

# Physikalisches Blockpraktikum für Naturwissenschaftler

## Eigenschaften eines Elektrons

Betreuer: Alexander Gaus

Gruppe 3  
28.02.2019

## Einleitung

In diesem Versuch wird experimentell die elektrische Elementarladung  $e$  sowie die Masse  $m$  eines Elektrons bestimmt. Dazu wird mittels einer Helmholtzspule ein Magnetfeld erzeugt, dass freie Elektronen (die in einer evakuierten Glaskugel aus einer Elektronenquelle kommen) auf eine Kreisbahn ablenkt. Die Elektronenbahn wird durch den Zusammenstoß der Elektronen mit den Neon-Atomen, die die Glaskugel füllen, über das von diesen emittierte Licht sichtbar gemacht wird.

Im zweiten Versuchsteil wird der Milikan-Versuch angewendet. Hierbei werden Öltröpfchen in einen horizontalen Plattenkondensator eingebracht und deren Bewegung mit und ohne angelegter Spannung  $U$  beobachtet. Dadurch wird dann die Ladung  $Q$  eines Öltröpfchens berechnet.

## Auswertung

### 1. Berechnung der Apparatekonstante $A_C$

Die Apparatekonstante ergibt sich durch die Gleichung EM.6:

$$A_C = \mu_0 \cdot \frac{k \cdot R^2}{\sqrt{\left(R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2\right)^3}}$$

Mit  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ ,  $k = 124$  und  $R = 0.1475m$ .

$$A_C = 7.56 \cdot 10^{-4} \frac{Vs}{Am^2}$$

### 2. Bestimmung der spezifischen Ladung

In diesem Abschnitt wird die spezifische Ladung  $\frac{e}{m}$  eines Elektrons bestimmt.

| Durchmesser | d=6cm  |                                  | d=8cm  |                                  | d=10cm |                                  |
|-------------|--------|----------------------------------|--------|----------------------------------|--------|----------------------------------|
| U in V      | I in A | I <sup>2</sup> in A <sup>2</sup> | I in A | I <sup>2</sup> in A <sup>2</sup> | I in A | I <sup>2</sup> in A <sup>2</sup> |
| 200         | 2      | 3.980025                         | 1.465  | 2.146225                         | 1.18   | 1.3924                           |
| 225         | 2.18   | 4.752400                         | 1.626  | 2.643876                         | 1.3    | 1.69                             |
| 250         | 2.36   | 5.569600                         | 1.75   | 3.0625                           | 1.385  | 1.918225                         |
| 275         | 2.465  | 6.076225                         | 1.89   | 3.5721                           | 1.475  | 2.175625                         |
| 300         | 2.62   | 6.864400                         | 1.96   | 3.8416                           | 1.555  | 2.418025                         |
| 325         | 2.73   | 7.452900                         | 2.04   | 4.1616                           | 1.61   | 2.5921                           |
| 350         | 2.835  | 8.037225                         | 2.13   | 4.5369                           | 1.68   | 2.8224                           |
| 375         | 2.92   | 8.526400                         | 2.22   | 4.9284                           | 1.73   | 2.9929                           |
| 400         | 3.025  | 9.150625                         | 2.27   | 5.1529                           | 1.805  | 3.258025                         |

Tabelle 1: Messwerte für Versuch 1

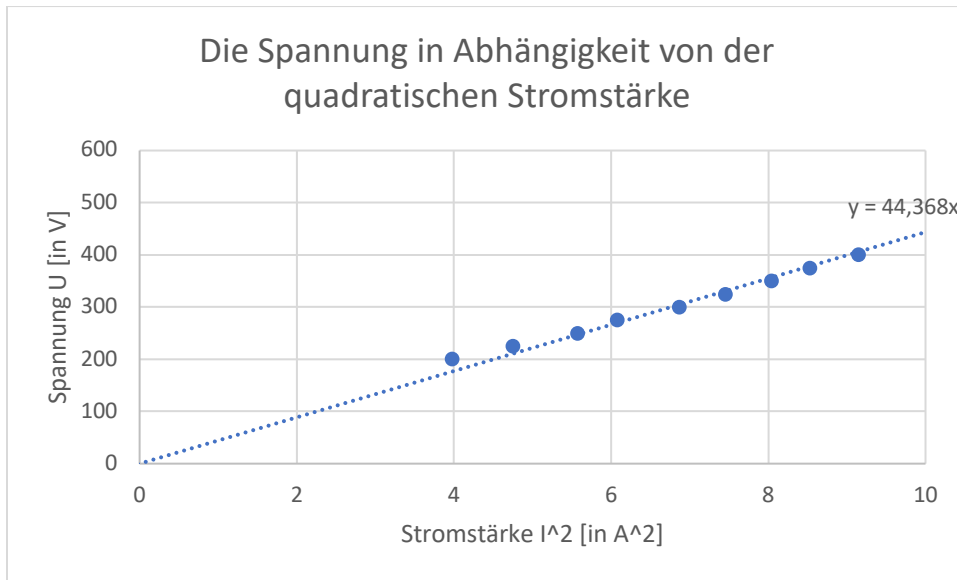


Abb 1: Die Spannung in Volt in Abhängigkeit von der Stromstärke zum Quadrat in Ampere bei einem Kreisbahndurchmesser von  $d=6\text{cm}$ .

Die Steigung der Ausgleichsgeraden beträgt  $44.368 \frac{\text{V}}{\text{A}^2}$ .

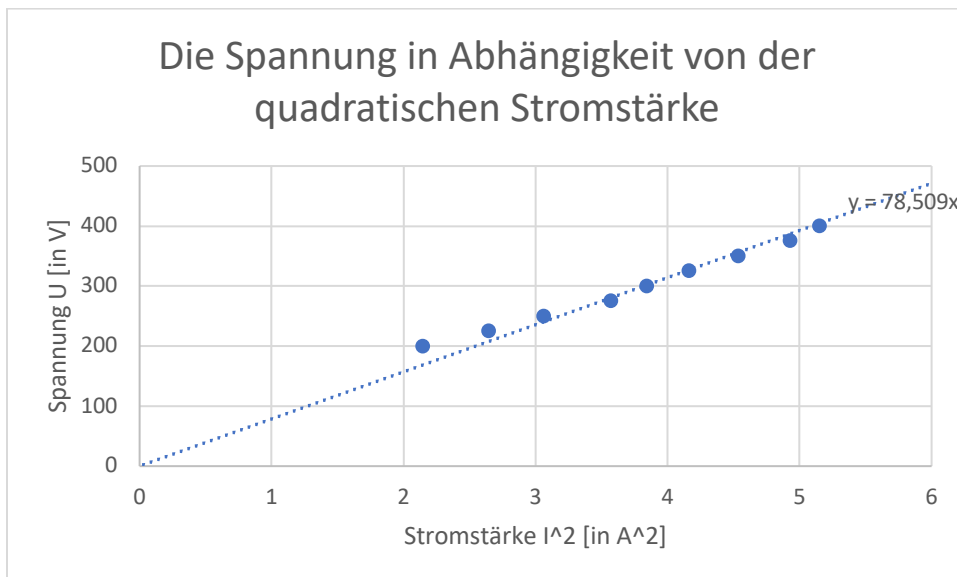


Abb 2: Die Spannung in Volt in Abhängigkeit von der Stromstärke zum Quadrat in Ampere bei einem Kreisbahndurchmesser von  $d=8\text{cm}$ .

Die Steigung der Ausgleichsgeraden beträgt  $78.509 \frac{\text{V}}{\text{A}^2}$ .

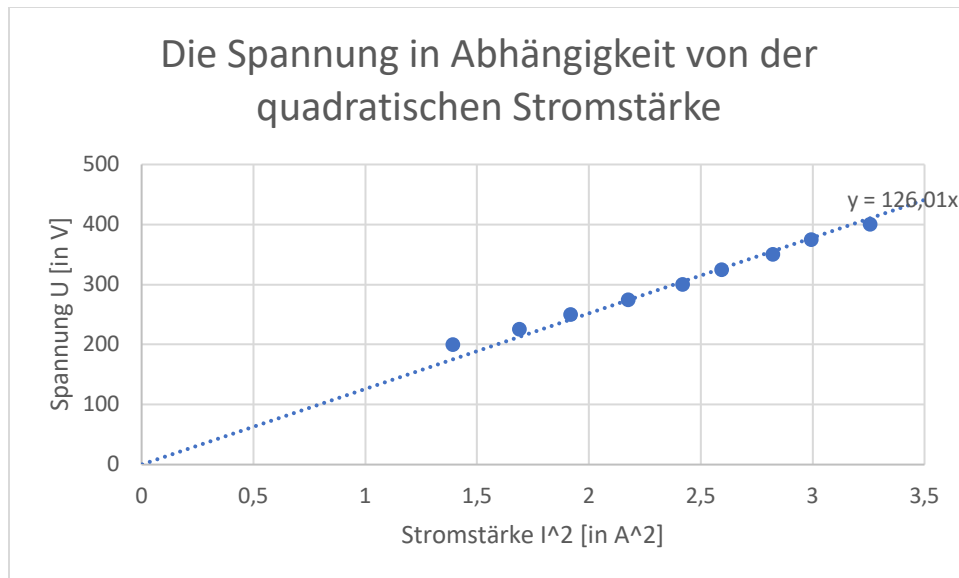


Abb 3: Die Spannung in Volt in Abhängigkeit von der Stromstärke zum Quadrat in Ampere bei einem Kreisbahndurchmesser von d=10cm.

Die Steigung der Ausgleichsgeraden beträgt  $126,01 \frac{\text{V}}{\text{A}^2}$ .

Die spezifische Ladung lässt sich durch Umstellen der Gleichung EM.8 berechnen:

$$\frac{e}{m} = \frac{2a}{r^2 \cdot A_c^2}$$

$$\frac{e}{m_{6cm}} = 1,7255 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2}$$

$$\frac{e}{m_{8cm}} = 1,7174 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2}$$

$$\frac{e}{m_{10cm}} = 1,7642 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2}$$

Die Unsicherheit der Steigung lässt sich mittels des RGP-Befehls von Excel berechnen:

$$\Delta a_{6cm} = 1,0394 \frac{\text{V}}{\text{A}^2}$$

$$\Delta a_{8cm} = 2,4325 \frac{\text{V}}{\text{A}^2}$$

$$\Delta a_{10cm} = 3,0459 \frac{\text{V}}{\text{A}^2}$$

Damit lässt sich die Messunsicherheit  $\Delta \frac{e}{m}$  berechnen:

$$\Delta \frac{e}{m} = \frac{2 \cdot S_a}{r^2 \cdot A_c^2}$$

$$\Delta \frac{e}{m_{6cm}} = 4041268830 \frac{m^2}{Vs^2} = 4.0413 \cdot 10^9 \frac{m^2}{Vs^2}$$

$$\Delta \frac{e}{m_{8cm}} = 5320066988 \frac{m^2}{Vs^2} = 5.3201 \cdot 10^9 \frac{m^2}{Vs^2}$$

$$\Delta \frac{e}{m_{10cm}} = 4263342400 \frac{m^2}{Vs^2} = 4.2633 \cdot 10^9 \frac{m^2}{Vs^2}$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{e}{m_{6cm}} = (1.7255 \pm 0.0404) \cdot 10^{11} \frac{m^2}{Vs^2}$$

$$\frac{e}{m_{8cm}} = (1.7174 \pm 0.0532) \cdot 10^{11} \frac{m^2}{Vs^2}$$

$$\frac{e}{m_{10cm}} = (1.7642 \pm 0.0426) \cdot 10^{11} \frac{m^2}{Vs^2}$$

Abschließend soll noch der Mittelwert für  $\frac{e}{m}$  berechnet werden. Dafür wird für die Messunsicherheit der größte Wert der Einzelmessungen genommen. Der Mittelwert berechnet sich folgendermaßen:

$$\bar{\frac{e}{m}} = \frac{1}{3} \left( \frac{\tilde{e}}{m_{6cm}} + \frac{\tilde{e}}{m_{8cm}} + \frac{\tilde{e}}{m_{10cm}} \right)$$

Dadurch ergibt sich als Endergebnis:

$$\frac{e}{m} = (1.7357 \pm 0.0532) \cdot 10^{11} \frac{m^2}{Vs^2}$$

$$\frac{e}{m} = 1.7357 \cdot 10^{11} \frac{m^2}{Vs^2} \cdot (1 \pm 3.1\%)$$

### 3. Bestimmen der Ladung $Q$ der Öltröpfchen

In diesem Abschnitt wird die Ladung  $Q$  der Tröpfchen mittels des Milikan-Versuches bestimmt.

| Tröpfchennr. | $S_{\text{Sink}}$ in mm | $T_{\text{Sink}}$ in s | $S_{\text{Steig}}$ in mm | $T_{\text{Steig}}$ in s | $U$ in V |
|--------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|-------------------------|----------|
| 1            | 1                       | 41.2                   | 1                        | 7                       | 604      |
| 2            | 1                       | 19.5                   | 1                        | 6.9                     | -575     |
| 3            | 1                       | 18.4                   | 1                        | 12.6                    | -497     |
| 4            | 1                       | 15.8                   | 1                        | 14.4                    | -497     |
| 5            | 1                       | 20.8                   | 1                        | 12.6                    | -535     |
| 6            | 1                       | 30.7                   | 1                        | 7                       | -531     |
| 7            | 1                       | 38.9                   | 1                        | 9.4                     | 449      |
| 8            | 1                       | 16.4                   | 1                        | 19.1                    | 448      |
| 9            | 1                       | 16.2                   | 1                        | 17.6                    | 448      |
| 10           | 1                       | 34.5                   | 1                        | 13.7                    | 431      |
| 11           | 1                       | 29                     | 1                        | 18.7                    | 472      |
| 12           | 1                       | 38                     | 1                        | 12                      | 525      |

Tabelle 2: Messweltergebnisse für Versuch 2

| Tröpfchennummer | Tröpfchenradius $r$ in nm | Ladung $Q$ in C in $10^{-19}$ |
|-----------------|---------------------------|-------------------------------|
| 1               | 405                       | 1.9210                        |
| 2               | 605.3                     | -3.7421                       |
| 3               | 624.2                     | -3.0533                       |
| 4               | 676.5                     | -3.3139                       |
| 5               | 584.9                     | -2.5141                       |
| 6               | 474.9                     | -2.7556                       |
| 7               | 417.9                     | 2.1178                        |
| 8               | 663.4                     | 3.0714                        |
| 9               | 667.7                     | 3.2359                        |
| 10              | 446                       | 1.8361                        |
| 11              | 489.7                     | 1.6096                        |
| 12              | 423.2                     | 1.5258                        |

Abb. 4: Messergebnisse für den Radius  $r$  der Tröpfchen und ihrer Ladung  $Q$

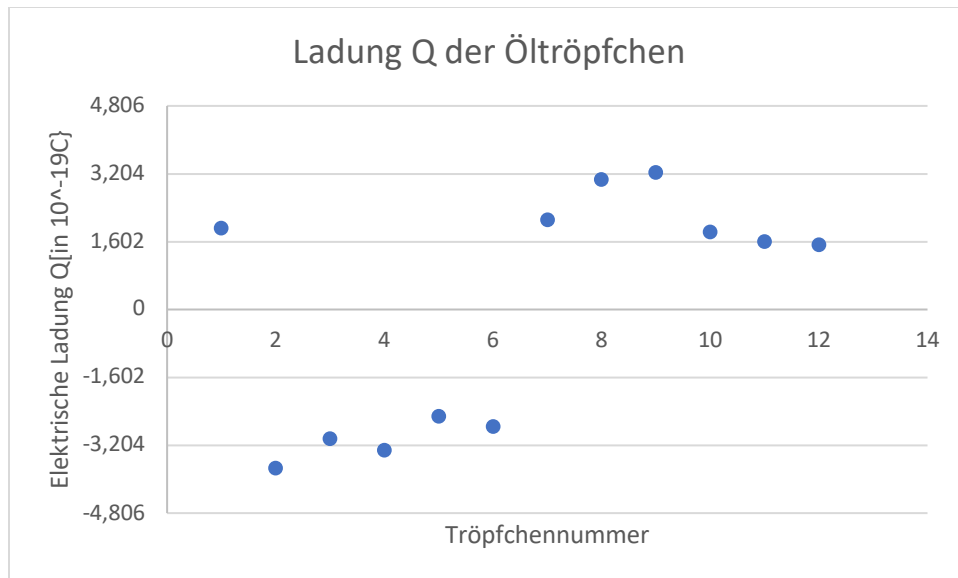


Abb. 5: Die Ladung Q der Tröpfchen in Abhängigkeit von der Tröpfchennummer

| Tröpfchennummer | Ladung Q in C in 10 <sup>-19</sup> | n  | e = $\frac{Q}{n}$ in C |
|-----------------|------------------------------------|----|------------------------|
| 1               | 1.9210                             | 1  | 1.921                  |
| 2               | -3.7421                            | -2 | 1.87105                |
| 3               | -3.0533                            | -2 | 1.52665                |
| 4               | -3.3139                            | -2 | 1.65695                |
| 5               | -2.5141                            | -2 | 1.25705                |
| 6               | -2.7556                            | -2 | 1.3778                 |
| 7               | 2.1178                             | 1  | 2.1178                 |
| 8               | 3.0714                             | 2  | 1.5357                 |
| 9               | 3.2359                             | 2  | 1.61795                |
| 10              | 1.8361                             | 1  | 1.8361                 |
| 11              | 1.6096                             | 1  | 1.6096                 |
| 12              | 1.5258                             | 1  | 1.5258                 |

Abb. 6: Ergebnisse für die Elementarladung e

Mithilfe dieser Messwerte lassen sich der Mittelwert  $\bar{e}$ , die Standardabweichung S und die Standardabweichung  $S_m$  des Mittelwerts berechnen:

$$\bar{e} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n e_i$$

$$\bar{e} = 1.6545 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2}{n-1}}$$

$$S = 0.2328 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

$$S_m = \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot 2$$

$$S_m = 0.2688 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

Als Endergebnis bekommt man dann:

$$e = (1.6314 \pm 0.2524) \cdot 10^{-19} \text{C}$$

$$e = 1.6314 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot (1 \pm 16.3\%)$$

#### 4. Bestimmen der Masse des Elektrons

Nun wird die Masse  $m$  des Elektrons aus den experimentell bestimmten Werten für die spezifische Ladung und der Elementarladung bestimmt.

$$m = \frac{\bar{e}}{\frac{e}{m}}$$

$$m = \frac{1.6314 \cdot 10^{-19} \text{C}}{1.7357 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2}} = 9.3991 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

Durch unsere Messwerte erhalten wir für die Masse eines Elektrons  $9.3991 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ , da aber bei der Messung viele Fehler auftreten, wird anschließend noch die Messunsicherheit für die experimentell bestimmte Masse  $m$  berechnet. Dazu wird das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz angewendet.

$$m\left(e, \frac{e}{m}\right) = \frac{e}{\frac{e}{m}}$$

$$\Delta m\left(\bar{e}, \frac{\bar{e}}{m}\right) = \sqrt{\left(\frac{\partial m\left(e, \frac{e}{m}\right)}{\partial e} \cdot \Delta e\right)^2 + \left(\frac{\partial m\left(\bar{e}, \frac{\bar{e}}{m}\right)}{\partial \frac{e}{m}} \cdot \Delta \frac{e}{m}\right)^2}$$

$$\Delta m\left(\bar{e}, \frac{\bar{e}}{m}\right) = \sqrt{\left(-\frac{\bar{e}}{\left(\frac{\bar{e}}{m}\right)^2} \cdot \Delta \frac{e}{m}\right)^2 + \left(-\frac{1}{\left(\frac{\bar{e}}{m}\right)} \cdot \Delta e\right)^2}$$

$$\Delta m = \sqrt{\left(-\frac{1.631425 \cdot 10^{-19} \text{C}}{(1.7357 \cdot 10^{11})^2 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2}} \cdot 5320066988 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{(1.7357 \cdot 10^{11})^2 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2}} \cdot 0.1262 \cdot 10^{-19} \text{C}\right)^2}$$

$$\Delta m = 2.8809 \cdot 10^{-32} \text{kg}$$

Damit ergibt sich als Endergebnis:

$$m = (9.3991 \pm 0.2881) \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

$$m = 9.399110^{-31} \text{kg} \cdot (1 \pm 3.1\%)$$

## 5. Vergleichen mit den Literaturwerten

Literaturwerte:

$$\frac{e}{m} = 1.7588 \cdot 10^{11} \text{Ckg}^{-1}$$

$$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

$$m = 9.1096 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

Experimentell bestimmte Werte:

$$\frac{e}{m} = (1.7357 \pm 0.0532) \cdot 10^{11} \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}^2}$$

$$e = (1.6314 \pm 0.2524) \cdot 10^{-19} \text{C}$$

$$m = (9.3991 \pm 0.2881) \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

Man kann erkennen, dass die Ergebnisse der Messwerte sehr nahe an den Literaturwerten liegen. Dennoch liegen minimale Abweichungen vor, welche sich durch die Subjektive Einschätzung der Messkala der Fadenstrahlröhre und der Öltröpfchenbewegung erklären lassen.

