

Aufgabe 14: *Phasenwinkel*

Bestimmen Sie jeweils den Phasenwinkel zwischen $\underline{U}$ und $\underline{I}$ an einem Bauteil mit Impedanz $\underline{Z}$ (es gilt also $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$) und geben Sie an ob es sich um ein „induktives“ oder „kapazitives“ Bauteil handelt.

14.1 $\underline{I} = 3 \text{ A}$, $\underline{Z} = (2 + j) \Omega$
($\underline{U} = (6 + 3j) \text{ V}$, $\Delta\varphi = 26.6^\circ$)

14.4 $\underline{U} = (40 - 3j) \text{ V}$, $\underline{Z} = (4 - 3j) \Omega$
($\underline{I} = (6.76 + 4.32j) \text{ A}$, $\Delta\varphi = -38.9^\circ$)

14.2 $\underline{U} = 10 \text{ V}$, $\underline{Z} = (2 + j) \Omega$
($\underline{I} = (4 - 2j) \text{ A}$, $\Delta\varphi = 26.6^\circ$)

14.5 $\underline{U} = (30 + 40j) \text{ V}$, $\underline{Z} = (100 - 60j) \Omega$
($\underline{I} = (0.044 + 0.426j) \text{ A}$, $\Delta\varphi = -31^\circ$)

14.3 $\underline{I} = (3 + 4j) \text{ A}$, $\underline{Z} = (4 - 3j) \Omega$
($\underline{U} = (24 + 7j) \text{ V}$, $\Delta\varphi = -38.9^\circ$)

14.6 $\underline{U} = (30 + 40j) \text{ V}$, $\underline{Z} = (90 + 60j) \Omega$
($\underline{I} = (0.436 + 0.154j) \text{ A}$, $\Delta\varphi = 33.7^\circ$)

Lösung

Ergebnis ist der Phasendifferenzwinkel φ zw. $\underline{u}$ und $\underline{I}$, Es gilt

$$\underline{u} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$u \cdot e^{j\varphi_u} = Z \cdot e^{j\varphi_Z} \cdot I \cdot e^{j\varphi_I}$$

$$u \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_I - \varphi_Z)} = Z \cdot I$$

also $\varphi = \varphi_Z = \varphi_u - \varphi_I$

① $\underline{u} = (2+j)\Omega \cdot 3A = \underline{(6+3j)V}$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_I = \arctan \frac{1}{2} = \underline{26,6^\circ} \quad u \text{ vor } I$$

② $\underline{I} = \frac{\underline{u}}{\underline{Z}} = \frac{10}{2+j}\Omega = \frac{10}{5} \cdot (2-j)A = \underline{(4-2j)A}$ $\nearrow$ induktiv

$$\varphi = \varphi_Z = \arctan \frac{1}{2} = \underline{26,6^\circ} > 0 \quad \text{induktiv}$$

③ $\underline{u} = (4-3j)\Omega \cdot (3+4j)A = \underline{(24+7j)V}$

$$\varphi = \varphi_Z = \arctan \frac{-3}{4} = \underline{-38,9^\circ} \quad \text{kapazitiv}$$

④ $\underline{I} = \frac{(40-3j)V}{(4-3j)\Omega} = \frac{40-3j}{25} (4+3j)V = \left(\frac{160}{25} + \frac{108}{25}j\right)V$
 $= \underline{(6,76 + j4,32)A}$

$$\varphi = \arctan \frac{-3}{4} = \underline{-38,9^\circ} \quad \text{kapazitiv}$$

⑤ $\underline{I} = \frac{10(3+4j)V}{10 \cdot 2(5-3j)\Omega} = \frac{3+4j}{2 \cdot 34} (5+3j)A = \left(\frac{3}{68} + \frac{25}{68}j\right)A$
 $= \underline{(0,044 + j0,426)A}$

$$\varphi = \arctan \frac{3}{5} = \underline{30,96^\circ} \quad \text{kapazitiv}$$

⑥ $\underline{I} = \frac{\underline{u}}{\underline{Z}} = \frac{10(3+4j)V}{10 \cdot 3 \cdot (3+2j)\Omega} = \frac{3+4j}{3 \cdot 13} (3-2j)A = \left(\frac{17}{39} + \frac{6}{39}j\right)A$
 $= \underline{(0,436 + j0,154)A}$

$$\varphi = \arctan \frac{2}{3} = \underline{33,7^\circ} \quad \text{induktiv}$$

Aufgabe 15: *Komplexe Rechnung*

Lösen Sie die Aufgabenteile **2**, **3** und **5** aus Beispiel [12](#) mit komplexer Rechnungen.

Lösung

Es gilt $\underline{U} = \underbrace{U_0}_{100V} \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi_u}$ $\underline{I} = \underline{I} \cdot e^{j\omega t} e^{j\varphi_I}$
das lassen wir weg

zu ② Parallelschaltung liefert

$$\underline{U} = \underline{U}_R = \underline{U}_C = \underline{U}_{L_1} = \underline{U}_{L_2}$$

also:

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R} = \underbrace{\frac{1}{R}}_{I_R} U_0 e^{j\varphi_u}$$

mit für Amplitude $I_R = \underline{0,1 A}$ $\varphi_{I_R} = \varphi_u$

$$\frac{\underline{U}_C}{\underline{I}_C} = -j \frac{1}{\omega C} \rightarrow \underline{I}_C = j\omega C \underline{U}_C = \omega C \cdot U_0 \cdot e^{j(\varphi_u + 90^\circ)}$$

$$\rightarrow I_C = \omega C \cdot U_0 = \underline{0,0628 A} \quad \varphi_{I_C} = \varphi_u + 90^\circ$$

$$\frac{\underline{U}_L}{\underline{I}_L} = j\omega L \rightarrow \underline{I}_L = -j \frac{1}{\omega L} \underline{U}_L = \frac{U_0}{\omega L} \cdot e^{j(\varphi_u - 90^\circ)}$$

$$\rightarrow I_L = \frac{1}{\omega L} U_0 \quad \text{mit} \quad \varphi_{I_L} = \varphi_u - 90^\circ$$

$$I_{L_1} = \underline{0,153 A} \quad I_{L_2} = \underline{0,0628 A}$$

also

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_R + \underline{I}_C + \underline{I}_{L_1} + \underline{I}_{L_2} \\ &= \left(\underline{I}_R + \underline{I}_C e^{j90^\circ} + (\underline{I}_{L_1} + \underline{I}_{L_2}) e^{-j90^\circ} \right) e^{j\varphi_u} \end{aligned}$$

$$\underline{I} = \underbrace{(0,1 - j 0,153)}_{\sqrt{0,1^2 + 0,153^2}} A \cdot e^{j\varphi_u}$$

$$\sqrt{0,1^2 + 0,153^2} e^{j\varphi}$$

$$\text{mit } \varphi = \arctan \frac{-0,153}{0,1} = -57,8^\circ$$

$$\underline{I} = 0,187 A \cdot e^{j(\varphi_u - 57,8^\circ)}$$

③ direkt ablesen

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_I = 57,8^\circ \quad \text{also Spannung vor Strom phasenverschoben}$$

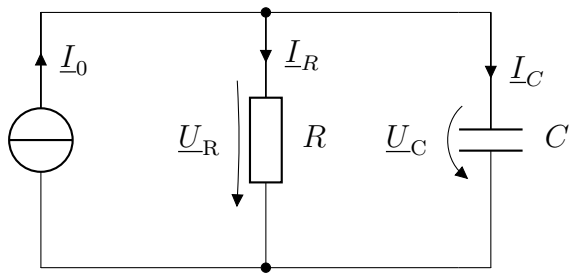
⑤ Es gilt $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$

$$\leadsto S = U \cdot I \cdot e^{i(\varphi_u - \varphi_i)}$$

$$\underline{S} = 18,7 \cdot e^{j 57,8^\circ} = 18,7 (\cos 57,8^\circ + j \sin 57,8^\circ)$$

$$\text{also } \underline{S} = \underbrace{(10)}_P + j \cdot \underbrace{15,9}_Q \text{ W}$$

Aufgabe 16: RC -Schaltung



Eine Stromquelle mit dem konstanten, eingeprägten Wechselstrom $\underline{I}_0$ mit Kreisfrequenz ω ist an die Parallelschaltung von R und C angeschlossen.

16.1 Berechnen Sie die Ströme $\underline{I}_C$ und $\underline{I}_R$ sowie die Spannung an der Stromquelle mit der komplexen Wechselstromrechnung allgemein.

16.2 Bestimmen Sie diese Größen für die Werte $\underline{I}_0 = 1 \text{ A}$, $f = 400 \text{ Hz}$, $R = 2.5 \Omega$ und $C = 400 \mu\text{F}$ ($\underline{I}_R = (0.137 - j0.343) \text{ A}$, $\underline{I}_C = (0.86 + j0.34) \text{ A}$, $\underline{U}_S = (0.343 - j0.858) \text{ V}$)

16.3 Bestimmen Sie den Betrag und die Phase dieser Größen.

($|\underline{I}_R| = 0.37 \text{ A}$, $\varphi_R = -68.3^\circ$, $|\underline{I}_C| = 0.93 \text{ A}$, $\varphi_C = 21.7^\circ$, $|\underline{U}_S| = 0.924 \text{ V}$, $\varphi_S = -68.3^\circ$)

16.4 Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm für $\underline{I}_0$, $\underline{I}_C$, $\underline{I}_R$ und $\underline{U}_C$.

Lösung

① $\underline{I}_0$ ist gegeben

Stromteilerregel:

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C} \cdot \underline{I}_0 = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R - j\frac{1}{\omega C}} \underline{I}_0 = \frac{1}{1 + j\omega RC} \underline{I}_0$$

3. Lastenregel

$$\underline{I}_C = \underline{I}_0 - \underline{I}_R = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \underline{I}_0$$

Man teste dies durch Berechnung der Spannung

$$\underline{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{I}_C = \frac{R}{1 + j\omega RC} \underline{I}_0 \quad \text{und} \quad \underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_R = \frac{R}{1 + j\omega RC} \underline{I}_0$$

also $\underline{U}_C = \underline{U}_R$

Spannung Stromquelle

$$\underline{U}_{SQ} = \underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_R = \underline{\underline{\frac{R}{1 + j\omega RC} \cdot \underline{I}_0}}}$$

② $\underline{I}_0 = 1A$

$$\text{mit } \omega \cdot R \cdot C = 2\pi \cdot 400 \frac{1}{s} \cdot 2,5 \Omega \cdot 400 \cdot 10^{-6} F = 2,51$$

$$\rightarrow \underline{I}_R = \frac{1}{1 + j \cdot 2,51} \underline{I}_0 = \frac{1 - j \cdot 2,51}{1 + (2,51)^2} \cdot 1A = \underline{\underline{(0,137 - j 0,343) A}}$$

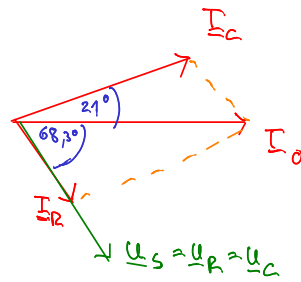
$$\underline{I}_C = \frac{j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2} (1 - j\omega RC) \cdot 1A = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} (\omega RC^2 + j\omega RC)$$
$$= \underline{\underline{(0,86 + j \cdot 0,34) A}}$$

$$\underline{U}_S = 2,5 \cdot \underline{I}_R = \underline{\underline{(0,343 - j 0,858) V}}$$

$$\begin{array}{ll} \textcircled{3} & |\underline{I}_R| = 0,37 A \quad \varphi_R = -68,3^\circ \\ & |\underline{I}_C| = 0,93 A \quad \varphi_C = 21,6^\circ \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{ll} \textcircled{3} & |\underline{I}_R| = 0,37 A \quad \varphi_R = -68,3^\circ \\ & |\underline{I}_C| = 0,93 A \quad \varphi_C = 21,6^\circ \end{array}} \right\} \varphi_R - \varphi_C \stackrel{!}{=} 90^\circ$$

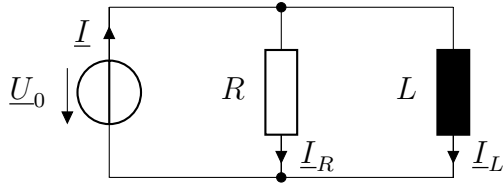
$$|\underline{U}_C| = 0,924V \quad \varphi_S = \varphi_R = -68,3^\circ$$

④ Zeigendiagramm



Aufgabe 17: RL -Schaltung

Gegeben ist die untenstehende Schaltung aus Widerstand und Induktivität, die von einer Wechselspannungsquelle $\underline{U}_0$ versorgt wird.



17.1 Berechnen Sie allgemein alle komplexen Ströme und ihre Beträge in Abhängigkeit der Spannung $\underline{U}_0$.

17.2 Geben Sie allgemein die Phasendifferenzen $\varphi_1 = \angle(\underline{U}_0, \underline{I})$, $\varphi_2 = \angle(\underline{U}_0, \underline{I}_R)$ und $\varphi_3 = \angle(\underline{U}_0, \underline{I}_L)$ an.

17.3 Geben Sie die Beträge der Ströme und die Phasendifferenzen für $\underline{U}_0 = 100 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 100 \Omega$ und $L = 100 \text{ mH}$ an

$$(|\underline{I}| = 3.34 \text{ A}, |\underline{I}_L| = 3.18 \text{ A}, |\underline{I}_R| = 1 \text{ A}, \varphi_1 = 72.56^\circ)$$

17.4 Skizzieren Sie qualitativ das Zeigerdiagramm für $\underline{U}_0$, $\underline{I}_L$, $\underline{I}_R$ und $\underline{I}$.

17.5 Berechnen Sie die komplexe Scheinleistung der Spannungsquelle. ($\underline{S} = (100 + 318j) \text{ VA}$)

Lösung

①

Ströme

Hier wurde alles explizit gerechnet. Dies ist für diese Schaltung nicht notwendig !!!!

Es gilt: $\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_0}{R} = \underline{\underline{\frac{1}{R} \underline{U}_0}}}$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_0}{j\omega L} = \underline{\underline{-j \frac{1}{\omega L} \underline{U}_0}}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L = \underline{\underline{\left(\frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L}\right) \underline{U}_0}}$$

→ Beträge:

$$|\underline{I}_R| = \sqrt{\underline{I}_R \underline{I}_R^*} = \frac{|\underline{U}_0|}{R}$$

$$|\underline{I}_L| = \frac{1}{\omega L} \cdot |\underline{U}_0|$$

$$|\underline{I}| = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega L^2}} \cdot |\underline{U}_0|$$

②

Phasendifferenzen

Hiermit meinen wir $\varphi = \varphi_u - \varphi_I$

also $\underline{\varphi}_1 = \varphi_u - \varphi_I$: aus $\underline{I} = \underbrace{\left(\frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L}\right)}_Y \cdot \underline{U}_0$

$$I \cdot e^{j\varphi_I} = Y \cdot e^{j\varphi_Y} \cdot U_0 e^{j\varphi_u}$$

$$\rightarrow \varphi_I - \varphi_Y - \varphi_u \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \varphi_1 = \varphi_u - \varphi_I = -\varphi_Y$$

und somit $\varphi_1 = -\arctan \frac{1}{\frac{\omega L}{R}} = \underline{\underline{\arctan \frac{R}{\omega L}}} > 0$

$\underline{\varphi}_2 = \varphi_u - \varphi_{I_R}$ aus $\underline{I} = \frac{\underline{U}_0}{R} \rightarrow I e^{j\varphi_I} = \frac{U_0}{R} e^{j\varphi_u}$

$$\rightarrow \varphi_2 = \varphi_u - \varphi_I = \underline{\underline{0}}$$

$\underline{\varphi}_3 = \varphi_u - \varphi_{I_L}$ aus $\underline{I} = -j \frac{1}{\omega L} \cdot \underline{U}_0$

$$\rightarrow I e^{j\varphi_I} = \frac{U_0}{\omega L} \cdot e^{-j90^\circ} e^{j\varphi_u} \rightarrow \varphi_I = -90^\circ + \varphi_u$$

also $\varphi_3 = \varphi_u - \varphi_I = \underline{\underline{90^\circ}}$

③ Zahlenwerte

$$\underline{U}_0 = 100V \cdot e^{j \cdot 0} \quad , \quad R = 100 \Omega \quad , \quad L = 0,1 H$$

$$\leadsto \underline{I}_R = \underline{1A}$$

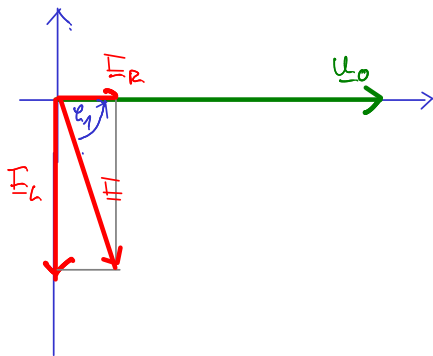
$$\underline{I}_L = \underline{-j \cdot 3,18 A}$$

$$\underline{I} = \underline{(1 - j \cdot 3,18) A}$$

$$|\underline{I}_R| = \underline{1A} \quad ; \quad |\underline{I}_L| = \underline{3,18A} \quad \quad |\underline{I}| = \underline{3,34A}$$

$$\varphi_1 = \underline{72,56^\circ} \quad \quad \varphi_2 = \underline{0} \quad \quad \varphi_3 = \underline{90^\circ}$$

④ Zeigendiagramm



⑤ Leistung

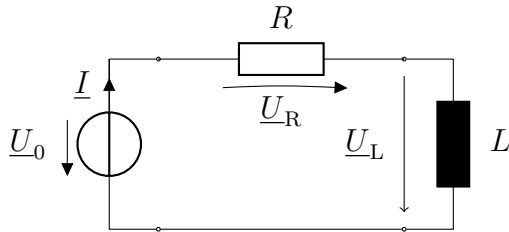
$$\underline{S} = \underline{U}_0 \cdot \underline{I}^* = |U_0|^2 \left(\frac{1}{R} + j \frac{1}{\omega L} \right)$$

also mit Zahlenwerten

$$\underline{S} = \underline{(100 + j 318) VA} \quad \quad (Q = 318 \text{ var} > 0 \text{ d.h. induktiv})$$

Aufgabe 18: RL -Schaltung

Gegeben ist die untenstehende Schaltung aus Widerstand und Induktivität, die von einer Wechselspannungsquelle $\underline{U}_0$ versorgt wird.



18.1 Berechnen Sie allgemein den Strom $\underline{I}$, die komplexe Spannung $\underline{U}_L$ und ihre Beträge.

18.2 Bestimmen Sie allgemein die Phasendifferenzen $\varphi_1 = \angle(\underline{U}_0, \underline{I})$ und $\varphi_2 = \angle(\underline{U}_0, \underline{U}_L)$.

18.3 Geben Sie die Beträge und die Phasendifferenzen für $\underline{U}_0 = 100 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R = 10 \Omega$ und $L = 10 \text{ mH}$ an

$$(|\underline{I}| = 9.5 \text{ A} , \quad |\underline{U}_L| = 30 \text{ V} , \quad \varphi_1 = 17.4^\circ , \quad \varphi_2 = -72.6^\circ)$$

18.4 Skizzieren Sie qualitativ das Zeigerdiagramm für $\underline{U}_0$, $\underline{U}_L$, $\underline{U}_R$ und $\underline{I}$.

18.5 Berechnen Sie die komplexe Scheinleistung der Spannungsquelle und der Spule.

$$(\underline{S} = (910 + 290j) \text{ VA} , \quad \underline{S}_L = 290j \text{ VA})$$

Lösung

① Reihenschaltung

Ersatzimpedanz: $\underline{Z} = R + j\omega L$

$$\rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_0}{R + j\omega L} = \frac{\underline{U}_0}{R^2 + \omega^2 L^2} (R - j\omega L)$$

$$\begin{aligned} \text{Somit } \underline{U}_L &= \underline{Z}_L \cdot \underline{I} = j\omega L \cdot \frac{\underline{U}_0}{R^2 + \omega^2 L^2} (R - j\omega L) \\ &= \frac{\underline{U}_0}{R^2 + \omega^2 L^2} \omega L \cdot (\omega L + jR) \end{aligned}$$

Beträge:

$$|\underline{I}| = \sqrt{\underline{I} \cdot \underline{I}^*} = \frac{|\underline{U}_0|}{R^2 + \omega^2 L^2} \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{|\underline{U}_0|}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$|\underline{U}_L| = \frac{|\underline{U}_0|}{R^2 + \omega^2 L^2} \cdot \omega L \cdot \sqrt{\omega^2 L^2 + R^2} = \frac{|\underline{U}_0| \cdot \omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

② Phasendifferenzen

Berechne: $\varphi = \varphi_u - \varphi_I$

$$\text{also } \underline{I}_1 = \underline{U}_0 - \underline{U}_I: \quad \text{aus } \underline{I} = \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \cdot \underline{U}_0$$

$$\rightarrow \underline{I} e^{j\varphi_I} = \underbrace{\varphi}_{\varphi} \cdot e^{j\varphi_\varphi} \cdot U_0 e^{j\varphi_u} \rightarrow \varphi_I - \varphi_\varphi - \varphi_u = 0$$

$$\text{also } \varphi_1 = \varphi_u - \varphi_I = -\varphi_\varphi = -\arctan \frac{-\omega L}{R} = \underline{\underline{\arctan \frac{\omega L}{R}}}$$

$$\text{für } \underline{U}_2 = \underline{U}_0 - \underline{U}_L \quad \text{aus } \underline{U}_L = \underbrace{\frac{\omega L (\omega L + jR)}{R^2 + \omega^2 L^2}}_{\varphi} \underline{U}_0$$

$$\rightarrow U_L \cdot e^{j\varphi_L} = \varphi e^{j\varphi_\varphi} \cdot U_0 e^{j\varphi_{U_0}} \rightarrow \varphi_L - \varphi_\varphi - \varphi_{U_0} = 0$$

$$\text{also } \varphi_2 = -\varphi_\varphi = -\arctan \frac{R}{\omega L} = \underline{\underline{-\arctan \frac{R}{\omega L}}}$$

③ Mit Zahlen:

$$\underline{u}_0 = 100 e^{j0} \text{ V} \rightarrow |\underline{u}_0| = 100 \text{ V}$$

$$R = 10 \, \Omega \quad L = 10 \text{ mH} \quad f = 50 \text{ Hz} \rightarrow \omega = 314 \text{ Hz}$$

$$\text{eriset: } \underline{I} = (3,1 - 2,9j) \text{ A} \cdot e^{j\omega t} \quad \underline{u}_L = (3 + 28,6j) \text{ V} \cdot e^{j\omega t}$$

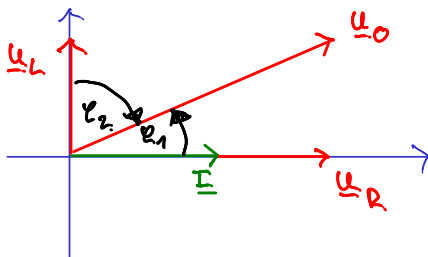
$$\underline{|\underline{I}|} = 3,5 \text{ A}$$

$$\underline{|\underline{u}_L|} = 30 \text{ V}$$

$$\underline{\varphi_1} = 17,4^\circ$$

$$\underline{\varphi_2} = -72,6^\circ$$

④ Zeigendiagramm



Winkel zwischen $\underline{I}$ und $\underline{u}_L$ ist 90°

⑤ Scheinleistung

$$\underline{S} = \underline{u}_0 \cdot \underline{I}^* = (310 + 290j) \text{ VA}$$

$$\underline{S}_L = \underline{u}_L \cdot \underline{I}^* = 290j \text{ VA}$$

Aufgabe 19: *RLC-Schaltung*

Für nebenstehender Schaltung sind die folgenden

Daten gegeben:

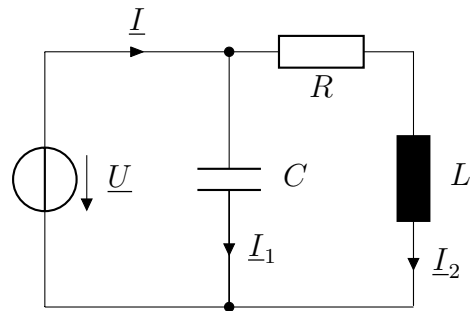
$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$\underline{U} = j \cdot 100 \text{ V}$$

$$C = 20 \mu\text{F}$$

$$R = 50 \Omega$$

$$L = 200 \text{ mH}$$



19.1 Bestimmen Sie die Ersatzimpedanz $\underline{Z}_2$ von R und L . Bestimmen Sie die Admittanz $\underline{Y}$ von C , R und L .
($\underline{Z}_2 = (50 + j \cdot 62.8) \Omega$, $\underline{Y} = (0.0078 + j \cdot 0.0035) \Omega^{-1}$)

19.2 Berechnen Sie alle Ströme ($\underline{I}$, $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$).

$$(\underline{I} = (0.346 + j \cdot 0.776) \text{ A} \quad \underline{I}_1 = -0.628 \text{ A} \quad , \quad \underline{I}_2 = (0.9745 + j \cdot 0.776) \text{ A})$$

19.3 Skizzieren Sie qualitativ das Zeigerdiagramm für alle Spannungen und Ströme (beginnen Sie mit $\underline{U}$).

19.4 Berechnen Sie die komplexe Scheinleistung der Quelle. ($\underline{S} = (77.5 + j \cdot 34.6) \text{ VA}$)

Lösung

① Ersatzimpedanz:

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L = 50 \Omega + j 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,2 \text{ H} = \underline{\underline{50 \Omega + j 62,8 \Omega}}$$

Admittanz

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} (\omega L + jR) \\ &= \frac{1}{R^2 + \omega^2 L^2} (R + j(\omega C R^2 + \omega^3 L C - \omega L)) = \underline{\underline{(0,0078 + j 0,0035) \text{ S}^{-1}}} \end{aligned}$$

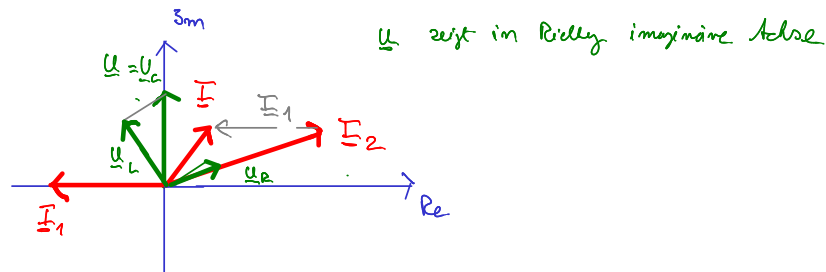
② Ströme:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{j \cdot 100 \text{ V}}{\frac{1}{j\omega C}} = \underline{\underline{-0,628 \text{ A}}}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \underline{\underline{(0,3745 + j 0,776) \text{ A}}}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{\underline{(0,346 + j 0,776) \text{ A}}}$$

③ Zeigerdiagramm



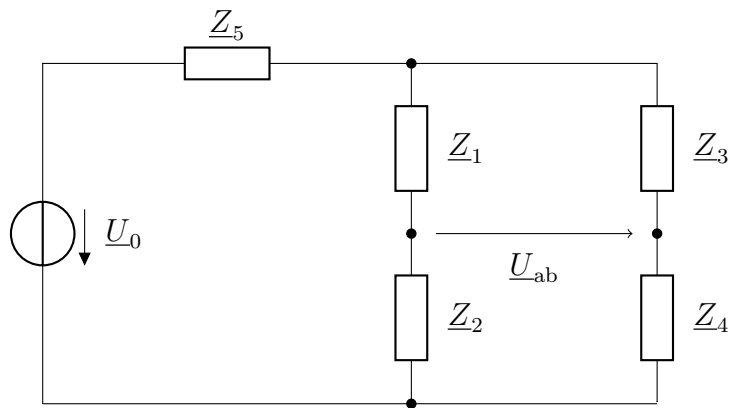
④ komplexe Scheinleistung

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = \underline{\underline{(77,5 + j 34,6) \text{ VA}}}$$

$$(Q = 34,6 \text{ var} > 0 \text{ also induktiv})$$

Aufgabe 20: Zeigerdiagramme / Thaleskreis

Gegeben ist die untenstehende Schaltung



mit $\underline{Z}_1 = R_1$, $\underline{Z}_2 = -j\frac{1}{\omega C}$, $\underline{Z}_3 = j\omega L$ und $\underline{Z}_4 = R_2$.

20.1 Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für alle Spannungen, wenn $\underline{Z}_5 = 0$ gilt

20.2 Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für alle Spannungen und Ströme, wenn $\underline{Z}_5 = R$ gilt.

20.3 Wie „liegen“ die Spannungen $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$, $\underline{U}_3$ und $\underline{U}_4$ im Zeigerdiagramm, wenn $U_{ab} = 0$ ist?

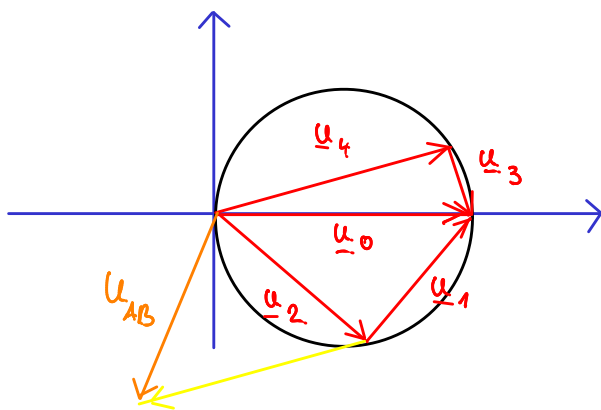
① über Thaleskreis

Dies funktioniert, da Phasenverschieben der Spannungen zwischen $\underline{z}_1$ und $\underline{z}_2$ (bzw. $\underline{z}_3$ und $\underline{z}_4$) jeweils 90° ist

$$\text{MR: } \underline{u}_0 = \underline{u}_1 + \underline{u}_2 \quad \text{bzw.} \quad \underline{u}_0 = \underline{u}_3 + \underline{u}_4$$

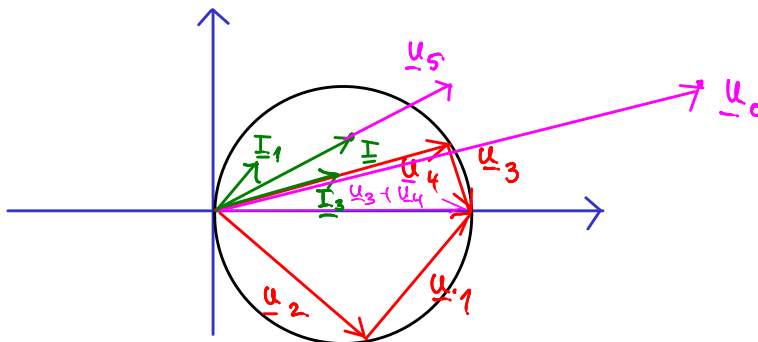
$$\text{Wegen } \underline{z}_1 = R \text{ und } \underline{z}_2 = -j \frac{1}{\omega L} \text{ ist } \underline{u}_1 \perp \underline{u}_2$$

$$(\text{analog für } \underline{u}_3 \perp \underline{u}_4)$$



$$\text{MR: } \underline{u}_{AB} = \underline{u}_2 - \underline{u}_4$$

② Wie oben mit MR für $\underline{z}_1$ bis $\underline{z}_4$



③ Im Zeigendiagramm mit Thaleskreis muss dies ein Rechteck sein

