
INTERFERENZ & BEUGUNG

Praktikum für Naturwissenschaftler

25. FEBRUAR 2019

NINA KÖDER, LAURA KLINGER
Gruppe 5, Medizintechnik

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	2
2.	Beugung am Gitter	2
2.1	Zielführung	2
2.2	Versuchsaufbau	2
2.3	Versuchsdurchführung	2
2.4	Auswertung	3
2.4.1	Beugungswinkel θ_n	3
2.4.2	$\sin(\theta_n)$ -n-Diagramm	4
2.4.3	Funktionaler Zusammenhang $\lambda(m,g)$, Wellenlänge Laser, Unsicherheit der Steigung, Messunsicherheiten	4
2.4.4	Vergleich Messergebnis von λ mit Herstellerangabe	5
2.4.5	Spaltbreite der einzelnen Spalte & Gitterkonstante g	5
2.4.6	Anzahl der ausgeleuchteten Spalte	6
3.	Beugung am Einzelspalt	6
3.1.	Zielführung	6
3.2.	Versuchsaufbau	6
3.3.	Versuchsdurchführung	7
3.4.	Auswertung	7
3.4.1	Berechnung der Winkel, unter denen Minima bezüglich des Hauptmaximums ausgehen	7
3.4.2	$\sin(\theta_n)$ -n-Diagramm und Ausgleichsgerade	8
3.4.3	Zusammenhang Steigung m und Spaltbreite d	8
3.4.4	Bestimmung der Spaltbreite d durch Abbildung durch Sammellinse	9
3.4.5	Obergrenze $n_{\max}$ für Anzahl der beobachteten Minima?	9
3.4.6	Veränderung des Beugungsbildes bei Vergrößerung/Verkleinerung der Spaltbreite	10
4	Anhang Messprotokoll	11

1. Einleitung

Um beispielsweise das bunte Schimmern einer Ölpfütze erklären zu können, muss der Wellencharakter des sichtbaren Lichts genauer betrachtet werden: Licht wird als elektromagnetische Welle verstanden, durch welche sowohl Interferenz als auch Beugung auftreten kann.

Im vorliegenden Versuch soll genau dies mithilfe eines auf ein Gitter bzw. auf einen Einzelspalt treffenden Laser demonstriert werden. Es wird hierbei ein Laser verwendet, welcher mit konstanter Wellenlänge kohärentes Licht erzeugt, was besonders interferenzfähig ist. Dabei können bestimmte Interferenzmuster erkannt werden, welche den Wellencharakter von Licht beweisen.

2. Beugung am Gitter

2.1 Zielführung

In diesem Versuch soll es darum gehen, die Wellenlänge λ des im Versuch verwendeten Lasers zu bestimmen. Dazu wird das entstehende Beugungsbild eines Strichgitters mit bereits bekannter Gitterkonstante g vermessen.

Hierbei ist zu beachten, dass nie direkt in den Laser geschaut werden darf.

2.2 Versuchsaufbau

Zunächst wird auf einer optischen Bank ein Laser fixiert, welcher auf eine Projektionsfläche gerichtet sein muss. Als Projektionsfläche kann hier die Wand des Praktikumsraumes verwendet werden. Zwischen Laser und Projektionsfläche wird jetzt ein Gitter angebracht, auf das der Laser mittig auftreffen kann. Auf einem vom Assistenten ausgeteilten Arbeitsblatt, das jetzt an der Wand durch Magneten fixiert wird, können später die Messwerte eingetragen werden. Das Blatt wird so fixiert, dass das durch Interferenz entstehende Muster an der entsprechenden Stelle abgezeichnet werden kann. Der Abstand L zwischen Gitter und Projektionsfläche wird so gewählt, dass mindestens sechs Intensitätsmaxima auf jeder Seite erkennbar sind.

2.3 Versuchsdurchführung

Nach Aufbau des Versuches kann der Laser eingeschaltet werden. Bei richtiger Einstellung entsteht ein Interferenzmuster auf der Projektionsfläche, durch welches Intensitätsmaxima und -Minima sichtbar werden. Auf dem Arbeitsblatt sollten jetzt die Lagen aller Hauptmaxima bis zur sechsten Ordnung abgezeichnet werden. Außerdem soll die Lage des Intensitätsminima der Einhüllenden eingezeichnet werden, sowie die Anzahl der abgebildeten Nebenmaxima zwischen zwei benachbarten Hauptmaxima bestimmt werden.

Als nächstes werden die Abstände x_n der markierten Maxima gleicher Ordnung abgemessen und auf dem Arbeitsblatt notiert. Außerdem soll der Abstand der eingezeichneten Intensitätsminima bestimmt und notiert werden.

Zu guter Letzt muss noch der Abstand L des Gitters zur Projektionsfläche des Beugungsbilds bestimmt werden, sowie die Gitterkonstante notiert werden.

2.4 Auswertung

2.4.1 Beugungswinkel θ_n

Der Beugungswinkel θ_n kann mit folgender Formel berechnet werden: $\vartheta_n = \arctan \frac{x}{L}$ (IF.7)

Dabei entspricht x_n dem Abstand des Maximums n zum Maximum 0. Ordnung und L dem Abstand der das Licht beugenden Struktur zur Projektionsfläche des Beugungsbilds.

Maximum n	Anstand zum Maximum 0.-ter Ordnung in m	Beugungswinkel θ_n in rad	Sin θ_n
1	0,0145	0,01588	0,01588
2	0,029	0,03175	0,03175
3	0,0435	0,04761	0,04759
4	0,058	0,06344	0,06340
5	0,072	0,07870	0,07862
6	0,086	0,09392	0,09378

Tabelle 1: Zusammenhang Abstand x_n und Beugungswinkel θ_n

2.4.2 Sin (θ_n) -n-Diagramm

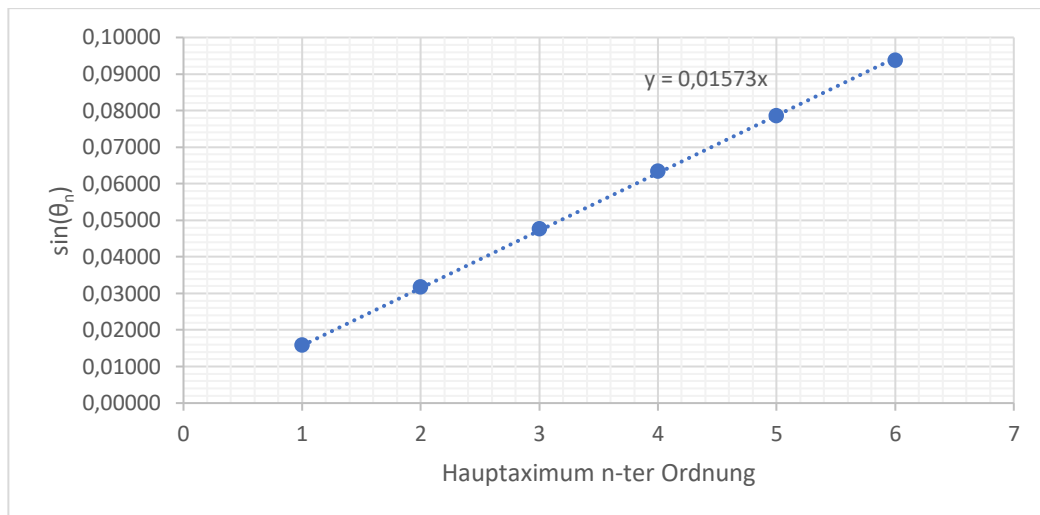


Abbildung 1: linearer Zusammenhang $\sin(\theta_n)$ des Beugungswinkels und Ordnung der Maxima

Die Steigung m der Ausgleichsgeraden durch die Messwerte beträgt $m=0,01573$.

2.4.3 Funktionaler Zusammenhang $\lambda(m,g)$, Wellenlänge Laser, Unsicherheit der Steigung, Messunsicherheiten

Die Steigung m der Ausgleichsgeraden kann auch durch folgende Formel bestimmt werden:

$$m = \frac{\sin(\theta_n)}{n}$$

Das zeigt uns, dass die Steigung mit dem Beugungswinkel θ_n zusammenhängt.

Der Zusammenhang zwischen der Wellenlänge λ und der Steigung m bzw. der Gitterkonstante g kann durch die Gleichung IF.5 aufgezeigt werden:

$$g \cdot \sin(\theta) = n \cdot \lambda \quad (IF.5)$$

Stellt man diese jetzt nach λ um und setzt die für m bestimmte Gleichung ein, ergibt sich:

$$\lambda = \frac{g \cdot \sin(\theta)}{n} = g \cdot m$$

Bei unserer Messung beträgt die Gitterkonstante $g = 40 \mu\text{m}$ und die mittlere Steigung $m = 0,0201$, wodurch wir folgende Wellenlänge λ berechnen können:

$$\lambda = 40 \mu\text{m} \cdot 0,01573 = 629,2 \text{ nm}$$

Zur Berechnung der Messunsicherheit Δu_λ werden die Unsicherheit der Steigung Δu_m und die Unsicherheit der Bestimmung der Gitterkonstanten Δu_g benötigt.

Die Gitterkonstante konnte laut Anleitung auf 1% genau bestimmt werden, wodurch sich für die Unsicherheit folgender Wert ergibt:

$$\Delta u_g = 40 \mu\text{m} \cdot 0,01 = 0,4 \mu\text{m}$$

Für die Unsicherheit der Steigung Δu_m kann mithilfe folgender Formeln berechnet werden:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n n \cdot \sin(\theta_i)}{\sum_{i=1}^n n i^2} = 0,01573085 \quad (\text{GR.49})$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\sin(\theta_i) - m \cdot n)^2}{N-1}} \quad (N \text{ entspricht der Anzahl der Messwerte}) \quad (\text{GR.52})$$

$$s_m = \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum n i^2}} \quad (\text{GR.51})$$

$$= \pm 8,67802 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Somit kann die Messunsicherheit Δu_λ mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnen:

$$\Delta u_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\delta \lambda}{\delta m} \Delta u_m\right)^2 + \left(\frac{\delta \lambda}{\delta g} \Delta u_g\right)^2} \quad (\text{GR.23})$$

$$= 7,186 \text{ nm}$$

Es ergibt sich $\lambda = (629 \pm 8) \text{ nm}$.

2.4.4 Vergleich Messergebnis von λ mit Herstellerangabe

Die Herstellerangabe der Wellenlänge λ beträgt $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Unser berechnetes Ergebnis von $\lambda = 629,2 \text{ nm}$ weicht daher um ca. 0,6 % von der tatsächlichen Wellenlänge ab.

Mögliche Ursachen für diese Abweichungen könnten Störfaktoren wie beispielsweise andere Lichtquellen sein.

2.4.5 Spaltbreite der einzelnen Spalte & Gitterkonstante g

Aus dem Abstand zwischen den Minima der Einhüllenden kann die Breite der einzelnen Gitterspalte abgeschätzt werden.

Der Abstand x zwischen dem zentralen Hauptmaximum und dem ersten Minimum der Einhüllenden beträgt bei unserer Messung $x = 0,087 \text{ m}$. Unter Verwendung der Gleichung IF.1 kann jetzt die Spaltbreite der einzelnen Spalte berechnet werden:

$$d = \frac{n \cdot \lambda}{\sin \theta} \quad (\text{IF.1})$$

Zunächst muss dafür der Abstand x mithilfe folgender Formel in den Beugungswinkel umgerechnet werden:

$$\theta = \arctan\left(\frac{x}{L}\right)$$

$$= 0,09500$$

Somit ergibt sich bei der Verwendung der Herstellerangabe für λ d zu:

$$d = \frac{1 \cdot 632,8 \text{ nm}}{\sin 0,09500} = 6,67 \mu\text{m}$$

Da $g \gg d$ gilt, für eine Gitterkonstante $g=40 \mu\text{m}$, sind die Größen gut miteinander verträglich.

2.4.6 Anzahl der ausgeleuchteten Spalte

Es konnten von uns vier Nebenmaxima im Beugungsbild erkannt werden, woraus wir schließen, dass das Gitter aus sechs Spalten bestehen muss.

3. Beugung am Einzelspalt

3.1. Zielführung

Bei diesem Versuchsteil geht es darum, die Spaltbreite d eines Einzelspaltens anhand seines Beugungsbildes zu bestimmen. Dabei wird der verstellbare Einzelspalt mit einem Laserstrahl bekannter Wellenlänge λ beleuchtet und das entstehende Beugungsbild von einer CCD-Zeilenkamera aufgenommen.

3.2. Versuchsaufbau

Der Laser wird wie im vorherigen Versuch an einem Ende der optischen Bank befestigt. Dann wird die CCD-Kamera im Abstand von ungefähr einem Meter zum Laser befestigt, wobei die Höhe so eingestellt werden muss, dass der Laserstrahl mittig auf die Kamera trifft.

Eine Aufweitungsoptik wird ca. 10cm entfernt vom Laser auf der optischen Bank aufgestellt. Auch hier muss auf eine geeignete Höhe geachtet werden, sodass der Laser mittig auf die CCD-Zeile auftrifft.

Als Nächstes wird der Einzelspalt in einem Abstand von ca. 70cm zur Kamera positioniert und durch Drehen der Aufweitungsoptik der Laserstrahl justiert. Ein Graufilter wird zwischen Laser und Aufweitungsoptik auf der optischen Bank befestigt.

Die CCD-Kamera wird mit einem Laptop verbunden, der später das Beugungsbild mit dem Programm „VideoCom“ aufnehmen kann.

3.3. Versuchsdurchführung

Zunächst wird mithilfe des Programms „VideoComm“ das Beugungsbild des Einzelspaltes qualitativ beobachtet, wobei die Spaltbreite d variiert wird. Hier wird eine zum Hauptmaximum symmetrische Verteilung der Intensität sichtbar. Wichtig hierbei ist, dass möglichst alle anderen Lichtquellen eliminiert werden, sodass es zu keiner Störung bei der Aufnahme des Beugungsbildes des Lasers kommt.

Auch in diesem Versuch wird zunächst der Abstand L von Spalt zu Kamera gemessen und notiert.

Dann wird der Einzelspalt so eingestellt, dass sowohl das Hauptmaximum als auch zwei Nebenmaxima auf dem Beugungsbild deutlich erkennbar sind. Die Kamera wird so verschoben, dass das Hauptmaximum auf dem 1536-ten Pixel der CCD-Zeile liegt. Jetzt wird der genaue Pixelwert des Hauptmaximums bestimmt und notiert.

Als Nächstes soll die Spaltbreite so eingestellt werden, dass links vom Hauptmaximum mindestens elf Minima deutlich erkennbar sind. Von zehn dieser Minima werden jetzt die Positionen (Pixelwerte) mithilfe des Programmes bestimmt.

Als letztes wird eine Kontrollmessung durchgeführt, bei welcher die Spaltbreite nicht mehr verändert werden soll. Hierfür sollen nun Graufilter und CCD-Kamera aus der Versuchsanordnung entfernt und stattdessen eine Sammellinse eingebaut werden. Auf der mindestens ein Meter von der Sammellinse entfernten Projektionsfläche soll jetzt ein scharfes Bild eingestellt werden, was durch entsprechende Verschiebung der Linse entsteht. Nun werden der Abstand g von Spalt zur Linse, der Abstand b von Linse zur Projektionsfläche und die Größe B des Spaltbildes in horizontaler Richtung abgemessen.

3.4. Auswertung

3.4.1 Berechnung der Winkel, unter denen Minima bezüglich des Hauptmaximums ausgehen

Aus der Information, dass der Sensor der Kamera eine Breite von 2,8cm besitzt und aus 2048 Pixeln besteht, ergibt sich eine Pixelbreite von ca. $1,367875 \cdot 10^{-5}$ m. Daraus kann im jetzt die Umrechnung von Pixeln in Meter erfolgen.

Auch hier wird der Beugungswinkel mit folgender Formel berechnet: $\vartheta = \arctan \frac{x}{L}$ (IF.7)

n Minimum	Lage Minimum in Pixeln	Betrag Abstand Minimum zu Hauptmaximum in Pixeln	Betrag Abstand Minimum zu Hauptmaximum in m	Beugungswinkel θ_n des Minimums in rad	Sin (θ_n)
3	1441	96	0,00131	0,00183	0,00183
5	1369	168	0,00230	0,00320	0,00320
6	1342	195	0,00267	0,00372	0,00372
7	1307	230	0,00314	0,00439	0,00439

8	1270	267	0,00365	0,00509	0,00509
9	1234	303	0,00414	0,00578	0,00578
10	1197	340	0,00465	0,00648	0,00648
11	1161	376	0,00514	0,00717	0,00717
12	1126	411	0,00562	0,00784	0,00784
13	1090	447	0,00611	0,00852	0,00852

Tabelle 2: Beugungswinkel θ

3.4.2 Sin (θ_n) -n-Diagramm und Ausgleichsgerade

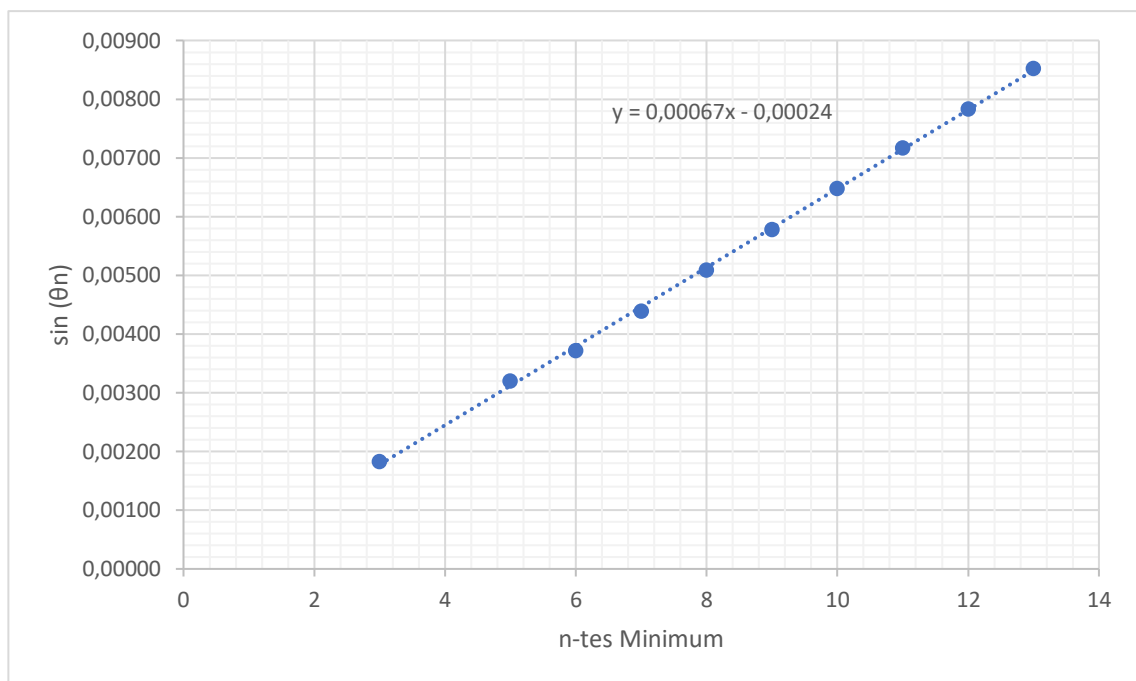


Abbildung 2: linearer Zusammenhang $\sin(\theta_n)$ des Beugungswinkels und Ordnung der Minima

Die Funktion der Ausgleichsgerade durch unsere Messwerte ergibt sich zu $y=0,00067n-0,00024$. Dabei bedeutet der y-Achsenabschnitt $c=-0,00024$, dass das Hauptmaximum nicht exakt auf dem von uns angegebenen Pixel liegt. Dies ist für die nachfolgende Berechnung der Spaltbreite b nicht von Bedeutung, da die auftretenden Winkel klein sind.

Der numerische Wert der Steigung m beträgt $m=0,00035$.

3.4.3 Zusammenhang Steigung m und Spaltbreite d

Aus der Gleichung IF.1 ergibt sich folgender Zusammenhang bei Intensitätsminima:

$$d \cdot \sin(\theta) = n \cdot \lambda \text{ für } n \neq 0 \quad (\text{IF.1})$$

Außerdem erhält man diese Gleichung für die Steigung m aus dem Diagramm:

$$m = \frac{\sin(\theta)}{n}$$

Formt man die beiden Gleichungen entsprechend um, erhält man folgende Gleichung, aus welcher die Spaltbreite d berechnet werden kann:

$$d = \frac{\lambda}{m}$$

$$= \frac{632 \text{ nm}}{0,00067} = 0,000944478 \text{ m} = 0,944 \text{ mm} = 944 \text{ } \mu\text{m}$$

Aus bereits durchgeführten Messungen ist bereits bekannt, dass die Spaltbreite auf 3% genau bestimmt werden kann. Somit ergibt sich folgende Messunsicherheit für die Spaltbreite:

Relative Messunsicherheit: $d = 944 (1 \pm 3\%) \text{ } \mu\text{m}$

Absolute Messunsicherheit: $d = (944 \pm 29) \text{ } \mu\text{m}$

3.4.4 Bestimmung der Spaltbreite d durch Abbildung durch Sammellinse

Um die Spaltbreite d mithilfe der Abbildung der Daten, die durch die Abbildung des Spaltes durch die Sammellinse gewonnen wurden, benutzen wir folgende Formel:

$$d = B \cdot \frac{g}{b}$$

Dabei entspricht B der Breite der Abbildung, g dem Abstand vom Spalt zur Linse und b dem Abstand der Linse zur Projektionsfläche.

Es ergibt sich aus unseren Messwerten:

$$d = 0,008 \text{ m} \cdot \frac{0,427 \text{ m}}{0,881 \text{ m}} = 0,003877 \text{ m} = 3877 \text{ } \mu\text{m}$$

Der hiermit ausgerechnete Wert der Spaltbreite d weicht um ca. 411 % von dem experimentell bestimmten Wert ab, was daran liegt, dass diese Messung sehr ungenau ist. Die Schärfe der Abbildung muss subjektiv geschätzt werden und somit auch die Position der Linse.

3.4.5 Obergrenze $n_{\max}$ für Anzahl der beobachteten Minima?

Es gibt tatsächlich eine Obergrenze $n_{\max}$ für die Anzahl der zu beobachteten Minima, was sich mit dem Beugungswinkel begründen lässt. Der Beugungswinkel kann nur Werte bis zu 90° annehmen.

Betrachtet man die Gleichung IF.1, erhält man den Zusammenhang zwischen Anzahl der Minima und dem Beugungswinkel:

$$d \cdot \sin(\theta) = n \cdot \lambda \text{ für } n \neq 0 \quad (\text{IF.1})$$

Es ist offensichtlich, dass $\sin(\theta) \leq 1$ für jeden Beugungswinkel θ . Beachtet man dies und setzt den in Abschnitt 3.4.3 ermittelten Wert für die Spaltbreite d und die Wellenlänge λ ein, erhält man folgenden Wert:

$$n_{\max} = \frac{944 \mu\text{m} \cdot 1}{632,8 \text{ nm}} = 1492,54$$

Somit ist in dem vorliegenden Versuch das 1493-te Minimum das letzte sichtbare Minimum.

3.4.6 Veränderung des Beugungsbildes bei Vergrößerung/Verkleinerung der Spaltbreite

Bei Vergrößerung der Spaltbreite d kann im Beugungsbild folgende Veränderung beobachtet werden: Die Intensitätsmaxima werden schmaler und rücken näher zusammen. Dies kann

auch mit Formel IF.2 begründet werden: $\sin(\theta) = \frac{(n + \frac{1}{2})\lambda}{d}$ für $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

Vergrößert man jetzt den Wert der Spaltbreite d , muss der linke Teil der Gleichung entsprechend kleiner werden. Da $\sin(\theta)$ proportional zum Abstand der Minima zum Hauptmaximum ist, wird auch dieser Abstand entsprechend kleiner. Außerdem werden die Maxima schmaler und höher.

Bei Verkleinern der Spaltbreite d passiert somit genau das Gegenteil: Die Intensität des Hauptmaximums wird geringer, die Intensität der Nebenmaxima nimmt ab. Auch der Abstand der Maxima zueinander vergrößert sich, wodurch die Maxima flacher und breiter werden.

4 Anhang Messprotokoll

Interferenz Nina Köder, Laura Klinger 25.02.201

2. Versuchsdurchführung

- Abstand Spalt - Kamera: $71,7\text{cm} = L$
- Lage des Hauptmaximums bei 2 Nebenmaxima 1537 Pixel
- Pixelwerte von 10 Minima:

1. Minimum: 1482 1441	2: 1369
3: 1342	4: 1307
5: 1270	6: 1234
7: 1197	8: 1161
9: 1126	10: 1090
- Scharfes Bild durch Linse
 - Abstand von Spalt zur Linse $g =$
 - Abstand Linse zur Projektionsfläche $b =$
 - Größe des Spaltbildes in horizontaler Richtung $B =$

Linse: BK-Mik - 14398cm
 $B = 0,2\text{cm}$
Spaltbreite $\Delta x_{\text{Spalt}} = 0,6 \text{ mm}$

Bild
Linse
Spalt
Laser

$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$

AL

Abbildung 3: Messprotokoll Einzelspalt

Datum Versuchstag: 7.5.2.19, Gruppennummer: 05

Teilnehmer: Nina Krieger, Laura Klinger

Fläche für Markierungen

Markierungen Maxima

Markierungen Minima

Messwerte:

Abstand Gitter-Projektionsfläche: 943 cm

Abstand von -1 zu +1 Maximum: 2,9 cm

Abstand von -2 zu +2 Maximum: 5,8 cm

Abstand von -3 zu +3 Maximum: 8,7 cm

Abstand von -4 zu +4 Maximum: 11,6 cm

Abstand von -5 zu +5 Maximum: 14,4 cm

Abstand von -6 zu +6 Maximum: ~17,2? cm

Abstand Minimum zu Minimum: 17,4 cm

Daten Gitter:

Gitterkonstante: 40 μm

Anzahl Nebenmaxima: 4

Ali

Unterschrift Assistent(in)

Abbildung 4: Messprotokoll Gitter