Institut für Materialprüfung,
Werkstoffkunde und Festigkeitslehre
Universität Stuttgart

Professor Dr. rer. nat. S. Schmauder

Institut für Materialprüfung,
Werkstoffkunde und Festigkeitslehre
Universität Stuttgart

Teilprüfung zur Diplom-Vorprüfung im Fach

EINFÜHRUNG IN DIE FESTIGKEITSLEHRE

Professor Dr. rer. nat. S. Schmauder

Datum: 6. Oktober 2008

Hilfsmittel: Ausgegebenes Formelblatt, nichtprogrammierbarer Taschenrechner

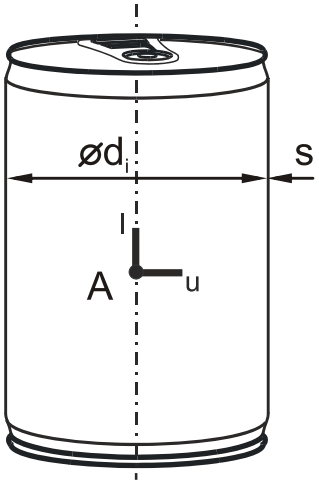
Prüfungsdauer: 60 min

Der im 1. Prüfungsteil aufgeführte Hinweis für Wiederholer gilt auch für diese Teilprüfung **Nur die auf dem Aufgabenblatt eingetragenen Lösungen und Lösungswege werden eingesammelt und bewertet! Der Lösungsweg wird mitbewertet!**

Name: **Matrikelnummer:**

Aufgabe 1

Ein unter Innendruck stehender Behälter aus Stahlblech (DC 01) wurde an der Außenoberfläche mit Dehnmessstreifen in Längs- und Querrichtung versehen, Bild 1.



Innendurchmesser: d_i = 50 mm
Wanddicke: s=0,1 mm

Bild 1: Behälter unter Innendruck

DC 01: $R_{p0,2} = 270\,\text{MPa}$; $R_m = 400\,\text{MPa}$; $E = 210000\,\text{MPa}$; $\mu = 0{,}3$; $A_5 = 27\%$

$g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$

Durch Öffnen des Behälters werden nachfolgende Dehnungen in Umfangs- und Längsrichtung gemessen:

Umfangsdehnung ε_u	-0,036429%
Längsdehnung ε_l	-0,008571%

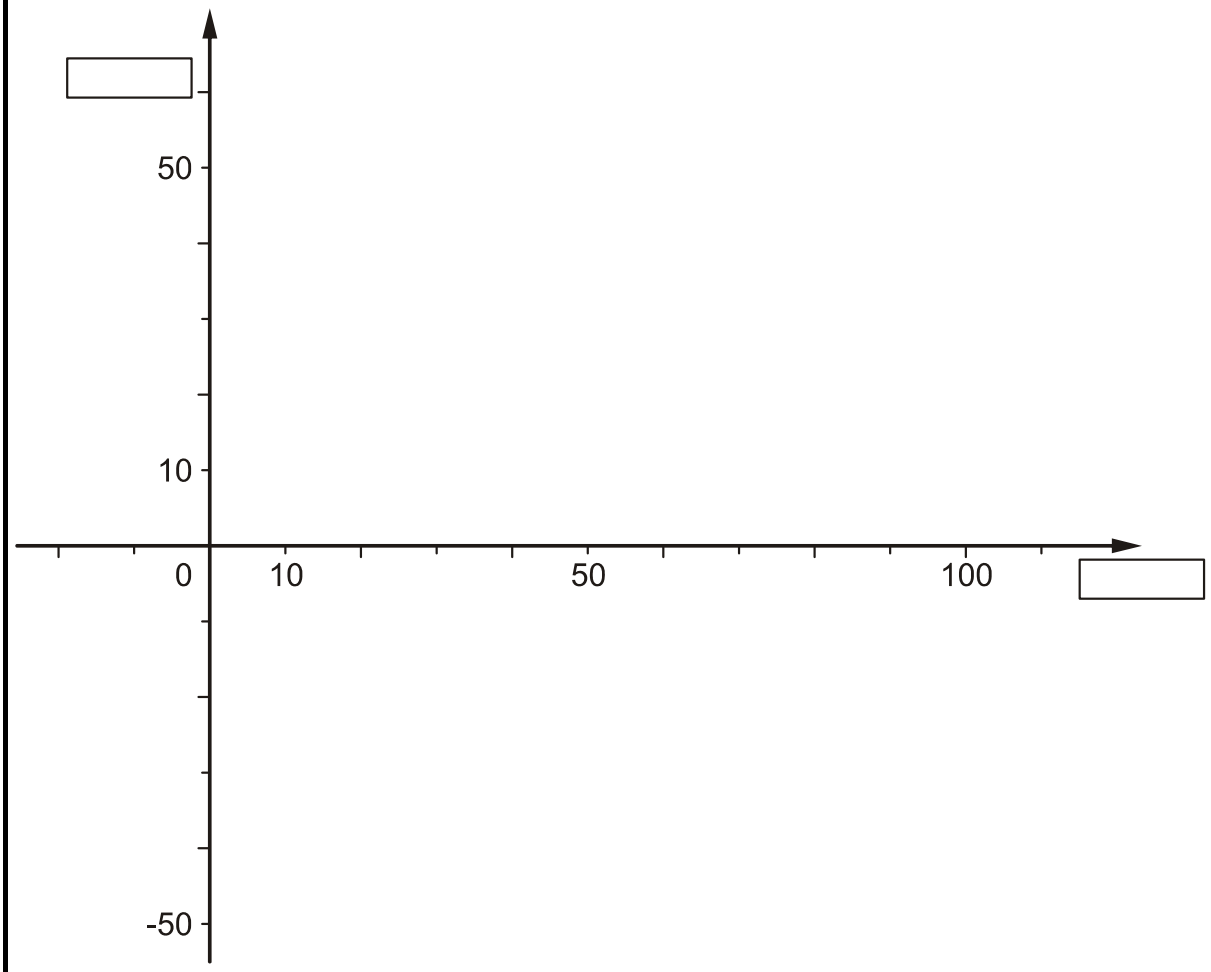
a) Bestimmen Sie die Spannungen in Umfangs- und Längsrichtung, die vor öffnen des Behälters vorliegen.

Platz für Nebenrechnungen	
Ergebnis	σ_u = σ_l =

b) Bestimmen Sie den statischen Innendruck p_i, der in dem geschlossenen Behälter herrscht.

Platz für Nebenrechnungen	
Ergebnis	p_i =

c) Zeichnen Sie den Mohrschen Spannungskreis für die (σ_u, σ_l)-Ebene und bestimmen Sie die Normal- und Schubspannungen unter 45° sowie 135° zur Längsrichtung des Behälters..



σ_{45° =

σ_{135° =

τ_{45° =

τ_{135° =

Für zusätzliche Untersuchungen bezüglich der Stapelfähigkeit des Behälters wird der Behälter in Längsrichtung durch eine zusätzliche Druckkraft F belastet, Bild 2.

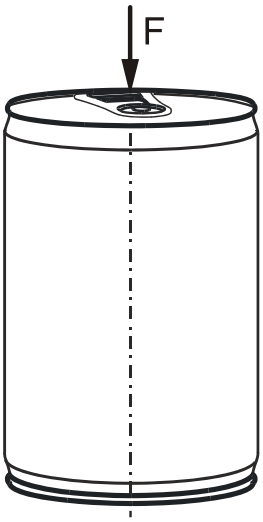


Bild 2: Behälter unter Innendruck mit zusätzlicher Druckkraft

d) Welche maximale Druckkraft F darf aufgebracht werden, so dass ein Versagen des Behälters mit ausreichender Sicherheit ausgeschlossen werden kann?

Hinweis: Verwenden Sie zur Bestimmung der maximalen Druckkraft F die Schubspannungshypothese (SH).

Platz für Nebenrechnungen	

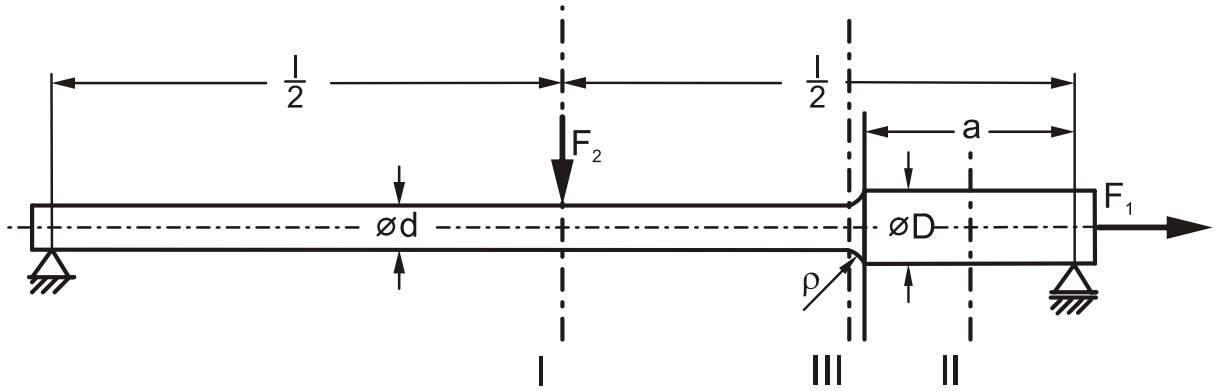
Platz für Nebenrechnungen	
Ergebnis	$F_{max} =$

e) Wie viele geschlossene Behälter können hierbei senkrecht übereinander gestapelt werden, wenn die Masse eines Behälters $m_B = 0{,}4\,kg$ beträgt?

Platz für Nebenrechnungen	
Ergebnis	$n_{Behälter} =$

Aufgabe 2

Eine Spindel aus E335 (polierte Oberfläche), mit den in Bild 3 dargestellten Abmessungen kann durch die beiden Kräfte F_1 und F_2 belastet werden.



l=850 mm a = 200 mm D=45 mm d=35 mm

Bild 3: Spindel

E335: $R_{p0,2} = 335\,\text{MPa}$; $R_m = 600\,\text{MPa}$; $E = 210000\,\text{MPa}$; $\mu = 0{,}3$

a) Bei stillstehender Welle wirkt die Kraft F_1 = 42,5 kN. F_2 sei 0 kN. Wie groß sind die Spannungen in den Querschnitten I und II. Um welchen Betrag verlängert sich die Welle? (Dabei kann der inhomogene Kerbbereich mit Kerbwirkung vernachlässigt werden). Wie groß ist die Sicherheit gegen Versagen in den Querschnitten I und II?

Platz für Nebenrechnungen	

Platz für Nebenrechnungen	
Ergebnis	σ_I = σ_{II} = Δl = $S_{F,I}$ = $S_{F,II}$ = $S_{B,I}$ = $S_{B,II}$ =

b) Bei stillstehender Welle soll nun die Kraft F_2 = 4,2 kN wirken. F_1 sei 0 kN. Wie groß ist die maximale Spannung im Querschnitt I? Wie groß ist die Nennspannung im Querschnitt III, unmittelbar vor dem Wellenabsatz? Wie groß muss der Ausrundungsradius ρ am Wellenabsatz mindestens sein, wenn die Maximalspannung im Querschnitt III nicht größer werden darf, als jene im Querschnitt I?

Platz für Nebenrechnungen	
Ergebnis	$\sigma_{I,n}$ = $\sigma_{III,n}$ = ρ =

c) Bei Umlaufender Welle sei nun die Belastung durch die statische Kraft F_1 = 42,5 kN gegeben. Welche zusätzliche, statische Kraft F_2 kann die Welle im Hinblick auf die Beanspruchung im Querschnitt I mit ausreichender Sicherheit sowohl gegen Fließen als auch gegen Schwingungsbruch aufnehmen? Welche Kraft ist demnach zulässig?

Platz für Nebenrechnungen	
Ergebnis	$F_{fließen}$ = $F_{Schwing.bruch}$ = F_{zul} =

Guten Erfolg!

Formelblatt zur Prüfung "Einführung in die Festigkeitslehre", Herbst 2008

Hookesches Gesetz		
Beanspruchung	Dehnungen	Spannungen
σ_x $(\sigma_y = \sigma_z = 0)$	$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\cdot\sigma_x$ $\varepsilon_y = -\frac{\mu}{E}\cdot\sigma_x$ $\varepsilon_z = -\frac{\mu}{E}\cdot\sigma_x$	$\sigma_x = E\cdot\varepsilon_x$ $\sigma_y = 0$ $\sigma_z = 0$
$\sigma_x;\ \sigma_y$ $(\sigma_z = 0)$	$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y)$ $\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x)$ $\varepsilon_z = -\frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$	$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\cdot\varepsilon_y)$ $\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\cdot\varepsilon_x)$ $\sigma_z = 0$
$\sigma_x;\ \sigma_y;\ \sigma_z$	$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z))$ $\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z))$ $\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y))$	$\sigma_x = \frac{E}{1+\mu}\left(\varepsilon_x + \frac{\mu}{1-2\mu}\cdot e\right)$ $\sigma_y = \frac{E}{1+\mu}\left(\varepsilon_y + \frac{\mu}{1-2\mu}\cdot e\right)$ $\sigma_z = \frac{E}{1+\mu}\left(\varepsilon_z + \frac{\mu}{1-2\mu}\cdot e\right)$ mit $(e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$

Schubspannungs-, Schiebungs-beziehungen:

$\tau_{xy} = G\cdot\gamma_{xy}$
$\tau_{yz} = G\cdot\gamma_{yz}$
$\tau_{zx} = G\cdot\gamma_{zx}$

$\left(G = \frac{E}{2(1+\mu)}\right)$

Vergleichsspannungen				
	Spannungszustand			
Hypothese	dreiachsig	zweiachsig		
	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 0^{+)}$	$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	σ_b, τ_t
NH	σ_1 (Zug) bzw. σ_3 (Druck)	σ_1	$\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$	$\frac{\sigma_b}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2}$
SH	$\sigma_1 - \sigma_3$	σ_1	$\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}^{++)}$	$\sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau_t^2}$
GEH	$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}$	$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$	$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$	$\sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_t^2}$

[+)] Für die Fälle $\sigma_1 > 0; \sigma_2 = 0; \sigma_3 < 0$ bzw. $\sigma_1 = 0; \sigma_2 < 0; \sigma_3 < 0$ ergibt sich σ_V aus Spalte 1

[++)] gilt nur für $\sigma_x\sigma_y \le \tau_{xy}^2$; für $\sigma_x\sigma_y > \tau_{xy}^2$ ist $\sigma_V(SH) = \sigma_V(NH)$

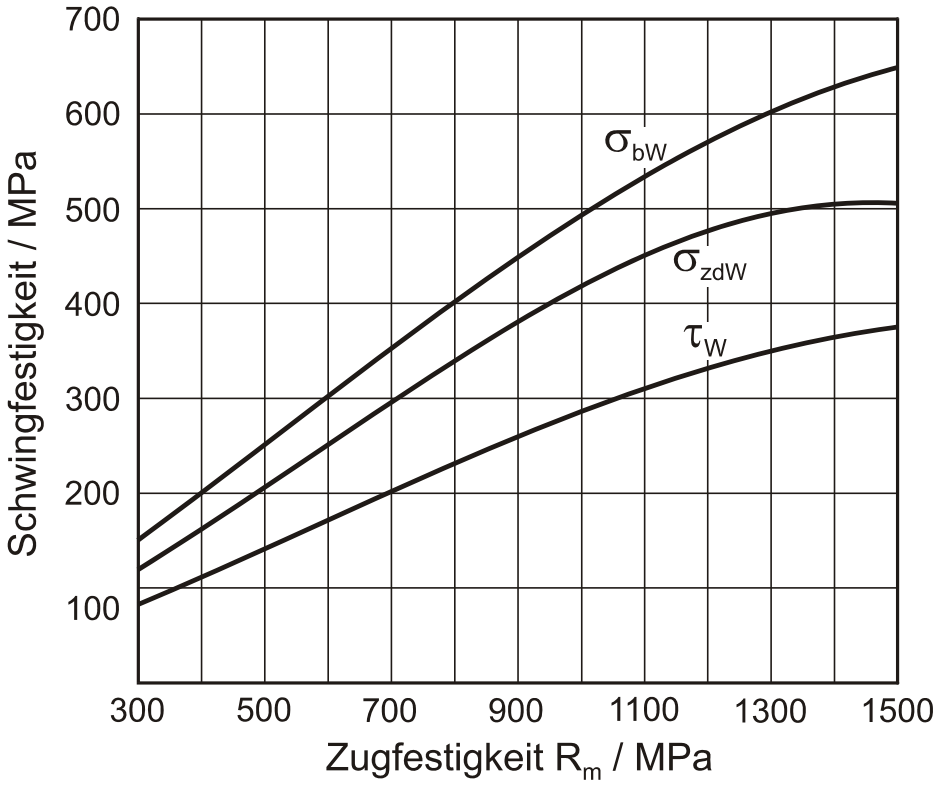
Spannungen in einem dünnwandigen Hohlzylinder unter Innendruck: $\sigma_u = \frac{pd_i}{2s}; \sigma_l = \frac{pd_i}{4s}; \sigma_r = -\frac{p}{2}$

Widerstandsmoment gegen Biegung

$$W_b = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

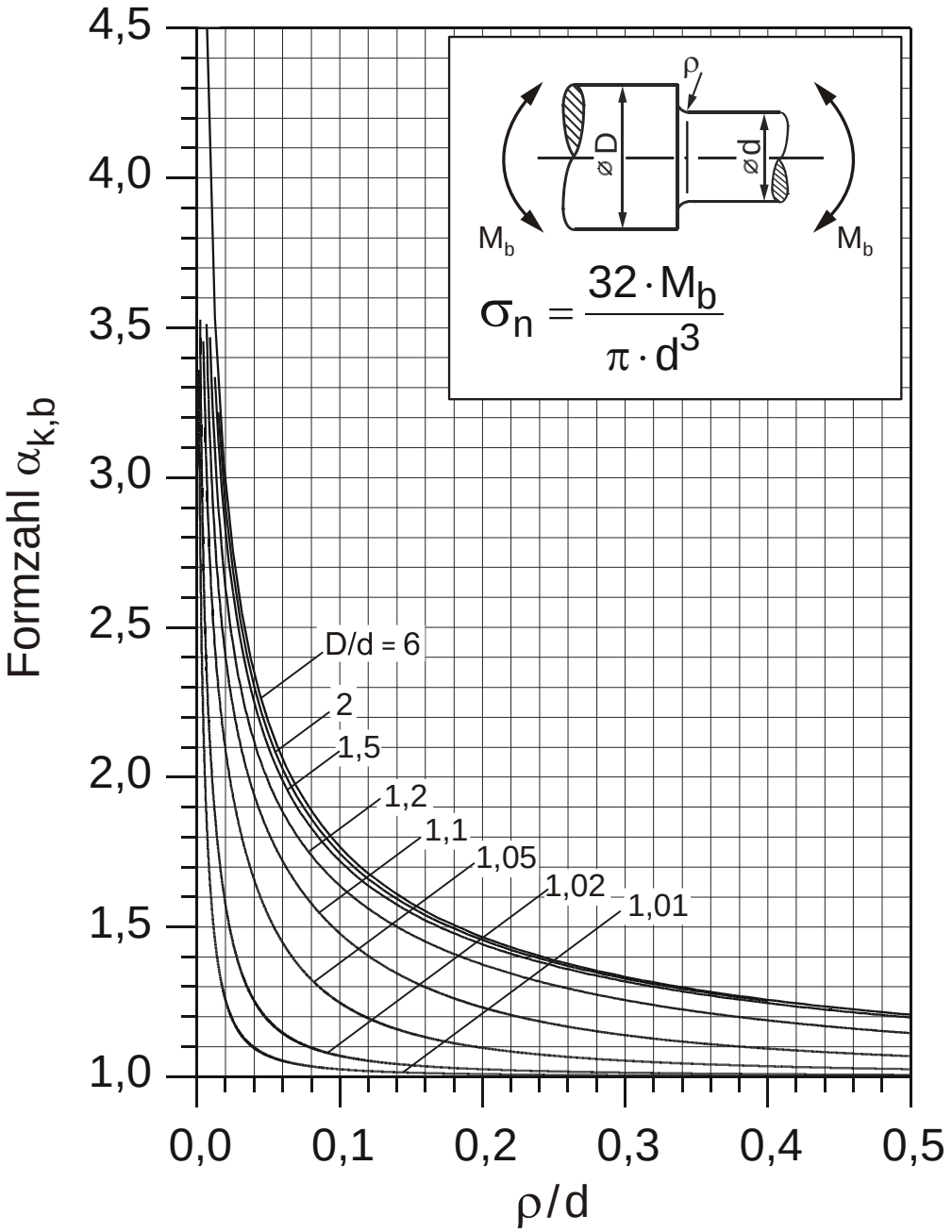
Näherungsbeziehung für Dauerfestigkeit

$$\sigma_A = \sigma_{bW} \sqrt{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}}$$



Sicherheitsbeiwerte:

gegen Fließen	$S_F = 1{,}5$
gegen Bruch (zäher Werkstoff)	$S_B = 2$
gegen Bruch (spöder Werkstoff)	$S_B = 4$
gegen Schwingungsbruch	$S_D = 2$


4,5
4,0
3,5
3,0
2,5
2,0
1,5
1,0
Formzahl $\alpha_{k,b}$
0,0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
ρ/d
D/d = 6
2
1,5
1,2
1,1
1,05
1,02
1,01
ρ
⌀D
⌀d
M_b
M_b
$\sigma_n = \frac{32 \cdot M_b}{\pi \cdot d^3}$