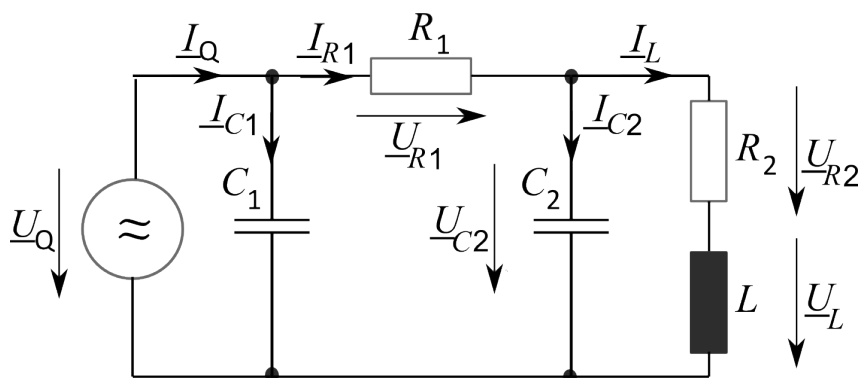


Aufgabe 11: Zeigerdiagramm

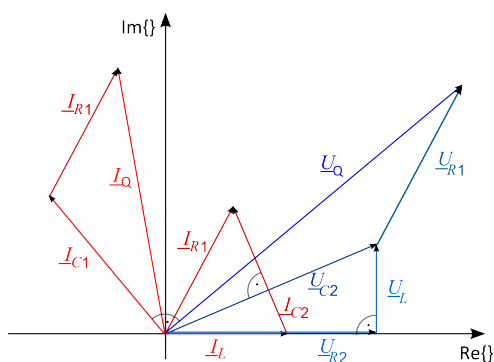
Gegeben ist die untenstehende Schaltung:



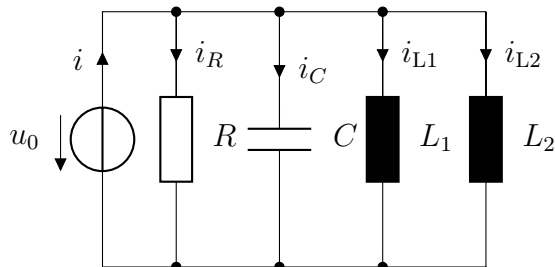
Zeichnen Sie qualitativ das Zeigerdiagramm für sämtliche Ströme und Spannungen. Beginnen Sie mit dem Strom $\underline{I}_L$ und legen Sie diesen auf die reelle Achse.

Lösung

1. $\underline{I}_L$ auf reelle Achse
2. $\underline{U}_{R2}$ parallel $\underline{I}_L$
3. $\underline{U}_L \perp$ zu $\underline{I}_L$, voreilend
4. $\underline{U}_{C2} = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_L$
5. $\underline{I}_{C2} \perp$ zu $\underline{U}_{C2}$, voreilend
6. $\underline{I}_{R1} = \underline{I}_L + \underline{I}_{C2}$
7. $\underline{U}_{R1}$ parallel $\underline{I}_{R1}$
8. $\underline{U}_{C1} = \underline{U}_Q = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{C2}$
9. $\underline{I}_{C1} \perp$ zu $\underline{U}_{C1}$, voreilend
10. $\underline{I}_Q = \underline{I}_{C1} + \underline{I}_{R1}$



Aufgabe 12: Zeigerdiagramm / Wechselstrom



12.1 Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für die Effektivwerte der nebenstehende Parallelschaltung. Dabei sei $u_0(t)$ eine sinusförmige Wechselspannung $u_0(t) = \hat{u}_0 \cdot \sin(\omega t)$, $U_0 = \hat{u}_0/\sqrt{2}$, $\omega = 2\pi f$. Verwenden Sie bei der Zeichnung die Maßstäbe:

10 V = 1 cm, 1 A = 20 cm.

Zahlenwerte: $\hat{u}_0 = 100 \cdot \sqrt{2}$ V; $f = 50$ Hz; $R = 1$ k Ω ; $C = 2$ μ F, $L_1 = 2$ H, $L_2 = 5.066$ H

12.2 Welchen Betrag hat der Strom I (Effektivwert)?

($I = 0.188$ A)

12.3 Welchen Phasenwinkel hat er gegenüber der Spannung U_0 ?

($\varphi = 57.8^\circ$)

12.4 Was ändert sich, wenn nun L_1 entfernt wird (bzw. für $L_1 \rightarrow \infty$)? Geben Sie die Blindwiderstände der verbleibenden Bauteile an. Wie nennt man diesen Fall?

($X_C = X_{L_2} = 1592 \Omega$, Resonanzfall)

12.5 Welche Wirk-, Blind- und Scheinleistung werden in den Fällen **3** und **4** von der Spannungsquelle geliefert?

($P = 10$ W , $Q = 15.8$ var , $S = 18.6$ VA)

Lösung

① Zeigerdiagramm

Es gelten die Beziehungen:

$$\hat{u}_0 = U_0 \sqrt{2}$$

$$\hat{i} = I \cdot \sqrt{2}$$

gezeichnet werden die Effektivwerte zeichnen !!!

Zahlen: $\hat{u}_0 = 100 \sqrt{2} \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 1000 \Omega$, $C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$



$$L_1 = 2 \text{ H}, L_2 = 5,066 \text{ H}$$

$$U_0 = 100 \text{ V}$$

Maschenregel liefert für Zeiger:

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_R = \underline{U}_C = \underline{U}_{L_1} = \underline{U}_{L_2}$$

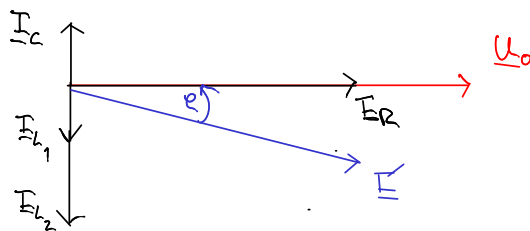
liefert für Amplituden der Effektivwerte der Ströme

$$I_R = \frac{U_0}{R} = \underline{0,1 \text{ A}}$$

$$I_C = \omega \cdot C \cdot U_0 = \underline{0,0628 \text{ A}}$$

$$I_{L_1} = \frac{1}{\omega L_1} \cdot U_0 = \underline{0,158 \text{ A}}$$

$$I_{L_2} = \underline{0,0628 \text{ A}}$$



I_{C_1} und I_{L_2} kompensieren sich gegenseitig

Phase ist positiv

② Berechnung von I:

aus Zeigerdiagramm:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_{L_2} + I_{L_1} - I_C)^2} = \underline{0,198 \text{ A}}$$

③ Phase:

Es gilt $\tan \varphi = \frac{I_{L_2} + I_{L_1} - I_C}{I_R} \rightarrow \underline{\underline{\varphi = 57,8^\circ}}$

④

Änderung L_1

$L_1 \rightarrow \infty$: d.h. aus $I_{L_1} = \frac{1}{\omega L_1} \cdot U_0 \rightarrow I_{L_1} = 0$ (Platzhaken)

Blindwiderstände $X_{L_2} = \omega \cdot L_2 = 1582 \, \Omega$
 $X_C = \frac{1}{\omega C} = 1582 \, \Omega$

$X_C = X_{L_2}$

dies ist der Resonanzfall, weil es folgt

$$I_C = I_{L_2} \rightarrow \omega C = \frac{1}{\omega L} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

also Phase von 180°

d.h. $I = I_R = 0,1 \text{ A}$ und $\varphi = 0^\circ$

$L_1 \rightarrow 0$: $X_{L_1} = 0 \rightarrow$ Kurzschluss bei L_1
 (gesamter Strom fließt über Zweig bei L_1)

⑤

Leistungen

mit L_1 : Wirkleistung: $P = U_0 \cdot I \cdot \cos \varphi = 10 \text{ W}$

Blindleistung: $Q = U_0 \cdot I \cdot \sin \varphi = 15,8 \text{ var}$

Scheinleistung: $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 18,6 \text{ VA}$

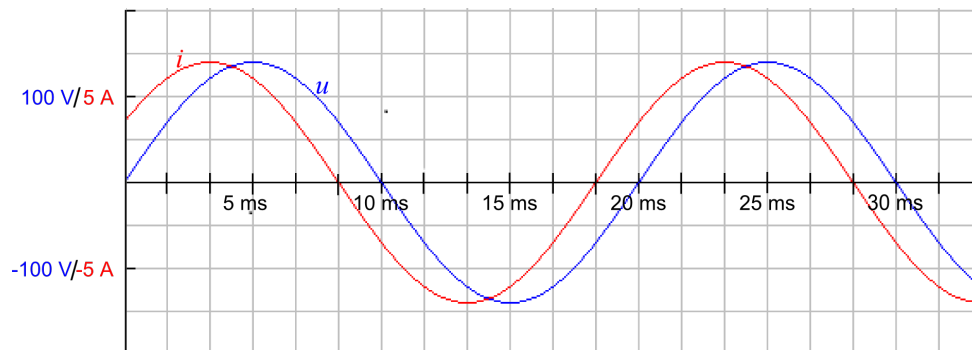
ohne L_1 : Wirkleistung: $P = U_0 \cdot I \cdot \cos 0 = 10 \text{ W}$

$Q = U_0 \cdot I \cdot \sin 0 = 0$

$S = P$

Aufgabe 13: Grundlagen Effektivwerte

Gegeben ist folgender Spannungs- bzw. Stromverlauf, der über einer Schaltung gemessen wurde:



- 13.1** Bestimmen Sie die Effektivwerte von Strom und Spannung, die Frequenz und die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom.
- 13.2** Finden Sie für die unbekannte Schaltung ein Ersatzschaltbild aus zwei in Reihe geschalteten Bauelementen. Berechnen Sie die Bauelemente mit Hilfe der komplexen Rechnung.
- 13.3** Finden Sie für die unbekannte Schaltung ein Ersatzschaltbild aus zwei parallel geschalteten Bauelementen. Berechnen Sie die Bauelemente mit Hilfe der komplexen Rechnung.

Lösung

13.1 abgelesen:

$$\begin{aligned}\hat{u} &= 1.4 \cdot 100 \text{ V} = 140 \text{ V} \\ \hat{i} &= 1.4 \cdot 5 \text{ A} = 7 \text{ A} \\ T &= 20 \text{ ms} \\ t_{ui} &= -\frac{1}{3} \cdot 5 \text{ ms}\end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$U_{\text{eff}} = U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{140 \text{ V}}{\sqrt{2}} \approx 100 \text{ V}$$

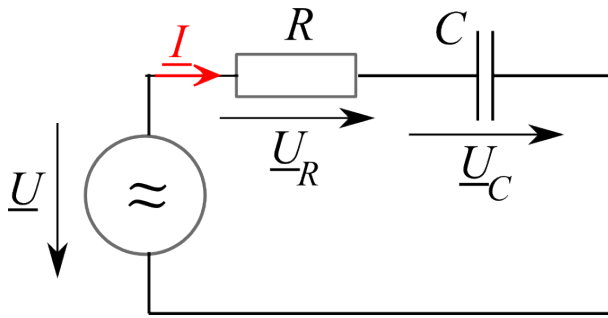
$$I_{\text{eff}} = I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = \frac{7 \text{ A}}{\sqrt{2}} \approx 5 \text{ A}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \text{ ms}} = 50 \text{ Hz}$$

$$\varphi_{ui} = \omega t_{ui} = \frac{2\pi}{T} \cdot t_{ui} = 2\pi \cdot \frac{-1}{3} \cdot \frac{5 \text{ ms}}{20 \text{ ms}} = -\frac{\pi}{6} = -30^\circ$$

$\Rightarrow$ Strom eilt der Spannung um 30° voraus $\Rightarrow$ kapazitiv

13.2



$$\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{U} = 100 \text{ V}$$

$$\underline{I} = 5 \text{ A } e^{j\frac{\pi}{6}} = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{3} + j\frac{1}{2} \right) \text{ A} = 2.5 \left(\sqrt{3} + j \right) \text{ A}$$

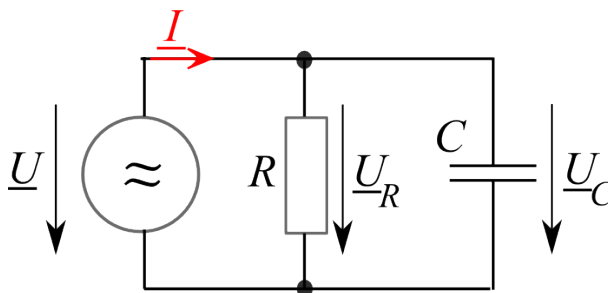
Zum Rechnen kann man die „Messzeit“ verschieben, so dass der Strom reell wird und die Spannung 30° hinter dem Strom herhinkt: $\underline{I} = 5 \text{ A}$; $\underline{U} = 100 \text{ V } e^{-j\frac{\pi}{6}} = 50(\sqrt{3} - j) \text{ V}$:

$$\Rightarrow \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{50}{5} (\sqrt{3} - j) \Omega = (10\sqrt{3} - j10) \Omega = R - jX_C$$

$$R = 10\sqrt{3} \Omega = 17.32 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 10 \Omega} = 318 \mu\text{F}$$

13.3



$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{2.5 \text{ A}}{100 \text{ V}} (\sqrt{3} + j) = \left(\frac{5}{200}\sqrt{3} + j\frac{5}{200} \right) \frac{1}{\Omega}$$

$$\Rightarrow R = \frac{200}{5\sqrt{3}} \Omega = 23.094 \Omega$$

$$2\pi f C = \frac{5}{200} \Omega \Rightarrow C = \frac{5 \Omega}{200 \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ Hz}} = 79.577 \mu\text{F}$$