

SAITENSCHWINGUNG

Blockpraktikum Physik WS 2018/19

Protokoll

20.02.2019



Ziel des Versuchs

Bei dieser Versuchsreihe sollen die Eigenfrequenzen einer an beiden Enden fest eingespannten Saite in Abhängigkeit der Saitenspannung und der Saitenlänge untersucht werden. Die Grundschwingung sowie die Oberschwingung lassen sich anhand der Anzahl der Knoten und Bäuche der stehenden Transversalwelle erkennen.

Beim ersten Versuch wird die Saitenspannung durch Anbringen von verschiedenen Massen an einem Saitenende variiert. Beim zweiten Versuch wird die Eigenfrequenz in Abhängigkeit der Saitenlänge untersucht.

Auswertung Teil 1

L=70cm mit variierenden Massen

a) Grundfrequenz

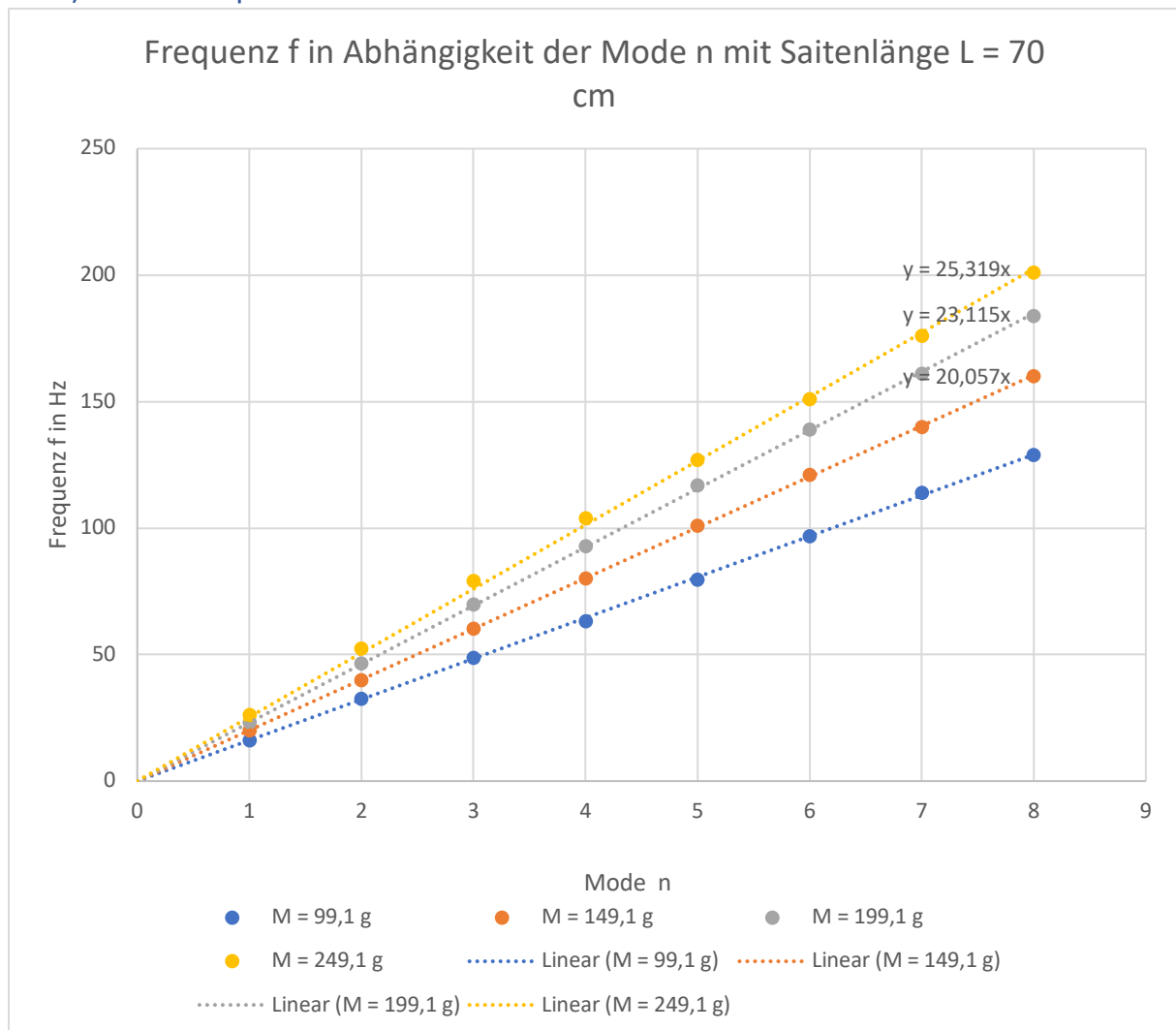


Abbildung 1 Experimentell bestimmte Frequenzen f für 4 verschiedene Massen M in Abhängigkeit der Mode n mit konstanter Saitenlänge $= 70 \text{ cm}$; Ausgleichsgeraden in Form $y = m \cdot x$ für die jeweiligen Messpunkte sind in entsprechender Farbe eingezeichnet

Masse 99,1g: $f_1 = (16,13 \pm 0,12) \text{ Hz}$

Masse 149,1g: $f_1 = (20,06 \pm 0,06) \text{ Hz}$

Masse 199,1g: $f_1 = (23,12 \pm 0,11) \text{ Hz}$

Masse 249,1g: $f_1 = (25,32 \pm 0,27) \text{ Hz}$

b) Ausbreitungsgeschwindigkeit c

Formeln zur Berechnung:

$$C(f_1, L) = 2 \cdot L \cdot f_1 \quad (\text{aus Gleichung SA.1 und SA.2})$$

$$\Delta c = \sqrt{(2 \cdot f_1 \cdot \Delta L)^2 + (2 \cdot L \cdot \Delta f_1)^2} \quad (\text{Gauß'sche Fehlerfortpflanzung})$$

$$\Delta L = \Delta L_{\text{syst}} + \Delta L_{\text{stat}}$$

$$\Delta L_{\text{syst}} = a + b \cdot L = 0,6 \text{ mm} + 0,4 \text{ mm/m} \cdot 1 \text{ m} = 1,0 \text{ mm}$$

$$\Delta L_{\text{stat}} = 0,3 \text{ mm}$$

$$\Delta L = 1,3 \text{ mm} = 0,0013 \text{ m}$$

Damit lassen sich für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c folgende Werte berechnen:

$$\text{Masse 99,1g: } c = (22,59 \pm 0,15) \text{ m/s}$$

$$\text{Masse 149,1g: } c = (28,01 \pm 0,10) \text{ m/s}$$

$$\text{Masse 199,1g: } c = (32,36 \pm 0,17) \text{ m/s}$$

$$\text{Masse 249,1g: } c = (35,4 \pm 0,4) \text{ m/s}$$

c) Saitenmasse m

Formeln zur Berechnung:

$$m = \frac{M \cdot g}{4 \cdot L \cdot f_1^2} \quad (\text{aus SA.4-SA.7})$$

$$\Delta m = \sqrt{\left(\frac{g}{4 \cdot L \cdot f_1^2} \cdot \Delta M\right)^2 + \left(\frac{M \cdot g}{4 \cdot L^2 \cdot f_1^2} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{g}{2 \cdot L \cdot f_1^3} \cdot \Delta f_1\right)^2}$$

Unsicherheiten sind gegeben durch:

$$\Delta M = 1 \text{ g}$$

Δf_1 und ΔL aus den vorherigen Aufgabenteilen

Damit ergeben sich für m folgende Werte:

Masse 99,1g: $m = (1,334 \pm 0,022) \text{ g} = 1,334 (1 \pm 1,6 \%) \text{ g}$

Masse 149,1g: $m = (1,298 \pm 0,012) \text{ g} = 1,298 (1 \pm 0,9 \%) \text{ g}$

Masse 199,1g: $m = (1,306 \pm 0,028) \text{ g} = 1,306 (1 \pm 2,1 \%) \text{ g}$

Masse 249,1g: $m = (1,36 \pm 0,07) \text{ g} = 1,36 (1 \pm 4,7 \%) \text{ g}$

d) Mittelwert Saitenmasse m_s

Formeln zur Berechnung:

$$m_s = \frac{\sum \frac{m_i}{s_{mi}^2}}{\sum \frac{1}{s_{mi}^2}} \quad (\text{ aus GR.61})$$

$$s_{ms} = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{s_{mi}^2}}} \quad (\text{ aus GR.62})$$

Daraus ergibt sich:

$$m_s = (1,307 \pm 0,010) \text{ g} = 1,307 (1 \pm 0,7 \%) \text{ g}$$

Auswertung Teil 2

$M = 99,1 \text{ g}$ mit variierender Saitenlänge

- a) Die Grundfrequenzen für die verschiedenen Saitenlängen werden durch folgende Gleichung bestimmt:

$$f_1 = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{6} \quad (\text{nach Gleichung SA. 4})$$

Tabelle 1 Grundfrequenz f_1 für korrespondierende Saitenlänge L

L in cm	f_1 in Hz
40	29,763
45	25,876
50	23,0083
55	21,56
60	20,2
65	18,915
70	17,255
75	16,2

b)

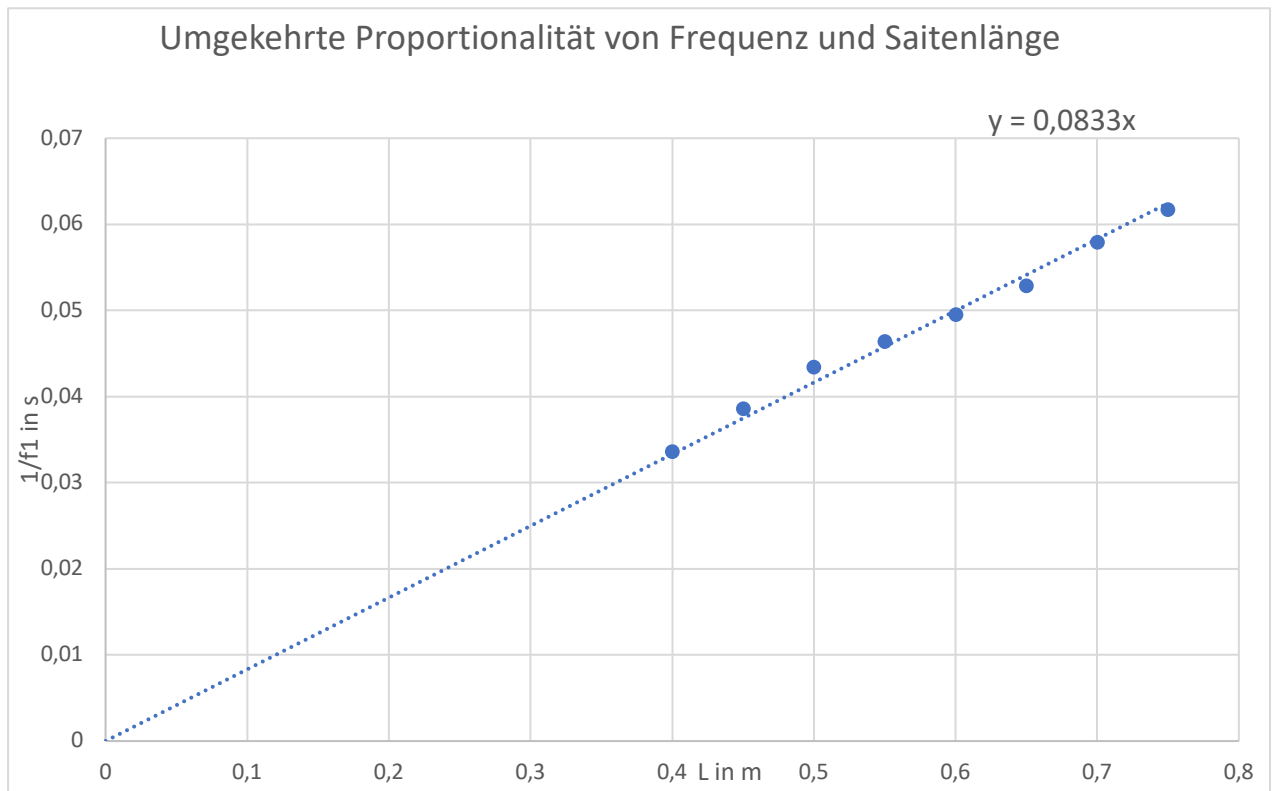


Abbildung 2 Bestätigung der Proportionalität von $\frac{1}{f_1}$ und L ; die Ausgleichsgerade zeigt, dass die Messpunkte nahezu auf der Gerade liegen, d.h. $\frac{1}{f_1} \propto L$

Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit

Aus Gleichung SA.4 kann der lineare Zusammenhang zwischen der Länge L und der Grundfrequenz f_1 erkannt werden:

$$L = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{f_1} \quad (\text{SA. 4})$$

Mithilfe der Steigung $m = \frac{1}{f_1 \cdot L}$ der Ausgleichsgeraden kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit c bestimmt werden:

$$c_2 = \frac{2}{m} = (24,0 \pm 0,4) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung wird die Messunsicherheit wie folgt berechnet:

$$\Delta c_2 = \frac{2}{m^2} \cdot \Delta m$$

mit $\Delta m = 0,0013$

Vergleich mit dem Messergebnis aus Teil 1 mit $M = 99,1 \text{ g}$:

$$\frac{c_2}{c_1} = 1 - \frac{24,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{22,59 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,0624 = 0,063$$

Damit ergibt sich eine Messabweichung von 6,3 %, die unter anderem mit Messfehlern zu erklären ist. Es könnte sich zum Beispiel beim Einstellen der Frequenz des Lautsprechers für die Oberschwingungen ein Fehler eingeschlichen haben, da dies ja nach Augenmaß gemacht wurde.

Messprotokoll

Meterstab: Genauigkeitsklasse: III

1. Versuchsteil

1. Messung: $L=70\text{cm}$, $M=99,1\text{g}$

Grundschwingung: ~~$f_1=16,12\text{ Hz}$~~

$n=2$

$f_2=32,63\text{ Hz}$

$n=3$

$f_3=48,70\text{ Hz}$

$n=4$

$f_4=63,34\text{ Hz}$

$n=5$

$f_5=79,73\text{ Hz}$

$n=6$

$f_6=96,93\text{ Hz}$

$n=7$

$f_7=114\text{ Hz}$

$n=8$

$f_8=129\text{ Hz}$

2. Messung: $L=70\text{cm}$, ~~$M=99,1\text{g}$~~ $M=99,1\text{g}+50\text{g}$

$n=1$ $f_1=20,17\text{ Hz}$

$n=2$ $f_2=40,02\text{ Hz}$

$n=3$ $f_3=60,16\text{ Hz}$

$n=4$ $f_4=80,07\text{ Hz}$

$n=5$ $f_5=100,92\text{ Hz}$

$n=6$ $f_6=121\text{ Hz}$

$n=7$ $f_7=140\text{ Hz}$

$n=8$ $f_8=160\text{ Hz}$

3. Messung $L=70\text{cm}$, $M=99,1\text{g} + 100\text{g}$

$n=1$	$f_1 = 23,30\text{ Hz}$
$n=2$	$f_2 = 46,59\text{ Hz}$
$n=3$	$f_3 = 69,85\text{ Hz}$
$n=4$	$f_4 = 92,88\text{ Hz}$
$n=5$	$f_5 = 117\text{ Hz}$
$n=6$	$f_6 = 139\text{ Hz}$
$n=7$	$f_7 = 161\text{ Hz}$
$n=8$	$f_8 = 184\text{ Hz}$

4. Messung $L=70\text{cm}$ $M=99,1\text{g} + 150\text{g}$

$n=1$	$f_1 = 26,18\text{ Hz}$
$n=2$	$f_2 = 52,35\text{ Hz}$
$n=3$	$f_3 = 79,09\text{ Hz}$
$n=4$	$f_4 = 104\text{ Hz}$
$n=5$	$f_5 = 127\text{ Hz}$
$n=6$	$f_6 = 151\text{ Hz}$
$n=7$	$f_7 = 176\text{ Hz}$
$n=8$	$f_8 = 201\text{ Hz}$

2. Versuchsteil $M = 99,19$

1. Messung $L = 40 \text{ cm}$

$n=1$	$f_1 = 9,67 \text{ Hz}$
$n=2$	$f_2 = 18,87 \text{ Hz}$
$n=3$	$f_3 =$

$n=1$	$f_1 = 29,94 \text{ Hz}$
$n=2$	$f_2 = 59,26 \text{ Hz}$
$n=3$	$f_3 = 89,38 \text{ Hz}$

2. Messung $L = 45 \text{ cm}$

$n=1$	$f_1 = 25,84 \text{ Hz}$
$n=2$	$f_2 = 51,69 \text{ Hz}$
$n=3$	$f_3 = 77,73 \text{ Hz}$

3. Messung $L = 50 \text{ cm}$

$n=1$	$f_1 = 22,52 \text{ Hz}$
$n=2$	$f_2 = 45,05 \text{ Hz}$
$n=3$	$f_3 = 70,48 \text{ Hz}$

4. Messung $L = 55 \text{ cm}$

$n=1$	$f_1 = 21,54 \text{ Hz}$
$n=2$	$f_2 = 43,73 \text{ Hz}$
$n=3$	$f_3 = 64,09 \text{ Hz}$

5. Messung $L = 60 \text{ cm}$

$$n=1 \quad f_1 = 20,29 \text{ Hz}$$

$$n=2 \quad f_2 = 40,16 \text{ Hz}$$

$$n=3 \quad f_3 = 60,75 \text{ Hz}$$

6. Messung $L = 65 \text{ cm}$

$$n=1 \quad f_1 = 19,05 \text{ Hz}$$

$$n=2 \quad f_2 = 38,23 \text{ Hz}$$

$$n=3 \quad f_3 = 56,21 \text{ Hz}$$

7. Messung $L = 70 \text{ cm}$

$$n=1 \quad f_1 = 17,22 \text{ Hz}$$

$$n=2 \quad f_2 = 34,84 \text{ Hz}$$

$$n=3 \quad f_3 = 51,47 \text{ Hz}$$

8. Messung $L = 75 \text{ cm}$

$$n=1 \quad f_1 = 16,60 \text{ Hz}$$

$$n=2 \quad f_2 = 31,43 \text{ Hz}$$

$$n=3 \quad f_3 = 49,00 \text{ Hz}$$