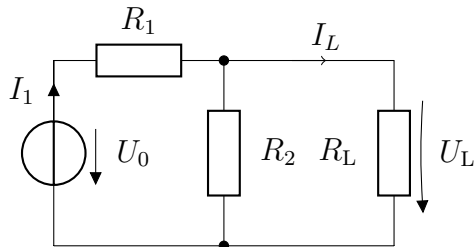


Aufgabe 1: *Lastwiderstand*



In der nebenstehenden Schaltung ist die Spannung U_L am Widerstand R_L in Abhängigkeit von R_1 , R_2 und R_L zu berechnen.

- 1.1** Bestimmen Sie U_L zunächst allgemein als Funktion der Schaltungsbauteile.
- 1.2** Berechnen Sie U_L und I_L für $U_0 = 20 \text{ V}$, $R_1 = 150 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$ und $R_L = \{0, 10, 50, 100, \infty\} \Omega$
($U_L = \{0, 1.05, 2.86, 3.64, 5.0\} \text{ V}$, $I_L = \{0.133, 0.105, 0.0571, 0.0364, 0\} \text{ A}$)

Lösung

① Bestimme U_L

Langw. Weg:

linke Masche: $U_0 = U_1 + U_2$ (1)

rechte Masche: $U_2 = U_L$ (2)

3. Knoten: $I_L + I_2 - I_1 = 0$ (3)

$$\frac{U_L}{R_L} + \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1} = 0$$

mit (1) und (2):

$$\frac{U_L}{R_L} + \frac{U_L}{R_2} - \frac{U_0 - U_L}{R_1} = 0$$

$$\rightarrow U_L \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) = \frac{U_0}{R_1}$$

$$U_L \left(\frac{R_1(R_2 + R_L)}{R_L R_2} + 1 \right) = U_0$$

also

$$U_L = \frac{R_L R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_L + R_L R_2} U_0$$

Kurzer Weg:

Stromteilerformel

$$\frac{I_L}{I_1} = \frac{R_2}{R_2 + R_L}$$

R_L :

$$I_L = \frac{U_L}{R_L}$$

I_1 :

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

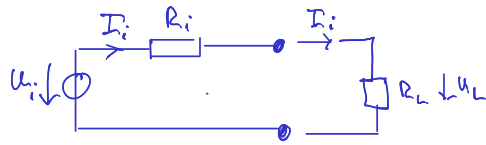
$$\stackrel{\text{Masche 1}}{=} \frac{U_0 - U_L}{R_1}$$

alles zusammen:

$$U_L = R_L \cdot I_L = R_L \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_L} I_1 = \frac{R_L \cdot R_2}{R_2 + R_L} \cdot \frac{U_0 - U_L}{R_1}$$

$$\rightarrow \left(\frac{(R_2 + R_L) \cdot R_1}{R_2 \cdot R_L} + 1 \right) U_L = U_0 \rightarrow \underline{\underline{U_L \text{ wie oben}}}$$

oder über Ersetzspannungsquelle



$$R_i = \frac{U_i}{I_i} = \frac{U_{\text{Leerlauf}}}{I_{\text{Kurzschluss}}}$$

$$= 37,5 \, \Omega$$

aber liefert dies für die Spannung U_L

$$U_i = U_{R_i} + U_L \rightarrow U_L = U_i - R_i \cdot I \quad \text{mit } I = \frac{U_L}{R_L}$$

$$(R_L + R_i) U_L = U_i R_L \rightarrow U_L = \frac{R_L}{R_L + R_i} U_i$$

$$\text{liefert mit } U_i = U_0 \cdot \frac{R_i}{R_1} \rightarrow U_L = \frac{R_L \cdot R_i}{(R_L + R_i) \cdot R_1} U_0 //$$

② Dies liefert

$$\text{mit } I_L = \frac{U_L}{R_L}$$

$$\text{mit } R_1 = 150 \, \Omega, R_2 = 50 \, \Omega \text{ und } U_0 = 20 \, \text{V}$$

R_L	U_L / V	I_L / A
0	0	0,133
10	1,05	0,105
50	2,86	0,0571
100	3,64	0,0364
∞	5	0

Grenzfälle:

$$\lim_{R_L \rightarrow \infty} U_L = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_0 = 5 \, \text{V}$$

$$\lim_{R_L \rightarrow 0} I_L = \lim_{R_L \rightarrow 0} \frac{U_L}{R_L} = \lim_{R_L \rightarrow 0} \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_L + R_2 R_L} U_0$$

$$= \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} U_0 = \frac{U_0}{R_1} = 0,133 \, \text{A}$$

Spezialfälle

$R_L = 0$ (Kurzschluss von R_L):

Stromteilerregel liefert: $I_2 = 0$: $\leadsto$ $I_L = I_1$

also $I_L = I_1 = \frac{U_1}{R_1} \underset{\text{Maschenregel}}{=} \frac{U_0}{R_1} = \frac{2}{15} \text{ A} = 0,133 \text{ A}$

$R_L \rightarrow \infty$ Leerlauf R_L

$$U_L = U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0$$

Spannungsteilerregel

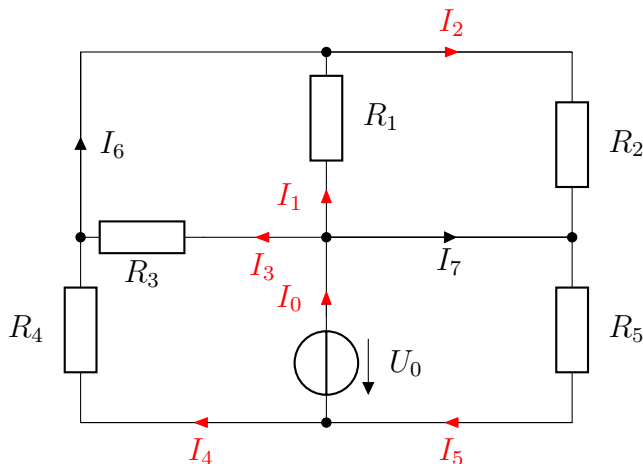
Stromteilerregel liefert $I_L = 0$

Aufgabe 2: Nicht ganz einfaches Netzwerk

Gegeben ist das rechts dargestellte Netzwerk. Es sollen die rot markierten Ströme ($I_0, \dots, I_5$) bestimmt werden.

Zahlenwerte:

$U_0 = 48 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 45 \Omega$
und $R_5 = 60 \Omega$



2.1 Stellen Sie alle unabhängigen Maschen- und Knotengleichungen auf.

2.2 Bestimmen Sie daraus möglichst einfach U_1 (Spannung an R_1) und damit dann I_0 .
($U_1 = 12 \text{ V}$, $I_0 = 1.6 \text{ A}$)

2.3 Geben Sie nun die an den Widerständen abfallenden Spannungen sowie alle rot eingezeichneten Ströme ($I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$) an.

($U_1 = 12 \text{ V}$, $U_2 = -12 \text{ V}$, $U_3 = 12 \text{ V}$, $U_4 = -36 \text{ V}$, $U_5 = 48 \text{ V}$ $I_1 = 0.267 \text{ A}$, $I_2 = -0.267 \text{ A}$, $I_3 = 0.267 \text{ A}$,
 $I_4 = -0.8 \text{ A}$, $I_5 = 0.8 \text{ A}$)

2.4 Bestimmen Sie die Leistung der Spannungsquelle sowie die an jedem Widerstand abfallende Leistung.

($P_{el} = 76.8 \text{ W}$, $P_1 = P_2 = P_3 = 3.2 \text{ W}$, $P_4 = 28.8 \text{ W}$, $P_5 = 38.4 \text{ W}$)

Lösung

① Ströme- und Maschengleichungen

Es gibt 5 Knoten und 8 Zweige, also gilt es

4 unabhängige Knotengleichungen

4 unabhängige Maschengleichungen:

$$(1) \quad U_0 + U_4 - U_3 = 0$$

$$(5) \quad I_5 - I_0 - I_4 = 0$$

$$(2) \quad U_3 - U_1 = 0$$

$$(6) \quad I_4 + I_3 - I_6 = 0$$

$$(3) \quad U_1 + U_2 = 0$$

$$(7) \quad I_6 + I_1 - I_2 = 0$$

$$(4) \quad U_0 - U_5 = 0$$

$$(8) \quad I_2 + I_7 - I_5 = 0$$

② U_1 und I_0

alle Spannungen in Abhängigkeit von U_1 und U_0

$$U_5 = U_0, \quad U_3 = U_1, \quad U_2 = -U_1, \quad U_4 = U_1 - U_0$$

eliminiere I_6 aus (6) und (7): $I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0$

$$\text{Es gilt:} \quad \frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} + \frac{U_4}{R_4} = 0$$

$$U_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{U_0}{R_4}$$

$$\leadsto U_1 = \frac{1}{R_4 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right)} \cdot U_0 \leadsto U_1 = 12 \text{ V}$$

Damit folgt aus (5):

$$I_0 = I_5 - I_4 = \frac{U_5}{R_5} - \frac{U_4}{R_4} = U_0 \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4} \right) - \frac{U_1}{R_4}$$

$$I_0 = 1,6 \text{ A}$$

③ Spannungen und Ströme an Widerständen

$$u_1 = 12 \text{ V} \quad \leadsto \quad I_1 = \frac{u_1}{R_1} = 0,267 \text{ A}$$

$$u_2 = -12 \text{ V} \quad \leadsto \quad I_2 = \frac{u_2}{R_2} = -0,267 \text{ A}$$

$$u_3 = 12 \text{ V} \quad \leadsto \quad I_3 = \frac{u_3}{R_3} = 0,267 \text{ A}$$

$$u_4 = -36 \text{ V} \quad \leadsto \quad I_4 = \frac{u_4}{R_4} = -0,8 \text{ A}$$

$$u_5 = 48 \text{ V} \quad I_5 = \frac{u_5}{R_5} = 0,8 \text{ A}$$

④ Leistung

Quelle: $P_{el} = u_0 \cdot I_0 = 76,8 \text{ W}$

$$P_1 = u_1 I_1 = 3,2 \text{ W} \quad (4,2\% P_{el})$$

$$P_2 = 3,2 \text{ W} \quad (4,2\% P_{el})$$

$$P_3 = 3,2 \text{ W} \quad (4,2\% P_{el})$$

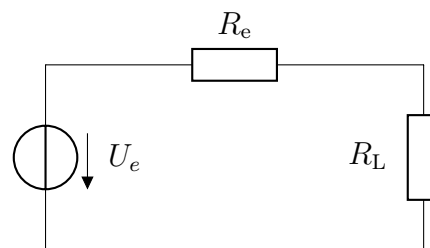
$$P_4 = 28,8 \text{ W} \quad (37,5\% P_{el})$$

$$P_5 = 38,4 \text{ W} \quad (50\% P_{el})$$

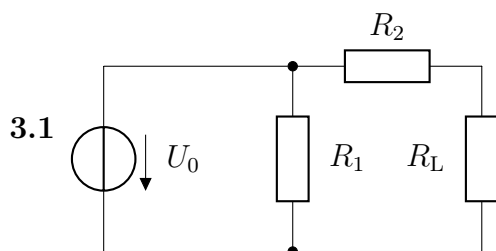
$$\sum_{k=1}^5 P_k = P_{el}$$

Aufgabe 3: Ersatzspannungs- und stromquellen

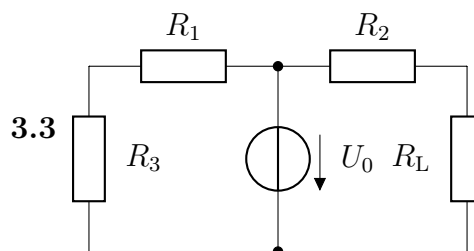
Für die folgenden Schaltungen soll jeweils eine Ersatzspannungsquelle wie rechts skizziert eingeführt werden. Das resultierende Ersatzschaltbild besteht also aus einem Ersatzwiderstand R_e und einer Ersatzspannungsquelle U_e .



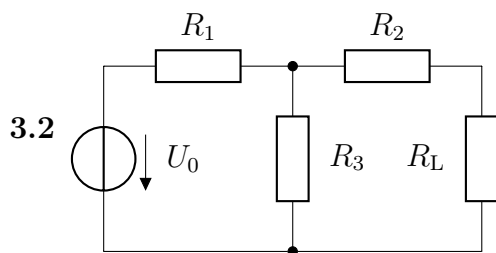
Um ihrer Ergebnisse zu überprüfen, setzen Sie $R_1 = 50\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$ und $U_0 = 10\text{ V}$ für die Spannungsquellen, bzw. $I_0 = 1\text{ A}$ für die Stromquelle.



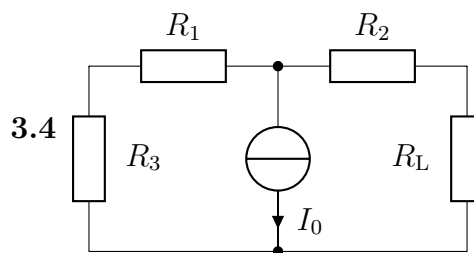
($U_e = 10\text{ V}$, $R_e = 20\ \Omega$)



($U_e = 10\text{ V}$, $R_e = 20\ \Omega$)



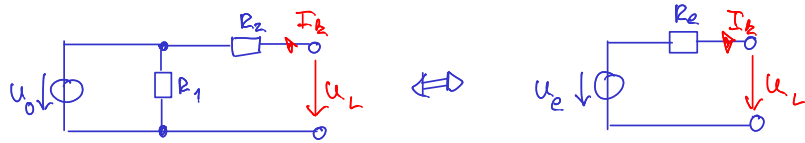
($U_e = 3.75\text{ V}$, $R_e = 38.75\ \Omega$)



($U_e = -80\text{ V}$, $R_e = 100\ \Omega$)

Lösung

①



Leerlauf:

$$U_0 = U_L$$

also

$$U_e = U_0$$

$$U_L = U_e$$

Kurzschluss:

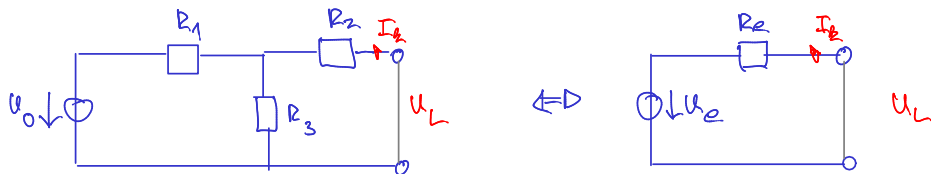
$$\begin{aligned} I_k &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_0 \quad (\text{Stromteiler}) \\ &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{U_0}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \\ &= \frac{1}{R_2} U_0 \end{aligned}$$

$$I_k = \frac{U_e}{R_e}$$

also $\frac{1}{R_2} U_0 = \frac{U_e}{R_e} \leadsto$

$$R_e = R_2$$

②



Leerlauf

$$\begin{aligned} U_L &= U_3 \\ &= R_3 \cdot I \\ &= R_3 \cdot \frac{U_0}{R_1 + R_3} \end{aligned}$$

$$U_L = U_e$$

nicht gleich sein, also

$$U_e = \frac{R_3}{R_1 + R_3} U_0 \quad (2)$$

Kurzschluss:

$$I_k = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_0$$

$$= \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot \frac{U_0}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$$

$$I_k = \frac{U_e}{R_e}$$

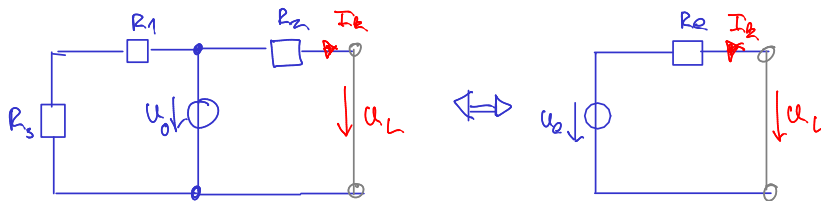
I_k muss gleich sein, also mit (2)

$$\frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = \frac{1}{R_e} \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

$$R_e = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 + R_3}$$

oder $R_e = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$

③



Leerlauf:

$$U_L = U_0$$

$$U_L = U_e$$

Kurzschluss

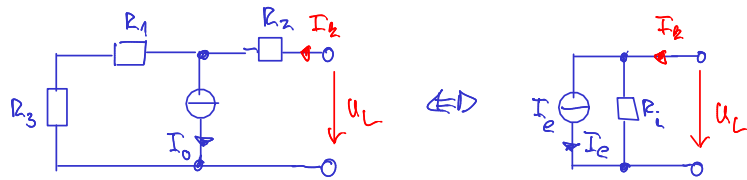
$$I_k = \frac{U_0}{R_2}$$

$$I_k = \frac{U_e}{R_e}$$

$$U_e = U_0$$

$$R_e = R_2$$

④ Ersatzstromquelle einführen



Kurzschluss:

$$I_2 = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I_0$$

$$I_2 = I_e$$

$$\rightarrow \boxed{I_e = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I_0}$$

Leerlauf

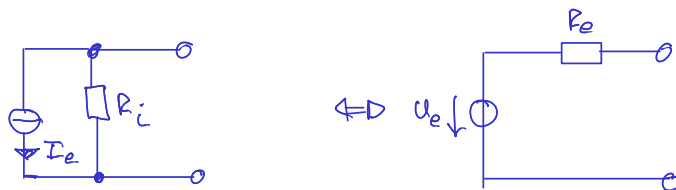
$$U_L = -(R_1 + R_3) I_0$$

$$U_L = -R_i I_e$$

$$\rightarrow I_e = \frac{R_1 + R_3}{R_i} I_0$$

$$\rightarrow \boxed{R_i = R_1 + R_2 + R_3}$$

Jetzt Ersatzspannungsquelle für Ersatzstromquelle



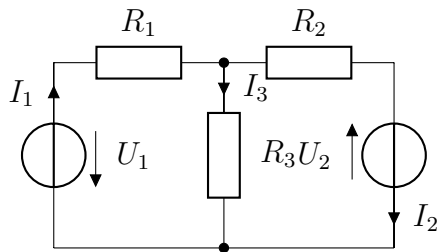
Direkt ablesen oder berechnen

$$\boxed{R_e = R_i = R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\boxed{U_e = -R_i I_e = -(R_1 + R_3) \cdot I_0}$$

Aufgabe 4: Mehrere Spannungsquellen / Überlagerungssatz

In der untenstehenden Schaltung sind zwei Spannungsquellen mit drei Widerständen in einer Schaltung verbunden.



4.1 Berechnen Sie die Ströme I_1 bis I_3 für $U_1 = 12\text{ V}$, $U_2 = 6\text{ V}$, $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$ durch aufstellen der Knoten- und Maschengleichungen und lösen des entstehenden LGS.

4.2 Berechnen Sie die Ströme I_1 bis I_3 mit Hilfe des Überlagerungssatzes.

$$(I_1 = 0.69\text{ A} , \quad I_2 = 0.86\text{ A} , \quad I_3 = -0.17\text{ A})$$

Lösung

① Über Maschen- und Knotenregel

Für linke Masche: $U_1 - U_{R_1} - U_{R_3} = 0$ (1)

Für rechte Masche: $U_2 - U_{R_2} + U_{R_3} = 0$ (2)

Knotenregel: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ (3)

also folgt aus (1) und (2):

$$U_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0$$

$$U_2 - R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0$$

mit (3)

$$U_1 - R_1 (I_2 + I_3) - R_3 I_3 = 0$$

$$\rightarrow I_2 = \frac{U_1}{R_1} - \left(\frac{R_3}{R_1} + 1\right) I_3 \quad (4) \quad \text{eingesetzt in (2)}$$

$$U_2 - R_2 \left(\frac{U_1}{R_1} - \left(\frac{R_3}{R_1} + 1\right) I_3\right) + R_3 I_3 = 0$$

auflösen nach I_3

$$U_2 - \frac{R_2}{R_1} U_1 + \left(\frac{R_2 R_3 + R_2 R_1 + R_3 R_1}{R_1}\right) I_3 = 0$$

$$\text{also } I_3 = \frac{1}{R_2 R_3 + R_2 R_1 + R_1 R_3} (R_2 U_1 - R_1 U_2) = \frac{-60 \Omega \cdot V}{350 \Omega^2}$$

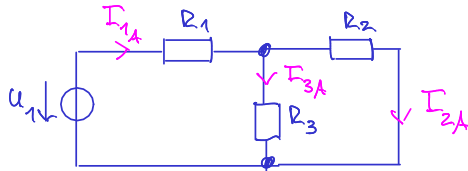
$$I_3 = -0,17 \text{ A}$$

in (4) $I_2 = 0,86 \text{ A}$

beide in (3) $I_1 = 0,69 \text{ A}$

② Mit Überlagerungssatz

Netzwerk A U_2 Kurzschließen



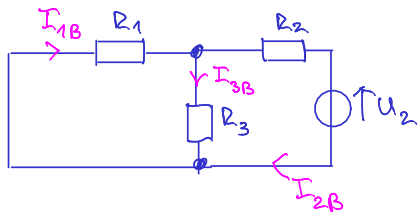
Ersatzwiderstand $R_e = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 23,33 \Omega$

also $I_{1A} = \frac{U_1}{R_e} = \underline{\underline{0,51 A}}$

mit Stromteilerregel: $I_{2A} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot I_{1A} = \underline{\underline{0,34 A}}$

$I_{3A} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_{1A} = \underline{\underline{0,17 A}}$

Netzwerk B



Ersatzwiderstand $R_e = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 11,67 \Omega$

also folgt direkt $I_{2B} = \frac{U_2}{R_e} = \underline{\underline{0,51 A}}$

linke Masche: $U_2 - U_{R_2} + U_{R_3} = 0$

$U_2 - R_2 I_{2B} + R_3 I_{3B} = 0$

$\rightarrow I_{3B} = \frac{R_2 I_{2B} - U_2}{R_3} = \underline{\underline{-0,34 A}}$

Knotenregel: $I_{1B} = I_{2B} + I_{3B} = \underline{\underline{0,17 A}}$

Überprüfung:

$$I_1 = I_{1A} + I_{1B} = 0,68 \text{ A}$$

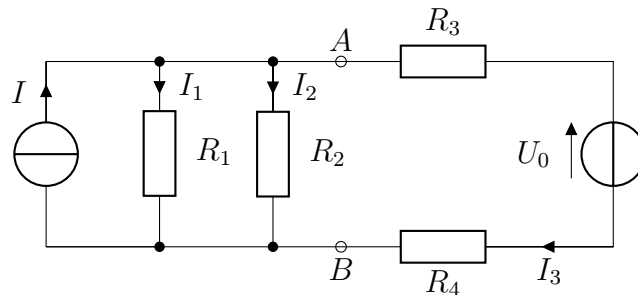
$$I_2 = I_{2A} + I_{2B} = 0,85 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{3A} + I_{3B} = -0,17 \text{ A}$$

Stimmt bis auf Rundungsfehler

Aufgabe 5: Spannungs- und Stromquelle / Überlagerungssatz / Ersatzspannungsquelle

In der untenstehenden Schaltung sind eine Spannungs- und Stromquelle mit vier Widerständen in einer Schaltung verbunden. Gegeben sind $I_1 = 500 \text{ mA}$, $U_0 = 12 \text{ V}$, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$, $R_3 = 10 \Omega$ und $R_4 = 20 \Omega$



- 5.1** Verwenden Sie den Überlagerungssatz, um alle eingezeichneten Ströme und die an den Widerständen abfallenden Spannungen zu bestimmen.

$$(U_1 = 0.6 \text{ V} , \quad I_1 = 60 \text{ mA} , \quad U_2 = 0.6 \text{ V} , \quad I_2 = 20 \text{ mA} , \quad U_3 = 4.2 \text{ V} , \quad I_3 = 420 \text{ mA} , \quad U_4 = 8.4 \text{ V})$$

- 5.2** Verifizieren Sie ihre Ergebnisse, indem Sie nochmals alle Ströme und Spannungen ausschließlich mit Maschen- und Knotenregeln berechnen.

- 5.3** Führen Sie eine Ersatzspannungsquelle für den Schaltungsteil links von AB ein. Bestimmen Sie U_e und R_e . Skizzieren Sie damit die obige Ausgangsschaltung

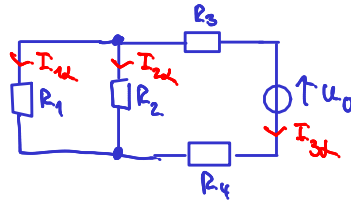
$$(U_e = 3.75 \text{ V} , \quad R_e = 7.5 \Omega)$$

- 5.4** Wie muss U_0 gewählt werden, so dass kein Strom I_3 fließt? ($U_0 = -3.75 \text{ V}$)

Lösung

① Überlagerungssatz

Netzwerk α Stromquelle unterbrechen



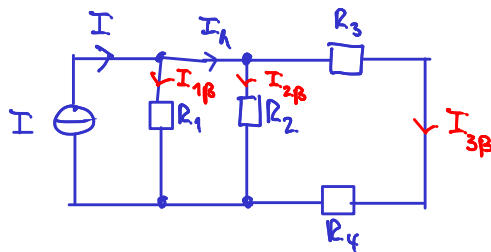
über Ersatzwiderstand: $I_{3a} = \frac{u_0}{R_{\text{ers}}} = \frac{u_0}{R_3 + R_4 + (R_1 \parallel R_2)} = \underline{\underline{0,32 \text{ A}}}$

geteilt Stromteiler: (man achte auf Stromrichtungen!!)

$$I_{2a} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{3a} = \underline{\underline{-0,08 \text{ A}}}$$

$$I_{1a} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} I_{3a} = \underline{\underline{-0,24 \text{ A}}}$$

Netzwerk β Spannungsquelle Kurzschließen



Stromteiler:

$$I_{1b} = \frac{(R_3 + R_4) \parallel R_2}{((R_3 + R_4) \parallel R_2) + R_1} \cdot I = \frac{15 \Omega}{15 \Omega + 10 \Omega} \cdot 0,5 \text{ A} = \underline{\underline{0,3 \text{ A}}}$$

$$I_a = \frac{R_1}{(R_3 + R_4) \parallel R_2 + R_1} I = 0,2 \text{ A}$$

Nochmal Stromteiler:

$$I_{2b} = \frac{R_3 + R_4}{R_2 + R_3 + R_4} \cdot I_a = \underline{\underline{0,1 \text{ A}}}$$

$$I_{3b} = I_a - I_{2b} = \underline{\underline{0,1 \text{ A}}}$$

Überlagerung:

$$I_1 = I_{1\alpha} + I_{1\beta} \quad \leadsto \quad I_1 = 0,06 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{2\alpha} + I_{2\beta} \quad \leadsto \quad I_2 = 0,02 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{3\alpha} + I_{3\beta} \quad \leadsto \quad I_3 = 0,42 \text{ A}$$

Weiterhin: $U_1 = R_1 \cdot I_1 \quad \leadsto \quad U_1 = 0,6 \text{ V}$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2 \quad \leadsto \quad U_2 = 0,6 \text{ V}$$

$$U_3 = R_3 \cdot I_3 \quad \leadsto \quad U_3 = 4,2 \text{ V}$$

$$U_4 = R_4 \cdot I_3 \quad \leadsto \quad U_4 = 8,4 \text{ V}$$

② Dirkt mit Knoten- und Maschenregeln

$$\text{MR: } U_0 = U_4 + U_3 - U_2 \quad (1)$$

$$U_2 - U_1 = 0 \quad (2)$$

$$\text{KR: } I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (3)$$

$$\text{aus (1): } U_0 = I_3 (R_4 + R_3) - R_2 \cdot I_2 \quad (4)$$

$$\text{aus (2) und (3): } I = U_2 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) + I_3 = I_2 \frac{R_1 + R_2}{R_1} + I_3$$

$$\text{auflösen } U_0 = \left(I - \frac{R_1 + R_2}{R_1} I_2 \right) (R_4 + R_3) - R_2 \cdot I_2$$

$$\leadsto I_2 \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_1 R_2}{R_1} = I (R_3 + R_4) - U_0$$

$$\leadsto I_2 = \frac{R_1}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} (I (R_3 + R_4) - U_0)$$

$$\leadsto I_2 = 0,02 \text{ A}$$

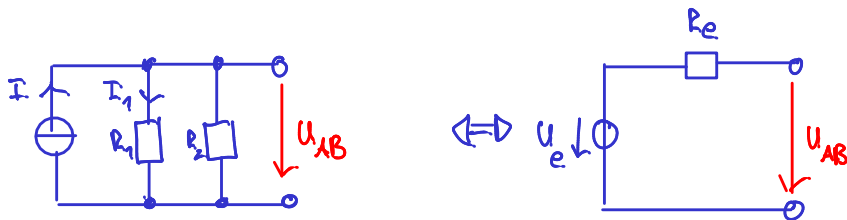
$$\text{im (4)} \quad I_3 = (U_0 + R_2 I_2) \frac{1}{R_4 + R_3} \leadsto I_3 = 0,42 \text{ A}$$

$$\text{im (3)} \quad I_1 = I - I_3 - I_2 \leadsto I_1 = 0,06 \text{ A}$$

Spannungen wie oben

③ Ersatzspannungsquelle

Leerlauf AB:



$$U_{AB} = U_1 = I_1 \cdot R_1$$

$$U_{AB} = U_e$$

$$U_{AB} = R_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$\text{Gleichsetzen: } U_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \leadsto U_e = 3,75 \text{ V}$$

Stromkurzschluss AB



$$I_2 \approx I$$

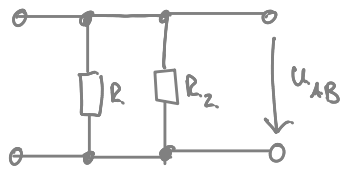
Gleichsetzen

$$R_e \approx \frac{u_e}{I}$$

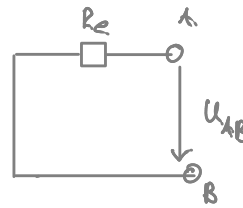
$$I_2 \approx \frac{u_e}{R_e}$$

$$\leadsto R_e = 7,5 \Omega$$

R_e direkt bestimmen:

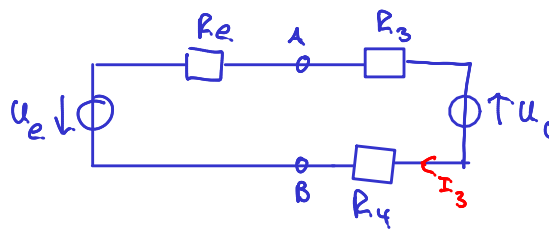


$\Leftrightarrow$



$$\leadsto R_e = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 7,5 \Omega$$

Schaltung:



④ Dies geht am einfachsten mit Teil ③

MR:

$$u_e - (R_e + R_3 + R_4) I_3 + u_0 = 0$$

$$I_3 \stackrel{!}{=} 0$$

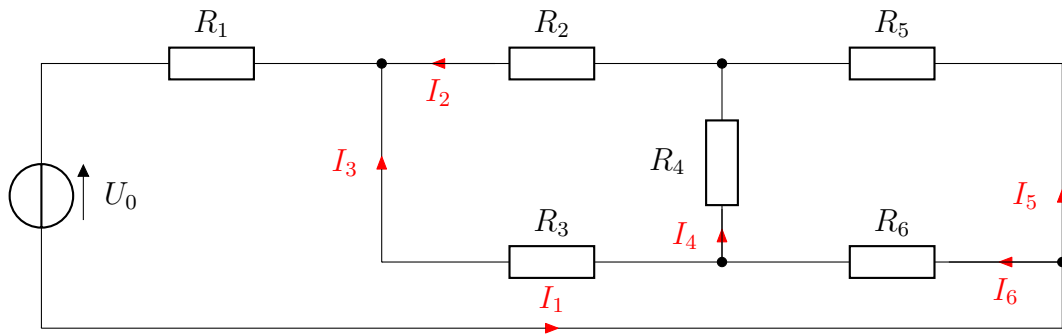
$\leadsto$

$$u_0 = -u_e = -3,75V$$

Aufgabe 6: *Schwierigere Schaltung*

Achtung: Dies ist eine rechenintensive Aufgabe

Gegeben ist die untenstehende Schaltung mit $U_0 = 60\text{ V}$, $R_1 = 55\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$, $R_4 = 40\ \Omega$, $R_5 = 50\ \Omega$ und $R_6 = 60\ \Omega$.



- 6.1** Bestimmen Sie alle eingezeichneten Ströme (Achtung: Es kann hier nicht auf einfache Weise ein Ersatzwiderstand bestimmt werden).

($I_1 = 0.636\text{ A}$, $I_2 = 0.369\text{ A}$, $I_3 = 0.267\text{ A}$, $I_4 = 0.016\text{ A}$, $I_5 = 0.353\text{ A}$, $I_6 = 0.283\text{ A}$)

- 6.2** Bestimmen Sie den Ersatzwiderstand bestehend aus den Widerständen R_2, R_3, R_4, R_5 und R_6 .

($R_e = 39.3\ \Omega$)

Lösung

- ① Es muß hier mit KR und MR gearbeitet werden.
Es gibt hier 3 unabhängige KR und 3 unabhängige MR.

$$\text{KR: } I_1 = I_5 + I_6 \quad (1)$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (2)$$

$$I_2 = I_4 + I_5 \quad (3)$$

$$\text{MR: } U_0 = R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_6 I_6 \quad (4)$$

$$R_4 I_4 = R_3 I_3 - R_2 I_2 \quad (5)$$

$$R_4 I_4 = R_5 I_5 - R_6 I_6 \quad (6)$$

(Dies sind 6 Gleichungen für 6 Unbekannte.)

$$\text{Eliminiere } I_4: \text{ aus (3): } \boxed{I_4 = I_2 - I_5} \quad (3')$$

in (5) und (6):

$$(R_4 + R_2) I_2 - R_4 I_5 = R_3 I_3 \quad (5')$$

$$R_4 I_2 = (R_4 + R_5) I_5 - R_6 I_6 \quad (6')$$

Eliminiere I_1 : (2) in (4)

$$U_0 = R_1 I_2 + (R_1 + R_3) I_3 + R_6 I_6 \quad (4')$$

$$(2) - (1) \quad I_2 + I_3 = I_5 + I_6 \quad (2')$$

$$\text{Eliminiere } I_5: \text{ aus (2')} \quad \boxed{I_5 = I_2 + I_3 - I_6} \quad (2'')$$

in (5') und (6')

$$R_2 I_2 + R_4 I_6 = (R_3 + R_4) I_3 \quad (5'')$$

$$0 = R_5 I_2 + (R_4 + R_5) I_3 - (R_4 + R_5 + R_6) I_6 \quad (6'')$$

Eliminiere I_2 : aus (5'')

$$I_2 = \frac{R_3 + R_4}{R_2} I_3 - \frac{R_4}{R_2} I_6 \quad (5''')$$

in (6'') und (4')

$$0 = \frac{R_5(R_3 + R_4) + R_2(R_4 + R_5)}{R_2} I_3 - \frac{R_4 R_5 + R_2(R_4 + R_5 + R_6)}{R_2} I_6 \quad (6''')$$

$$R_2 U_0 = (R_1(R_3 + R_4) + R_2(R_1 + R_3)) I_3 - (R_1 R_4 - R_2 R_6) I_6 \quad (4''')$$

Eliminiere I_6 aus (6'''):

$$I_6 = \frac{R_5(R_3 + R_4) + R_2(R_4 + R_5)}{R_4 R_5 + R_2(R_4 + R_5 + R_6)} I_3$$

in (4''')

$$I_3 = \frac{(R_4 R_5 + R_2(R_4 + R_5 + R_6)) \cdot R_2 \cdot U_0}{(R_1(R_3 + R_4) + R_2(R_1 + R_3)) \cdot (R_4 R_5 + R_2(R_4 + R_5 + R_6)) - (R_1 R_4 - R_2 R_6)(R_5(R_3 + R_4) + R_2(R_4 + R_5))}$$

Mit Zahlen:

$$I_3 = 0,2673 \text{ A}$$

$\rightarrow$

$$I_6 = 0,2883 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,3688 \text{ A}$$

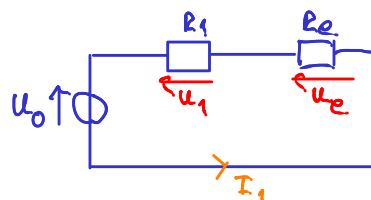
$$I_5 = 0,3528 \text{ A}$$

$$I_1 = 0,0361 \text{ A}$$

$$I_4 = 0,016 \text{ A}$$

② Spannteilregel mit R_E

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_E} U_0$$



$$\rightarrow R_E = \frac{U_0}{U_1} R_1 - R_1 = R_1 \left(\frac{U_0}{U_1} - 1 \right) \rightarrow R_E = 33,33 \Omega$$