OHM'SCHES GESETZ UND WHEATSTONE'SCHE MESSBRÜCKE

Praktikum für Naturwissenschaftler

27. FEBRUAR 2019

NINA KÖDER, LAURA KLINGER
Gruppe 5, Medizintechnik

I. Zielführung

Um grundlegende Kenntnisse über den Zusammenhang von Spannung, Stromstärke und Widerstand zu erhalten, wird in diesem Versuch das Ohm'sche Gesetz näher betrachtet. Außerdem führen wir Experimente zur Wheatstone-Brücke durch, die es uns ermöglichen die Größe zweier unbekannter Widerstände zu ermitteln. Der Widerstand R ist in allen drei Versuchen die zentrale Größe, mit welcher Messungen und Rechnungen durchgeführt werden. Dabei wissen wir, dass der Widerstand eine von dem Material und des Leiters abhängige Größe ist.

II. Versuchsaufbau und -durchführung

Der Versuch kann in drei Teile aufgeteilt werden.

Im ersten Versuchsteil geht es darum, experimentell die Strom-Spannungs-Kennlinie des Messdrahtes zu bestimmen. Dafür wird bei einer Stromfehlerschaltung zunächst die elektrische Stromstärke I in Abhängigkeit der Zeit t gemessen. Die angelegte Spannung U wird dafür im Bereich von 0V bis 1,8V variiert. Außerdem wird die Dicke des Messdrahtes bestimmt. Zuletzt wird eine Spannungsfehlerschaltung aufgebaut, wobei die elektrische Stromstärke analog gemessen wird.

Im zweiten Teil des Versuches betrachten wir ein Potentiometer. Hierbei messen wir den Spannungsabfall entlang des Messdrahts bei einer fest angelegten Spannung U_{ges} = 1,8V.

Im letzten Teil des Versuches werden mithilfe der Wheatstone-Brücke zwei unbekannte Widerstände R_x bzw. R_y bestimmt. Dies erfolgt durch Messung der Länge l des Drahtes für jeweils unterschiedliche Normalwiderstände, bei welchen am unbekannten Widerstand R_x bzw. R_y eine Spannung von 0V anliegt. Danach ersetzen wir den unbekannten Widerstand mit einer Reihen- bzw. Parallelschaltung aus beiden unbekannten Widerständen und messen analog die Länge l des Drahtes für unterschiedliche Normalwiderstände.

III. Auswertung

I. Strom-Spannungs-Kennlinie

a. Stromfehlerschaltung

Zur Bestimmung der Strom-Spannungs-Kennlinie wurde eine Stromfehlerschaltung aufgebaut. Dabei stellt der Draht der Länge l=1m den Widerstand R dar.

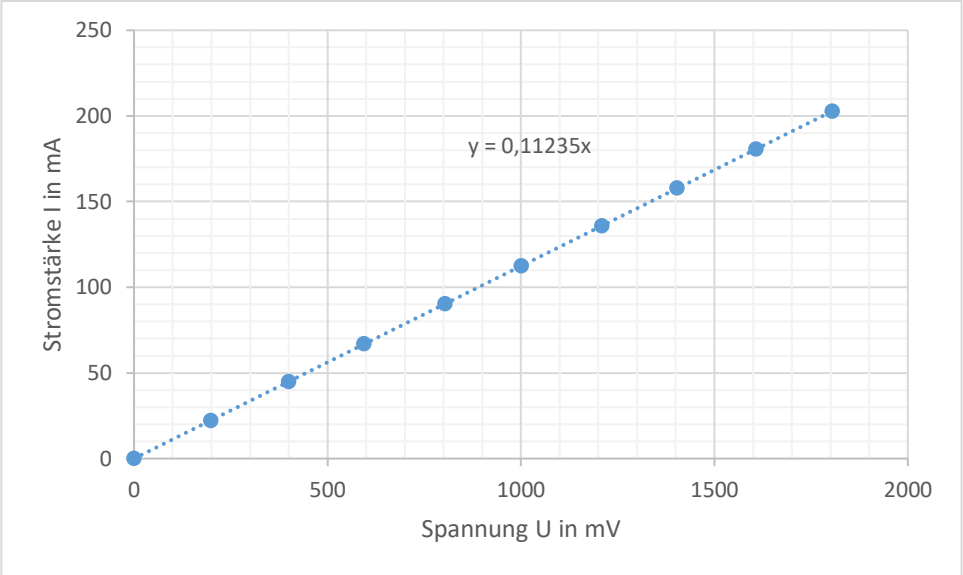


Abbildung 1: I-U-Diagramm Stromfehlerschaltung

Die Steigung der Ausgleichsgeraden kann durch folgende Formel berechnet werden:

$$a = \frac{\sum Ui \cdot Ii}{\sum Ii^2} = 0{,}11235\ \frac{A}{V} \qquad (1)$$

Um daraus den Widerstand des Drahtes zu bestimmen, verwenden wir folgende Formel:

$$R = \frac{1}{a} = 8{,}900725\ \Omega \qquad (2)$$

Die Unsicherheit der Steigung der Ausgleichsgeraden s_a berechnet sich durch die Formeln GR.51 und GR.52, wobei t=2 gilt.

Es ergibt sich:

$$s_u = \sqrt{\frac{\sum(I_i - aU_i)^2}{n-1}} \qquad (3)$$

$$s_a = \frac{su}{\sum U_i^2} \cdot t \qquad = 76{,}55\ \mu\frac{A}{V} \qquad (4)$$

Die Unsicherheit der Widerstandsmessung kann mithilfe Gauß'scher Fehlerfortpflanzung (OG.12) berechnet werden. Wir verwenden folgende Formel:

$$R = \frac{1}{a} \qquad (5)$$

$$\Delta R = \frac{1}{a^2} \cdot s_a \qquad = \pm\ 0{,}0061\ \Omega \qquad (6)$$

Somit kann das Messergebnis R mit absoluter Messunsicherheit angegeben werden:

$$R = (8{,}9007 \pm 0{,}0061)\ \Omega$$

b. Durchmesser d des Drahtes

Mithilfe des spezifischen Widerstandes ρ = 1,43 µΩm, dem Widerstand R = 8,9007Ω und der Länge l = 1m des Messdrahtes kann der Durchmesser berechnet werden. Es wird angenommen, dass der Kreisquerschnitt rund ist.

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot L}{R \cdot \pi}} \quad = 0{,}000452283\text{m} = 0{,}452283\text{mm} \qquad (7)$$

Vergleicht man den berechneten Wert des Durchmessers mit dem von uns gemessenen Wert für d = 0,5 mm, kann man sehen, dass die relative Abweichung von ca. 11% gering ausfällt. Unser Vertauensintervall liegt im Bereich von [d-0,05mm; d+0,05mm] der berechneten Größe, was in Bezug auf unseren gemessenen Wert bedeutet, dass er mit einer Abweichung von ca. 0,05mm noch in diesem Bereich liegt.

c. Spannungsfehlerschaltung

Es wurde eine Spannungsfehlerschaltung aufgebaut, um Stromstärke und Spannung in Relation zu setzen. Es ergibt sich folgendes Diagramm:

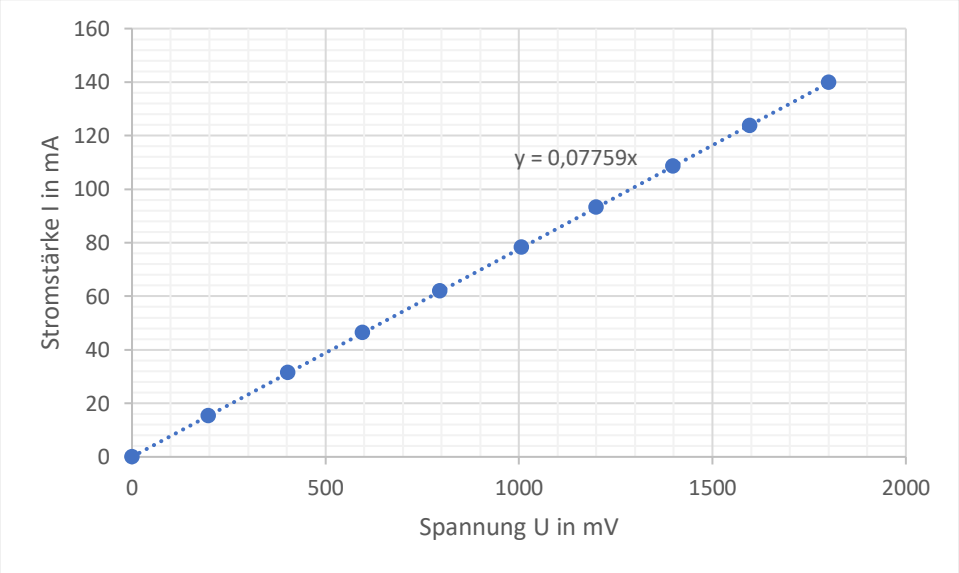


Abbildung 2: I-U-Diagramm bei Spannungsfehlerschaltung

Die Steigung der Ausgleichsgeraden beträgt a = 0,07759 $\frac{A}{V}$. Auch hier kann der Widerstand R mithilfe von Formel (1) und (2) bestimmt werden:

R = 12,88752 Ω

Analog zu Aufgabenteil 1a. ergeben sich folgende Unsicherheit der Steigung der Ausgleichsgeraden s_a und Unsicherheit der Widerstandsmessung ΔR:

s_a = 54,48 µ $\frac{A}{V}$

ΔR = ± 0,00905 Ω

Dazu wurden die Formeln (3) – (6) verwendet.

Das Messergebnis R kann mit der absoluten Messunsicherheit angegeben werden:

$$R = (12{,}888 \pm 0{,}010)\ \Omega$$

d. Vergleich Messwerte und Begründung für Abweichung

Aus den zwei verschiedenen Werten für den Widerstand des Drahtes bei Strom- und Spannungsfehlerschaltung kann folgendes erkannt werden: Der Widerstand R bei der Spannungsfehlerschaltung ist um ca. 45 % höher als der berechnete Widerstand R bei der Stromfehlerschaltung. Dies liegt daran, dass bei jeder der beiden Schaltungen entweder eine zu große Stromstärke oder ein zu großer Spannungsabfall gemessen wird.

Man kann annehmen, dass die Stromfehlerschaltung bei einem kleinen Widerstand, wie in diesem Versuch mit ca. 13 Ω, genauer ist. Das liegt daran, dass der bei der Stromfehlerschaltung der Spannungsabfall am Widerstand korrekt gemessen wird, was bei der Spannungsfehlerschaltung nicht der Fall ist.

Allerdings misst das Strommessgerät den Gesamtstrom, der durch das Spannungsmessgerät und den Widerstand fließt, wodurch es hier zu Abweichungen von der zu messenden Größe kommen kann. Ist der zu vermessende Widerstand R aber deutlich kleiner als der Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes, welcher typischerweise im Mega-Ohm-Bereich liegt, ist die Abweichung von der korrekten Stromstärke nur gering. Dies liegt daran, dass durch den großen Innenwiderstand des Spannungsmessgerätes nur sehr kleine Ströme fließen können und diese dadurch kaum nennenswert sind.

e. Korrektur Spannungsfehlerschaltung & Systematischer Messfehler

Das für die Messungen der Stromstärke verwendete Messgerät besitzt einen Innenwiderstand von $R_I = 2\Omega$. Dadurch kommt es beim vorliegenden Versuchsaufbau zu einem systematischen Messfehler, dessen Einfluss im Folgenden korrigiert werden soll.

Der in Abschnitt 2c. berechnete Widerstand $R_{ges} = (12{,}888 \pm 0{,}010)\ \Omega$ setzt sich aus dem Widerstand des Drahtes und dem Widerstand des Messgerätes zusammen. Es ergibt sich für $R_{ges}=R_{Draht}+R_I$ und somit für $R_{Draht} = R_{ges} - R_I = (10{,}888 \pm 0{,}010)\ \Omega$.

Vergleicht man nach der Korrektur die ermittelten Widerstandswerte von Strom- und Spannungsfehlerschaltung, fällt auf, dass diese näher beieinander liegen: Bei der Stromfehlerschaltung war unser Ergebnis für den Widerstand $R = (8{,}9007 \pm 0{,}0061)\ \Omega$, während unser Ergebnis der Spannungsfehlerschaltung für den Widerstand $R = (10{,}888 \pm 0{,}010)\ \Omega$ lautet. Dies entspricht trotzdem noch einer Abweichung von ca. 2Ω, was nicht mehr im Vertrauensintervall liegt.

II. Potentiometer

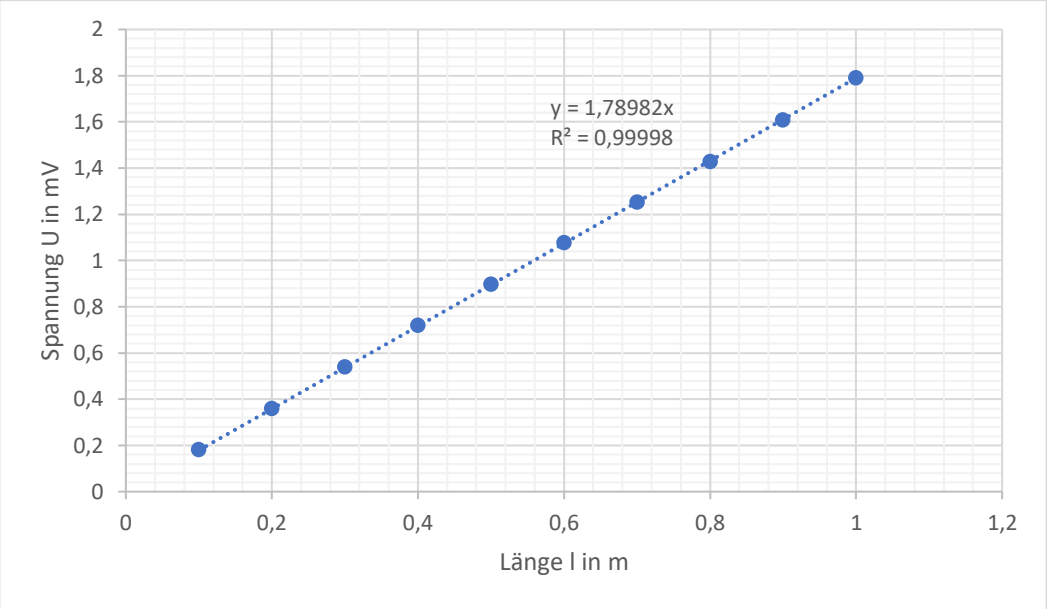


Abbildung 3: Spannungsabfall als Funktion der Länge

Der Korrelationskoeffizient der Ausgleichsgeraden beträgt bei dieser Messung ca. 0,99999486 ≈ was bestätigt, dass ein linearer Zusammenhang zwischen der Spannung U und der Länge l besteht bzw., dass U proportional zu R ist. Dies kann auch mit folgender Formel gezeigt werden:

$$U = R \cdot I \text{ mit } R = \rho \cdot \frac{l}{A} \qquad (8)$$

III. Wheatstone-Brücke

Im vorliegenden Versuch wird der Wert zweier unbekannter Widerstände R_x und R_y durch die Wheatstone-Brücke bestimmt. Dazu werden Messungen sowohl in Reihenschaltung als auch in Parallelschaltung durchgeführt.

a. Widerstand R_X und R_Y

Mittels unserer Messdaten können die Mittelwerte der Widerstände berechnet werden. Dies erfolgt durch Berechnung mit Gleichung OG.10:

$$R_{X,Y} = \frac{l1}{l2} \cdot R_N \qquad (9)$$

Die folgenden Mittelwerte der Widerstände konnten berechnet werden:

$\overline{R_x}$ = 63,32390 Ω

$\overline{R_y}$ = 71,40571 Ω

Für die absolute und relative Messunsicherheit ergibt sich:

R_x = 63,32 (1 ± 0,31%) Ω = (63,32 ± 0,19) Ω

R_y = 71,41 (1 ± 0,27%) Ω = (71,41 ± 0,19) Ω

b. Analytische Bestimmung Gesamtwiderstand: Parallelschaltung

Der Mittelwert $\overline{R_{ges}}$ des Widerstandswertes für die Parallelschaltung lässt sich wie folgt berechnen (OG.8):

$$\overline{R_{ges}} = \frac{\overline{R_x \cdot R_y}}{\overline{R_x + R_y}} = 33{,}56120\ \Omega \qquad (10)$$

Daraus kann die Messunsicherheit s_{Rges} mithilfe Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet werden (siehe OG.13):

s_{Rges}= 0,065391 Ω

Der Widerstandswert R_{ges} für Parallelschaltung beider Widerstände mit absoluter und relativer Messunsicherheit beträgt:

R_{ges} = (33,56 ± 0,07) Ω

R_{ges} = 33,56 (1 ± 0,21%) Ω

c. Experimentelle Bestimmung Gesamtwiderstand: Parallelschaltung

Der unbekannte Gesamtwiderstand der Parallelschaltung kann mittels Formel OG.10 bzw. (9) berechnet werden. Daraus ergeben sich folgende Werte:

Mittelwert $\bar{R}_{II}$ = 33,39783 Ω

Messunsicherheit $s_{R\,II}$ = 0,104431 Ω

Daraus kann der Widerstandswert mit absoluter und relativer Messunsicherheit berechnet werden:

R_{II} = (33,40 ± 0,11) Ω

R_{II} = 33,40 (1 ± 0,33%) Ω

d. Vergleich Widerstandsmessungen: Parallelschaltung

Es wurden folgende Werte für den Gesamtwiderstand der Parallelschaltung berechnet bzw. Experimentell bestimmt:

Berechnet: $R_{ges} = (33{,}56 \pm 0{,}07)\ \Omega$

Experimentell bestimmt: $R_{II} = (33{,}40 \pm 0{,}11)\ \Omega$

Die berechneten und experimentell bestimmten Werte für den Gesamtwiderstand der Parallelschaltung stimmen mit einer Ungenauigkeit von 0,5% überein.

Dies liegt an der Genauigkeit der Wheatstone-Brücke, die es durch Umgehung einer Fehlerschaltung ermöglicht sehr genaue Ergebnisse zu messen.

e. Analytische Bestimmung Gesamtwiderstand: Reihenschaltung

Der Mittelwert $\overline{Rges}$ des Widerstandswertes für die Reihenschaltung lässt sich wie folgt berechnen:

$\overline{Rges} = R_x + R_y = 134{,}73\ \Omega$

Durch partielle Ableitung erhält man:

$$S_{Rges} = \sqrt{s_{Rx}^2 + s_{Ry}^2} \qquad (11)$$

$$= 0{,}259331\ \Omega$$

Der Widerstandswert R_{ges} für Reihenschaltung beider Widerstände mit absoluter und relativer Messunsicherheit beträgt:

$R_R = (134{,}73 \pm 0{,}26)\ \Omega$

$R_R = 134{,}73\ (1 \pm 0{,}20\%)\ \Omega$

f. Experimentelle Bestimmung Gesamtwiderstand: Reihenschaltung

Der unbekannte Gesamtwiderstand der Reihenschaltung kann mittels Formel OG.10 bzw. (9) berechnet werden. Daraus ergeben sich folgende Werte:

Mittelwert $\overline{R_R} = 135{,}50905\ \Omega$

Messunsicherheit $s_{Rges} = 0{,}413966\ \Omega$

Daraus kann der Widerstandswert mit absoluter und relativer Messunsicherheit berechnet werden:

$R_R = (135{,}5 \pm 0{,}5)\ \Omega$

$R_R = 135{,}51\ (1 \pm 0{,}37\%)\ \Omega$

g. Vergleich Widerstandsmessungen: Reihenschaltung

Unsere Ergebnisse für den Gesamtwiderstand der Reihenschaltung liegen sehr nah beieinander:

Berechnet:	$R_R = (134{,}73 \pm 0{,}26)\ \Omega$
Experimentell bestimmt:	$R_R = (135{,}5 \pm 0{,}5)\ \Omega$

Es ergibt sich eine Abweichung von ca. 0,6%. Damit ist die Abweichung der Widerstandsmessung der Reihenschaltung minimal größer als die der Widerstandsmessung der Parallelschaltung. Dies könnte daran liegen, dass bei der Reihenschaltung mehr Verbindungskabel benötigt werden. Da die Spannung über die Länge abfällt, stellt dies eine weitere Messunsicherheit dar.

IV. Fazit

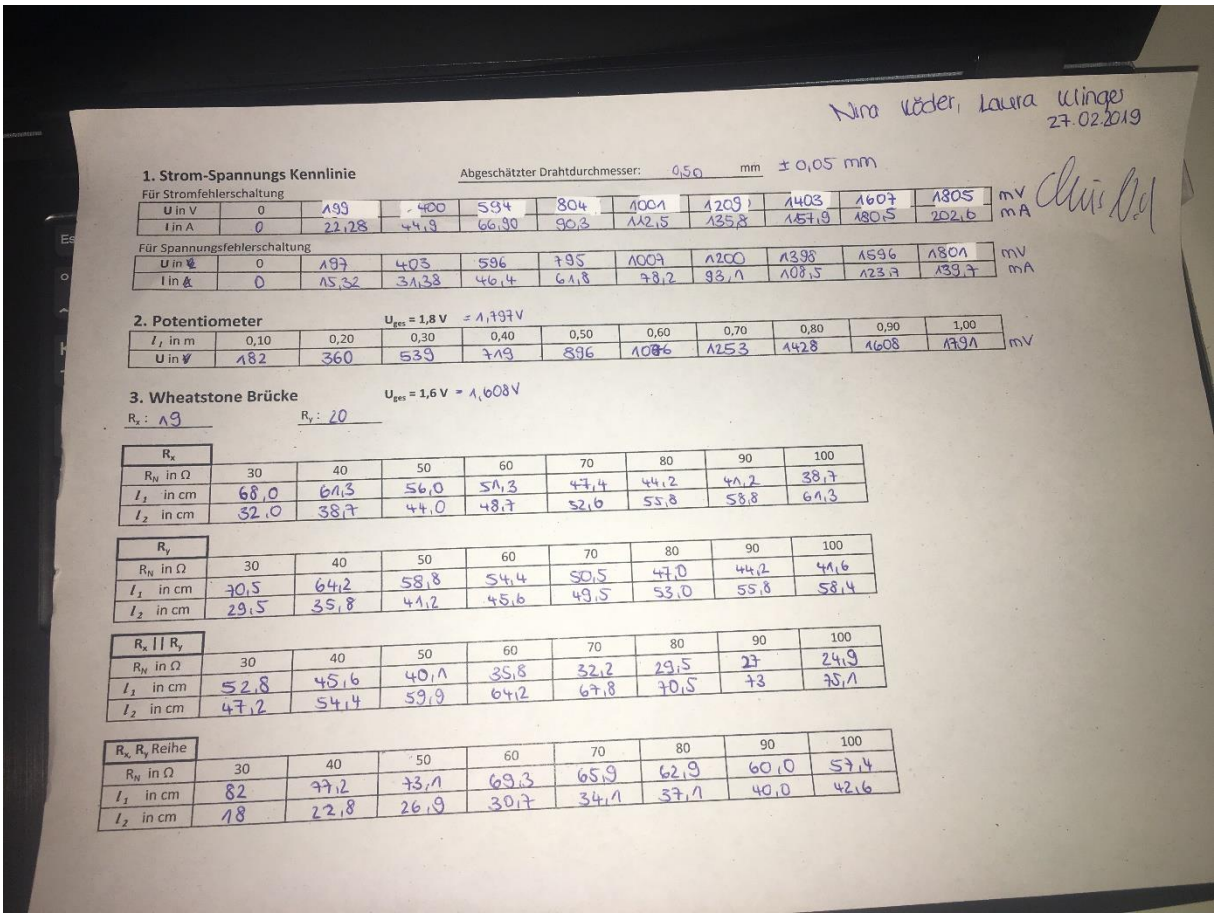
Im ersten Versuch kam es zu größeren Abweichungen, die wir mit Messungenauigkeiten bzw. Abweichungen des tatsächlichen Innenwiderstandes eines Strommessgerätes erklären.

Bei dem Versuch Potentiometer konnte durch unsere Messung ein Korrelationskoeffizient von ca. 1 experimentell ermittelt werden, was den linearen Zusammenhang von Spannung und Länge l des Drahtes bestätigen kann.

Im dritten Versuch, der Wheatstone-Brücke, konnte bei Parallel- und Reihenschaltung jeweils ein Wert für den Gesamtwiderstand experimentell und rechnerisch bestimmt werden. Der Gesamtwiderstand konnte bei beiden Versuchen relativ genau bestimmt werden, wobei nur sehr geringe Abweichungen erkannt werden konnten.

Unser Ziel, das Ohm’sche Gesetz nachzuweisen, konnten wir somit erreichen.

V. Anhang Messwerte



Nina Köder, Laura Winges
27.02.2019

1. Strom-Spannungs Kennlinie

Abgeschätzter Drahtdurchmesser: 0,50 mm ± 0,05 mm

Für Stromfehlerschaltung

U in V	0	199	400	594	804	1001	1209	1403	1607	1805	mV
I in A	0	22,28	44,9	66,90	90,3	112,5	135,8	157,9	180,5	202,6	mA

Für Spannungsfehlerschaltung

U in V	0	197	403	596	795	1007	1200	1398	1596	1801	mV
I in A	0	15,32	31,38	46,4	61,8	78,2	93,1	108,5	123,7	139,7	mA

2. Potentiometer $U_{ges} = 1,8$ V = 1,797 V

l_1 in m	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	
U in V	182	360	539	719	896	1086	1253	1428	1608	1791	mV

3. Wheatstone Brücke $U_{ges} = 1,6$ V = 1,608 V

R_x: 19 R_y: 20

R_x								
R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
l_1 in cm	68,0	61,3	56,0	51,3	47,4	44,2	41,2	38,7
l_2 in cm	32,0	38,7	44,0	48,7	52,6	55,8	58,8	61,3

R_y								
R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
l_1 in cm	70,5	64,2	58,8	54,4	50,5	47,0	44,2	41,6
l_2 in cm	29,5	35,8	41,2	45,6	49,5	53,0	55,8	58,4

$R_x \mid\mid R_y$								
R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
l_1 in cm	52,8	45,6	40,1	35,8	32,2	29,5	27	24,9
l_2 in cm	47,2	54,4	59,9	64,2	67,8	70,5	73	75,1

R_x, R_y Reihe								
R_N in Ω	30	40	50	60	70	80	90	100
l_1 in cm	82	77,2	73,1	69,3	65,9	62,9	60,0	57,4
l_2 in cm	18	22,8	26,9	30,7	34,1	37,1	40,0	42,6

Abbildung 4: Messwerte Praktikum