, der an ein ordnungsgemäß geerdetes Gerät angeschlossen ist, ein defektes Gerät (z.B. Tischlampe, Rasierer) fließt ein starker Fehlstrom über ihn.
- Bei Kurzschluss gegen Masse in einem benutzten Gerät entsteht eine Spannungsdifferenz zwischen den Schutzleiteranschlüssen verschiedener Steckdosen. Falls gerade dessen Erde auch an einem Patientenstromkreis liegt, addiert sich noch der relativ große Spannungsabfall längs der Netzschnur (z.B. 0.5Ω Aderwiderstand). Deshalb sollten Schutzleiter sehr niederohmig sein (nach VDE max. 0.2Ω) und die Steckdosen eines Patientenplatzes möglichst in einer Gruppe eng benachbart angebracht sein.

9.2.5.7 Netzversorgung über Trenntrafo mit Fehlerstromabschalter

Die Netzversorgung über Trenntrafo mit Fehlerstromabschalter, der bei $\geq 5mA$ Schutzleiterstrom die Stromversorgung unterbricht, wird heutzutage nur noch selten eingesetzt, da er teuer ist und häufig Fehlalarme bei kleinen Abschaltströmen (um $100\mu A$) auslöst. In Abb. 9.6a und (b) sind zwei Beispiele angegeben. Die Anwendung dieses Prinzips findet heute nur noch in „nassen“ Zonen bei stark stromverbrauchenden Geräten (z.B. künstliche Niere) ihren Einsatz. Im Allgemeinen wird diese Schaltung durch das im nächsten Abschnitt besprochene Prinzip des erdfreien Patientenstromkreises ersetzt.

⁶Für bewegliche Geräte sind immerhin $2.5nF$ erlaubt, was bei $220V/50Hz$ einen Fehlstrom von $173\mu A$ über das Gehäuse ergibt



(a) $R_{Relais} = 22k\Omega \leadsto$ Fehlstrombegrenzung auf $5mA$, Abschaltung aber früher, z.B. bei $1mA$.

(b) Bei Fehlstrom ist der Magnetfluss $\neq 0$; Abschaltung z.B. bei $5mA$.

Abb. 9.6: Prinzipschaltbilder

9.2.5.8 Erdfreie Patientenstromkreise

Geräte für die Auswertung von Körperfunktionen (z.B. Blutdruck, Herzschall, Temperatur) und auch einige Geräte zum Auswerten von Körperaktionsspannungen (z.B. EKG-, EEG-Signal) haben meistens einen isolierten Patienteneingang (floating input) oder sind mit einem isolierenden Messaufnehmer ausgerüstet.

Im Falle des isolierten Patienteneingangs

- sind die mit dem Patienten verbundenen Schaltungsteile vollkommen isoliert aufgebaut.
- haben die mit dem Patienten verbundenen Schaltungsteile keine direkte Verbindung mit anderen Schaltungsteilen oder dem Gehäuse.
- erfolgt die Signalübertragung über isolierte Koppelglieder, z.B. über Transformatoren (Abb. 9.7a) oder Lichtkoppler (Abb. 9.8b).
- sind alle Messwertaufnehmer über Eingangs-Isolierverstärker an eine zentrale Messwarte angeschlossen, die selbst in Schutzklasse I ausgeführt ist, da es gefährlich ist, Geräte, die intern Hochspannung benötigen (z.B. Bildschirme), mit nicht geerdetem, metallischem Gehäuse zu betreiben.

Allgemein sollte bei Geräten mit isolierten Patientenanschlüssen darauf geachtet werden, dass die Gesamtheit der mit dem Patienten verbundenen, leitfähigen Teile (der Patient selbst, Stecker, Elektroden, Aufnehmer) keine anderen, geerdeten, leitfähigen Teile berührt, da sonst die Isolation des Patienten überbrückt und die beabsichtigte Schutzwirkung aufgehoben werden kann. Unbedingt zu vermeiden ist jeder elektrisch leitfähige Kontakt mit Teilen, die mit dem Herzen leitend verbunden sind, wie z.B. Druckaufnehmer, metallische Schlauchanschlüsse und Hähne, Führungsdrähte, Elektrodenkatheter und Metallteile von Injektionsspritzen.

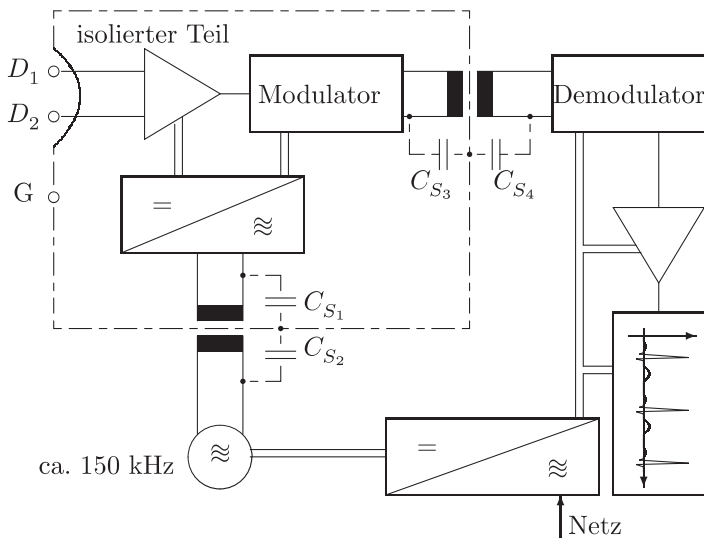
9.2.5.9 Methoden zur Isolierung von Messwertaufnehmern

In Abb. 9.7 und Abb. 9.8 sind zwei Schaltungsbeispiele zur Isolierung von Messwertaufnehmern angegeben.

9.2.5.9.1 Isolierverstärker mit magnetischer Kopplung

Die Kopplung erfolgt über kapazitätsarme HF-Trafos. Schließt man den Eingangsstufenschirm (G) an einen Verstärkereingang (D_1 oder D_2) an, dann ist C_{S_2} und C_{S_4} als Störkoppelkapazität maßgebend. Bei Anschluss

von G an den Ausgangsteil ist C_{S_1} und C_{S_3} maßgebend.



Daten-Beispiel: $\sum C_S \leq 10pF$; $CMRR \geq 115 \text{ dB}$ Gleichtaktunterdrückung bis 60Hz; Verstärkung der isolierten Vorstufe (wählbar durch Einstellung eines Widerstandes): $1 \dots 100$; maximal mögliche Signalbandbreite: $0 \dots 2 \text{ kHz}$; Rauschen: $35 \mu V_{SS}$ bei 100Hz Bandbreite wegen hochohmiger Schutzwiderstände ($20M\Omega$) vor D_1 und D_2 ; dadurch ist der Verstärker auch impulsspannungsfest bis $5kV$ (gegen Defibrillatorimpulse).

Abb. 9.7: Isoliervverstärker mit elektromagnetischer Kopplung

9.2.5.9.2 Isoliervverstärker mit optischer Kopplung

Die Kopplung erfolgt über Lichtleiter (L_1, L_2) $\leadsto$ extrem kleine Streukoppelkapazität C_{S_2} . Die Optokopplernichtlinearität wird im Gegenkopplungsnetz der ersten Verstärkerstufe durch einen gleichartigen Optokoppler kompensiert.

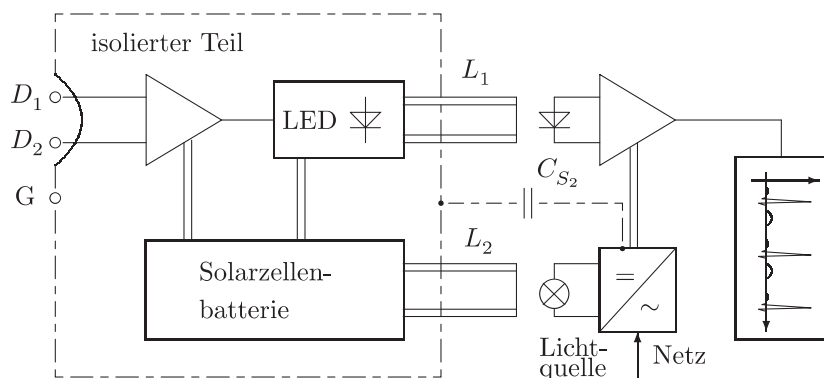


Abb. 9.8: Isoliervverstärker mit optischer Kopplung

9.2.5.9.3 Schwierigkeiten des erdfreien Systems

Bei einem erdfreien System treten folgende Schwierigkeiten auf:

- Brummeinstreuung:
Aufgrund eines hohen Eingangswiderstands gegen Erde⁷ besitzen erdfreie Systeme ein hohes Gleichtaktpotential, d.h. schon geringe (influenzierte) Leckströme erzeugen ein relativ hohes Gleichtaktpotential.
- Messtechnische Schwierigkeiten:
Es werden Voltmeter mit ungewohnt hohem Eingangswiderstand ($R_E \geq 10M\Omega$) benötigt.

- HF–Streuströme:

Verbrennungen beim Berühren spitzer Leiter nach Erde.

Abhilfe:

1. HF–Drossel in der Schutzerdleitung des HF–Chirurgiegeräts $\leadsto$ Erdschleife über den Fehlstromleitungsweg des Patienten wird unterbrochen.
2. Bezugselektrode der Biosignalverstärker mit der großflächigen HF–Gegenelektrode (Platte) verbinden.

9.2.5.10 Potentialausgleich

Geräte der Schutzklasse I, die zwar über die Schutzkontakte der Netzsteckverbindung und somit über den Schutzleiter bereits zwangsläufig in den Potentialausgleich des Raumes einbezogen sind, müssen für Messungen im oder am Herzen zusätzlich über eine separate Potentialausgleichsleitung mit dem Potentialausgleich des Raumes verbunden werden. Der Potentialausgleich übernimmt bei einer Schutzleiterunterbrechung die Sicherheitsfunktion des Schutzleiters.

9.3 Umgebungsbedingungen

Medizinisch genutzte Räume werden hinsichtlich der zum Schutz gegen Gefahren im Fehlerfall notwendigen Maßnahmen eingeteilt in

- Räume der Anwendungsgruppe 1:

Dies sind Räume, in denen bei Auftreten eines ersten Körperschlusses ein Ausfall von Stromkreisen hingenommen werden kann, ohne dass durch diesen Stromausfall Patienten oder Beschäftigte gefährdet werden. Untersuchung und Behandlung von Patienten können im allgemeinen abgebrochen oder wiederholt werden.

- Räume der Anwendungsgruppe 1D:

Dies sind Räume der Anwendungsgruppe 1, in denen netzabhängige elektrische Geräte betrieben werden, die bei Stromausfall mit Hilfe einer besonderen Ersatzstromversorgung (BEV) weiter betreibbar sein müssen.

- Räume der Anwendungsgruppe 2E:

Dies sind Räume, in denen bei Auftreten eines ersten Körperschlusses Stromkreise nicht selbsttätig abschalten dürfen. Untersuchung und Behandlung von Patienten können nicht unterbrochen werden, ohne den Patienten zu gefährden. In diesen Räumen werden netzabhängige elektrische Geräte betrieben, die bei Stromausfall mit Hilfe einer besonderen Ersatzstromversorgung weiter betreibbar sein müssen.

9.4 Anschluss an das Versorgungsnetz

Beim Anschluss des Gerätes sollte folgendes beachtet werden.

⁷Patient auf Bett entspricht etwa $5M\Omega/100pF$

1. Stimmt die Netzspannung und Netzfrequenz, die auf dem Typenschild angegeben sind, mit den örtlichen Gegebenheiten überein.
2. Bei Geräten der Schutzklasse I ist es wichtig, dass sie an Steckdosen mit Schutzkontakt angeschlossen werden.
3. Beim Einschalten von größeren Geräten (z.B. von Messschränken) können die installationsseitig vorgeschalteten Sicherungsautomaten (Schutzschalter, FI) auslösen, ohne dass ein Gerätefehler vorliegt. Dies betrifft insbesondere Schutzschalter der Kennlinie L. Es wird in diesen Fällen empfohlen vom Elektroinstallateur einen der im Rahmen von VDE 0100, Teil 430 zugelassenen Schutzschalter mit geeigneter Kennlinie (z.B. Kennlinie G) einbauen zu lassen.
4. Zur Stromführung sollten keine Verlängerungsleitungen verwendet werden, besonders nicht solche mit Mehrfachsteckdosen (Stolpergefahr, Unterbrechungsgefahr des Schutzleiters oder der Stromführung, z.B. durch Wackelkontakt).
5. Vor Inbetriebnahme sind die Anschlussleitungen auf Beschädigung zu prüfen. Beschädigte Leitungen und Steckvorrichtungen müssen sofort ersetzt werden.
6. Zum Trennen des Geräts vom Netz stets zuerst den Stecker der Geräteanschlussleitung aus der Wandsteckdose ziehen. Erst dann darf die Anschlussleitung vom Gerät getrennt werden.

9.5 Zulassung von medizinisch–technischen Geräten

Medizinisch–technische Geräte dürfen entsprechend den Verordnungen der MedGV nur dann in den Verkehr gebracht bzw. ausgestellt werden, wenn ihnen gemäß §4 eine klar verständliche Gebrauchsanweisung beigelegt ist und sie den allgemeinen Anforderungen nach §3 und den Bestimmungen nach §5 entsprechen. Demnach müssen folgende Bedingungen erfüllt werden.

- Die Geräte müssen den allgemein anerkannten Regeln der Technik sowie den Arbeitsschutz– und Unfallverhütungsvorschriften entsprechen, wobei sichergestellt werden muss, dass Patienten, Beschäftigte oder Dritte bei der bestimmungsgemäßen Verwendung der Geräte gegen Gefahren für Leben und Gesundheit so weit geschützt sind, wie es die Art der bestimmungsgemäßen Verwendung gestattet.
- Medizinisch–technische Geräte der Gruppe 1 und 3 zur dosierten Anwendung von Energie oder Arzneimitteln müssen mit einer Warneinrichtung für den Fall einer gerätebedingten Fehldosierung ausgerüstet sein.
- Medizinisch–technische Geräte der Gruppe 1 und 3 müssen deutlich sichtbar und lesbar mit folgenden Angaben gekennzeichnet sein:
 1. Name oder Firma des Herstellers, bei einem ausländischen Gerät auch desjenigen, der es im Geltungsbereich dieser Verordnung in den Verkehr bringt.
 2. Typ und Fabriknummer.
- Stellteile medizinisch–technischer Geräte müssen allgemein verständlich beschriftet oder mit genormten Bildzeichen versehen sein.

- Medizinisch-technische Geräte der Gruppe 1 und 2 müssen von der zuständigen Behörde der Bauart nach zugelassen werden (§5 der MedGV).
- Die Bauartzulassung ist vom Hersteller zu beantragen. Dem Antrag sind die für die Beurteilung des Gerätes erforderlichen Unterlagen einschließlich eines vom Hersteller einzuholenden Gutachtens einer Prüfstelle — eine vom Bundesministerium für Arbeit und Soziales genehmigungspflichtige Einrichtung — beizufügen. Die Prüfstelle prüft, ob die Bauart den obigen Anforderungen entspricht.
- In der Zulassung sind — außer bei Geräten der Gruppe 2 — der Umfang und die Fristen wiederkehrender Sicherheitstechnischer Kontrollen festzulegen, soweit dies zum Schutz von Personen erforderlich ist.
- Das Gerät ist mit einem Zulassungszeichen und sonstigen Angaben zu versehen, die die zuständige Behörde zu bestimmen hat.

9.6 Eichordnung

Bestimmte in der MedGV aufgelistete Geräte dürfen nur in den Verkehr gebracht, verwendet oder bereitgehalten werden, wenn sie geeicht sind. Zu diesen Geräten gehören:

- Messgeräte zur Bestimmung von Körpertemperatur mit Ausnahme von bildgebenden Messgeräten,
- nichtinvasive Blutdruckgeber,
- Blutmischpipetten,
- Zellenzählkammern,
- Messgeräte zur Bestimmung des Augeninnendrucks,
- Messgeräte zur Bestimmung des Blutdrucks am Auge.

Die Gültigkeit der Eichung ist soweit nichts anderes vereinbart auf zwei Jahre begrenzt. In der MedGV ist festgelegt, in welchen Zeiträumen Kontrolluntersuchungen und Vergleichsmessungen durchzuführen sind.

Anhang A

Wichtige Grundbegriffe aus der Signalverarbeitung

Dezibel (dB)

Das Dezibel ist eine in der Signalverarbeitung per Definition eingeführte, übliche logarithmische Skaleneinheit zur Pegelangabe. Diese Einheit wird insbesondere bei Größen angewandt, die einen sehr großen Dynamikbereich umfassen, wie der Schalldruck beim menschlichen Gehör. So ist dieses in der Lage, an seiner empfindlichsten Frequenz zwischen etwa 3 und 5kHz, Schalldrücke innerhalb ca. $10\mu\text{Pa}$ und 100Pa aufzulösen. Dabei entspricht $10\mu\text{Pa}$ etwa der unteren Hörschwelle, 100Pa dagegen dem Schalldruckpegel, der bei dieser Frequenz gerade noch schmerzfrei aufgenommen werden kann. Bei der Angabe in Dezibel bezieht sich man sich immer auf einen bestimmten Grundpegel, da nur dimensionslose Größen sinnvollerweise logarithmiert werden können. Der Dezibel-Wert linearen Größen y_1 , y_0 , wie die Spannung u , Strom i oder Druck p berechnet sich dagegen zu (Veit, 1996, S. 13):

$$20 \lg \frac{y_1}{y_0} = x \text{ dB.}$$

Der Dezibel-Wert quadratischer Größen Y_1 , Y_0 , wie die Leistung¹ P oder Intensität I berechnet sich zu (Veit, 1996, S. 13):

$$10 \lg \frac{Y_1}{Y_0} = X \text{ dB.}$$

Durchlassbereich

Der Frequenzbereich, in dem die Dämpfung eines Filters per Definition weniger als 3 dB beträgt (siehe dazu auch Abschnitt 3.2.3.2).

Sperrbereich

Der Frequenzbereich, in dem die Dämpfung eines Filters per Definition über 3 dB liegt (siehe dazu auch Abschnitt 3.2.3.2).

Grenzfrequenz

Die Frequenz, an der Durchlass- und Sperrbereich ineinander übergehen (siehe dazu auch Abschnitt 3.2.3.2).

Amplitudengang

Diagramm, das angibt, wie die Amplitude einer Schwingung einer bestimmten Frequenz von einem Übertragungssystem beeinflusst wird. Der Amplitudengang entspricht dem Betrag des Frequenzspektrums eines Systems.

¹Die Leistung ist z.B. quadratisch abhängig von der Spannung u über $P = u^2/R$, mit R dem elektrischen Widerstand.

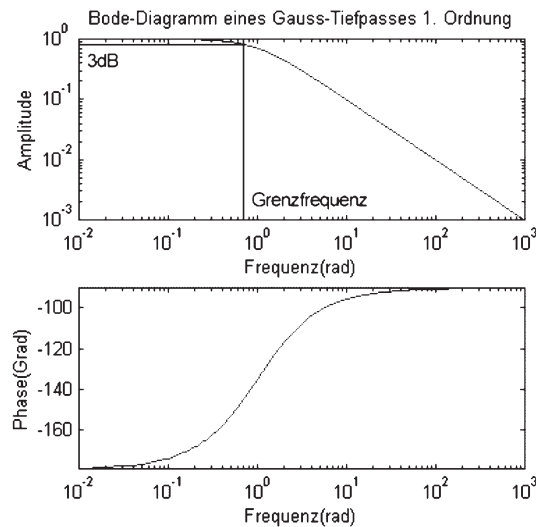


Abb. A.1: Bode-Diagramm

Phasengang

Diagramm, das angibt, wie die Phasenlage einer Schwingung einer bestimmten Frequenz von einem Übertragungssystem beeinflusst wird. Eine Änderung der Phasenlage bedeutet eine zeitliche Verschiebung durch das System.

Bode-Diagramm

In der Signalverarbeitung übliche Kombination von Amplitudengang und Phasengang. Die Frequenzachse ist für beide Diagramme logarithmisch. Die Amplitudenachse ist ebenfalls logarithmisch, die Phasenachse ist linear. Die folgende Abb. A.1 zeigt ein Beispiel eines Bode-Diagramms:

Periodendauer T

Der Zeitraum, nach dem sich ein periodisches Signal wiederholt.

Grundfrequenz f_0

Die Frequenz, mit der sich ein periodisches Signal wiederholt. Sie wird aus der Periodendauer T berechnet zu:

$$f_0 = \frac{1}{T} \quad (\text{A.1})$$

Grundkreisfrequenz ω_0

Die Grundkreisfrequenz ω_0 ist direkt an die Grundfrequenz f_0 über den Umfang des Einheitskreises 2π gekoppelt (Gl. 3.37). Diese Größe gibt daher an, mit welcher Geschwindigkeit der Einheitskreis innerhalb einer Periode T umlaufen wird.

Harmonische

Alle ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz f_0 (siehe dazu auch Gl. 3.38).

Dirac-Impuls

Der Dirac-Impuls ist eine mathematische Hilfsfunktion und wie folgt definiert (Gl. 3.63)):

$$\delta(t) = 0 \quad \text{für } t \neq 0$$

und

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

Daraus folgt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0)$$

bzw. allgemein

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0).$$

Impulsantwort	Die Antwort eines Systems, z.B. eines Filters auf einen Dirac-Impuls (Abb. A.2).
Sprungantwort	Die Antwort eines Systems auf eine Sprungfunktion am Eingang des Systems (Abb. A.3).
Systemantwort	Die Antwort eines Systems auf eine beliebige Funktion am Eingang des Systems.
Originalfunktion	Eine Funktion im Zeitbereich ($f(t)$, Signalverarbeitung) oder im Ortsbereich ($f(x, y)$, Bildverarbeitung).
Bildfunktion	Eine aus der Originalfunktion mit Hilfe der Fourier-Transformation erzeugte Funktion im Frequenzbereich ($F(f)$, Signalverarbeitung) beziehungsweise im Ortsfrequenzbereich ($F(u, v)$, Bildverarbeitung).
Korrespondenzzeichen	Um den Zusammenhang „ $F(f)$ ist die Bildfunktion von $f(t)$ “ auszudrücken wird das Korrespondenzzeichen $\bullet \text{---} \circ$ eingesetzt. Es besagt auch, dass $F(f)$ die Fourier-Transformierte von $f(t)$ ist. In der symbolischen Schreibweise ergibt sich daher:

$$F(f) \bullet \text{---} \circ f(t).$$

Umgekehrt wird das Korrespondenzzeichen $\circ \text{---} \bullet$ eingesetzt, um auszudrücken, dass die Funktion $f(t)$ die Originalfunktion von $F(f)$ ist, d.h.

$$f(t) \circ \text{---} \bullet F(f).$$

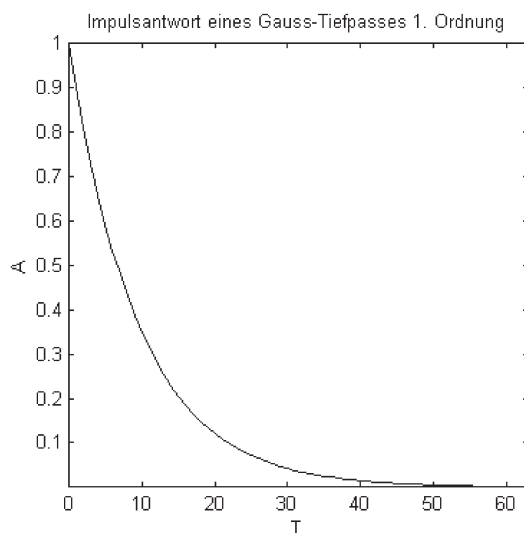


Abb. A.2: Typische Impulsantwort

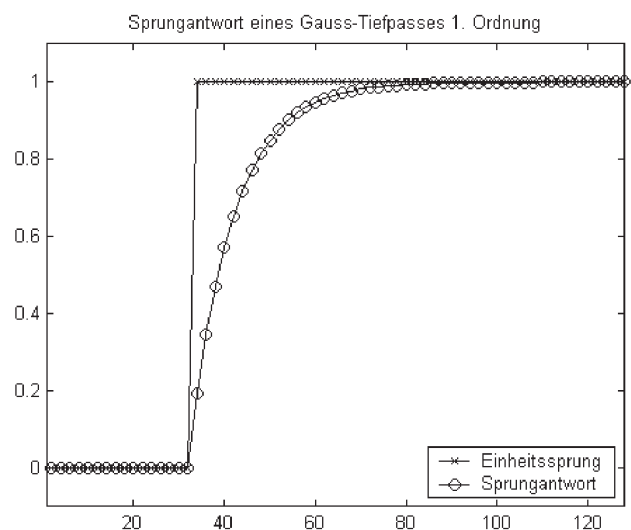


Abb. A.3: Typische Sprungantwort

Anhang B

Beispiele zur den Fourier–Verfahren

B.1 Fourier–Reihe

In Abb. B.1 sind drei periodische Signale dargestellt. Diese sollen zunächst im nachfolgenden Abschnitt B.1.1 untersucht werden, ob deren Struktur mit Hilfe der Fourier–Reihe bestimmt werden kann. Dazu müssen sie die in Abschnitt 3.2.1.1 angegebenen Bedingungen erfüllen, d.h. sie müssen innerhalb ihrer Periodendauer T endlich sein und dürfen dort nur endlich viele Unstetigkeiten besitzen, deren links- bzw. rechtsseitiger Grenzwert definiert sein muss. Anschließend wird im Abschnitt B.1.2 beispielhaft mit Hilfe der Fourier–Reihe die Struktur eines dieser Signale analysiert.

B.1.1 Überprüfung auf Anwendbarkeit der Fourier–Reihe

Zuerst soll das Rechtecksignal nach Abb. B.1a betrachtet werden, für das gilt

$$u(t) = \begin{cases} U_0 & \text{für } -\frac{T}{4} + nT \leq t < \frac{T}{4} + nT; \quad n \in \{-\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

mit U_0 dem konstanten Wert des Signals und t der unabhängigen Variablen. Wie man an Abb. B.1a an einer beliebig herausgegriffenen Periode T leicht erkennt, besitzt es innerhalb dieser endlich viele Unstetigkeiten, nämlich zwei. Allgemein findet man Unstetigkeiten an den Stellen $t = T/4 + nT$. Der links- und rechtsseitige Grenzwert ist für jede Unstetigkeitsstelle definiert und hat den Wert U_0 (Abb. B.1a) bzw. 0. Da das Rechtecksignal zudem innerhalb seiner Periodendauer T endlich ist, erfüllt es obige Bedingungen und kann somit mit Hilfe der Fourier–Reihe analysiert werden.

Für das Sägezahnsignal nach Abb. B.1b gilt allgemein

$$u(t) = \begin{cases} -U_0 + \frac{2(t - nT)}{T}U_0 & \text{für } -\frac{T}{2} + nT \leq t < \frac{T}{2} + nT; \quad n \in \{-\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Zur Überprüfung der Anwendbarkeit der Fourier–Reihe auf das Sägezahnsignal wird analog zum Rechtecksignal eine beliebige Periode T aus dem Signalverlauf herausgegriffen (Abb. B.1b). Auch hier erkennt man

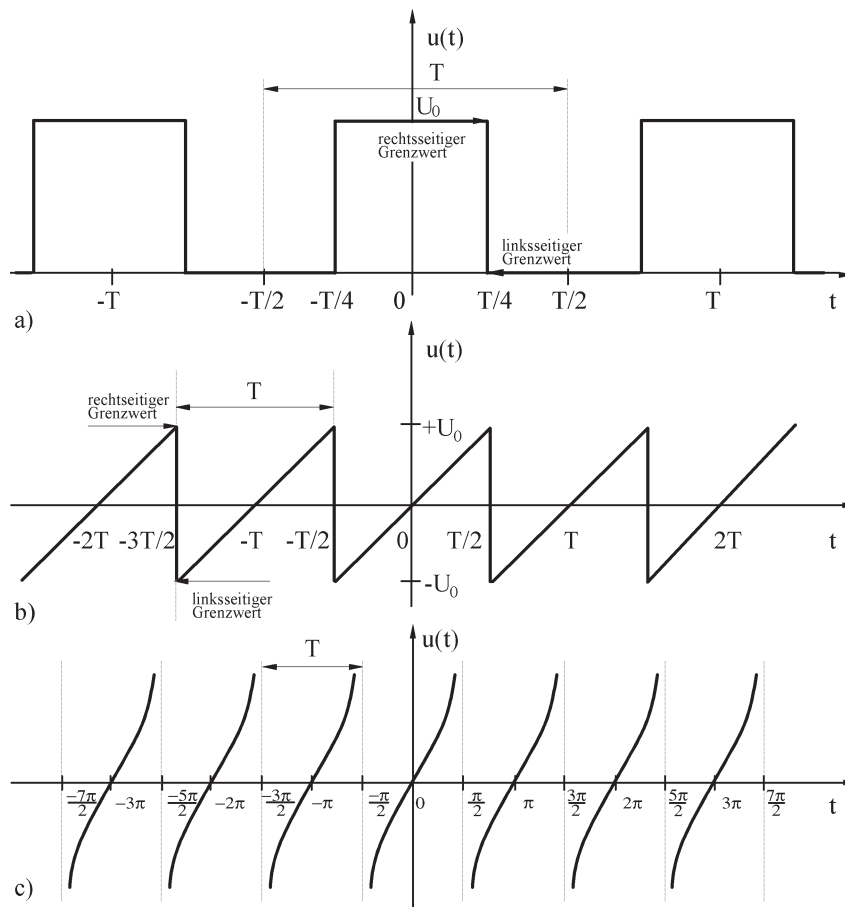


Abb. B.1: a) Rechtecksignal; b) Sägezahnsignal; c) Tangensfunktion

dann sofort, dass die Sägezahnfunktion innerhalb einer Periode endlich viele Unstetigkeiten besitzt, nämlich eine, und dass ihr links- und rechtsseitiger Grenzwert definiert ist. Generell besitzt diese Sägezahnfunktion am Ort $t = nT/2$ eine Unstetigkeit. Dabei beträgt der linksseitige Grenzwert $-U_0$, der rechtsseitige $+U_0$ (Abb. B.1b). Da die Grenzwerte der Unstetigkeit definiert sind und das Signal innerhalb der Periode T endlich ist, kann auch das Sägezahnsignal mit Hilfe der Fourier-Reihe analysiert werden.

Dagegen ist es nicht möglich die Struktur der Tangensfunktion (Abb. B.1c) mit der Fourier-Reihe zu untersuchen, da diese zwar endlich viele Unstetigkeiten hat, deren Grenzwerte jedoch nicht definiert sind.

B.1.2 Strukturanalyse eines Rechtecksignals

Anhand der Rechteckfunktion nach Abb. B.1a soll die Strukturanalyse mit Hilfe der Fourier-Reihe beispielhaft vorgeführt werden. Gemäß Gl. (3.39) kann obige Gl. (B.1) auch geschrieben werden zu

$$u(t) = a_0 + \sum_{r=1}^{\infty} (a_r \cos(r\omega_0 t) + b_r \sin(r\omega_0 t)), \quad (\text{B.3})$$

wobei für die einzelnen Fourierkoeffizienten a_0 , a_r und b_r gemäß den Gln. (3.43), (3.44), (3.45) und (B.1) gilt

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-T/4}^{+T/4} U_0 dt = \frac{U_0}{2} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} a_r &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u(t) \cos(r\omega_0 t) dt = \frac{2}{T} \int_{-T/4}^{+T/4} U_0 \cos(r\omega_0 t) dt \\ &= \frac{2U_0}{r\pi} \sin\left(r\frac{\pi}{2}\right) = \begin{cases} \frac{2U_0}{r\pi} & \text{für } r = 1, 5, 9, \dots \\ -\frac{2U_0}{r\pi} & \text{für } r = 3, 7, 11, \dots \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{B.5}) \end{aligned}$$

$$b_r = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} u(t) \sin(r\omega_0 t) dt = \frac{2}{T} \int_{-T/4}^{+T/4} U_0 \sin(r\omega_0 t) dt = 0. \quad (\text{B.6})$$

Dass die Koeffizienten b_r Null sind, liegt an der Symmetrie der Rechteckfunktion. Wir haben diese so gewählt, dass sie eine gerade Funktion ist, d.h. symmetrisch zur y -Achse. Da die Kosinusfunktion gerade, die Sinusfunktion ungerade ist, verschwinden alle Sinusanteile und nur die Kosinusanteile bleiben übrig. Gemäß obiger Gln. (B.3) – (B.6) erhält man somit für die Rechteckfunktion

$$u(t) = \frac{U_0}{2} + \frac{2U_0}{\pi} \cos(\omega_0 t) - \frac{2U_0}{3\pi} \cos(3\omega_0 t) + \frac{2U_0}{5\pi} \cos(5\omega_0 t) - \frac{2U_0}{7\pi} \cos(7\omega_0 t) + \dots \quad (\text{B.7})$$

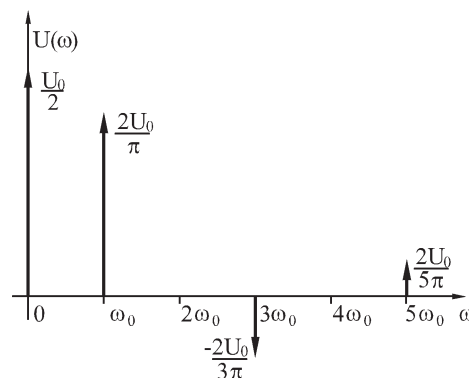


Abb. B.2: Frequenzspektrum des Rechtecksignals

Abb. B.2 zeigt das dazugehörige Spektrum des Rechtecksignals, Abb. B.3 Zeitfunktionen der hier abgeleiteten Fourier-Reihe mit unterschiedlich vielen Gliedern¹. Man erkennt, dass im einfachsten Fall (Kurve 2) — Abbruch nach dem ersten Glied — die Rechteckfunktion (Kurve 1) durch eine horizontale Gerade durch $U_0/2$ dargestellt wird. Eine Beziehung zwischen dem Ursprungssignal (Kurve 1) und diesem Fourier-Signal ist nicht feststellbar. Wird die Fourier-Reihe nach dem zweiten Glied abgebrochen (Kurve 3), ist zumindest die Grundfrequenz der Rechteckschwingung erkennbar. Nimmt man drei, vier oder 25 Glieder in die

¹Unter Gliedern sind hier die Terme gemeint, bei denen der Fourierkoeffizient ungleich Null ist.

Fourier-Reihe auf (Kurve 4, 5, bzw. 6), wird die Rechteckfunktion immer deutlicher erkennbar. Will man die Rechteckfunktion exakt mit Hilfe der Fourier-Reihe beschreiben, müssen unendlich viele Glieder berücksichtigt werden. Bei frequenzbegrenzten Signalen genügt es, zu deren vollständiger Darstellung stets eine endliche Anzahl von Gliedern zu verwenden.

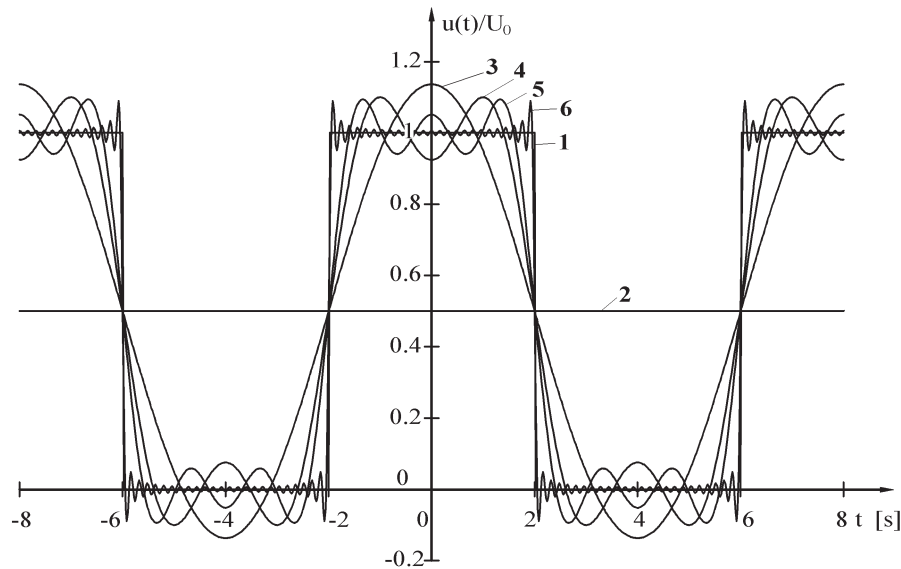


Abb. B.3: Zeitfunktionen der Fourier-Reihe des Rechtecksignals mit unterschiedlich vielen Gliedern

B.2 Fourier-Transformation

An den Signalen nach Abb. B.4 soll die Fourier-Transformation beispielhaft verdeutlicht werden. Dazu wird analog der Fourier-Reihe zunächst im Abschnitt B.2.1 überprüft, ob die Signale die im Abschnitt 3.2.1.2 zur Anwendung der Fourier-Transformation angegebene Bedingung erfüllen, bevor dann im Abschnitt B.2.2 ein Signal aus Abb. B.4 beispielhaft 'fourier-transformiert' wird. Die Bedingung, die diese Signale erfüllen müssen, damit die Fourier-Transformation angewendet werden kann, lautet gemäß Gl. (3.51)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)| e^{-\varepsilon|t|} dt < \infty$$

für beliebige $\varepsilon > 0$.

B.2.1 Überprüfung auf Anwendbarkeit der Fourier-Transformation

Als erstes soll das Signal nach Abb. B.4a überprüft werden. Für dieses gilt

$$u(t) = \begin{cases} \frac{t}{t_1} U_0 & \text{für } 0 \leq t < t_1 \\ \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} U_0 & \text{für } t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

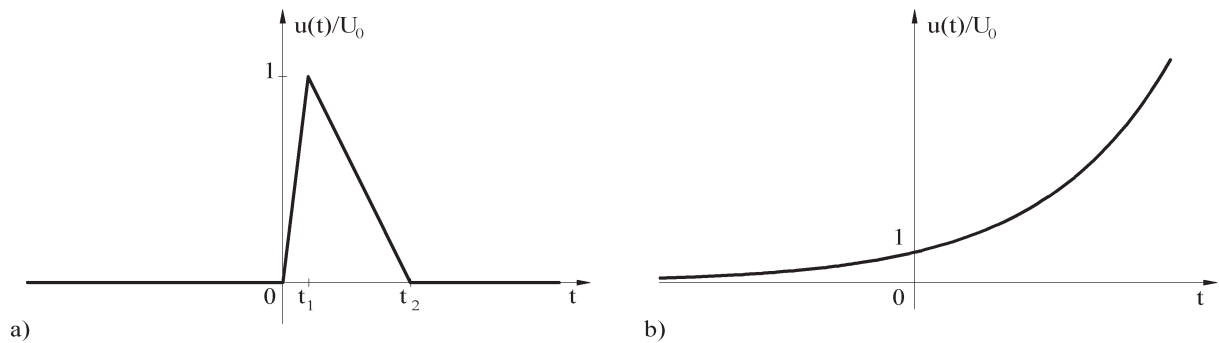


Abb. B.4: a) Dreieckssignal; b) exponentiell anklingendes Signal $a = 1s$

Dabei sind U_0 der Maximalwert des Signals und t_1 bzw. t_2 zwei feste endliche Zeitpunkte. Somit gilt gemäß Gl. (3.51) und Gl. (B.8)

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)| e^{-\varepsilon|t|} dt &= \int_0^{t_2} u(t) e^{-\varepsilon t} dt = \int_0^{t_1} \frac{t}{t_1} U_0 e^{-\varepsilon t} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} U_0 e^{-\varepsilon t} dt \\ &= \frac{[(1 - e^{-\varepsilon t_1}) t_2 - (1 - e^{-\varepsilon t_2}) t_1] U_0}{\varepsilon^2 t_1 (t_2 - t_1)}. \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Da t_1 und t_2 größer Null sind und zudem $t_1 < t_2$ ist, wird der Nenner von Gl. (B.9) für alle $\varepsilon > 0$ stets ungleich Null und der Zähler immer ungleich Unendlich. Somit erfüllt das Dreieckssignal obige Bedingung und kann daher 'fourier-transformiert' werden.

Für das Signal nach Abb. B.4b gilt

$$u(t) = e^{at}, \quad (\text{B.10})$$

wobei a ein beliebiger positiver Wert mit der Dimension $1/s$ ist. Damit ergibt sich

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)| e^{-\varepsilon|t|} dt = \int_{-\infty}^0 e^{\varepsilon t} e^{at} dt + \int_0^{\infty} e^{-\varepsilon t} e^{at} dt = \frac{1}{a + \varepsilon} - \frac{1}{a - \varepsilon} + \frac{1}{a - \varepsilon} e^{(a - \varepsilon)\infty}. \quad (\text{B.11})$$

Dabei ist obige Gl. (B.11) nur dann ungleich Unendlich, wenn $a < \varepsilon$ ist, d.h. das Signal nach Gl. (B.10) erfüllt nicht für alle $\varepsilon > 0$ obige Bedingung und kann damit nicht mit der Fourier-Transformation analysiert werden.

B.2.2 Strukturanalyse eines Dreieckssignals

In diesem Abschnitt soll nun beispielhaft das Signal nach Abb. B.4a analysiert werden. Als Transformationsvorschrift gilt die in Abschnitt 3.2.1.2 angegebene Gl. (3.54)

$$\begin{aligned} U(\omega) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} u(t) e^{-\varepsilon|t|} e^{-j\omega t} dt \right) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_0^{t_2} u(t) e^{-\varepsilon t} e^{-j\omega t} dt \right) \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_0^{t_1} \frac{t}{t_1} U_0 e^{-j\omega t} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} U_0 e^{-j\omega t} dt \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{\left[(1 - e^{-j\omega t_1}) t_2 - (1 - e^{-j\omega t_2}) t_1 \right] U_0}{-\omega^2 t_1 (t_2 - t_1)}. \quad (\text{B.12})$$

Daraus folgt mit den Gln. (3.17) und (3.19) für den Betrag $|U(\omega)/U_0|$

$$\left| \frac{U(\omega)}{U_0} \right| = \frac{\sqrt{[t_2 (1 - \cos(\omega t_1)) - t_1 (1 - \cos(\omega t_2))]^2 + [t_2 \sin(\omega t_1) - t_1 \sin(\omega t_2)]^2}}{\omega^2 t_1 (t_2 - t_1)}. \quad (\text{B.13})$$

In den Abbn. B.5a und B.5b sind der Betrag $|U(\omega)/U_0|$ für $t_1 = 1\text{ms}$ und $t_2 = 5\text{ms}$ dargestellt. Dabei wird aus Abb. B.5a deutlich, dass die alles dominierende Frequenz des Signals nach Abb. B.4a an der Frequenz Null liegt, d.h. dass das Signal einen hohen Gleichanteil besitzt. Da bei vollständiger Darstellung des gesamten Wertebereichs die Beträge der höheren Frequenzanteile ab etwa 10kHz aus Abb. B.5a bereits nicht mehr erkennbar sind, ist in Abb. B.5b der Betrag mit einem wesentlich geringeren Wertebereich nochmals dargestellt.

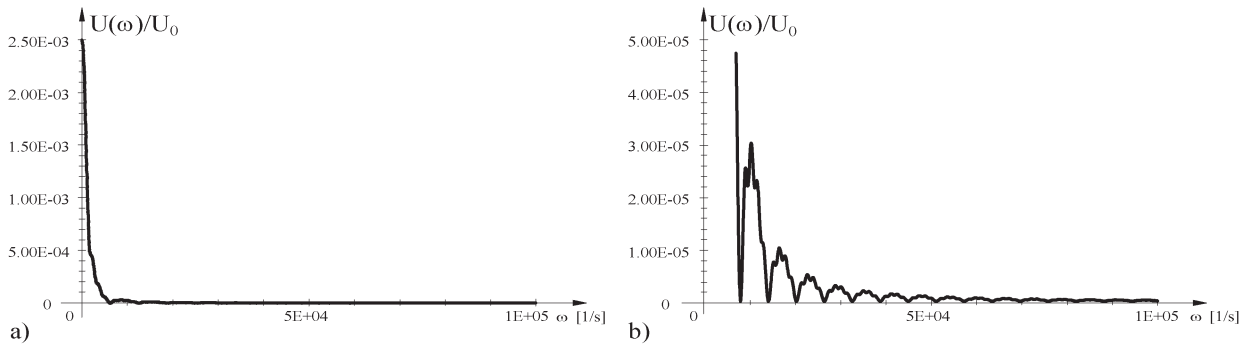


Abb. B.5: Amplitudengang des Dreiecksignals: a) Mit vollständigem Wertebereich; b) Mit eingeschränktem Wertebereich

Anhang C

Fensterung

In nachfolgender Tab. C.1 sind in einer Übersicht die Gleichungen einiger in der Signalverarbeitung häufig eingesetzter Fenster zusammengefasst (aus Oppenheim und Schafer (1999, S. 537ff), Press et al. (1995, S. 553ff), Hesselmann (1983, S. 125ff)).

Tab. C.1: Gleichungen häufig eingesetzter Fensterfunktionen mit T als Fensterbreite.

Dreieck- bzw. Bartlett-Fenster	$w_B(t) = \begin{cases} 1 - \left \frac{t - T/2}{T/2} \right & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$		
Welch-Fenster	$w_W(t) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{t - T/2}{T/2} \right)^2 & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$		
Kosinus-Fenster	$w_C(t) = \begin{cases} A - B \cos(2\pi t/T) + C \cos(4\pi t/T) & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$		
Hanning- bzw. Hann-Fenster	$A = 0.5$	$B = 0.5$	$C = 0$
Hamming-Fenster	$A = 0.54$	$B = 0.46$	$C = 0$
Blackman-Fenster	$A = 0.42$	$B = 0.5$	$C = 0.08$
Fortsetzung auf nächster Seite			

Kaiser-Fenster

$$w_K(t) = \begin{cases} \frac{I_0\left(\alpha\sqrt{1-\left(\frac{t-T/2}{T/2}\right)^2}\right)}{I_0(\alpha)} & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(0.5x)^{2k}}{(k!)^2}$$

$$A = -20 \lg a_{s,\max}$$

$$\alpha = \begin{cases} 0.1102 (A - 8.7) & \text{für } A > 50 \\ 0.5842 (A - 21)^{0.4} + 0.07886 (A - 21) & \text{für } 21 \leq A \leq 50 \\ 0 & \text{für } A < 21 \end{cases}$$

$$\Delta f = f_S - f_D$$

$$T = \frac{A - 8}{2.285(2\pi\Delta f)}$$

Anhang D

Anmerkungen zur Entropie

Die Entropie S ist wie das Volumen V , der Druck p , die Temperatur T und viele anderen Größen¹ eine Koordinate, die eine Art Kanal darstellt (Stephan und Mayinger, 1992, S. 117), über den ein System Arbeit (Energie) mit seiner Umgebung austauscht. Da bekannt war, dass Systeme auch Wärme mit ihrer Umgebung austauschen können, war der erste Gedanke, dass diese Energieform über die Temperaturkoordinate erfolgt. Sehr schnell erkannte man aber, dass das nicht möglich war, da es isotherme Prozesse gibt², bei denen trotzdem Wärme mit der Umgebung ausgetauscht wird. Da auch andere Koordinaten dafür nicht in Frage kamen, wurde von R. Clausius (1854) eine neue Koordinate, die Entropie eingeführt.

Dabei ist die Entropie S gleichzeitig auch ein Stabilitätsmaß für ein System. Wird die Entropie S mit der thermodynamischen Wahrscheinlichkeit W_i verknüpft, dass das System einen bestimmten Zustand Z_i einnimmt, erhält man eine anschauliche Deutung der Entropie. Diese Verknüpfung wurde von L. Boltzmann (1896) hergeleitet und von M. Planck (1912) ergänzt. Sie lautet allgemein

$$S = k \ln W, \quad (\text{D.1})$$

wobei die Größe k in obiger Gl. (D.1) der Boltzmann-Konstanten $k = 1.380662 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ (Mende und Simon, 1981, S. 392) und W der thermodynamischen Wahrscheinlichkeit entspricht. Diese Wahrscheinlichkeit repräsentiert die Anzahl der Zustände, in denen sich das System unter einer möglichen Energieverteilung befinden kann. Demnach ist die thermodynamische Wahrscheinlichkeit stets größer oder gleich Eins, im Gegensatz zu der aus der Statistik bekannten Wahrscheinlichkeit. Steigt die Anzahl der möglichen Zustände, steigt auch die thermodynamische Wahrscheinlichkeit, dass das System diesen Zustand einnehmen wird.

Es ist bekannt, dass jedes System den Zustand maximaler Stabilität einzunehmen versucht. Dieser Zustand Z_{stab} besitzt daher die größte Anzahl möglicher Zustände und demnach auch die größte Wahrscheinlichkeit, d.h. $W_{stab} = W_{max}$. Die Systeme gehen daher stets spontan von einem Zustand geringerer Wahrscheinlichkeit in einen Zustand höherer Wahrscheinlichkeit über. Der Zusammenhang zwischen der Entropieänderung ΔS und der Zustandswahrscheinlichkeiten W_i wird durch Gl. (D.2) ausgedrückt

$$\Delta S = k \ln \frac{W_e}{W_a}. \quad (\text{D.2})$$

Die Größe W_a bzw. W_e ist die Anfangs- bzw. Endzustandswahrscheinlichkeit. Bei Prozessen, bei denen der Endzustand wahrscheinlicher ist als der Ausgangszustand, ist die Entropieänderung gemäß Gl. (D.2)

¹Beispielsweise Geschwindigkeiten und elektrische und magnetische Feldstärken.

²z.B. das Schmelzen von Eis in Wasser. Während des Schmelzvorgangs tauscht das System zwar Wärme mit seiner Umgebung aus, die Wassertemperatur bleibt aber solange konstant auf Null Grad bis das Eis vollständig geschmolzen ist.

größer Null. Diese Prozesse laufen in abgeschlossenen Systemen von selbst ab. Demnach sind alle irreversiblen Prozesse in abgeschlossenen Systemen Übergänge von einem Zustand geringerer Wahrscheinlichkeit in einen Zustand höherer Wahrscheinlichkeit (z.B.: Diffusion, Wärmeleitung). Prozesse, bei denen die Entropieänderung kleiner ist als Null, sind nur unter externer Energiezufuhr möglich. Sie laufen nicht von allein ab. Ebenfalls sind auch alle reversiblen Prozesse keine spontan ablaufenden Vorgänge, da bei diesen Prozessen die Entropieänderung stets Null ist, da hier zu jedem Zeitpunkt Gleichgewicht vorausgesetzt wird (z.B.: Carnot-Prozess).

An einem einfachen Beispiel soll obiges verdeutlicht werden. In einem Behälter mit dem Volumen V befindet sich eine Trennwand, die das Volumen in exakt zwei gleich große Hälften $V_1 = V_2 = 0.5V$ teilt. In dem Volumen V_1 befindet sich ein ideales Gas, das andere Volumen V_2 sei evakuiert. Nach Entfernen der Trennwand steht dem idealen Gas das gesamte Volumen V zur Verfügung und es beginnt daher, sich frei zu expandieren. Die Temperatur T soll dabei konstant bleiben (*isotherme Expansion*).

Zunächst wird die Wahrscheinlichkeit für die freie Expansion eines einzelnen Moleküls in das verdoppelte Volumen untersucht. Die Wahrscheinlichkeit $p(E)$ eines Ereignisses E ist definiert als (Barth et al., 1980a, S. 23)

$$p(E) = \frac{\text{Anzahl der für } E \text{ günstigen Ergebnisse } \omega}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse, sofern sie gleichwahrscheinlich sind}}$$

Ein Ergebnis ω ist dann günstig für E , wenn es ein Element der Ereignismenge E ist. In unserem Beispiel wollen wir annehmen, dass die Gleichwahrscheinlichkeit aller möglicher Ergebnisse erfüllt ist.

Im Anfangszustand Z_a , d.h. unmittelbar nach Entfernen der Trennwand, befindet sich das Molekül im Volumen V_1 , obwohl bereits das gesamte Volumen $V = 2V_1$ zur Verfügung steht. Daher ist hier die Wahrscheinlichkeit von folgendem Ereignis zu ermitteln.

$$E_a := \{\text{Das Teilchen befindet sich im Volumen } V_1\}.$$

Die Ereignismenge am Anfang ist $E_a = \{V_1\}$. Daraus ergibt sich für die Anfangszustandswahrscheinlichkeit p_a

$$p_a = \frac{V_1}{V} = 0.5.$$

Nach der Expansion, d.h. im Endzustand Z_e befindet sich das Molekül irgendwo im Volumen V . Somit ist nun die Wahrscheinlichkeit von folgendem Ereignis zu bestimmen

$$E_e := \{\text{Das Teilchen befindet sich im verdoppelten Volumen } V = V_1 + V_2 = 2V_1\}.$$

Die Ereignismenge, die sich hier ergibt, ist $E_e = \{V_1, V_2\}$. Die Endzustandswahrscheinlichkeit p_e errechnet sich somit zu

$$p_e = \frac{V_1 + V_2}{V} = 1.$$

Daraus folgt für die Entropieänderung ΔS_m durch ein Molekül nach Gl. (D.2):

$$\Delta S_m = k \ln \frac{p_e}{p_a} = k \ln 2 \quad (\text{D.3})$$

Im nächsten Schritt sollen alle Moleküle betrachtet werden. Die Anzahl N aller im Volumen V_1 befindlichen Moleküle lässt sich berechnen zu:

$$N = \frac{m}{M} N_A, \quad (\text{D.4})$$

wobei m (kg) die Masse des idealen Gases, M (kg mol^{-1}) seine molare Masse und $N_A = 6.022045 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ (Mende und Simon, 1981, S. 392) (*Avogadro-Konstante*) die Anzahl der Moleküle pro Mol ist. Wie man leicht

z.B. anhand eines Baumdiagramms erkennen kann, ergibt sich daraus für die Anfangswahrscheinlichkeit (Ereignis: Alle Moleküle befinden sich im Volumen V_1) $p_a = (0.5)^N$. Die Endzustandswahrscheinlichkeit p_e (Ereignis: Alle Moleküle sind im Volumen V) ist auch in diesem Fall wieder gleich Eins. Somit folgt für die Entropieänderung ΔS durch alle Moleküle

$$\Delta S = k \ln \frac{p_e}{p_a} = k \ln(2)^N = \frac{m}{M} N_A k \ln 2 = \frac{m}{M} R \ln 2, \quad (\text{D.5})$$

wobei $R = kN_A = 8.31441 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ (Mende und Simon, 1981, S. 392) der *allgemeinen Gaskonstanten* entspricht. Mit der Berechnung der Entropieänderung ΔS mittels der Formel aus der Thermodynamik für *isotherme* Prozesse (Mende und Simon, 1981, S. 139) ($V_e = 2V_a = V$)

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_e}{V_a} = \frac{m}{M} R \ln 2 \quad (\text{D.6})$$

erhält man das gleiche Ergebnis.

Die oben erwähnte maximale Wahrscheinlichkeit W_{max} ist um so größer, je größer die Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten der Teile des Systems ist, d.h. je größer der Unordnungszustand des Systems ist. Daraus folgt, dass der ideale Kristallzustand, der durch eine hohe Ordnung gekennzeichnet ist, den kleinsten Entropiewert besitzt, der flüssige dagegen einen deutlich höheren und der gasförmige bei extrem niedrigen Drücken und hohen Temperaturen den größten Entropiewert einnimmt.

In einem Beispiel soll die vereinfachte Annahme gelten, dass das System aus nur vier Teilen besteht. Es sollen nun die Anordnungsmöglichkeiten n_i bzw. der Unordnungsgrad³ für folgende Zustände Z_i betrachtet werden.

- Zustand 1 Z_1 : 'Die Teilchen des Systems befinden sich in vier festgelegten Punkten im Raum'⁴,
- Zustand 2 Z_2 : 'Die Teilchen des Systems befinden sich auf einer bestimmten Geraden im Raum'
- Zustand 3 Z_3 : 'Die Teilchen des Systems befinden sich in einer festgelegten Ebene im Raum'
- Zustand 4 Z_4 : 'Die Teilchen des Systems befinden sich regellos innerhalb des Raums'

Damit erhält man für die jeweiligen Zustände Z_i folgende Anordnungsmöglichkeit n_i :

- Z_1 : $n_1 = 4! = 24$
- Z_2 : $n_2 = \infty_{\text{eindim}}$ (eindimensional unendlich viele Möglichkeiten)
- Z_3 : $n_3 = \infty_{\text{zweidim}}$ (zweidimensional unendlich viele Möglichkeiten)
- Z_4 : $n_4 = \infty_{\text{dreidim}}$ (dreidimensional unendlich viele Möglichkeiten)

Da gilt $n_1 < n_2 < n_3 < n_4$, ist der Zustand regelloser Verteilung am wahrscheinlichsten. Daraus folgt z.B. für ein System, in dem sich zwei unterschiedliche Gase befinden, dass es dann stabil ist, wenn die Unordnung am größten ist, d.h. wenn sich beide Gase vermischt haben. Dieser Mischvorgang wird daher spontan erfolgen, wobei die zugehörige Entropieänderung der 'Mischentropie' entspricht.

³Je größer n_i ist, desto größer ist der Unordnungsgrad.

⁴Der hier betrachtete Raum soll drei Dimensionen haben.

Anhang E

Die Faradayschen Gesetze

Faraday erkannte 1833, dass die beim Ladungstransport durch einen Elektrolyten an einer Elektrode abgeschiedene Stoffmasse m proportional der durch den Elektrolyten hindurchgegangenen elektrischen Ladung Q bzw. des während des Beobachtungszeitraums Δt fließenden Stroms I ist. Dieses erste *Faradaysche* Gesetz lässt sich durch folgende Formel beschreiben (Mende und Simon, 1981, S. 220):

$$m = k_F Q = k_F I \Delta t = \frac{M}{zF} Q \quad (\text{E.1})$$

Dabei ist die in Gl. (E.1) eingeführte Proportionalitätskonstante k_F ihrerseits proportional der molaren Masse M und umgekehrt proportional zu der Ladungszahl z der am elektrischen Strom beteiligten Ionen und zu der Größe F die als *Faraday-Konstante* bezeichnet wird.

$$k_F = \frac{M}{zF} \quad (\text{E.2})$$

Die Größe k_F wird als *elektrochemisches Äquivalent* bezeichnet und besitzt die Einheit kgC^{-1} . Der Wert von F lässt sich über die *Avogadro-Konstante* ($N_A = 6.022045 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ (Mende und Simon, 1981, S. 392)) und der *elektrischen Elementarladung*¹ ($e = 1.6021892 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Mende und Simon, 1981, S. 392)) berechnen zu (Mende und Simon, 1981, S. 220 und S. 393):

$$F = N_A e = 9.648456 \cdot 10^4 \frac{\text{C}}{\text{mol}} \quad (\text{E.3})$$

Diese Konstante F beschreibt die Ladung (Einheit: $\text{C} = \text{As}$) pro Stoffmenge (Einheit: mol) einwertiger Ionen². Die Ladung einer Stoffmenge mit Ionen beliebiger Ladungszahl z erhält man somit durch die Multiplikation der *Faraday-Konstante* F mit der Ladungszahl z der Ionen. Das elektrochemische Äquivalent k_F , das gemäß Gl. (E.2) über die Division der molaren Masse M mit der Ladung der Stoffmenge zF ermittelt wird, beschreibt demnach die pro Ladung abgeschiedene Stoffmasse. Zur Bestimmung der Stoffmenge n (Einheit mol), muss Gl. (E.1) durch die molare Masse M dividiert werden.

$$n = \frac{m}{M} = \frac{Q}{zF} \quad (\text{E.4})$$

Darüberhinaus stellte Faraday 1834 fest, dass bei gleicher elektrischer Ladung ($Q_i = I_i \Delta t_i = \text{konst.}$ für alle i) sich die an den Elektroden abgeschiedenen Stoffmengen (n_i) von verschiedenen Stoffen (i) wie ihre

¹Diese Zahl entspricht der Ladung des Positrons bzw. (mit negativem Vorzeichen) der des Elektrons.

²Ionen mit nur einer Ladung, d.h. Ionen mit der Ladungszahl $z = 1$.

chemischen Äquivalente (k_i) verhalten. Dieses zweite *Faradaysche* Gesetz wird für zwei beliebige Stoffe i und j durch folgende Formel beschrieben:

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{k_i}{k_j} = \frac{M_i}{M_j} \frac{z_j}{z_i} \quad (\text{E.5})$$

Diese *Faradayschen* Gesetze sind von großer Bedeutung bei der Auswahl und Anwendung von für den medizinischen Einsatz geeigneter Elektroden (siehe Abschnitt 5), da sie beschreiben, wie viel Stoff beim Einsatz eines bestimmten Elektrodenmaterials die Elektrode überzieht und somit deren Funktion eventuell beeinträchtigt.

Anhang F

Allgemeine Lösung der Differentialgleichung (DGL) aus Abschnitt 8.1.3.1

Die allgemeine Lösung einer inhomogenen DGL lässt sich aus der Summe der allgemeinen Lösung der homogenen DGL ($p_1(t) = 0$) und einer speziellen Lösung der inhomogenen DGL ($p_1(t) \neq 0$) bestimmen.

F.1 Lösung der homogenen DGL

Für die Lösung der homogenen DGL wird folgender Ansatz verwendet

$$p_{2h}(t) = p_0 e^{\lambda t}.$$

In die DGL eingesetzt erhält man

$$\begin{aligned} n\lambda^2 p_0 e^{\lambda t} + r\lambda p_0 e^{\lambda t} + k p_0 e^{\lambda t} &= 0 \\ (n\lambda^2 + r\lambda + k) p_0 e^{\lambda t} &= 0 \\ n\lambda^2 + r\lambda + k &= 0, \end{aligned} \tag{F.1}$$

wobei λ die unbekannte Größe ist. Die Lösungen λ_i der Gl. (F.1) werden als *Eigenwerte* bezeichnet, die sich hier berechnen zu

$$\lambda_{1,2} = \frac{-r}{2n} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4n^2} - \frac{k}{n}} = \frac{-r}{2n} \pm \sqrt{D} \tag{F.2}$$

mit

$$D = \frac{r^2}{4n^2} - \frac{k}{n}.$$

Als Lösung der homogenen DGL erhält man damit

$$p_{2h}(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t},$$

wobei C_1 und C_2 Integrationskonstanten sind. Je nach λ wird zwischen drei Fällen unterschieden.

1. Geringe Dämpfung – Periodischer Fall ($D < 0 \leadsto \lambda$ ist komplex)

In diesem Fall muss nach Gl. (F.2)

$$r^2 < 4kn$$

sein. Somit lässt sich λ schreiben als

$$\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d.$$

Dabei wird α als reziproke Abklingzeitkonstante und ω_d als Kreis- oder Eigenfrequenz des gedämpften Systems bezeichnet. Für α gilt gemäß den Gln. (F.2), (8.12) und (8.13)

$$\alpha = \frac{r}{2n} = \frac{16\eta}{d^2\rho}. \quad (\text{F.3})$$

Die Kreisfrequenz ω_d des gedämpften Systems wird ermittelt über

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2}, \quad (\text{F.4})$$

wobei ω_0 die Kreisfrequenz des ungedämpften Systems ist, die sich nach den Gln. (F.2), (8.12) und (8.14) errechnet zu

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{n}} = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{\pi}{V_c l \rho}}. \quad (\text{F.5})$$

Der Term α/ω_0 in Gl. (F.4) wird Dämpfung ϑ genannt. Sie ergibt sich hier gemäß den Gln. (F.3) und (F.5) zu

$$\vartheta = \frac{32\eta}{d^3} \sqrt{\frac{V_c l}{\pi \rho}}.$$

Die Stärke der Dämpfung kann auch durch das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Extremwerte desselben Vorzeichens bestimmt werden. Dieses Verhältnis ist konstant, d.h. für zwei benachbarte Extrema gleich groß. Der Logarithmus von diesem Verhältnis wird *logarithmisches Dekrement* Λ genannt. (Mönch, 1981, S. 212ff.).

$$\Lambda = \ln \left(\frac{p_2(t)}{p_2(t+T)} \right) = \alpha T \quad (\text{F.6})$$

Das logarithmische Dekrement ist gemäß Gl. (F.6) proportional zur reziproken Abklingzeitkonstanten α und zur Periodendauer T der gedämpften Schwingung.

Für die weiteren Betrachtungen soll für die Frequenz des Systems das allgemeine Symbol ω verwendet werden. Für den Fall der geringen Dämpfung erhält man somit für die homogene Lösung der DGL (Leupold, 1978, S. 568ff.)

$$p_{2h}(t) = e^{-\alpha t} (A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t)).$$

Diese Lösung enthält die noch unbekannten Konstanten A_1 und A_2 , die über die Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned} p_2(t=0) &= p_0 \\ \dot{p}_2(t=0) &= 0 \end{aligned}$$

ermittelt werden. Damit gilt

$$\begin{aligned} A_1 &= p_0 \\ A_2 &= p_0 \frac{\vartheta}{\sqrt{1 - \vartheta^2}}. \end{aligned}$$

Daraus folgt für die Lösung der homogenen DGL

$$p_{2_h}(t) = p_0 \left(\cos(\omega t) + \frac{\vartheta}{\sqrt{1-\vartheta^2}} \sin(\omega t) \right) e^{-\alpha t}.$$

2. Starke Dämpfung – Aperiodischer Fall ($D > 0 \leadsto \lambda$ ist reell).

In diesem Fall muss gemäß Gl. (F.2)

$$r^2 > 4kn$$

sein. Man findet somit für λ zwei reelle negative Lösungen, nämlich

$$\lambda_1 = -\alpha_1 \quad \text{und} \quad \lambda_2 = -\alpha_2$$

Die Lösung der homogenen DGL lautet dann

$$p_{2_h}(t) = C_1 e^{-\alpha_1 t} + C_2 e^{-\alpha_2 t}. \quad (\text{F.7})$$

Die Anfangsbedingungen bleiben selbstverständlich die selben. Sie werden wieder in die Gl. (F.7) und in dessen Ableitung eingesetzt. Daraus folgt für die allgemeine Lösung der homogenen DGL

$$p_{2_h}(t) = p_0 \left(\frac{1}{1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} e^{-\alpha_1 t} + \frac{1}{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}} e^{-\alpha_2 t} \right).$$

3. Aperiodischer Grenzfall ($D = 0 \leadsto \lambda$ ist doppelte Nullstelle).

In diesem Fall muss gemäß Gl. (F.2)

$$r^2 = 4kn$$

sein. Für λ ergibt sich damit ein doppelter Eigenwert, nämlich

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\alpha$$

Man erhält daher als Lösung für die homogene DGL

$$p_{2_h}(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\alpha t}.$$

Auch hier gelten wieder die gleichen Anfangsbedingungen und man findet somit als allgemeine Lösung

$$p_{2_h}(t) = p_0 (1 - \alpha t) e^{-\alpha t}.$$

F.2 Spezielle Lösung der inhomogenen DGL

Zur Lösung der inhomogenen DGL wird nachstehende komplexe Störfunktion angenommen.

$$\underline{p}_1(t) = p_0 e^{i\omega t}$$

Bei dieser komplexen Störfunktion verwendet man für die spezielle Lösung der inhomogenen DGL zweckmäßig den Ansatz (Feldmann et al., 1983, S. 254)

$$p_{2_s} = \underline{B}_0 e^{i\omega t}.$$

Damit lässt sich die spezielle Lösung der inhomogenen DGL bestimmen zu

$$p_{2_s}(t) = A_0 e^{-j\varphi_0} e^{j\omega t},$$

wobei gilt

$$A_0 = |B_0| = \frac{p_0}{\sqrt{(k - n\omega^2)^2 + r^2\omega^2}}$$

mit

$$B_0 = \frac{p_0}{(k - n\omega^2) + jr\omega} = \frac{p_0 \left((k - n\omega^2) - jr\omega \right)}{(k - n\omega^2)^2 + r^2\omega^2}$$

und

$$\varphi_0 = \arctan \left(\frac{\operatorname{Im}\{B_0\}}{\operatorname{Re}\{B_0\}} \right) = \arctan \left(\frac{-r\omega}{k - n\omega^2} \right).$$

Da die arctan-Funktion mehrdeutig ist, muss bei der Berechnung von φ_0 auf das Vorzeichen des Imaginär- bzw. Realteils geachtet werden.

F.3 Allgemeine Lösung der inhomogenen DGL

Die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL ist die Summe aus einer speziellen Lösung der inhomogenen DGL und der allgemeinen Lösung der homogenen DGL.

$$p_2 = p_{2_h} + p_{2_s}$$

Bei der Berechnung der Übertragungsfunktion betrachtet man das System im eingeschwungenen Zustand ab einem Zeitpunkt $\alpha t \gg 0$. Hierfür verschwindet die Lösung der homogenen DGL (der Faktor $e^{-\alpha t}$ geht gegen Null). Deshalb wird im folgenden die spezielle Lösung der inhomogenen DGL betrachtet.

Für die Übertragungsfunktion ergibt sich damit

$$\begin{aligned} \underline{\ddot{U}}(\omega) &= \frac{p_2(\omega)}{p_1(\omega)} \\ &= \frac{A_0 e^{-j\varphi_0} e^{j\omega t}}{p_0 e^{j\omega t}} \\ &= \frac{A_0 e^{-j\varphi_0}}{p_0}. \end{aligned}$$

Anhang G

Wichtige mathematische Gleichungen zur Beschreibung von Ultraschallwellen

Nachfolgend sind die Herleitungen der Bewegungsgleichung, Kontinuitätsgleichung und Wellengleichung von Ultraschallwellen angegeben.

G.1 Bewegungsgleichung

Für die Herleitung der Bewegungsgleichung wird die Bewegung eines Volumenelements dV betrachtet, das die Form eines Quaders hat mit den Kantenlängen dx , dy und dz , die parallel zu den Koordinatenachsen x , y und z verlaufen (Abb. G.1). Das Volumenelement wird immer dann bewegt, wenn ungleichmäßige Spannungen herrschen, da dann auf die Volumenteilchen nichtkompensierende Oberflächenspannungen wirken, die diese Teilchen reziprok ihrer Masse beschleunigen. Aus der Masse m des Quaders und dem Volumen V lässt sich die Dichte ϱ bestimmen zu

$$\varrho = \frac{dm}{dV}.$$

Zunächst soll die resultierende Kraft F_x bestimmt werden, die auf die Fläche wirkt, deren Normalenvektor parallel zur x -Achse ist. Diese Fläche soll daher im weiteren Verlauf x -Fläche genannt werden, die anderen dementsprechend y - und z -Fläche. Der räumliche Spannungszustand an einem Punkt kann in dem hier betrachteten dreidimensionalen Fall allgemein durch die Spannungsvektoren $\vec{\sigma}_x$, $\vec{\sigma}_y$ und $\vec{\sigma}_z$ beschrieben werden. Für diese gilt

$$\vec{\sigma}_x = [\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}] \quad (\text{G.1})$$

$$\vec{\sigma}_y = [\sigma_{yx}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}] \quad (\text{G.2})$$

$$\vec{\sigma}_z = [\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}], \quad (\text{G.3})$$

wobei gemäß der klassischen Elastomechanik (Magnus und Müller, 1979) für die Schubspannungen σ_{ij} mit $i, j = x, y, z$ und $i \neq j$, die in der Literatur häufig auch mit dem Symbol τ_{ij} charakterisiert werden, gelten

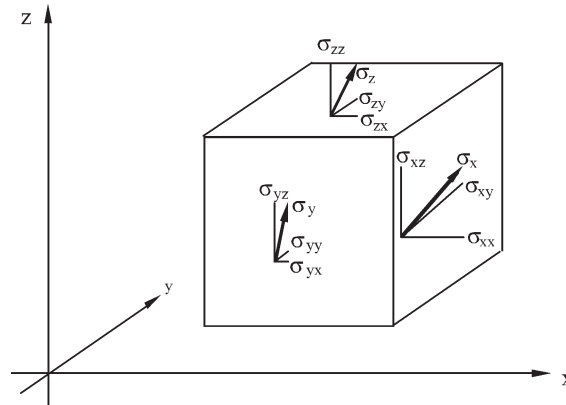


Abb. G.1: Betrachtetes Volumenelement zur Herleitung der Bewegungsgleichung

muss

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} \quad (\text{G.4})$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} \quad (\text{G.5})$$

$$\sigma_{zx} = \sigma_{xz}. \quad (\text{G.6})$$

Der daraus resultierende Spannungstensor σ_{ij} mit $i, j = x, y, z$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{G.7})$$

ist symmetrisch und kann daher durch eine Hauptachsentransformation in einen Tensor mit nur Diagonalelementen umgeformt werden

$$\sigma_{ii} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \sigma_{ij} \delta_{ij}, \quad (\text{G.8})$$

wobei δ_{ij} der Einheitstensor ist, der auch als *Kroneckersymbol* bezeichnet wird. Dieser ist definiert zu

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j, \quad i, j = 1, 2, 3 \\ 0 & \text{für } i \neq j. \end{cases} \quad (\text{G.9})$$

Gemäß Gl. (G.7) müssen daher zur Bestimmung von F_x bzw. F_y und F_z zuvor die Spannungsvektoren $\vec{\sigma}_x$, $\vec{\sigma}_y$ und $\vec{\sigma}_z$ in ihre einzelnen Komponenten σ_{xx} , σ_{xy} , σ_{xz} , σ_{yx} , σ_{yy} , σ_{yz} , σ_{zx} , σ_{zy} und σ_{zz} zerlegt werden. Dabei deutet der erste Index auf die Fläche hin, in welcher die Spannung bzw. Kraft wirkt, und der zweite Index auf die jeweilige Achse, aus welcher Richtung die Komponente wirkt. Damit erhält man ebenfalls einzelne Komponenten F_{xx} , F_{yx} und F_{zx} für die resultierende Kraft F_x . Die Komponenten σ_{xx} , σ_{yx} und σ_{zx} sind dann skalare Größen. Die Spannung senkrecht zur x -Fläche an der Stelle x hat den Wert $\sigma_{xx}(x)$, an der Stelle $x + \Delta x$ den Wert $\sigma_{xx}(x + \Delta x)$. Analoges gilt für die Spannung, die in y - bzw. z -Richtung auf die x -Fläche wirkt, d.h. $\sigma_{yx}(x)$ bzw. $\sigma_{zx}(x)$ an der Stelle x und $\sigma_{yx}(x + \Delta x)$ bzw. $\sigma_{zx}(x + \Delta x)$ an der Stelle $x + \Delta x$. Für die Komponenten F_{xx} , F_{yx} und F_{zx} ergibt sich daher

$$F_{xx} = [\sigma_{xx}(x + \Delta x) - \sigma_{xx}(x)] dy dz \quad (\text{G.10})$$

$$F_{yx} = [\sigma_{yx}(x + \Delta x) - \sigma_{yx}(x)] dx dz \quad (\text{G.11})$$

$$F_{zx} = [\sigma_{zx}(x + \Delta x) - \sigma_{zx}(x)] dx dy. \quad (\text{G.12})$$

Sind die Abmessungen des Quaders hinreichend klein, kann die Spannungsänderung längs einer Kante als linear angenommen werden. Es gilt dann

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(x + \Delta x) &= \sigma_{xx}(x) + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx \\ \sigma_{yx}(x + \Delta x) &= \sigma_{yx}(x) + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} dy \\ \sigma_{zx}(x + \Delta x) &= \sigma_{zx}(x) + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} dz.\end{aligned}$$

Damit vereinfachen sich obige Gln. (G.10), (G.11) und (G.12) mit $dV = dx dy dz$ zu

$$F_{xx} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dV \quad (\text{G.13})$$

$$F_{yx} = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} dV \quad (\text{G.14})$$

$$F_{zx} = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} dV. \quad (\text{G.15})$$

Für die resultierende Kraft F_x , die dem Volumenelement eine Beschleunigung entlang der x -Achse vermittelt, erhält man somit mit den Gln. (G.4), (G.5) und (G.6)

$$F_x = F_{xx} + F_{yx} + F_{zx} = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \right) dV. \quad (\text{G.16})$$

Analoges folgt für die resultierende Kraft auf die y - und z -Fläche, d.h. es gilt

$$F_y = F_{yx} + F_{yy} + F_{yz} = \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) dV \quad (\text{G.17})$$

$$F_z = F_{zx} + F_{zy} + F_{zz} = \left(\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dV. \quad (\text{G.18})$$

Wird der Index x, y und z durch die Zahlen 1, 2 und 3 und die Koordinaten x, y und z durch x_1, x_2 und x_3 ersetzt, lassen sich obige Gln. (G.16), (G.17) und (G.18) durch eine Gleichung beschreiben

$$F_i = \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) dV, \quad (\text{G.19})$$

mit $i, j = 1, 2, 3$. Wird die Kraft F_i ersetzt durch $m \cdot dv_i/dt = \rho V \cdot dv_i/dt$, wobei v_i die Komponente des Verschiebungsgeschwindigkeitsvektors $\vec{v}$ in x_i -Richtung ist, erhält man für Gl. (G.19)

$$\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) = \rho \frac{dv_i}{dt}. \quad (\text{G.20})$$

Da der Verschiebungsgeschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ ebenso wie der häufig verwendete Verschiebungsvektor $\vec{s}$ eine Funktion von Ort und Zeit sind, kann die vollständige Ableitung nach der Zeit in Gl. (G.20) auch in der Form

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j \right) \quad (\text{G.21})$$

geschrieben werden. Dabei beschreibt der erste Term auf der rechten Seite von Gl. (G.21) die Änderung der Geschwindigkeit des Teilchens mit der Zeit in einem festen Raumpunkt infolge der Kraftwirkung. Der zweite Term entspricht der Änderung der Geschwindigkeit aufgrund der Verschiebung des Teilchens in benachbarte Punkte des Mediums, die eine andere Bewegungsgeschwindigkeit haben. Für Gl. (G.20) folgt damit

$$\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) = \rho \left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j \right) \right]. \quad (\text{G.22})$$

Dieser Ausdruck stellt eine vollständige Bewegungsgleichung dar und ist eine der grundlegenden Gleichungen der Dynamik homogener Medien. Sind die Verschiebungen und die Verschiebungsgeschwindigkeiten sehr klein, kann der zweite Term auf der rechten Seite von Gl. (G.22) vernachlässigt werden.

Bei der Betrachtung der Wellenausbreitung in elastischen Medien, kann für den Spannungstensor σ_{ij} auch geschrieben werden $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij}$, wobei p der Druck ist. Im weiteren Verlauf sollen nur elastische Medien betrachtet werden. Damit ergibt sich mit Gl. (G.22)

$$-\sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) = \varrho \left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j \right) \right] \quad (\text{G.23})$$

oder in der vektoriellen Schreibweise

$$-\nabla p = \varrho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right]. \quad (\text{G.24})$$

Werden kleine Verschiebungen und Verschiebungsgeschwindigkeiten angenommen, kann man, wie oben bereits erwähnt, den zweiten Term auf der rechten Seite von Gl. (G.24) vernachlässigen. Sind zudem die Abweichung der Dichte $\varrho = \varrho_0 + \Delta\varrho$ von der Dichte ϱ_0 im Gleichgewicht sehr gering, d.h. $\varrho \approx \varrho_0$ ($\Delta\varrho/\varrho \ll 1$), kann eine linearisierte Form der Bewegungsgleichung angegeben werden, die allerdings nur exakt für unendlich kleine Anregungen gilt

$$-\nabla p = \varrho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}. \quad (\text{G.25})$$

Wird von einer wirbelfreien Bewegung der Teilchen ausgegangen, kann der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ auch über eine skalare Größe Φ , die hier als Geschwindigkeitspotential bezeichnet werden soll, ausgedrückt werden. Es gilt dann

$$\vec{v} = -\nabla\Phi. \quad (\text{G.26})$$

Gl. (G.26) eingesetzt in Gl. (G.25) ergibt

$$\nabla p = \varrho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla\Phi) = \nabla (\varrho_0) \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (\text{G.27})$$

Daraus folgt eine weitere Form der Bewegungsgleichung, nämlich

$$p = \varrho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (\text{G.28})$$

G.2 Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung besagt, dass in einem quellen- und senkenfreien Raum weder Masse erzeugt noch vernichtet wird (Erhaltung der Masse), d.h.

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \varrho dV = \int_V \frac{\partial \varrho}{\partial t} dV + \oint_O \varrho \vec{v} dO = 0. \quad (\text{G.29})$$

Dabei gibt der erste Term auf der rechten Seite von Gl. (G.29) die zeitliche Veränderung der Dichte in einem gegebenen Raumpunkt wieder, der zweite Term die Änderung der Masse des Raumpunkts aufgrund hinzu- oder abgewanderter Teilchen durch die Oberfläche O von oder aus benachbarten Punkten des Mediums.

Damit ist eine Veränderung der Dichte in einem Raumpunkt immer verbunden mit einem Teilchenfluss. Mit der Umwandlung des Oberflächenintegrals in Gl. (G.29) in ein Volumenintegral mit Hilfe dem Satz von Gauß

$$\oint_O \vec{v} dO = \int_V \operatorname{div} \vec{v} dV$$

erhält man für obige Gl. (G.29)

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = -\varrho \operatorname{div} \vec{v}. \quad (\text{G.30})$$

Mit Gl. (G.26) und $\varrho \approx \varrho_0$ findet man

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = \varrho_0 \operatorname{div} (\nabla \Phi) = \varrho_0 \Delta \Phi \quad (\text{G.31})$$

mit dem *Laplace*-Operator

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

G.3 Wellengleichung

Da die Dichte eine Funktion des Drucks ist, kann man für die Ableitung $\partial \varrho / \partial t$ in Gl. (G.31) auch schreiben

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = \frac{\partial \varrho}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{G.32})$$

Die Ableitung $\partial p / \partial t$ lässt sich aus der Bewegungsgleichung Gl. (G.28) durch eine Differentiation nach der Zeit errechnen, d.h. es gilt

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \varrho_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}. \quad (\text{G.33})$$

Daraus folgt mit Gln. (G.31) und (G.32)

$$\Delta \Phi = \frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad (\text{G.34})$$

wobei

$$c_0^2 = \left(\frac{dp}{d\varrho} \right)_{\varrho=\varrho_0} \quad (\text{G.35})$$

die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallausbreitung ist. Gemäß Gl. (G.35) erfolgen kleine Druckänderungen proportional zu Dichteänderungen. Gl. (G.34) entspricht der allgemeinen Wellengleichung und ist eine fundamentale Gleichung der Akustik und damit auch des Ultraschalls. Im weiteren Verlauf wird sich unsere Betrachtung nur auf Ultraschallwellen beschränken. Da sie, wie oben bereits angesprochen, vernachlässigbare Deformationen verursachen, sind für sie die hier gemachten Linearisierungen anwendbar.

Anhang H

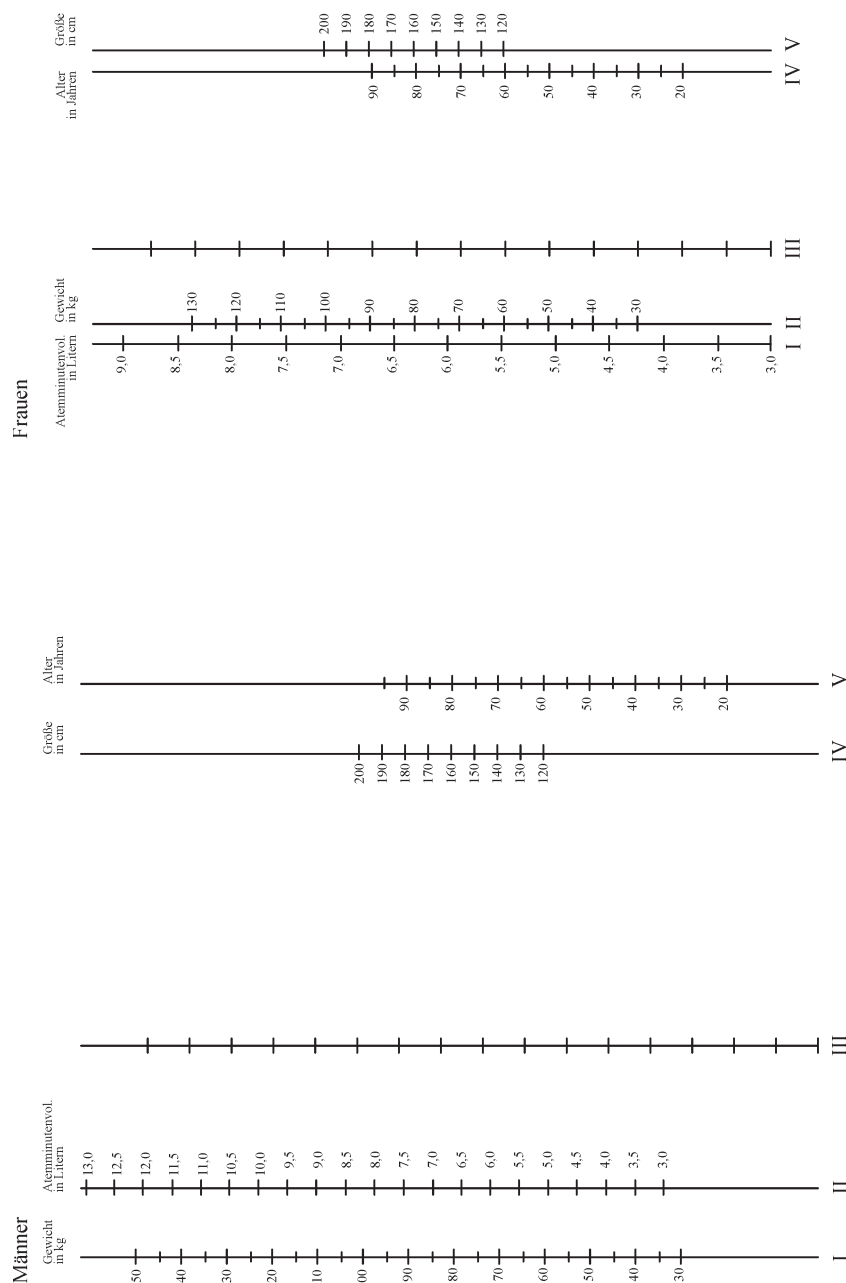
Nomogramme

Nachfolgend sind Nomogramme zur Bestimmung

- des Soll-Atemminutenvolumens,
- der Soll-Sauerstoffaufnahme und
- der Soll-Vitalkapazität

dargestellt.

H.1 Nomogramm für Soll-Atemminutenvolumen



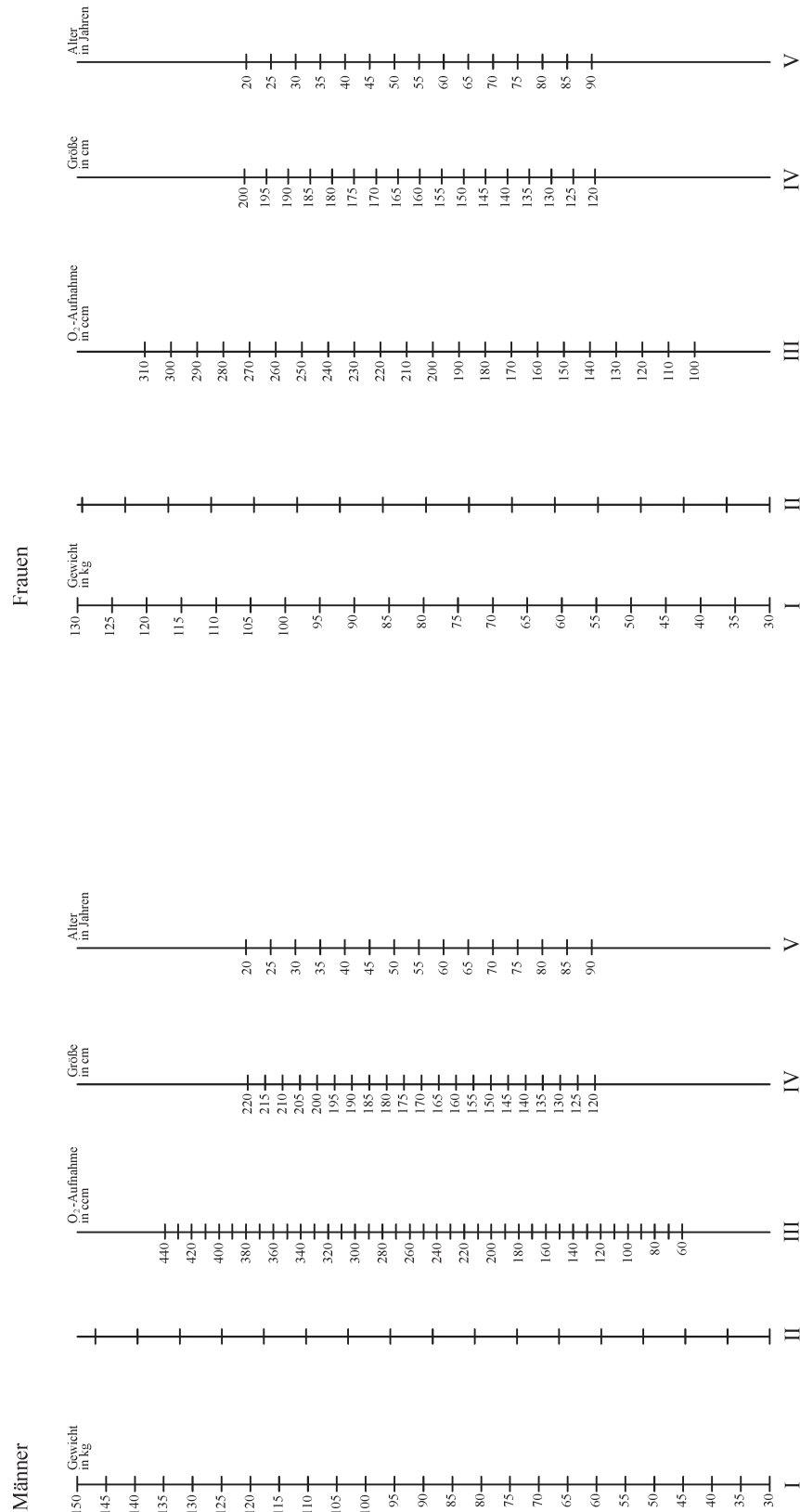
Man verbindet das Körpergewicht (Skala I) mit der Körpergröße (Skala IV) durch eine Gerade und markiert den Schnittpunkt dieser Geraden auf Skala III. Nun verbindet man diesen markierten Schnittpunkt mit dem Alter (Skala V) durch eine Gerade und liest das Soll-Atemminutenvolumen auf Skala II ab.

Männer: $W = 66,473 + 13,7516 G + 5,0033 H - 6,755 A$
(W =Totalkalorien in 24 Std., G =Gewicht in kg, H =Größe in cm, A =Alter in Jahren)

Man verbindet das Körpergewicht (Skala I) mit der Körpergröße (Skala IV) durch eine Gerade und markiert den Schnittpunkt dieser Geraden auf Skala III. Nun verbindet man diesen markierten Schnittpunkt mit dem Alter (Skala V) durch eine Gerade und liest das Soll-Atemminutenvolumen auf Skala II ab.

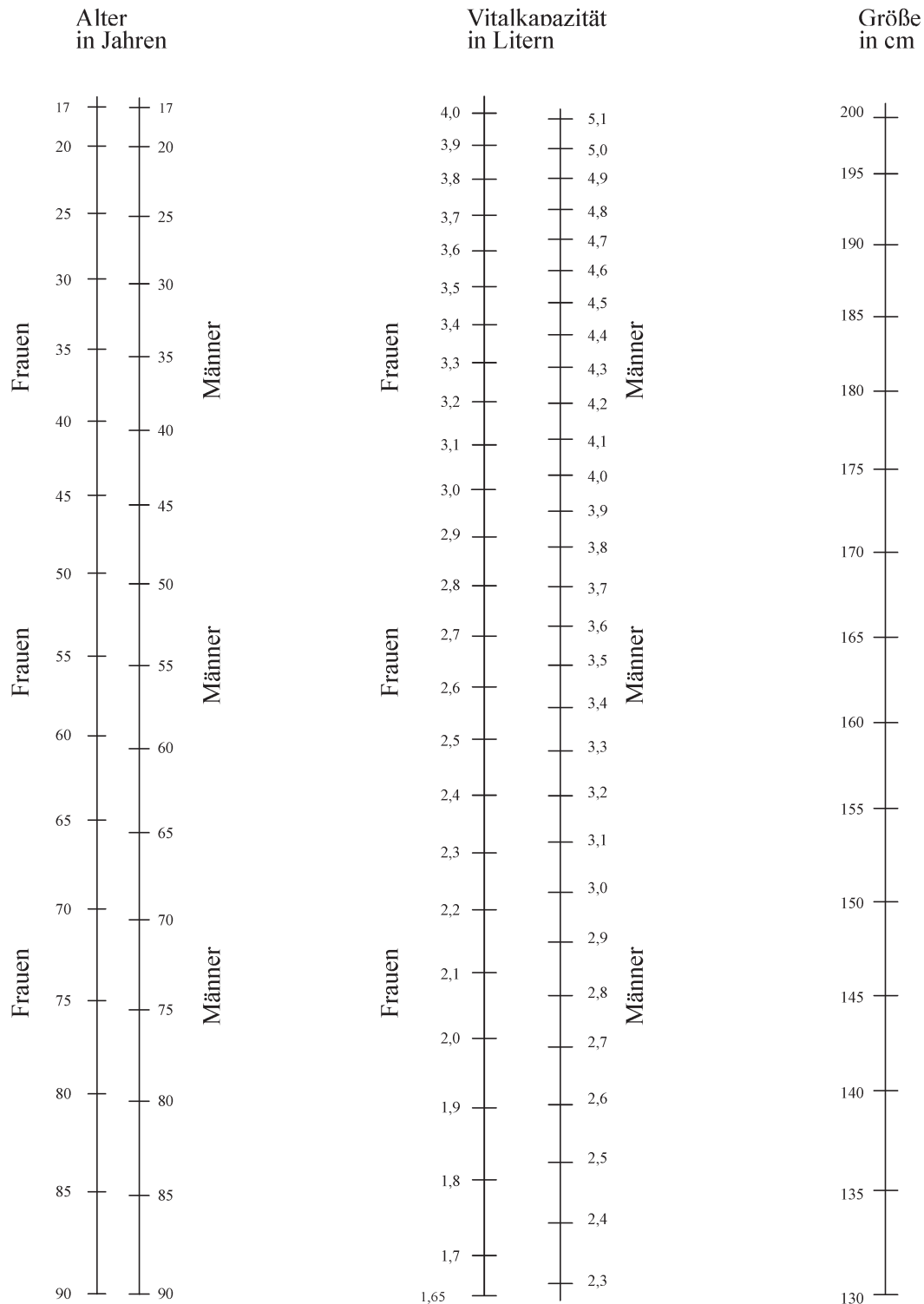
Der Sollgrundumsatz wurde berechnet nach der Formel von HARRIS und BENEDICT (A Biometric Study of Basal Metabolism in Man, Publication No. 279 of the Carnegie Institute of Washington 1919):
Frauen: $W = 655,0955 + 9,5634 G + 1,8496 H - 4,6756 A$
(W =Totalkalorien in 24 Std., G =Gewicht in kg, H =Größe in cm, A =Alter in Jahren)

H.2 Nomogramm für Soll-O₂-Aufnahme



Man verbindet das Körpergewicht (Skala I) mit der Körpergröße (Skala IV) durch eine Gerade und markiert den Schnittpunkt dieser Geraden auf der Skala II.
Nun verbindet man diesen markierten Schnittpunkt mit dem Alter (Skala V) durch eine Gerade und liest die Soll-O₂-Aufnahme auf Skala III ab.

H.3 Nomogramm für Soll-Vitalkapazität



Man verbindet Alter und Körpergröße durch eine Gerade. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der mittleren Skala ergibt die Soll-Vitalkapazität in Litern (entnommen aus den "Wissenschaftlichen Tabellen", 6. Auflage, J. R. Geigy A.G., Basel)

Anhang I

Einige medizinische Begriffe

Allgemeine Bezeichnungen

Abdomen	Bauch	Cranium	Schädel	Neuron	Nerv
Arteria	Arterie	Crus	Unterschenkel	Oculus	Auge
Articulus	Gelenk	Cutis	Haut	Os, Ossa	Knochen
Arthritis	Gelenkentzündung	Derma	Haut	Pelvis	Becken
Auris	Ohr	Genu	Knie	Pes	Fuß
Brachium	Oberarm	Glandula	Drüse	Radix	Wurzel
Caput	Kopf	Insuffizienz	Schwäche	Sanguis	Blut
Cardia	Herz	Lien	Milz	Stenose	Verengung
Cerebrum	Gehirn	Lobus	Lappen	Thorax	Brustkorb
Collum	Hals	Lympha	Lymph	Truncus	Rumpf
Cor	Herz	Mamma	(weibl.) Brust	Vena	Vene
Costa	Rippe	Manus	Hand		
Coxa	Hüfte	Nervus	Nerv		

Apparatus Digestorius, Verdauungsapparat

Os, oris	Mund	Peritoneum	Bauchfell	Rectum	Mastdarm
Salvia	Speichel	Gastrium	Magen	Anus	Mastdarm (Ausgang)
Lingua	Zunge	Duodenum	Zwölffingerdarm	Hepar	Leber
Dens	Zahn	Ileum	Dünndarm	Vesica fellea	Gallenblase
Oesophagus	Speiseröhre	Caecum	Dickdarm (Anfang)	Pancreas	Bauchspeicheldrüse
Intestinum	Eingeweide	Colon	Dickdarm (Ende)	Intestinum	Eingeweide

Apparatus urogenitalis, Harn- und Geschlechtsapparat

Ren	Niere	Funiculus spermaticus	Samenstrang	Tuba uterina	Eileiter
Ureter	Harnleiter	Prostata	Vorsteherdrüse	Uterus	Gebärmutter
Vesica urinaria	Harnblase	Penis	Männl. Glied	Cervix	Gebärmutterhals
Urethra	Harnröhre	Ovarium	Eierstock	Vagina	Scheide
Testis	Hoden				

Apparatus respiratoris, Atmungsorgane

Nasus	Nase	Pulmo	Lunge	Diaphragma	Zwerchfell
Larynx	Kehlkopf	Alveole	Lungenbläschen		
Bronchus	Ast der Luftröhre	Pleura	Brustfell		

Lagebezeichnungen

Anterior	der Vordere	Dorsalis	rückenwärts	Sagittalis	scheitelwärts
Caudalis	schwanzwärts	Inferior	der Untere	Superior	der Obere
Cranialis	schädelwärts	Lateralis	seitlich	Ventralis	bauchwärts
Distalis	peripherwärts	Proximalis	rumpfwärts		

Vorsilben

A-	ohne	Extra-	außerhalb	Per-	durch
An-	fehlen von	Hämo(a)-	Blut	Peri-	Oberfläche
Ante-	vor	Hemi-	halb, einseitig	Poly-	vielfältig
Anterio-	davor	Hyper-	über	Retro-	zurück
Anti-	gegen	Hypo-	unter	Sub-	unter
Bi-	zwei	Infra-	darunter	Supra-	oberhalb
Brady-	langsam	Inter-	zwischen	Tachy-	rasch
Di-	doppelt	Intra-	innerhalb	Toxi-	giftig
Dia-	hindurch	Mal-	schlecht	Trans-	hindurch
Dys-	gestört	Medico-	Mitte	Tri-	drei
Endo-	innerhalb	Mes-	Mitte	Ultra-	jenseits
Epi-	auf	Para-	daneben	Uni-	einzeln
Ex-	heraus	Patho-	krankhaft		

Nachsilben

-algie	Schmerz	-gen (esis)	Ursprung	-phobia	Angst
-ectonomie	Schnitt	-itis	Entzündung	-plasia	Bildung
-emia	Blut	-lasis	Prozess	-trophy (ia)	Ernährung
-esthesia	Gefühl	-path (y)	Krankheit		

Literaturverzeichnis

- J. Ahrendts. Technische Thermodynamik. In H. Czichos [Hrsg.], *HÜTTE – Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong, 29. Auflage, 1989. ISBN 3-540-19077-5.
- D. Amman. *Ion-selective microelectrodes*. Springer, Berlin, 1986.
- M.A. Arnoldt und G.A. Rechnitz. Biosensors based on plant and animal tissue. In A.P. et al. Turner [Hrsg.], *Biosensors*. Oxford University Press, Oxford, 1987.
- W. Atkinson und J.P. Woodcock. *Doppler Ultrasound and its Application in Clinical Measurements*. Academic Press, John Wiley & Sons, 1989.
- F. Barth, H. Bergold und R. Haller. *Stochastik 1: Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Franz Ehrenwirth Verlag GmbH & Co KG, München, 1980a. ISBN 3-431-01550-6.
- F. Barth, H. Bergold und R. Haller. *Stochastik 2: Ausbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung Mathematische Statistik*. Franz Ehrenwirth Verlag GmbH & Co KG, München, 1980b. ISBN 3-431-01667-7.
- P. Bergveld. Development of an ion-sensitive solid device for neurophysiological measurements. *IEEE BME*, 17:70 – 71, 1970.
- P. Bergveld. Development operation and application of ion-sensitive field-effect transistors as a tool for electrophysiology. *IEEE BME*, 19:342 – 351, 1972.
- P. Bergveld und A. Sibbald. Analytical and biomedical application of ion-selective field-effect transistors. In G. Svehla [Hrsg.], *Comprehensive analytical chemistry*, . Bd. XXIII. Elsevier, Amsterdam, 1988.
- R.T. Beyer und S.V. Letcher. *Physical ultrasonics*. Academic Press, New York, 1969.
- M. Bleicher. *Halbleiter Optoelektronik*. Hüthig, Heidelberg, 1986.
- L. Blik. *Grundlagen der elektrischen Temperatur/Messtechnik. PTB-Bericht E-13*. Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1981.
- P. Bösing. *Kernspin Tomographie für die medizinische Diagnostik*. Schattauer, Stuttgart · New York, 1985. ISBN 3-519-03066-7.
- B. Braun. *Ultraschall Diagnostik: Lehrbuch und Atlas*. Ecomed Verlag, Lansberg, München, Zürich, 1990.
- R. Brdička. *Grundlagen der physikalischen Chemie*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 15. Auflage, 1988. ISBN 3-326-00099-5.

- H.-J. Brockmann. Thermodynamik. In W. Beitz und K.-H. Küttner [Hrsg.], *Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York, 14. Auflage, 1981. ISBN 3-540-09422-9.
- I. N. Bronstein und K. A. Semendjajew. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, Neubearbeitung, Nachdruck der 20. Auflage, 1983. ISBN 3-871-44492-8.
- I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 2. überarbeitete und erweiterte Auflage, 1995. ISBN 3-8171-2002-8.
- Joseph D. Bronzino. *Biomedical Engineering and Instrumentation: Basic Concepts and Application*. PWS Publishers, Boston, 1986. ISBN 0-534-06492-2.
- H. R. Christen. *Chemie*. Verlag Sauerländer, Aargau und Verlag Diesterweg · Salle, Frankfurt am Main, 10. Auflage, 1976. ISBN 3-7941-0169-3 (Sauerländer); 3-425-05393-0 (Diesterweg · Salle).
- L.C. Clark Jr. The enzyme electrode. In A.P. et al. Turner [Hrsg.], *Biosensors*. Oxford University Press, Oxford, 1987.
- H. Clausert, L. Haase, K. Hoffmann, G. Wiesemann und H. Zürneck. Elektrotechnik. In H. Czichos [Hrsg.], *HÜTTE – Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong, 29. Auflage, 1989. ISBN 3-540-19077-5.
- R. S. Cobbold. *Transducer for Biomedical Measurement*. John Wiley + Sons, New York, 1974. ISBN 0-471-16145-4.
- L. Cromwell. *Biomedical Instrumentation and Measurements*. Inc. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1980. ISBN 0-130-76448-5.
- H. Czichos [Hrsg.]. *HÜTTE – Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong, 29. Auflage, 1989. ISBN 3-540-19077-5.
- Walter de Gruyter Verlag [Hrsg.]. *Pschyrembel Klinisches Wörterbuch: mit klinischen Syndromen und Nomina Anatomica*. Walter de Gruyter Verlag, Berlin · New York, 256., neu bearbeitete Auflage, 1990. ISBN 3-11-010881-X.
- P. Delahay. *Double Layer & Electrode Kinetics*, 1965. Interscience Publ.
- Dean A. DeMarre und David Michaels. *Bioelektronik Measurements*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1983. ISBN 0-13-076398-5.
- DIN 16 160 Teil 5. Thermometer; Begriffe für elektrische Thermometer, 1970.
- DIN IEC 584 Teil 1 und Teil 2. Grundwerte der thermoelektrischen Spannungen für verschiedene Materialien und erlaubte Abweichungen, 1984.
- DIN IEC 751. Industrielle Platin-Widerstandsthermometer und Platin-Meßwiderstände, 1985.
- P.N.J. Dinnis. *Photodetectors*. Plenum Press, New York, 1987.
- J. Eichmeier. *Medizinische Elektronik*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · Tokyo, 1983. ISBN 3-540-12354-7.
- G. Eisenmann. *Glass electrodes for hydrogen and other cations, principles and practice*. M. Dekker, New York, 1967.

- W. Ernsthausen. Über den Zusammenhang mechanischer und elektrischer Vorgänge am Warmblütler- Herzen. *Ztschr. f. Kreislauff.*, 51:547 – 555, 667 – 675, 1962.
- D.H. Evans, W.N. Mc Dicken, R. Skidmore und J.P. Woodcock. Doppler Ultrasound 62 in Medical Diagnosis. *British Journal of Radiology*, Seiten 399 –420, 1989.
- U. Faust. Entwicklungskonzepte zu neuen Bildübertragungssystemen. In G. Bueß [Hrsg.], *Endoskopische Techniken*, . Bd. 2. Deutscher Ärzte-Verlag, Köln, 1990.
- U. Faust. Meßwertwandler in der Medizin. In H. Hutten [Hrsg.], *Biomedizinische Technik 4 Technische Sondergebiete*, . Bd. 4. Springer Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest und Verlag TÜV Rheinland Köln, 1991a. ISBN 3-540-52539-4 (Springer-Verl. Berlin ...); 3-88585-902-5 (Verlag TÜV Rheinland Köln).
- U. Faust. Vom Mutterleib bis zur Bahre. In *Ärztliche Praxis: Ultraschall in der Medizin; Teile I–VI*, Seiten 21–25, München, Gräfe/Hong Kong, 1991b. Die Zeitung des Arztes in Klinik und Praxis, Werk-Verlag Dr. Edmund Banaschewski GmbH. Sonderausdruck.
- U. Faust. Skript zur Vorlesung Elektrotechnische Verfahren in der Medizin. Persönliches Skript.
- D. Feldmann, A. Kruse, P. Merziger, G. Mühlbach und Th. Wirth. *Repetitorium der Ingenieur-Mathematik*. C. Feldmann Verlag, Hannover, 1983. ISBN 3-923923-00-7.
- H. P. Fiedler. *Handbuch Medizintechnik*. Ecomed., Landsberg/Lech, 1981. ISBN 3-609-64560-1.
- Hans-Joachim Flechtner. *Grundbegriffe der Kybernetik*. S. Hirzel Verlag Stuttgart, Stuttgart, 1972. ISBN 3-777-60251-5.
- K. Forstner. Anforderungen an Elektrokardiographen unter besonderer Berücksichtigung der Notfallmedizin, deren Realisierung und Aspekte der Gerätesicherheit. Technical report, Institut für Biomedizinische Technik der Universität Stuttgart, 1989.
- Gauer, Kramer und Jung (Hrsg.). *Physiologie des Menschen*, . Bd. 1—20. Urban & Schwarzenberg, München, 1962a.
- Gauer, Kramer und Jung (Hrsg.). *Herz und Kreislauf*, . Bd. 3 *Physiologie des Menschen*. Urban & Schwarzenberg, München, 1962b. ISBN 3-541-05411-5.
- L. A. Geddes und L. E. Backer. *Principles of Applied Biomedical Instrumentation*. John Wiley + Sons, New York, 3rd Auflage, 1988.
- F. Gudden und F.W. Hofmann. Röntgentechnik. In H. Hutten [Hrsg.], *Biomedizinische Technik 1 Diagnostik und bildgebende Verfahren*, . Bd. 1. Springer Verlag Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest Verlag TÜV Rheinland Köln, Springer Verlag Berlin · Heidelberg, 1992. ISBN 3-540-52537-8 (Springer-Verl. Berlin ...); 3-88585-900-9 (Verlag TÜV Rheinland Köln).
- G. Guildbault. *Handbook of immobilized enzymes*. M. Dekker, New York, 1984.
- N. Hesselmann. *Digitale Signalverarbeitung*. Vogel-Buchverlag, Würzburg, 1983. ISBN 3-8023-0707-0.
- W. Heywang. Sensorik. In W. Heywang und R. Müller [Hrsg.], *Halbleiter-Elektronik*, . Bd. 17. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · Tokyo, 1984. ISBN 3-540-12767-4.

- C. R. Hill. *Physical principles of medical ultrasonics*. Ellis Horwood, Chichester, 1986. ISBN 0-470-20718-3.
- D. W. Hill. *Intensive Care Instrumentation*. Academic Press, London, 1982. ISBN 0-12-791981-3.
- H.J. Holländer. *Die Ultraschall Diagnostik in der Schwangerschaft*. Urban und Schwarzenberg-Verlag, München, Wien, 1984.
- W. Hoppe, W. Lohmann, H. Markl und H. Ziegler (Hrsg.). *Biophysik*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York, 1982. ISBN 3-540-11335-5.
- H. Hutten [Hrsg.]. *Biomedizinische Technik 1 – 4 (Set)*. Springer Verlag Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest Verlag TÜV Rheinland Köln, Springer Verlag Berlin · Heidelberg, 1992a. ISBN 3-540-55042-9.
- H. Hutten. Meßverfahren und Meßgeräte in der Inneren Medizin. In H. Hutten [Hrsg.], *Biomedizinische Technik 1 Diagnostik und bildgebende Verfahren*, Bd. 1. Springer Verlag Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest Verlag TÜV Rheinland Köln, Springer Verlag Berlin · Heidelberg, 1992b. ISBN 3-540-52537-8 (Springer-Verl. Berlin ...); 3-88585-900-9 (Verlag TÜV Rheinland Köln).
- K.-M. Irion. *Bestimmung der axialen Auflösung und der frequenzabhängigen Dämpfung von Ultraschallecho-grammen unter Berücksichtigung der analytischen Signaldarstellung*. Dissertation, Institut für Biomedizinische Technik der Universität Stuttgart, 1987.
- A.C. Kak. Signal processing of broadband pulsed ultra sound: Measurement of attenuation of soft biological tissues. *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*, 25(4), 1978.
- J. Keller. *Über den Zweiten Hauptsatz der Thermodynamik irreversibler Prozesse*. Walter de Gruyter Verlag, Berlin · New York, 1976.
- F. Kohlrausch. *Praktische Physik 1–3*. Teubner, Stuttgart, 22. neubearbeitete und ergänzte Auflage, 1968.
- A. Kolin und G.W. Culp. A intra-arterial induction gauge. *IEEE BME*, 18:110 – 114, 1971.
- G. Korger. Zielsetzung, Umsetzung und Kosten der Medizingeräteverordnung. *Biomedizinische Technik*, 30: S. 1..4, Dezember 1985. ISSN 0013-5585. Ergänzungsband.
- G. Kortüm. *Lehrbuch der Elektrochemie*. Verlag Chemie GmbH, Weinheim/Bergstr., 4. Auflage, 1970.
- G. Kortüm und H. Lachmann. *Einführung in die chemische Thermodynamik*. Verlag Chemie, Weinheim · Deerfield Beach, Florida · Basel, Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 7. Auflage, 1981.
- J. Koryta und K. Štulík. Ion-selective electrodes. Technical report, Cambridge University Press, 1983. (Tabellen für Selektivitätskoeffizienten, Carrier-Membranen).
- H. Kresse (Hrsg.). *Kompendium Elektromedizin*. Siemens AG, Berlin, 1982. ISBN 3-8009-1353-4.
- E. Krestel [Hrsg.]. *Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik: Grundlagen und technische Lösungen; Röntgendiagnostik, Computertomographie, nuklearmedizinische Diagnostik, Kernspintomographie, Sonographie*. Siemens-Aktiengesellschaft, [Abt. Verl.], Berlin und München, 2., überarbeitete und erweiterte Auflage, 1988. ISBN 3-8009-1505-7.
- S.S. Kuan und G. Guildbault. Ion-selective electrodes and biosensors on ISEs. In A.P. et al. Turner [Hrsg.], *Biosensors*. Oxford University Press, Oxford, 1987.

- P. Kugel. So funktionieren Sender und Empfänger. In *Ärztliche Praxis: Ultraschall in der Medizin; Teile I–VI*, Seiten 3–7, München, Gräffelfing, 1991. Die Zeitung des Arztes in Klinik und Praxis, Werk–Verlag Dr. Edmund Banaschewski GmbH. Sonderausdruck.
- G. Kürbitz. Thermographie — Radiometrisch messende Wärmebildgeräte. In H. Hutten [Hrsg.], *Biomedizinische Technik 1 Diagnostik und bildgebende Verfahren*, . Bd. 1. Springer Verlag Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest Verlag TÜV Rheinland Köln, Springer Verlag Berlin · Heidelberg, 1992. ISBN 3-540-52537-8 (Springer-Verl. Berlin ...); 3-88585-900-9 (Verlag TÜV Rheinland Köln).
- I. Kurnbe. Micro–organism based sensors. In A.P. et al. Turner [Hrsg.], *Biosensors*. Oxford University Press, Oxford, 1987.
- Landolt-Börnstein [Hrsg.]. *Bd. II, Teil 2 b. 6. Auflage*, Berlin, 1962. Springer.
- Landolt-Börnstein [Hrsg.]. *Bd. II, Teil 5 a. 6. Auflage*, Berlin, 1969. Springer.
- G. Lehner. *Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure und Physiker*. Springer Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona, 1990. ISBN 3-540-52319-7 (Springer Verlag Berlin ...); 0-387-52319-7 Springer Verlag New York ...).
- W. Leupold. *Analysis für Ingenieure*, Kapitel 22. bis 24. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 13. Auflage, 1978. ISBN 3-87144-103-1.
- H.D. Lüke. *Signalübertragung: Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg, 7., neubearbeitete und erweiterte Auflage, 1999. ISBN 3-540-65197-7.
- E. Lüscher. *Vorlesung über Experimentalphysik I: Mechanik · geometrische Optik · Wärme; 1. Teil*, . Bd. 111 *BI–Hochschultaschenbücher*. Bibliographisches Institut, Mannheim · Wien · Zürich, 1967. ISBN 3-411-00111-9.
- E. Lüscher. *Vorlesung über Experimentalphysik I: Mechanik · geometrische Optik · Wärme; 2. Teil*, . Bd. 114 *BI–Hochschultaschenbücher*. Bibliographisches Institut, Mannheim · Wien · Zürich, 1983. ISBN 3-411-00114-9.
- E. Lüscher. *Vorlesung über Experimentalphysik II: Elektromagnetische Vorgänge*, . Bd. 115 *BI–Hochschultaschenbücher*. Bibliographisches Institut, Mannheim · Wien · Zürich, 2., überarbeitete Auflage, 1981. ISBN 3-411-05115-9.
- K. Magnus und H.H. Müller. *Grundlagen der Technischen Mechanik*. Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik. Teubner Studienbücher: Mechanik, Stuttgart, 2. durchgesehene Auflage, 1979. ISBN 3-519-12324-X.
- H. Marko. *Methoden der Systemtheorie*. Buchreihe: Nachrichtentechnik. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York, 2., überarbeitete Auflage, 1982. ISBN 3-540-11457-2.
- MedGV. Verordnung über die Sicherheit medizinisch–technischer Geräte (Medizingeräteverordnung – MedGV). (BGBL 1985 I,93), Januar 1985.
- D. Mende und G. Simon. *PHYSIK – Gleichungen und Tabellen*. VEB Fachbuchverlag, Leipzig, 7. Auflage, 1981. ISBN 3-343-00147-3.

- K. Meyer-Waarden. *Bioelektrische Signale und ihre Ableitverfahren*. Schattauer, Stuttgart · New York, 1985. ISBN 3-794-50839-4.
- K. Meyer-Waarden. *Technische Verfahren in der kardiologischen Diagnostik und Therapie*. UTB Schattauer, Stuttgart · New York, 1977. ISBN 3-7945-0590-5.
- R. Millner [Hrsg.]. *Ultraschalltechnik Grundlagen und Anwendungen*. VEB Fachbuchverlag Leipzig Lizenzausgabe für den Physik Verlag GmbH Weinheim, Leipzig, 1987. ISBN 3-87664-106-3.
- E. Mönch. *Einführungsvorlesung Technische Mechanik*. R. Oldenbourg Verlag, München · Wien, 4. Auflage, 1981. ISBN 3-486-38764-2.
- K.D. Mörike, E. Betz und W. Mergenthaler. *Biologie des Menschen*. Quelle & Meyer Verlag, Heidelberg · Wiesbaden, 12. Auflage, 1989. ISBN 3-494-01153-2.
- R. Müller. Bauelemente der Halbleiter-Elektronik. In W. Heywang und R. Müller [Hrsg.], *Halbleiter-Elektronik*, . Bd. 2. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo, dritte, völlig neubearbeitete und erweiterte Auflage, 1987a. ISBN 3-540-16638-6.
- R. Müller. Grundlagen der Halbleiter-Elektronik. In W. Heywang und R. Müller [Hrsg.], *Halbleiter-Elektronik*, . Bd. 1. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo, fünfte, durchgesehene Auflage, 1987b. ISBN 3-540-18041-9.
- M.T. Nguyen. Ultraschall-CT im Kommen. In *Ärztliche Praxis: Ultraschall in der Medizin; Teile I–VI*, Seiten 15–20, München, Gräefling, 1991. Die Zeitung des Arztes in Klinik und Praxis, Werk-Verlag Dr. Edmund Banaschewski GmbH. Sonderausdruck.
- M.T. Nguyen. Ultraschall. Praktikumsumdruck, Institut für Biomedizinische Technik der Universität Stuttgart, 1992.
- O. Nickel. Nuklearmedizin. In H. Hutten [Hrsg.], *Biomedizinische Technik 1 Diagnostik und bildgebende Verfahren*, . Bd. 1. Springer Verlag Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest Verlag TÜV Rheinland Köln, Springer Verlag Berlin · Heidelberg, 1992. ISBN 3-540-52537-8 (Springer-Verl. Berlin ...); 3-88585-900-9 (Verlag TÜV Rheinland Köln).
- H. Niedrig. Physik. In H. Czichos [Hrsg.], *HÜTTE – Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong, 29. Auflage, 1989. ISBN 3-540-19077-5.
- H. Niedrig. Physik. In H. Czichos [Hrsg.], *HÜTTE – Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · Barcelona · London · Paris · Tokyo · HongKong, 30. neu bearbeitete und erweiterte Auflage, 1996. ISBN 3-540-58740-3.
- H. N. Norton. *Biomedical Sensors. Fundamentals and Applications*. Noyes Publ., Park Ridge, 1982. ISBN 0-8155-0890-5.
- W. Nüssle. Der Doppler-Effekt — eine geniale Entdeckung. In *Ärztliche Praxis: Ultraschall in der Medizin; Teile I–VI*, Seiten 9–13, München, Gräefling, 1991. Die Zeitung des Arztes in Klinik und Praxis, Werk-Verlag Dr. Edmund Banaschewski GmbH. Sonderausdruck.
- R.A. et al. Olsen. J. gen. physiol. 32 681–702, 1949.

- A.V. Oppenheim und R.W. Schaffer. *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. R. Oldenburg, München Wien, 3. durchgesehene Auflage, 1999. ISBN 3-486-24145-1.
- L.J. Pinson. *Electro-Optics*. John Wiley & Sons, New York, 1985.
- B. Plewinsky. Chemie. In H. Czichos [Hrsg.], *HÜTTE – Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong, 29. Auflage, 1989. ISBN 3-540-19077-5.
- R. Plonsey. *Bioelectric Phenomena*. McGraw-Hill Book Company, New York, 1979.
- R. Plonsey und R.C. Barr. *Bioelectricity: A Quantitative Approach*. Plenum Press, New York, London, 1988. ISBN 0-306-42894-6.
- J. Poganatz. Wie sieht gesundes Gewebe aus? In *Ärztliche Praxis: Ultraschall in der Medizin; Teile I–VI*, Seiten 27–32, München, Gräfelting, 1991. Die Zeitung des Arztes in Klinik und Praxis, Werk-Verlag Dr. Edmund Banaschewski GmbH. Sonderausdruck.
- J. Port. Aufnahme eines Elektrokardiogramms. Praktikumsumdruck, Institut für Biomedizinische Technik der Universität Stuttgart, 1991a.
- J. Port. Blutdruckmessung. Praktikumsumdruck, Institut für Biomedizinische Technik der Universität Stuttgart, 1992.
- J. Port. Messung des Wechselstromwiderstandes der Haut. Praktikumsumdruck, Institut für Biomedizinische Technik der Universität Stuttgart, 1991b.
- J. Port. Mitschriften zur Vorlesung Elektrotechnische Verfahren in der Medizin. Persönliches Skript, SS 90, SS 91.
- J. Port und P. Kugel. Lungenfunktionsuntersuchung. Praktikumsumdruck, Institut für Biomedizinische Technik der Universität Stuttgart, 1992.
- W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling und Flannery B.P. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge · New York · Melbourne, 2 Auflage, 1995. ISBN 0-521-43108-5.
- H.-D. Reidenbach. *Hochfrequenz- und Lasertechnik in der Medizin*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York, 1974. ISBN 3-540-11866-7.
- R.D. Ross. *Optoelektronik*. R. Oldenburg, München, 1982.
- R. Saal und W. Entenmann. *Handbuch zum Filterentwurf*. Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft AEG-Telefunken, Berlin und Frankfurt am Main, 1979. ISBN 3-87087-070-2.
- H. Sachse. *Semiconducting temperature sensors and their applications*. John Wiley & Sons, New York, 1975.
- D. Schmidt. Aufbau einer Versuchsanordnung zur Darstellung der magnetischen Kernspinresonanztomographie. 2. Semesterarbeit, Institut für Biomedizinische Technik der Universität Stuttgart, 1993.
- G. Schmidt. *Grundlagen der Regelungstechnik: Mathematische Beschreibung, Verhalten, Stabilität Entwurf linearer und einfacher nichtlinearer Regelungen*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · Tokyo, 1984. ISBN 3-540-11068-2.

- R. F. Schmidt und G. Thews. *Physiologie des Menschen*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York, 23. Auflage, 1987. ISBN 3-540-52643-9.
- G. Schneekloth. *Ultraschalltomographie abdomineller Organe und der Schilddrüse: Atlas u. Lehrbuch*. Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart, 1983.
- E. Schrüfer. *Elektrische Meßtechnik*. Carl Hanser Verlag, München · Wien, 1983. ISBN 3-446-13812-9.
- H. Schubert. *Marktspiegel Medizintechnik*. Verlag TÜV Rheinland, 1983. Loseblattsammlung mit Ergänzungen.
- H. Schubert. *Sensorik in der medizinischen Diagnostik*. Verlag TÜV Rheinland, 1989. ISBN 3-885-85398-1.
- Sensoren II. Meßwertaufnehmer für optische und magnetische Größen. *Elektronik. Sonderheft 246*, 1987.
- S. Silbernagl und A. Despopoulos. *Taschenatlas der Physiologie*. Georg Thieme Verlag, Stuttgart · New York, 3. Auflage, 1988. ISBN 3-135-67703-6.
- J. Silny und G. Rau. Bioelektrische Signale. In H. Hutten [Hrsg.], *Biomedizinische Technik 1 Diagnostik und bildgebende Verfahren*, . Bd. 1. Springer Verlag Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest Verlag TÜV Rheinland Köln, Springer Verlag Berlin · Heidelberg, 1992. ISBN 3-540-52537-8 (Springer-Verl. Berlin ...); 3-88585-900-9 (Verlag TÜV Rheinland Köln).
- K. Simony. *Theoretische Elektrotechnik*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1968.
- M. Stapper und G. Sollié. Characterization of biological tissues by means of ultrasound transmission tomography using a personal computer. In *Ultrasonics International Conf. Proc.*, Seiten 321–326, 1988.
- K. Stephan und F. Mayinger. *Thermodynamik Grundlagen und technische Anwendungen*, . Bd. 1 *Einstoffsysteme*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · Hong Kong · Barcelona · Budapest, 14. Auflage, 1992. ISBN 3-540-55648-6.
- E. Stetter und A. Oppelt. Magnetresonanztomographie (MRT). In H. Hutten [Hrsg.], *Biomedizinische Technik 1 Diagnostik und bildgebende Verfahren*, . Bd. 1. Springer Verlag Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest Verlag TÜV Rheinland Köln, Springer Verlag Berlin · Heidelberg, 1992. ISBN 3-540-52537-8 (Springer-Verl. Berlin ...); 3-88585-900-9 (Verlag TÜV Rheinland Köln).
- U. Tietze und Ch. Schenk. *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg · New York · London · Paris · Tokyo · HongKong · Barcelona · Budapest, 10. Auflage, 1993. ISBN 3-540-56184-6.
- VDE. VDE/DIN – Vorschriften zur Medizinischen Sicherheit.
- I. Veit. *Technische Akustik*. Vogel, Würzburg, 5., durchgesehene Auflage, 1996. ISBN 3-8023-1707-6.
- V.A. Šutilov. *Physik des Ultraschalls: Grundlagen*. Springer-Verlag Wien – New York, Wien, 1984. ISBN 3-211-81798-0.
- W. Wagner. *Chemische Thermodynamik*. Vieweg, Berlin, 3. bearbeitete Auflage, 1975. ISBN 3-528-0-6809-4.
- J. Watson. *Optoelectronics*. Van Nostrand Reinhold, Wokingham, 1988.
- J. G. Webster (Hrsg.). *Encyclopedia of Medical Devices and Instrumentation*, . Bd. I–IV. John Wiley + Sons, New York, 1988. ISBN 0-471-82936-6.

- J. G. Webster (Hrsg.). *Medical Instrumentation*. Houghton Mifflin Company, Boston, 1978. ISBN 0-12-744150-6.
- L. Weichert. Temperaturmessung in der Technik. In W. Bartz [Hrsg.], *Kontakt und Studium*, . Bd. 9. Expert, Grafenau, dritte Auflage, 1980.
- W. Welkowitz und S. Deutsch. *Biomedical instruments and design*. Academic Press, New York, 1976.
- P.N.T. Wells. *Doppler Ultrasound*, 1982.
- P.N.T. Wells. *Medical ultrasonics*. Academic Press, London, 1978.
- E. Wetterer. Eine neue manometrische Sonde mit elektrischer Transmission. *Z. Biol.*, 101:392 – 350, 1943.
- G.S. Wilson. Fundamentals of amperometric sensors. In A.P. et al. Turner [Hrsg.], *Biosensors*. Oxford University Press, Oxford, 1987.
- A. Zips. Zell- und Gewebeschäden bei diagnostischem Einsatz? In *Ärztliche Praxis: Ultraschall in der Medizin; Teile I–VI*, Seiten 33–38, München, Gräffelfing, 1991. Die Zeitung des Arztes in Klinik und Praxis, Werk-Verlag Dr. Edmund Banaschewski GmbH. Sonderausdruck.