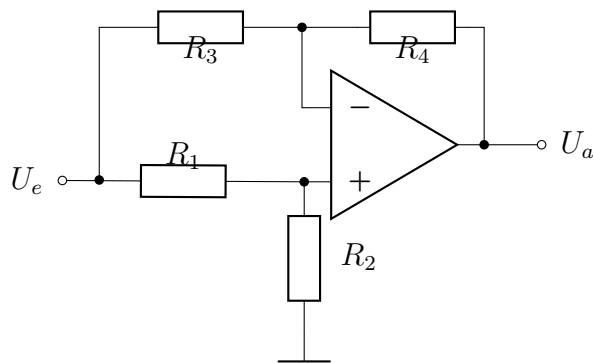


Aufgabe 31: *Operationsverstärker-Schaltung*



Es soll Sie die Ausgangsspannung U_a in Abhängigkeit von U_e für die nebenstehende Schaltung bestimmt werden.

31.1 Skizzieren Sie das Ersatzschaltbild.

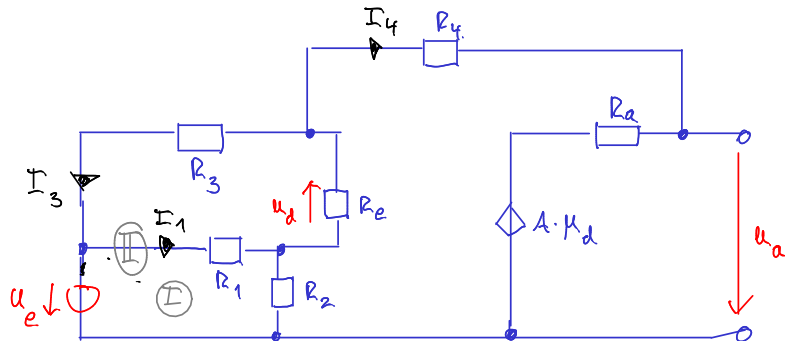
31.2 Bestimmen Sie nun $U_a(U_e)$ für allgemeine Werte R_i . Es handelt sich um einen idealen Operationsverstärker.

31.3 Was erhält man für $R_1 = R_2 = R_3 = 100\ \Omega$, $R_4 = 1000\ \Omega$? ($U_a = -4.5 U_e$)

31.4 Welche Bedingung muss für die Widerstände ganz allgemein gelten, damit die Ausgangsspannung unabhängig von U_e ist? Welchen Wert hat dann U_a und wie müsste R_4 aus Teil 3 gewählt werden? ($U_a = 0$, $R_4 = 100\ \Omega$)

Lösung

① Ersatzschaltbild



② Der OP ist ideal, also gilt

$$I_4 = -I_3 \quad (1)$$

Es folgt für I_1 aus Masche ①:

$$u_e = I_1 (R_1 + R_2) \quad (\text{OP ist ideal})$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{u_e}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

Somit kann für Masche ② erhalten werden

$$u_e = -I_3 R_3 + R_2 I_1$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{R_2}{R_3} I_1 - \frac{1}{R_3} u_e \stackrel{(2)}{=} \frac{R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} u_e - \frac{R_1 + R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} u_e$$

$$I_3 = -\frac{R_1}{R_3 (R_1 + R_2)} u_e \quad (3)$$

aus der äußeren Masche folgt dann der gesuchte Zusammenhang:

$$u_a = -I_4 R_4 + R_3 I_3 + u_e$$

mit (1) und (3)

$$\begin{aligned}
 u_a &= (R_3 + R_4) \cdot \frac{-R_1}{R_3(R_1 + R_2)} u_e + u_e \\
 &= \frac{-R_1 R_3 - R_1 R_4 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3(R_1 + R_2)} u_e
 \end{aligned}$$

$$\boxed{u_a = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_3(R_1 + R_2)} u_e} \quad (*)$$

③ Zahlenwerte: $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \, \Omega$, $R_4 = 1000 \, \Omega$

$$u_a = \frac{100(-900)}{100 \cdot 200} u_e = \underline{\underline{-\frac{9}{2} u_e}}$$

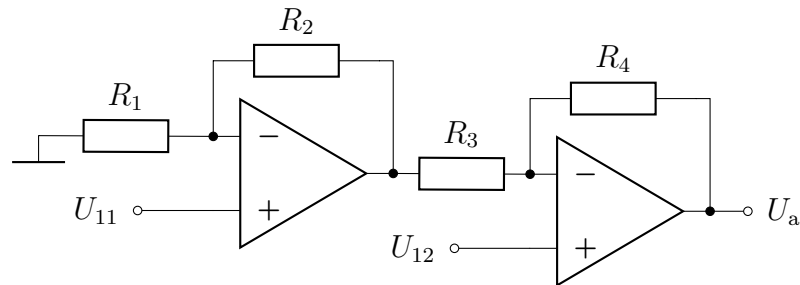
④ Die einzige Möglichkeit ist $u_a = 0$
 (Gleichung (*) erlaubt nichts anderes)

Dies erreicht man, wenn der Vorfaktor von u_e Null ist, also

$$R_2 R_3 - R_1 R_4 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}}$$

Aufgabe 32: *Zwei OPs (Elektrometerverstärker)*



- 32.1** Wie ist der linke Operationsverstärker geschaltet?
- 32.2** Bestimmen Sie ganz allgemein die Ausgangsspannung U_a in Abhängigkeit von U_{11}, U_{12} und den Widerständen $R_1, \dots, R_4$.
- 32.3** Wie müssen ganz allgemein die Widerstände R_3 und R_4 gewählt werden, damit $U_a = k(U_{12} - U_{11})$ gilt? Geben Sie k an.
- 32.4** Geben Sie k und die Ausgangsspannung U_a für $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 80 \Omega$, $U_{11} = 10 \text{ V}$ und $U_{12} = 5 \text{ V}$ an. ($k = 1.25$, $U_a = -6.25 \text{ V}$)

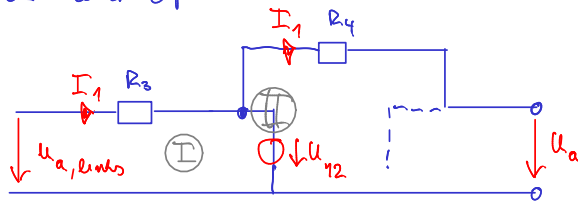
Lösung

- ① linker OP ist als nichtinvertierender Verstärker geschaltet.
rechter OP ist als Schmitt Trigger geschaltet

- ② Für den linken OP gilt (nichtinvertierender Verstärker)

$$u_{a, \text{links}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot u_{11}$$

Ersatzschaltbild rechter OP



also gilt Masche (I): $u_{a, \text{links}} = R_3 I_1 + u_{12}$ (1)

Masche (II): $u_{a, \text{links}} = R_3 I_1 + R_4 I_1 + u_a$ (2)

aus (1): $I_1 = \frac{u_{a, \text{links}} - u_{12}}{R_3}$

in (2): $u_a = u_{a, \text{links}} - (R_3 + R_4) \frac{1}{R_3} (u_{a, \text{links}} - u_{12})$

$$u_a = - \frac{R_4}{R_3} u_{a, \text{links}} + \frac{R_3 + R_4}{R_3} u_{12}$$

$$\Rightarrow u_a = - \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot R_4}{R_3} u_{11} + \frac{R_3 + R_4}{R_3} u_{12}$$

- ③ Jetzt soll gelten:

$$u_a = k (u_{12} - u_{11})$$

$$\Rightarrow k u_{12} - k u_{11} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} u_{12} - \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_{11}$$

somit folgt für $k = \frac{R_3 + R_4}{R_3}$ nur dann, wenn

$$\frac{R_3 + R_4}{R_3} = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$1 + \frac{R_3}{R_4} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad \leadsto$$

$$\boxed{\frac{R_3}{R_1} = \frac{R_2}{R_4}}$$

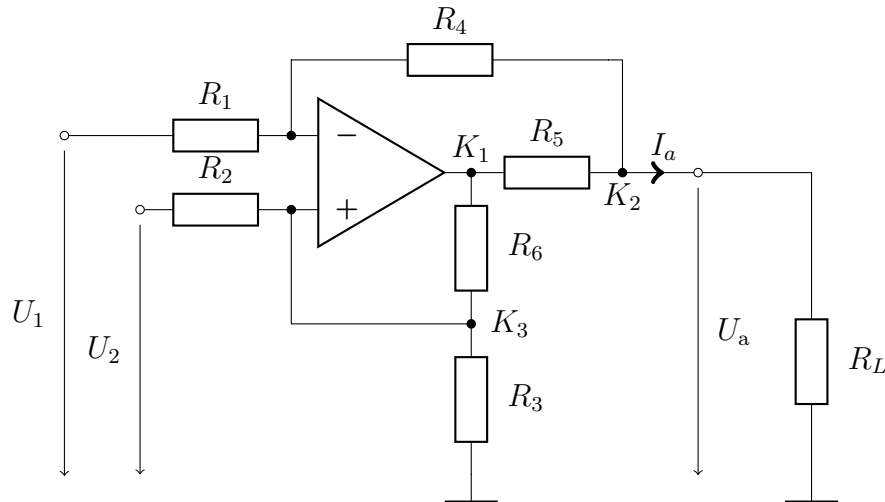
④ Zahlenwerte

$$k = 1 + \frac{R_4}{R_3} = 1 + \frac{R_1}{R_2} = 1 + \frac{20\Omega}{80\Omega} = 1,25$$

$$U_A = k \cdot (U_{12} - U_{11}) = -6,25V$$

Aufgabe 33: *Stromquelle*

Betrachtet wird die folgende Operationsverstärker-Schaltung, bestehend aus einem idealen Operationsverstärker und den Widerständen R_1 bis R_6 sowie dem Lastwiderstand R_L .

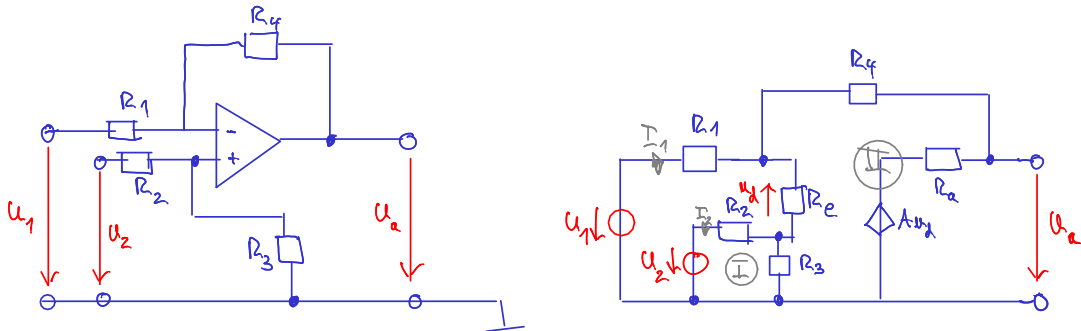


- 33.1** Die Schaltung ist nicht belastet ($R_L \rightarrow \infty$). Für die Widerstände R_5 und R_6 gilt: $R_5 = 0\Omega$, $R_6 \rightarrow \infty$. Berechnen Sie für die entstehende Schaltung die Ausgangsspannung $U_a = f(U_1, U_2)$ als Funktion der beiden Eingangsspannungen U_1 und U_2 .
- 33.2** Finden Sie eine Bedingung für die Widerstände R_1 , R_2 , R_3 und R_4 so, dass die Ausgangsspannung $U_a = f(U_1, U_2)$ aus Aufgabenteil **1.** nur die Differenz der Eingangsspannungen verstärkt. Wie sieht dann die Ausgangsspannung $U_a = f(U_1, U_2)$ aus?
- 33.3** Nun ist R_6 endlich und R_5 von Null verschieden, es gilt $R_1 = R_4 = R_6$ und $R_2 = R_3$, U_2 wird mit Masse verbunden. Berechnen Sie den Ausgangsstrom $I_a = f(U_1, R_1, R_2, R_5, R_L)$ bei angeschlossener Last R_L .
Hinweis: Betrachten Sie die Knoten K_1 , K_2 und K_3 , bestimmen Sie die Ströme und finden Sie dadurch I_a .
- 33.4** Aus der Schaltung aus Teil **3.** soll eine Konstantstromquelle entstehen, d.h. der Ausgangsstrom I_a soll unabhängig von der Ausgangsspannung sein. Wie muss nun R_2 gewählt werden, damit eine Konstantstromquelle vorliegt? Was erhält man für R_2 , wenn $R_1 = 50\Omega$ und $R_5 = 150\Omega$ ist? ($R_2 = 25\Omega$)

Lösung

① $R_1 \rightarrow \infty, R_6 \rightarrow \infty, R_5 = 0$

Schaltung nochmals gezeichnet



Idealen OP ($u_a = 0, R_e = \infty, R_a = 0$)

Masche (I) : $u_1 = R_1 I_1 + R_4 I_1 + u_a \leadsto I_1 = \frac{u_1 - u_a}{R_1 + R_4}$ (1)

Masche (II) : $u_2 = R_2 I_2 + R_3 I_2 \leadsto I_2 = \frac{u_2}{R_2 + R_3}$ (2)

Masche (III) : $u_a = R_3 I_2 - R_4 I_1$

mit (1) und (2) : $u_a = \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_2 - \frac{R_4}{R_1 + R_4} (u_1 - u_a)$

auflösen nach u_a

$$\frac{R_1}{R_1 + R_4} u_a = \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_2 - \frac{R_4}{R_1 + R_4} u_1$$

$$u_a = \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{R_1 + R_4}{R_2 + R_3} u_2 - \frac{R_4}{R_1} u_1$$

② Bedingung für Widerstände

Es soll gelten: $u_a = k(u_2 - u_1)$

$\leadsto (k =) \quad \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{R_1 + R_4}{R_2 + R_3} = \frac{R_4}{R_1}$

$$R_3 (R_1 + R_4) = R_4 (R_2 + R_3)$$

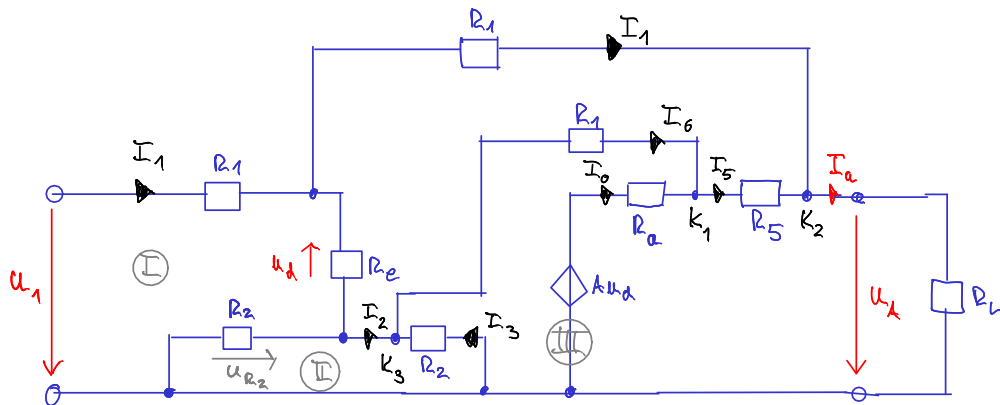
$$R_3 R_1 = R_2 R_4$$

damit folgt dann für I_2 :

$$I_2 = \frac{R_4}{R_1} \rightarrow$$

$$U_a = \frac{R_4}{R_1} (U_2 - U_1) \quad \text{mit} \quad \frac{R_3}{R_2} = \frac{R_4}{R_1}$$

③ Geht gilt: $R_4 = R_6 = R_1$ $R_2 = R_3$ $U_2 = 0$



Es gilt:

$$U_a = I_a \cdot R_L \quad (1)$$

also braucht man U_a

Stromen 1: $I_6 + I_0 = I_5$ (dies zeigt uns, dass auch beim idealen OP $I_6 + I_5$)

Stromen 2: $I_1 + I_5 = I_a$

$$\rightarrow I_5 = I_a - I_1 \quad (2)$$

Stromen 3: $I_2 + I_3 = I_6$

Masche I: $U_1 = R_1 I_1 = U_{R_2} (-U_a) \rightarrow U_{R_2} = R_1 \cdot I_1 - U_1 \quad (3)$

Masche II: $U_{R_2} = I_3 \cdot R_2$ (*) oder $U_{R_2} = I_2 R_2 \rightarrow I_2 = I_3$

Somit für Stromen 3:

$$I_6 = 2 \cdot I_3$$

also mit (4) und (3)

$$I_6 = 2 \cdot \frac{U_{R_2}}{R_2} \quad \leadsto \quad I_6 = \frac{2R_1}{R_2} I_1 = \frac{2}{R_2} U_1 \quad (4)$$

äußere Masche: $U_1 = R_1 I_1 + R_1 I_1 + U_a \quad \leadsto \quad I_1 = \frac{U_1 - U_a}{2R_1} \quad (5)$

Masche III: $U_a = -R_5 I_5 - R_1 I_6 - U_{R_2}$

dies liefert mit (1), (4) und (3)

$$R_L \cdot I_a = -R_5 (I_a - I_1) - R_1 \left(\frac{2R_1}{R_2} I_1 - \frac{2}{R_2} U_1 \right) - (R_1 I_1 - U_1)$$

$$R_L I_a = -R_5 I_a + \underbrace{\left(R_5 - \frac{2R_1^2}{R_2} - R_1 \right)}_{\frac{R_5 R_2 - 2R_1^2 - R_1 R_2}{R_2}} I_1 + \underbrace{\left(\frac{2R_1}{R_2} + 1 \right)}_{\frac{2R_1 + R_2}{R_2}} U_1$$

jetzt mit (5) und (1)

$$R_L \cdot I_a = - \left(R_5 + \frac{R_5 R_2 - 2R_1^2 - R_1 R_2}{2R_1 R_2} \cdot R_L \right) I_a + \left(\frac{2R_1 + R_2}{R_2} + \frac{R_5 R_2 - 2R_1^2 - R_1 R_2}{2R_1 R_2} \right) U_1$$

nach etwas umstellen:

$$\frac{1}{2R_1 R_2} \left(R_L \cdot (2R_1 R_2 + R_5 R_2 - 2R_1^2 - R_1 R_2) + 2R_1 R_2 R_5 \right) I_a = \frac{(2R_1 + R_2) 2R_1 + R_5 R_2 - 2R_1^2 - R_1 R_2}{2R_1 R_2} U_1$$

$$\left(R_L (R_2 R_5 + R_1 R_2 - 2R_1^2) + 2R_1 R_2 R_5 \right) I_a = (2R_1^2 + R_1 R_2 + R_2 R_5) U_1$$

also

$$I_a = \frac{R_2 R_5 + R_1 R_2 + 2R_1^2}{R_L (R_2 R_5 + R_1 R_2 - 2R_1^2) + 2R_1 R_2 R_5} U_1$$

④ I_a soll unabhängig von R_L sein, also muss Klammer von R_L Null sein:

$$R_2 R_5 + R_1 R_2 - 2R_1^2 = 0$$

$$\rightarrow \boxed{R_2 = \frac{2R_1^2}{R_1 + R_5}}$$

mit Zahlen: $R_2 = \frac{2 \cdot 2500}{200} = \underline{\underline{25 \Omega}}$