

Protokoll:

[IF] Interferenz am Gitter, Beugung am Spalt

Betreuer: Marcel Alius

Studiengang: Medizintechnik

Versuch erfolgte am: 21.02.2019

1. Einleitung

Im folgenden Versuch wird die Strahlenoptik weiter erforscht. Dazu werden Eigenschaften von Lichtstrahlen betrachtet die für das menschliche Auge sichtbar sind. Ein wichtiger Punkt ist dabei die Beugung, welche durch eine Strahlenbegrenzung hervorgerufen wird. Die Beugung ist ein allgegenwärtiges Phänomen, mit welcher sich zum Beispiel das endliche Auflösungsvermögen optischer Geräte erklären lässt.

2. Versuchsaufbau

Im Versuch wird auf eine optische Bank ein Laser installiert. Dieser wird auf ein Strichgitter gerichtet woraufhin dahinter ein Beugungsbild des Strichgitters projiziert wird. Im zweiten Versuchsteil wird der Laser auf eine CCD-Kamera gerichtet. Zwischen der Kamera und dem Laser befindet sich unter anderem ein Einzelspalt dessen Breite sich variieren lässt. Ein Programm am Computer ermöglicht es uns das Beugungsbild des Einzelspalts zu ermitteln.

Damit soll herausgefunden werden wie Maxima und Minima im Beugungsbild zustande kommen und mit welchen Parametern diese in Verbindung stehen. Ein großer Bestandteil dessen ist die Interferenz, Wellenlänge und der Abstand zwischen den einzelnen Ursprüngen der Strahlen.

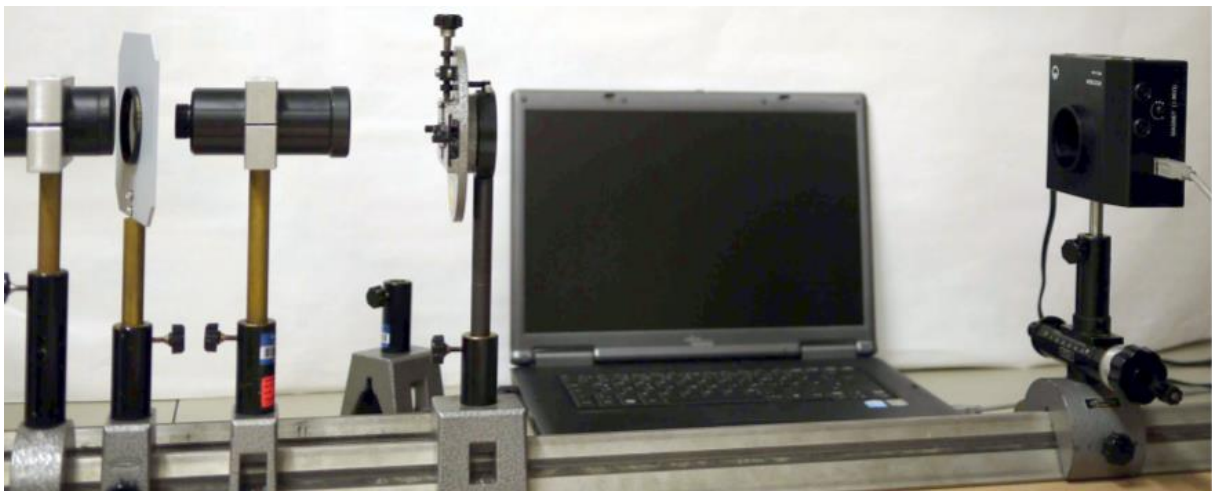


Abbildung 1: Quelle: Abbildung IF.11: Versuchsaufbau zur Beugung am Einzelspalt. Rechts die CCD-Kamera und mittig der Einzelspalt, sowie ganz links der Laser. Zwischen Laser und Spalt der Graufilter und die Aufweitungsoptik.

3. Auswertung

1. Zur Beugung am Gitter:

(a)

Der Beugungswinkel Θ_n wird berechnet durch die Formel:

Der Abstand L zwischen Gitter und Projektionsfläche war bei unserem Versuchsdurchlauf

L= 0,52m

$$\theta = \frac{x}{L} \rightarrow \tan^{-1} \frac{x}{L} \quad (\text{IF.7})$$

Tabelle 1 Maxima im Verhältnis

n Maximum	Abstand zum Maximum 0.-ter Ordnung /m	Beugungswinkel Θ_n /rad	$\sin\Theta_n$
1	0,011	0,02115069	0,02114911
2	0,0215	0,04132262	0,04131086
3	0,032	0,06146096	0,06142227
4	0,044	0,08441431	0,08431409
5	0,05	0,09585915	0,09571241
6	0,066	0,12624804	0,12591293

(b)

Das folgende Diagramm stellt die gemessenen Werte dar. Dabei wird der $\sin\Theta_n$ gegen n aufgetragen. Dabei ist schön zu erkennen, dass $\sin\Theta_n$ immer größer wird umso weiter man sich vom Hauptmaximum entfernt.

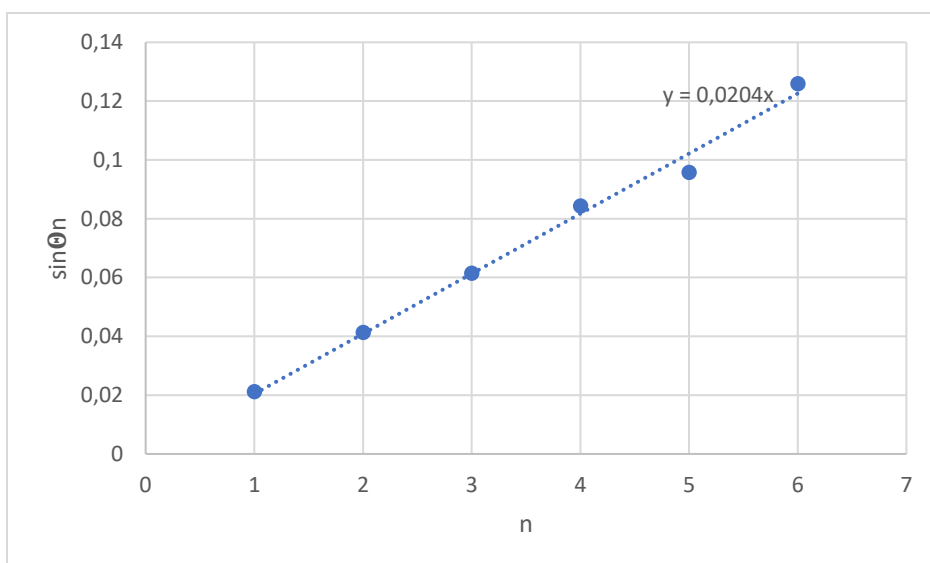


Abbildung 2: Ausgleichsgerade $\sin\Theta_n$ auf n

Die Steigung beträgt laut der RGP Excel Funktion m= 0,02043. Die Gerade zeigt, dass unsere Messwerte zum größten Teil im Verhältnis richtig ermittelt wurden.

(c)

Der Zusammenhang zwischen Ausgleichsgerade, Gitterkonstante g und der Wellenlänge λ wird klar wenn man folgende Formeln zusammenführt:

Berechnung der Maxima:

$$g \cdot \sin \theta_n = n \cdot \lambda \rightarrow g \cdot \frac{\sin \theta_n}{n} = \lambda \quad (\text{IF.5})$$

Für: $\frac{\sin \theta_n}{n}$ kann die Steigung $m=0,02043$ eingesetzt werden.

$$\text{Ergibt: } g \cdot m = \lambda$$

Somit ergibt sich mit $g=30\mu\text{m}$ und $m=0,02043$ eine von uns errechnete Wellenlänge λ des Lasers von:

$$\lambda = 0,6129\mu\text{m} = 612,9\text{nm}$$

Unsicherheit der Steigung mittels der RGP Funktion aus Excel. Allerdings verwendet die Funktion den Sicherheitsfaktor $t=1$. Laut der Praktikumsvorschriften benötigen wir $t=2$ und müssen somit die errechnete Unsicherheit mal zwei nehmen. Der Grund dafür ist, dass ein gemessener Wert mit einer noch höheren Wahrscheinlichkeit in dem angegebenen Bereich liegt.

$$\Delta u_m = \pm 0,00074$$

Somit ergibt sich ebenfalls das Ergebnis für die Steigung:

$$m = (0,02043 \pm 0,00074)$$

Nun nimmt man an dass das Gitter auf 1% genau ist.

$$\Delta u_g = 30\mu\text{m} \cdot 0,01 = 0,30\mu\text{m}$$

Für die Unsicherheit von Δu_λ benötigt man das Fehlerfortpflanzungsgesetz. (GR.23)

$$\Delta f(y_1, y_2, y_3) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y_1} \Delta u_{y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y_2} \Delta u_{y_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial y_n} \Delta u_{y_n}\right)^2}$$

Daraus ergibt sich:

$$\Delta u_\lambda(m, g) = \sqrt{(g \cdot \Delta u_m)^2 + (m \cdot \Delta u_g)^2}$$

$$\Delta u_\lambda(m, g) = \sqrt{(30 \cdot 0,00074)^2 + (0,0204 \cdot 0,3)^2} = 0,024$$

Somit Ergibt sich

$$\lambda = (0,613 \pm 0,024) \mu\text{m} = (613 \pm 24) \text{nm}$$

(d)

Vom Hersteller wird für die Wellenlänge des Lasers $\lambda = 632,8\text{nm}$ angegeben. Unser errechneter Wert für λ ist zwar nicht absolut präzise, aber mit errechneter Unsicherheit kommt man in den Bereich der Herstellerangabe.

(e)

Zunächst muss erneut θ für das erste Minimum ausgerechnet werden.

$$\theta = \arctan \frac{x}{L} \quad (\text{IF.7})$$

$$\theta = \arctan \frac{0,0775}{0,52} = 0,1479$$

Nun wird d Mittels der allgemeinen Bedingung für die Intensitätsminima berechnet. Dazu verwenden wir die Wellenlänge des Laserherstellers.

$$d \cdot \sin \theta = n \cdot \lambda \rightarrow d = \frac{n \cdot \lambda}{\sin \theta} \quad (\text{IF.1})$$

$$d = \frac{632,8 \text{ nm}}{0,1479} = 4,28 \mu\text{m}$$

Die Voraussetzung der Verträglichkeit lautet: $b < g$

Dies trifft zu, da $g = 30 \mu\text{m}$. Die Verträglichkeit ist bestätigt.

(f)

Der von uns angeleuchtete Spalt besaß 6 Nebenmaxima zwischen zwei benachbarten Hauptmaxima. Daraus ergibt sich das der angeleuchtete Bereich des Gitters 8 Spalten beinhaltet.

2. Beugung am Spalt:

(a)

Tabelle 2: Lage der Minima und deren Winkel zum Hauptmaximum.

n Minimum	Lage Minimum/Pixel	Betrag Abstand Minimum zu Hauptmaximum/Pixel	Betrag Abstand xn Minimum zu Hauptmaximum /m	Beugungswinkel θ_n des Minimums/rad	$\sin \theta_n$
1	1403	59	0,00080664	0,001152	0,001152
2	1293	169	0,00231055	0,003301	0,003301
3	1147	315	0,00430664	0,006152	0,006152
4	1019	443	0,00605664	0,008652	0,008652
5	882	580	0,00792969	0,011328	0,011328
6	746	716	0,00978906	0,013983	0,013983
7	617	845	0,01155273	0,016502	0,016501
8	481	981	0,01341211	0,019158	0,019157
9	344	1118	0,01528516	0,021832	0,02183
10	203	1259	0,01721289	0,024585	0,024583
11	96	1366	0,01867578	0,026673	0,02667

(b)

Das folgende Diagramm trägt $\sin\theta_n$ gegen n auf. Man sieht, dass mit zunehmendem Beugungswinkel auch der Sinus zunimmt. Dies lässt sich nun damit verknüpfen, dass $\sin\theta_n$ immer größer wird umso weiter wir uns vom Hauptmaximum (der Mitte) entfernen.

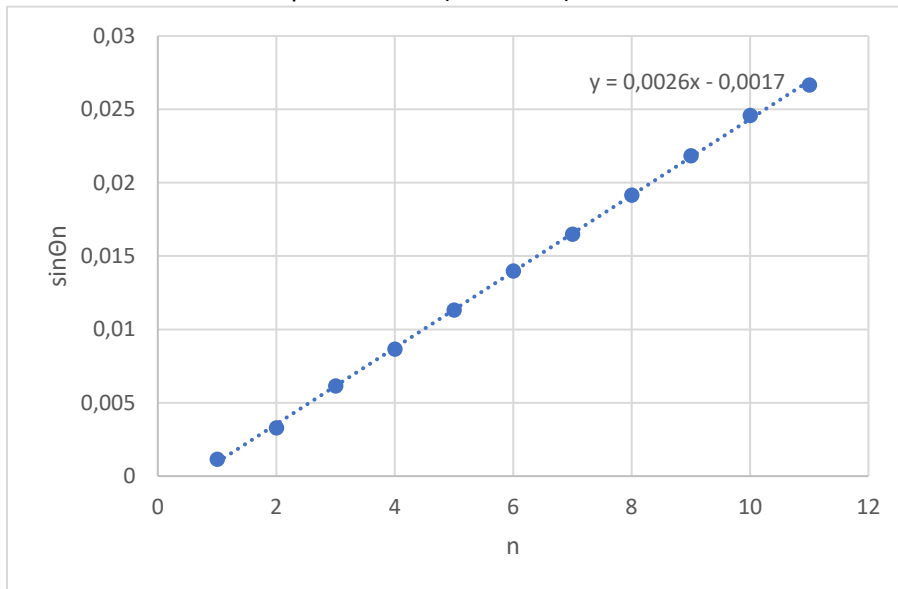


Abbildung 3: $\sin\theta_n$ auf n -te Maxima

Die Ausgleichsgeradensteigung ist $m = 0,0026$

Zusätzlich ist zu sagen, dass unser Hauptmaximum nicht zu 100% auf dem von uns notierten Pixel liegt, da die Gerade nicht durch den Ursprung verläuft.

(c)

Folgende Formeln werden benötigt um den Zusammenhang zwischen der Steigung der Ausgleichsgeraden und der Spaltbreite b zu ermitteln:

$$d \cdot \sin \theta_n = n \cdot \lambda \rightarrow d = \frac{n}{\sin \theta_n} \lambda \quad (\text{IF.1})$$

$$m = \frac{\sin \theta}{n} \rightarrow \frac{1}{m} = \frac{n}{\sin \theta_n}$$

Nun wird $1/m$ eingesetzt.

$$d = \frac{\lambda}{m} = \frac{632,8 \text{ nm}}{0,0026} = 243385 \text{ nm} = 0,243385 \text{ mm}$$

Zusammen mit der bis auf 3% genau bestimmbaren Spaltbreite:

$$d \cdot 0,03 = 243385 \text{ nm} \cdot 0,03 = 7302 \text{ nm}$$

Der Spalt besitzt laut unserer Rechnung somit eine Breite von:

$$(243385 \pm 7302) \text{ nm}$$

(d)

Man kann die Spaltbreite auch auf eine andere Weise Ermitteln. Dazu wird die Formel:

$$d = B \cdot \frac{g}{b}$$

Benötigt.

$$= 0,4cm \cdot \frac{11,3cm}{137cm} = 0,032cm = 0,32mm$$

Es lässt sich sagen das grobe Fehler bei der Messung von den Minima aufgetreten sind. Dies könnte an schlechter Positionierung der Lasers liegen, oder zusätzlich einfallendem Licht, was die Verhältnisse gestört hat.

(e)

Es sollte eine Obergrenze geben, da die Maxima an stärke verlieren und somit Maxima und Minima nicht mehr unterscheidbar sind.

$$d \cdot \sin \theta_n = n \cdot \lambda \rightarrow n = d \cdot \frac{\sin \theta}{\lambda}$$

Für sehr hohe Werte von n verläuft der $\sin \theta$ irgendwann gegen 1. (bzw. θ geht irgendwann gegen $\pi/2$ für sehr hohe n). Daher kann man $\sin \theta = 1$ setzen.

Somit wird die Formel zu:

$$n = \frac{d}{\lambda} = \frac{320000nm}{632,8nm} = 506$$

(f)

Vergrößerte Spaltbreite führt zur Stauchung der horizontalen Ausbreitung.

Die Verkleinerung der Spaltbreite führt dazu, dass die Maxima weiter auseinander liegen, und somit eine Streckung erfolgt.

4. Fehlerauswertung

Die Messungen des Versuchs sind schwierig präzise zu erfassen, da der Raum nicht komplett abgedunkelt ist. Zudem ist es nicht eindeutig wie Minima und Maxima auf dem Blatt markiert werden sollten, daher kann es bei dem ersten Versuchsteil zu Abweichungen kommen.

Im zweiten Versuchsteil steht die Ausrichtung des Lasers im Mittelpunkt. Ist dieser nicht mittig auf dem Spalt und der CCD-Kamera kommt es automatisch zu einer Verfälschung der Ergebnisse. Die CCD-Kamera ist äußerst lichtempfindlich wodurch sich in einem nicht komplett abgedunkelten Raum die Maxima und Minima verschieben können. Dies könnte dafür verantwortlich sein, dass unser errechneter Wert der Wellenlänge λ des Lasers nicht mit der Angabe des Herstellers übereinstimmt.

5. Anhang

Datum Versuchstag: 21.02.2015, Gruppennummer: 3

Teilnehmer: [Name]

Fläche für Markierungen

Markierungen Maxima

Markierungen Minima

Messwerte:

Abstand Gitter-Projektionsfläche: 52 cm

Abstand von -1 zu +1 Maximum: 2,2 cm

Abstand von -2 zu +2 Maximum: 4,3 cm

Abstand von -3 zu +3 Maximum: 6,4 cm

Abstand von -4 zu +4 Maximum: 8,8 cm

Abstand von -5 zu +5 Maximum: 10 cm

Abstand von -6 zu +6 Maximum: 13,2 cm

Abstand Minimum zu Minimum: 15,5 cm

Daten Gitter:

Gitterkonstante: 30 μm

Anzahl Nebenmaxima: 0

[Signature]

Unterschrift Assistent(in)

Abbildung 4: 1. Versuchsteil. Beugungsbild am Gitter.

Lage Hauptmaximum: 1462

Minimum	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Axel	1403	1293	1147	1019	892	746	617	491	344	203	96

Abstand Spalt / Linse g: 11,3 cm

Abstand Linse / Wand b: 137 cm

Größe B Spalt Bild B: 4 mm / 0,4 cm

[Signature]

Abbildung 5: 2. Versuchsteil. Auswertung Minima aus dem Beugungsbild der CCD-Kamera