

Universität Stuttgart

Aktorik in der Gerätetechnik
Teil 3



**Institut für Konstruktion und
Fertigung in der Feinwerktechnik**

Aktorik in der Gerätetechnik

Teil 3

Skript zur Übung und zum Praktikumsversuch
Lineare Antriebssysteme / Lineardirektantriebe

Nachdruck nicht gestattet!

6. Auflage 10/2013

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Schinköthe

Anschrift:	Institut für Konstruktion und Fertigung in der Feinwerktechnik Pfaffenwaldring 9 70550 Stuttgart
Telefon:	0711 / 685-66402/66411
Telefax:	0711 / 685-56402
E-Mail:	sekretar@ikff.uni-stuttgart.de
Internet:	http://www.uni-stuttgart.de/ikff/

Inhaltsübersicht

Vorbemerkungen zum Skript

1 Lineare Antriebssysteme in der Gerätetechnik

2 Konstruktive Gestaltung und Berechnung eines ausgewählten Lineardirektantriebes

- 2.1 Berechnung des magnetischen Teilsystems
- 2.2 Berechnung des elektrischen Teilsystems
- 2.3 Berechnung des thermischen Teilsystems

3 Realisierung einer kompletten Antriebsachse

- 3.1 Messsysteme
 - 3.1.1 Messsysteme für Weg und Winkel
 - 3.1.2 Messsysteme für Geschwindigkeit und Drehzahl
- 3.2 Aufbau und Anforderungen an Stellglieder
- 3.3 Regelung elektrodynamischer Antriebe
- 3.4 Regelungstechnische Grundglieder
- 3.5 Regelkreisstrukturen
- 3.6 Reglerstrukturen und ihre technische Umsetzung
- 3.7 Wahl der Reglerparameter
- 3.8 Stabilität
- 3.9 Auslegung eines Regelkreises für einen Lineardirektantrieb

4 Literaturverzeichnis / Bezugsquellen

1 Lineare Antriebssysteme in der Gerätetechnik

Zur Realisierung von Bewegungsvorgängen bestehen folgende grundsätzliche Möglichkeiten.

Tabelle 1: Gegenüberstellung von Bewegungsformen

Auszuführen- de Aufgabe	Rotation		Translation		
Besonder- heiten	keine Begrenzung des Bewegungs- vorganges		definierte Begrenzung des Bewe- gungsvorganges		
Realisie- rungsmög- lichkeiten	rotierende Motoren		Umsetzung der rotieren- den Bewe- gung in eine Linearbewe- gung durch Rotations- Translations- Umformer	Linearmotoren	
	getriebelose Antriebe (rotatori- scher Di- rektantrieb)	Anpassung der rotatori- schen Be- wegung des Motors an das Gerät über ein Getriebe		getriebelose Linearmoto- ren (linearer Direktan- trieb)	Anpassung der Linear- bewegung des Motors an das Ge- rät mittels Hebelme- chanismus

In Übung und Praktikum werden Linearantriebe auf Basis von elektrodynamischen Antrieben näher untersucht.

Lineardirektantriebe haben durch ihren Aufbau gegenüber Antriebssystemen mit Bewegungsumformern Vorteile, aber auch gewisse Nachteile. Die Strukturen dieser Linearantriebe sind in den Abbildungen 1.1 und 1.2 vergleichend dargestellt.

Bei Lineardirektantrieben fehlen die mechanischen Bewegungswandler. Daraus ergeben sich mechanische Vorteile, wie geräuscharmer Betrieb, geringer Verschleiß, hohe Lebensdauer. Unter dem regelungstechnischen Aspekt betrachtet, haben diese Antriebe kein Spiel, geringe Elastizitäten und Reibung. Diese Systeme besitzen damit die Voraussetzung für eine höhere Dynamik und Positioniergenauigkeit als Antriebe mit Bewegungsumformer.

Nachteilig wirkt sich hingegen das schlechte Masse-Leistungs-Verhältnis aus, welches eine Integration des Direktantriebes in den Gesamtaufbau erfordert. Die Systeme sind deshalb meistens problem- bzw. aufgabenspezifische Antriebe, die der Anwender selbst entwickeln und fertigen muss.

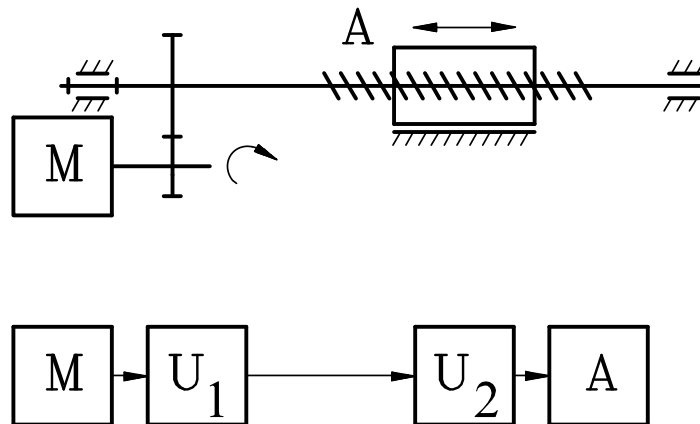


Abb. 1.1: Struktur eines Antriebssystems zur linearen Positionierung mit Rotations-Translations-Umformer

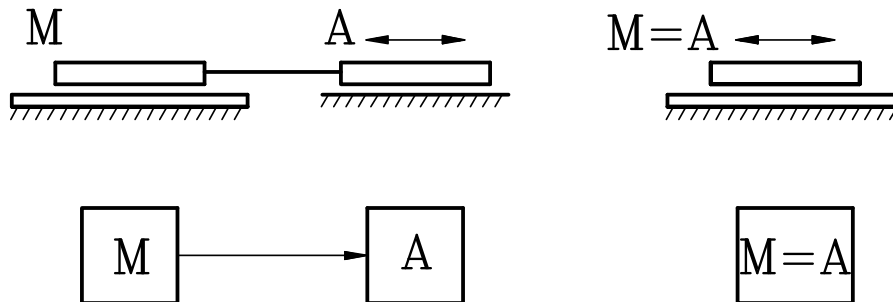


Abb. 1.2: Struktur eines Antriebssystems zur linearen Positionierung ohne Bewegungsumformer (Direktantrieb)

Zur Verdeutlichung sind in den Abbildungen 1.3 und 1.4 zwei Beispiele für den Einsatz von Direktantrieben dargestellt, bei denen höchste Dynamik und Positioniergenauigkeit gefordert sind.

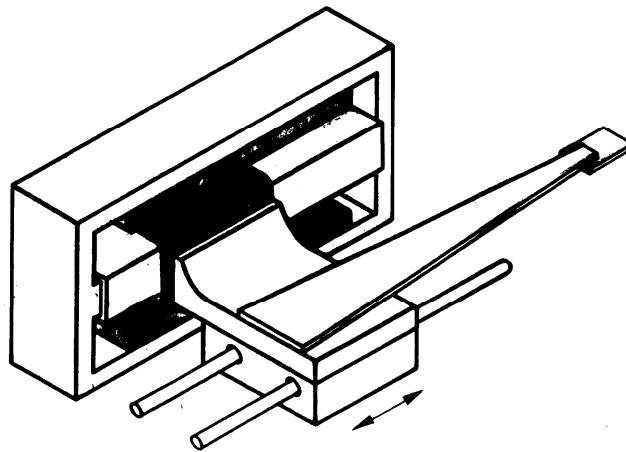


Abb. 1.3: Gleichstromlinearmotor im Festplattenlaufwerk (Kastenspulenmotor)

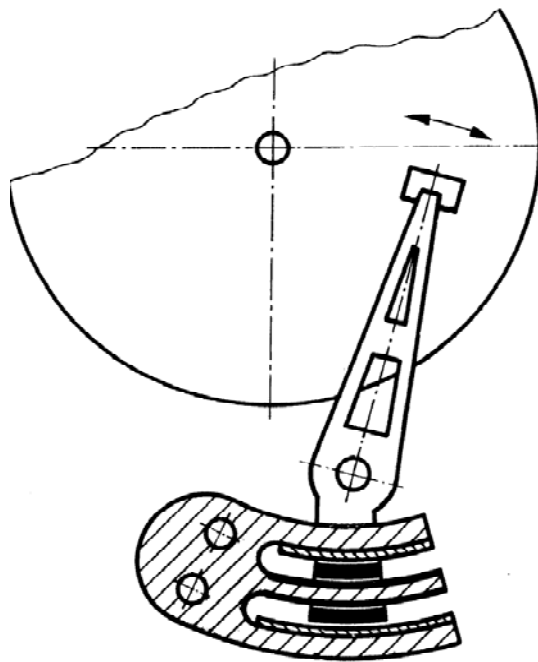


Abb. 1.4: Schwenkpositionierer im Festplattenlaufwerk (Kastenspulenmotor)

Mit Tauch-, Kasten- oder Flachspulen lassen sich diverse Aufbauprinzipien für Lineardirektantriebe realisieren. Im Folgenden sind deshalb noch einige andere Bauformen und deren Wirkprinzipien dargestellt, zur ausführlichen Übersicht wird auf das Vorlesungsskript verwiesen.

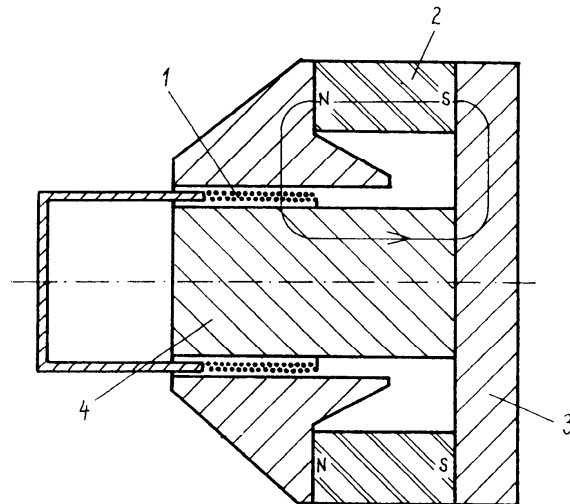


Abb. 1.5: Tauchspulprinzip, z. B. in elektrodynamischen Lautsprechern
1 Tauchspule; 2 Magnet; 3 Eisenrückschluss; 4 Eisenkern

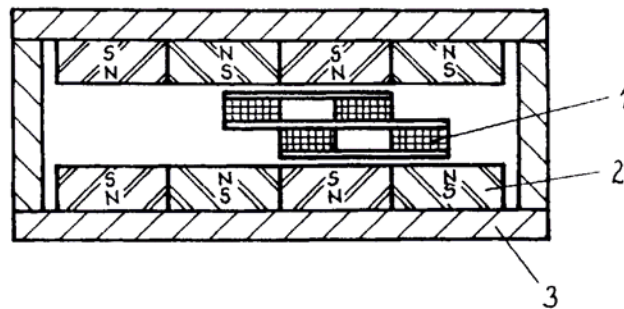


Abb. 1.6: Flachspulllinearmotor mit zweisträngigem Spulensystem (Kommutierung notwendig)
1 Flachspule; 2 Magnete; 3 Eisenrückschluss

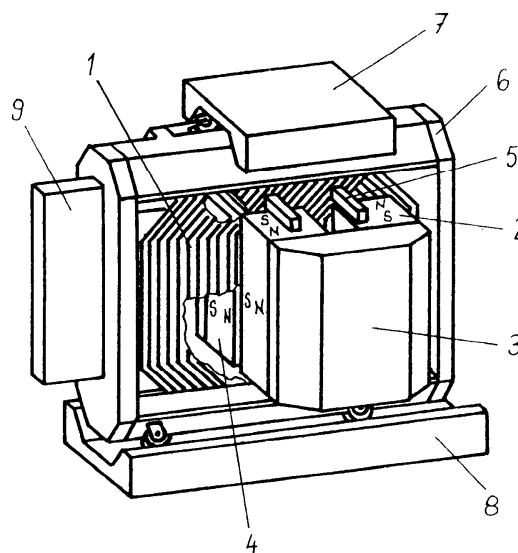


Abb. 1.7: Prismatischer Linearmotor mit ebener Wicklung nach dem Prinzip eines Flachspulmotors und Stromzuführung über Kohlebürsten
1 ebene Spulenwicklung (ähnlich Flachspule); 2 Dauermagnet; 3 Eisenrückschluss; 4 hinteres Magnetsystem; 5 Kohlebürsten; 6 Wagen mit Rollenführung; 7 obere Führungsschiene; 8 untere Führungsschiene; 9 Kraftabnahme

2 Konstruktive Gestaltung und Berechnung eines ausgewählten Lineardirektantriebes

Für die Berechnung von elektrodynamischen Lineardirektantrieben ist die geometrische Struktur des Magnetkreises von entscheidender Bedeutung. Die für die weiteren Untersuchungen ausgewählte Geometrie zeigen Abb. 2.1 und 2.2.

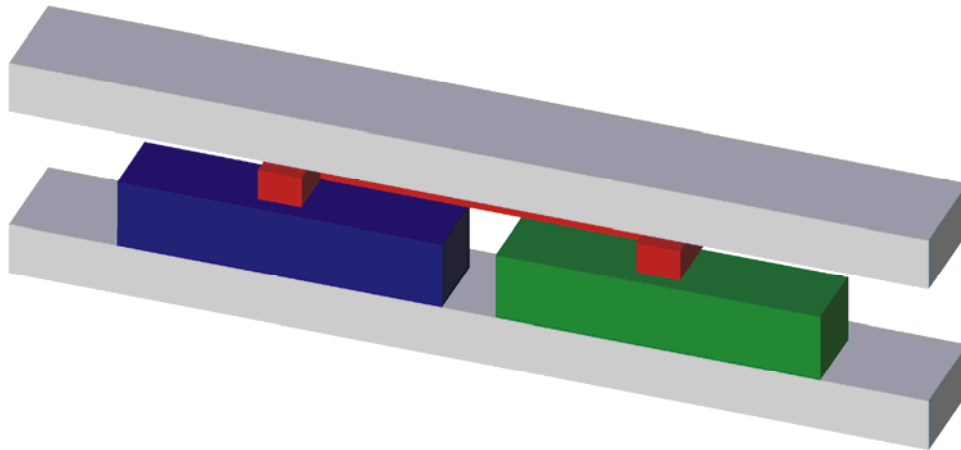


Abb. 2.1: Motormodell im Halbschnitt

Anhand des oben dargestellten Bildes soll die Funktionsweise eines permanenterregten elektrodynamischen Lineardirektantriebes nochmals erläutert werden.

Ein oder mehrere Permanentmagnete haben die Aufgabe, im Arbeitsluftspalt ein statisches Magnetfeld zu erzeugen. Dazu muss der Magnetfluss von den weichmagnetischen Flussführungsteilen geführt werden. Im Arbeitsluftspalt befindet sich eine Spule, die oft wegen ihrer geringen Masse als bewegter Läufer dient. Wird die Spule von einem Strom durchflossen, wirkt auf sie nach dem elektrodynamischen Gesetz eine Kraft. Die Spule muss entsprechend ihres Bewegungsbereiches geführt werden und an ihr wird die Bewegung abgegriffen.

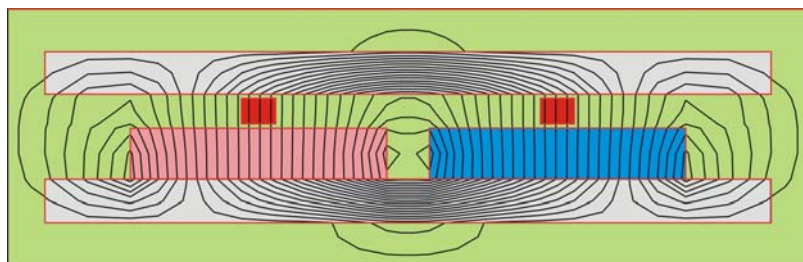


Abb. 2.2: Prinzipaufbau des ausgewählten Flachspulmotors

Das Gesamtsystem des Motors baut sich aus den folgenden Teilsystemen auf:

- elektrisches Teilsystem Spule, R_Ω , X_L
- mechanisches Teilsystem Massen, Lager, Getriebe, Reibung, Kräfte
- thermisches Teilsystem Wärmeabfuhr
- magnetisches Teilsystem Magnet, Flussführung.

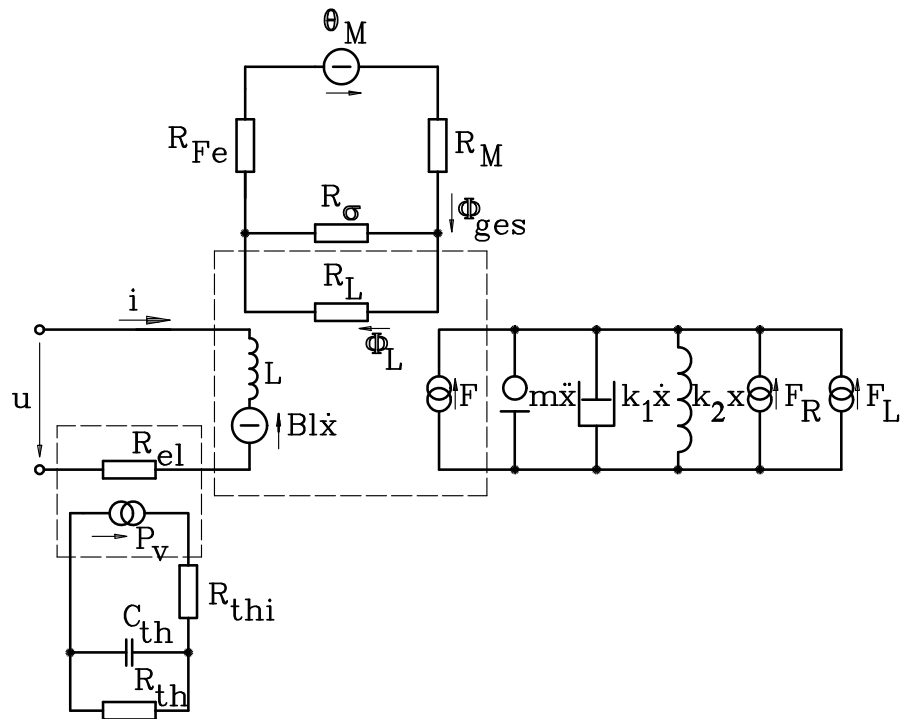


Abb. 2.3: Grundstruktur eines elektrodynamischen Antriebssystems

Die Grundgleichung zur Berechnung des elektrischen und magnetischen Kreises ist

$$\vec{F}_{(L)} = Q(\vec{v} \times \vec{B}) ,$$

die Kraftwirkung auf Basis der Lorentzkraft (Kraft auf eine bewegte elektrische Ladung) mit Q Ladungsmenge, $\vec{B}$ Magnetische Induktion, $\vec{v}$ Bewegungsgeschwindigkeit der Ladung.

Für senkrecht aufeinander stehende Größen gilt:

$$F = B \cdot I \cdot L \cdot w; \quad \text{wenn } B \perp I.$$

(B Induktion; I Strom; L kraftwirksame Leiterlänge einer Windung; w Windungszahl).

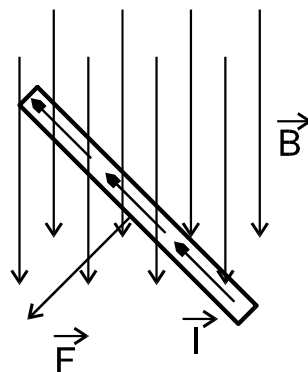


Abb. 2.4: Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

2.1 Berechnung des magnetischen Teilsystems

Vereinfachende Annahmen:

- Vernachlässigung der Streufelder, Gegeninduktion und Spulenrückwirkungen
- Vernachlässigung der Änderung des elektrischen Widerstandes des Spulensystems infolge Temperaturerhöhung.

Es wird ein rein statisches magnetisches Feld betrachtet und ein zur Elektrotechnik analoges Ersatzmodell aufgestellt.

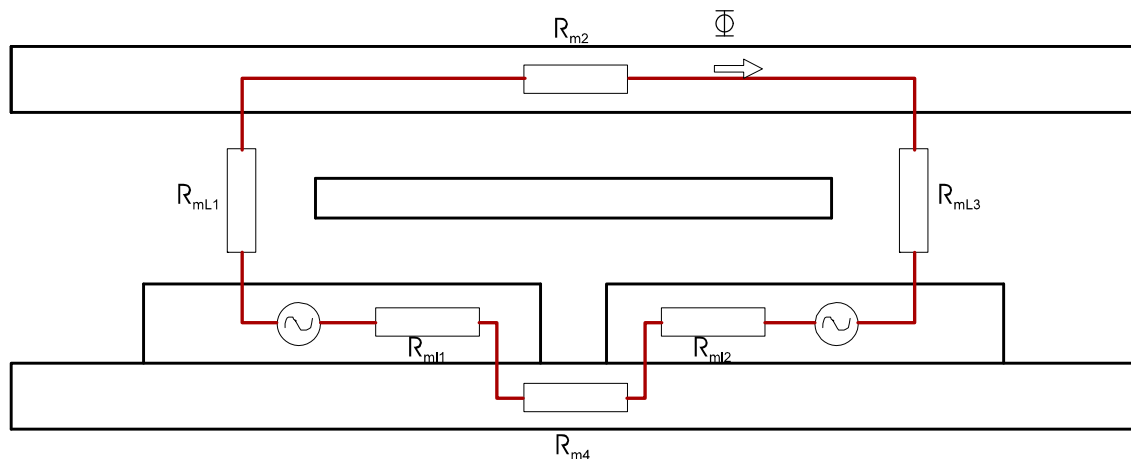


Abb. 2.5: Ersatzmodell des magnetischen Teilsystems

Analogie:

$\Theta \equiv U \rightarrow$ magnetische Spannung $\equiv$ elektrische Spannung

$\Phi \equiv I \rightarrow$ magnetischer Fluss $\equiv$ elektrischer Strom

$R_m \equiv R \rightarrow$ magnetischer Widerstand $\equiv$ Ohm'scher Widerstand.

- „magnetisches“ Ohm'sches Gesetz $R_m = \frac{\Theta}{\Phi}$
- magnetische Spannung $\Theta = i \cdot w = \sum H_m l_m = \sum V_i$
- Permanentmagnetkreis: $\sum V_i = 0$
- magnetischer Fluss $\Phi = B \cdot A$
- magnetischer Widerstand $R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$ mit $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$.

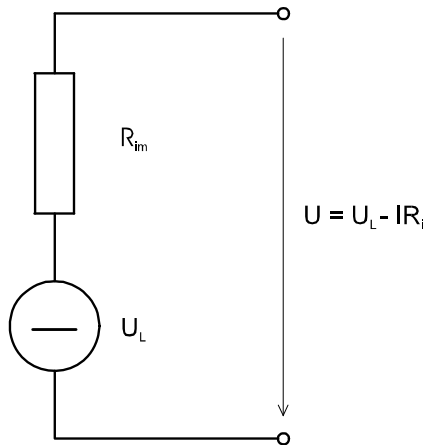
Meist werden die Annahmen $A = \text{const.}$ und $\Phi = \text{const.}$ in den Einzelabschnitten angenommen. Als gesuchte Größe erhält man die magnetische Flussdichte

$$B = \frac{d\Phi}{dA_{\perp}} \quad \text{bzw.} \quad B = \frac{\Phi}{A}.$$

Zweipole im magnetischen Kreis:

Für Dauermagnetkreise ist ein Ansatz über die Zweipoltheorie der Elektrotechnik mit anschließender Nutzung des Maschensatzes bzw. Knotenpunktsatzes möglich.

Spannungsquellenersatzschaltung:



Stromquellenersatzschaltung:

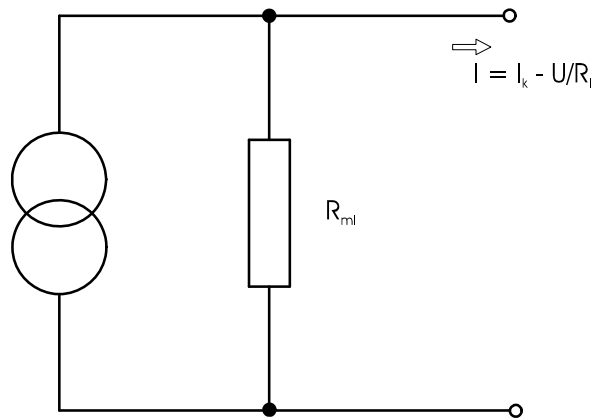


Abb. 2.6: Spannungsquellen-/Stromquellenersatzschaltung

$$I_K \cong \Phi_K = B_r \cdot A_e$$

 Φ_K

Kurzschlussfluss

 B_r

Remanenzinduktion

 A_e

Querschnitt des Magneten

$$U_L \cong V_L = H_c^* \cdot l_e$$

 H_c^*

Koerzitivfeldstärke
(bzw. scheinbare Koerzitivfeldstärke)

 l_e

Magnetlänge

Innenwiderstand eines Dauermagneten

Wie bei einer realen Spannungsquelle besitzen Dauermagnete Innenwiderstände, welche wie folgt berechnet werden:

$$R_{mi} = \left(\frac{U}{I} \right) = \frac{V_L}{\Phi_K} = \frac{H_c^* \cdot l_e}{B_r \cdot A_e}$$

Aus den magnetischen Kennwerten des Werkstoffes (siehe Abb. 2.7), der Fläche senkrecht zur Polarisationsrichtung und der Magnetlänge in Polarisationsrichtung kann der Innenwiderstand bestimmt werden.

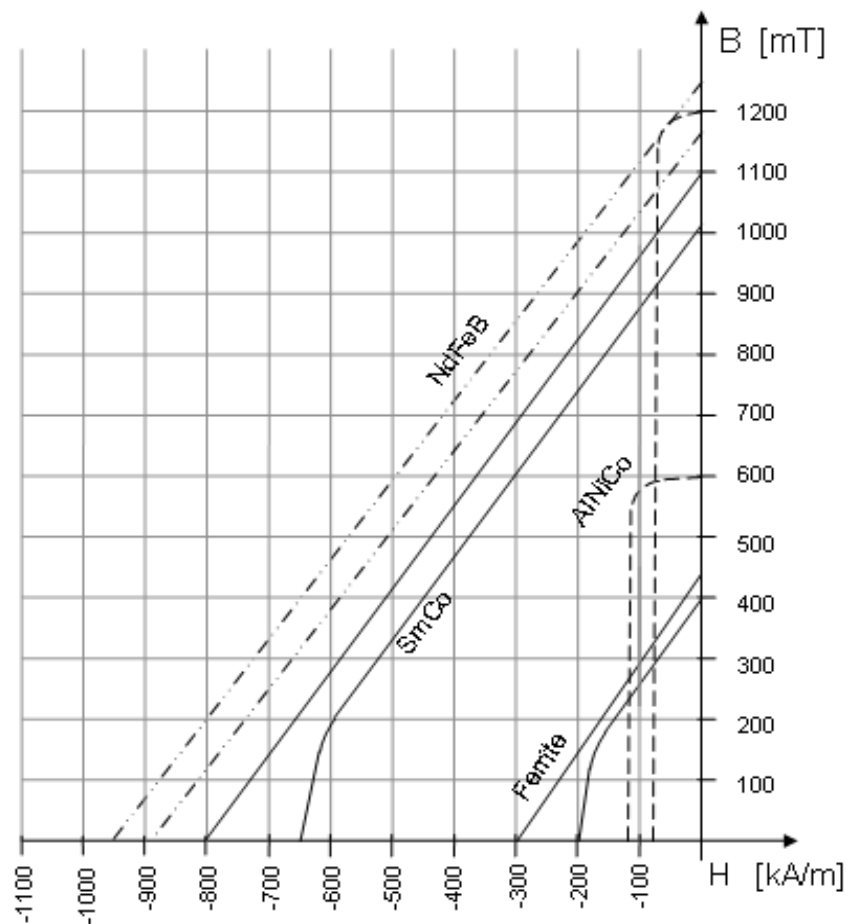


Abb. 2.7: B-H-Diagramm hartmagnetischer Werkstoffe

Berechnung der Zweipole anhand des Beispielantriebes

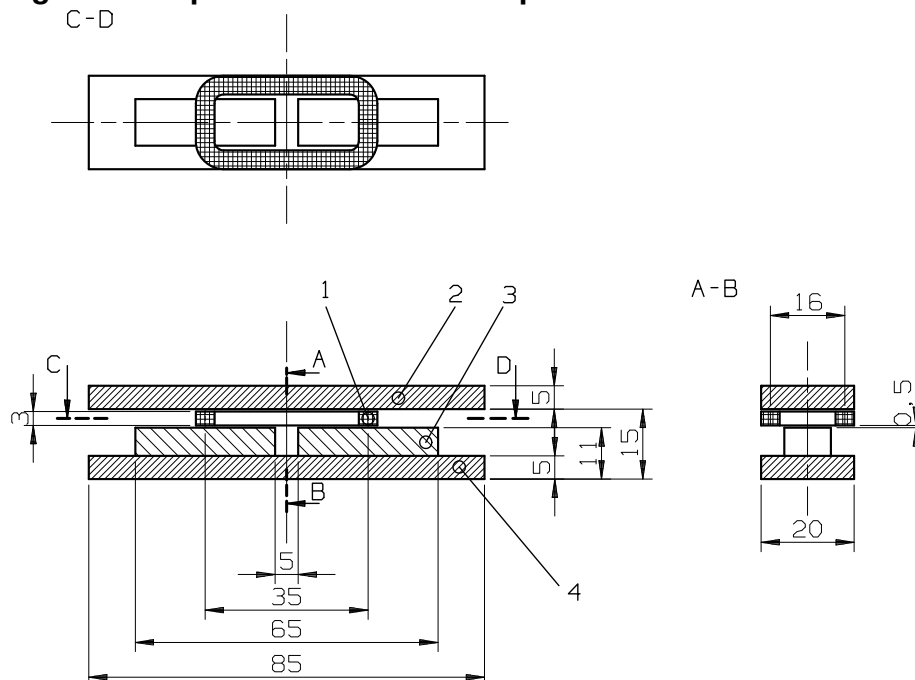


Abb. 2.8: Geometrie des Modellmotors

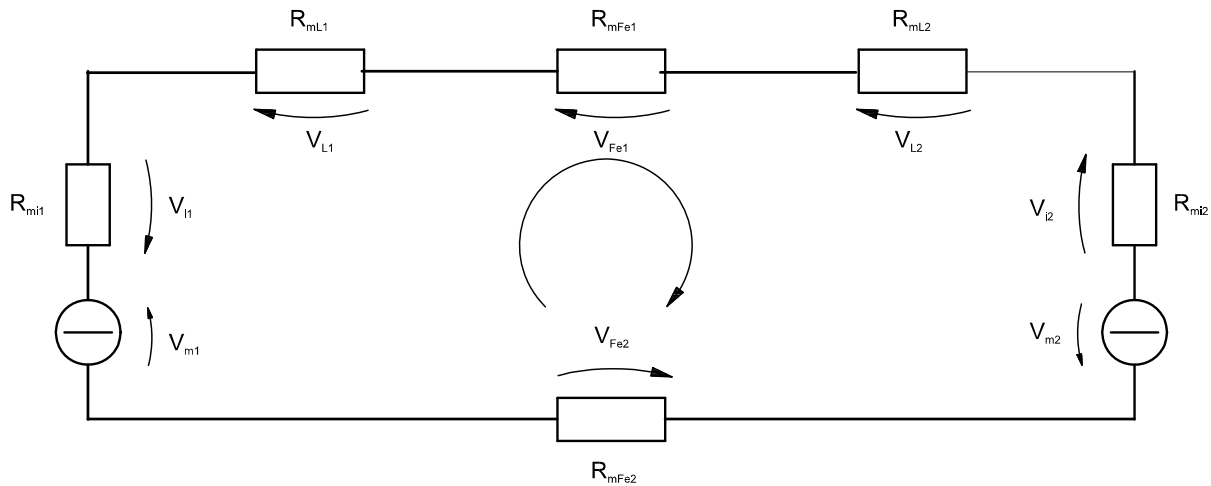


Abb. 2.9: Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises

Berechnung der Innenwiderstände der Magneten:

- Magnetwerkstoff NdFeB
- Koerzitivfeldstärke $H_C^* = 880 \text{ kA} / \text{m}$
- Remanenzinduktion $B_r = 1,16 \text{ Vs} / \text{m}^2$
- Magnethöhe in Polarisationsrichtung $l_e = 6 \text{ mm}$
- Magnetquerschnitt $A = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

Berechnung der magnetischen Spannung:

$$V_{m1L} = V_{m2L} = H_C^* \cdot l_e = 880 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \cdot 0,006 \text{ m} = 5,28 \text{ kA}$$

Berechnung des magnetischen Kurzschlussstromes:

$$\Phi_{K1} = \Phi_{K2} = B_r \cdot A_e = 1,16 \text{ T} \cdot 0,01 \text{ m} \cdot 0,03 \text{ m} = 3,48 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

Magnetische Innenwiderstände der Dauermagneten:

$$R_{mi1} = R_{mi2} = \frac{V_{m1L}}{\Phi_K} = \frac{5,28 \text{ kA}}{3,48 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}} = 15172,4 \frac{\text{kA}}{\text{Vs}}$$

Berechnung der Luftspaltwiderstände im Arbeitsluftspalt:

- Luftspalllänge: $l_l = 4 \text{ mm} = 0,004 \text{ m}$
- Fläche des Arbeitsluftspaltes: $A_l = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- Absolute Permeabilitätskonstante: $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

$$R_{mL1} = R_{mL2} = \frac{l_e}{\mu_0 \cdot A} = \frac{0,004 \text{ m}}{1,26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 10582010,6 \frac{A}{Vs} = 10582 \frac{kA}{Vs}$$

Berechnung des magnetischen Widerstands in den Rückschlüssen (Eisen):

- Vereinfachung: mittlere Eisenweglänge $l_i = 0,035 \text{ m}$
- Relative Permeabilitätskonstante für nichtgesättigtes Eisen: $\mu_r(Fe) \approx 500$
- Querschnittsfläche der Rückschlüsse: $A_{Fe} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ($h = 5 \text{ mm}, b = 20 \text{ mm}$)

$$R_{mFe} = \frac{l_e}{\mu_0 \mu_r A_{Fe}} = \frac{0,035 \text{ m}}{1,26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \cdot 500 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 555,55 \frac{kA}{Vs}$$

Berechnung des magnetischen Flusses unter Anwendung des Maschensatzes:

$$\sum V_i = 0 \quad \text{Die Summe aller Teilspannungen ist gleich Null.}$$

$$R_m = \frac{V_i}{\Phi} \rightarrow \Phi = \frac{V_{m1} + V_{m2}}{R_{mges}} = konst \quad \text{Der magnetische Fluss ist konstant.}$$

$$\sum V = 0 = V_{i1} + V_{L1} + V_{Fe1} + V_{L2} + V_{i2} + V_{Fe2} - (V_{m1} + V_{m2})$$

$$R_{ges} = R_{mi1} + R_{mi2} + R_{mL1} + R_{mL2} + R_{mFe1} + R_{mFe2} = 2 \cdot R_{mi} + 2 \cdot R_{mL} + R_{mFe}$$

$$= 2 \cdot 15172,4 \frac{kA}{Vs} + 2 \cdot 10582 \frac{kA}{Vs} + 2 \cdot 555,6 \frac{kA}{Vs} = 52619,9 \frac{kA}{Vs}$$

$$V_{mges} = V_{m1} + V_{m2} = 2 \cdot 5,28 \text{ kA} = 10,56 \text{ kA}$$

$$\Phi = \frac{V_{mges}}{R_{mges}} = \frac{10,56 \text{ kA}}{52619,9 \frac{kA}{Vs}} = 2,007 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

Berechnung der Flussdichte im Arbeitsluftspalt:

Unter der Voraussetzung H und B sind im Luftspalt homogen und der Idealisierung Magnetfläche $\cong$ Luftspaltfläche gilt: $\Phi = B \cdot A = B_L \cdot A_L = konst$

$$B = B_L = \frac{\Phi}{A_{ers}} = \frac{2,007 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,67 \frac{Vs}{\text{m}^2} = 0,67 \text{ T.}$$

Damit ist die gesuchte Größe $B = B_L$ für die Formel zur Kraftberechnung $F = B \cdot L \cdot I \cdot w$ bestimmt.

Kontrolle der Flussdichte in den Flussführungsteilen (Rückschluss):

$$B_{Fe} = \frac{\Phi}{A_{Fe}} = \frac{2 \cdot 10^{-4} V_S}{1 \cdot 10^{-4} m^2} = 2,0 T$$

Betrachtet man die B-H-Kennlinie des verwendeten Automatenstahls, erkennt man, dass sich der Werkstoff nahe der Sättigung befindet.

Ein B-H-Diagramm eines besseren weichmagnetischen Werkstoffes zeigt die folgende Abbildung 2.10. Der dargestellte Werkstoff Vakoflux 50 kommt erst bei einer Induktion von 2,31 T in die Sättigung. Die tatsächliche Abnahme der relativen Permeabilität mit steigender magnetischer Feldstärke wird durch den zweiten Graphen aufgezeigt.

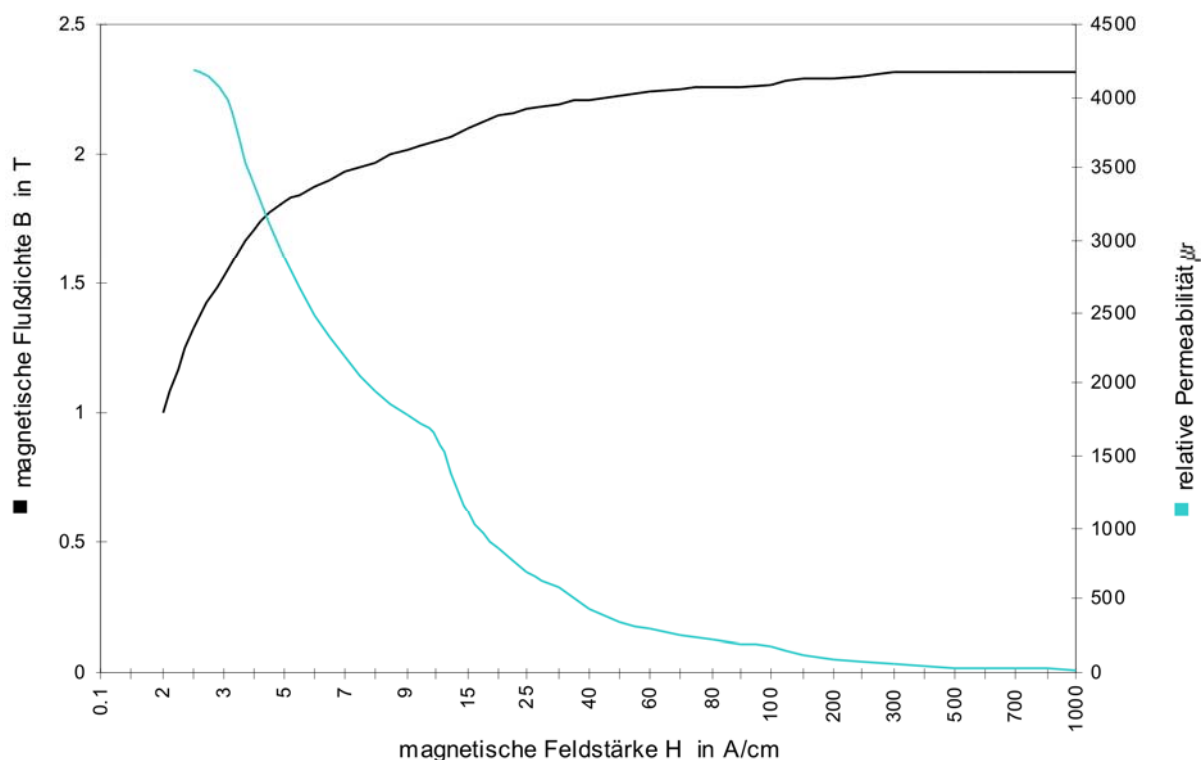


Abb. 2.10: B-H Diagramm von Vakoflux 50

Kontrolle des Arbeitspunktes:

- Bei AlNiCo muss sichergestellt werden, dass der Arbeitspunkt im B-H Diagramm oberhalb des Knicks der Kennlinie liegt, um einem Energieverlust durch bleibende Entmagnetisierung vorzubeugen.
- Im vorgestellten Berechnungsbeispiel handelt es sich um einen Seltenerd-Magneten (NeFeB). Die Magnetfeldkennlinie weist einen linearen Verlauf auf (keinen Knickpunkt).

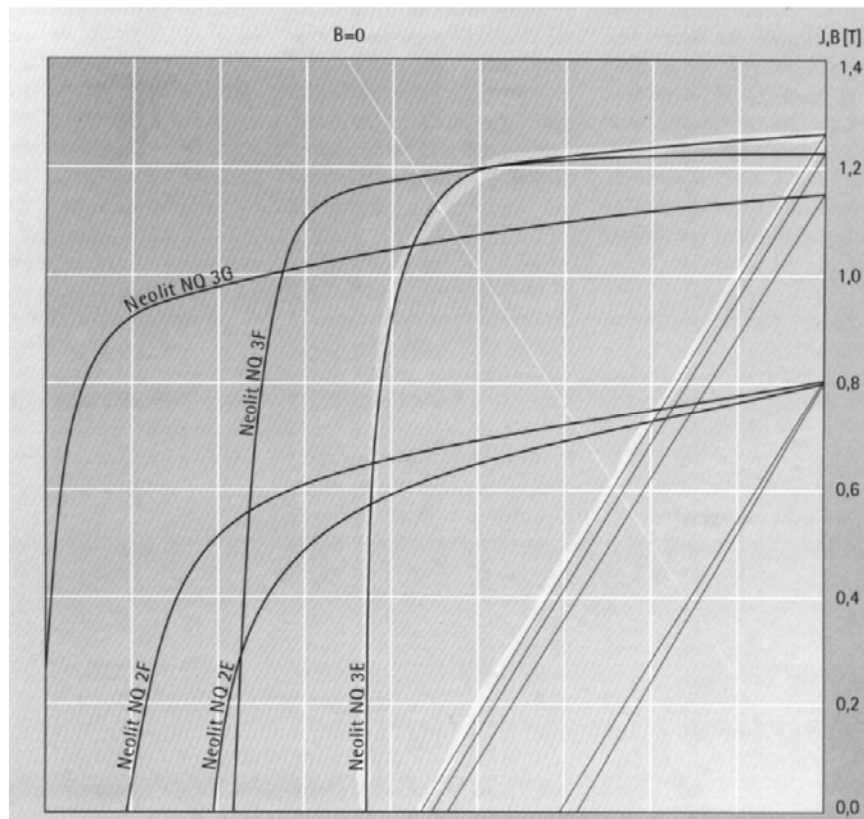


Abb. 2.11: B-H Diagramm von NeFeB-Magneten

In Abb. 2.11 muss beachtet werden, dass die Kennlinien mit Knickpunkten im J-H-System aufgetragen sind, die geradenförmigen Kennlinien im B-H-System.

Bestimmung der Magnetstabilität:

Gesucht: Feldstärke H im Arbeitspunkt $V_m = \Phi_K \cdot R_{mi} = H \cdot l_e \Rightarrow$

$$H = \frac{\Phi \cdot R_{mi}}{l_e} = \frac{2,007 \cdot 10^{-4} \text{ Vs} \cdot 15172,4 \frac{\text{kA}}{\text{Vs}}}{0,006 \text{ m}} = 507,5 \frac{\text{kA}}{\text{m}}$$

Bei dem ausgewählten Magnetwerkstoff mit $B_r \approx 1,16 \text{ T}$ und $H_c^* \approx 880 \text{ kA/m}$ besteht keine Gefahr der Entmagnetisierung. Bei AlNiCo-Magneten würde sich jedoch eine bleibende Entmagnetisierung einstellen. Bei der Berechnung wurden die magnetischen Streufelder nicht berücksichtigt. Um diese vereinfachende Annahme näher zu präzisieren, müssen in der Berechnung Parallel-Widerstände zu R_{mL} berücksichtigt werden.

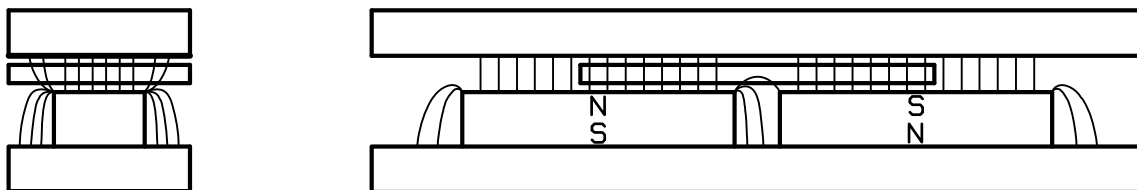


Abb. 2.12: Magnetischer Feldlinienverlauf

2.2 Berechnung des elektrischen Teilsystems

Für die Berechnung der Antriebskraft sind vorab die folgenden Größen bereitzustellen:

→ wirksame Spulenlänge l_w für die Kraftentwicklung ($2 \times 10 \text{ mm} \rightarrow 20 \text{ mm}$)

Der Leiterquerschnitt berechnet sich zu

$$A = 0,003 \text{ m} \cdot 0,004 \text{ m} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 = 12 \text{ mm}^2.$$

Die Spule besteht aus w Einzeldrahtwindungen.

$$\rightarrow F = B \cdot I \cdot L \cdot w$$

Für die Kraftberechnung werden die w Windungen zunächst vereinfacht zu einer massiven, rechteckigen Windung zusammengefasst. Der Kupferfüllfaktor wird mit 65 % angenommen (abhängig von dem Drahtdurchmesser schwankt der Füllfaktor im Bereich von 65 ... 80 %).

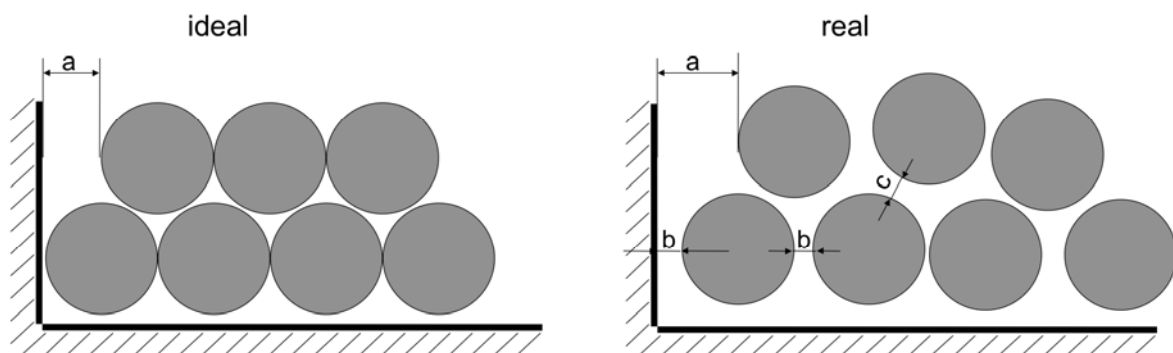


Abb. 2.13: Füllfaktor ideal/real



Abb. 2.14: Schliffbild einer realen Wicklung

Annahme Kupferfüllfaktor $\approx 65 \%$

$$A_{Cu} = 0,65 A = 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2 = 7,8 \text{ mm}^2$$

Die gesamte Leiterlänge dieser massiven Windung beträgt

$$l_e = 2 \cdot 0,035 \text{ m} + 2 \cdot 0,016 \text{ m} = 0,102 \text{ m}.$$

Für die Kraftberechnung $F = B \cdot I \cdot l_w$ fehlt noch der Betrag der Stromstärke.

Aus dem Transformatorbau ist ein Standardtabellenwert für die maximal zulässige Stromdichte bekannt.

Die zulässige Stromdichte beträgt dort ca. $5 \frac{A}{\text{mm}^2}$.

Bei diesem Wert ist eine Wärmeabführung im Betrieb bei bis zu 40°C Umgebungstemperatur gewährleistet (viele Windungen, Isolationsmaterial „handwarm“).

Der gesamte zulässige Strom in der Spule beträgt somit bei dieser zulässigen Stromdichte

$$I = 5 \frac{A}{\text{mm}^2} \cdot 7,8 \text{ mm}^2 = 39 \text{ A}.$$

Die Gesamtschubkraft berechnet sich mit den ermittelten Werten zu

$$\rightarrow F = 0,67 \text{ T} \cdot 2 \cdot 0,01 \text{ m} \cdot 39 \text{ A} = 0,5 \text{ N}.$$

Dies ist nur ein erster Orientierungswert für die Motorkraft. Der behandelte Motor verfügt über sehr große Oberflächen und kann deshalb sicherlich bedeutend mehr Wärme abführen. Damit ist ein deutlich höherer Strom zulässig. Die Berechnung erfolgt im thermischen Teilsystem.

Achtung: Der Spulenwiderstand kann nicht aus der Einzelwindung berechnet werden. Hierzu ist die Kenntnis der Windungszahl w nötig, wegen:

$$R_{Spule} = \rho \cdot \frac{l_{Draht}}{A_{Draht}} = \rho \cdot \frac{w \cdot l_e}{\frac{A_{Cu}}{w}} = w^2 \cdot \rho \cdot \frac{l_e}{A_{Cu}}$$

Die entstehende Verlustleistung des Motors lässt sich aber auch ohne Kenntnis von R_{Spule} ermitteln über:

$$P_V = R_{Spule} \cdot I_{Spule}^2 = R \cdot \left(\frac{S \cdot A_{Cu}}{w} \right)^2 = \rho \cdot \frac{w^2 \cdot l_e}{A_{Cu}} \cdot \frac{(S \cdot A_{Cu})^2}{w^2} = \rho \cdot l_e \cdot S^2 \cdot A_{Cu} = 0,35 \text{ W}.$$

2.3 Berechnung des thermischen Teilsystems

Zulässige Temperaturerhöhungen ausgewählter Konstruktionselemente:

Tabelle 2: Zulässige Temperaturerhöhungen nach /14/

	Zulässige Temperaturerhöhung $\Delta \vartheta$ in K in Normalbetrieb	Zulässige Temperaturerhöhung $\Delta \vartheta$ in K bei Störung
Metallteile außen	40	65
Nichtmetallteile außen	60	65
Nichtmetallteile innen	60	60
Wicklungen	55 ... 95	75 ... 160

Spulentemperaturbereiche:

Einsatztemperatur: ca. 100 - 140 °C.

Zersetzungstemperatur des elektrisch isolierenden Schutzlacks ca. 160 - 180 °C.

Backlackdraht: Verbacktemperatur ca. 160 °C (Plastifizierung der Thermoplastschicht).

Wärmeübertragungsmechanismen

Die Wärmeabführung des Motors erfolgt durch Konvektion, Strahlung und Wärmeleitung. Der Wärmestrom teilt sich auf in Φ_L Leitung, Φ_S Strahlung und Φ_K Konvektion. Bei einer statisch stationären Berechnung fallen die Wärmekapazitäten weg.

Wärmeübertragungsmechanismus Wärmeleitung:

Der Wärmestrom durch Wärmeleitung wird wie folgt berechnet:

$$\Phi_L = \frac{\Delta \vartheta_{12}}{R_L} = \varphi \cdot A = \frac{\lambda}{s} \cdot \Delta \vartheta_{12} \cdot A$$

φ	Wärmestromdichte
A	Fläche
s	Materialdicke
λ	Wärmeleitfähigkeit
$\Delta \vartheta_{12}$	Temperaturdifferenz

Wärmeleitwiderstand:

$$R_L = \frac{s}{\lambda \cdot A}$$

s	Leiterlänge
λ	Wärmeleitfähigkeit
A	Leiterquerschnitt

Wärmeübertragungsmechanismus Wärmestrahlung:

Strahlung im Wellenlängenbereich 0,4 - 40 μm .

Sie wird vom Emissionsvermögen der Normalstrahlung eines schwarzen Strahlers abgeleitet.

Wärmestromdichte bei Strahlung:

$$q_{s12} = \varepsilon \cdot c_s \cdot f_{12} \cdot \Delta \vartheta_{12}$$

ε Emissionsvermögen
 c_s Strahlungszahl eines schwarzen Körpers = $5,77 \frac{W}{m^2 K^4}$
 f_{12} Temperaturfunktion des Strahlers
 $\Delta \vartheta_{12}$ Temperaturunterschied

mit:

$$f_{12} = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\Delta \vartheta_{12}}$$

T_1 Emissionstemperatur in K
 T_2 Raumtemperatur in K

Strahlungswiderstand R_S :

$$R_S = \frac{1}{\varepsilon_x \cdot c_s \cdot f_{12} \cdot \Delta \vartheta_{12} \cdot A_1}$$

Wärmeübertragungsmechanismus Konvektion:

Wärmestrom:

$$\Phi_K = \alpha_{K1} \cdot A_1 \cdot \Delta \vartheta_{12}$$

α_{K1} Konvektionskoeffizient

Konvektionswiderstand:

$$R_K = \frac{1}{\alpha_{K1} \cdot A_1}$$

Der genaue Wert von α_K lässt sich nur aus Ähnlichkeitsbeziehungen der verschiedenen physikalischen Grundgrößen der Nußelt-, Graßhoff-, Prandtl- und Reynolds-Zahl berechnen. Für die vereinfachte Berechnung können die Tabellenwerte aus dem Skript „Aktorik in der Feinwerktechnik“ Teil 1 entnommen werden.

Überschlägige Bestimmung, ob laminare Konvektion vorliegt:

$$\Delta \vartheta \leq \left(\frac{0,84}{l}\right)^3$$

l Strömungslänge

Bei laminarer Strömung beträgt $n = 0,25$ und die Formel für α_K kann aus Tabellen abgelesen werden.

Thermische Auslegung des Antriebes:

1. Aussage: Bei Luftspalten kleiner als 5 mm tritt innerhalb des Motors keine Konvektion auf.
2. Aussage: Wärmestrahlung ist bei niedrigen Temperaturen vernachlässigbar.

Berechnungsbeispiel: Strahlungsleistung der Rückschlussplatte bei einer Temperatur von 70 °C

$$R_S = \frac{1}{\varepsilon_x c_s f_{12} A_1}$$

Tabellenwerte:

$\varepsilon_x = 0,04$ für Eisen poliert

$$c_s = 5,77 \frac{W}{m^2 K^4}$$

Temperaturunterschied $\Delta \vartheta_{12} = 60^\circ C - 20^\circ C = 50 K$
(Raumtemperatur 20 °C)

$$f_{12} = 1,3$$

$$\text{Oberfläche } A_1 = (85 \cdot 20 + 2 \cdot 5 \cdot 20 + 5 \cdot 85) \text{ mm}^2 = 2325 \text{ mm}^2$$

Somit kann der Strahlungswiderstand berechnet werden:

$$R_S = \frac{1}{\varepsilon_x c_s f_{12} A_1} = 1433 \frac{K}{W} \quad (\text{Aussage 2 ist richtig})$$

$$P_V = \Phi_S = \frac{\Delta \vartheta_{12}}{R} = \frac{50}{1433} = 0,03 W \quad (\text{vernachlässigbar}).$$

Thermische Untersuchung des Linearmotors:

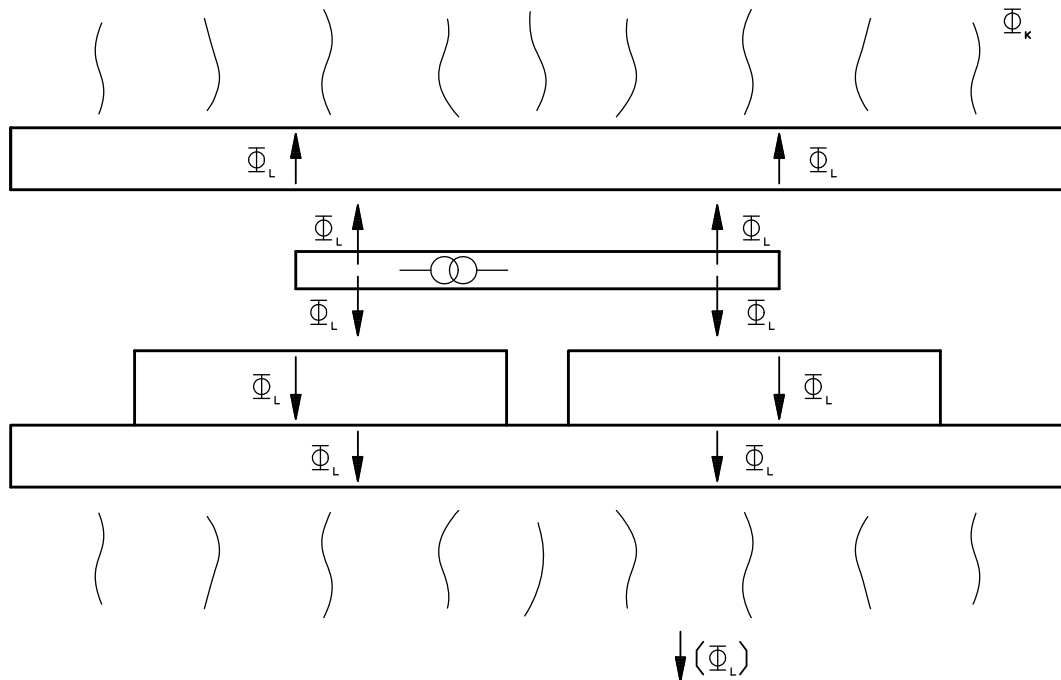


Abb. 2.15: Wärmeströme des Linearmotors (Sicht von oben)

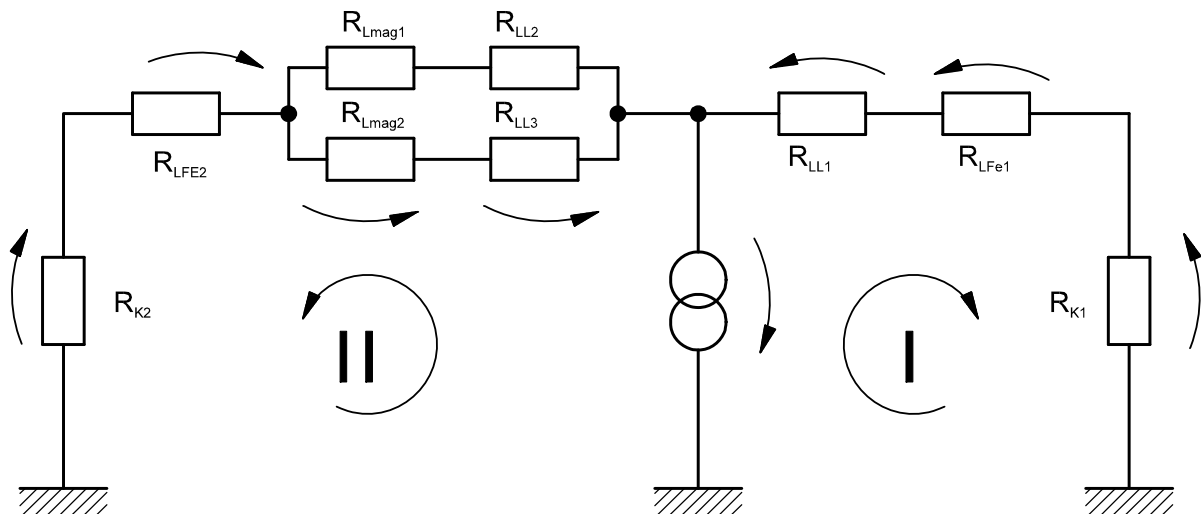


Abb. 2.16: Thermisches Ersatzschaltbild

Bedingungen:

- Es wird festgelegt, dass sich der Motor an seiner Oberfläche maximal um 50 K erwärmen darf.
- Die Spule darf nicht heißer als 150 °C werden.
- Die Befestigung des Motors ist auf der Unterseite an einem thermisch gut isolierten Kunststoff vorgesehen (keine Wärmeleitung).

Temperaturerhöhung der Außenteile:

Da ersichtlich ist, dass sich die Oberfläche auf der Spulenseite (Masche 1) stärker erwärmt als die Magnetseite (Masche 2), wird hier die Randbedingung aufgeprägt.

$$\text{Thermischer Fluss} \Rightarrow \Phi = \frac{\Delta \vartheta_{K1}}{R_{K1}} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{thermische Spannung} \\ \rightarrow \text{thermischer Widerstand} \end{array}$$

Erstabschätzung der Leistungsfähigkeit

Auf Basis eines geometrischen Grobentwurfs des Antriebs und einer Definition der Anbindung an die Umgebung (Gehäuse, Umgebungstemperatur) kann die abführbare Verlustleistung an den Außenflächen eines Antriebs abgeschätzt werden.

Beim vorliegenden Antrieb ist die Systemgrenze an den Außenflächen des Motors angesetzt. Dort wird die Verlustleistung in Form von Konvektion und Strahlung an die Umgebung abgegeben.

Wärmestrom durch freie Konvektion:

Für feinwerktechnische Antriebe wird als Konvektionskoeffizient häufig

$$\alpha_{K1} = 10 \frac{W}{mK}$$

als mittleren Wert verwendet. In Abbildung 2.17 sind die Wärmeströme für verschiedene Temperaturdifferenzen ΔT in Abhängigkeit der Konvektionsfläche dargestellt. Im vorliegenden Fall beträgt die maximale Temperaturerhöhung gegenüber der Umgebung $\Delta T = 50 \text{ K}$.

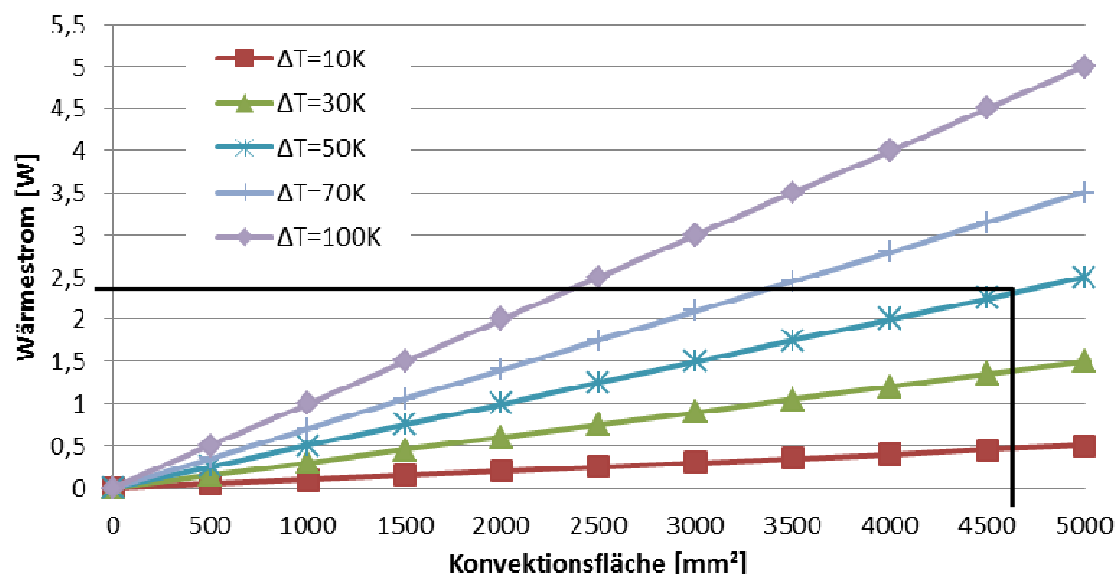


Abb. 2.17: Wärmestrom durch freie Konvektion für den Eisenrückschluss

Für den Antrieb ergibt sich beim Eisenrückschluss für folgende Fläche

$$A_{\text{Rückschluss}} = 2 \cdot (85 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm} + 5 \text{ mm} \cdot 85 \text{ mm} + 2 \cdot 20 \text{ mm} \cdot 5 \text{ mm}) = 4650 \text{ mm}^2$$

ein Wärmestrom von

$$\Phi_K(A_{\text{Rückschluss}}) = 2,3 \text{ W}$$

und für die Spule für folgende Fläche

$$A_{\text{Spule}} = 2 \cdot 20 \text{ mm} \cdot 3 \text{ mm} + 2 \cdot 39 \text{ mm} \cdot 3 \text{ mm} = 354 \text{ mm}^2$$

ein Wärmestrom von

$$\Phi_K(A_{\text{Spule}}) = 0,18 \text{ W}.$$

Wärmestrom durch Strahlung:

Für Spulen, deren Oberfläche aus Backlackdraht besteht verwendet man häufig

$$\varepsilon = 0,65.$$

In Abbildung 2.18 sind die Wärmeströme für verschiedene Temperaturdifferenzen ΔT in Abhängigkeit der Strahlungsfläche dargestellt.

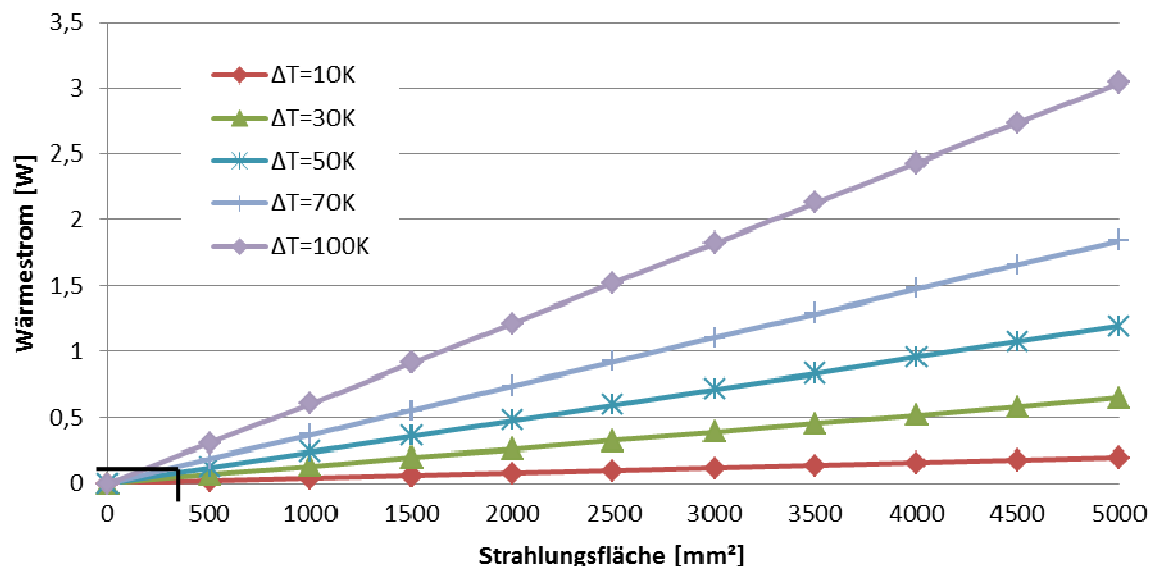


Abb. 2.18: Wärmestrom durch Strahlung

Die Wärmestrahlung des Rückschlusses ist aufgrund seiner polierten Oberfläche und dem daraus resultierenden kleinen Emissivitätsfaktor vernachlässigbar klein. Für die Spulen ergibt sich ein Wärmestrom von

$$\Phi_S(A_{Spule}) = 0,09 \text{ W für } \Delta T = 50 \text{ K}$$

Wärmestrom durch Leitung:

Bei einer Montage des Antriebs auf einem thermisch gut isolierten Kunststoff tritt keine Wärmeleitung zwischen Eisenrückschluss und dem Montagetisch auf.

Würde der Antrieb jedoch beispielsweise auf vier Eisenwürfel gestellt werden, kann Verlustleistung in Form von Leitung an den Montagetisch abgeführt werden. Die Eisenwürfel mit der Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 80 \text{ W / (mK)}$ sollen beispielsweise eine Kantenlänge von 5 mm haben. Der Montagetisch besitzt Umgebungstemperatur (20°C), der Eisenrückschluss wird maximal auf 70°C erwärmt. Zur Vereinfachung der Berechnung werden ideale Wärmeübergänge vorausgesetzt. Dann gilt (vgl. auch Abb. 2.18):

$$\Phi_L = \frac{\lambda}{s} A \Delta T$$

mit $A_{\text{Würfel}} = 4 \cdot 5 \text{ mm} \cdot 5 \text{ mm} = 100 \text{ mm}^2$ und $s = 5 \text{ mm}$ ergibt sich

$$\Phi_L(A_{\text{Würfel}}) = 80 \text{ W}.$$

Es wird deutlich, dass durch Wärmeleitung ein Vielfaches an Wärme gegenüber Konvektion und Strahlung abgeführt werden kann! Daher ist es wichtig, stets die Einbausituation des Antriebs zu berücksichtigen und bereits in der Konzeptionsphase verschiedene Möglichkeiten zur Wärmeabfuhr am Antrieb vorzusehen.

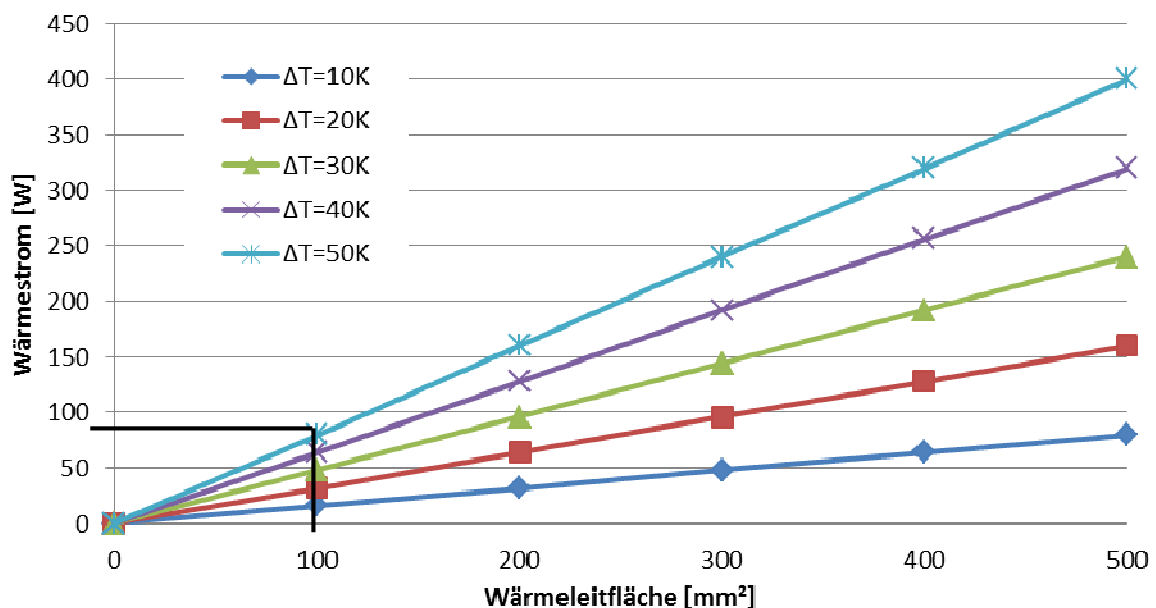


Abb. 2.19: Wärmestrom durch Leitung

Gesamtverlustleistung:

Für den ungünstigen Fall, dass keine Wärmeleitung stattfindet, beträgt die abführbare Gesamtverlustleistung nur

$$\Phi = \Phi_K + \Phi_S = 2,3 \text{ W} + 0,18 \text{ W} + 0,09 \text{ W} = 2,57 \text{ W}.$$

Die Abschätzung der abführbaren Verlustenergie hängt stark von den einbezogenen Flächen ab. Da der Antrieb noch nicht auskonstruiert ist, liegen die genauen Abmaße nicht vor. Würden beispielsweise noch die Dauermagnete in die Abschätzung mit einbezogen werden, so ergäbe sich eine größere abführbare Verlustenergie. Desweiteren sind die Materialparameter nicht genau bekannt. Bei Korrosion des Rückschlusses nimmt beispielsweise die Emissivität deutlich zu und vergrößert dadurch den abführbaren Wärmestrom durch Strahlung. Bei großen Verfahrwegen des Läufers wird die Systemgrenze nur um das Primärteil des Antriebs gezogen. Dadurch würde Leitung als Wärmeübertragungsmechanismus hinzukommen.

Zu beachten ist, dass diese Erstabschätzung nur einen sehr groben Wert für die abführbare Verlustenergie ergibt.

Im nächsten Schritt wird durch Ableitung eines Wärmemodells und Bestimmung der Wärmewiderstände ein genauerer Wert für die maximal abführbare Verlustleistung des Motors ermittelt.

Analytische Berechnung der Leistungsfähigkeit:**Masche 1**Berechnung des Konvektionswiderstandes R_{K1} :

$\Delta \vartheta = 50 \text{ K}$	Temperaturerhöhung des Gehäuses
$h = 0,02 \text{ m}$	Höhe der vertikal stehenden Platte
$c_1 = 1,38$	(Tabellenwert für Konvektion zu Luft bei Raumtemperatur)

$$\Phi_1 = \frac{\Delta \vartheta_{K1}}{R_{K1}} \text{ mit } R_{K1} = \frac{1}{\alpha_K \cdot A}$$

$$\text{laminare Strömung: } \alpha_K = c_1 \left(\frac{\Delta \vartheta}{h} \right)^{0,25} = 9,75 \frac{\text{W}}{\text{Km}^2}$$

Konvektionsfläche A:

$$\begin{aligned} A &= 0,085 \text{ m} \cdot 0,02 \text{ m} + 0,005 \text{ m} \cdot 0,085 \text{ m} + 2 \cdot 0,02 \text{ m} \cdot 0,005 \text{ m} \\ &= 2,325 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_{K1} = \frac{1}{9,75 \cdot 2,325 \cdot 10^{-3}} \frac{K}{W} = 44,1 \frac{K}{W}$$

→ Schlechte Wärmeleitung

→ hohe Temperaturdifferenz

$$\Phi_1 = \frac{50 \text{ K}}{44,1 \frac{K}{W}} = 1,1 \text{ W}$$

Die abführbare thermische Verlustleistung durch Konvektion für eine Temperaturdifferenz von $\Delta \vartheta = 50 \text{ K}$ an Oberfläche beträgt 1,1 W.

Jetzt können die Temperaturdifferenzen im Inneren des Motors bestimmt werden.

$$\sum_{i=1}^n \vartheta_i = 0 \text{ innerhalb einer Masche}$$

$$\Delta \vartheta_{Sp} = \Delta \vartheta_{L1} + \Delta \vartheta_{Fe1} + \Delta \vartheta_{K1}$$

Dazu werden zuerst die Teilwiderstände bestimmt.

Eisenleitwiderstand:

$$R_{LFe1} = \frac{s}{\lambda \cdot A}$$

$s = 0,005 \text{ m}$ Eisendicke

$\lambda = 60 \frac{W}{mK}$ Eisenwärmeleitwert

$$A = 0,085 \text{ m} \cdot 0,02 \text{ m} = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\rightarrow R_{LFe1} = \frac{0,005 \text{ m}}{60 \frac{W}{m \cdot K} \cdot 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 0,049 \frac{K}{W}$$

Mit der Gleichung $R = \frac{\vartheta}{\Phi}$ ergibt sich mit

$$\Delta \vartheta_{Fe1} = \Phi \cdot R_{LFe1} = 1,1 \text{ W} \cdot 0,049 \frac{K}{W} = 0,05 \text{ K}$$

eine geringe Temperaturerhöhung → Die Eisenplatte ist ein guter Wärmeleiter.

Luftleitwiderstand: Eisenplatte $\Leftrightarrow$ Spule

$$R_{LL1} = \frac{s}{\lambda \cdot A}$$

$$s = 0,0005 \text{ m} \quad (\text{Luftspalthöhe: Spulenoberseite/Eisenplatte})$$

$$\lambda = 0,026 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \text{Luftleitwert: } 20^\circ \text{C (Mitte } 10^\circ \text{C/} 30^\circ \text{C)}$$

$$A = 0,004 \text{ m} \cdot (2 \cdot 0,035 \text{ m} + 2 \cdot 0,016 \text{ m}) = 4,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad \text{idealisierte Spulenfläche}$$

$$\rightarrow R_{LL1} = \frac{0,0005 \text{ m}}{0,026 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \cdot 4,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 47,13 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$\Delta \vartheta_{LL1} = 1,1 \text{ W} \cdot 47,13 \frac{\text{K}}{\text{W}} = 51,8 \text{ K}$$

Spulentemperatur:

Um die Spulentemperatur bestimmen zu können, wird die Maschenanalyse angewendet.

$$\sum \vartheta_{12} = 0 \quad (\text{Analogie: } \sum U = 0)$$

Somit ergibt sich für die Temperaturerhöhung der Spule:

$$\Delta \vartheta_{Sp} = \vartheta_{L12} + \vartheta_{Fe1} + \vartheta_{LL1} = 51,8 \text{ K} + 0,05 \text{ K} + 50 \text{ K}$$

$$\Delta \vartheta_{Sp} = 101,85 \text{ K}.$$

Bei Raumtemperatur beträgt die Spulentemperatur: $\vartheta_{Sp} = 20^\circ \text{C} + \Delta \vartheta_{Sp} = 121,85^\circ \text{C}$.

Die Temperatur ist sehr hoch aber zulässig.

Masche 2:

Die zweite Masche (Fluss ϕ_2) kann jetzt mit der bekannten Spulentemperatur berechnet werden.

Weiteres Vorgehen:

- Bestimmung der Temperatur der Platte auf der Seite mit den Dauermagneten.
- Bestimmung der abführbaren Wärmemenge.

$$R = \frac{\vartheta}{\Phi}; \quad \Phi_{ges} = \Phi_1 + \Phi_2$$

Gegeben: Spulentemperatur $\Delta \vartheta_{Sp}$

Gesucht: Fluss ϕ_2

Lösung: $\rightarrow \Phi_2 = \frac{\Delta \vartheta_{Sp}}{R_{Ges2}}$

Parallelschaltung der Dauermagneten mit zugehörigen Luftspalten. Dann Reihenschaltung des Eisenleitwiderstandes und Konvektionswiderstandes:

$$R_{Ges2} = R_{K2} + R_{LFe2} + (R_{LL2} + R_{LMg1}) / (R_{LL3} + R_{LMg2})$$

Aus Symmetriegründen gilt:

$$R_{LL2} = R_{LL3}; R_{LMg1} = R_{LMg2}$$

$$\rightarrow R_R = \frac{R_{LL2} + R_{LMg1}}{2}$$

$$\rightarrow R_{Ges2} = R_{K1} + R_{LFe1} + \frac{R_{LL2} + R_{LMg1}}{2}$$

Konvektionswiderstand und Wärmeleitwiderstand des Eisens:

$$R_{K2} = R_{K1} = 44,1 \frac{K}{W}; \quad R_{LFe2} = R_{LFe1} = 0,049 \frac{K}{W}$$

Wärmeleitwiderstand des Permanentmagneten:

$$R_{LMg1} = \frac{s}{\lambda \cdot A}$$

$$s = 6 \text{ mm} \quad \text{Magnetdicke}$$

$$\lambda = 60 \frac{W}{K} \quad \text{(Neodym-Eisen-Bor) vereinfachte Annahme Eisen}$$

$$A = 0,01 \text{ m} \cdot 0,003 \text{ m} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad \text{Magnetfläche}$$

$$\rightarrow R_{LMg1} = \frac{0,006 \text{ m}}{3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 60 \frac{W}{mK}} = 0,332 \frac{K}{W}$$

Wärmeleitwiderstand des Luftspalts:

$$R_{LL2} = \frac{s}{\lambda \cdot A}$$

$s = 0,0005 \text{ m}$ (Spulenoberseite/Eisenplatte)

$$\lambda_L = 0,026 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$A = 0,01 \text{ m} \cdot 0,004 \text{ m} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ (entspricht der Magnetbreite gegenüber Spule)

→ Wärmeleitwiderstand im Luftspalt:

$$R_{LL2} = \frac{0,0005 \text{ m}}{0,026 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \cdot 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2} = 480 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

(Hoher Widerstand durch kleine übertragende Flächen.)

Gesamtwiderstand aus den Teilwiderständen:

$$\begin{aligned} R_{Ges2} &= 44,1 \frac{\text{K}}{\text{W}} + 0,049 \frac{\text{K}}{\text{W}} + \frac{480 \frac{\text{K}}{\text{W}} + 0,332 \frac{\text{K}}{\text{W}}}{2} \\ &= 284,3 \frac{\text{K}}{\text{W}} \end{aligned}$$

$$\text{Fluss } \Phi_2 = \frac{\Delta \vartheta_{Sp}}{R_{Ges2}} = \frac{101,85 \text{ K}}{284,3 \frac{\text{K}}{\text{W}}} = 0,36 \text{ W} \quad (\text{Abführbare Wärmeenergie Kreis 2})$$

Gesamtfluss:

$$\Phi_{Ges} = \Phi_1 + \Phi_2 = 1,1 \text{ W} + 0,36 \text{ W} = 1,46 \text{ W}$$

Der Gesamtfluss entspricht der maximal abführbaren Verlustleistung des Motors.

→ Temperaturerhöhung $\vartheta_{K2} = 15,8 \text{ K}$, d. h. die untere Platte erwärmt sich um 15,8 K.

Aus der neu berechneten maximalen Verlustleistung $P_{Vneu} = 1,46 \text{ W}$ lässt sich der zulässige Spulenstrom $I_{\max}$ und damit die maximale Schubkraft $F_{\max}$ berechnen.

Auslegung des elektrischen Teilsystems aufgrund der thermischen Ergebnisse:

Verlustleistung: $P_V \cong \Phi_{Ges}$

$$P_V = R_{Spule} \cdot I_{Spule}^2 = \rho \cdot l_e \cdot S^2 \cdot A_{Cu} = 1,46 \text{ W}$$

Zulässige Stromdichte:

$$S = \sqrt{\frac{P_V}{\rho \cdot l_e \cdot A_{Cu}}} = \sqrt{\frac{1,46 \text{ W}}{0,01724 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot 0,102 \text{ m} \cdot 7,8 \text{ mm}^2}} = 10,3 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

Annahme aus dem Trafobau war 5 A/mm^2 . Es ist eine deutlich höhere Stromdichte auf Dauer möglich, als vorab mit diesem Überschlagswert angenommen worden ist. Der gesamte zulässige Strom in der Spule beträgt somit bei dieser zulässigen Stromdichte

$$I = 10,3 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \cdot 7,8 \text{ mm}^2 = 80,34 \text{ Aw}$$

in Amperewindungen (Aw).

Die maximale Motorkraft berechnet sich nun zu:

$$F_{\max} = B \cdot I \cdot L = 0,67 \text{ T} \cdot 80,34 \text{ A} \cdot 2 \cdot 0,01 \text{ m} = 1,07 \text{ N}.$$

Beim Modellmotor beträgt die Windungszahl 630 und somit berechnet sich die Stromstärke zu $0,12 \text{ A}$ pro Windung bei einem Wicklungswiderstand von $89,5 \Omega$.

Vergleich von analytischer thermischer Berechnung, praktischer Messung am realen Motor und einer FEM-Berechnung:

	Messung	Berechnung	FEM-Berechnung
Außenseite (Spulenseite)	44 °C	70 °C	56 °C
Außenseite (Magnetseite)	44 °C	34,9 °C	43 °C
Spulentemperatur	73 °C	113,23 °C	112 °C

Grund der Abweichung der Ergebnisse:

Die analytische und die FEM-Berechnung liefern charakteristisch gleiche Ergebnisse. Durch variierende Randbedingungen und Vereinfachungen entstehen Differenzen. Der Praktikumsantrieb muss getrennt von den analytischen Berechnungen gesehen werden, da hier diverse Anbauteile Wärmeleitung zwischen den einzelnen Motor-komponenten zulassen. Daraus resultiert die Temperaturgleichheit auf beiden Seitenflächen.

3 Realisierung einer kompletten Antriebsachse

Um den Antrieb zu einem Positioniersystem zu komplettieren, ist ein Messsystem zur Lagebestimmung (Istposition), gegebenenfalls zur Geschwindigkeitserfassung, eine entsprechende Regelkreisstruktur sowie geeignete Regler und ein Leistungsstellglied zur Ansteuerung erforderlich. Abbildung 3.1 verdeutlicht schematisch ein solches komplettes Positioniersystem anhand eines Tauchspulenantriebs.

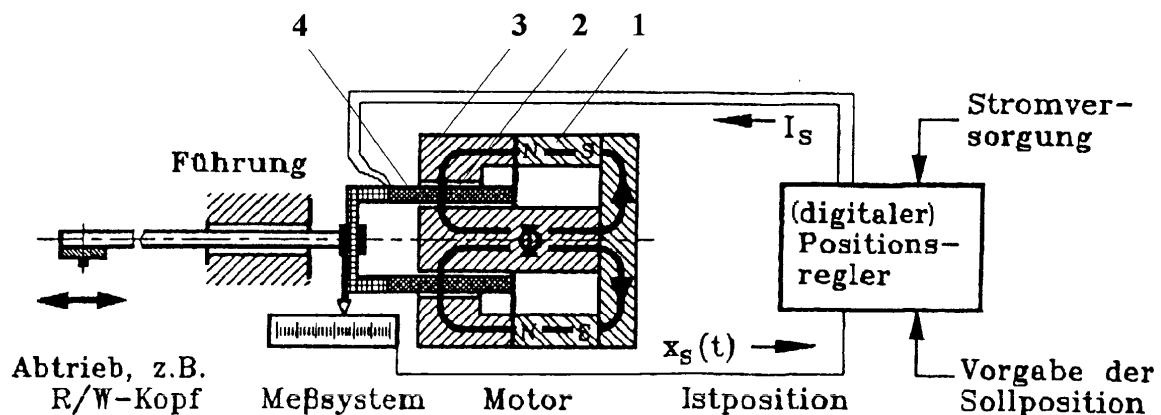


Abb. 3.1: Prinzipaufbau eines kompletten Antriebssystems Linearmotor

Die Steuer- oder Regeleinrichtung stellt sicher, dass der gewünschte Arbeitspunkt auch über längere Zeiträume gehalten wird und ermöglicht es, auf Sollwertänderungen zu reagieren. Dazu ist zunächst in Abb. 3.2 das Prinzipbild einer Steuerung dargestellt.

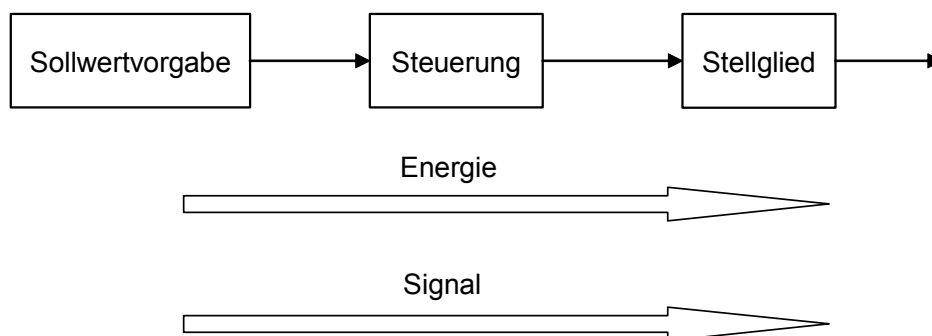


Abb. 3.2: Signal- und Energiefluss in einer Steuerung

Bei Steuerungen erfolgt immer eine gerichtete Übertragung sowohl des Signals als auch der Energie. Da keine Rückführungen vorhanden sind, ist auch kein Messsystem notwendig. Daraus folgt zwangsläufig auch, dass keine Informationen über den tatsächlichen Wert der Steuergröße vorliegen. Steuerungen setzen immer eine genaue Kenntnis des Systems voraus und sind daher vor allem bei einfachen Systemen mit vergleichsweise geringen Anforderungen an Genauigkeit und Dynamik sinnvoll einsetzbar.

Im Bereich der Aktorik werden Steuerungen vor allem beim Betrieb von Schrittmotoren eingesetzt. Hier liegt durch die konstruktive Gestaltung von Läufer und Stator eine interne Maßverkörperung vor, so dass auf ein externes Messsystem verzichtet werden kann. Bei bekannter Anfangsposition und bekannter Ansteuerfolge kann auf die aktuelle Läuferposition geschlossen werden. Eine Erhöhung der Genauigkeit ist durch eine Verzahnung der Pole möglich und üblich. Der Nachteil beim gesteuerten Betrieb von Schrittmotoren liegt in der verhältnismäßig geringen Dynamik, da immer sichergestellt werden muss, dass der Läufer der vorgegebenen Schrittfolge mechanisch folgen kann. Erfolgt die Ansteuerung zu schnell, kommt es zu einem Schrittverlust, der aufgrund des nicht vorhandenen Messsystems nicht erkannt werden kann. Werden Steuerungen bei translatorisch bewegten Systemen eingesetzt, so sind Endschalter vorzusehen, die beim Verlassen des regulären Bewegungsbereiches den Antrieb in einen sicheren Zustand versetzen.

Dies ist beim Einsatz von Regelungen nicht notwendig, da ein Regelkreis immer über ein Messsystem verfügt. Der prinzipielle Aufbau eines Regelkreises ist in Abb. 3.3 dargestellt.

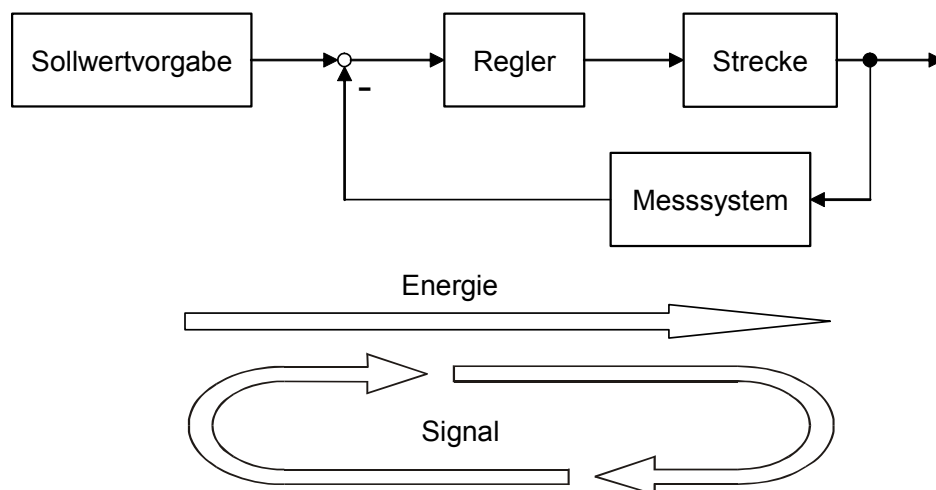


Abb. 3.3: Signal- und Energiefluss in Regelkreisen

Der aktuelle Wert der Regelgröße wird durch das Messsystem erfasst, zurückgeführt und mit einem Sollwert verglichen. Das Messsystem kann dabei sehr einfach aufgebaut sein, z. B. Messwiderstand und Differenzverstärker zur Strommessung, es kann aber auch, wie bei externen optischen Systemen zur Messung der Position, die Kosten des eigentlichen Motors übersteigen. Dabei ist die Auflösung und Genauigkeit des Messsystems entscheidend für die Qualität der Regelung. Prinzipiell gilt hier: Es kann nur auf Größen geregelt werden, die auch gemessen werden können und die dabei erreichbare Genauigkeit wird ganz wesentlich durch das Messsystem mitbestimmt.

3.1 Messsysteme

3.1.1 Messsysteme für Weg und Winkel

Die elektrische Messung von Weg und Winkel ist eine grundlegende Voraussetzung für die Realisierung eines Regelkreises. Die Sensorik kann direkt oder indirekt an das Bewegungssystem angekoppelt werden. Die Messwertaufnahme erfolgt dabei translatorisch oder rotatorisch.

Der Messfehler der eingesetzten Systeme bildet die untere Grenze für die erreichbare Genauigkeit. Weitere Fehler können vor allem bei indirekter Ankopplung an das Bewegungssystem auftreten (z. B. über Getriebe). Die statischen und dynamischen Eigenschaften des Bewegungssystems können die Positioniergenauigkeit ebenfalls reduzieren.

Kenngrößen und Gleichungen für Weg-/Winkelmesssysteme:

Potentiometer

Potentiometer können als analog arbeitende Wegaufnehmer eingesetzt werden. Sie bilden einen variablen elektrischen Spannungsteiler. Schleifbahnen aus leitfähigem Kunststoff erhöhen die Lebensdauer der rotatorischen und linearen Ausführungen.

- | | |
|------------|--|
| Vorteile: | <ul style="list-style-type: none"> - einfache und billige Methode - absolutes Messsystem |
| Nachteile: | <ul style="list-style-type: none"> - kontaktbehaftete Messwertaufnahme (Schleifbahn mit leitfähigem Kunststoff) - Auflösung/Abnutzung der Widerstandsschichten - Linearitätsfehler/Kennlinienfehler - Drifterscheinungen - Störanfälligkeit bei Verschmutzung und Erschütterung - Verstellbereich und Auflösung begrenzt |

Auflösungsvermögen Potentiometer:

$$\Delta s_m = \frac{U_{\min}}{U} \cdot s = \frac{R_{\min}}{R} \cdot s$$

Δs_m	- Auflösungsvermögen
$U_{\min}$	- kleinste messbare Spannung
U	- Gesamtspannung
s	- Messweg der kleinsten Spannung

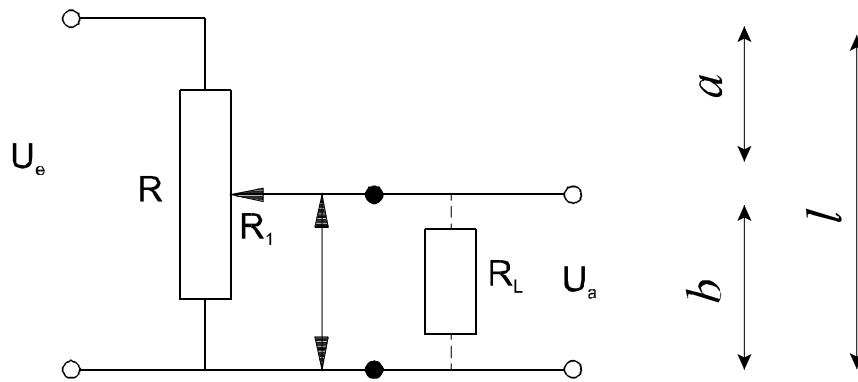


Abb. 3.4: Spannungsteiler durch Schiebepotentiometer

Messbereich: 0...2000 mm
 Auflösung: 0,1...10⁻³ mm → Laserabgeglichene Potis (Laserkalibrierung)
 Trägheit: 0...5 Hz
 Linearität: ≤ 0,2 %

Der Weg wird direkt über die Teilspannung U_a bestimmt.

Berechnung:

$$\frac{a}{b} = \frac{U_a}{U_b} \quad \frac{a}{l} = \frac{U_a}{U_{Ges}} = \frac{R_a}{R_{Ges}}$$

$$\left(U_a = \frac{1 \cdot U_e}{\frac{R}{R_1} + \left(1 - \frac{R_1}{R} \right) \frac{R}{R_L}} \right)$$

$$\text{Falls } \frac{R_L}{R} \text{ klein} \rightarrow \text{Nichtlinearität } \frac{U_a}{U_e}$$

Die Messung muss ohne Lastwiderstand erfolgen!

Zur Abhilfe der Nichtlinearität werden Verstärker mit hoher Eingangsimpedanz verwendet.

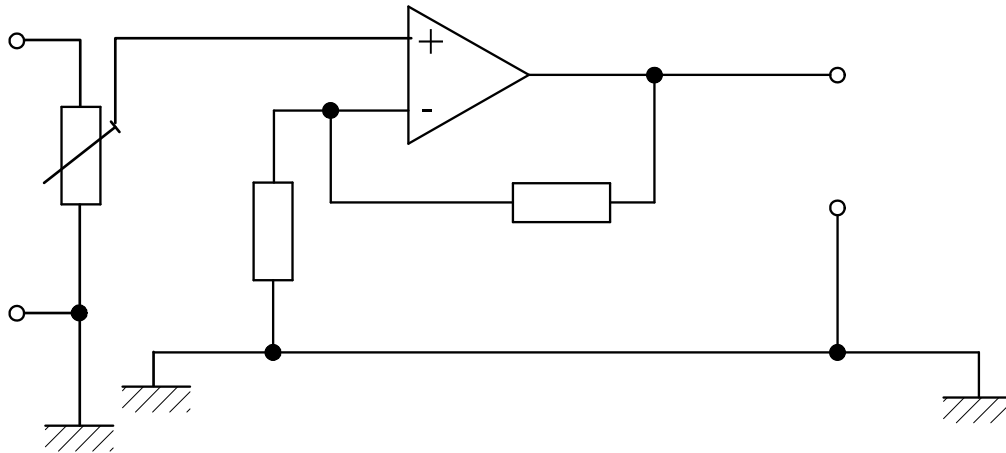


Abb. 3.5: Galvanometerverstärker (Verstärker mit hoher Eingangsimpedanz)

Dehnmessstreifen (DMS)

Dehnmessstreifen werden bei der Messung sehr kleiner Wege verwendet.

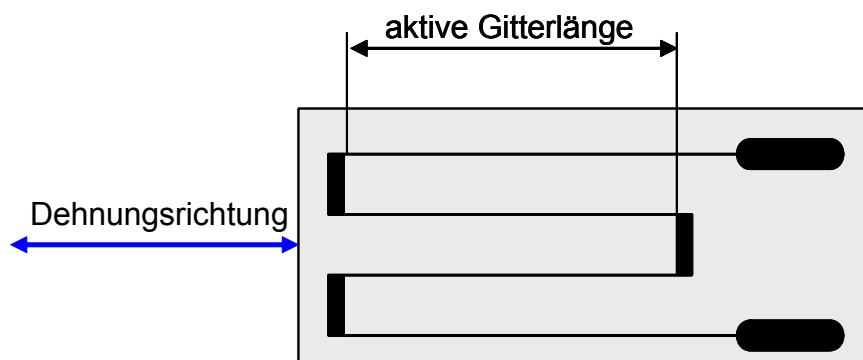


Abb. 3.6: Prinzipaufbau eines Dehnmessstreifens

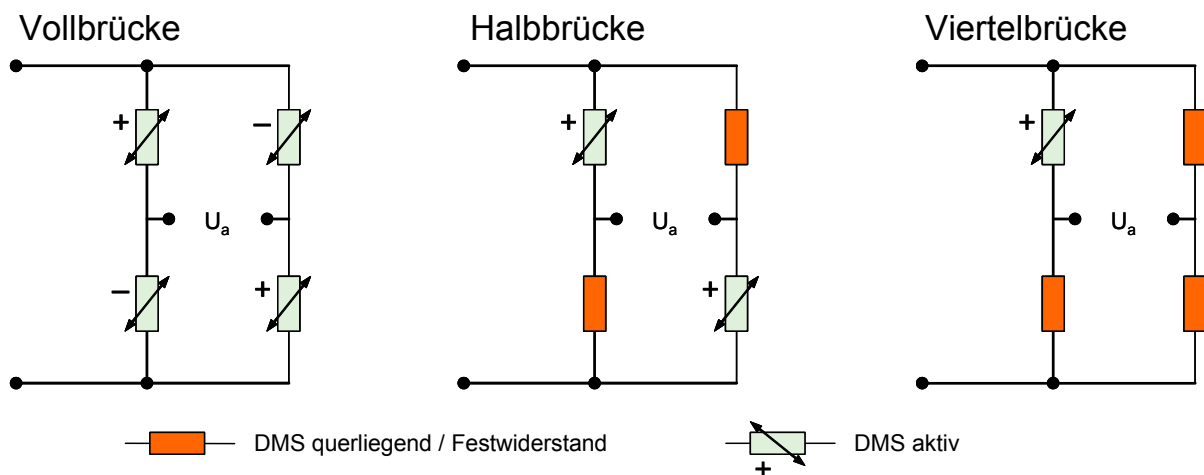


Abb. 3.7: Beschaltungsarten von DMS-Messanordnungen

Bei einer Belastung des DMS ergibt sich eine Widerstandsänderung: $\frac{\Delta R}{R} = K \cdot \frac{\Delta x}{l}$

Die Auswertung erfolgt über eine Brückenschaltung.

$$U_a = \frac{1}{2} U_e \cdot K \cdot \frac{\Delta x}{l}$$

Gesamtwiderstand	100 Ω – 1 k Ω
Widerstandsänderung	$\frac{\Delta R}{R_0} \text{ ca. } 1 - 2 \%$
relative Dehnung	$\frac{\Delta x}{l} = 0 - 0,004$
Linearitätsabweichung	$\leq 0,1 \%$

Resolver

Resolver arbeiten nach dem Prinzip der analog/absoluten Wegmessung. Durch induktive Übertragung werden mechanische Winkeländerungen in analoge elektrische Größen umgewandelt. Er besteht aus einem Stator mit zwei senkrecht zueinander angeordneten Wicklungen und dem Rotor mit einer Wicklung.

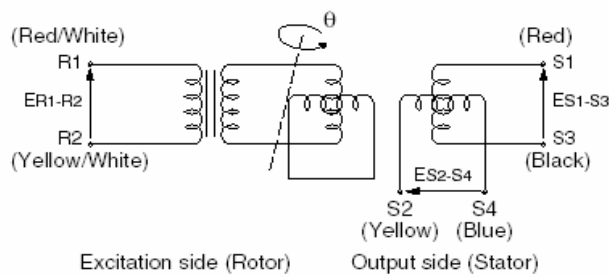


Fig.1 Wiring diagram

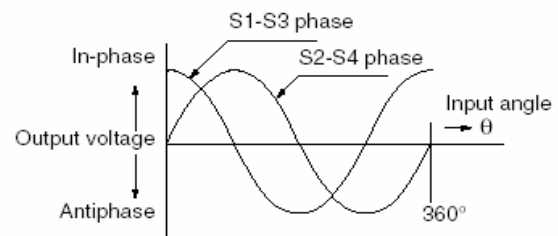


Fig. 2 Output voltage characteristics

Abb. 3.8: Funktionsprinzip Resolver

Vorteile:	- einfach, robust und klein - rotatorische Messwertaufnahme - hohe Auflösung
Nachteile:	- komplizierte Auswerteelektronik - Arbeit mit hohen Frequenzen - externer Referenzpunkt notwendig - geforderte Weg-/Winkelauflösung meist nur durch zyklisch-absolutes Messverfahren erreichbar

Auflösungsvermögen Resolver:

$\Delta \varphi_m = \frac{360^\circ}{Z \Delta s} \text{ mit } Z \Delta s = \frac{f_p}{f_x}$	f_p	Impulsfrequenz zur Auszählung der Phasenverschiebung
	f_s	Ansteuerfrequenz
	$\Delta \varphi_m$	Winkelauflösung
$N_{\max} = \frac{f_{i \max}}{Z \Delta U}$	$f_{i \max}$	Grenzfrequenz der BE
	$N_{\max}$	Grenzdrehzahl

Induktive Wegmessverfahren

Induktive Wegaufnehmer arbeiten, ähnlich dem Resolver, nach dem Differentialtransformatorprinzip. Es lässt sich ein Auflösungsvermögen bis zu 1 µm erreichen. Zur Auswertung werden Trägerfrequenzmessverstärker verwendet.

Vorteile:

- direkte Ankopplung und hohes Auflösungsvermögen
- wenig stör anfällig, weitgehend unempfindlich

Nachteile:

- relativ hoher elektronischer Aufwand und deshalb relativ teuer
- Verfahrensgeschwindigkeit begrenzt

Tauchankergeber:

- einfacher Aufbau
- Nachteil: nicht kompensiert (Temperatur, Frequenz, Linearität)
- Auswertung: Wechselstrombrückenschaltung

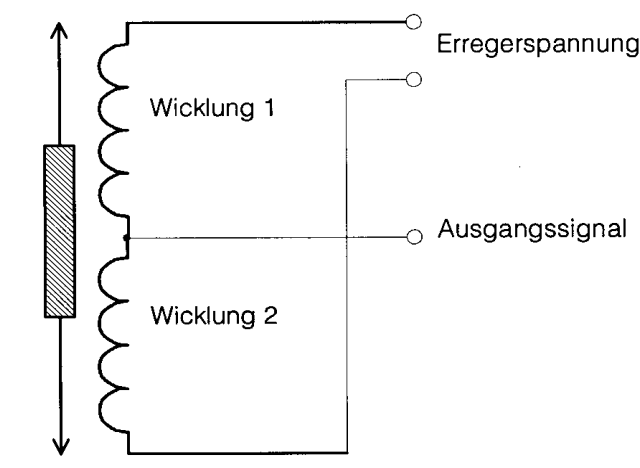
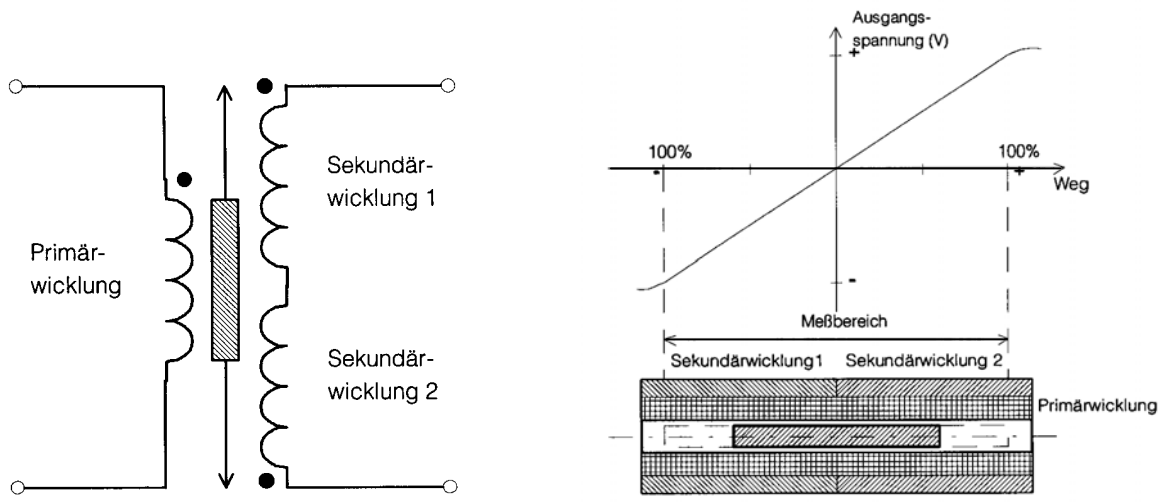
Differentialdrosselgeber:

Abb. 3.9: Prinzipschaltplan einer Differentialdrossel

Differentialtransformator:**Abb. 3.10:** Prinzipschaltplan eines Differentialtransformators/Anwendungsbeispiel

Auflösung: $> 0,1 \mu\text{m}$
 Messlängen: $10 \dots 1000 \text{ mm}$

Inkrementale Wegmesssysteme

Bei der inkrementalen Weg- bzw. Winkelmessung werden die Segmente von Strichscheiben oder -maßstäben photoelektrisch, induktiv, kapazitiv oder mechanisch abgetastet, und je Segment wird (ohne zusätzlichen elektronischen Aufwand wie Trägerfrequenz-Messverstärker usw.) ein Impuls abgegeben. Die digitale Messgröße ist ein ganzes Vielfaches eines Wegschrittes.

Da durch den Zähler nur Wege (keine Position) ermittelt werden können, ergibt sich die augenblickliche Position erst durch Zusammensetzen der zurückgelegten Teilwege.

Auflösungsvermögen Inkrementalgeber

$$\Delta \varphi_m = \frac{360^\circ}{Z \Delta U} \quad Z \Delta U \text{ Impulszahl (100...2500)}$$

Technisch erfordert dies eine absolute Sicherheit gegen Fehlabtastung und Fehlzählung. Aussagen über die Bewegungsrichtung gewinnt man durch ein Abtastgitter und ein bzw. mehrere Fotoelemente.

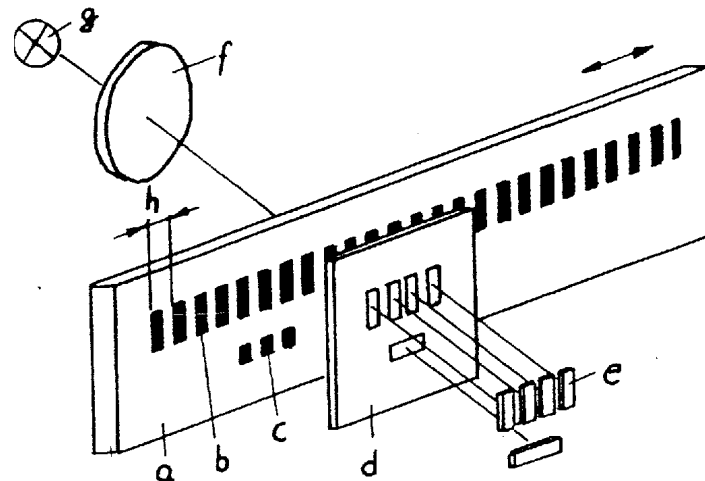


Abb. 3.11 Prinzip eines Inkrementalmaßstabes

a- Glasmaßstab

c- Referenzmarke

e- Fotoelemente

g- Lichtquelle

b- Strichteilung

d- Abtastgitter

f- Kondensator

h- Teilungsabstand

Die Fotoelemente sind so angeordnet, dass zwei Messsignale entstehen. Durch die 90° phasenverschobenen Signale der Kanäle A und B kann eine Richtungsauswertung erfolgen.

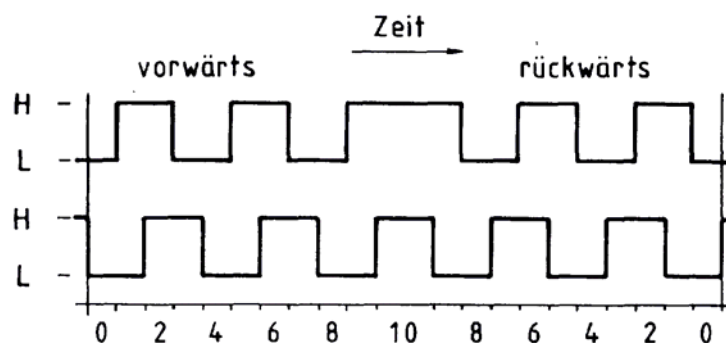


Abb. 3.12 Impulsfolge eines inkrementalen Gebers (IGR);
Kanäle A und B 90° phasenverschoben

Um die Genauigkeit zu vergrößern, ohne die Maßstäbe durch feinere Strichteilungen zu verteuern, gibt es verschiedene Möglichkeiten:

- Impulsvervielfachung (schaltungstechnisch)
- Teilungsvergrößerung (z. B. Moiree-Effekt)
- Interpolation zwischen den Teilstrichen

- Vorteile:
- einfach und klein, günstiger Aufbau
 - direkte und indirekte Messung
 - unbegrenzter Verstellbereich
 - digitale Informationsbearbeitung
 - Geber-Impulszahlen 100 bis 2500 Impulse pro Umdrehung
 - externe Impulsvervielfachung möglich
 - photoelektrische Abtastung relativ unempfindlich gegenüber elektromagnetischen Feldern
- Nachteile:
- relative Positions- und Wegmessung
 - Strichscheiben mit feiner Teilung (großer Aufwand/Kosten)
 - höherer elektronischer Aufwand (Störunterdrückung)
 - weniger robust; temperaturempfindlich
 - photoelektrische Abtastung empfindlich gegenüber Verschmutzung und Erschütterung

Codemesssysteme

Codemesssysteme auf der Basis von inkrementalen kodierten Maßstäben realisieren einen inkremental-absoluten Messwert. Bei diesen kodierten Maßstäben ist jede einzelne Position binär-kodiert aufgebracht (Abb. 3.13). Das bedeutet jedoch, dass z. B. bei einer Auflösung von 1/100 mm und einem Messbereich von 200 mm insgesamt 20000 Positionen verschlüsselt werden müssen. Dafür benötigt ein Analogmaßstab 15 Spuren (Kodierung mit binärem Logarithmus: $\lg 20000 = 4,3$).

Außerdem müssen durch besondere Maßnahmen Lesefehler beim „gleichzeitigen“ Zustandswechsel mehrerer Spuren vermieden werden, wofür zwei Verfahren üblich sind:

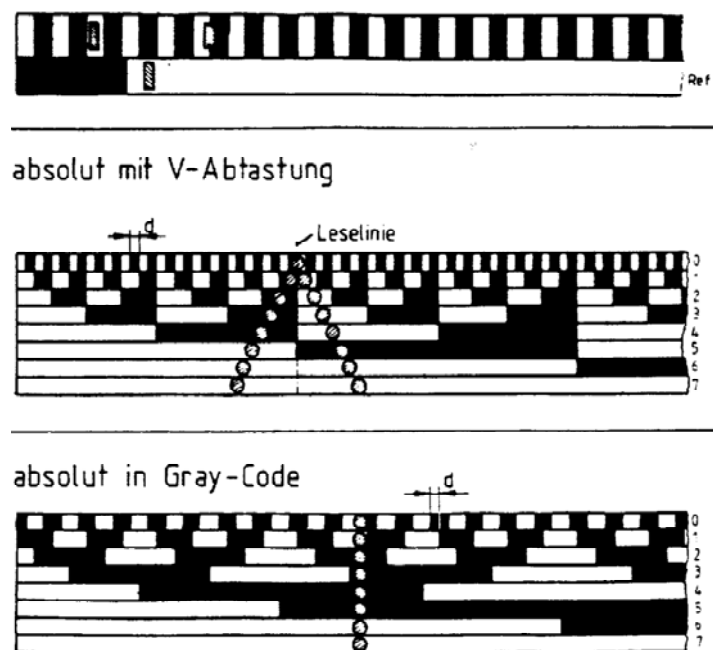


Abb. 3.13 Kodierte Maßstäbe

1. Maßstab mit V-Abtastung: Der absolut kodierte Maßstab wird ab der Spur 1 mit zwei Reihen Sensoren abgetastet, zwischen denen so umgeschaltet wird, dass im regulären Betrieb keine Fehlabtastungen vorkommen können.
2. Verwendung von Gray-Code: Dieser Code ist so aufgebaut, dass pro Wegschritt immer nur eine Spur den Zustand ändert. Wegen der sehr anspruchsvollen Lagetoleranz im Bereich der Sensoren und Aufnehmer wird dieses Verfahren hauptsächlich für Winkelgeber verwendet.

Vorteile:

- absolutes Weg-/Winkelmesssystem
- direkte und indirekte Messung
- digitale Informationsverarbeitung
- Winkelauflösung < 10 Winkelsekunden
- photoelektrische Abtastung relativ unempfindlich gegen elektromagnetische Felder
- einfache Datenerfassung

Nachteile:

- sehr hohe Kosten für Maßstäbe
- weniger robust, temperaturempfindlich
- photoelektrische Abtastung empfindlich gegenüber Verschmutzung

Laserinterferometer

Ein Höchstmaß an Genauigkeit bieten schließlich **interferometrische Messverfahren**, die jedoch wegen ihres hohen Kostenaufwandes derzeit nur in Sonderfällen eingesetzt werden. Die Interferometrie zählt zu den vielseitigsten Messverfahren der Messtechnik. Sie ist einsetzbar zur Messung von Strecken bis 40 m und Mikroverschiebungen in einer Größe von nur dem 10^{-5} -fachen der Wellenlänge. Das Prinzip der interferometrischen Längenmessung lässt sich am besten an einem Michelson-Interferometer (Abb. 3.14) erkennen.

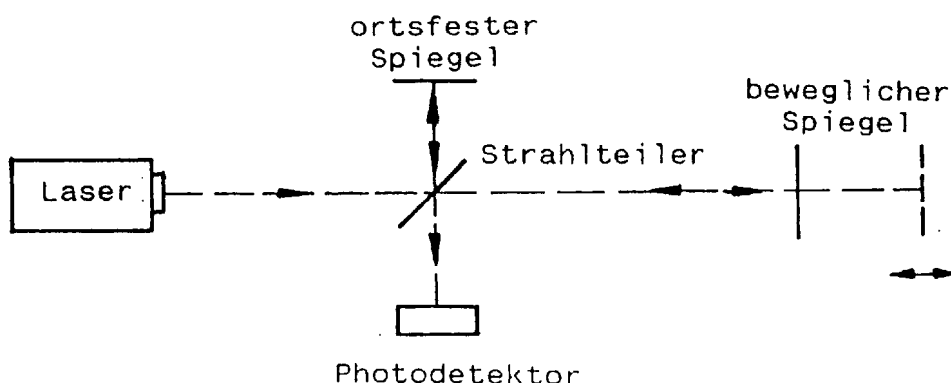


Abb. 3.14 Michelson-Laser-Interferometer

Der Laserstrahl, welcher monochromatisch und kohärent ist, teilt sich an einem halbdurchlässigen Spiegel in zwei Anteile und gelangt dann zu jeweils einem totalreflektierenden Spiegel. Von dem ortsfesten Spiegel wird das Licht auf einen Photodetektor reflektiert. Der zweite Spiegel ist beweglich und reflektiert seinen Strahlanteil über den halbdurchlässigen Spiegel ebenfalls zum Photodetektor. Hier interferieren die beiden Strahlanteile miteinander. Die Gesamtlichtintensität auf der Oberfläche des Detektors, die von der Interferenz abhängt, wird in eine proportionale Spannung gewandelt.

Verschiebt man nun den beweglichen Spiegel, so wechseln an der Oberfläche entsprechend der Phasenlage der beiden Strahlanteile Maxima und Minima der Gesamtlichtintensität. Ein an den Detektor angeschlossener Zähler zählt die Anzahl der Hell-Dunkel-Wechsel (ähnlich optischer Inkrementalgeber). Für jede Verschiebung um eine halbe Wellenlänge wird ein Hell-Dunkel-Wechsel registriert, d. h. bei einer Verschiebung um die Strecke d zeigt der Zähler $n = (2 \cdot d) / \text{Inkrement}$ an.

Die Wellenlänge des hier verwendeten Helium-Neon-Lasers beträgt $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$. Sie ist die Maßverkörperung. Durch elektronische Interpolation der Hell-Dunkel-Wechsel lassen sich noch Spiegelverschiebungen von $\lambda/512$, das entspricht ungefähr $1,2 \text{ nm}$, auflösen. Deshalb stellt die Laserinterferometrie das genaueste Längenmessverfahren der gesamten Längenmesstechnik dar und so wurde auch das Längennormal auf der Basis einer Lichtwellenlänge definiert.

- Vorteile:
- extrem hohe Genauigkeit
 - berührungsloses Messverfahren
 - digitale Informationsverarbeitung
 - einfache Datenerfassung
 - unempfindlich gegen elektromagnetische Felder
- Nachteile:
- extrem hohe Kosten für Gaslaser-Interferometer (Halbleiterlaserinterferometer sehr viel preiswerter, aber noch nicht ausgereift)
 - große Bauform für Gaslaser
 - geringe Messgeschwindigkeit ca. $< 1 \text{ m/s}$
 - hohe Justageanforderungen
 - Wellenlänge und damit Messwert ist von Temperatur, Druck und Feuchte in gewissen Grenzen abhängig

Es gibt noch weitere berührungslose Längenmessverfahren, mit denen eine ausreichend genaue Weg- und Winkelmessung bis in den μm Bereich möglich sind. So hat sich z. B. in den letzten Jahren das **Lasertriangulationsverfahren** als kostengünstige Variante, in der Längenmesstechnik auch für diffus reflektierende Oberflächen, herausgebildet. Nachteile hierbei sind die geringen Messwege (wenige Millimeter) und die geringe Auflösung von $> 10 \mu\text{m}$.

Ultraschallwegmesssysteme

Zur Messung wird in einen elektrischen Leiter aus einer speziellen Legierung ein Stromimpuls geschickt. Als Messelement wird ein Magnet verwendet, dessen Magnetfeld den Leiter durchdringt.

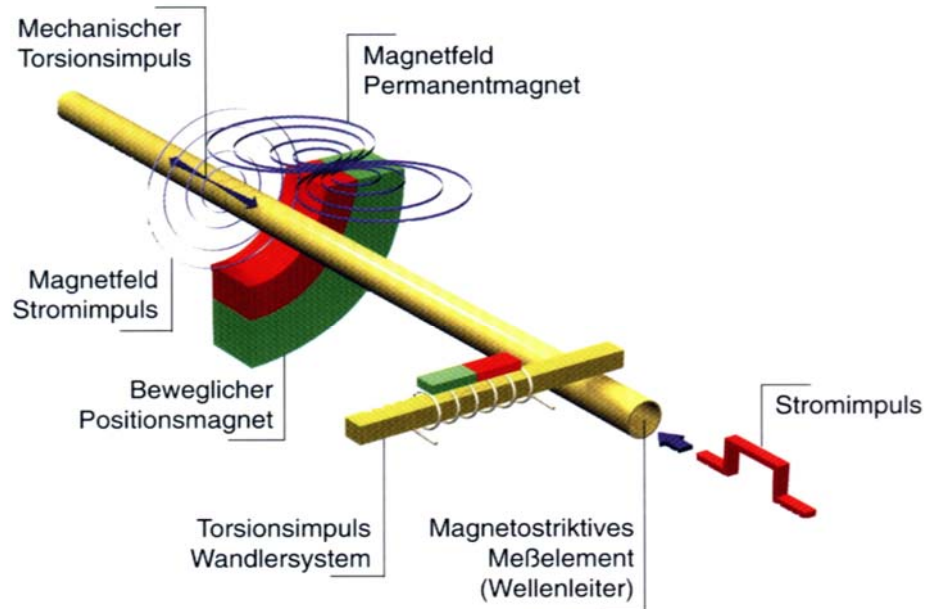


Abb. 3.15 Prinzip der Ultraschallmessung (MTS)

Läuft der Stromimpuls durch das Magnetfeld, wird der Leiter tordiert und erzeugt eine mechanische Oberflächenwelle, die auf dem Leiter zurückläuft. Da die Geschwindigkeit des Stromimpulses und die Wellenlänge des mechanischen Impulses bekannt sind, wird über eine Laufzeitmessung des Impulses eine Rückrechnung auf den Weg durchgeführt. Dieses Ultraschallwegmesssystem ist für relativ große Wege > 1 m verfügbar und erlaubt Messgenauigkeiten von $< 0,01$ mm. Die Ausführungsformen sind recht vielgestaltig.



Abb. 3.16 Industrielle Ultraschallwegmesssysteme (Newport)

Vorteil: Robustheit
 Nachteil: Geringe Verfahrensgeschwindigkeiten

3.1.2 Messsysteme für Geschwindigkeit und Drehzahl

Neben Positionssignalen werden oft definierte Verfahrgeschwindigkeiten benötigt. In den meisten Fällen werden mit Hilfe von Wegmesssystemen und der bekannten Beziehung $v = ds/dt$ Geschwindigkeiten aus den Weginformationen errechnet. Neben diesen indirekten Prinzipien existieren auch direkte Geschwindigkeitsmesssysteme:

Tachogeneratoren

Tachogeneratoren sind als Generator betriebene Motoren. Meist werden edelmetall-kommutierte DC-Motoren eingesetzt. Als Ausgangssignal erhält man in diesem Fall eine leicht oberwellenbehaftete Gleichspannung.

Vorteile:

- variable Gleichspannung als Geschwindigkeitssignal
- Linearität zwischen Drehzahl und Generatorspannung
- Drehrichtung durch Spannungsvorzeichen

Nachteile:

- zusätzliches Lastmoment
- Verschleiß
- analoger Spannungswert

Laser-Doppler-Vibrometer

Die Funktionsweise des Laser-Doppler-Vibrometers wird ausführlich in Teil 2 des Skripts „Aktorik in der Gerätetechnik“ erläutert.

3.2 Aufbau und Anforderungen an Stellglieder

Stellglieder dienen, wie bereits beschrieben, dem Umsetzen der Stellgröße. In den meisten Fällen wird vom Regler die Stellgröße in Form einer Spannung (z. B. -10 V ... +10 V) ausgegeben. Diese Spannung stellt ein Äquivalent für den einzustellenden Motorstrom dar. Dem Stellglied obliegt es nun, die Stellgröße in die Ausgangsgröße Strom umzusetzen. In der Gerätetechnik, wo DC-Motoren zur Anwendung kommen, werden derartige Stellglieder auch als Servoverstärker bezeichnet.

Anforderungen:

- Die Ausgangsgrößen (Spannung, Strom) sollen stufenlos über einen großen Stellbereich einstellbar sein
- Hochdynamische Systeme: Ausgangsspannungen und Ausgangsströme sind drei- bis fünfmal größer als die Nenngrößen (Rückwirkung der Induktion)
- Ströme müssen mindestens dem Nennstrom entsprechen
- Signalverzögerung im Stellglied soll möglichst gering sein
- Schnelle Stromrichtungsumkehr
- hoher Wirkungsgrad
- Schutzeinrichtungen: Überstrom, Überspannung, Temperatur

Analoge Leistungsstellglieder:

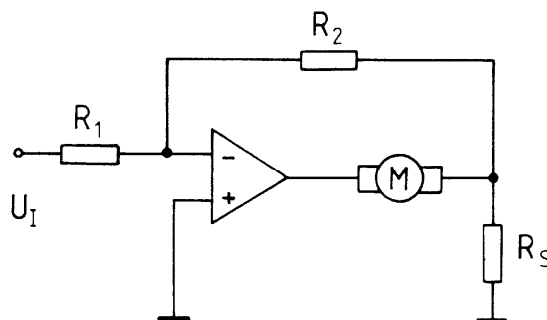


Abb. 3.17 Servoverstärker mit Leistungsoperationsverstärker

Im einfachsten Fall kann man einen Leistungsoperationsverstärker als Spannungsverstärker mit einem entsprechenden Verstärkungsfaktor betreiben. Nachteilig wirkt sich hierbei aber aus, dass nur eine Steuerfunktion ausgeführt wird, d. h. dass die Ausgangsgröße Strom nicht nur von der Regelgröße, sondern gleichzeitig von den inneren Widerständen des Motors und teilweise von dessen Belastung abhängt.

Um nun eine temperaturunabhängige Spannungs-/Stromumsetzung zu gewährleisten, wird meistens eine Stromregelung eingeführt. Diese misst den Ausgangsstrom und wandelt ihn in eine Spannung um. Als Äquivalent des Ausgangsstromes wird diese mit der Stellspannung verglichen und dann nach den später beschriebenen Reglerprinzipien eine Regelung, z. B. P-Regler, des Ausgangsstroms nach der Führungsgröße Stellspannung ausgeführt.

Vorteile dieser Analog-Servoverstärker sind die sehr hohe Arbeitsgeschwindigkeit und der glatte analoge Ausgangsstrom. Nachteile liegen in der hohen Verlustleistung über den Leistungsoperationsverstärkern bzw. über den Endstufen eines Leistungsanalogverstärkers. Im Allgemeinen kann gesagt werden, dass mindestens die gesamte Motorleistung als Verlustleistung über den Servoverstärker abführbar sein muss. Diese äußerst störende Eigenschaft bedingt, dass derartige Analogservoverstärker nur für kleine Leistungen eingesetzt werden können und selbst dann noch vom Volumen her recht groß aufgebaut sein müssen, um über entsprechend dimensionierte Kühlkörper die Wärmeenergie abzuführen.

Vorteile:

- günstig für Kleinantriebe mit wenig Leistung (da hohe Verlustleistung → schlechter Wirkungsgrad)
- kontinuierlich arbeitend
- einfacher Aufbau
- Leistungsendstufen können strom- oder spannungsgesteuert betrieben werden
- Nichtinvertierender Eingang → sehr hoher Eingangswiderstand

Beispiel: Stromgeregelter Endstufe mit positiver und negativer Versorgungsspannung

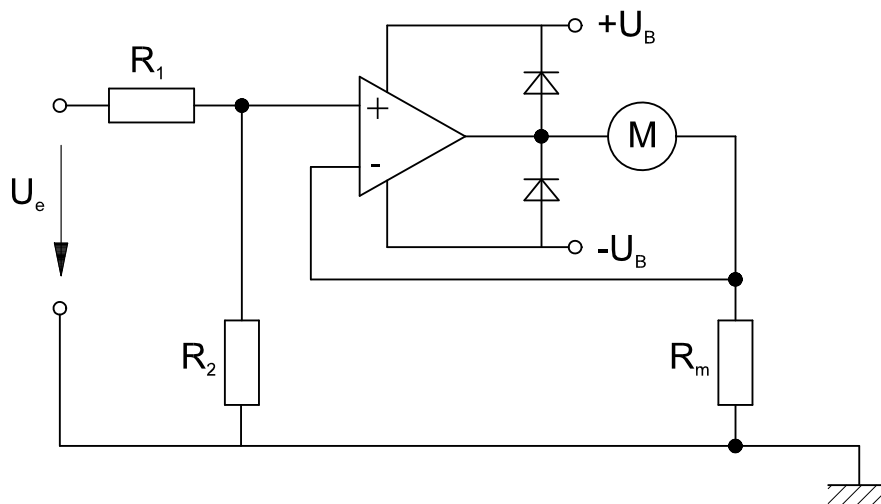


Abb. 3.18 Schaltungsbeispiel – stromgeregelter Operationsverstärker

Der auf der Leistungsseite zum Motor in Reihe geschaltete Shuntwiderstand wird vom gleichen Ausgangsstrom durchflossen wie der Motor. Der Spannungsabfall ist somit proportional: $U_m = R_m \cdot i_{aus}$.

Diese Spannung U_m liegt dann am invertierenden Eingang des OP an. Die Rückwirkung bildet dann die Reglereigenschaft: $-U_m + U_{stell} = 0$.

Für den Eingangskreis mit der Stellgröße U_{stell} gilt für den nicht invertiert betriebenen Operationsverstärker (Spannungsteiler):

$$\frac{U_{stell}}{R_2} = \frac{U_e}{R_1 + R_2} \Leftrightarrow U_{stell} = \frac{U_e \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Setzt man nun Eingangs- und Ausgangsgrößen über die Reglereigenschaft gleich, erhält man die Dimensionsgleichung für die 2-Quadrantensteuerung:

$$i_a = \frac{U_e}{R_m} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Beispieldimensionierung einer Halbbrücke (Schaltplan Abb. 3.18):

Gegebene Größen: Spule mit 512 Windungen und Drahtdurchmesser von 0,1 mm
 $I_{nenn} = 0,17 A$
 Regelungstechnik $U_e = 0 \dots 10 V$
 $10 V = U_e$ entspricht $i_a = 0,17 A$
 $R_m = 10 \Omega$ (festgelegt)

$$U_m = 10 \Omega \cdot 0,17 A = 1,715 V$$

Auslegungsgleichung:

$$\frac{U_e}{R_{Ges}} = \frac{U_m}{R_2} \quad \text{mit } R_{Ges} = R_1 + R_2$$

Festlegung: $R_{Ges} \approx 10 k\Omega$ (Bereich 1 ... 10 k Ω - Richtgröße nach Strombedarf des Motors)

$$R_2 = \frac{U_m \cdot R_{Ges}}{U_e} = \frac{1,715 V \cdot 10 k\Omega}{10 V} = 1,715 k\Omega \quad \text{Normreihe E 12 (gewählt): } R_2 = 1,8 k\Omega$$

$$R_1 = R_{Ges} - R_2 = 10 k\Omega - 1,8 k\Omega = 8,2 k\Omega \quad (\text{Normwiderstand Reihe E 12})$$

Überprüfung der thermischen Beständigkeit:

- Für welche Leistung muss der Shuntwiderstand R_m dimensioniert werden?
- Auswahl des Operationsverstärkers: L165 (Leistungs-Operationsverstärker)

Die Verlustleistung ist bei einer analogen Endstufe näherungsweise zu 10 % vom Schaltkreis abzuführen (großes Gehäuse/Kühlkörper erforderlich).

$$U_B = \pm 15 V$$

Maximale Gesamtverlustleistung:

$$P_V = 15 \text{ V} \cdot 0,17 \text{ A} = 2,595 \text{ W}$$

Der Nachteil der hohen Verlustleistung bei analogen Endstufen ist bei kleinen Motoren kein Problem. Bei großen Motoren kann die Verlustleistung der Endstufe selbst bei großen Kühlkörpern nicht mehr abgeführt werden.

Der Shuntwiderstand muss ebenfalls Leistung abführen:

$$P_{VRm} = 10 \Omega \cdot (0,173 \text{ A})^2 = 0,229 \text{ W}$$

Ein Widerstand mit einer Leistung 0,25 W oder 0,4 W muss ausgewählt werden.

Um mit einer Betriebsspannung die Leistungsendstufe betreiben zu können und gleichzeitig eine Richtungsumkehr zu realisieren, kommen Vollbrückenschaltungen zum Einsatz.

Beispiel: Stromgeregelter Endstufe mit einer Versorgungsspannung

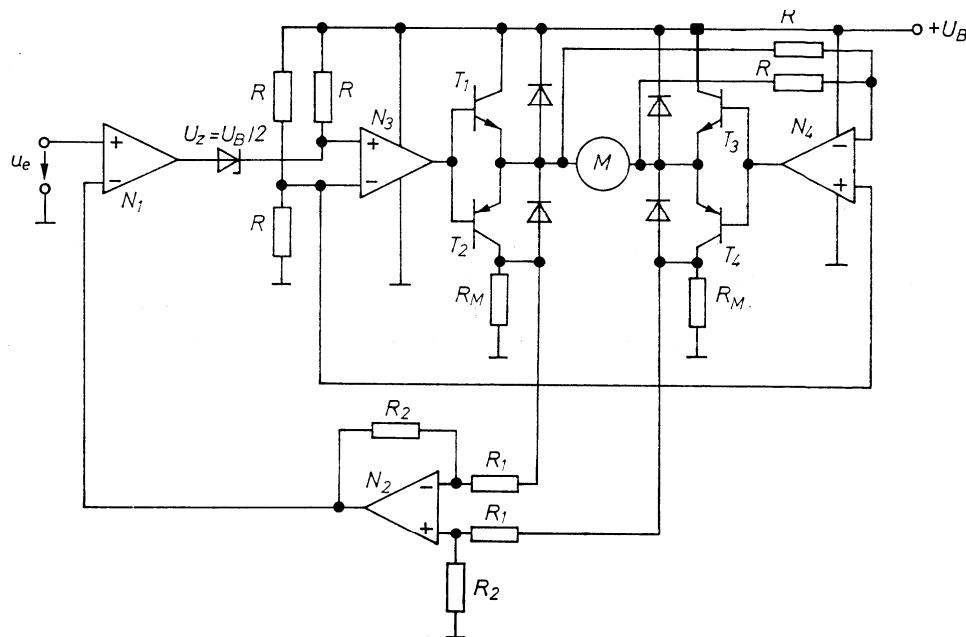


Abb. 3.19 Schaltungsbeispiel – stromgeregelter Vollbrückenschaltung

$$U_m = R_m \cdot i_a$$

$$U_{sm} = \frac{R_2}{R_1} \cdot R_m \cdot i_a = U_e \quad (\text{Reglereigenschaft})$$

Das Widerstandsverhältnis $\frac{R_2}{R_1}$ bestimmt den Verstärkungsfaktor des Operationsverstärkers.

$$\rightarrow i_a = \frac{U_e \cdot R_1}{R_m \cdot R_2}$$

Getaktete bzw. digitale Leistungsstellglieder

Funktionsprinzip:

Zur Minimierung der Verlustleistung setzt man Pulssteller ein. Hierbei sind die Endstufentransistoren eines Pulsstellers entsprechend der geforderten Stromrichtung im Schalterbetrieb tätig, so dass eine pulsformige Spannung am Motor liegt. Die Integrationswirkung der Induktivitäten und parasitären Kapazitäten lassen einen wellenförmigen Gleichstrom entstehen. Der Effektivwert ist abhängig von der Amplitude und der Einschaltdauer in einer Periode. Zur Verdeutlichung der Funktion ist in Abbildung 3.20 eine Prinzipschaltung dargestellt.

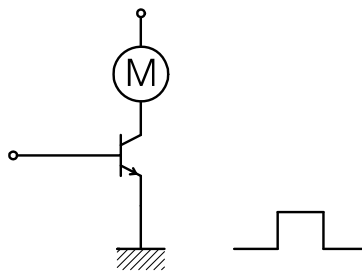


Abb. 3.20 Prinzip eines Pulsstellers

$$U_m = \frac{1}{T} \int_0^T U_{a(t)} dt = U_B \cdot \frac{t_e}{T} = U_B \cdot v_T$$

T	Periodendauer
v_T	Taktverhältnis
t_e	Einschaltverhältnis

Bei gesperrtem Transistor fließt zwischen Kollektor und Emitter nahezu kein Strom (maximale Betriebsspannung liegt an). Die Transistoren haben bei Sättigung (voll durchgesteuert) einen sehr geringen Innenwiderstand ($< 50 \text{ m}\Omega$ bei MOSFET), so dass nur ein sehr kleiner Spannungsabfall auftritt und selbst bei großen Strömen die Verlustleistung nur gering ist:

$$R_i \approx 0 \rightarrow I_{\max}. \text{ Mit } P_V = U \cdot I \rightarrow \text{Transistor } P_V = 0.$$

Daraus resultiert der hohe Wirkungsgrad dieser Schaltungen (bis ca. 98 %), in der fast keine Verlustwärme entwickelt wird. → Eine getaktete/gepulste Endstufe arbeitet nahezu verlustfrei.

Pulsweitenmodulation

Die Stellgröße „Tastverhältnis“ wird als diskreter Zahlenwert von digitalen Reglern oder als variabler Spannungswert von analogen Reglern zur Verfügung gestellt. Diese Stellgröße wird in einem Pulsweitenmodulator in einen Pulsweitenwert umgesetzt. Die charakteristischen Eigenschaften eines Pulsweitensignals sind:

- die konstante Spannung
- die konstante Periodendauer bzw. Frequenz
- das variable Tastverhältnis/Duty Cycle.

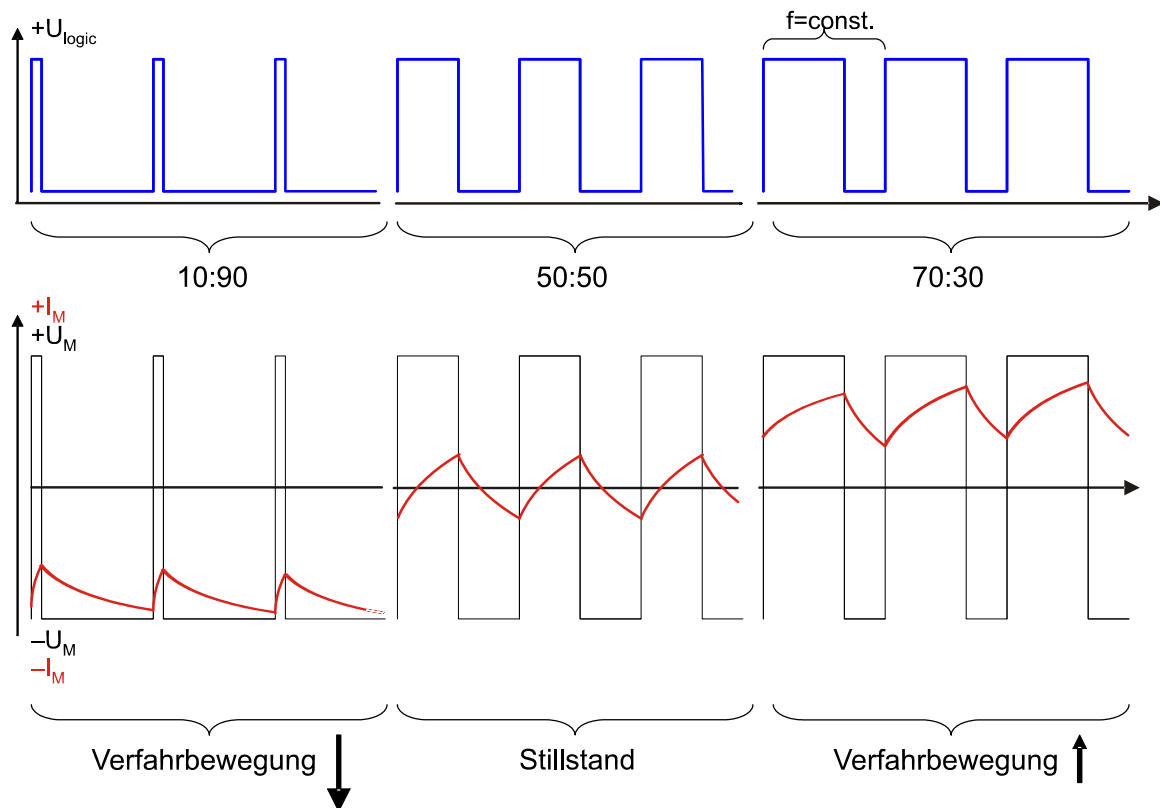


Abb. 3.21 Pulsweitenmodulation - oben: PWM-Steuersignal;
unten: Ausgangsspannung der Leistungsstufe, Stromverlauf am Motor

Das PWM-Steuersignal bewirkt ein periodisch wechselndes Durchschalten der Leistungstransistoren. Dadurch wechselt das Vorzeichen der Motorspannung ebenfalls periodisch.

Elektrodynamische Antriebe bestehen aus einer Reihenschaltung eines Ohm'schen Widerstandes und einer Induktivität. Der daraus resultierende exponentielle Stromanstieg zeigt sich in Abbildung 3.21. Der Mittelwert des Stromverlaufes ergibt den resultierenden Motorstrom und damit die Verfahrrichtung und Verfahrgeschwindigkeit/-beschleunigung.

Beispiel Spannungssteller:

Nachfolgende Abbildung zeigt eine Anordnung, welche lediglich eine Drehrichtung bzw. Verfahrrichtung erlaubt. Die Diode D stellt sicher, dass der Antrieb im Schubetrieb abgebremst wird (spannungsgeregelt).

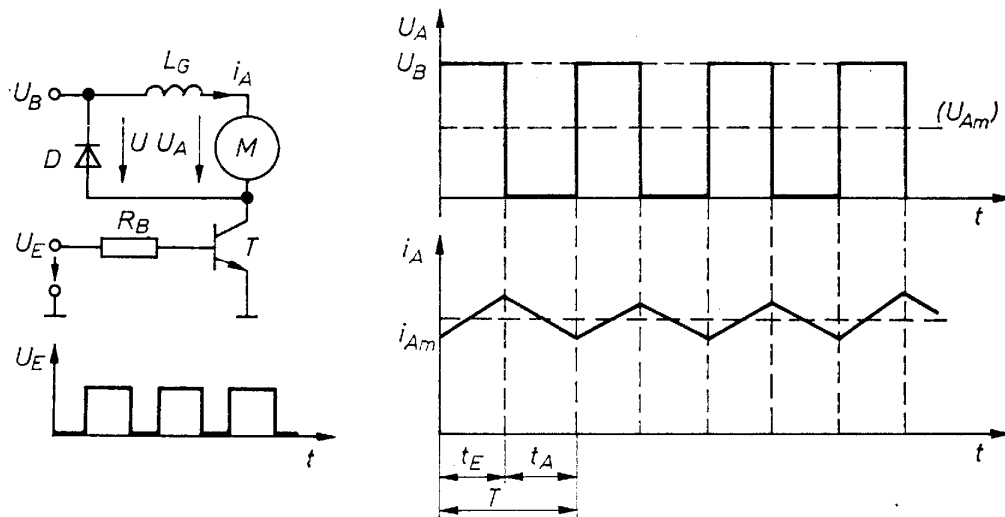


Abb. 3.22 1-Quadranten-PWM-Ansteuerung

Beispiel 2-Quadranten Pulssteller:

2-Quadranten-Pulssteller finden ihren Einsatz für mittlere und größere Leistungen.

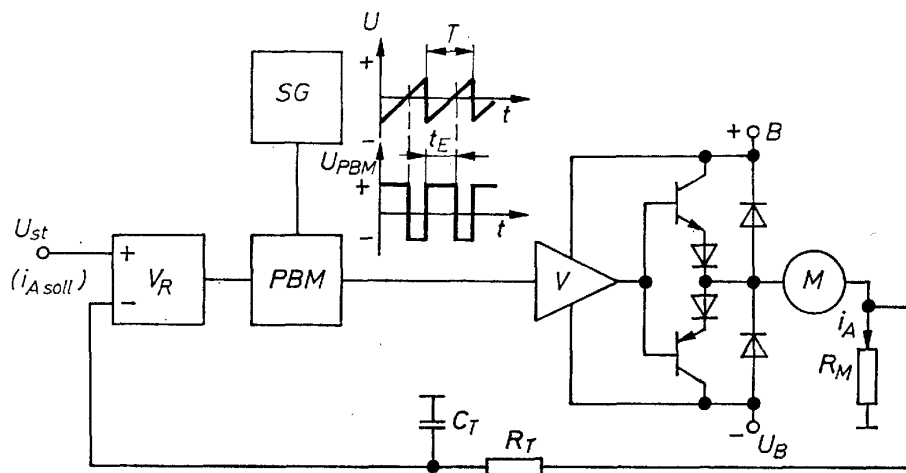


Abb. 3.23 2-Quadranten-PWM-Ansteuerung

Um eine Stromregelung zu gewährleisten, wird bei getakteten Leistungsstellgliedern wie bei Analogverstärkern der Strom durch einen Shunt-Widerstand (R_M) gemessen. Nach Glättung der Messspannung durch einen Tiefpass (C_T , R_T) wird diese dem Stromregler zugeführt.

Stromgeregelter Pulssteller:

Tiefpass: $\tau = R_T \cdot C_T$

$$U_a = \frac{1}{R_T C_T} \cdot \int U_{m(t)} dt + U_e \quad \int U_{m(t)} dt \rightarrow \text{Restwelligkeit} \quad U_e \rightarrow \text{Mittelwert}$$

wenn $R_T + C_T$ genügend groß $\Rightarrow U_A = U_e$

Beispiel Vollbrückenschaltung:

Abbildung 3.24 zeigt ein Leistungsstellglied für 4-Quadrantenbetrieb. Liegt am Steuereingang eine logische „1“ an, werden T1 und T4 geöffnet. An Punkt 1 liegt somit die Versorgungsspannung U an; Punkt 2 besitzt Massepotential. Bei einer logischen „0“ am Steuereingang öffnen T2 und T3 aufgrund des Inverters.

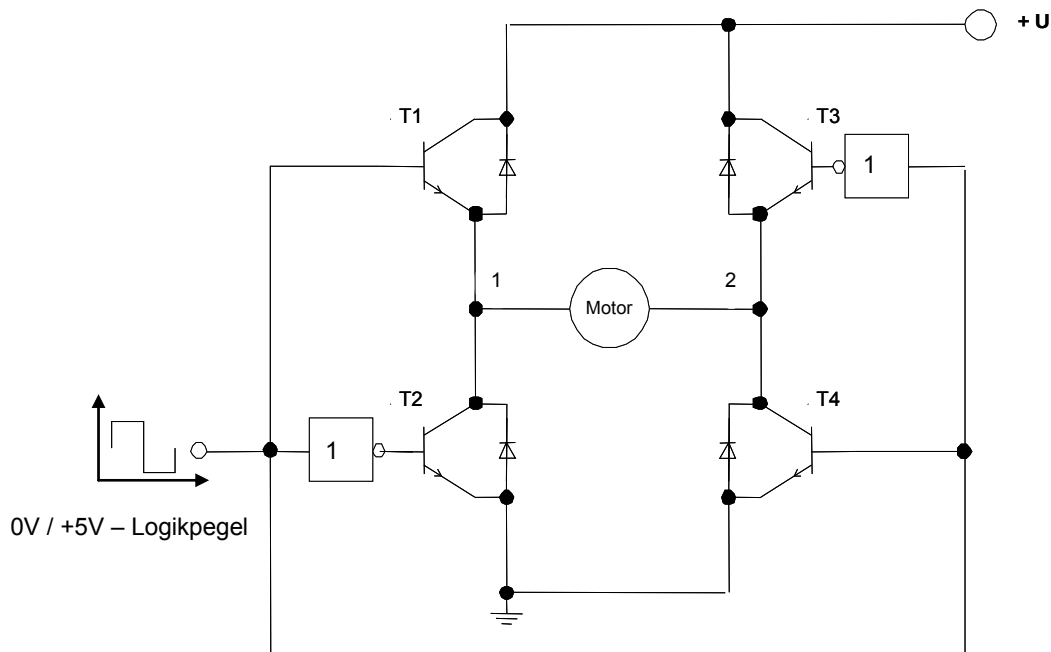


Abb. 3.24 Vollbrückenschaltung

Vorteile und Nachteile getakteter Leistungsstellglieder

- Vorteile:
- sehr hoher Wirkungsgrad der Schaltung
 - sehr kleine Verlustleistung der Schaltung
 - kompakte und kleine Bauformen
 - für große Ströme und hohe Spannungen geeignet (z. B. Thyristoren)
- Nachteile:
- wellige Ausgangsspannung und welliger Ausgangsstrom
 - Probleme bei großen angeschlossenen Induktivitäten, um die Leistung zu übertragen
 - EMV-Probleme durch HF-Abstrahlung bei Schaltvorgängen

Die geringen schaltungsbedingten Verlustleistungen erlauben jedoch keine Aussage über Verlustleistungen im Motor. Wegen

$$P_V = \frac{U^2}{R}$$

können diese auch bei einem mittleren Strom $I \neq 0$, also im Stillstand, einen Maximalwert erreichen. Bei Analogverstärkern ist dies nicht der Fall, aus $I = 0$ folgt dort auch $U = 0$ und damit $P_V = 0$.

3.3 Regelung elektrodynamischer Antriebe

An den geschlossenen Regelkreis werden verschiedene Anforderungen gestellt, die im Folgenden erläutert werden sollen:

- **Stabilität**

Die Stabilität ist eine Grundvoraussetzung für die technische Anwendbarkeit einer Regelung. Dabei wird zunächst von einer a priori stabilen Strecke ausgegangen. Wird eine solche Strecke mit einer Steuerung betrieben, so bleibt die Eigenschaft der Stabilität erhalten, da es sich bei einer Steuerung um eine gerichtete Wirkungskette handelt. Beim Betrieb in einem geschlossenen Regelkreis muss die Stabilität durch entsprechende Wahl der Reglerparameter hergestellt werden. Werden hier falsche Einstellungen vorgenommen, so wird aus der gewünschten Gegenkopplung des Messsignals eine Mitkopplung, was zu Instabilität führt. Auf der anderen Seite ist es aber durch eine Regelung auch möglich eine grundsätzlich instabile Strecke zu stabilisieren. Dies kann mit einer Steuerung nicht erreicht werden.

- **Kurze Ausgleichsvorgänge der Regelgröße**

Nach einer Änderung des Sollwertes soll die Regelgröße möglichst schnell den neuen Wert annehmen. Dies entspricht einer Forderung nach einer hohen Dynamik und gutem Führungsverhalten. Hier zeigen geregelte Systeme deutliche Vorteile gegenüber gesteuert betriebenen Systemen.

Gleichzeitig sollte das System auch in der Lage sein, Störungen möglichst schnell auszugleichen (gutes Störverhalten). Dies ist nur bei geregelten Systemen möglich, da bei Steuerungen aufgrund des fehlenden Messsystems Störungen gar nicht erkannt werden können.

- **Keine bleibende Regelabweichung**

Für große Zeiten sollten Soll- und Istwert identisch sein, d.h. der vorgegebene Sollwert wird genau erreicht. Das exakte Einhalten eines Arbeitspunktes ist im Allgemeinen mit Steuerungen nicht erreichbar.

- **Geringes Überschwingen**

Soll ein neuer Arbeitspunkt angefahren werden, so sollte dieser möglichst direkt erreicht werden. Dies ist oftmals nicht der Fall, stattdessen bewegt sich das System zunächst über den Arbeitspunkt hinaus. Dies wird als Überschwingen bezeichnet und verursacht einen zusätzlichen Energieverbrauch. Dieser ist umso größer, je größer das Überschwingen ist. Gleichzeitig verlängert sich auch die Einschwingdauer, d. h. die Zeit bis zum endgültigen Erreichen des Arbeitspunktes. Das Überschwingen ist daher immer so gering wie möglich zu halten.

Bei Steuerungen tritt ein Überschwingen im eigentlichen Sinn nicht auf.

- **Weitgehend parameterunempfindlich**

Änderungen an den Streckenparametern, z. B. der Lastmasse, sollten die Qualität der Regelung nicht beeinträchtigen. Änderungen in den Parametern können im Betrieb z. B. durch Alterungserscheinungen oder durch Temperaturveränderungen hervorgerufen werden. Sofern sich diese Änderungen in den Messwerten niederschlagen, lassen sie sich ähnlich wie Störungen durch die Regelung ausgleichen. Bei Steuerungen können Parameteränderungen prinzipbedingt nicht erkannt werden.

Viele der genannten Punkte sind mit Steuerungen nicht oder nur in einem sehr eingeschränkten Maße erfüllbar. Beim Betrieb elektrodynamischer Antriebe, besonders in Positioniersystemen, sind daher immer geschlossene Regelkreise einzusetzen. Anhand der zugrunde liegenden Problemstellung kann man die Regelungen in zwei große Gebiete unterteilen:

- **Festwertregelung:** Hier wird auf einen festen (über lange Zeiten konstanten) Arbeitspunkt geregelt. Die Aufgabe des Reglers liegt primär im Ausregeln von Störungen, die von außen eingreifen. Festwertregelungen treten vor allem in der Verfahrenstechnik auf, können aber auch für die Antriebstechnik interessant sein, wenn z. B. ein rotatorischer Motor mit einer konstanten Drehzahl betrieben werden soll.
- **Folgeregelung:** Von einer Folgeregelung spricht man, wenn sich der Sollwert im Verlauf der Zeit ändert und es die primäre Aufgabe des Reglers ist, diesem Sollwert zu folgen. Das Ausregeln von Störungen spielt hier nur eine untergeordnete Rolle. Dies ist der typische Fall beim Betrieb von linearen Antrieben, mit denen z. B. nacheinander verschiedene Positionen angefahren werden sollen. Eine spezielle Form der Folgeregelung ist die in der Antriebstechnik häufig eingesetzte **Bahnregelung**. Dabei werden als Sollwerte nicht nur die jeweils anzufahrenden Endpositionen vorgegeben, sondern auch eine große Anzahl an Zwischenpositionen, so dass der Antrieb ein gegebenes Geschwindigkeits-Weg-Profil abfährt. Als Sollkurven für eine Bahnregelung werden im Allgemeinen glatte Kurven gewählt, die an die dynamischen Eigenschaften des Antriebs angepasst sind und so einen zeit- und energieoptimalen Bewegungsablauf ermöglichen.

Der Schwerpunkt dieser Übung liegt in der Regelung elektrodynamischer Lineardirektantriebe. Trotzdem sollen an dieser Stelle einige Grundlagen der Regelungstechnik wiederholt werden. Auf eine ausführliche Darstellung und Herleitung einzelner Sachverhalte wird absichtlich verzichtet, dazu sei auf die umfangreiche Literatur zur Regelungstechnik (z. B. [21], [22]) und auf entsprechende Fachvorlesungen verwiesen.

Zunächst ist in Abb. 3.25 die grundsätzliche Struktur eines Regelkreises dargestellt.

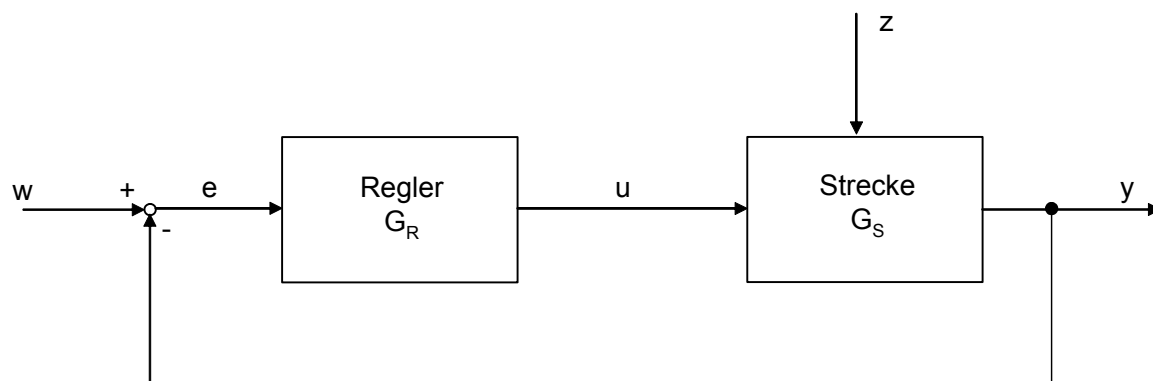


Abb. 3.25 Grundsätzliche Struktur eines Regelkreises

Am Ausgang der Strecke liegt die Regelgröße y an. Der Wert der Regelgröße wird mit einem Messsystem erfasst und zu einer Vergleichsstelle zurückgeführt. Hier wird der Vergleich zwischen Istgröße y und Sollgröße w durchgeführt. Die Differenz aus beiden Größen wird als Regelabweichung e bezeichnet. Sie stellt die Eingangsgröße für den Regler mit der Übertragungsfunktion G_R dar, in dem die Stellgröße u berechnet wird. Diese Stellgröße wiederum wirkt als Eingang für die eigentliche Regelstrecke, in unserem Fall die Leistungsendstufe und der Motor. Die Übertragungsfunktion der Strecke wird mit G_S bezeichnet. Dabei wird der Verlauf der Regelgröße nicht nur durch die Stellgröße bestimmt, sondern auch durch die Störgröße z , die vor, in oder hinter der Strecke einwirken kann. Eine solche Störgröße können z. B. die Lagerreibung oder andere von außen einwirkende Kräfte sein. Der Regelkreis sollte so gestaltet sein, dass die Störgrößen vom Messsystem erfasst werden, d. h. nicht erst nach dem Messsystem einwirken. Gemessene Störeinflüsse können vom Regler ausgeglichen werden.

Zwischen Regler und Strecke besteht kein prinzipieller Unterschied. Beides sind dynamische Übertragungselemente, deren Verhalten durch Differentialgleichungen beschrieben werden kann. Für alle real existierenden Regelkreisglieder gilt, dass sich Änderungen im Eingang nur auf den zukünftigen Verlauf des Ausgangs auswirken können. Man spricht von einem kausalen Verhalten.

Bei der Aufstellung der Differentialgleichungen benutzt man die zugrunde liegenden physikalischen Zusammenhänge. Für mechatronische Systeme sind das im Wesentlichen:

- Mechanischer Teil: Newton'sches Gesetz, Kräfte- und Momentengleichgewicht, Erhaltungssätze für Impuls und Energie
- Elektrischer Teil: Kirchhoff'sche Gesetze (Knoten- und Maschenregel), Ohm'sches Gesetz und Induktionsgesetz
- Elektromagnetische Felder: Maxwell'sche Gleichungen

Damit ergibt sich für jede Strecke ein spezifisches System von Differentialgleichungen. Auch das Übertragungsverhalten des Reglers kann durch Differentialgleichungen dargestellt werden, nur ist das Vorgehen hier wesentlich abstrakter. Die Differentialgleichungen beschreiben das Verhalten des Regelkreisgliedes im Zeitbereich, d. h. den Verlauf verschiedener Zustandsgrößen über der Zeit. Für die Berechnung des Verhaltens des geschlossenen Kreises ist es aber oft einfacher, wenn algebraische Gleichungen vorliegen. Dies kann durch das Anwenden der Laplace-Transformation, einer Integral-Transformation, erreicht werden. Die Transformationsvorschrift ist in Gl. 3.1 gegeben:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_{-0}^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad s = \sigma + j\omega \quad (3.1)$$

Die dabei entstehende Gleichung stellt keine Funktion der Zeit mehr dar, stattdessen wird jetzt mit einer komplexen Variablen s gearbeitet. Man spricht daher auch vom Übergang zwischen Zeit- und Bildbereich. Für die praktische Anwendung werden im

Allgemeinen Tabellen genutzt, in denen die Laplace-Transformierten aller häufig verwendeten Funktionen gegeben sind. Dabei dienen die Tabellen vor allem zum Transformieren der Eingangsfunktionen, bei der theoretischen Betrachtung eines Regelkreises sind dies im Wesentlichen Sprung-, Impuls- oder Sinusfunktionen. Weiterhin gelten einige Regeln, die das Transformieren von Differentialgleichungen deutlich vereinfachen, Gl. 3.2 - 3.4.

$$L\{f(t)\} = F(s) \quad (3.2)$$

$$L\{k \cdot f(s)\} = k \cdot F(s) \quad (3.3)$$

$$L\left\{\frac{df}{dt}\right\} = s \cdot F(s) - f(0) \quad (3.4)$$

Zur Beurteilung des Verhaltens eines Übertragungsgliedes oder auch des gesamten Regelkreises haben sich verschiedene Testfunktionen durchgesetzt. Am häufigsten sind der Einheitssprung und der Einheitsimpuls. Die Antwort des Übertragungsgliedes wird dementsprechend als Sprung- bzw. Impulsantwort bezeichnet und ist charakteristisch für die verschiedenen Übertragungsglieder. In Abb. 3.26 ist beispielhaft die Sprungantwort eines PT_2 -Gliedes dargestellt.

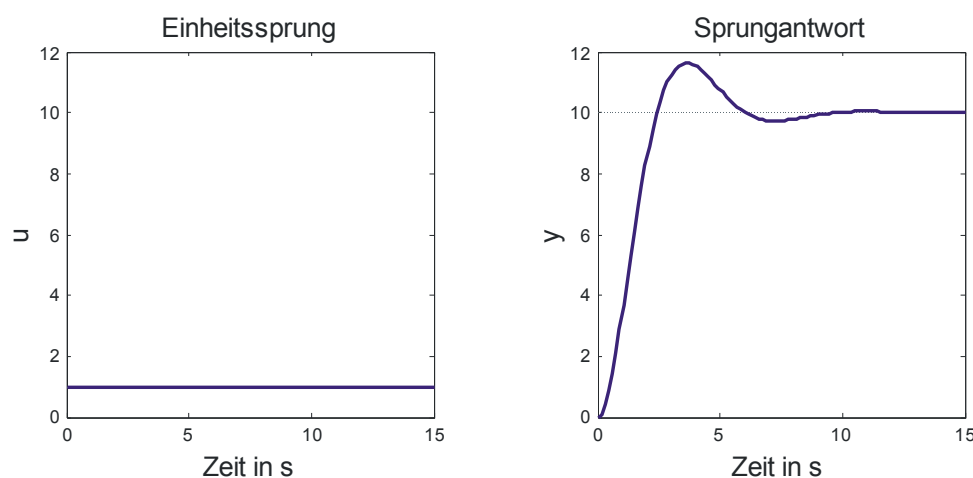


Abb. 3.26 Einheitssprung und Sprungantwort eines PT_2 -Systems

Soll das Übertragungsverhalten eines sinusförmigen Eingangssignals bei unterschiedlichen Frequenzen untersucht werden, so hat sich eine weitere Integraltransformation, die Fourier-Transformation, durchgesetzt. Sie ist ein Spezialfall der Laplace-Transformation:

$$F\{f(t)\} = F(p) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad p = j\omega \quad (3.5)$$

Statt mit einer komplexen Variablen wird hier mit einer rein imaginären Variablen gearbeitet. Sie wird üblicherweise mit p bezeichnet.

Zur grafischen Darstellung des frequenzabhängigen Verhaltens hat sich das Bode-Diagramm durchgesetzt. Es besteht aus einem Diagramm, das den Verlauf der Amplitude über der Frequenz darstellt (Amplitudengang) und einem Diagramm, welches den Verlauf der Phasenverschiebung (Verzögerung) zwischen Ein- und Ausgang darstellt (Phasengang). Die Frequenzachse wird in einem logarithmischen Maßstab angetragen, die Amplitude in dB. Der Verlauf beider Diagramme ergibt sich rechnerisch aus dem Frequenzgang, indem einmal der Betrag (Amplitudengang) und im anderen Fall der Phasenwinkel (Phasengang) berechnet wird. Abb. 3.27 zeigt das Bode-Diagramm für ein PT_2 -Glieder.

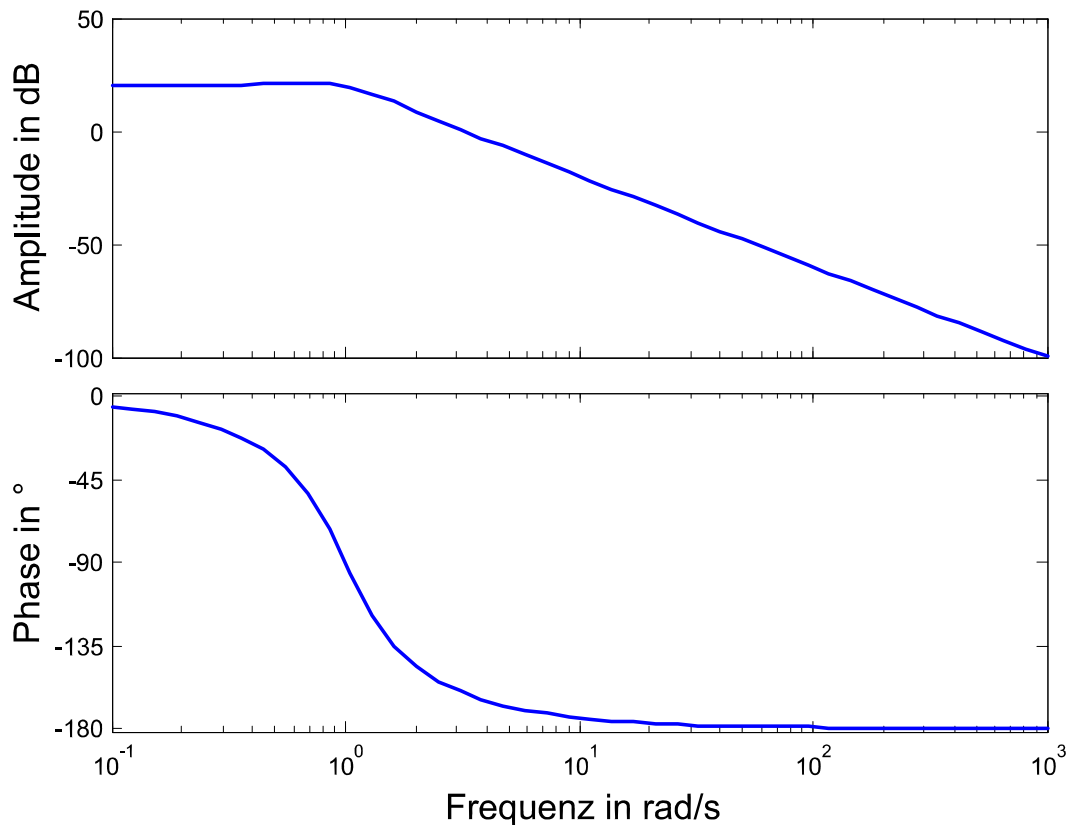


Abb. 3.27 Frequenzgang (Bode-Diagramm) für ein PT_2 -System

Aus Laplace- und Fourier-Transformation ergibt sich die Übertragungsfunktion. Sie ermöglicht das einfache Berechnen des Übertragungsverhaltens mehrerer gekoppelter Übertragungsglieder. Die Übertragungsfunktion stellt den Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang eines Regelkreisgliedes oder auch des gesamten Regelkreises her. Dabei treten keine Differentialgleichungen mehr auf. Übertragungsfunktionen werden mit G bezeichnet. Zur Herleitung der Übertragungsfunktion sei folgendes Beispiel betrachtet.

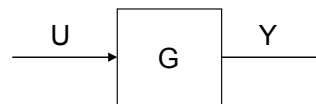
Ein Regelkreiselement habe PT_2 -Verhalten. Es gilt also die Differentialgleichung

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t)$$

Die Laplace-Transformation der Differentialgleichung ergibt

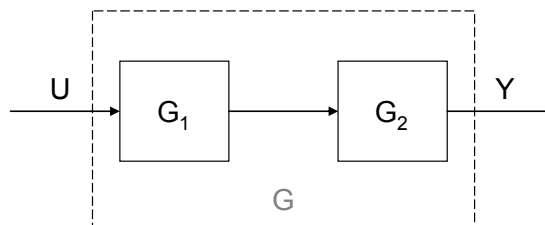
$$a_2 s^2 Y + a_1 s Y + a_0 Y = b_0 U .$$

Die Übertragungsfunktion ist definiert als der Quotient von Ausgang und Eingang:



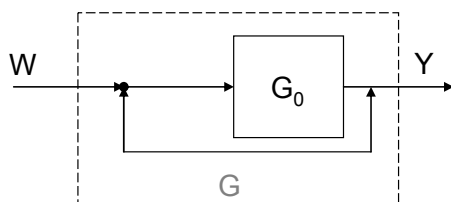
$$G = \frac{Y}{U} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

Sind zwei Übertragungsglieder in Reihe geschaltet, so kann eine Gesamtübertragungsfunktion gebildet werden:



$$Y = G_1 \cdot G_2 \cdot U \quad G = G_1 \cdot G_2$$

Auch für Kreise, die eine Rückführung aufweisen, kann eine Gesamtübertragungsfunktion einfach gebildet werden:



$$Y = \frac{G_0}{1 + G_0} W \quad G = \frac{G_0}{1 + G_0}$$

Für jeden Regelkreis kann das gesuchte Verhalten Soll zu Ist also durch eine einzige Übertragungsfunktion dargestellt werden.

Obwohl es eine unendliche Vielfalt unterschiedlicher Strecken gibt, lässt sich deren Verhalten in drei wesentliche Gruppen einteilen. Man spricht von proportionalem, integralem oder differentiellem Verhalten. Die grundlegenden Eigenschaften dieser drei Glieder sollen im Folgenden genauer betrachtet werden.

3.4 Regelungstechnische Grundglieder

Proportional-Glied (P-Glied)

P-Glieder zeigen im stationären Zustand und bei konstanten Eingangsgrößen eine zum Wert der Eingangsgröße proportionale Ausgangsgröße. Das Symbol für ein P-Glied ist in Abb. 3.28 zu sehen.



Abb. 3.28 Symbol des verzögerungsfreien P-Gliedes

Das dargestellte Verhalten entspricht dem eines verzögerungsfreien P-Gliedes (gegenwärtiges Verhalten). Für dieses gilt, dass der Wert der Ausgangsgröße zu jedem Zeitpunkt dem k_p -fachen des Wertes der Eingangsgröße entspricht:

$$y(t) = k_p x(t) \quad (3.6)$$

In Abb. 3.29 ist der Frequenzgang für ein solches Proportional-Glied dargestellt. Es verstärkt bei allen Frequenzen gleichmäßig stark und weist keine Phasendrehung (Verzögerung) auf.

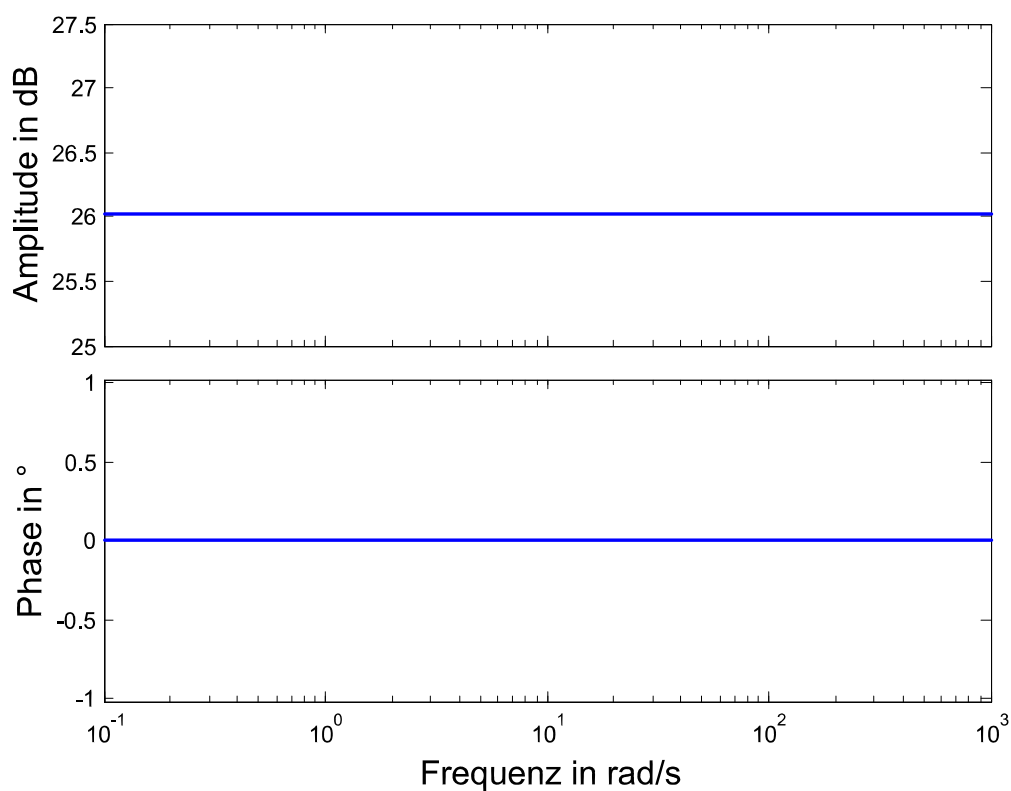


Abb. 3.29 Frequenzgang für ein P-Glied mit stationärer Verstärkung 20

Neben dem verzögerungsfreien P-Glied findet man sehr häufig auch P-Glieder, die zwar im stationären Zustand einen zum Eingang proportionalen Ausgang aufweisen, Änderungen im Eingang aber nur verzögert folgen können. Als Beispiel sei das PT₁-Glied angeführt, das folgender Differentialgleichung folgt:

$$T \frac{dy}{dt} + y(t) = k_p x(t) \quad (3.7)$$

T stellt dabei eine Zeitkonstante und k_p die statische Verstärkung dar. Das Übergangsverhalten des PT₁-Gliedes kann anhand seiner Sprungantwort beurteilt werden, Abb. 3.30.

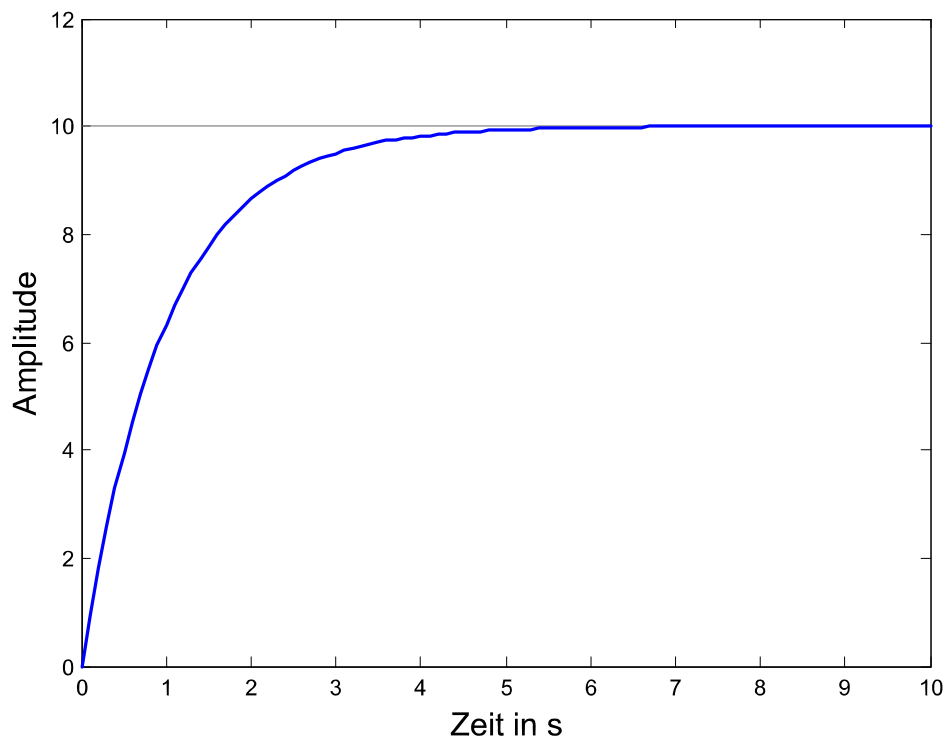


Abb. 3.30 Sprungantwort eines PT₁-Gliedes

Ein proportionales Verhalten mit Verzögerungen erster Ordnung tritt immer dann auf, wenn der Inhalt eines Energiespeichers geändert wird. Eine solche Änderung kann nicht unendlich schnell erfolgen, da dies eine unendlich große Leistung erfordern würde. Ein PT₁-Verhalten ist also ein typisches Streckenverhalten, es kann z. B. bei der Aufladung eines Kondensators (Verlauf der Spannung über der Zeit) oder bei Schaltvorgängen an Induktivitäten (Verlauf des Stroms über der Zeit) beobachtet werden. Die Verzögerungen im Übergangsverhalten haben deutliche Einflüsse auf den Verlauf des Bode-Diagramms, Abb. 3.31. PT₁-Glieder weisen eine begrenzte Bandbreite auf.

Bandbreite: Mit Bandbreite bezeichnet man die Differenz zwischen der niedrigsten und der höchsten Frequenz, die von einem System übertragen werden kann. Dabei darf in der Amplitude maximal ein Abfall von 3 dB auftreten. Die Bandbreite wird in Hz angegeben.

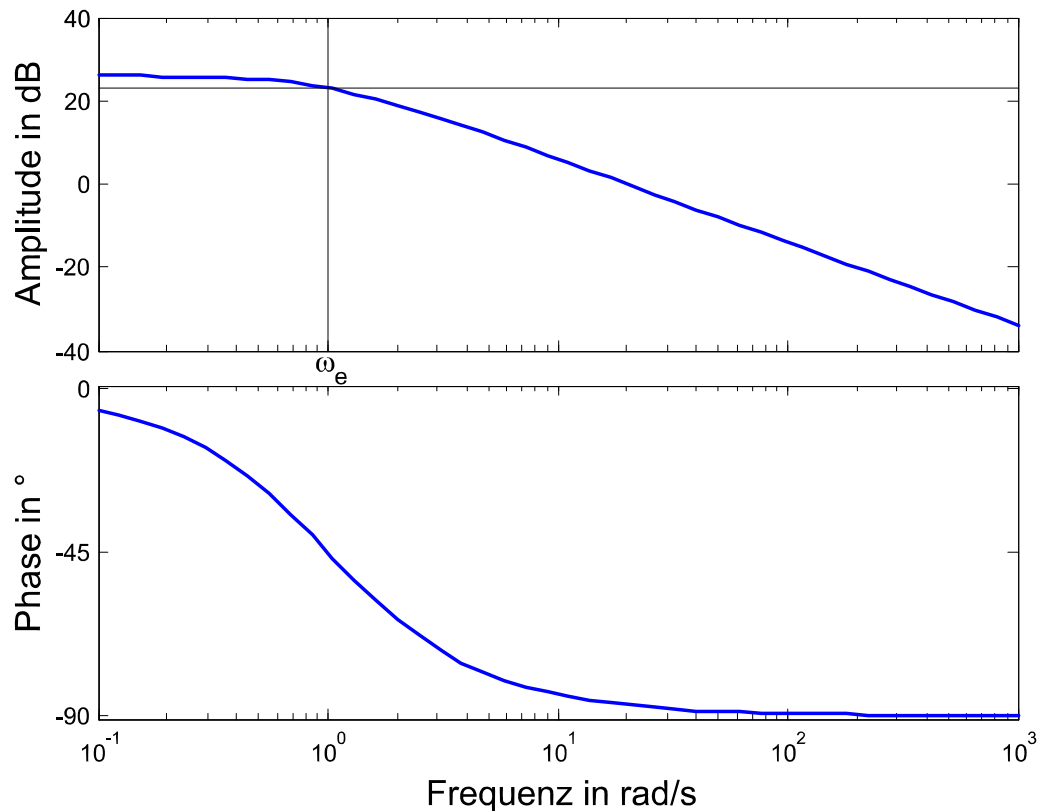


Abb. 3.31 Frequenzgang eines PT_1 -Gliedes

Man spricht auch von einem Tiefpass-Verhalten. Ab der Eckfrequenz ω_e kommt es zu einem Abfall von -10 dB pro Dekade in der Amplitude, d. h. die Verstärkung nimmt ab. Gleichzeitig nimmt die Verzögerung deutlich zu. Daraus folgt, dass hochfrequente Signale durch das System nicht übertragen werden. Dieses Verhalten macht man sich z. B. bei der getakteten Ansteuerung zunutze. Die Frequenz der angelegten Rechteckspannung ist größer als die Eckfrequenz der Antriebswicklung, daher ergibt sich am Ausgang nicht ein rechteckförmiger Verlauf des Stromes, sondern ein welliger Gleichstrom.

Enthält eine Strecke zwei Energiespeicher, so zeigt sie ein proportionales Verhalten mit Verzögerungen zweiter Ordnung, oder auch PT_2 -Verhalten genannt. Ein PT_2 -System folgt der Differentialgleichung

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t) \quad (3.8)$$

Dabei setzen sich die Koeffizienten a_0 , a_1 , a_2 und b_0 aus der Eigenfrequenz ω_0 , der Dämpfung D und der stationären Verstärkung k_p des Systems zusammen.

$$\frac{a_2}{a_0} = \frac{1}{\omega_0^2} \quad \frac{a_1}{a_0} = \frac{2D}{\omega_0} \quad \frac{b_0}{a_0} = k_p.$$

Sind die zwei vorhandenen Energiespeicher unterschiedlicher Art, so ist das System schwingungsfähig. Ein solches Verhalten kann z. B. bei Feder-Masse-Pendeln beobachtet werden. Auch elektrodynamische Antriebe können schwingungsfähige Systeme mit PT_2 -Verhalten sein. Als Energiespeicher sind dann zum einen die bewegte Masse des Läufers und zum anderen eine Gegenfeder nötig. Die Induktivität der Antriebsspulen bildet mit dem Ohm'schen Widerstand ein zusätzliches PT_1 -Glied, so dass insgesamt ein PT_3 -Verhalten vorliegen kann. Ohne Gegenfeder ist das System jedoch nicht schwingungsfähig.

Das Übergangsverhalten nach einem Eingangsgrößensprung variiert je nach Größe der Dämpfung und der Eigenfrequenz. In Abb. 3.32 sind drei typische Sprungantworten dargestellt. Auf die Abhängigkeit zwischen Dämpfung, Eigenfrequenz und Stabilität wird später noch einmal genauer eingegangen werden.

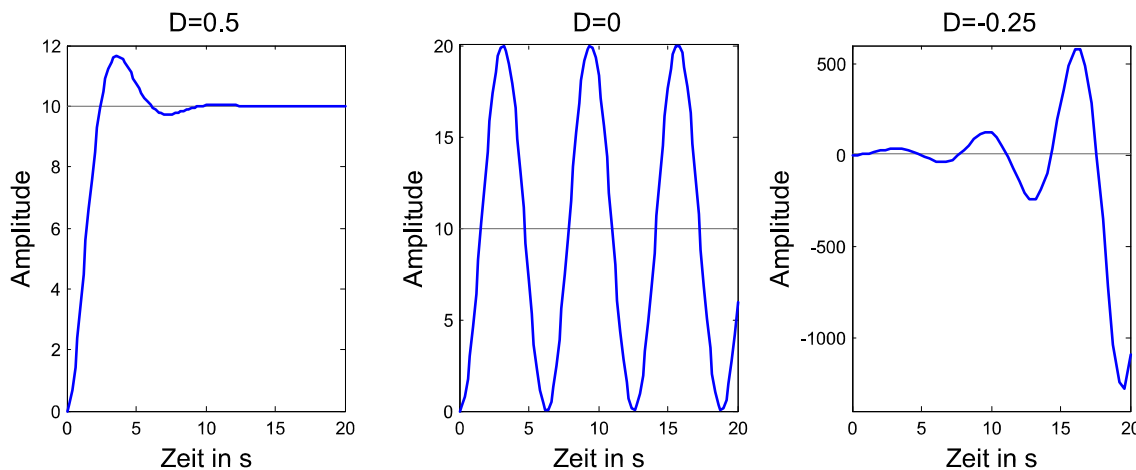


Abb. 3.32 Beispiele von Sprungantworten von PT_2 -Gliedern mit unterschiedlicher Dämpfung

Der Frequenzgang eines PT_2 -Gliedes, Abb. 3.33, zeigt einen ähnlichen Verlauf, wie schon beim PT_1 -Glied beobachtet werden konnte.

Instabilität tritt auf, wenn die Phasendrehung oberhalb der Durchtrittsfrequenz (Schnittpunkt des Amplitudengangs mit der 0 dB Linie) 180° oder mehr beträgt. In diesem Fall wird aus der Rückkopplung des Systems, die immer als Gegenkopplung ausgeführt ist, eine Mitkopplung.

Wie schon die PT_1 -Glieder, so sind auch die PT_2 -Glieder ausschließlich als Regelstrecke zu finden. Im Regler werden immer nur verzögerungsfreie P-Glieder eingesetzt.

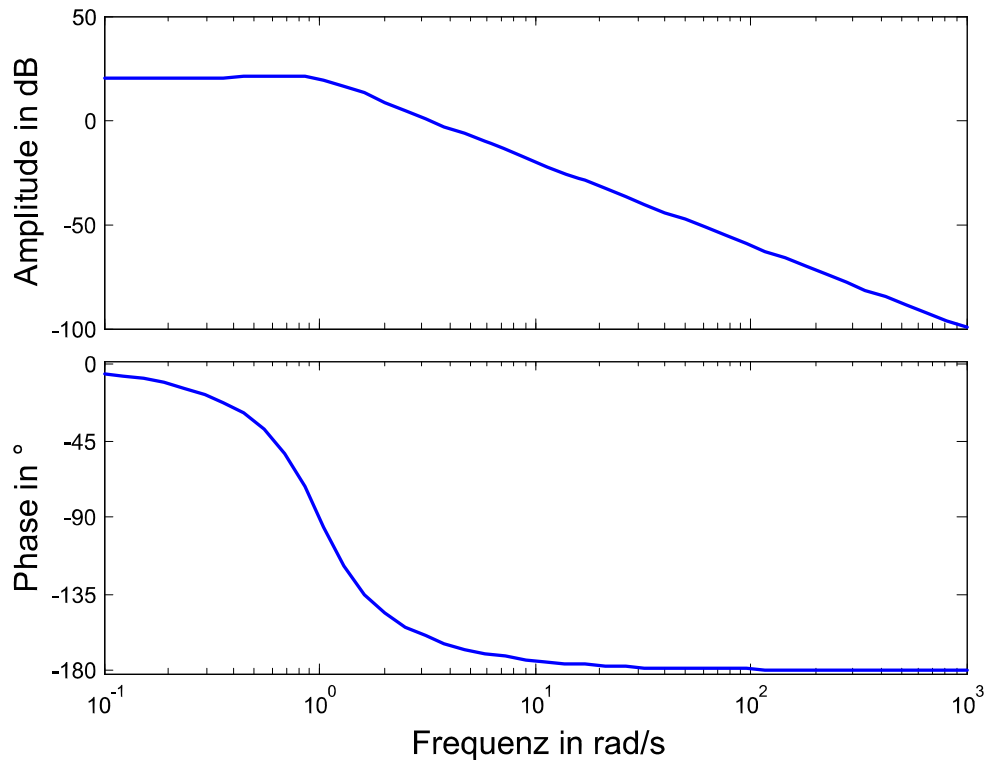


Abb. 3.33 Frequenzgang eines stabilen PT_2 -Gliedes

Integral-Glied (I-Glied)

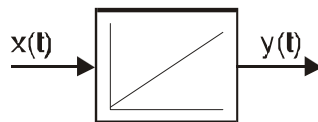


Abb. 3.34 Symbol I-Glied

I-Glieder zeigen an ihrem Ausgang das Integral der Eingangsgröße. Der Ausgang geht bei konstanter Eingangsgröße für lange Zeiten also in eine Rampenfunktion über. Sie reagieren nur verhältnismäßig langsam auf Änderungen am Eingang und sind nicht sprungfähig (vergangenheitsbezogenes Verhalten). Allerdings ändert sich der Wert des Ausgangs so lange, bis am Eingang der Wert 0 anliegt. Dies bewirkt, dass I-Glieder die bleibende Regelabweichung in Regelkreisen zu Null werden lassen können.

Die Differentialgleichung für das verzögerungsfreie I-Glied lautet

$$y(t) = k_i \int x dt + C \quad (3.9)$$

Die Sprungantwort eines I-Gliedes ist in Abb. 3.35 zu sehen.

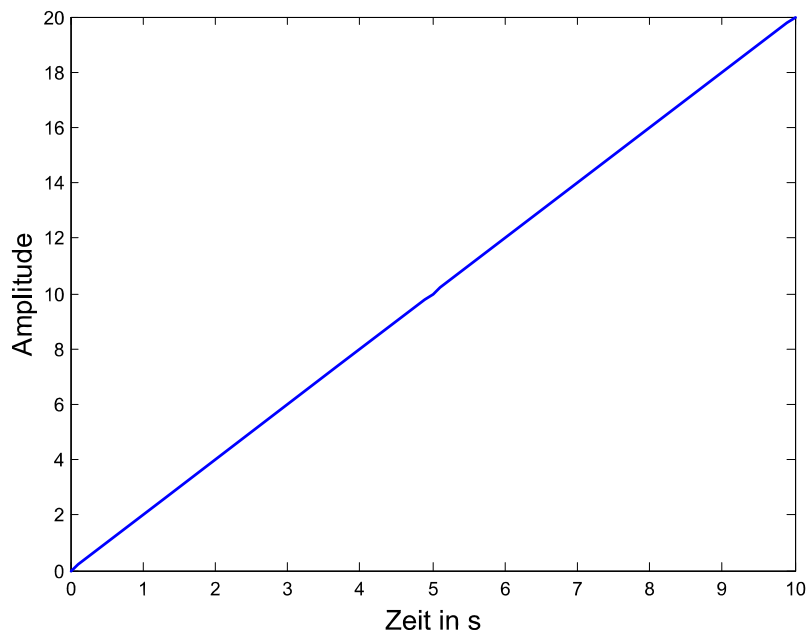


Abb. 3.35 Sprungantwort eines I-Gliedes mit $K_I = 2$

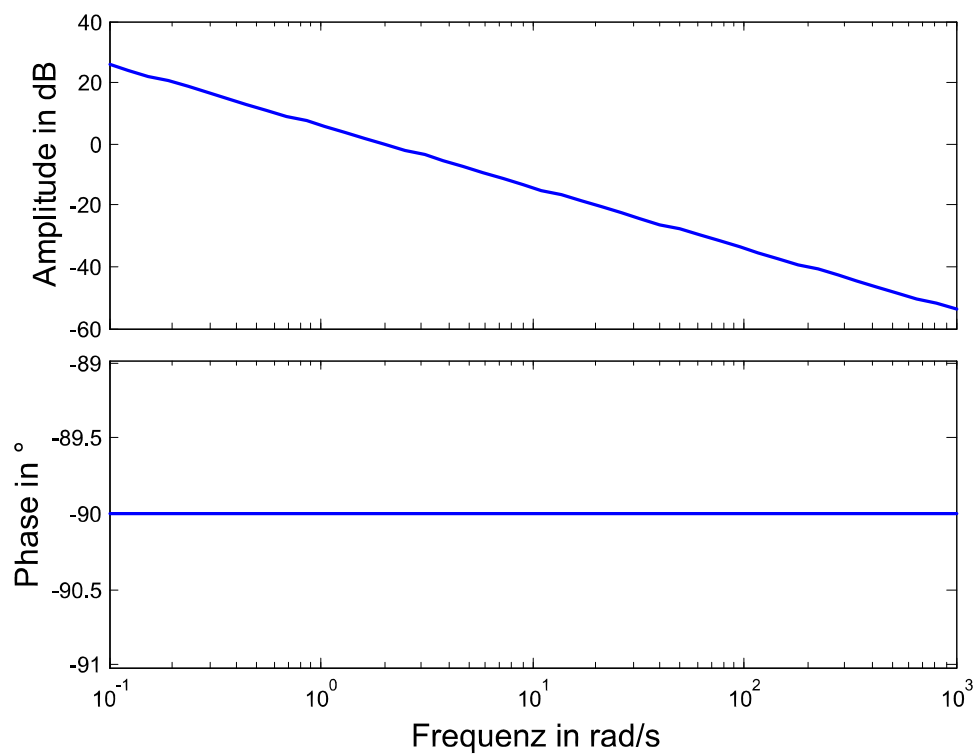


Abb. 3.36 Frequenzgang I-Glied

Im Gegensatz zu P-Gliedern zeigen I-Glieder auch ohne Verzögerung schon ein frequenzabhängiges Verhalten. Dies wird bei Betrachtung des Bode-Diagramms, Abb. 3.36, deutlich. Auch hier ist ein deutliches Tiefpassverhalten sichtbar. Aufgrund der langsamen Reaktion des I-Gliedes auf Änderungen im Eingangssignal, werden die hohen Frequenzen komplett unterdrückt. Dies hat Vorteile, wenn man z. B. ein Messsystem mit integralem Verhalten ausstatten kann. Das immer auftretende Rauschen wird dann weitgehend eliminiert.

Differential-Glied (D-Glied)

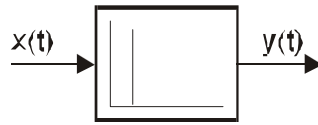


Abb. 3.37 Symbol des verzögerungsfreien D-Gliedes

Der Ausgang eines D-Gliedes wird durch die Änderungen im Eingangssignal bestimmt, denn Differential-Glieder bilden an ihrem Ausgang die Ableitung des Eingangs (zukunftsbezogenes Verhalten). Bei einem konstanten Eingang strebt der Ausgang eines D-Gliedes gegen Null.

Für das verzögerungsfreie D-Glied gilt die Differentialgleichung

$$y(t) = k_D \frac{dx}{dt} \quad (3.10)$$

Diese Gleichung beschreibt ein nicht-kausales Verhalten, denn ein solches D-Glied würde bei einem Sprung im Eingang gleichzeitig mit einem unendlich kurzen und unendlich großen Impuls am Ausgang reagieren. Ein solches Verhalten ist aber physikalisch nicht realisierbar, man trifft daher in der Praxis immer auf D-Glieder mit Verzögerungen. Die Differentialgleichung für ein D-Glied mit Verzögerung erster Ordnung ist in Gl. 3.11 gegeben.

$$T_1 \frac{dy}{dt} + y(t) = k_D \frac{dx}{dt} \quad (3.11)$$

Abb. 3.38 zeigt die Sprungantwort eines solchen DT_1 -Gliedes. Hier wird deutlich, dass das DT_1 -Glied sehr schnell reagiert, aber keine stationäre Verstärkung aufweist.

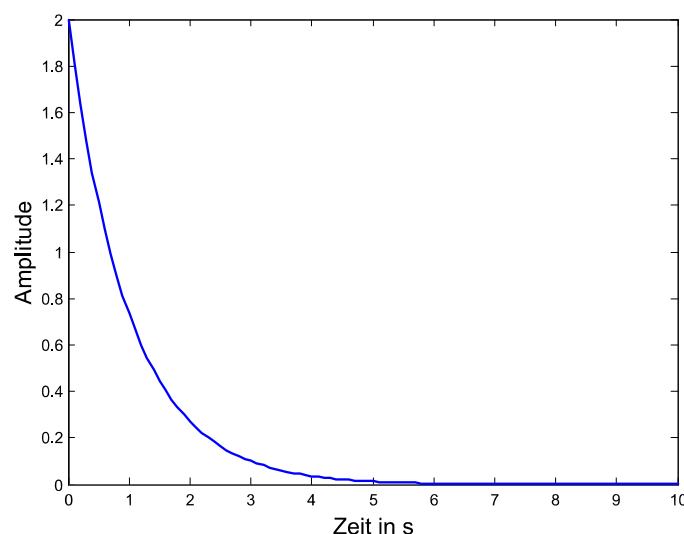


Abb. 3.38 Sprungantwort eines DT_1 -Gliedes mit Anfangsverstärkung $K_D = 2$

Bei der Betrachtung des Frequenzganges, Abb. 3.39, erkennt man, dass D-Glieder ein Hochpassverhalten zeigen. Niederfrequente Änderungen im Eingang werden weitgehend unterdrückt, da keine stationäre Verstärkung vorhanden ist. Hochfrequente Anregungen werden verstärkt.

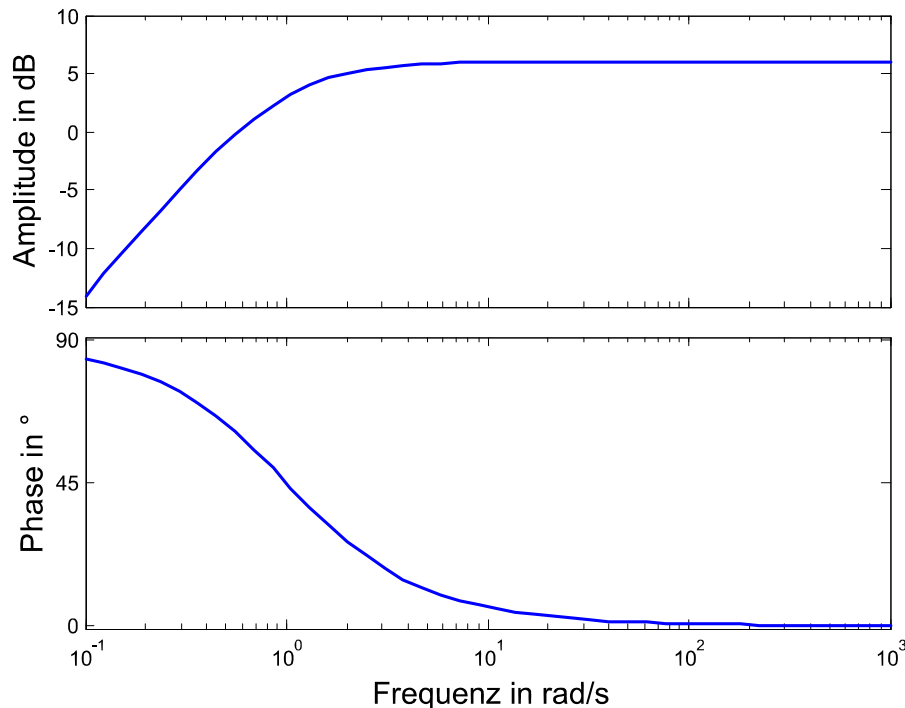


Abb. 3.39 Frequenzgang für das DT_1 -Glied

Regelkreisglieder mit differentiellem Übertragungsverhalten verstärken offensichtlich das Rauschen und sind daher vor allem in Messsystemen zu vermeiden. Andererseits wirken sie im unteren Frequenzbereich phasenhebend und bringen damit eine zusätzliche Stabilitätsreserve.

Damit soll der Überblick über die grundlegenden Regelkreisglieder abgeschlossen werden. Alle gängigen Arten von Reglern lassen sich aus diesen Grundgliedern zusammensetzen. Ebenso lässt sich das Verhalten der meisten Strecken durch Kombinationen dieser Glieder darstellen.

Es soll jetzt das prinzipielle Vorgehen bei der Lösung einer Regelungsaufgabe vorgestellt werden. Üblicherweise gliedert sich der Ablauf nach folgender Struktur:

- Wahl der Regelkreisstruktur
- Aufstellen eines Modells der Regelstrecke (nur bei modellbasierten Reglern)
- Wahl der Reglerstruktur
- Festlegung der Reglerparameter
- Simulation des Regelkreisverhaltens (nur bei modellbasierten Reglern)
- Erprobung und messtechnische Überprüfung.

Zu Beginn ist zunächst festzulegen, was mit der Regelung erreicht werden soll. Dazu gehören die Auswahl der Regelgröße, eine Untersuchung der zur Verfügung stehenden Mess- und Stellgrößen und eine Festlegung der zu erreichenden Genauigkeit und Dynamik. Zu diesem Zeitpunkt sollten bereits grundlegende Kenntnisse über das Verhalten der Strecke vorliegen. Auch eventuell vorhandene Störgrößen sind hier zu berücksichtigen. Auf Grundlage dieser Kenntnisse wird die Regelkreisstruktur festgelegt.

Beim weiteren Vorgehen muss man jetzt zwischen modellbasierten und heuristischen Reglern unterscheiden. Bei modellbasierten Reglern erfolgt die Aufstellung des Simulationsmodells anhand der Differentialgleichungen der Strecke. Hierbei ist zunächst eine Entscheidung über die Modellierungstiefe zu treffen (welche Effekte sollen modelliert werden, welche sind vernachlässigbar?). Es sind verschiedene Linearisierungen und Vereinfachungen durchzuführen und letztendlich die Parameter der Gleichungen mit Zahlenwerten zu besetzen. Dies ist durchaus nicht trivial, da die Parameter der Strecke nicht immer einfach zu messen sind und sich oftmals durch Vereinfachungen Parameter ergeben, die kein direktes physikalisches Pendant mehr besitzen. Dies alles macht die Modellierung der Strecke zu einer sehr zeit- und damit letztendlich auch kostenintensiven Aufgabe.

Bei vielen praktischen Anwendungen werden daher immer noch heuristische Regler eingesetzt, die kein genaues Modell der Strecke benötigen. Hier folgt direkt nach der Wahl der Regelkreisstruktur die Wahl der Reglerstruktur. Dabei ist zum einen festzulegen, welches Übertragungsverhalten der Regler besitzen soll, zum anderen ist auch eine Entscheidung zu treffen, ob der Regler analog oder digital ausgeführt werden soll. Diese Entscheidung ist auch beim Einsatz eines modellbasierten Reglers zu treffen, die Festlegung der Struktur des Reglers erfolgt meist aber mit Hilfe von Entwurfsverfahren. Es handelt sich dabei um Algorithmen, mit denen sich Regler und entsprechende Parametersätze finden lassen, die zumeist auch die Erfüllung von Gütekriterien garantieren.

Mit Hilfe von Simulationen lässt sich das Verhalten des Regelkreises vorab beurteilen. Eine Überprüfung des tatsächlichen Verhaltens an der realen Strecke ist aber immer erforderlich, da die bei der Modellierung vorgenommenen Vereinfachungen und Linearisierungen zu Abweichungen im Verhalten führen können. Die messtechnische Überprüfung des Regelkreisverhaltens erfolgt bei heuristischen Reglern gleichzeitig mit der Einstellung der Reglerparameter. Diese erfolgt entweder mit Hilfe von Einstellregeln oder rein experimentell.

3.5 Regelkreisstrukturen

In der Antriebstechnik sind, besonders für Stellaufgaben, einige Regelkreisstrukturen häufiger anzutreffen. Sie sollen daher im Folgenden näher betrachtet werden.

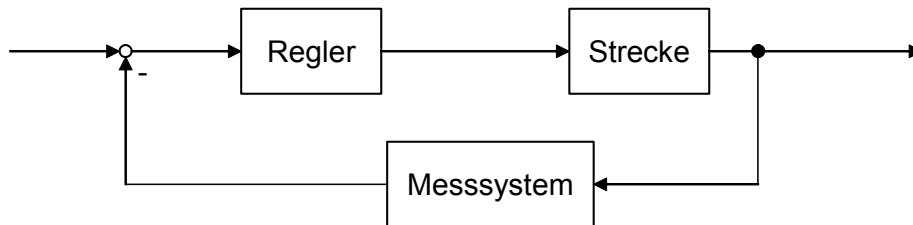


Abb. 3.40 Struktur eines einschleifigen Regelkreises

Abb. 3.40 zeigt den Aufbau eines einschleifigen Regelkreises. Es wird nur eine Größe gemessen und zurückgeführt. Wird der Antrieb in Positioniersystemen betrieben, so besteht die Aufgabe, verschiedene Positionen anzufahren und diese auch für eine bestimmte Zeit zu halten. Aus diesem Grund wird hier üblicherweise die Läuferposition mittels externer optischer oder magnetischer Wegaufnehmer gemessen und im Regelkreis zurückgeführt.

Stand der Technik beim Einsatz von elektrodynamischen Antrieben in Positioniersystemen sind aber kaskadierte Regelkreise nach Abb. 3.41.

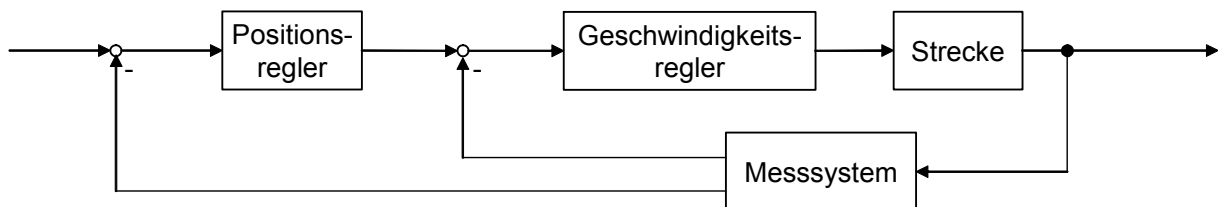


Abb. 3.41 Kaskadierter Regelkreis

Eine solche kaskadierte Regelung besteht eigentlich aus zwei Regelkreisen. Der überlagerte (äußere) Regelkreis nutzt, wie auch bei der einschleifigen Regelung, die Position als Regelgröße. Der Ausgang dieses Reglers dient als Sollwertvorgabe für den unterlagerten Regelkreis (Hilfsregelkreis). Hier wird üblicherweise auf die Geschwindigkeit geregelt.

Beim Aufbau kaskadierter Regelkreise ist zu beachten, dass der innere Regelkreis der schnellere ist. Dies ist auch tatsächlich gegeben, wenn im inneren Kreis die Geschwindigkeit zurückgeführt wird und im äußeren die Position, denn zwischen Geschwindigkeit und Position besteht ein integraler Zusammenhang. Wirken Störgrößen auf die Strecke ein, so machen sie sich zuerst im Geschwindigkeitssignal bemerkbar. Über den unterlagerten Geschwindigkeitsregler kann so schneller auf Störungen reagiert werden. Oftmals können diese Störungen sogar ausgeregelt werden, bevor sie sich im überlagerten Regelkreis bemerkbar machen.

Da bei der kaskadierten Regelung zwei Regelkreise für unterschiedliche Regelgrößen vorhanden sind, müssen auch zwei Größen gemessen werden. Bei Positionierantrieben sind daher im Allgemeinen Messsysteme für die Position und die Geschwindigkeit erforderlich. Abgesehen von den Kosten, die zwei unabhängige Messsysteme verursachen würden, ist es meistens gar nicht möglich, die Geschwindigkeit direkt zu messen. Daher wird üblicherweise nur ein Messsystem für die Position angebracht und über eine Differenzierung der in konstanten Zeitabschnitten gemessenen Positionswerte auf die Geschwindigkeit geschlossen.

Eine solche Differenzierung wirkt, wie schon beim D-Glied angesprochen, als Hochpass und führt zu einer Verstärkung des Rauschens. Werden digitale Messsysteme zur Positionsmessung eingesetzt (Strichmaßstäbe), so ist das Rauschen erfahrungsgemäß sehr gering, so dass auch das abgeleitete Geschwindigkeitssignal eine gute Signalqualität aufweist. Werden analoge Messsysteme eingesetzt, so weist das Messsignal meist einen hohen Rauschanteil auf und muss über einen Tiefpassfilter geglättet werden. Dies kann zum Beispiel durch Bildung eines gleitenden Mittelwertes über mehrere Geschwindigkeitswerte geschehen. Allerdings führt eine solche Filterung zu Verzögerungen im Regelkreis und ist daher nach Möglichkeit zu vermeiden.

Eine weitere Regelkreisstruktur, die allerdings nur eine geringe praktische Bedeutung hat, ist in Abb. 3.42 zu sehen. Man spricht von einer Regelung in Parallelstruktur.

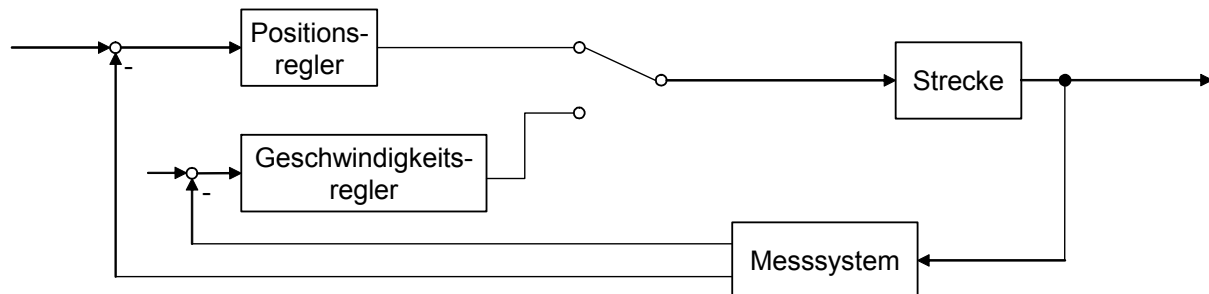


Abb. 3.42 Aufbau eines Regelkreises in Parallelstruktur

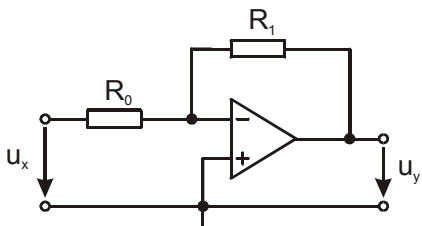
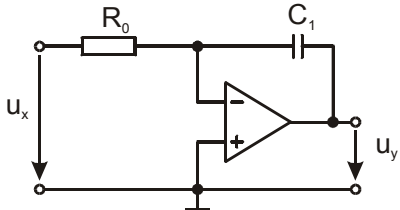
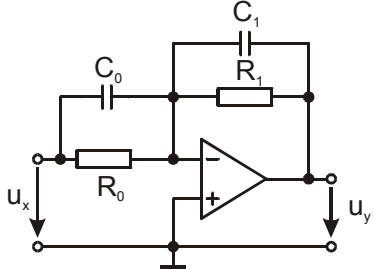
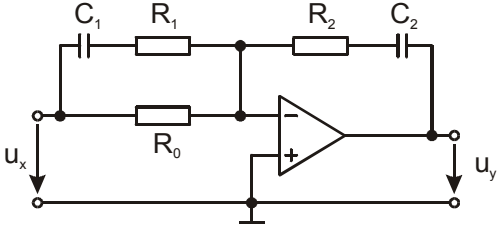
Auch hier sind wieder zwei Regler und damit auch zwei Messsysteme erforderlich. Im Gegensatz zur Kaskaden-Struktur ist hier aber immer nur ein Regler im Einsatz. So wird während einer Verfahrbewegung vorwiegend der Geschwindigkeitsregler zum Einsatz kommen, beim exakten Positionieren wird man aber auf den Positionsregler umschalten. Das Problem bei der Regelung in Parallelstruktur liegt in der Festlegung des optimalen Umschaltzeitpunktes, denn der Übergang zwischen beiden Reglern sollte möglichst glatt, d. h. ohne Sprünge in der Stellgröße, erfolgen.

3.6 Reglerstrukturen und ihre technische Umsetzung

Auch die Regler werden aus den bekannten Grundgliedern zusammengesetzt, wobei man Verzögerungen vermeidet. Häufig anzutreffen sind reine P-Regler, zur Vermeidung einer bleibenden Regelabweichung werden diese oft um einen I-Anteil zu einem PI-Regler erweitert. Reine I- oder D-Regler sind selten. Der auch heute noch in einschleifigen Regelkreisen am häufigsten eingesetzte Regler ist der PID-Regler, wobei es sich eigentlich um einen $PIDT_1$ -Regler handelt, da ja ein verzögerungsfreier D-Anteil nicht kausal ist.

Hat man sich für eine bestimmte Reglerstruktur entschieden, so folgt die technische Umsetzung der Struktur in Hardware. Dabei besteht zunächst die prinzipielle Wahl zwischen einer analogen oder digitalen Realisierung des Reglers. Analoge Regler werden vor allem bei kostengünstigen Systemen mit nur einfachen Reglerstrukturen eingesetzt. Tabelle 3 zeigt eine Übersicht über die gängigsten Reglerstrukturen und ihre Umsetzung mit Operationsverstärkern.

Tabelle 3 Analoge Regelschaltungen

	Schaltung	Parameter	Übertragungsfunktion
P		$k_P = \frac{R_1}{R_0}$	$G = -k_P$
I		$T_1 = R_0 C_1$	$G = -\frac{1}{sT_1}$
PDT ₁		$k_P = \frac{R_1}{R_0}$ $T_V = R_0 C_0$ $T_1 = R_1 C_1$	$G = -k_P \frac{1 + sT_V}{1 + sT_1}$
PIDT ₁		$k_P = \frac{R_1}{R_0}$ $T_N = R_2 C_2$ $T_V = (R_0 + R_1) C_1$ $T_1 = R_1 C_1$	$G = -k_P \frac{(1 + sT_N)(1 + sT_V)}{sT_N(1 + sT_1)}$

Die Wahl der Reglerausführung steht in einem engen Zusammenhang mit der Gestaltung der Endstufe. Ist diese analog ausgeführt, so rechnet sich der Einsatz eines Mikrocontrollers allein zur Berechnung des Reglers im Allgemeinen nicht. Man wird daher in diesem Fall auf analoge Reglerschaltungen zurückgreifen.

Die Berechnung dieser Schaltungen und die Herleitung der Übertragungsfunktion aus dem elektrischen Schaltbild sollen an zwei Beispielen verdeutlicht werden.

1. P-Regler

Der ideale Operationsverstärker hat einen unendlichen Eingangswiderstand. Daraus folgt, dass der Eingangsstrom gleich Null ist. Auch die Differenzverstärkung ist näherungsweise unendlich. Durch die Rückkopplung wird erreicht, dass die Differenzspannung zwischen den Eingängen gegen Null strebt.

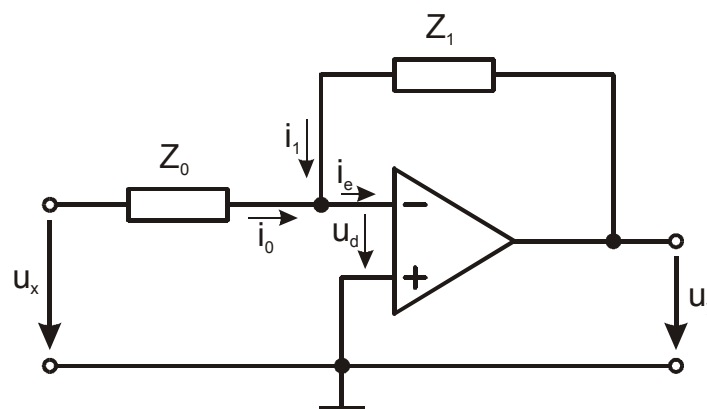


Abb. 3.43 Operationsverstärker

Am Summationspunkt der Schaltung gilt also für die Ströme

$$i_e = i_0 + i_1 = 0 \Rightarrow i_0 = -i_1 \quad (3.12)$$

Da der nichtinvertierende Eingang des Operationsverstärkers auf Massepotential liegt und die Differenzspannung zwischen den Eingängen Null beträgt, gilt für die Ströme i_0 und i_1 :

$$i_0 = \frac{u_x}{Z_0} = -i_1 = -\frac{u_y}{Z_1} \quad (3.13)$$

Daraus folgt direkt $\frac{u_x}{Z_0} = -\frac{u_y}{Z_1}$.

Damit lässt sich die Übertragungsfunktion berechnen:

$$G = \frac{u_y}{u_x} = -\frac{Z_1}{Z_0}.$$

Für den Fall eines einfachen P-Reglers entspricht der komplexe Widerstand genau dem Wert des Ohm'schen Widerstandes, es gilt also

$$G = -\frac{Z_1}{Z_0} = -\frac{R_1}{R_0} = -k_P.$$

2. I-Regler

Hier kann prinzipiell das gleiche Verfahren angewendet werden wie beim P-Regler. Allerdings ist hier der komplexe Widerstand des Kondensators einzusetzen. Für die Übertragungsfunktion gilt also

$$G = -\frac{Z_1}{Z_0} = -\frac{1}{R_0 C_1 s}$$

Das Produkt $R_0 C_1$ wird auch als Zeitkonstante T_1 bezeichnet.

Es soll hier aber noch ein alternativer Weg vorgestellt werden. Dabei wird das elektrische Schaltbild zunächst in ein regelungstechnisches Ersatzschaltbild überführt.

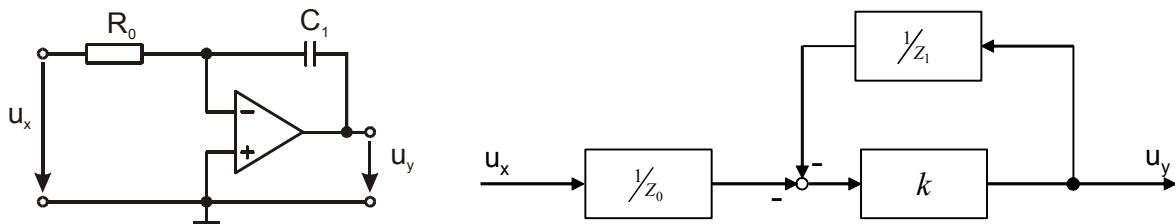


Abb. 3.44 Operationsverstärkerschaltung und regelungstechnisches Ersatzschaltbild eines I-Reglers

Die Verstärkung des Operationsverstärkers wird zunächst mit k bezeichnet. Der nichtinvertierende Eingang liegt auf Massepotential und wird daher im regelungstechnischen Ersatzschaltbild nicht aufgeführt. Da am Summationspunkt die Ströme und nicht die Spannungen addiert werden, wird der Kehrwert der komplexen Widerstände als Verstärkungsfaktoren in den einzelnen Kreisen angesetzt. Für die Ausgangsspannung u_y gilt damit

$$u_y = \left(-\frac{u_x}{Z_0} - \frac{u_y}{Z_1} \right) \cdot k$$

$$u_y \left(1 + \frac{k}{Z_1} \right) = -\frac{k}{Z_0} u_x$$

Zur Berechnung der Übertragungsfunktion wird der Quotient aus Eingangs- und Ausgangsspannung gebildet:

$$\begin{aligned}\frac{u_y}{u_x} &= - \frac{k}{Z_0 \left(1 + \frac{k}{Z_1} \right)} \\ &= - \frac{1}{\frac{Z_0}{k} + \frac{Z_0}{Z_1}}\end{aligned}$$

Nun wird der Grenzwert für $k \rightarrow \infty$ gebildet:

$$G = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(- \frac{1}{\frac{Z_0}{k} + \frac{Z_0}{Z_1}} \right) = - \frac{Z_1}{Z_0}$$

Der komplexe Widerstand für einen Kondensator lautet $Z(s) = \frac{1}{Cs}$. Damit ergibt sich für die Übertragungsfunktion auch hier $G = - \frac{1}{R_0 C_1 s}$.

Die Verstärkung analoger Regler ist nicht immer beliebig einstellbar. Widerstände und Kondensatoren sind nur in festen Abstufungen erhältlich. Durch Reihen- oder Parallelschaltung lassen sich zwar auch Zwischenwerte realisieren, das exakte Realisieren eines bestimmten Wertes ist aber in den meisten Fällen unmöglich. Ein weiteres Problem bei analogen Reglern besteht in der Änderung der Widerstandswerte bei Temperaturänderungen. Durch die anfallende Verlustleistung wird es beim Betrieb des Antriebs immer zu einer Erwärmung kommen. Diese Erwärmung wird sich auch in der Elektronik bemerkbar machen. Dies führt dann zu einer Änderung der Widerstandswerte des Reglers und damit auch zu einer Änderung der Reglerparameter und des Reglerverhaltens.

Eine solche temperaturabhängige Verstärkung lässt sich durch den Einsatz digitaler Regler umgehen. Diese Regler erfordern immer den Einsatz eines Mikrocontrollers und werden daher vorwiegend gemeinsam mit getakteten Endstufen eingesetzt.

Kommt ein digitales Messsystem zum Einsatz, so kann das Messsignal in aller Regel direkt in den Mikrocontroller eingelesen und weiterverwendet werden. Bei analogen Messsystemen ist zunächst eine Umwandlung des spannungs- oder stromproportionalen Signals in binäre Zahlenwerte erforderlich. Dies geschieht mittels Analog-Digital-Wandlern (A/D-Wandler), die oftmals in den Controller integriert sind. Der prinzipielle Signalverlauf ist in Abb. 3.45 schematisch dargestellt.

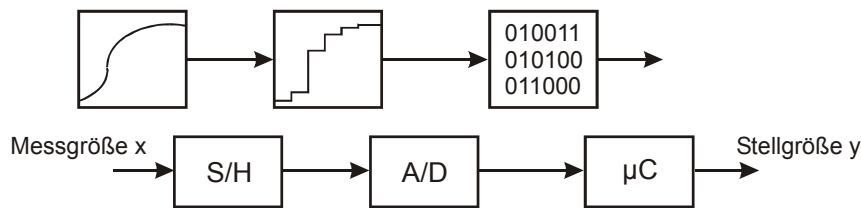


Abb. 3.45 Signalverlauf bei digitalen Regelungen

Liegt das Messsignal als Binärwert vor, so kann der Regelalgorithmus berechnet werden. Der Einfachheit halber wird hier nur der PID-Algorithmus vorgestellt. In der analogen Form lautet der Algorithmus:

$$T_1 \frac{dy}{dt} + y = k_P \left[\frac{T_1 + T_N}{T_N} x + \frac{1}{T_N} \int x dt + (T_1 + T_V) \frac{dx}{dt} \right] \quad (3.14)$$

Diese Gleichung enthält Integrale und Ableitungen. Im Mikrocontroller ist aber nur eine periodische (diskontinuierliche) Berechnung des Algorithmus möglich, daher muss von der kontinuierlichen Form zu einer zeitdiskreten Form übergegangen werden. Dies geschieht, indem man das Integral durch eine Summe und die Ableitung durch eine Differenzengleichung ersetzt, Gl. 3.15.

$$y_k = k_P \left[e_k + \frac{1}{T_N} \sum_{i=0}^{k-1} e_i T + T_V \frac{e_k - e_{k-1}}{T} \right] \quad (3.15)$$

Um die Berechnung weiter zu vereinfachen, geht man zu einer rekursiven Form über:

$$\begin{aligned} y_k &= y_{k-1} + b_0 e_k + b_1 e_{k-1} + b_2 e_{k-2} \\ b_0 &= k_P \left(1 + \frac{T_V}{T} \right) \\ b_1 &= -k_P \left(1 - \frac{T}{T_N} + 2 \frac{T_V}{T} \right) \\ b_2 &= k_P \frac{T_V}{T} . \end{aligned} \quad (3.16)$$

So lässt sich die Stellgröße im Mikrocontroller schnell (wenig Befehlszyklen) und einfach berechnen. Es ist weiterhin noch eine Besonderheit zu beachten. Alle realen Systeme verfügen über eine Stellgrößenbegrenzung. Das bedeutet, dass sicherzustellen ist, dass die vom Regler ausgegebene Stellgröße bestimmte Werte nicht überschreitet.

Dies hat auch Folgen für die Auslegung des Reglers. Enthält der Regler einen Integralanteil und befindet sich das System sehr lange in der Stellgrößenbegrenzung, so wächst der I-Anteil auf sehr große Werte, die aber nicht am Ausgang sichtbar werden. Wird die Stellgrößenbegrenzung verlassen, ist der I-Anteil immer noch sehr

groß und er wird, da der I-Regler langsam ist, auch nur langsam kleiner. Dies führt zu einem großen Überschwingen, unter Umständen sogar zur Instabilität. Man bezeichnet dieses Phänomen als „Integrator-Windup“. Abhilfe wird geschaffen, indem der I-Anteil angehalten wird, solange sich das System in der Stellgrößenbegrenzung befindet. Dies ist aber nur dann möglich, wenn alle drei Anteile des Reglers (P-, I- und D-Anteil) getrennt berechnet werden. Abb. 3.46 zeigt eine schematische Darstellung, Gl. 3.17 liefert die dazugehörige Berechnungsvorschrift.

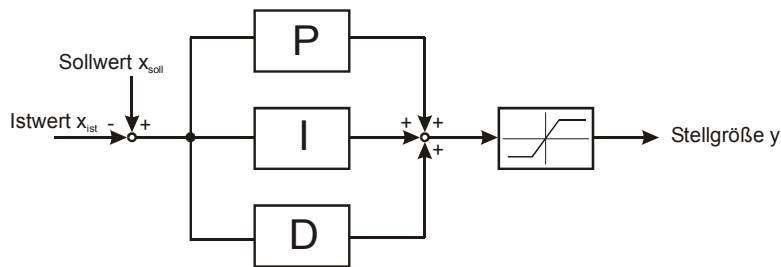


Abb. 3.46 Schematische Darstellung der Berechnung der Stellgröße bei Systemen mit Stellgrößenbeschränkung

$$y_k = y_{k-1} + k_P \left[e_k - e_{k-1} + \frac{T}{T_N} e_{k-1} - \frac{T_V}{T} (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2}) \right] \quad (3.17)$$

Es sind gegenüber der oben dargestellten rekursiven Form keine zusätzlichen Rechenschritte notwendig.

3.7 Wahl der Reglerparameter

Die Wahl der Reglerparameter kann auf verschiedene Arten erfolgen. Im Praktikum wird ein experimenteller Ansatz vorgestellt. Die nach Ziegler und Nichols benannten Einstellregeln sind für den Einsatz an totzeitbehafteten PT_1 -Systemen entwickelt worden. Auch bei PT_2 -Systemen zeigen sie im Allgemeinen gute Ergebnisse. Das Vorgehen wird im Praktikum besprochen, es soll aber hier noch einmal kurz vorgestellt werden.

Ablauf:

- Schließen des Regelkreises mit einem P-Regler.
- Erhöhung der Reglerverstärkung, bis sich eine Dauerschwingung einstellt.
Hier ist die Stabilitätsgrenze erreicht, die Reglerverstärkung beträgt $k_p = k_{pkrit}$.
- Messen der Periodendauer T_{krit} der Dauerschwingung.
- Berechnung der Reglerparameter nach folgender Tabelle:

Regler	k_P	T_N	T_V
P	$0.5 k_{pkrit}$		
PI	$0.45 k_{pkrit}$	$0.83 T_{krit}$	
PID	$0.6 k_{pkrit}$	$0.5 T_{krit}$	$0.125 T_{krit}$

Die Einstellung eines Reglers nach Ziegler/Nichols ist ein in der Praxis weit verbreitetes Verfahren. Können anhand dieser Regeln aber keine ausreichend guten Ergebnisse erzielt werden, geben einem die Einstellregeln keine Hinweise in welche Richtung die Parameter zu verändern sind, um Verbesserungen zu erreichen. In einem solchen Fall ist dann nur noch eine rein experimentelle Einstellung des Reglers möglich.

3.8 Stabilität

Definition: Ein System ist stabil, wenn es in seiner Ruhelage bleibt, solange es nicht von außen angeregt wird, und wenn es in seine Ruhelage zurückkehrt, wenn alle äußeren Anregungen weggenommen werden.

Die Stabilität ist unabhängig von der Art und den Kenngrößen der Eingangsfunktionen, sie hängt nur von der Struktur des Regelungssystems und den Werten der Parameter ab. Zur Beurteilung der Stabilität eines Systems gibt es verschiedene Möglichkeiten. Drei Verfahren sollen hier angesprochen werden.

1. Hurwitz-Kriterium

Ein System ist genau dann asymptotisch stabil, wenn alle Wurzeln der charakteristischen Gleichung in der linken komplexen Halbebene liegen. Dabei gilt, dass ein lineares System n-ter Ordnung durch die Differentialgleichung

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = 0$$

beschrieben wird. Die charakteristische Gleichung des Systems lautet dann

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

Hurwitz-Kriterium: Ein System ist asymptotisch stabil, wenn alle Koeffizienten der charakteristischen Gleichung und alle Hauptabschnittsdeterminanten der Hurwitz-Matrix größer Null sind.

Die Hurwitzmatrix ist aus den Koeffizienten der charakteristischen Gleichung nach folgendem Schema zusammengesetzt:

$$H = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

Sie besteht aus n Zeilen und Spalten. Koeffizienten, deren Index größer als n ist, werden durch 0 ersetzt.

Der Rechenaufwand wird bei Systemen höherer Ordnung schnell sehr groß, daher wird das Hurwitz-Kriterium nur bei Systemen bis maximal 4. Ordnung angewendet.

Für diese Systeme ist oft keine Berechnung aller Hauptabschnittsdeterminanten notwendig, stattdessen lassen sich die folgenden Bedingungen nutzen:

System 2. Ordnung: $a_i > 0, i = 0, \dots, 2$

System 3. Ordnung: $a_i > 0, i = 0, \dots, 3$

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$$

System 4. Ordnung: $a_i > 0, i = 0, \dots, 4$

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$$

$$a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0$$

Der Vorteil des Hurwitz-Kriteriums liegt in der Tatsache, dass die genaue Lage der Pole des Systems nicht berechnet werden muss. Es ist aber in jedem Fall ein Modell des Systems (Differentialgleichung) erforderlich.

2. Beurteilung der Stabilität anhand der Übertragungsfunktion

Bei der Übertragungsfunktion werden nur die Abhängigkeiten zwischen Ein- und Ausgang betrachtet. Daher lässt sich mit der Übertragungsfunktion auch nur eine Aussage über die Eingangs-Ausgangs-Stabilität (E/A-Stabilität) treffen.

Definition der E/A-Stabilität: Ein System heißt E/A-stabil, wenn für eine verschwindende Anfangsauslenkung $\underline{x}_0 = 0$ und ein beliebiges beschränktes Eingangssignal $|u(t)| < u_{\max}$ für alle $t > 0$ das Ausgangssignal beschränkt bleibt: $|y(t)| < y_{\max}$ für alle $t > 0$.

Dies ist genau dann der Fall, wenn sämtliche Pole der Übertragungsfunktion in der linken komplexen Halbebene liegen.

Abb. 3.47 zeigt dies anhand mehrerer Beispiele. Es handelt sich dabei fast immer um PT₂-Glieder, bei denen die Dämpfung und die Eigenfrequenz verändert wurden. Das beispielhafte Übertragungsverhalten ist auch anhand von Impulsantworten dargestellt.

Im Gegensatz zum Hurwitz-Kriterium müssen hier tatsächlich alle Pole berechnet werden. Es ist auch hier ein Modell erforderlich.

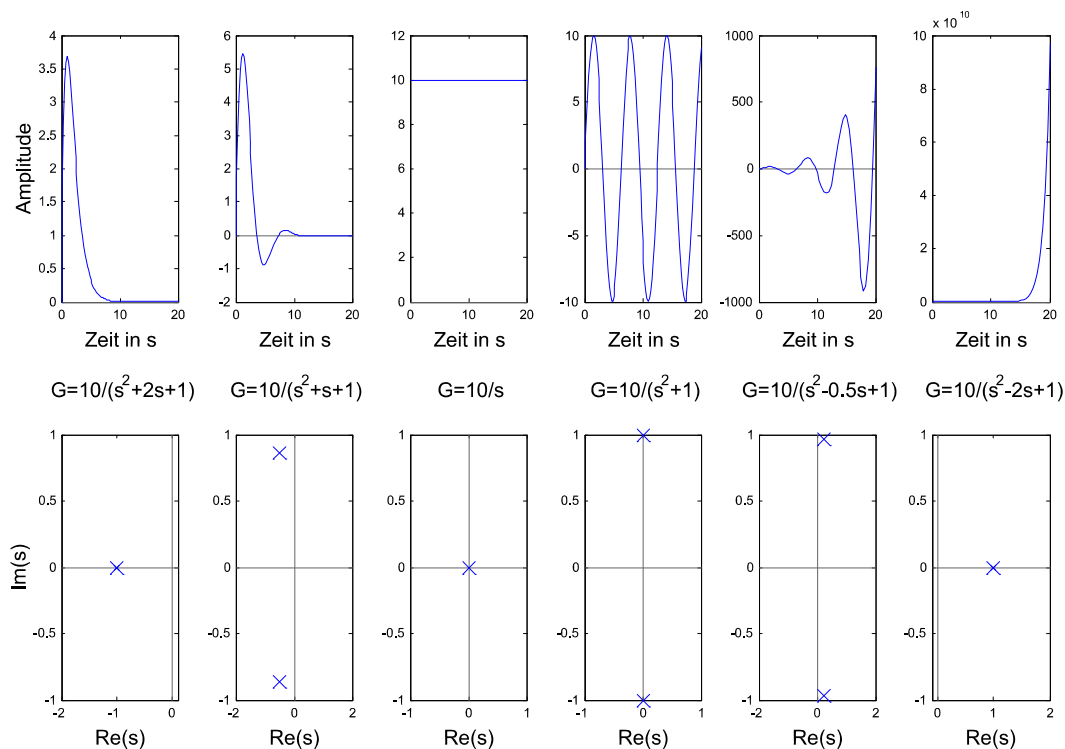


Abb. 3.47 Übertragungsfunktionen, Impulsantworten und Lage der Pole für Systeme mit unterschiedlichen Stabilitätseigenschaften

3. Beurteilung der Stabilität anhand des Bode-Diagramms

Soll die Stabilität mit Hilfe des Bode-Diagramms beurteilt werden, so muss die offene Kette betrachtet werden. Weist der Phasengang bei der Durchtrittsfrequenz (0 dB) einen Wert größer -180° auf, so ist der geschlossene Kreis stabil. Der Durchtrittsphasenwinkel ist dann größer als -180° . Dies ist wichtig, da ab einem Phasenwinkel von -180° aus der geforderten Gegenkopplung im geschlossenen Kreis eine Mitkopplung wird. Ist die Amplitude hier größer als 0 dB (Signal wird verstärkt), so führt dies zur Instabilität des Regelkreises.

Das Bode-Diagramm wird anhand des Modells der Regelstrecke erstellt. Da zwischen diesem Modell und dem tatsächlichen Verhalten des Regelkreises immer Unterschiede zu verzeichnen sind, wird der Regler nie so eingestellt, dass sich das System genau an der Stabilitätsgrenze befindet. Stattdessen werden Sicherheitsreserven eingehalten. Die üblichen Werte für die Amplitudenreserve betragen $A_R = 4 \dots 10$ und für die Phasenreserve $\varphi_R = 40^\circ \dots 60^\circ$.

Auch für dieses Stabilitätskriterium sollen Beispiele betrachtet werden, Abb. 3.48.

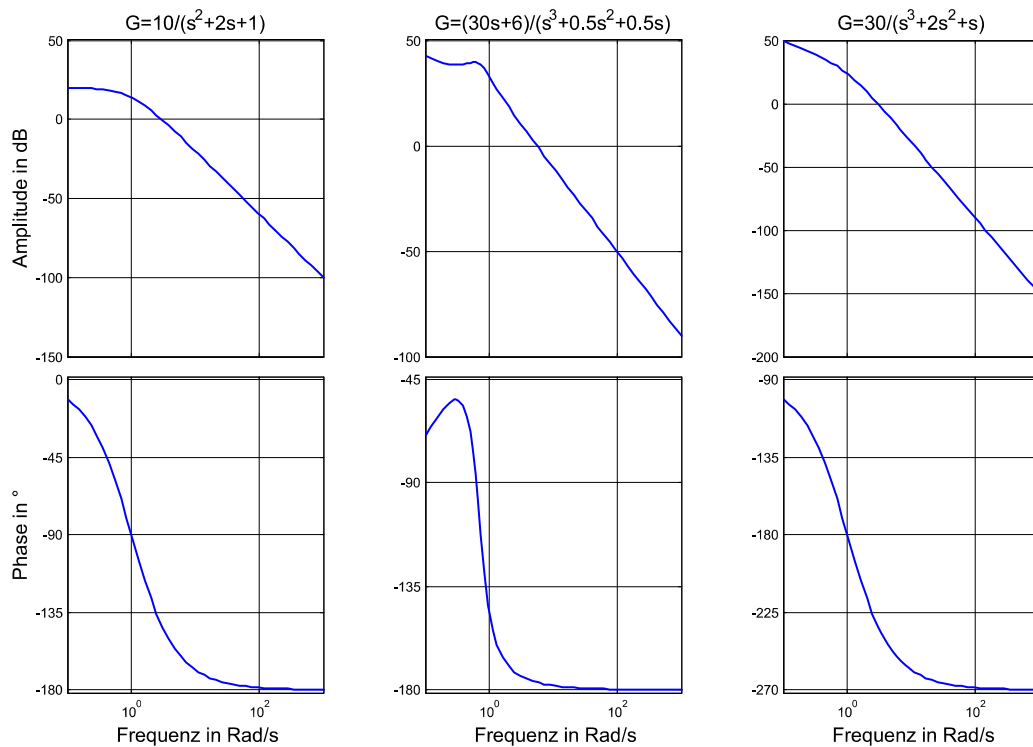


Abb. 3.48 Bode-Diagramme für PT₂-Systeme unterschiedlicher Stabilität

Auch für die Erstellung der Bode-Diagramme muss ein Modell des Regelkreises vorhanden sein. Es ist hier aber wieder keine explizite Berechnung der Lage der Pole erforderlich. Die Erstellung der Diagramme erfolgt üblicherweise im Rechner. Vorteilhaft bei der Verwendung der Bode-Diagramme ist, dass ermittelt werden kann, wie die Reglerparameter eingestellt werden müssen, damit eine ausreichende Stabilitätsreserve erreicht wird.

3.9 Auslegung eines Regelkreises für einen Lineardirektantrieb

Nachdem in dem vorangegangenen Kapitel die Grundlagen der Regelungstechnik wiederholt worden sind, soll das Gesagte jetzt an einem Beispiel erläutert und vertieft werden.

Der zugrunde liegende Lineardirektantrieb soll die folgenden Daten besitzen:

- homopolares Magnetsystem
- einsträngige Wicklung
- analoge Ansteuerung
- Kennwerte: Induktivität $L = 7 \text{ mH}$
 Ohm'scher Widerstand $R = 200 \text{ } \Omega$
 Flussdichte $B = 0,69 \text{ T}$
 Wirksame Drahtlänge im Magnetfeld $l = 18000 \text{ mm}$
 Lastmasse $m = 0,03 \text{ kg}$.

Geregelt werden soll auf die Läuferposition x . Zunächst sei das Ersatzschaltbild der Wicklung betrachtet, Abb. 3.49.

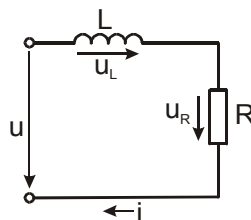


Abb. 3.49 Ersatzschaltbild der Wicklung eines Linearantriebs (statischer Fall)

Für den Verlauf des Stroms gilt dann die Differentialgleichung

$$u = R \cdot i + L \frac{di}{dt} \quad (3.18)$$

mit der Anfangsbedingung $i(0) = 0$.

Der Standardweg zur Lösung einer solchen Differentialgleichung wäre zunächst die Berechnung der allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung und anschließend die Berechnung einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung, z. B. mittels Variation der Konstanten.

Wir wollen an diesem einfachen Beispiel einen anderen Weg beschreiben. Wie bereits erläutert, kann die Lösung einer Differentialgleichung deutlich vereinfacht werden, wenn diese in eine algebraische Gleichung überführt werden kann. Dies geschieht mit Hilfe der Laplace-Transformation. Die Laplace-Transformierte der Differentialgleichung (3.18) lautet

$$U(s) = RI(s) + LsI(s) \quad (3.19)$$

Man kann nun verschiedene Funktionen für den Eingang vorsehen. Wir wollen hier zunächst eine Sprungfunktion betrachten. Im Zeitbereich lautet die Funktion

$$\sigma = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

Transformiert in den Bildbereich wird daraus $U(s) = \frac{1}{s} u_k$. Wird dieser Ausdruck in Gl. 3.19 eingesetzt und nach $I(s)$ aufgelöst, so ergibt sich

$$I(s) = \frac{u_k}{Rs \left(\frac{L}{R}s + 1 \right)} = \frac{\frac{1}{L} u_k}{s \left(s + \frac{R}{L} \right)} \quad (3.20)$$

Diese Gleichung kann jetzt mit Hilfe von Tabellen in den Zeitbereich zurücktransformiert werden. Es ergibt sich

$$i(t) = \frac{L}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \cdot \frac{1}{L} u_k = \frac{u_k}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

Die grafische Darstellung des Verlaufs des Stroms ist Abb. 3.50 zu entnehmen.

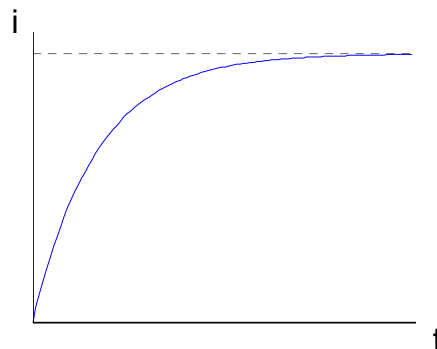


Abb. 3.50 Verlauf des Stroms in der Spule nach dem Anlegen einer Spannung

Befindet man sich im Bildbereich, so ist die Darstellung der Pole und Nullstellen von Interesse. Wie bereits gesagt, gibt die Lage der Pole Aufschluss über die Stabilität eines Systems. Die Lage der Pole und Nullstellen gibt auch Hinweise auf die Dynamik des Systems. Das hier betrachtete System weist keine Nullstellen auf, es verfügt aber über einen Pol (Nennernullstelle). Er liegt bei $s = -R/L$. Dieser rein reelle Pol stellt eine Zeitkonstante des Systems dar. Er liegt in der linken komplexen Halbebene, das System ist also stabil. Die Lage des Pols ist in Abb. 3.51 dargestellt.

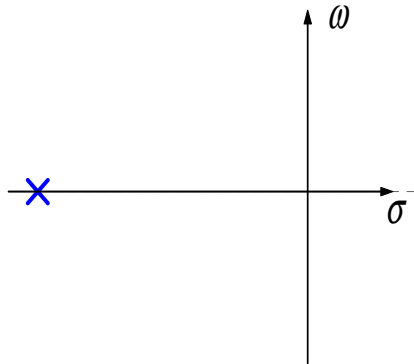


Abb. 3.51 Pollage

Der Frequenzgang ergibt sich zu $F(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{1}{R\left(\frac{L}{R}p + 1\right)} \frac{1}{R\left(\frac{L}{R}j\omega + 1\right)}$

Dieser Frequenzgang lässt sich in einen Real- und einen Imaginärteil aufgliedern:

$$\operatorname{Re}\{F(j\omega)\} = \frac{R}{R^2 + (L\omega)^2} \quad \operatorname{Im}\{F(j\omega)\} = -\frac{L\omega}{R^2 + (L\omega)^2}$$

Daraus lassen sich Amplituden- und Phasengang berechnen. Der Amplitudengang beschreibt den frequenzabhängigen Verstärkungsfaktor. Er lautet

$$\begin{aligned} |F(j\omega)| &= \sqrt{\operatorname{Re}^2\{F(j\omega)\} + \operatorname{Im}^2\{F(j\omega)\}} \\ &= \frac{1}{R\sqrt{1 + \left(\frac{L}{R}\omega\right)^2}} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Beim Phasengang handelt es sich um eine frequenzabhängige Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgang. Er lautet hier

$$\begin{aligned} \varphi(j\omega) &= \arctan \frac{\operatorname{Im}\{F(j\omega)\}}{\operatorname{Re}\{F(j\omega)\}} \\ &= -\arctan\left(\frac{L}{R}\omega\right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Das daraus entstehende Bode-Diagramm ist in Abb. 3.52 dargestellt.

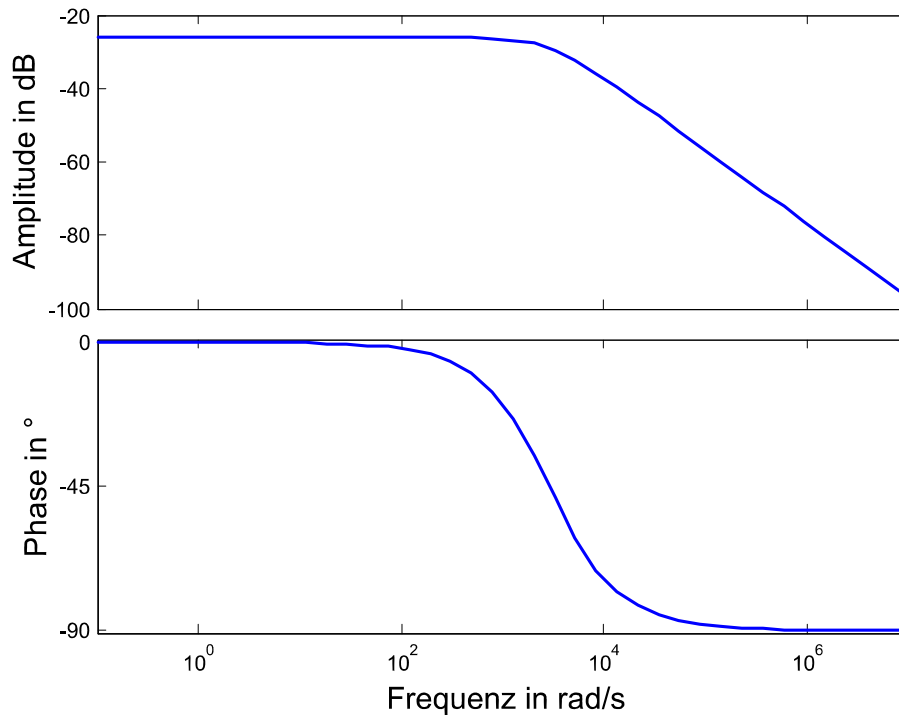


Abb. 3.52 Bode-Diagramm des PT₁-Systems Wicklung

Soll das dynamische Verhalten des gesamten Antriebs betrachtet werden, so ist das in Abb. 3.49 dargestellte Ersatzschaltbild nicht ausreichend. Durch Bewegung des magnetbehafteten Läufers im Betrieb wird in der Wicklung eine Spannung induziert. Es gilt dann das in Abb. 3.53 dargestellte Ersatzschaltbild.

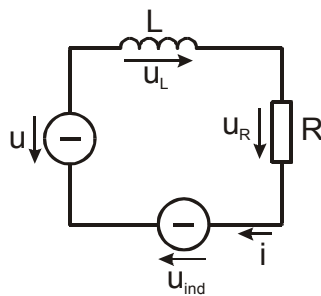


Abb. 3.53 Dynamisches Ersatzschaltbild des Antriebs

Die induzierte Spannung errechnet sich aus der Größe der Luftspaltinduktion, der wirksamen Drahtlänge im Magnetfeld und der Relativgeschwindigkeit zwischen Läufer und Wicklung. Es gilt: $u_{ind} = Blv$. Damit ändert sich die Differentialgleichung 3.18 zu

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + Blv \quad (3.23)$$

Der Läufer kann als bewegte Masse interpretiert werden. Für die auf ihn wirkende Kraft gilt $F = ma = Bli$.

Auf den Läufer wirkt auch eine Reibkraft, die durch die Lagerreibung bestimmt wird. Die exakte quantitative Bestimmung der Reibkraft ist nur schwer möglich. Bei der ersten überschlägigen Betrachtung wird die Reibkraft daher meistens vernachlässigt. Zusammenfassend ergibt sich dann für den Lineardirektantrieb das folgende Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &= -\frac{R}{L}i(t) - \frac{Bl}{L}v(t) + \frac{1}{L}u(t) \\ \frac{dx}{dt} &= v(t) \\ \frac{dv}{dt} &= a(t) = \frac{Bl}{m}i(t)\end{aligned}\tag{3.24}$$

Diese Gleichungen enthalten Vereinfachungen, die durch die Vernachlässigung von Streufeldern und Reibung entstehen.

Die Laplace-Transformation des Gleichungssystems führt auf

$$\begin{aligned}sI &= -\frac{R}{L}I - \frac{Bl}{L}V + \frac{1}{L}U \\ sX &= V \\ s^2X &= \frac{Bl}{m}I\end{aligned}\tag{3.25}$$

Als Eingangsgröße dient die Spannung, als Regelgröße wird die Position x verwendet. Der Strom i und die Geschwindigkeit v sind Zustandsgrößen, die aber nur für das interne Verhalten des Systems entscheidend sind. Für die Regelung interessiert nur das Verhalten des Ausgangs in Abhängigkeit vom Eingang. Deshalb werden die obigen Gleichungen nach der Geschwindigkeit und dem Strom aufgelöst und ineinander eingesetzt. Es ergibt sich damit

$$U = X \left(\frac{m(R + Ls)s^2}{Bl} + Bls \right)\tag{3.26}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich nun sehr einfach die Übertragungsfunktion berechnen:

$$\begin{aligned}G = \frac{X}{U} &= \frac{Bl}{Lms^3 + Rms^2 + (Bl)^2s} \\ &= \frac{Bl}{s(Lms^2 + Rms + (Bl)^2)}\end{aligned}\tag{3.27}$$

Anhand dieser Übertragungsfunktion erkennt man zum einen den Integrator-Anteil, der dadurch zustande kommt, dass auf die Position geregelt wird und nicht auf die Geschwindigkeit. Zum anderen wird das PT_2 -Glied offensichtlich, das durch die zwei vorhandenen Energiespeicher zustande kommt. Unter der Voraussetzung, dass die Zeitkonstanten des Systems deutlich unterschiedlich sind, lässt sich aus Gl. 3.27 eine Darstellung mit zwei PT_1 -Gliedern ableiten. Die erste Zeitkonstante wird durch das mechanische Teilsystem bestimmt, die zweite durch das elektrische. Dabei ist die elektrische Zeitkonstante sehr viel kleiner als die mechanische.

Es gilt dann

$$G = \frac{1}{sBl(\tau_e \tau_m s^2 + \tau_m s + 1)} \quad (3.28)$$

$$\text{mit } \tau_e = \frac{L}{R} \quad \text{und} \quad \tau_m = \frac{mR}{(Bl)^2}, \quad \text{für } \tau_e \text{ wesentlich kleiner als } \tau_m.$$

Nachdem jetzt die Strecke grundsätzlich charakterisiert ist, soll der gesamte Regelkreis bestimmt werden. Zunächst wird von einer einschleifigen Positionsregelung ausgegangen. Die Prinzipdarstellung ist in Abb. 3.54 gegeben.

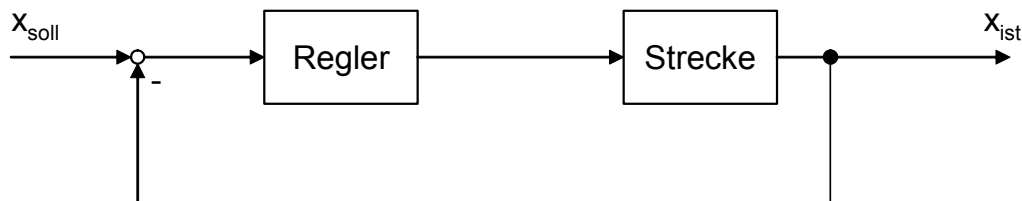


Abb. 3.54 Struktur des einschleifigen Regelkreises

In der Strecke sind der Motor und die Endstufe zusammengefasst. Zur Berechnung der Übertragungsfunktion wird zunächst die offene Kette betrachtet, Abb. 3.55.

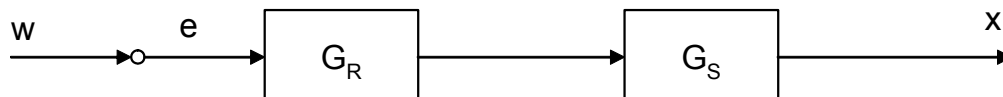


Abb. 3.55 Offene Kette

Die Übertragungsfunktion G_S der Strecke wurde bereits in Gl. 3.27 gegeben. Als Regler soll zunächst ein einfacher Proportional-Regler zum Einsatz kommen. Die Übertragungsfunktion G_R lautet daher $G_R = k_p$. Damit ergibt sich zusammenfassend die Übertragungsfunktion der offenen Kette zu

$$G_0 = G_R \cdot G_S = \frac{Bl \cdot k_p}{s(Lms^2 + Rms + (Bl)^2)}.$$

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises lässt sich damit einfach berechnen

$$G = \frac{G_0}{1 + G_0} = \frac{1}{\frac{Lm}{Blk_p}s^3 + \frac{Rm}{Blk_p}s^2 + \frac{Bl}{k_p}s + 1} \quad (3.29)$$

Durch den geschlossenen Regelkreis macht sich das integrale Verhalten der Strecke in der Übertragungsfunktion nicht mehr bemerkbar. Für unterschiedliche Reglerverstärkungen soll die Sprungantwort des Kreises betrachtet werden, Abb. 3.56. Dies entspricht dem Verhalten, das sich beim Anfahren einer bestimmten Position zeigt.

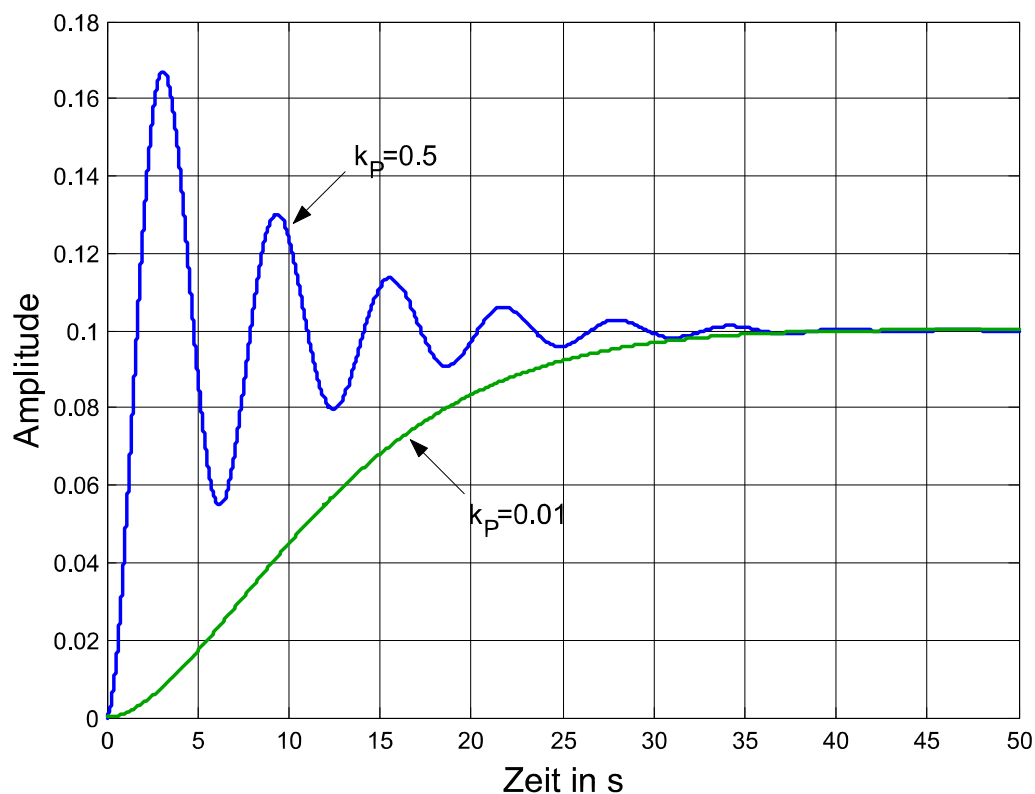


Abb. 3.56 Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises bei unterschiedlichen Verstärkungen

Aus Abb. 3.56 ist ein Problem zu erkennen, der Regelkreis reagiert nur verhältnismäßig langsam. Bei sehr kleinen Verstärkungen nähert sich der Istwert beinahe asymptotisch an den Sollwert an, größere Verstärkungen führen zu einem starken Überschwingen und einem nur langsamen Einschwingen.

Abb. 3.57 zeigt den Verlauf von Soll- und Istwert, wenn das System mit einem kontinuierlichen Sinussignal angeregt wird. Die Reglerverstärkung liegt hier bei einem Wert von $k_p = 10$, was bei einer Anregung mit Sprüngen zu einer Dauerschwingung führen würde. Bei einer stetigen Änderung der Sollgröße führen große Reglerverstärkungen aber zu guten Ergebnissen.

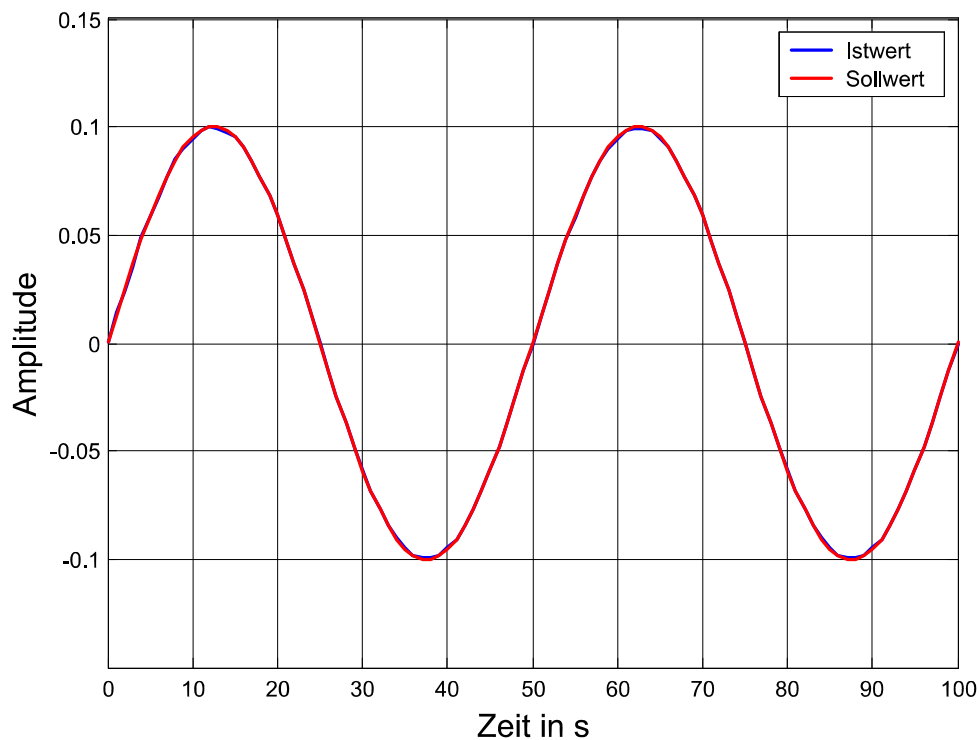


Abb. 3.57 Soll- und Istwertverlauf bei sinusförmiger Anregung

Werden sprungförmige Sollgrößen vorgegeben, so kommt ein weiteres Problem zum Tragen. Am Ende des Sprunges soll der Endwert möglichst genau erreicht werden. Die Regelabweichung soll für große Zeiten gegen Null gehen. Dies kann mit einem reinen P-Regler nur unter bestimmten Voraussetzungen erreicht werden. Zur Berechnung der Regelabweichung gilt:

$$\begin{aligned}
 e &= w - x \\
 x &= G_0 \cdot e \\
 \Rightarrow e &= w - G_0 \cdot e = \frac{w}{1 + G_0}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Für die Sollgröße w gilt dabei: $w \neq 0$, $w = \text{konstant}$. Soll die Regelabweichung e zu Null werden, so muss der Nenner der Gl. 3.30 gegen Unendlich laufen (für lange Zeiten). Es gilt also:

$$e = \frac{w}{1 + G_0} \xrightarrow{!} 0 \Rightarrow 1 + G_0 \xrightarrow{!} \infty \tag{3.31}$$

Um das Verhalten von $1 + G_0$ für $t \rightarrow \infty$ zu untersuchen, verwendet man den Grenzwertsatz der Laplace-Transformation (Endwertsatz):

$$f(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) \tag{3.32}$$

Auf das hier vorgestellte System angewendet, lautet der Grenzwertsatz:

$$\lim_{s \rightarrow 0} (s(1 + G_0)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s + \frac{Bl \cdot k_p}{Lms^2 + Rms + (Bl)^2} \right) = \frac{k_p}{Bl} \quad (3.33)$$

Die Regelabweichung geht also nur dann gegen Null, wenn die Verstärkung des P-Reglers gegen Unendlich geht. Große Verstärkungen führen aber bei dem hier vorgestellten System schnell zu Schwingungen und sind daher nicht umsetzbar.

Um auch bei kleinen Verstärkungen eine bleibende Regelabweichung zu verhindern, wird der Regler mit einem I-Anteil versehen. Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet damit

$$G_R = k_p + \frac{k_I}{s} = \frac{k_p s + k_I}{s} \quad (3.34)$$

Daraus folgt für die Übertragungsfunktion der offenen Kette:

$$G_0 = \frac{Bl(k_p s + k_I)}{s^2(Lms^2 + Rms + (Bl)^2)} \quad (3.35)$$

und für den geschlossenen Kreis:

$$G = \frac{Bl(k_p s + k_I)}{(Lms^4 + Rms^3 + (Bl s)^2 + k_p s + k_I)} \quad (3.36)$$

Um die bleibende Regelabweichung des PI-Reglers zu berechnen, wird wieder der Grenzwert nach Gl. 3.32 gebildet:

$$\lim_{s \rightarrow 0} (s(1 + G_0)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s + \frac{Bl(k_p s + k_I)}{s(Lms^2 + Rms + (Bl)^2)} \right) \rightarrow \infty$$

Damit ist sichergestellt, dass keine bleibende Regelabweichung auftritt.

Die Sprungantworten bei Verwendung eines PI-Reglers unterscheiden sich nur in sehr geringem Maße von den Sprungantworten bei Verwendung eines reinen P-Reglers, wie Abb. 3.58 zeigt.

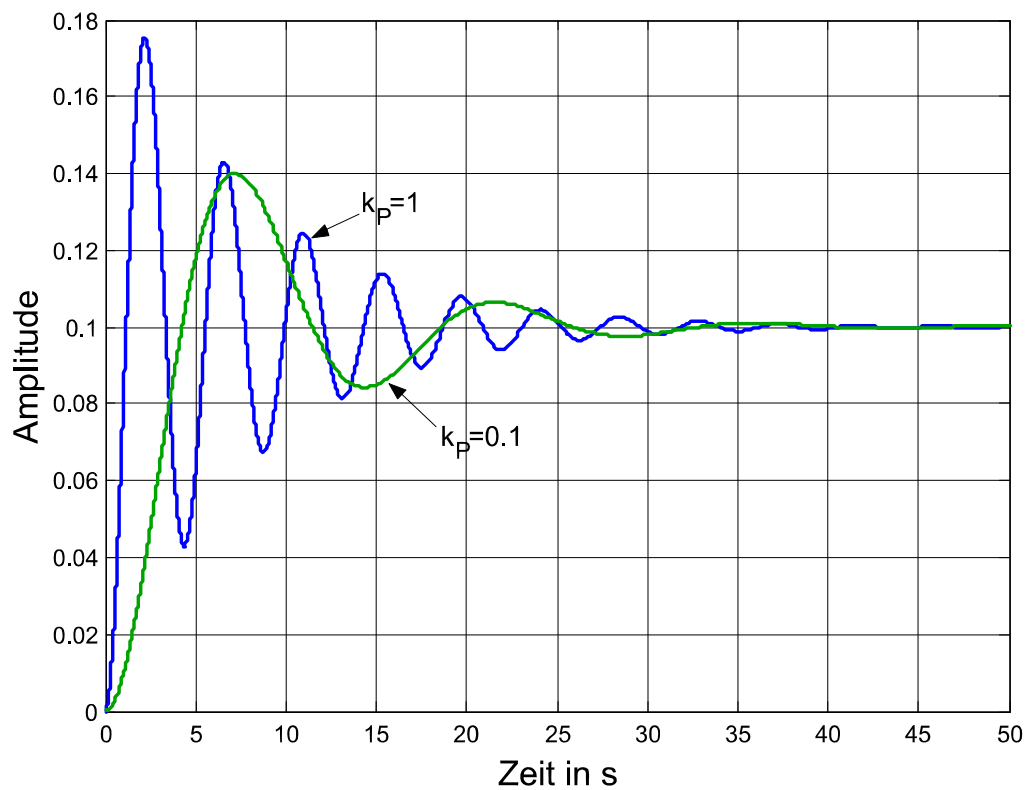


Abb. 3.58 Sprungantwort des Systems mit PI-Regler ($k_I = 1 \cdot 10^{-4}$)

Die Bahnfolge bei Anregung mit einer Sinusfunktion kann Abb. 3.59 entnommen werden.

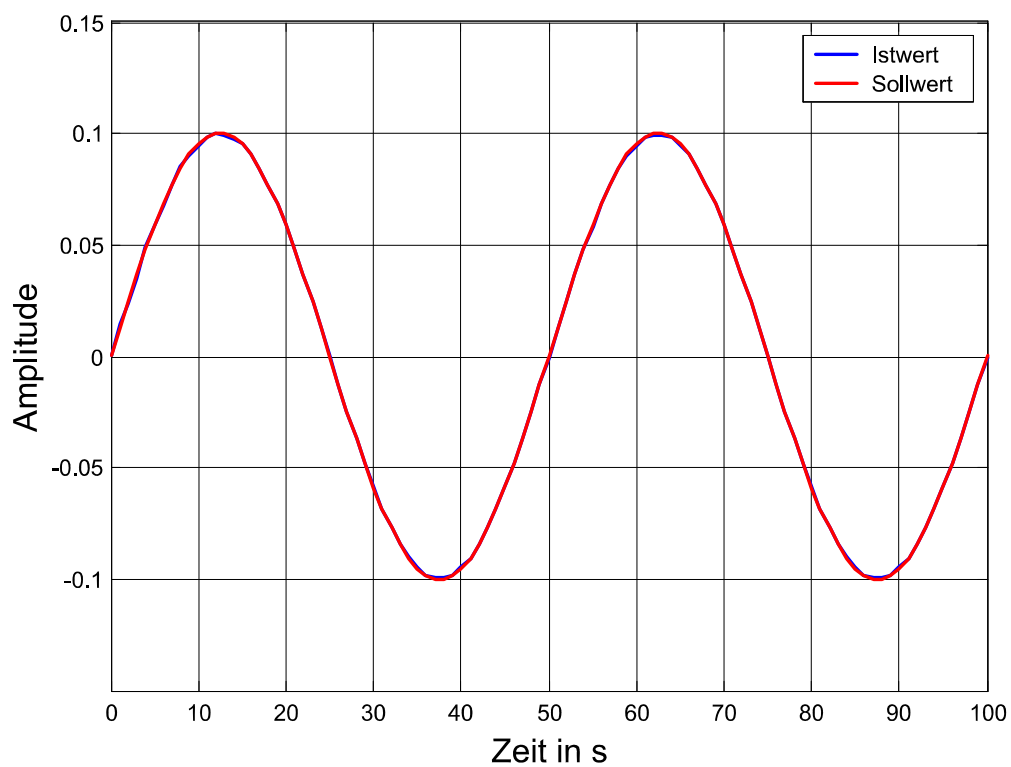


Abb. 3.59 Bahnfolge bei Anregung mit Sinusfunktion und PI-Regler

Da das Verhalten bei sprungförmiger Anregung noch nicht dem Wunsch entspricht, soll auch ein kaskadierter Regelkreis untersucht werden. Das Strukturbild und das regelungstechnische Ersatzbild sind Abb. 3.60 zu entnehmen.

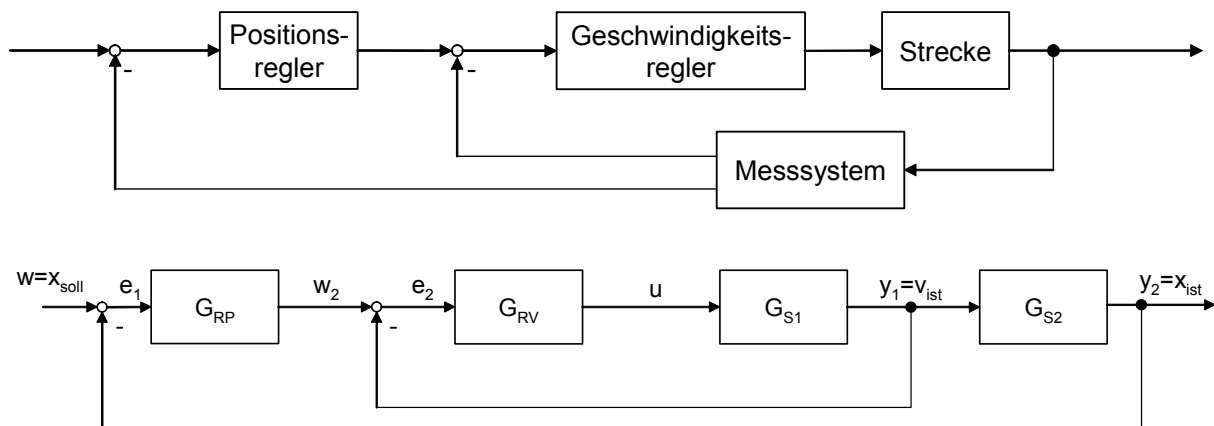


Abb. 3.60 Kaskadierter Regelkreis

Der innere Teil der Strecke wird durch die Übertragungsfunktion G_{S1} beschrieben. Es handelt sich dabei um die Übertragung von U nach v .

$$G_{S1} = \frac{Bl}{Lms^2 + Rms + (Bl)^2} \quad (3.37)$$

Im äußeren Teil der Strecke erfolgt die Übertragung von v nach x , die Übertragungsfunktion lautet daher

$$G_{S2} = \frac{1}{s} \quad (3.38)$$

Der innere Regelkreis dient zur Regelung der Geschwindigkeit. Als Regler wird ein P-Regler eingesetzt. Der Nachteil der bleibenden Regelabweichung kommt hier nicht zum Tragen, da in aller Regel keine stationären Geschwindigkeiten erreicht werden sollen. Die Übertragungsfunktion für den Geschwindigkeitsregler lautet daher

$$G_{RV} = k_{PV} \quad (3.39)$$

Der übergeordnete Regler stellt den Positionsregler dar. Hier sollte eine PI-Charakteristik eingesetzt werden, um eine bleibende Regelabweichung beim Anfahren einer Position zu verhindern.

$$G_{RP} = \frac{k_{PP}s + k_{IP}}{s} \quad (3.40)$$

Als nächstes soll die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises berechnet werden. Durch die innere Rückführung gestaltet sich diese Berechnung etwas komplizierter als bei einschleifigen Regelungen. Die grundlegende Gleichung des Kreises lautet

$$Y_2 = ((W - Y_2)G_{RP} - Y_1)G_{RV}G_{S1}G_{S2} \quad (3.41)$$

mit

$$Y_1 = \frac{Y_2}{G_{S2}} \quad (3.42)$$

folgt daraus

$$Y_2 = \left((W - Y_2)G_{RP} - \frac{Y_2}{G_{S2}} \right) G_{RV}G_{S1}G_{S2} \quad (3.43)$$

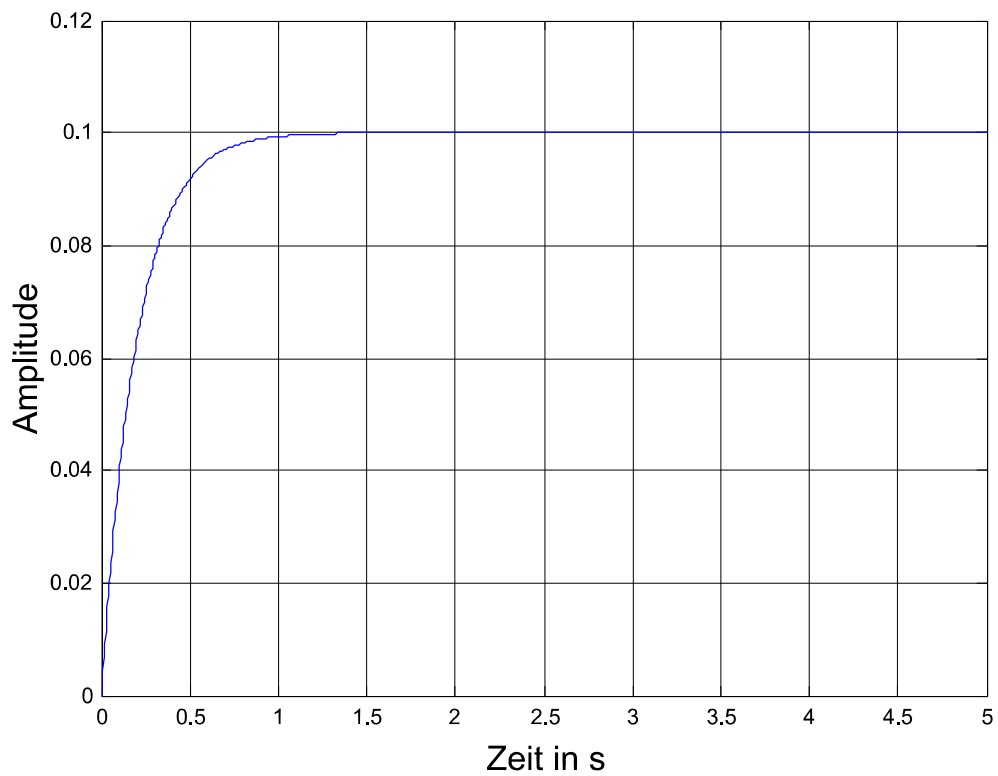
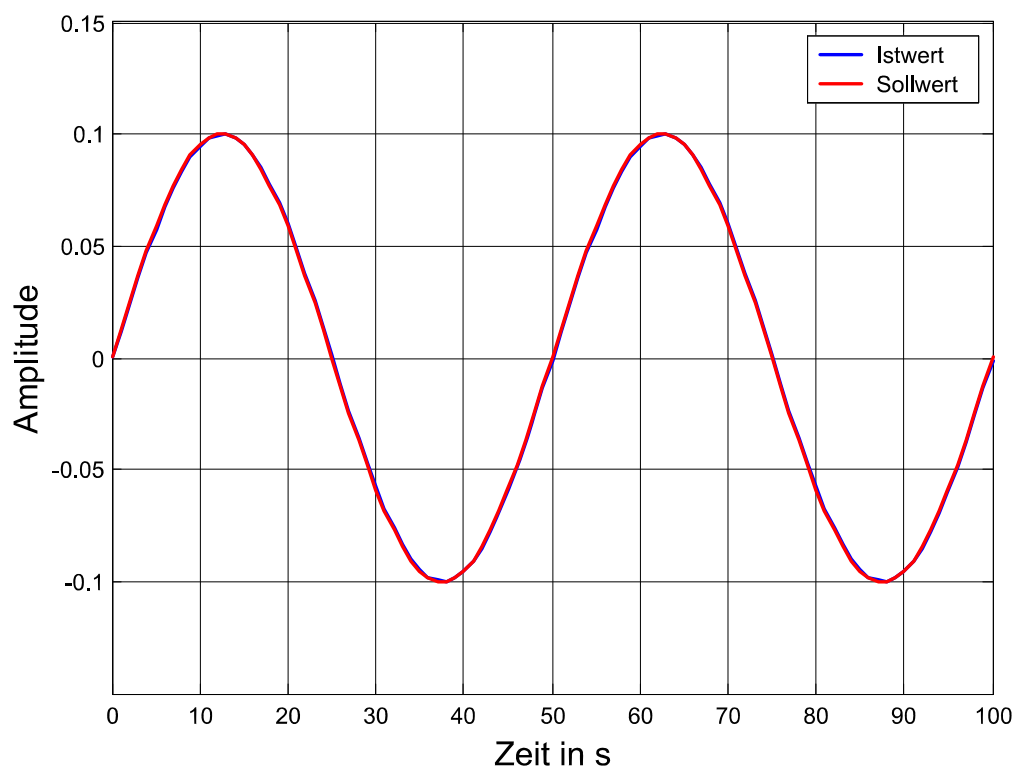
Damit lässt sich die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises bestimmen:

$$G = \frac{Y_2}{W} = \frac{G_{RP}G_{RV}G_{S1}G_{S2}}{1 + G_{RV}G_{S1}(1 + G_{RP}G_{S2})} \quad (3.44)$$

Auch hier soll die Reaktion des Gesamtsystems auf Sprung- und Sinusvorgaben noch einmal genauer betrachtet werden.

Bei der Berechnung der Sprungantwort wurde für den übergeordneten Regler eine proportionale Verstärkung von $k_{PP} = 5$ angenommen. Der I-Anteil lag bei $k_I = 1 \cdot 10^{-4}$ und für den Geschwindigkeitsregler galt $k_{PV} = 500$.

Zur Bestimmung der Bahnfolge wurde die Reglerverstärkung des Positionsreglers auf $k_{PP} = 10$ erhöht. Damit ergeben sich die in Abb. 3.61 dargestellten Ergebnisse.

**Abb. 3.61** Sprungantwort des Systems mit P-PI-Kaskadenregler**Abb. 3.62** Bahnfolge bei kaskadiertem Regler

4 Literatur / Bezugsquellen

- /1/ Lindner, H.; Brauer, H.; Lehmann, C.: Taschenbuch der Elektrotechnik und Elektronik, Fachbuchverlag Leipzig 1998.
- /2/ Merz, L.; Jaschek, H.: Grundkurs der Regelungstechnik, Oldenburgverlag 1993.
- /3/ Meins, J.: Elektromechnik, Teubner Verlag 1997.
- /4/ Datenbuch: Little Foot - Data Book, Siliconix, Santa Clara (USA) 1993.
- /5/ Schinköthe, W.; Hartramph, R.: Aktorik in der Feinwerktechnik - Teil 3, 1997.
- /6/ Stölting, H.-D.; Kallenbach, E.; Amrhein, W.: Handbuch Elektrische Kleinantriebe. 4. Aufl. Leipzig: Fachbuchverlag im Carl Hanser Verlag 2011.
- /7/ Schinköthe, W.: Aktorik in der Gerätetechnik, Skript zur Vorlesung, 2013.
- /8/ Kallenbach, E.; Bögelsack, G: Gerätetechnische Antriebe, München/Wien: Carl-Hanser-Verlag 1991.
- /9/ Hartramph, R.: Programmierung eines Reglers für Dreh-Schub-Motoren, Diplomarbeit Technische Universität Dresden 1992.
- /10/ Schinköthe, W.: Aktorik in der Gerätetechnik - Teil 2. Skript zur Übung und zum Praktikumsversuch Piezosysteme/Ultraschallantriebe, 2013.
- /11/ Datenbuch: Maxon Motor. Interelectric AG, Sachseln (Schweiz) 1994.
- /12/ Orlowski, P. F.: Praktische Regelungstechnik. Heidelberg/Berlin: Springer Verlag 1994.
- /13/ Beuthner, C.: Bauformenkatalog Linearmotoren. Diplomarbeit: Technische Universität Dresden 1991.
- /14/ Krause, W.: Gerätekonstruktion, 3. Auflage. Berlin: Verlag Technik 2001.
- /15/ Richter, C.: Servoantriebe kleiner Leistung. Weinheim: VCH Verlagsgesellschaft 1993.
- /16/ Stölting, H.-D.; Beisse, A.: Elektrische Kleinantriebe. Stuttgart: Teubner Verlag 1987.
- /17/ Föllinger, O.: Regelungstechnik. Heidelberg: Hüthig Verlag 1992.
- /18/ Schulz: Elektronische Motorsteuerungen. München: Franzis Verlag GmbH 1986.
- /19/ Moczala, H.: Elektrische Kleinmotoren. Böblingen: Expert Verlag 1993.

- /20/ Kallenbach, E.; Eick, L.; Quendt, P.: Elektromagnete. Stuttgart: 2. Auflage. B. G. Teubner Verlag 2003.
- /21/ Lutz, H.; Wendt, W.: Taschenbuch der Regelungstechnik. Frankfurt/Main: Verlag Harri Deutsch 2002.
- /22/ Lunze, J.: Regelungstechnik 1. Berlin, Heidelberg: Springer 1999.