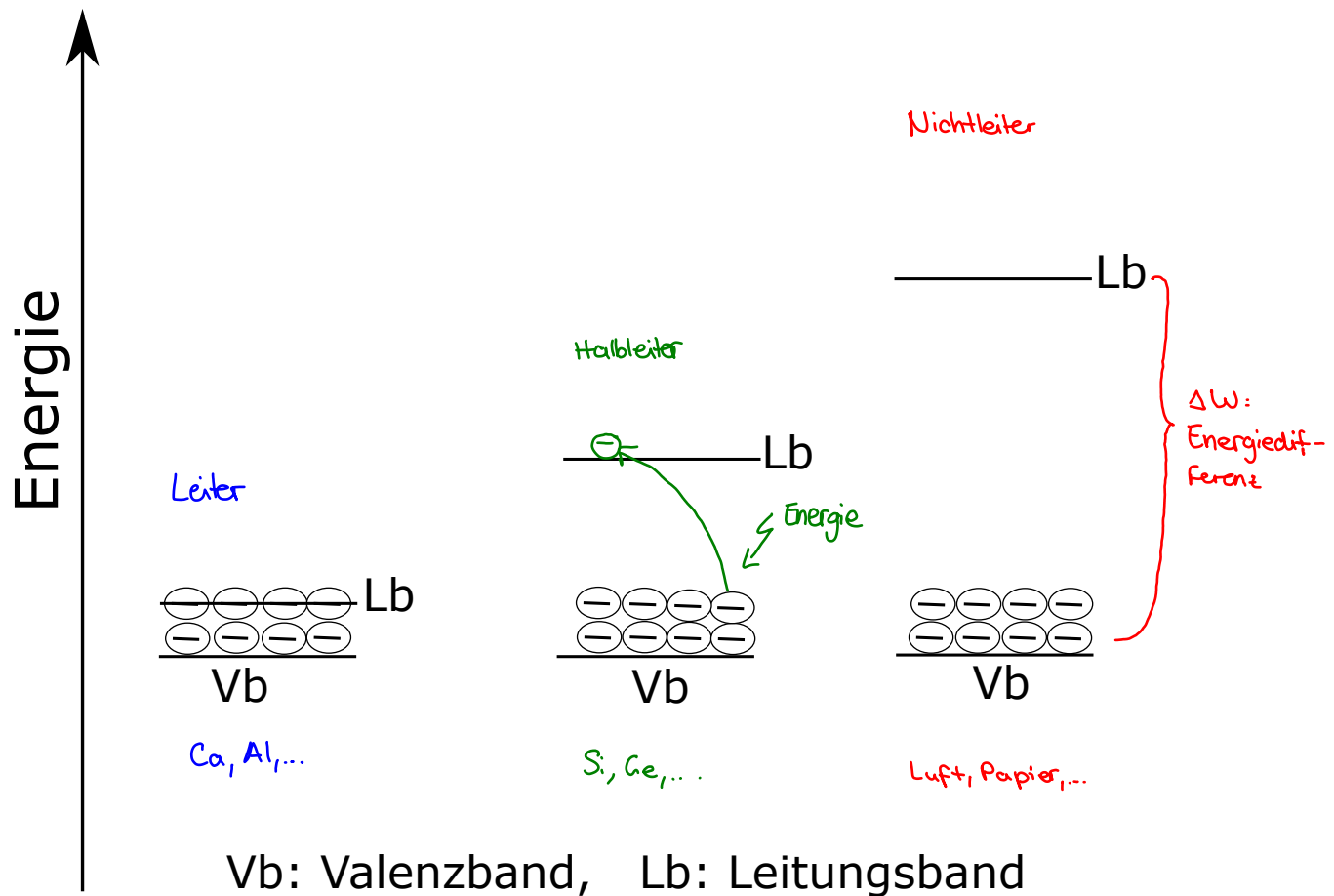


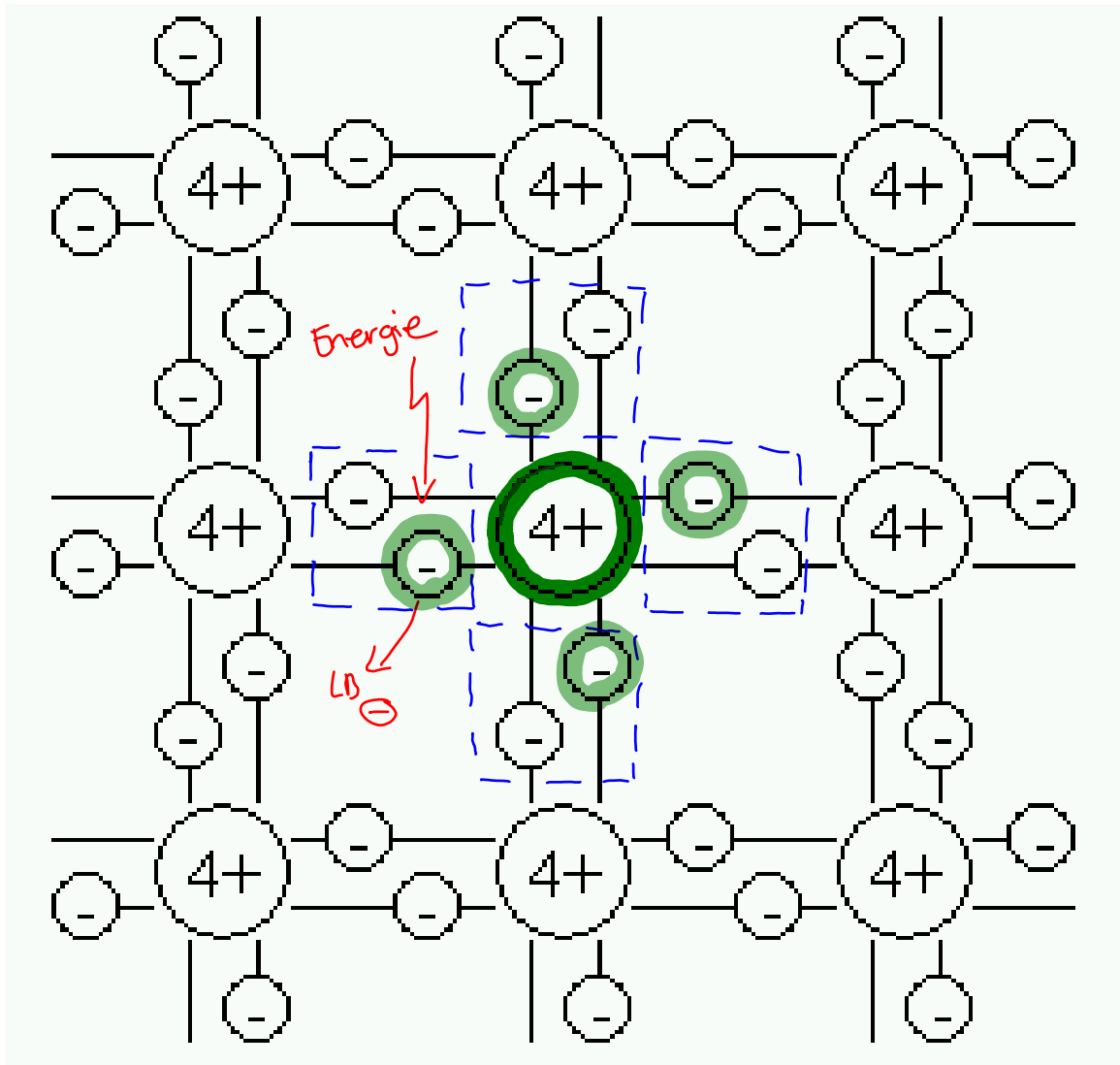
# Halbleiter

## Elektrische Leitfähigkeit: Werkstoffklassifikation

siehe: Skript S. 1-4; 11-12



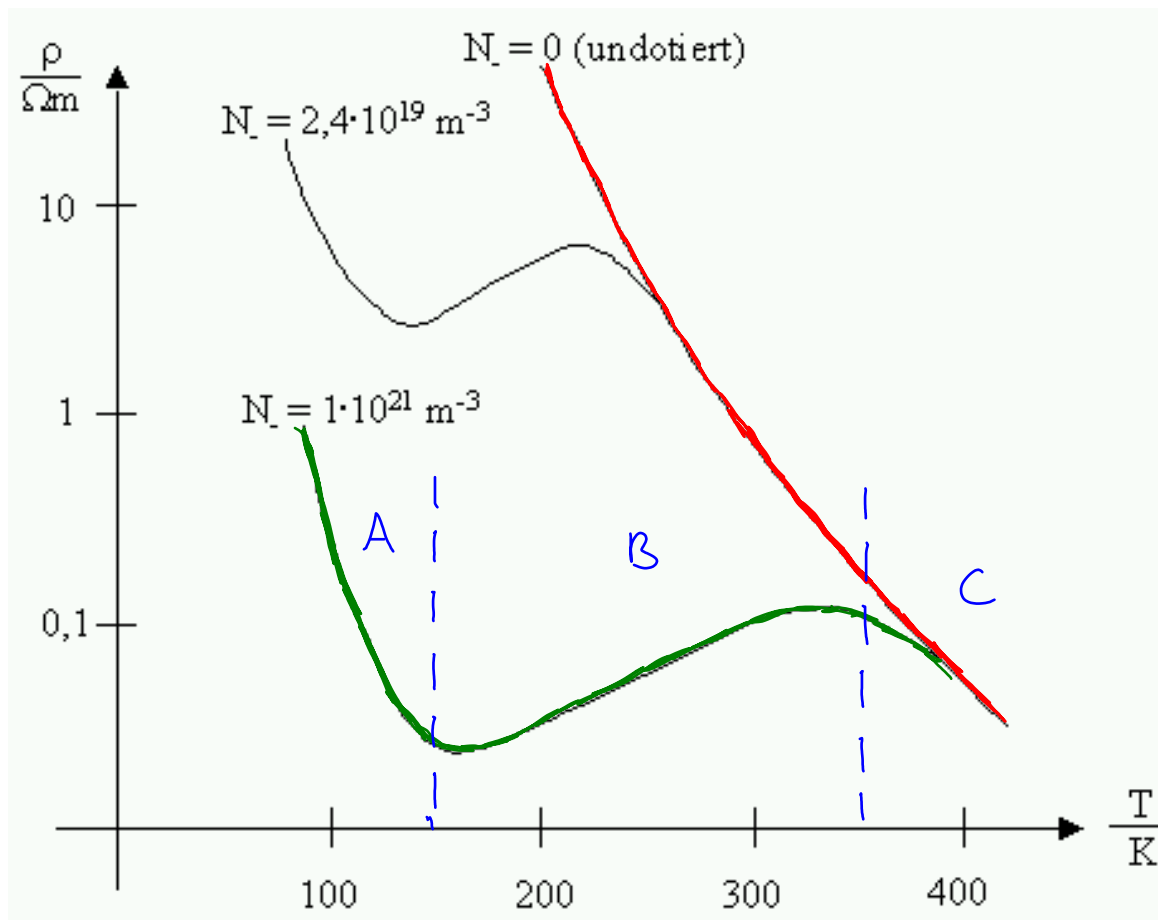
## Halbleiter: Elemente der vierten Hauptgruppe



Energie: thermisch, photonisch

[ ] kovalente Bindung

## Eigenleitung: Leitfähigkeit von Halbleitern durch thermische Anregung



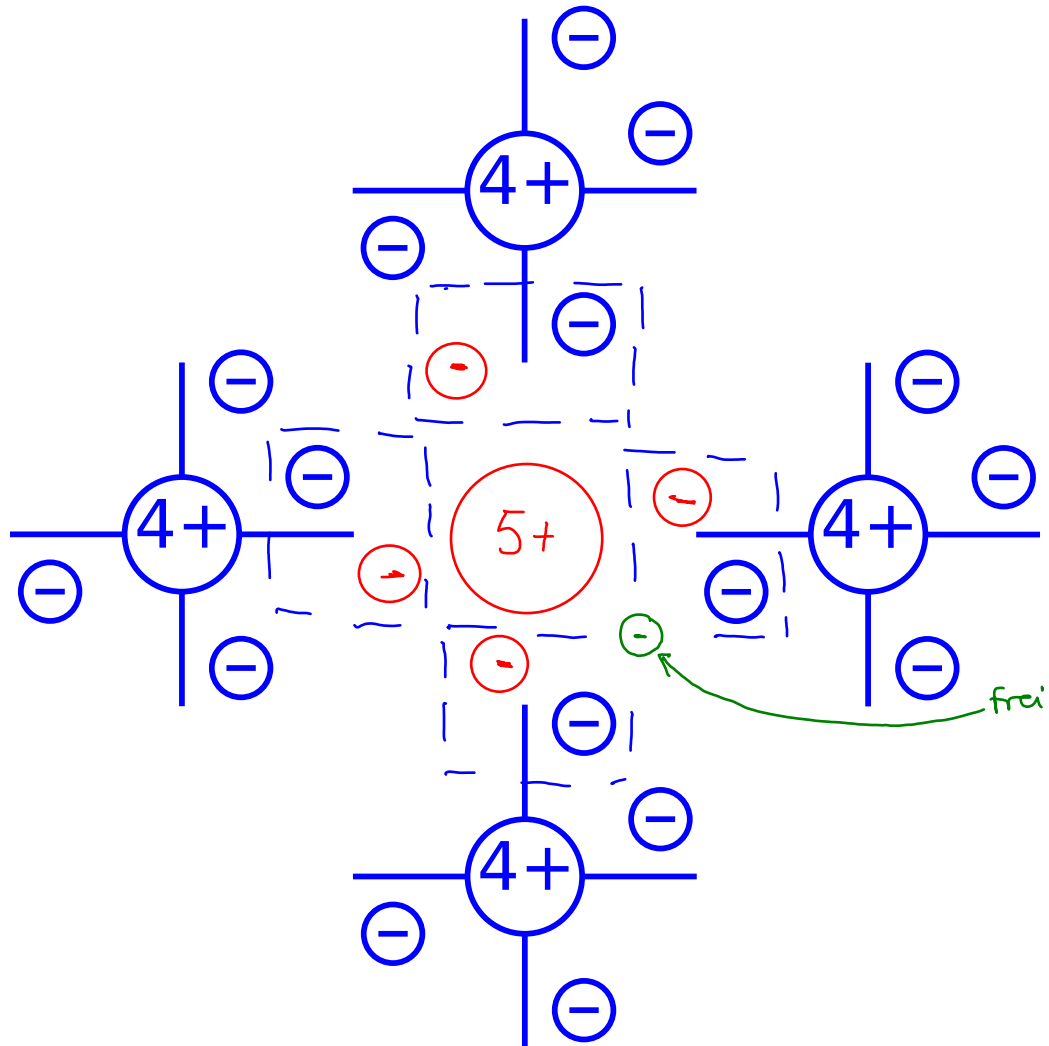
$$\rho_{cu} = 1,8 \cdot 10^{-8} [\Omega m] \text{ bei } T = 293 K$$

A: Elektronen der Fremdatome gelangen ins LB

B: Elektr. der Fremdatome sind im LB (Alle) aber die Eigenleitung ist nicht stark

C: Eigenleitung ist stark

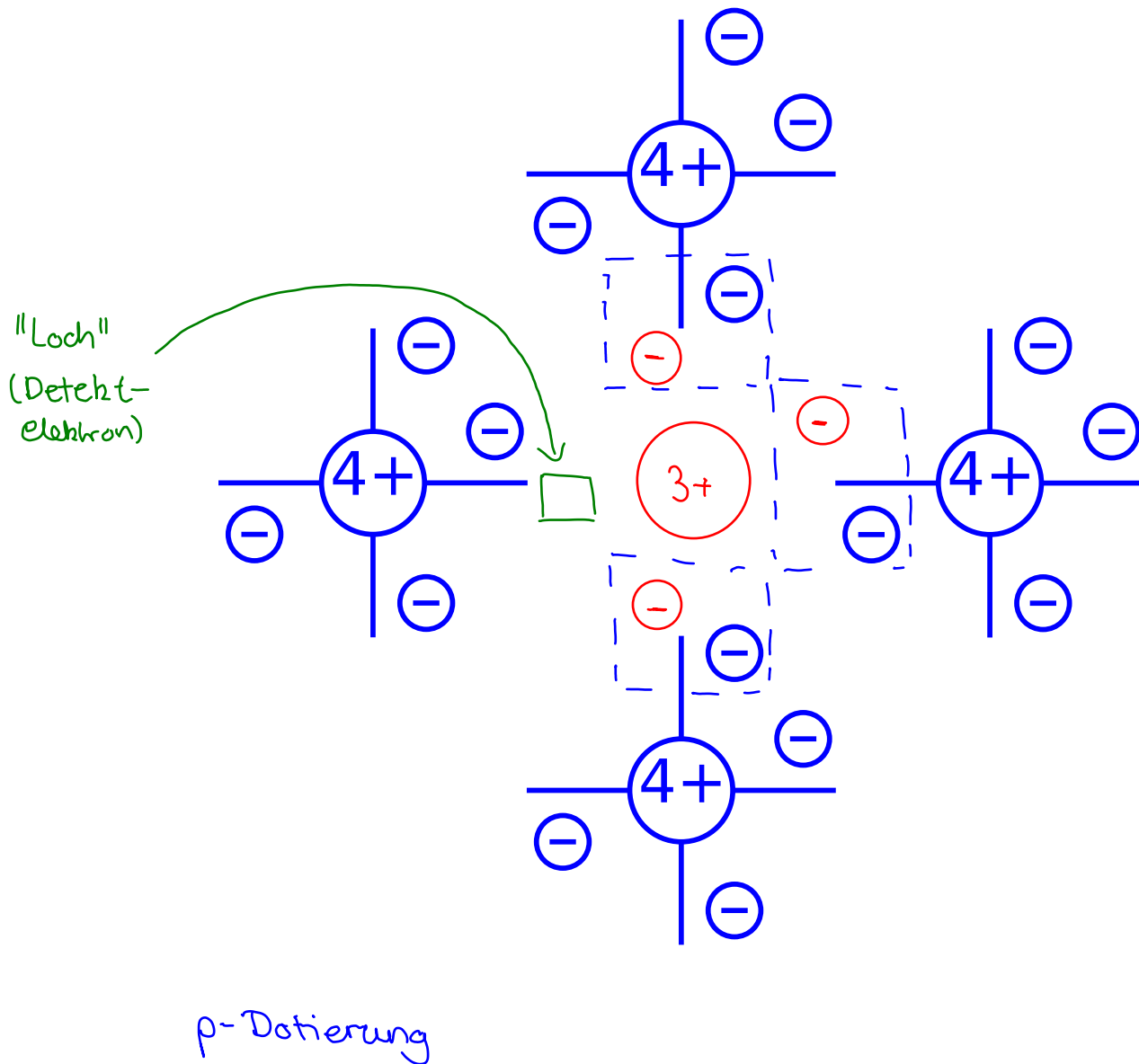
## Dotierung: Einbau von Fremdatomen der 5. Hauptgruppe



n-Dotierung

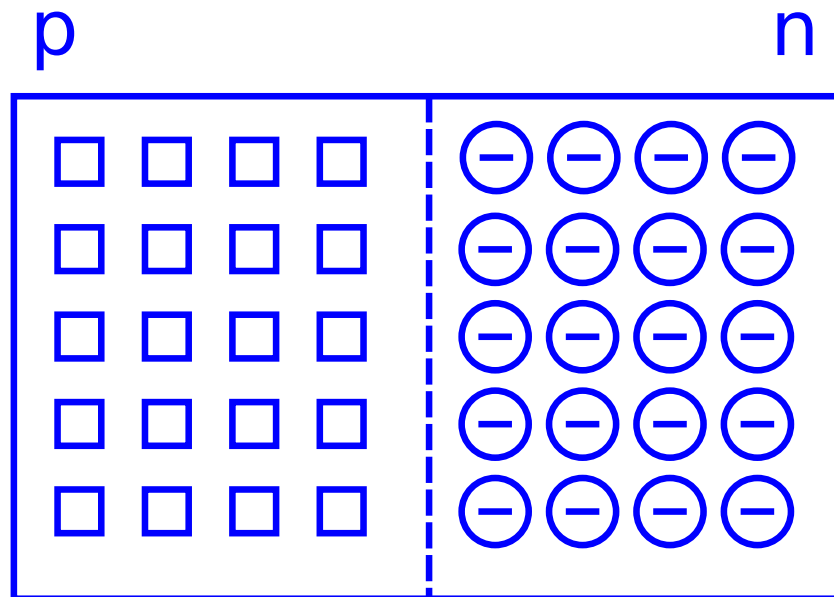


## Dotierung: Einbau von Fremdatomen der 3. Hauptgruppe



## Der pn-Übergang

### Zustand "0"

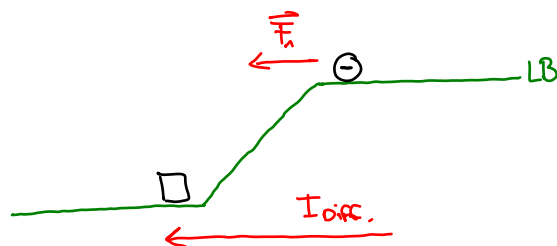
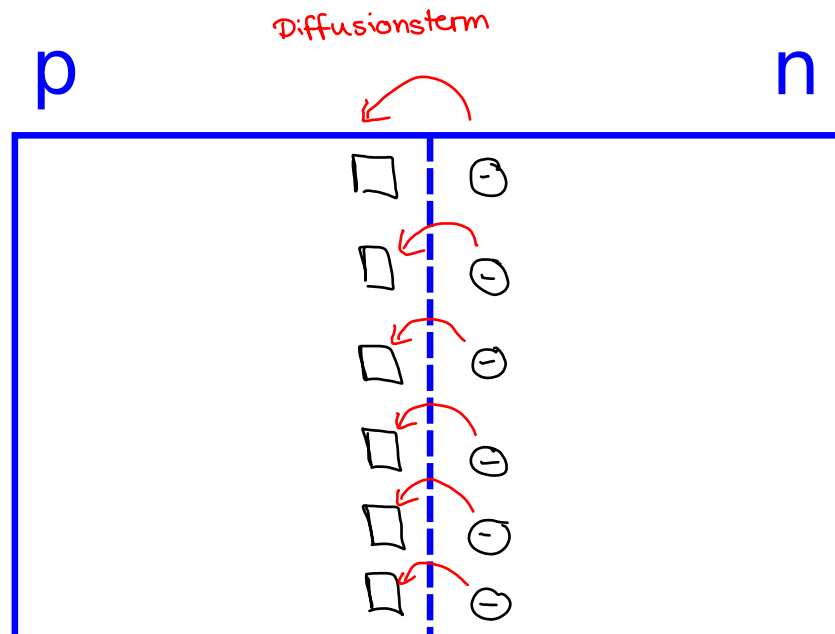


⊖ : ungebundenes Elektron

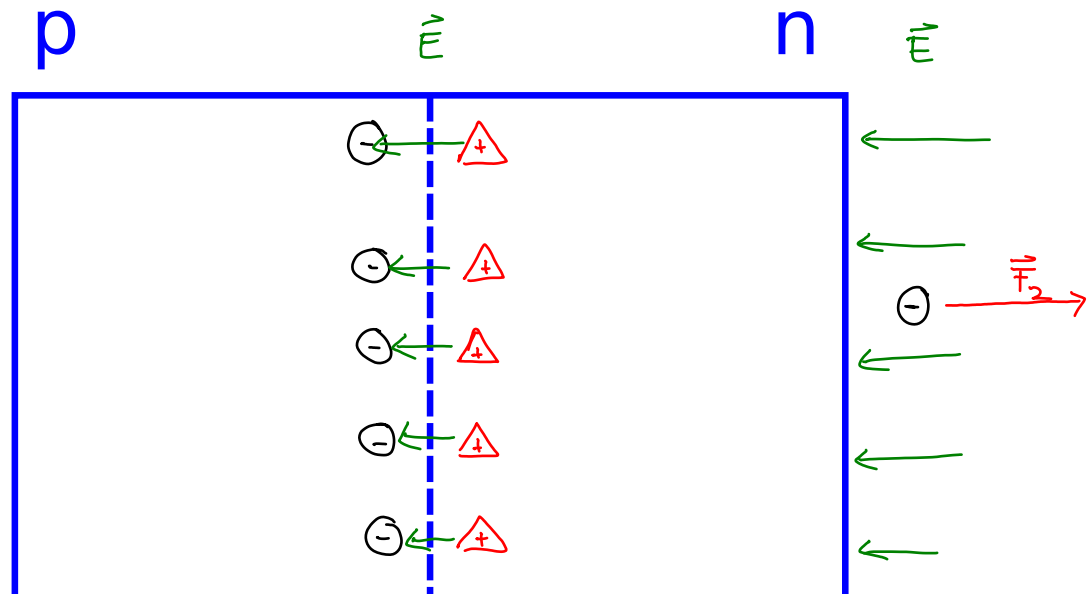
□ : Defektelektroden

Zustand "0"

## Zustand "1"



## Zustand "2"

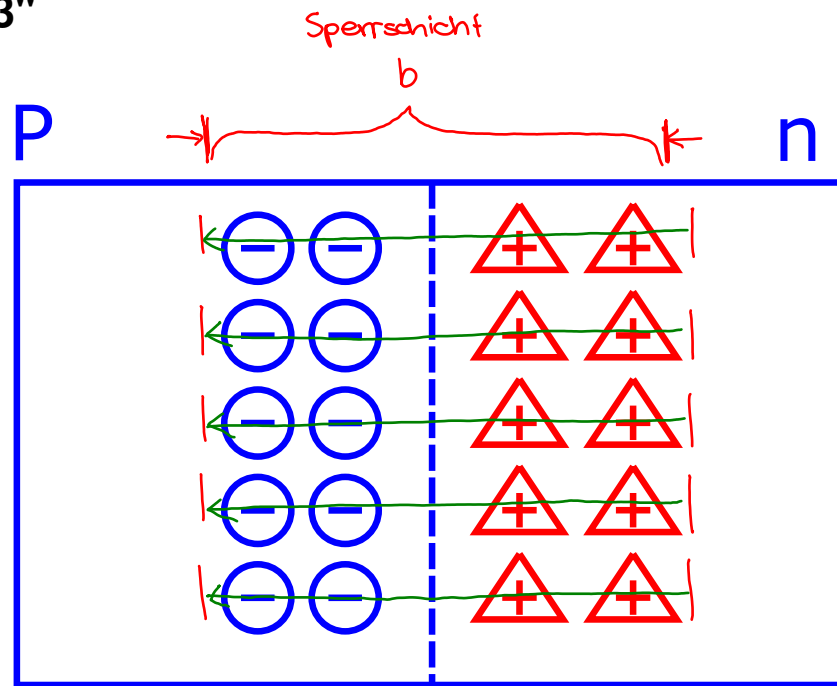


$\triangle^+$ : positiv geladener Atomrumpf

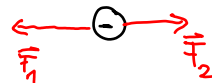
$\ominus$ : negativ

! p- und n-Seite sind elektr. nicht mehr neutral.  
Es entsteht ein elektr. Feldstärke  $\vec{E}$

## Zustand "3"



$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$$



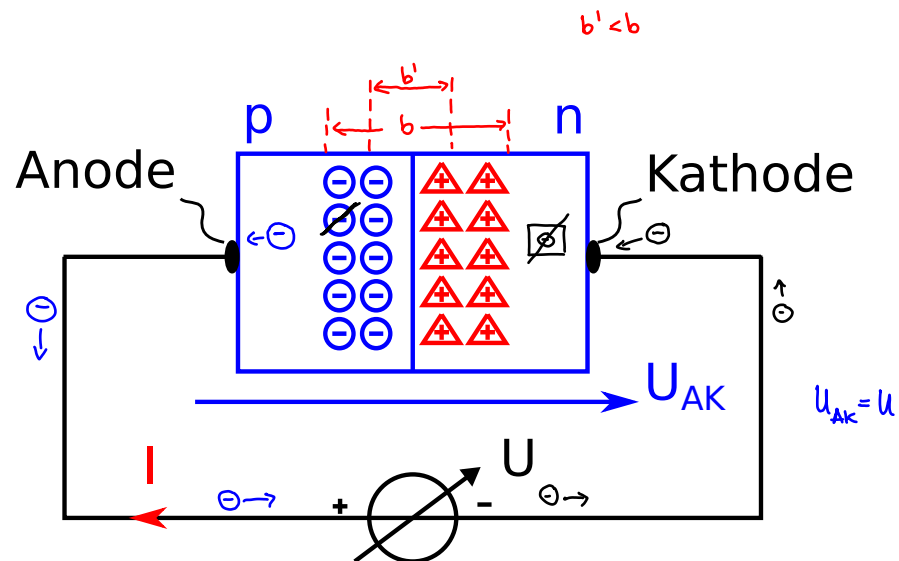
$b$ : Sperrschichtbreite

$$\vec{E} \rightarrow U_D \sim E$$

$$U_D = b \cdot E$$

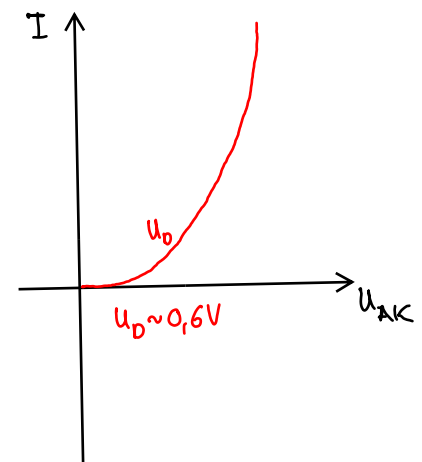
$U_D$ : Diffusionsspannung

## Betrieb in Durchlassrichtung

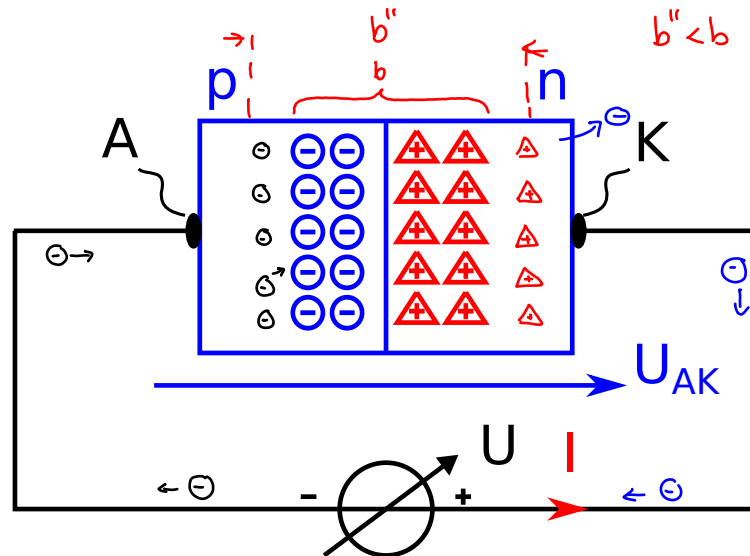


$0 < U_{AK} < U_D \rightarrow$  Strom steigt langsam an

$U_{AK} \geq U_D \rightarrow$  Strom steigt exponentiell an

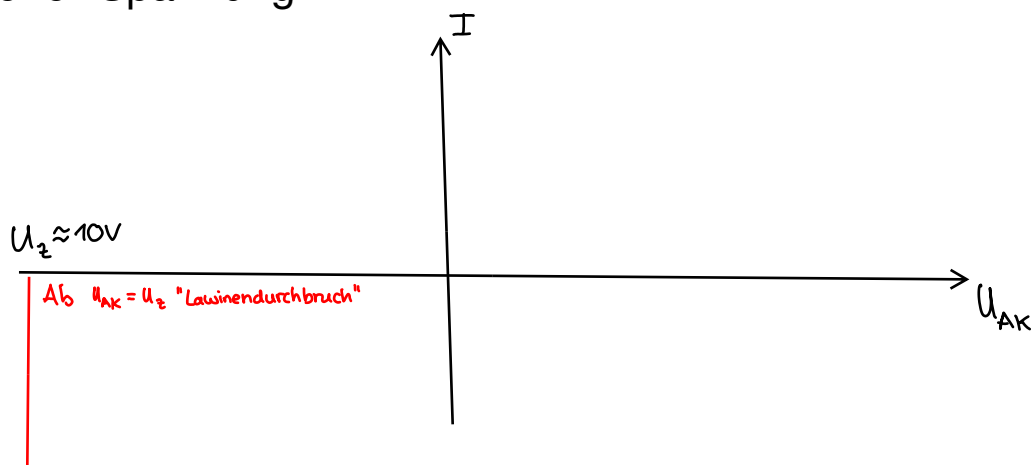


## Betrieb in Sperrrichtung

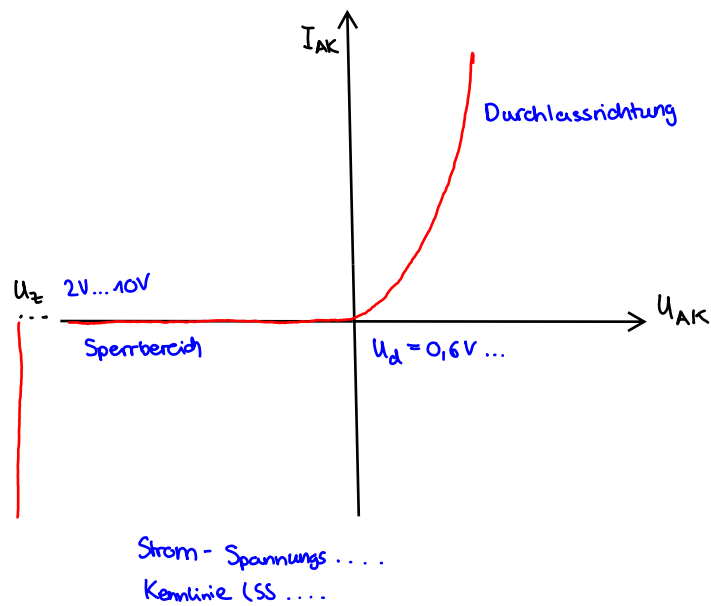
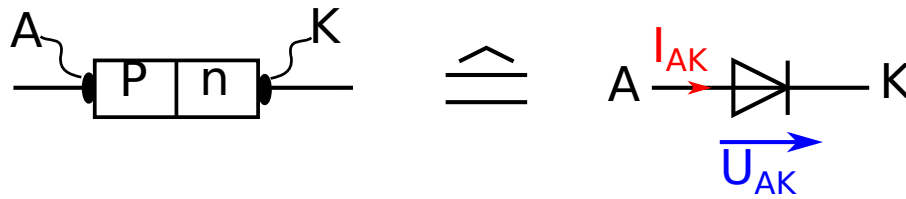


$U_Z < U_{AK} < 0 \rightarrow$  Der Strom ist sehr, sehr, sehr klein

$U_Z$ : Zener-Spannung



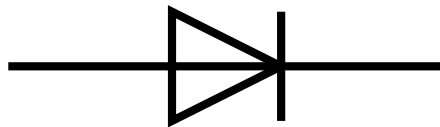
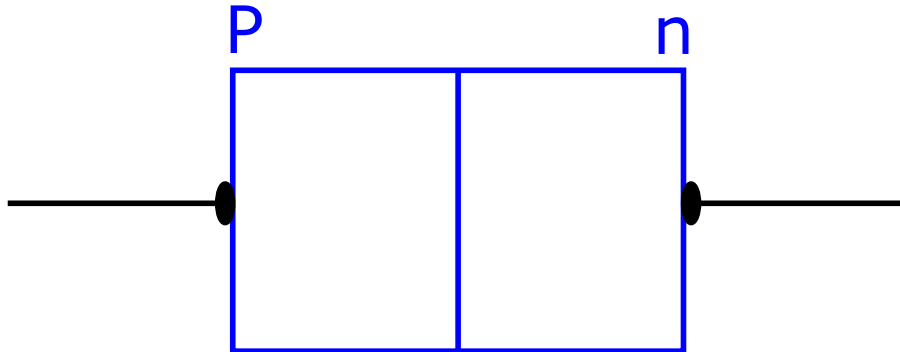
## Bedeutung des pn-Übergangs



Hier fehlt was



## Erinnerung: Der pn-Übergang



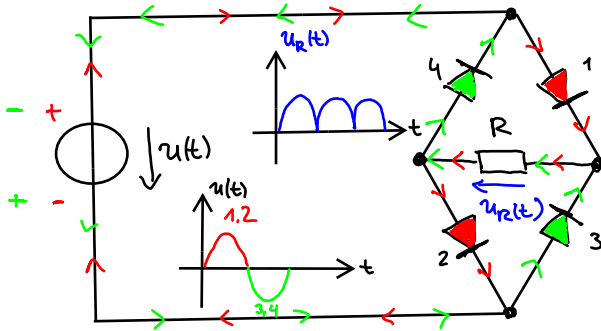
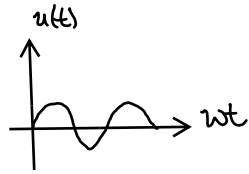
## Diodenanwendung: Brückengleichrichter (Grätzbrücke)

$u(t)$ : Spannungsquelle

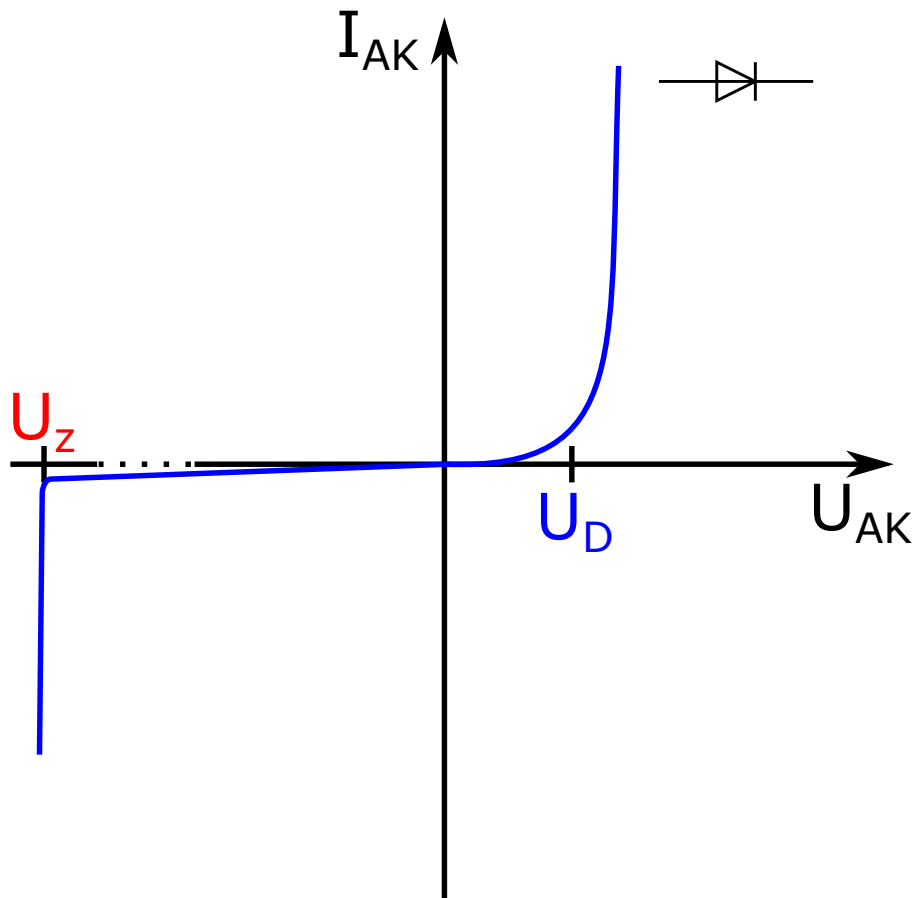
$$u(t) = \hat{u} \sin(\omega t)$$

 : ideale Diode

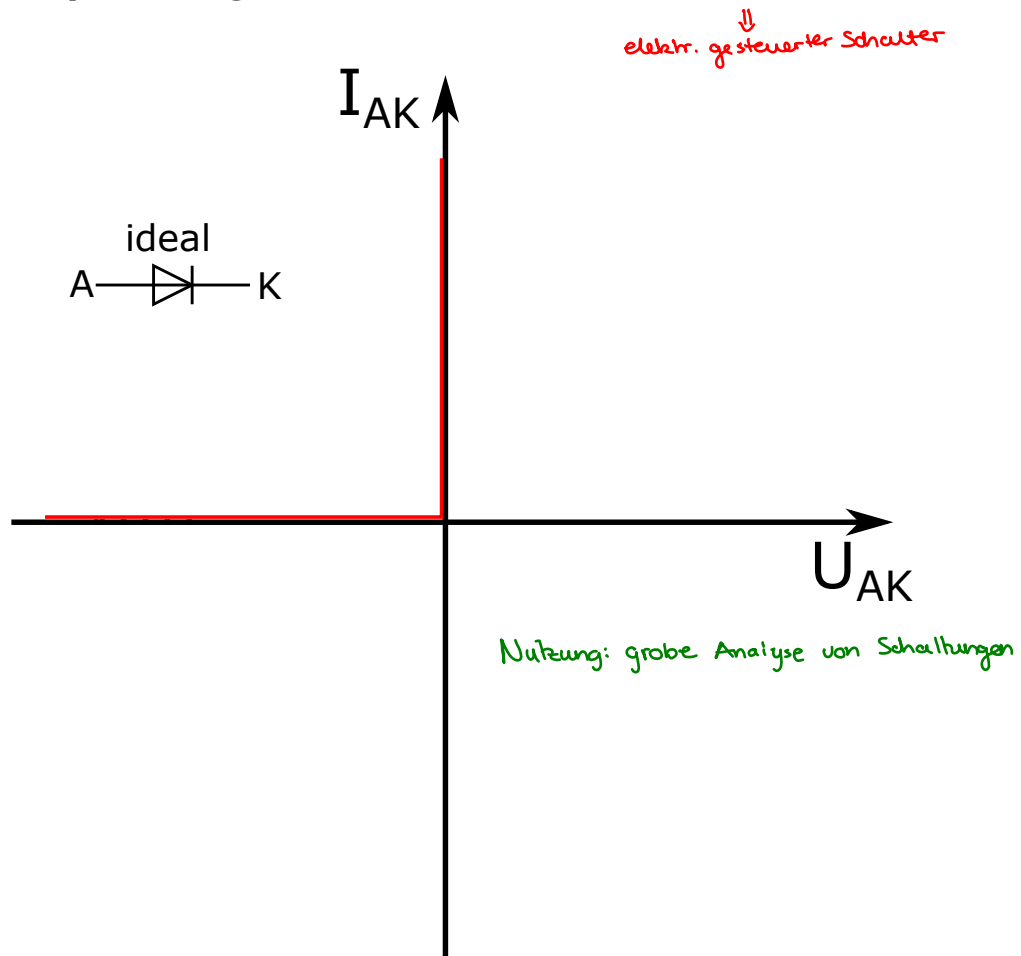
$R$ : Verbraucher



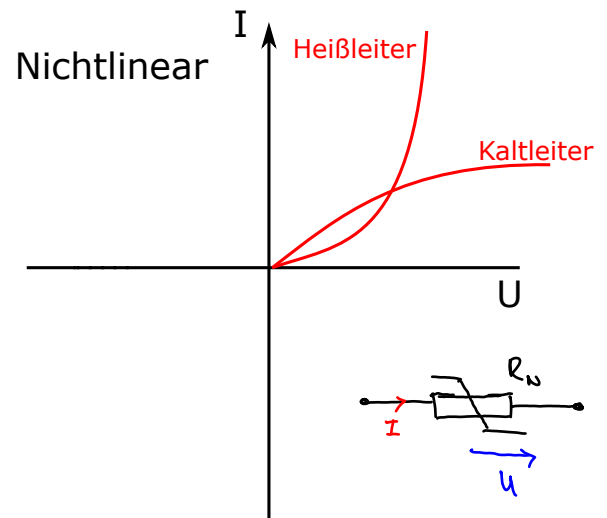
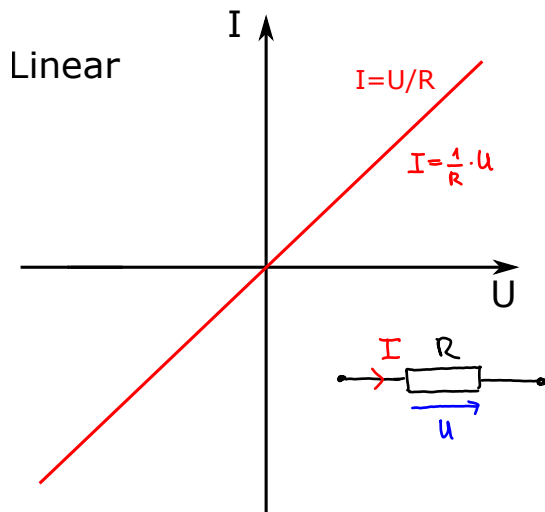
## Die Strom-Spannungs-Kennlinie einer realen Diode



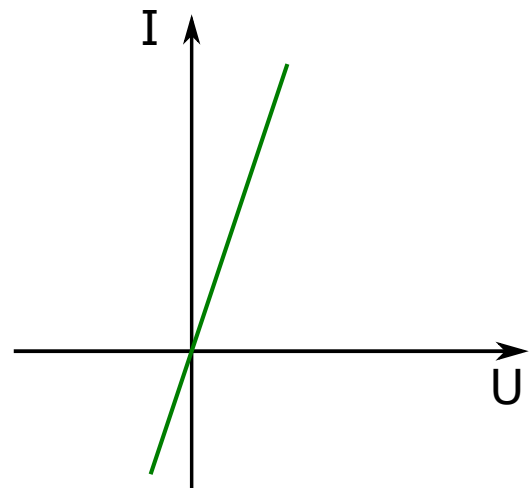
## Die Strom-Spannungs-Kennlinie einer idealen Diode



## Exkurs: Nichtlineare Bauelemente (n.l.)



## Definition: Statischer Widerstand $R_s$



$m_U$ : Maßstab für Spannung 1 V/cm

$m_I$ : Maßstab für Strom 1 A/cm

## Berechnung von nichtlinearen Netzwerken

⇒ Definition des nichtlinearen Netzwerkes: Schaltung mit mindestens einem nichtlinearen Element

⇒ Gültig für nichtlineare Netzwerke: Alle Regeln (Maschenregel, Knotenregel, ohmsches Gesetz,...) außer dem Überlagerungssatz

⇒

Berechnungsverfahren



grafisch:  
Arbeiten mit der Kennlinie

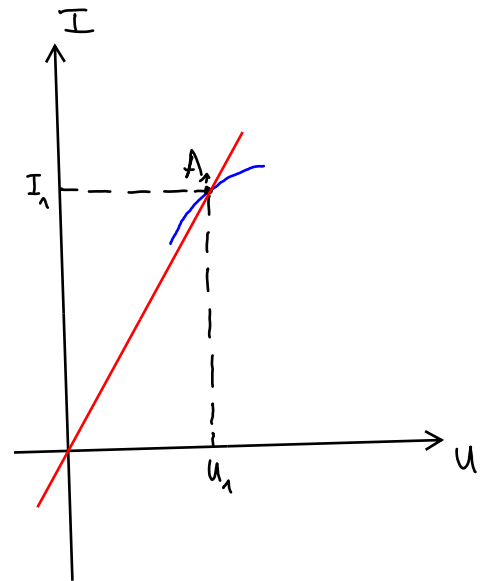
analytisch:  
Linearisierung (in einem Bereich)

Definition: statischer Widerstand  $R_s$

$$\frac{U_1}{I_1} = R_{s1}$$

$R_s$ : Widerstand in jedem Punkt der SSK

$$R_{s1} = \tan \alpha_1 \cdot \frac{m_U}{m_I}$$



$m_U$ : Maßstab für Spannung 1 V/cm

$m_I$ : Maßstab für den Strom 1 A/cm

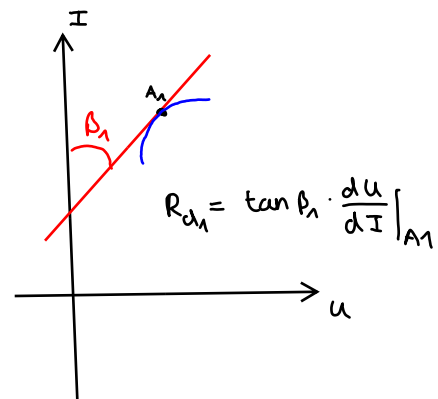
Definition: Dynamischer Widerstand  $R_d$

$$R_{d1} = \frac{d}{dI} U \Big|_{A_1}$$

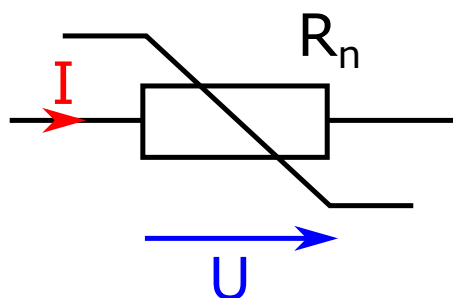
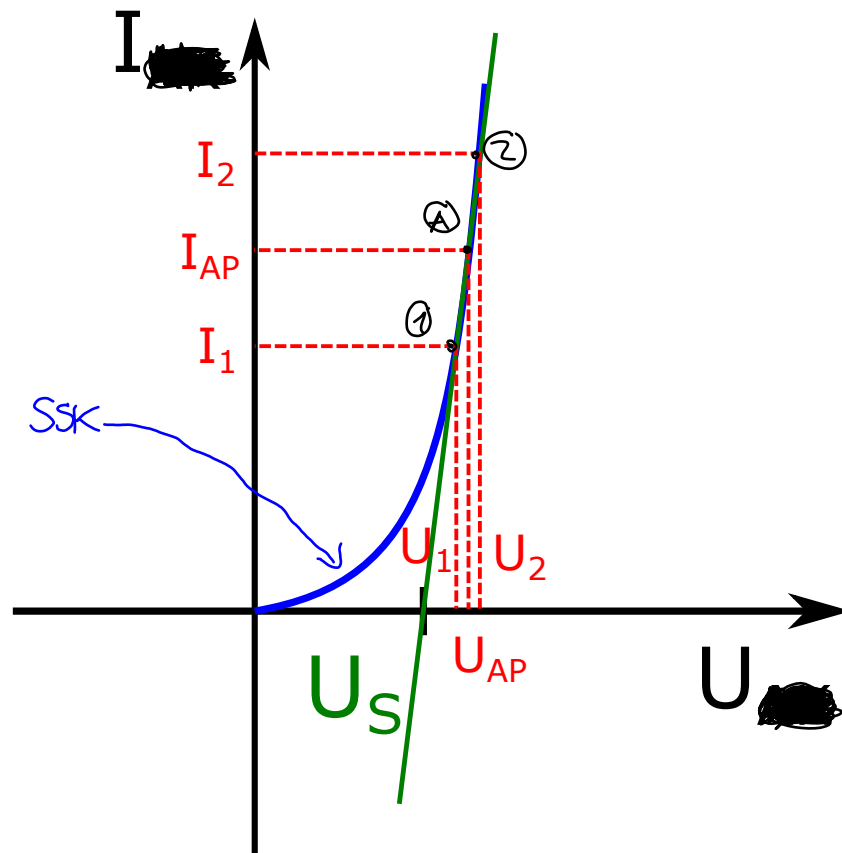
$R_d$ : ein Widerstand, der einem kleinen Arbeitsbereich der SSK zugeordnet wird

Wenn der Arbeitsbereich "etwas" größer gewählt wird:  $d \rightarrow \Delta$

$$R_d = \frac{\Delta U}{\Delta I} \text{ um einen Arbeitspunkt}$$



## Linearisierung eines nichtlinearen Bauelements





## Linearisierungsmethode:

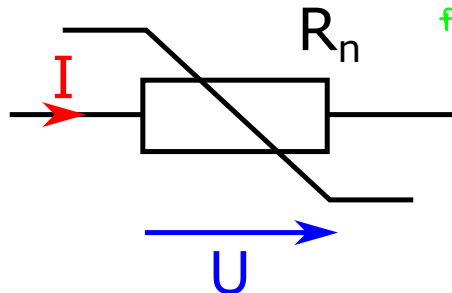
- I. Arbeitspunkt A und den Arbeitsbereich um den Arbeitspunkt A festlegen. (1...2)
- II. Sekante „S“ durch die Punkte 1 und 2 zeichnen. Die Gerade „S“ ist die „neue“ Kennlinie des nichtlinearen Elements, die nur im gewählten Arbeitsbereich gültig ist.
- III. Die Gleichung der Sekante bestimmen: \* →

$$y = ax + b$$

$$U = R_d \cdot I + U_s \quad (1)$$

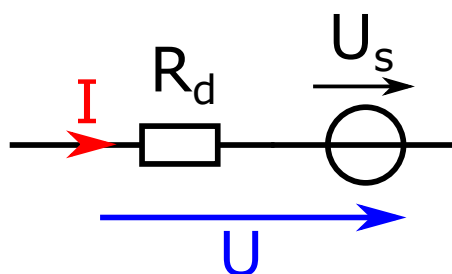
## IV. Symbol des nichtlinearen Elements:

$$u = R_d \cdot I + u_s$$



⇒ Im Arbeitsbereich wird ein Ersatzschaltbild für  $R_n$  gesucht:  
Wir wissen, dass  $R_n$  im Arbeitsbereich (①...②) beschrieben werden kann, durch die Gleichung ①

Ersatzschaltbild für das nichtlineare Element im gewählten Bereich:



\* ->

## Bestimmung der Sekantengleichung

A)  $y = U, x = I$

$$U = aI + b$$

$$[a] = \text{ohm}$$

$$a = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} := R_d$$

b: Schnittpunkt mit der U-Achse

$$b := U_s$$

$$U_s = U - R_d \cdot I \xrightarrow{\text{z.B. } \textcircled{1}} U_s = U_1 - R_d \cdot I_1$$

$\Downarrow$

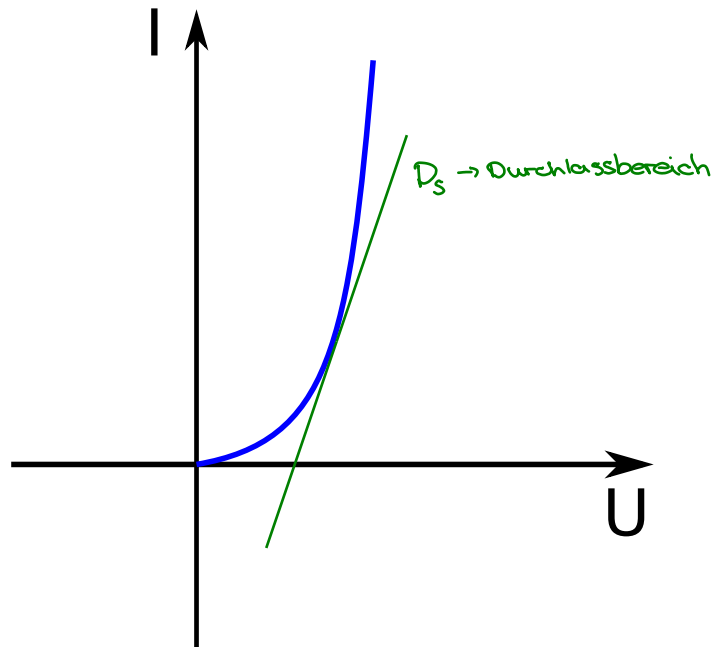
$$U_s = R_d \cdot I + U_s$$

B)  $y = I, x = U$

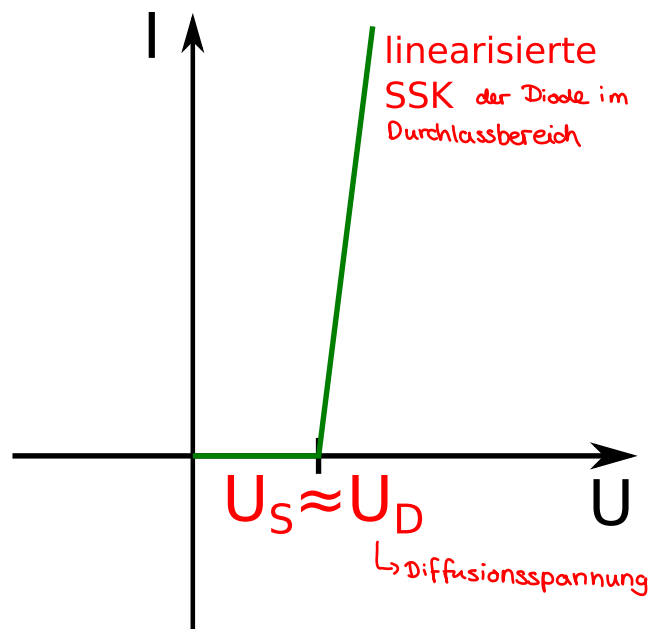
$$I = a^* U + b^*$$

$$[a^*] = \frac{1}{\text{ohm}}$$

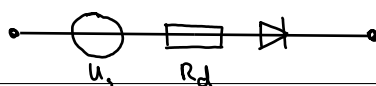
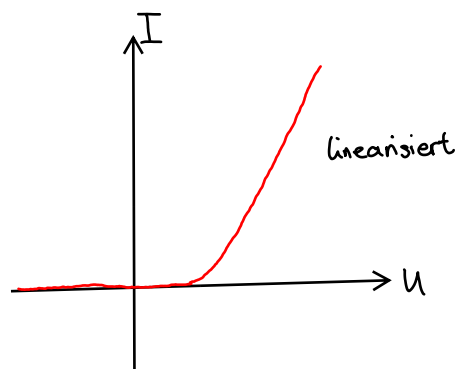
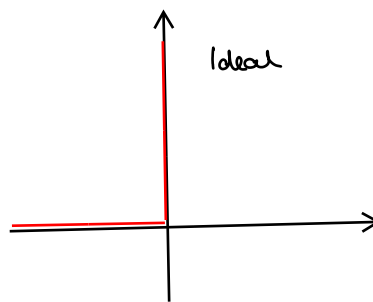
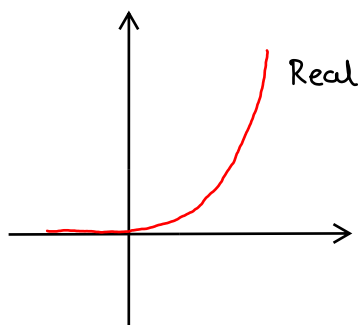
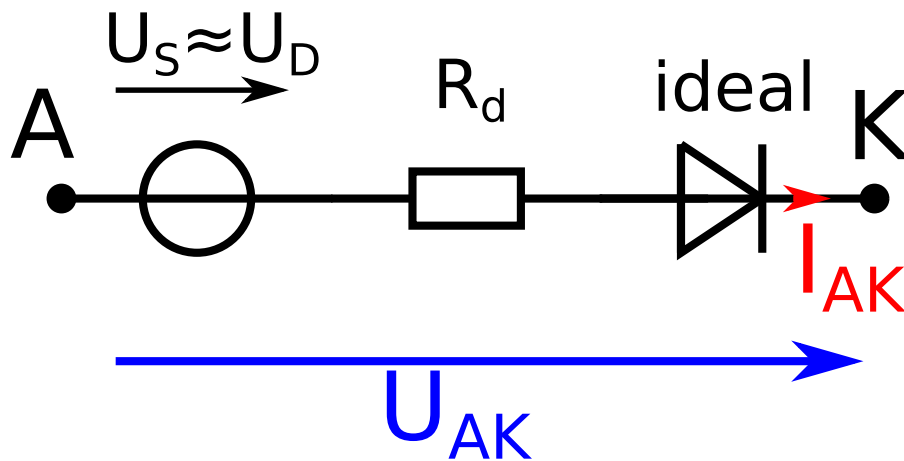
## Reale Diode



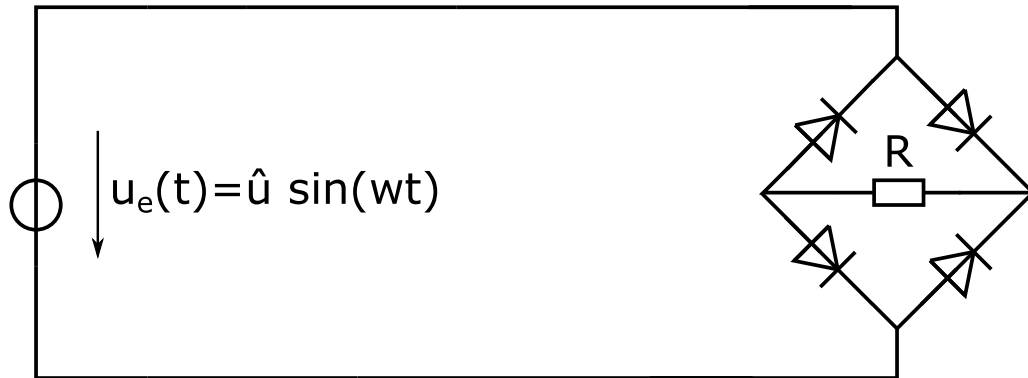
## Linearisierte Diode



## Ersatzschaltbild der linearisierte Diode im Durchlass-Bereich



## Diodenanwendung: Brückengleichrichter (Grätz-Brücke)



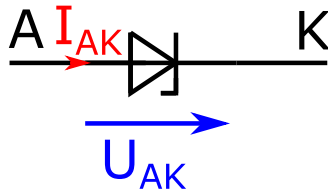
$R$ : Verbraucher

$u_e(t)$ : Wechselspannungsquelle

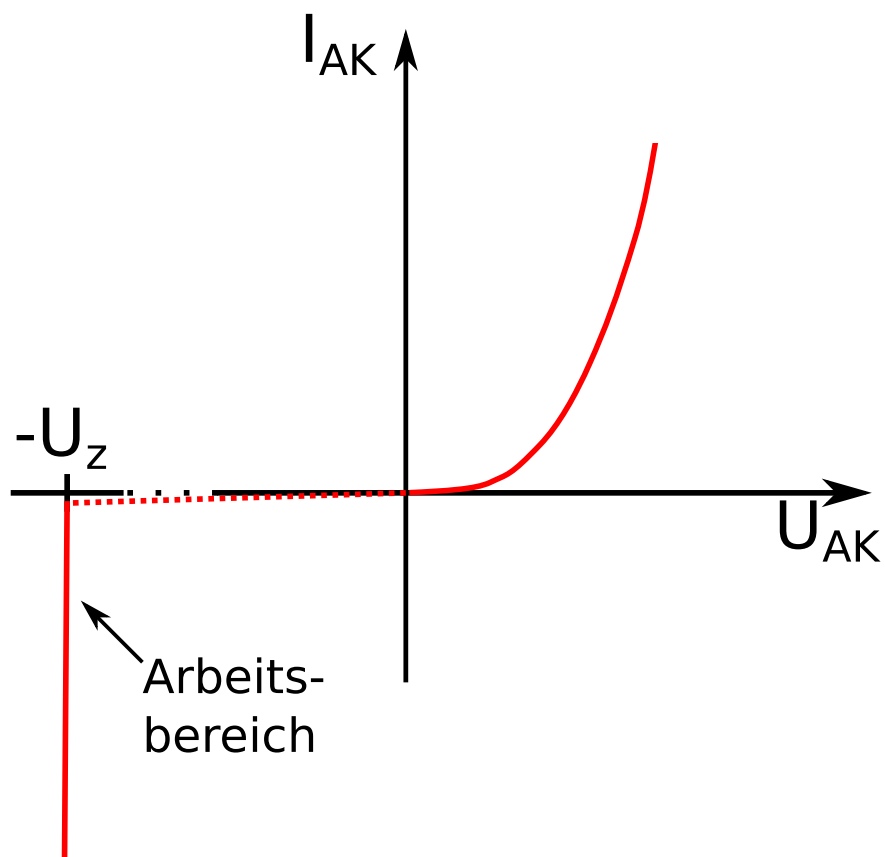
ideale Dioden

## Zenerdiode: Betrieb in Sperrrichtung

Schaltsymbol der Zenerdiode:



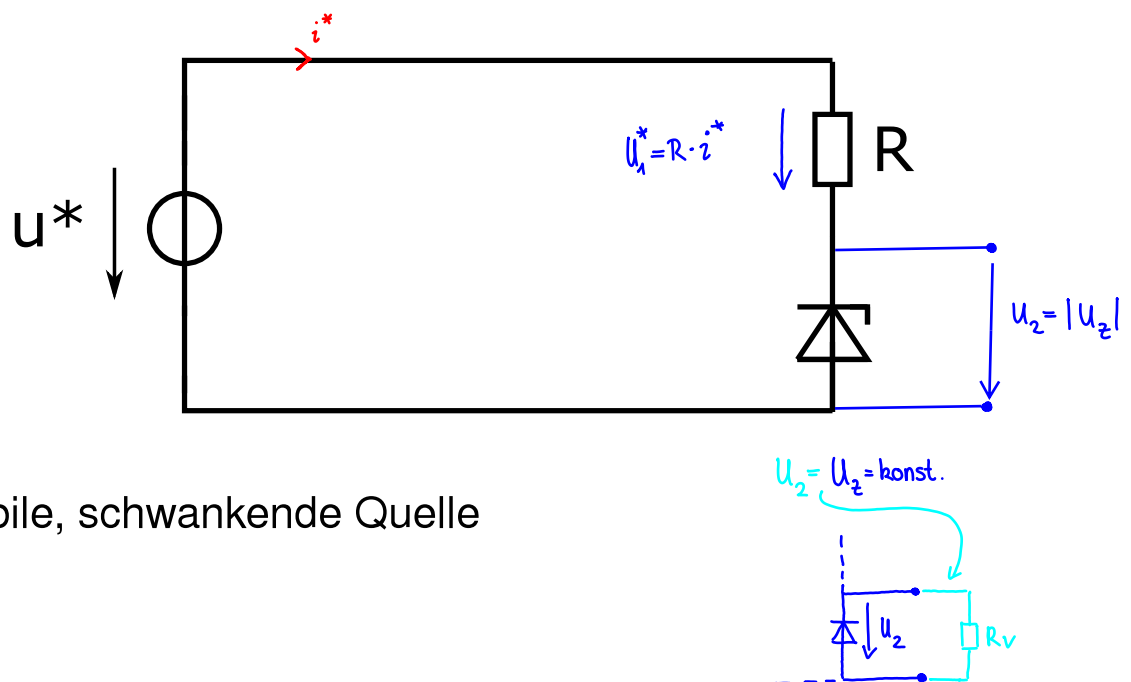
Kennlinie der Zenerdiode:



Die Zenerdiode nutzt den Effekt, dass der Betrag der Durchbruchspannung ungefähr konstant ist:

$$|U_Z| \approx \text{konst.}$$

Eine Anwendung davon ist die **Spannungsstabilisierung**:



$u^*$ : Instabile, schwankende Quelle

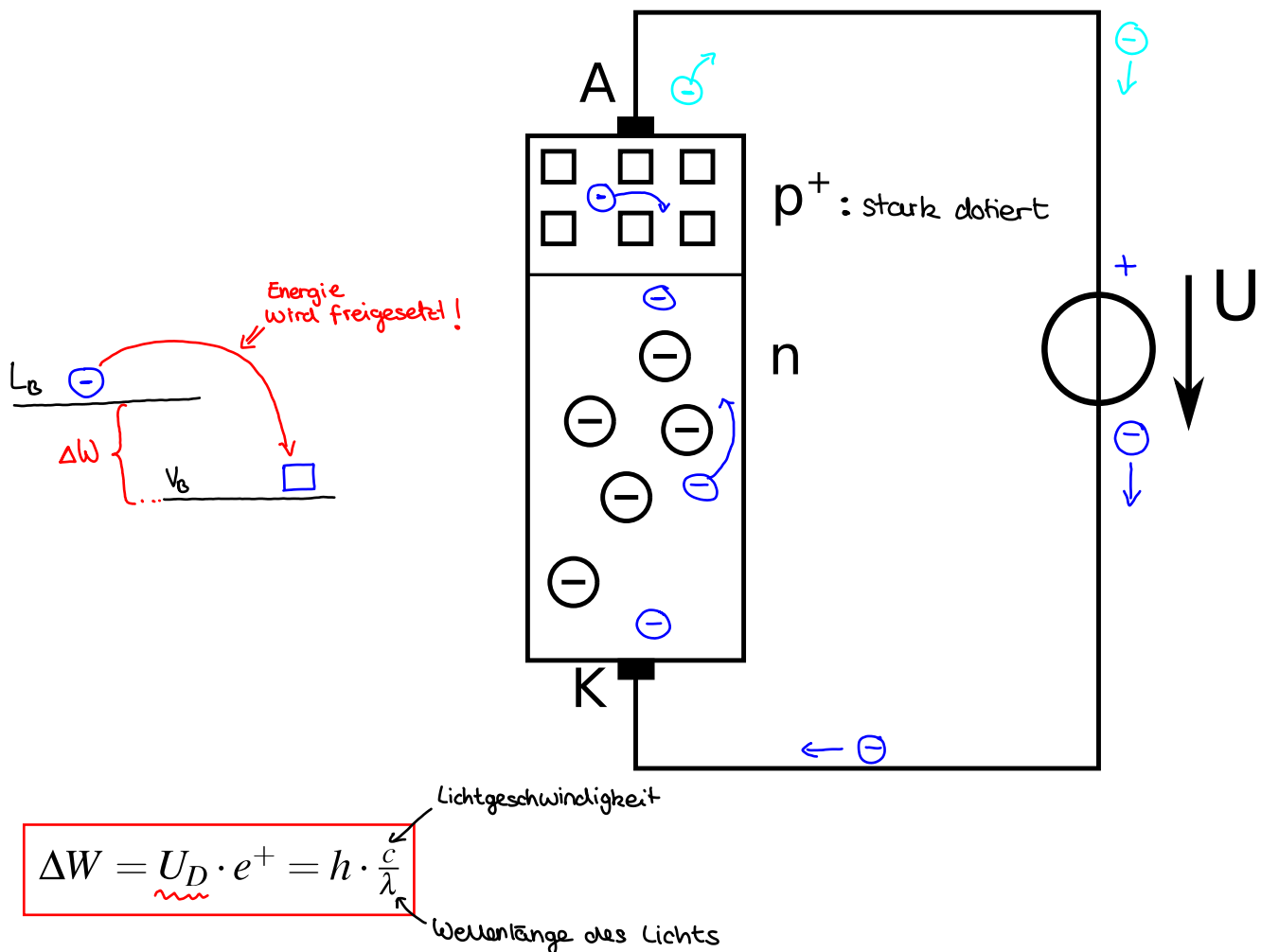
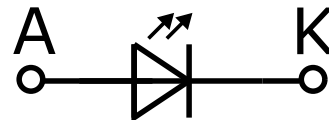
$$\text{Si: } U_D \approx 0,6\text{V}$$

## Leuchtdiode

Eine Leuchtdiode ist ein pn-Übergang aus Verbindungshalbleitern (GaAs)

$$\underline{U_D} \approx 2\text{ V}$$

Schaltsymbol einer Leuchtdiode:

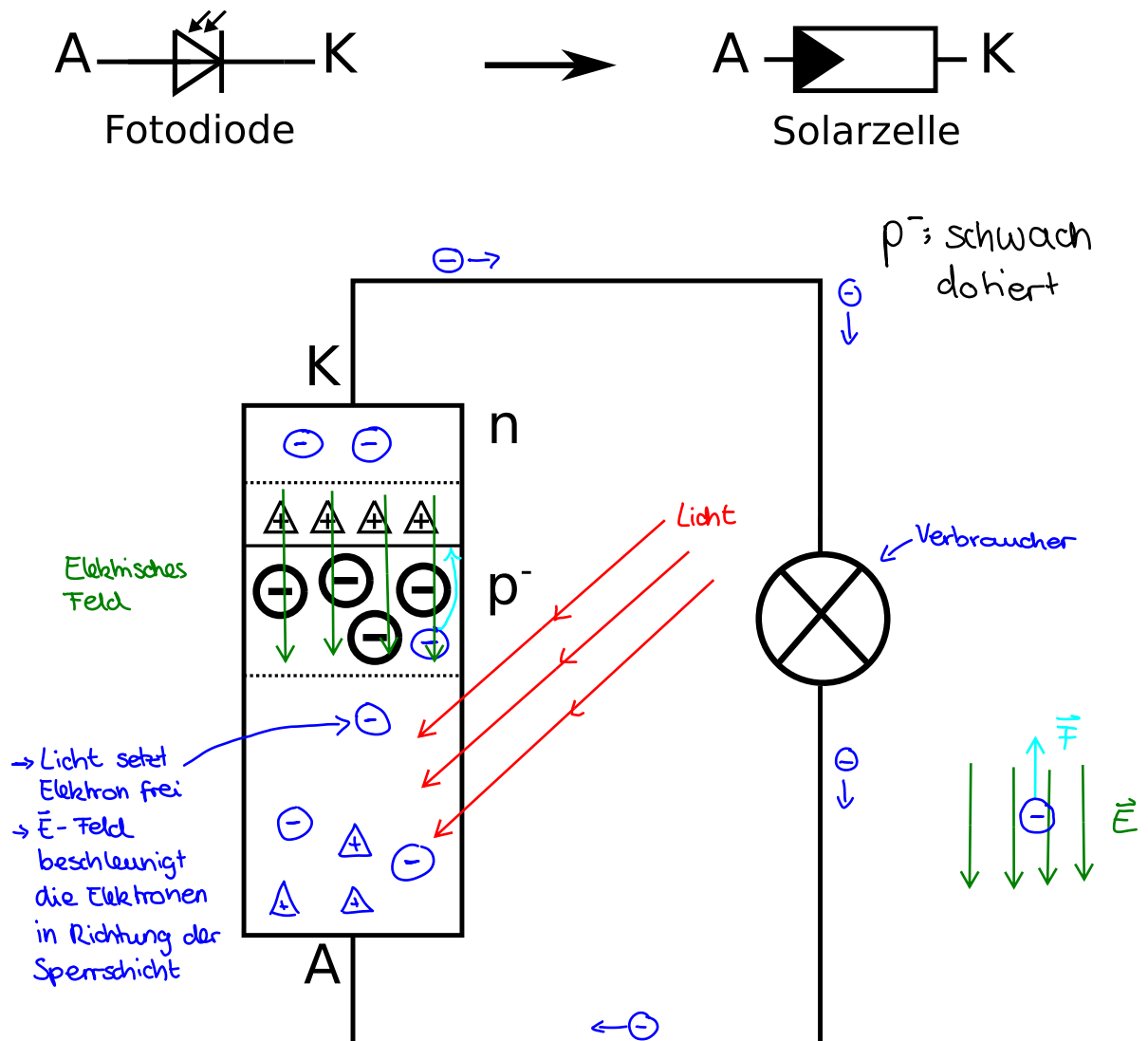


$h$ : Plancksches Wirkungsquantum

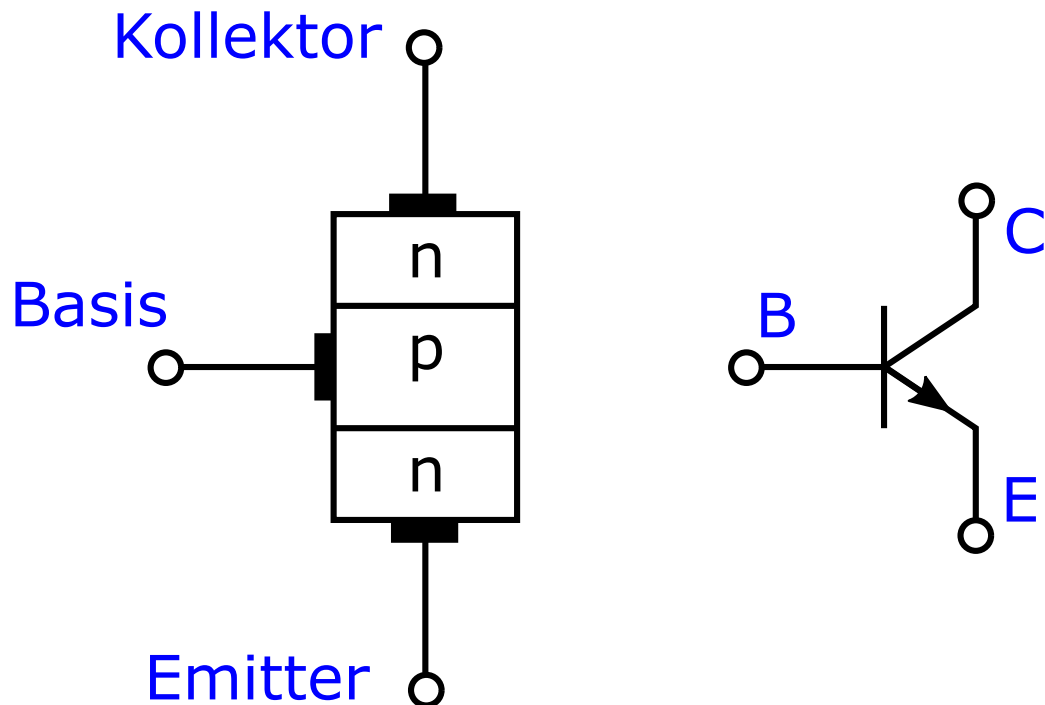


## Solarzelle

Eine Solarzelle wandelt Energie aus Licht zu elektrischer Energie um:



## Bipolartransistor

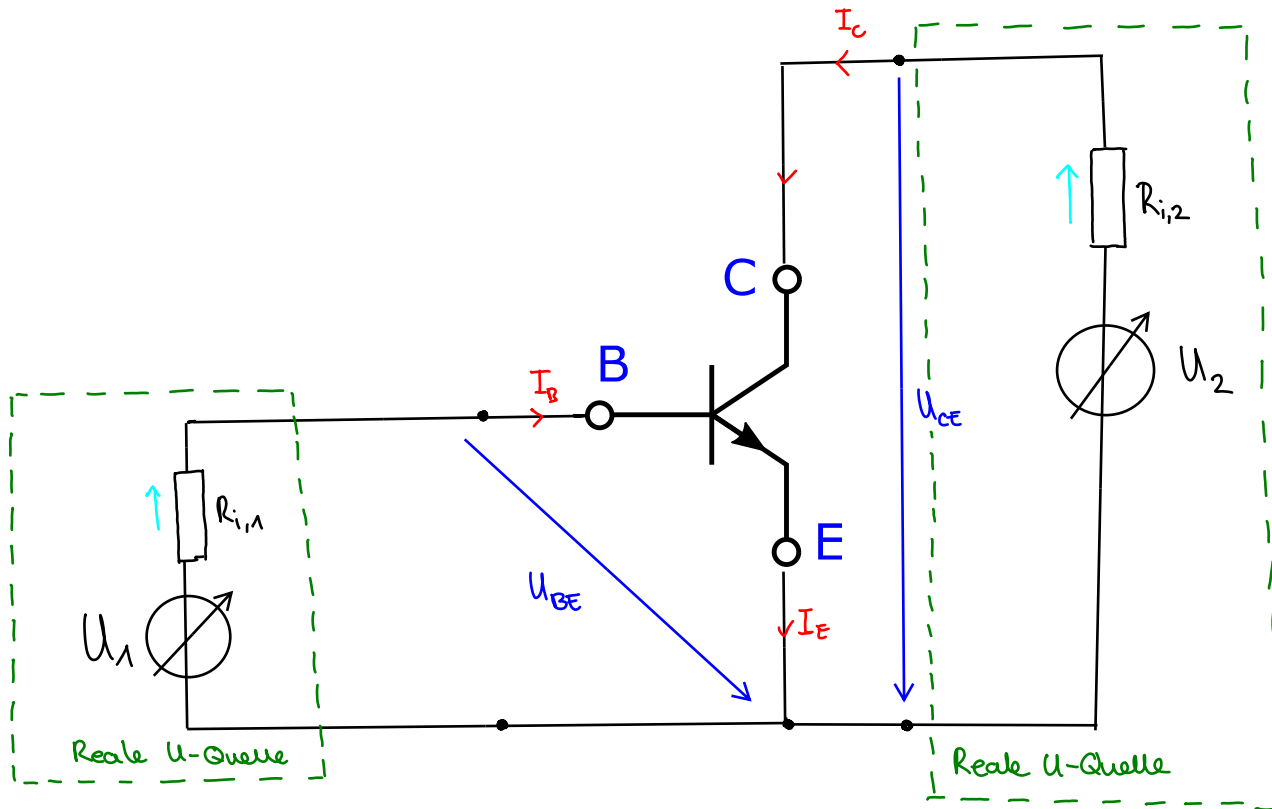


npn-Transistor

### Anwendungen:

- Elektrischer Schalter
- Signalverstärker

## Untersuchung des npn-Transistors



### Wichtige Kenngrößen

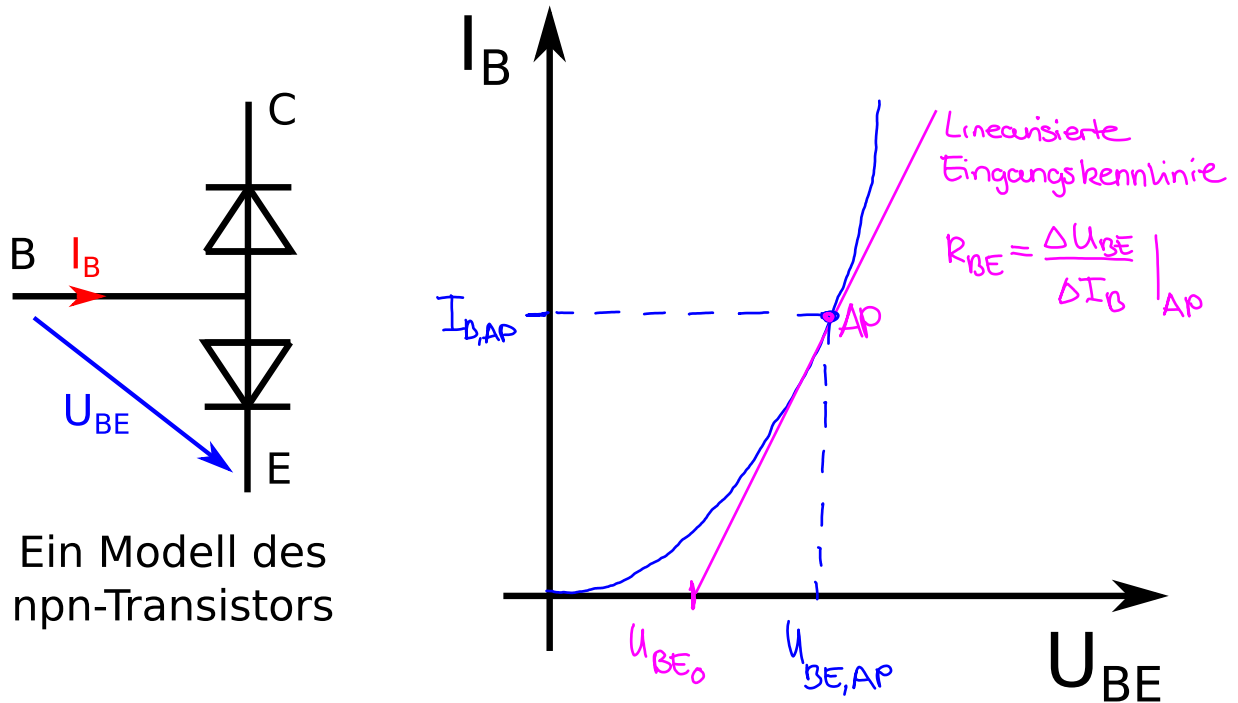
#### Eingang:

- $I_B$ : Basisstrom
- $U_{BE}$ : Basis-Emitter-Spannung

#### Ausgang:

- $I_C$ : Kollektorstrom
- $U_{CE}$ : Kollektor-Emitter-Spannung

## Eingangskennlinie: Beziehung zwischen $I_B$ und $U_{BE}$



## Linearisierte Eingangskennlinie

$$U_{BE} = U_{BE0} + R_{BE} \cdot I_B$$

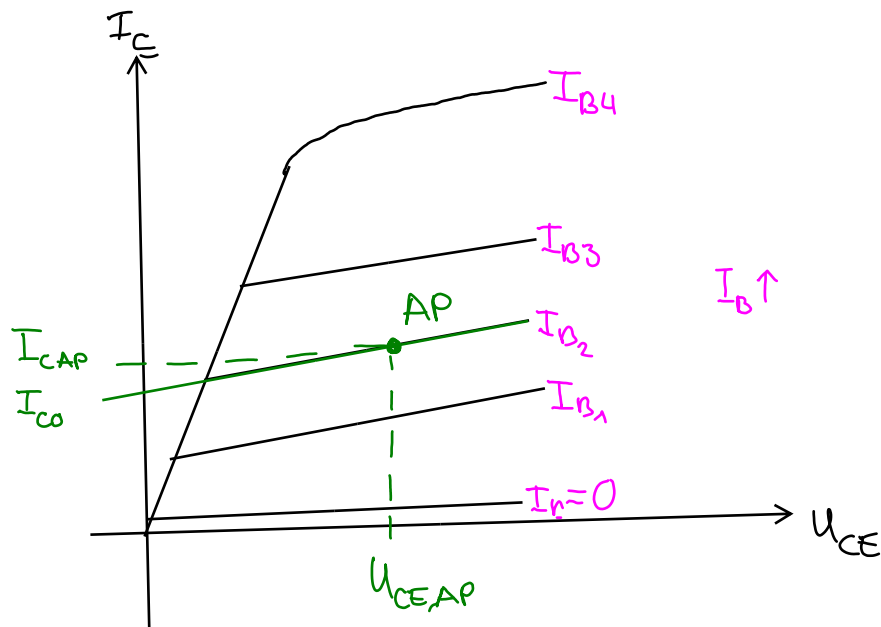
③

$R_{BE}$  : Dynamischer Basis-Emitter-Widerstand

$U_{BE0}$ :  $\approx$  Diffusionsspannung Basis-Emitter

AP: Arbeitspunkt

Ausgangskennlinien-Feld: Beziehung zwischen  $I_C$  und  $U_{CE}$



$$I_C = I_{C0} + \frac{1}{R_{CE}} \cdot U_{CE} \quad (4)$$

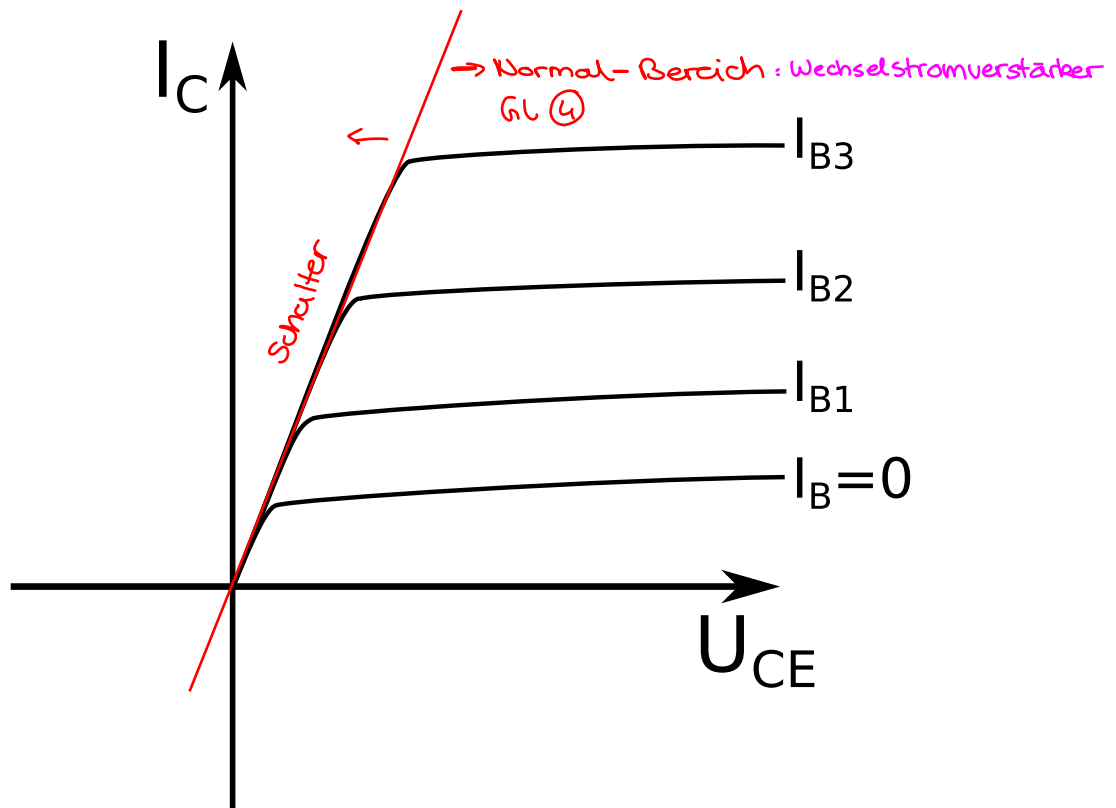
$I_{C0}$ : innerer Kollektorstrom

$$R_{CE} = \left. \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C} \right|_{AP}$$

In der Praxis mit realen Elementen gibt es eine zulässige (nicht immer!) Vereinfachung:

$$\begin{aligned} R_{CE} &\approx \infty \\ \Downarrow \\ I_C &\approx I_{C0} \end{aligned}$$

## Ausgangskennlinienfeld



## Linearisierte Ausgangskennlinie im Normalbereich

$$I_C = I_{C0} + \frac{1}{R_{CE}} \cdot U_{CE} \quad (4)$$

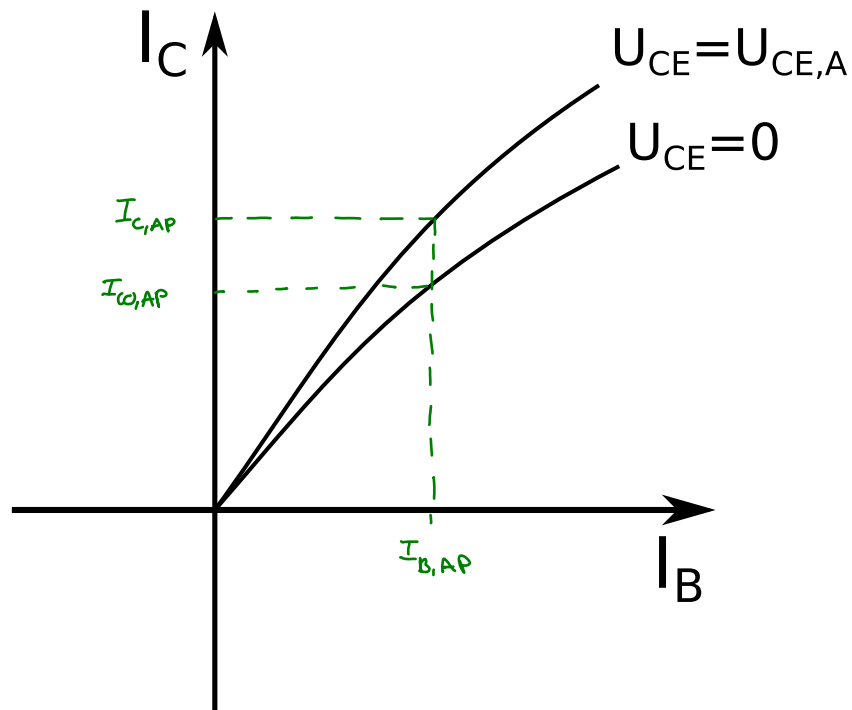
übliche Vereinfachung:  $R_{CE} \approx \infty \rightarrow I_C = I_{C0}$

$I_{C0}$ : Innerer Kollektorstrom

$R_{CE}$ : Dynamischer Kollektor-Emitter-Widerstand

$$R_{CE} = \left. \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_C} \right|_{AP}$$

## Stromverstärkungskennlinie



$$I_{C0} = \beta \cdot I_B \quad (5)$$

$B$ : Gleichstromverstärkung

$B$ : 5 ... 500

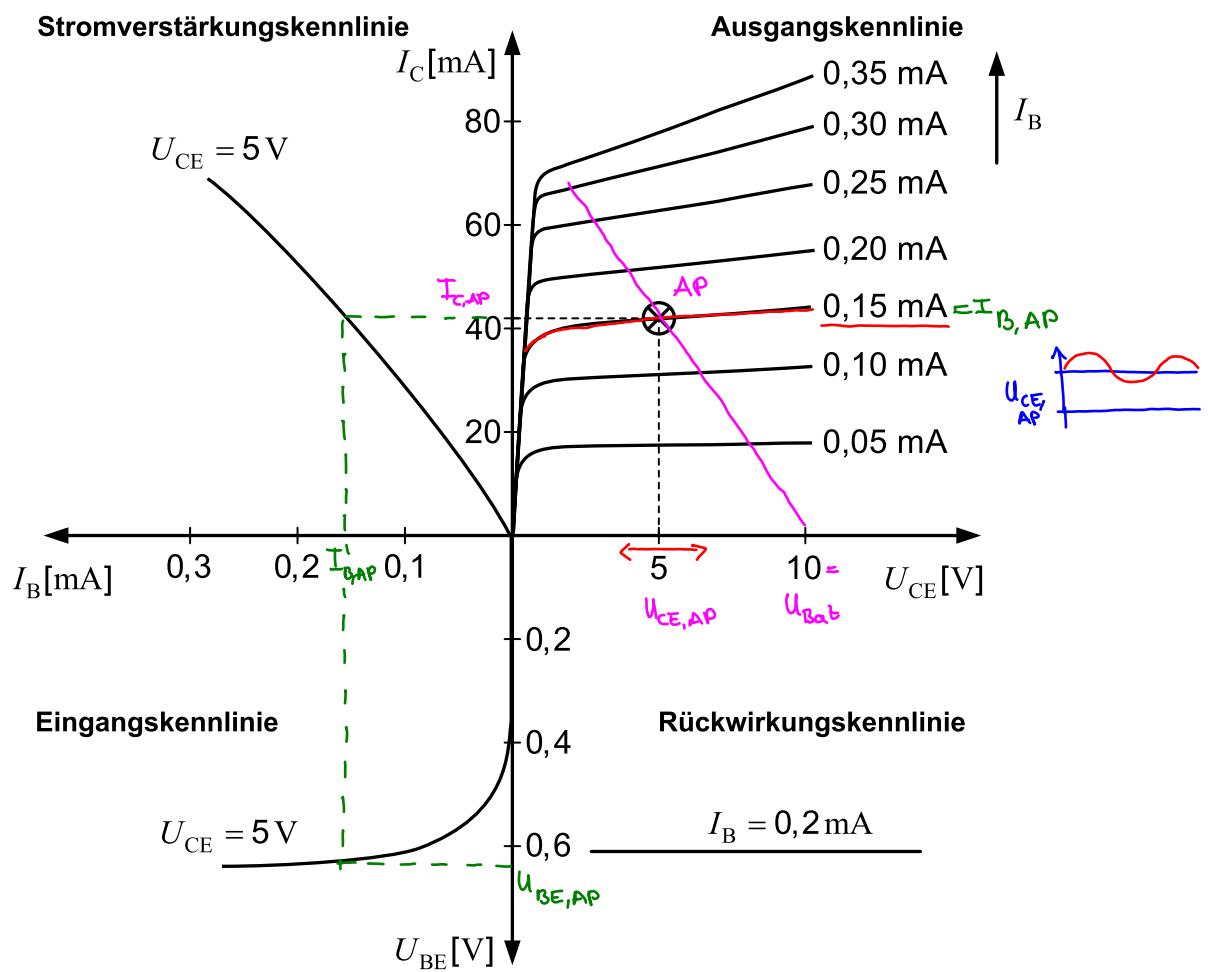
Mit der üblichen Vereinfachung  $R_{CE} \approx \infty$

$$I_{C0} \approx I_C \longrightarrow I_C = \beta \cdot I_B \quad (6)$$

Für den Wechselstrom gilt:

$$i_{C0}(t) = \beta \cdot i_B(t)$$

$\beta$ : Wechselstromverstärkung





## Transistor-Ersatzschaltbilder

Betriebsart:

Wechselstromverstärker

(Normalbetrieb)

A1: Gleichstrom-ESB

A2: Wechselstrom-ESB

Betriebsart:

Schalterbetrieb

*ESB als Schalter*

### A1: Gleichstrom-ESB

Linearisierte

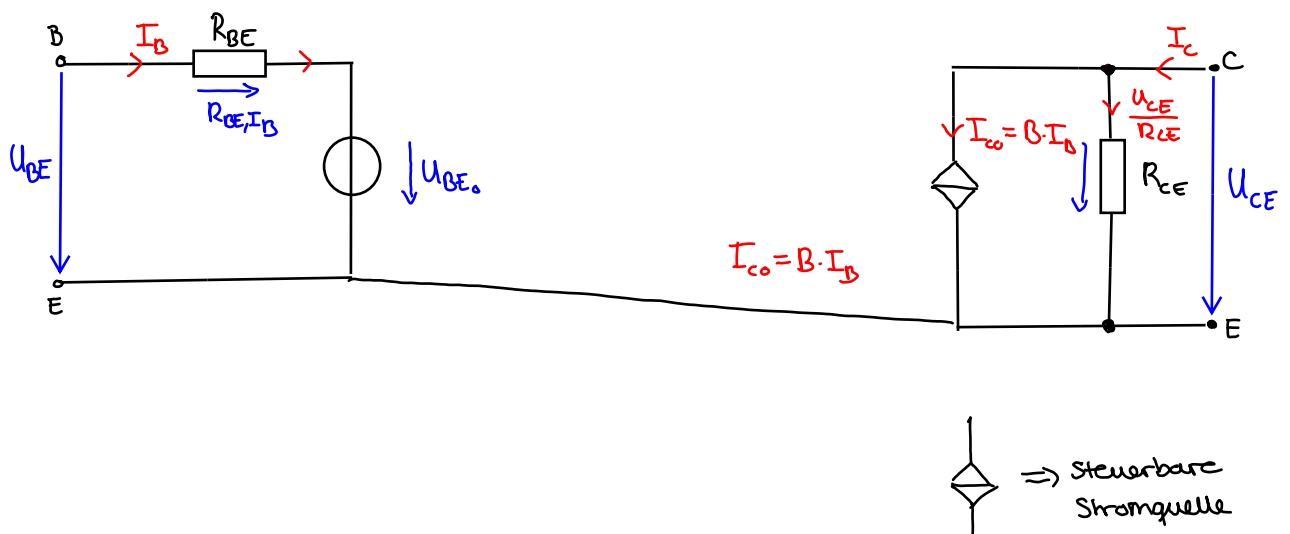
Eingangskennlinie:

$$U_{BE} = U_{BE0} + R_{BE} \cdot I_B$$

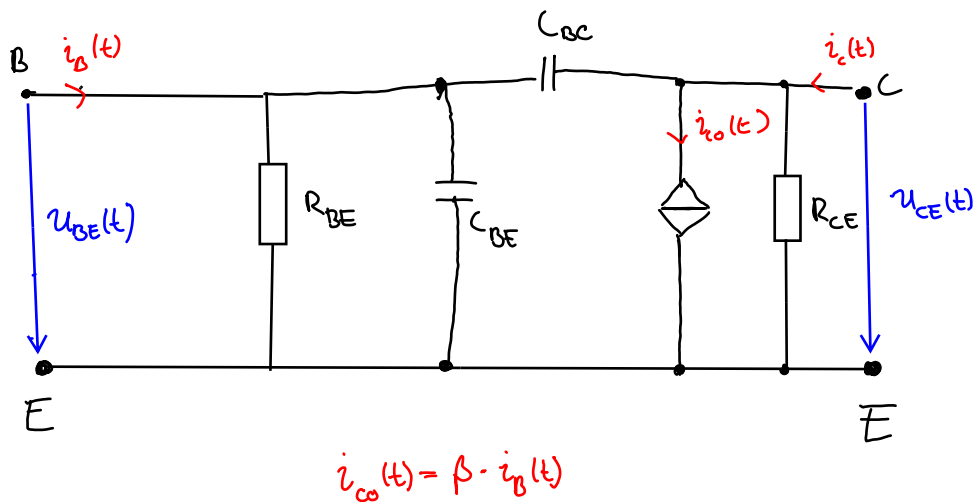
Linearisierte

Ausgangskennlinie:

$$I_C = I_{C0} + \frac{1}{R_{CE}} \cdot U_{CE}$$

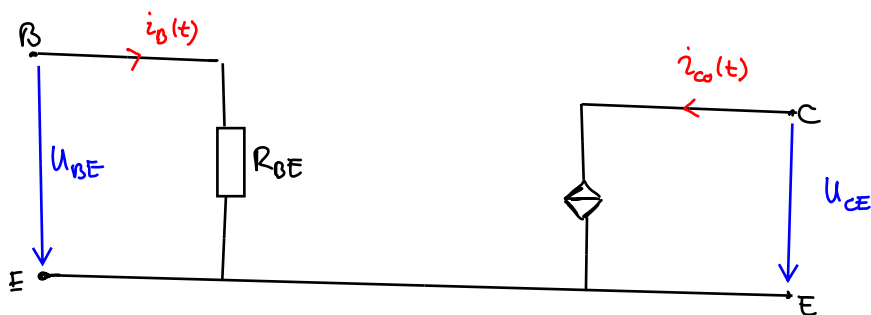


## A2: Wechselstrom-ESB



(Vollständiges Wechselstrom-ESB)

$R_{CE} \approx \infty$  und  $C_{BC}, C_{BE}$  sind vernachlässigbar



(Vereinfachtes Wechselstrom-ESB)

## Anwendung des Gleichstrom-Ersatzschaltbildes

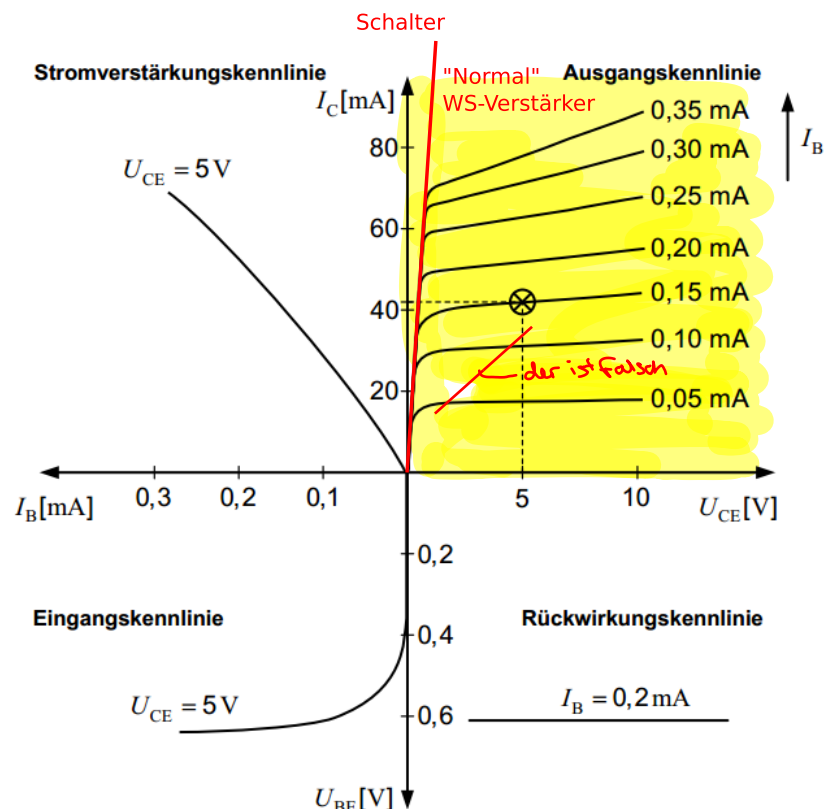
→ Einstellung des Arbeitspunktes bzw. Ermittlung der Daten des Arbeitspunktes

## Anwendung des Wechselstrom-Ersatzschaltbildes

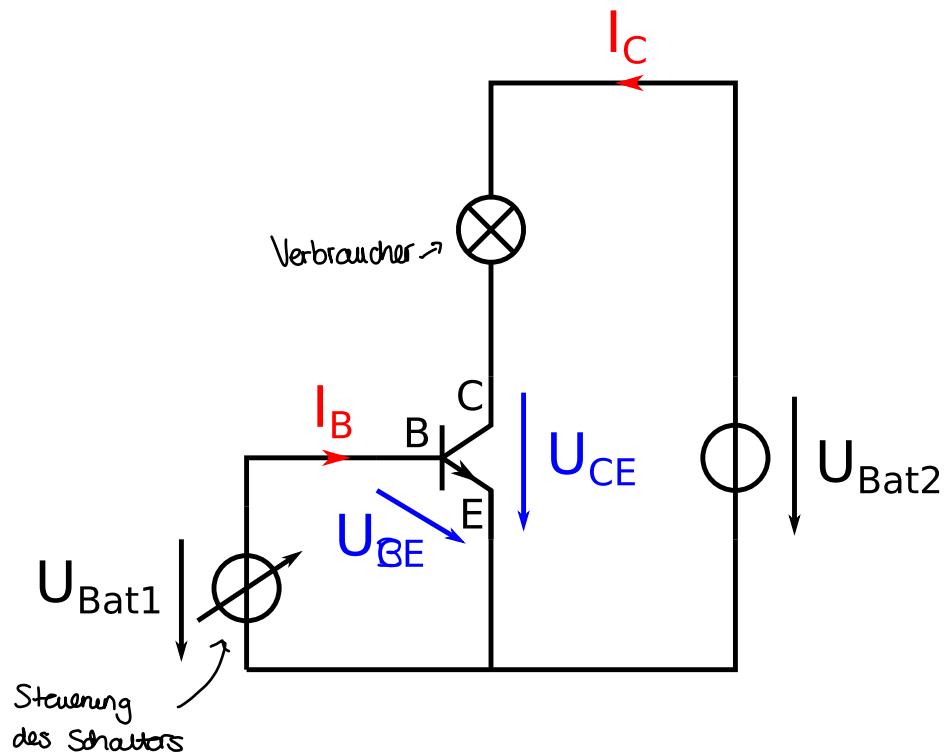
→ Berechnung von Verstärkungsfaktoren bei der Transistorschaltung als Wechselstromverstärker:

$V_u$ : Spannungsverstärkung

$V_i$ : Stromverstärkung



## Transistor als Schalter



$$U_{Bat1} = U_{max} \rightarrow U_{BE} = U_{max} \Rightarrow I_B = I_{B,max} \rightarrow I_C \approx \beta \cdot I_{B,max}$$

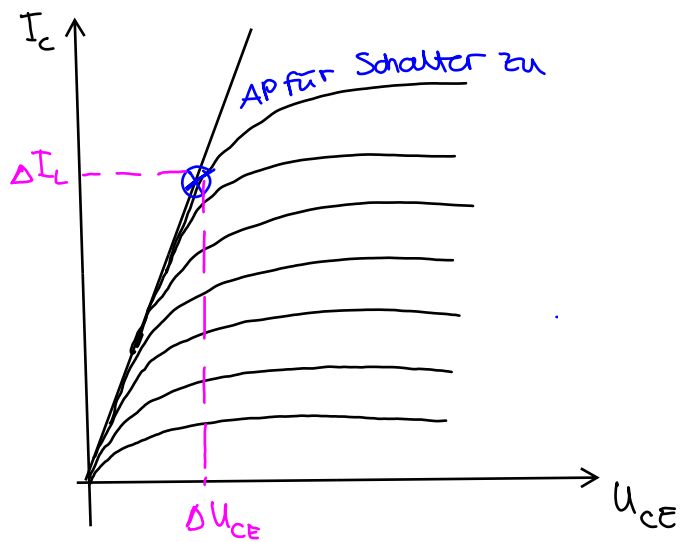
$\Downarrow$   

 Schalter zu

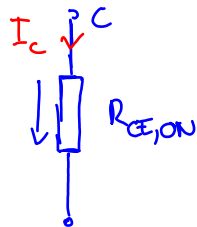
$$U_{Bat1} = 0 \Rightarrow U_{BE} = 0 \Rightarrow I_B = 0 \Rightarrow I_C = 0$$

$\Downarrow$   

 Schalter offen

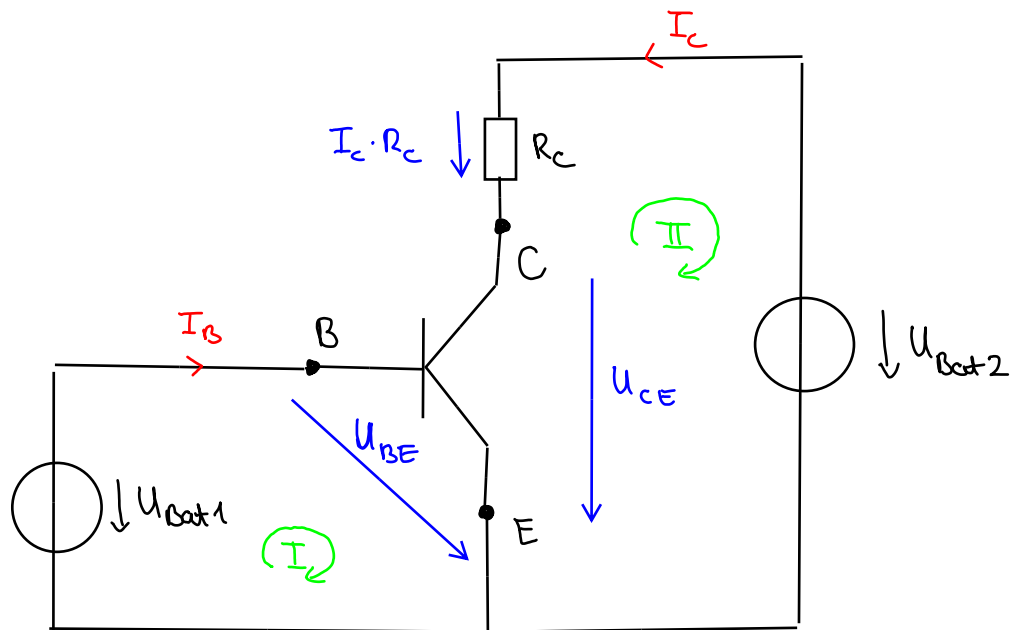


ESB für Schalter zu



$$R_{CE(on)} = \frac{\Delta U_{CE}}{\Delta I_E}$$

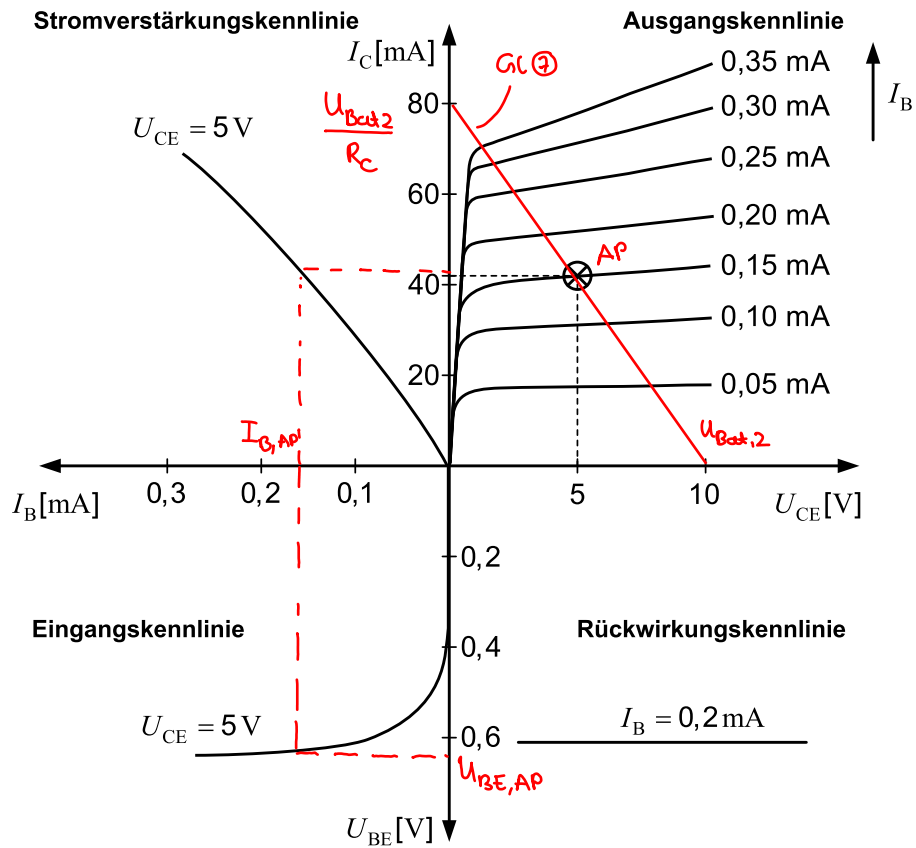
## Emitterschaltung



Masche I:  $U_{BE} - U_{Bat1} = 0$   
 $\Rightarrow U_{Bat1} = U_{BE}$

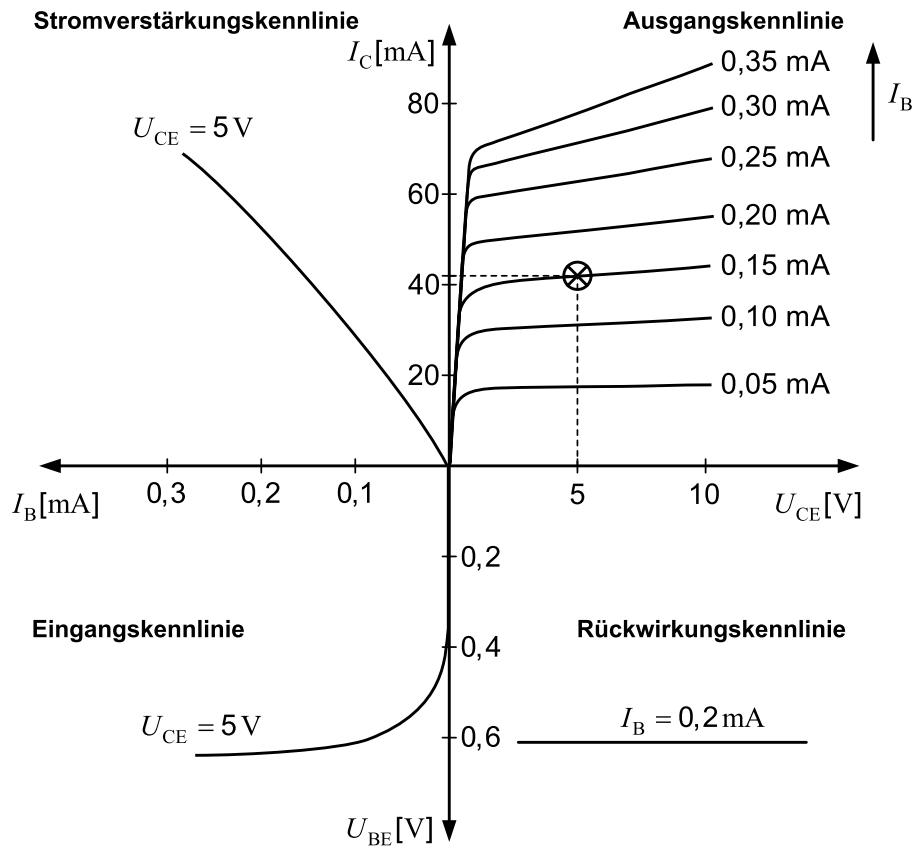
Masche II:  $U_{Bat2} - U_{CE} - R_C \cdot I_C = 0$   
 $\Rightarrow I_C = \frac{(U_{Bat2} - U_{CE})}{R_C}$  ⑦

Gl.7: Arbeitsgerade der Emitterschaltung



$$I_C = \frac{U_{Batt,2}}{R_C} - \frac{1}{R_C} \cdot U_{CE}$$

Einstellung der Arbeitsgerade erfolgt über  $U_{Batt,2}$  und  $R_C$ .

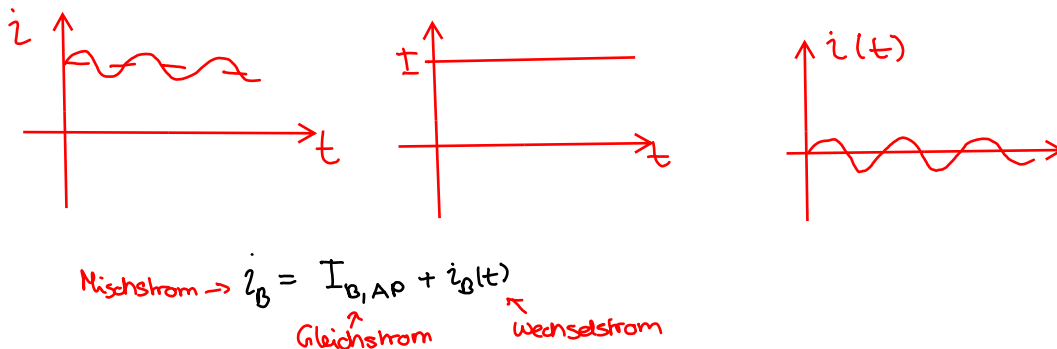




# Wechselstromverstärker

- Zweck: Verstärkung von Wechselstromsignalen
- Dazu wird das Wechselstromsignal den Gleichgrößen überlagert
- Es treten Mischsignale auf

## Beispiel:



## Die wichtigsten Mischsignale:

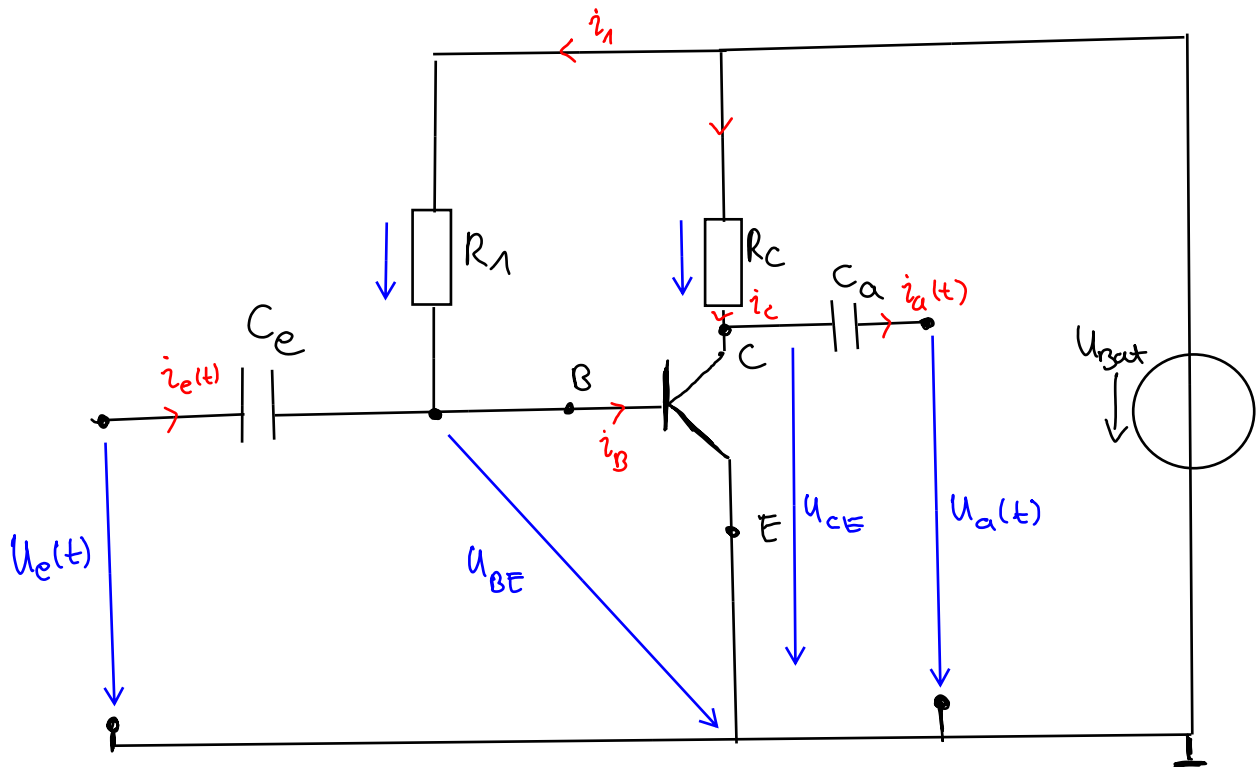
$$i_{\text{B}} = I_{\text{B,AP}} + i_{\text{B}}(t)$$

$$i_C = I_{C,AP} + i_C(t)$$

$$u_{\text{BE}} = U_{\text{BE,AP}} + u_{\text{BE}}(t)$$

$$u_{\text{CE}} = U_{\text{CE,AP}} + u_{\text{CE}}(t)$$

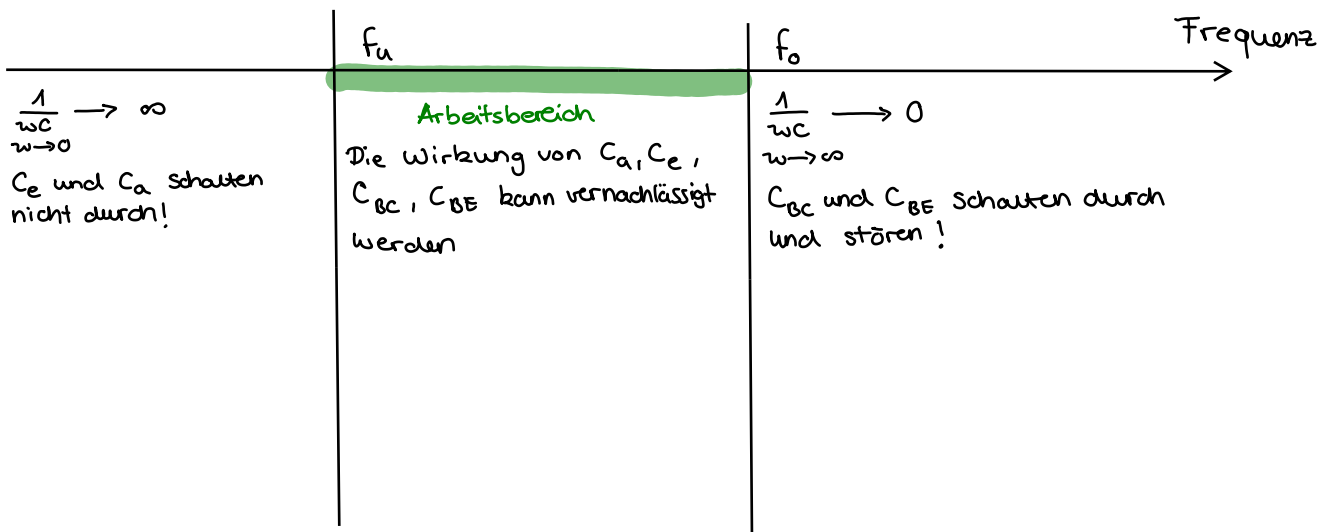
## Schaltung des Wechselstrom-Verstärkers



$U_{Bat}$  entfällt:  $U_{Bat}$  und  $R_1$

$C_a$  und  $C_e$ : dienen der Ein- und Auskopplung der Wechsignale

## Frequenzverhalten des Wechselstrom-Verstärkers



$f_u$ : untere Frequenz

$f_o$ : obere Frequenz

Untere Frequenz:  $f_u = \frac{\omega_u}{2\pi}$

Wobei  $\omega_u = \frac{1}{C_e \cdot R_e}$  ⑧

$R_e$ : Eingangswiderstand

Bei der Beispielschaltung gilt:  $R_e = R_1 || R_{BE}$

Obere Frequenz:  $f_o = \frac{\omega_o}{2\pi}$

Wobei  $\omega_o = \frac{1}{R_C \cdot C_{BE}}$  ⑨

## Frequenzverhalten des Wechselstrom-Verstärkers

$f_u$ :

$f_o$ :

## **Berechnung des Wechselstrom-Verstärker**

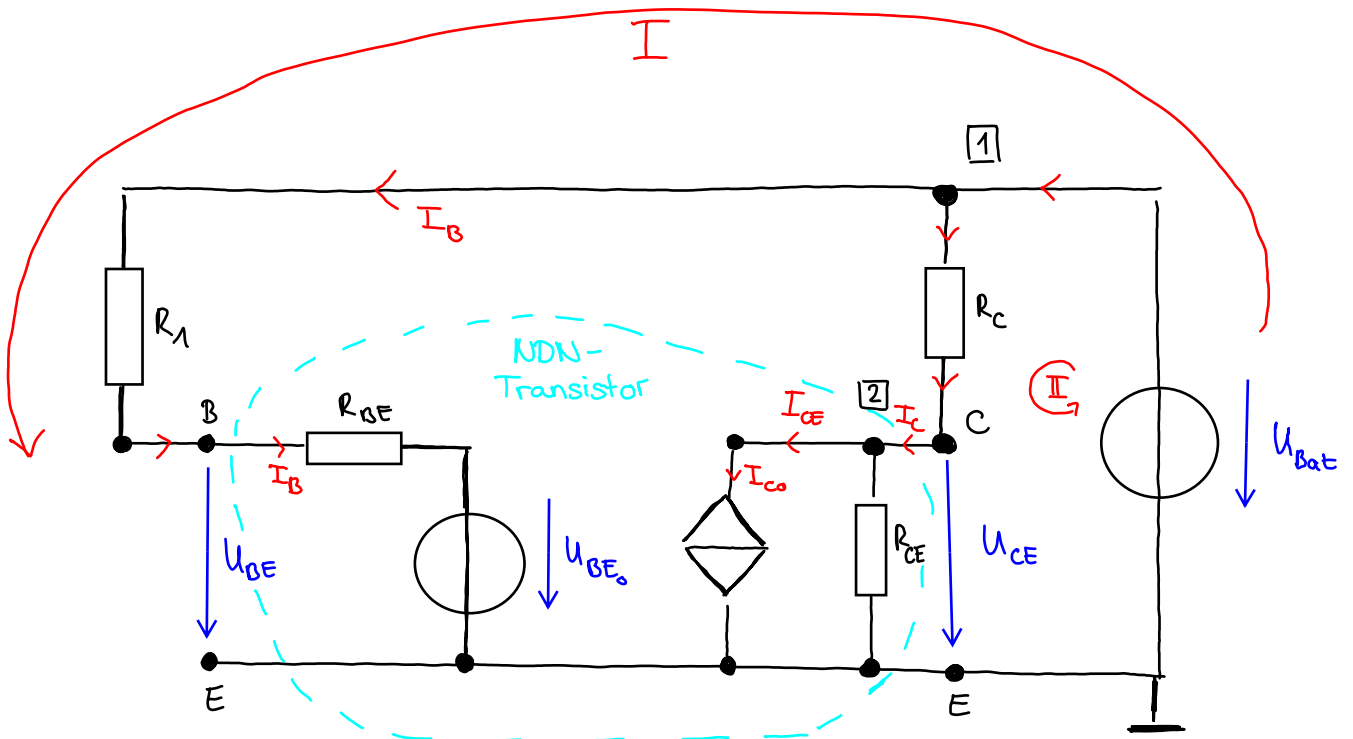
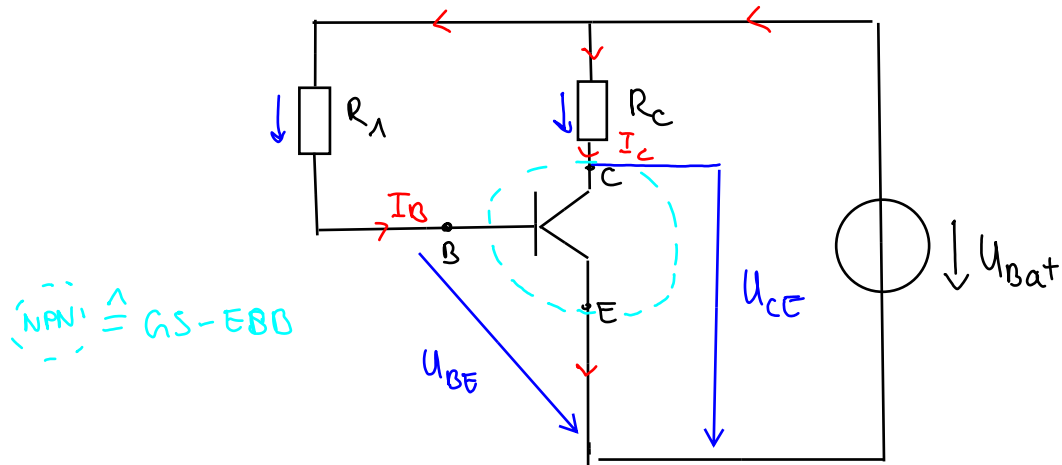
### Schritt 1: Gleichstrombetrachtung

- $u_e(t)$  wird entfernt
- Gleichstrom-ESB des Transistors einsetzen
- Daten des Arbeitspunktes bzw. die unbekannten Größen ermitteln

### Schritt 2: Wechselstrombetrachtung

- $U_{\text{Bat}} = 0$
- Wechselstrom-ESB des Transistors einsetzen
- Spannungsverstärkung  $V_u$  und Stromverstärkung  $V_i$  berechnen

# Gleichstrombetrachtung des WS-Verstärkers.



ESB des WS-Verstärkers für die Gleichstrombetrachtung

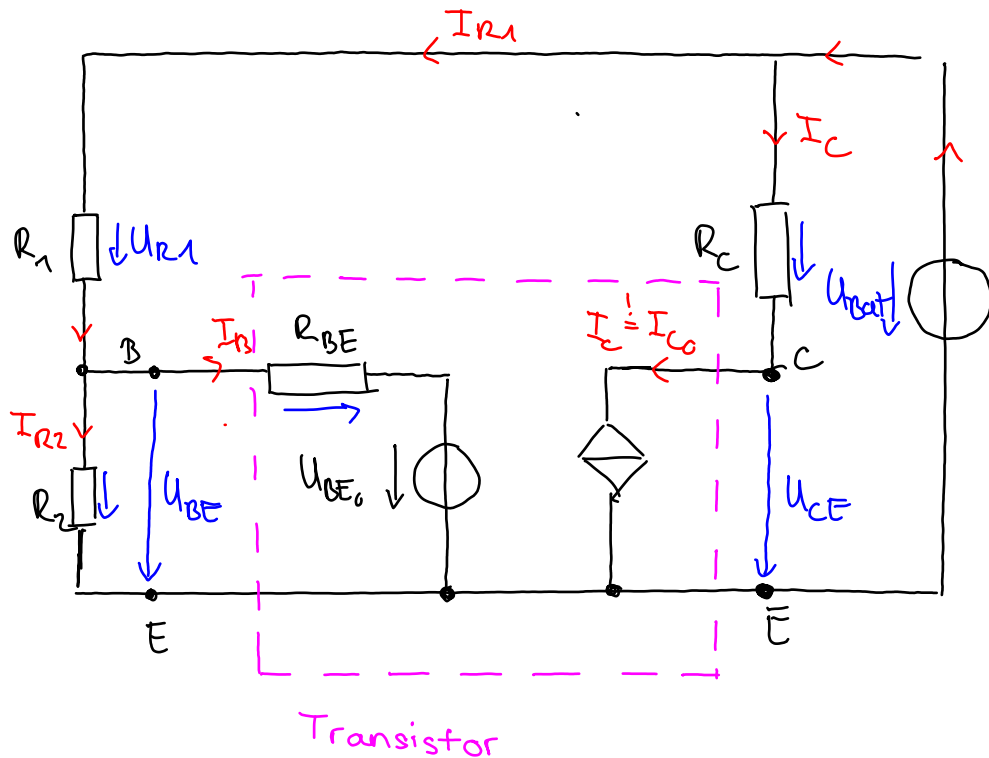
$$I_{C0} = \beta \cdot I_B$$

$\begin{cases} \text{[1], [2]} \rightarrow \text{KR einsetzen und Gleichung aufschreiben} \\ \text{I, II} \rightarrow \text{MR einsetzen, ...} \end{cases}$   
 $\rightarrow$  wird in der Übung behandelt

## Aufgabe 4.1 - Klausur H 2018

- Emitterschaltung
- Kleinsignalverstärker zur Verstärkung der Signalspannung  $u_e(t)$
- zur Einstellung des Arbeitspunktes
- $C_e$  dient zur Einkopplung der signal- Wechselfspannung bzw. zur Blockierung der Batteriespannung

## Aufgabe 4.2



$$I_{B(AP)} = \frac{I_{C(AP)}}{\beta} = \frac{30 \text{ mA}}{300} = 100 \mu\text{A}$$

$$I_{R2} = \frac{U_{BE(AP)}}{R_2} = \frac{U_{BE0} + I_{B(AP)} \cdot R_{BE}}{R_2} = 41,33 \mu\text{A}$$

$$I_{R1} = I_{R2} + I_{B(AP)} = 41,33 \mu\text{A} + 100 \mu\text{A} = 141,33 \mu\text{A}$$

$$U_{R1} = U_{Bat} - U_{BE(AP)} = 12 \text{ V} - 0,62 \text{ V} = 11,38 \text{ V}$$

$$R_1 = \frac{U_{R1}}{I_{R1}} = \frac{12 \text{ V} - 0,62 \text{ V}}{141,33 \mu\text{A}} = 80,52 \text{ k}\Omega$$

b) Gesucht  $R_C$

Bekannt:  $U_{CE(AP)} = 8V$

$$I_{C(AP)} = 30mA$$

$$R_C = \frac{U_{RC(AP)}}{I_{C(AP)}} = \frac{U_{Bat} - U_{CE(AP)}}{I_{C(AP)}} = \frac{12V - 8V}{30mA} = 133,33 \Omega$$

c) Der optimale AP ist bei:

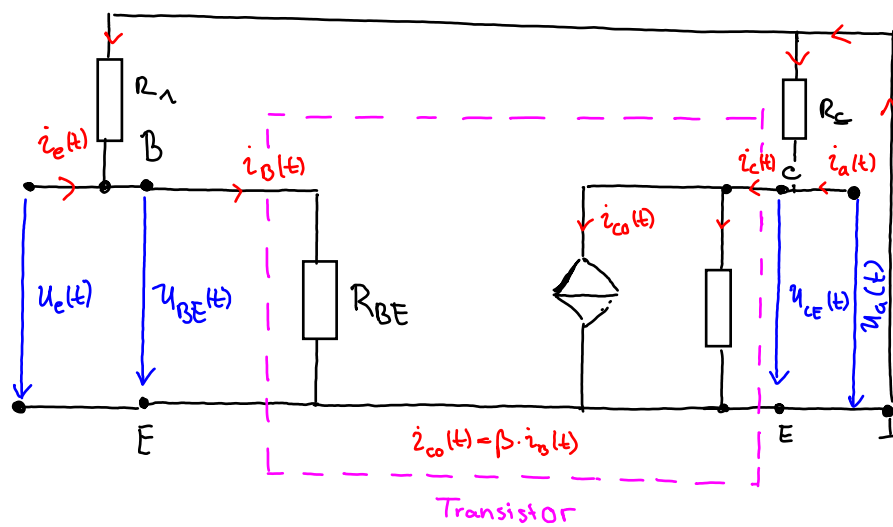
$$U_{CE(AP, optimal)} = \frac{U_{Bat}}{2} = \frac{12V}{2} = 6V$$

Um die maximale Aussteuerbarkeit zu haben.

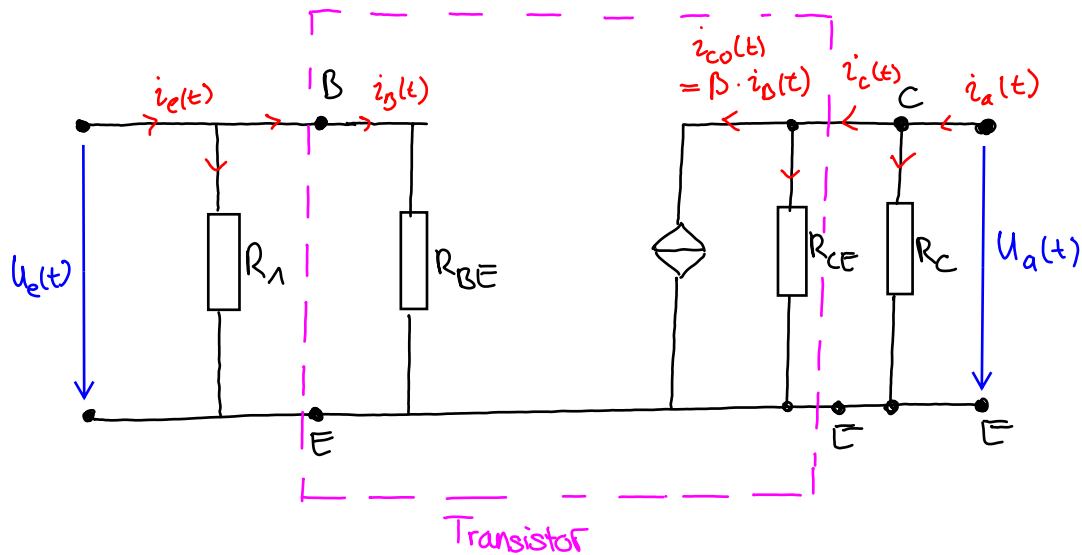




## Wechselstrom-ESB des Wechselstrom-Verstärkers im Arbeitsbereich $f_u < f < f_o$



## Wechselstrom-ESB des Wechselstrom-Verstärkers für den Frequenzbereich $f_u < f < f_o$

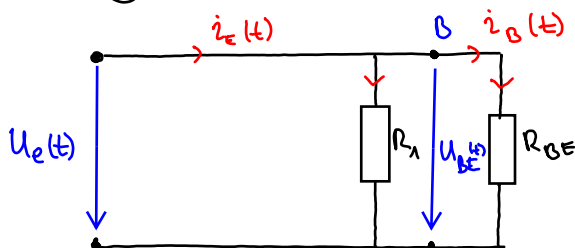


Ziel: Berechnung des Spannungsverstärkungsfaktors  $V_u$   
und Stromverstärkungsfaktor  $V_i$

$$V_u = \frac{u_a(t)}{u_e(t)} \bigg|_{i_a(t) \stackrel{!}{=} 0}$$

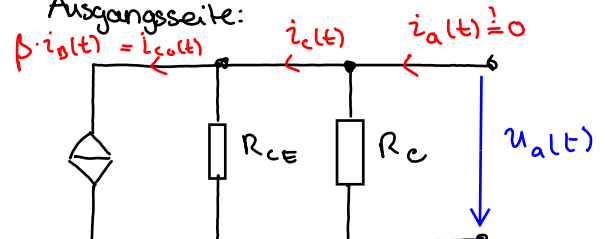
! Leerlauf im Ausgang

Eingangsseite:

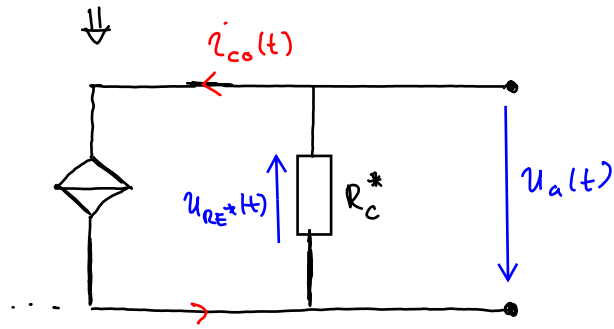


$$u_{BE}(t) = u_e(t); \quad u_e(t) = R_{BE} \cdot i_B(t) \quad \textcircled{a}$$

Ausgangsseite:



$$R_c^* = R_c \parallel R_{CE}$$



$$u_{R_c^*}(t) = i_{c0}(t) \cdot R_c^*$$

$$u_a(t) = -u_{R_c^*} = -i_{c0}(t) \cdot R_c^* \quad (b)$$

$$u_a(t) = -\beta \cdot i_B(t) \cdot R_c^* \quad (c)$$

$$V_u(t) = \frac{u_a(t)}{u_e(t)} \Big|_{i_a(t)=0} = \frac{-\beta \cdot i_B(t) \cdot R_c^*}{R_{BE} \cdot i_B(t)}$$

$$V_u(t) = -\beta \frac{R_c^*}{R_{BE}} \quad (10)$$

$$\text{mit } R_c^* = R_c \parallel R_{CE}$$

Mit der Vereinfachung  $R_{CE} \rightarrow \infty$

$$V_u(t) \approx -\beta \frac{R_c}{R_{BE}} \quad (11)$$

Spannungsverstärkungsfaktor  $V_u$ Im Arbeitsbereich:  $V_u = \frac{u_a(t)}{u_e(t)} \big|_{i_a(t)=0}$ 

$$\parallel V_u = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} \big|_{i_a(t)=0}$$

$$\parallel V_u = \frac{U_a}{U_e} \big|_{i_a(t)=0}$$

 $i_a(t) = 0$  bedeutet "Ausgang im Leerlauf "

Für die Beispielschaltung:

$$V_u = -\beta \cdot \frac{(R_c \parallel R_{cE})}{R_{BE}}$$

Stromverstärkung  $V_i$ 

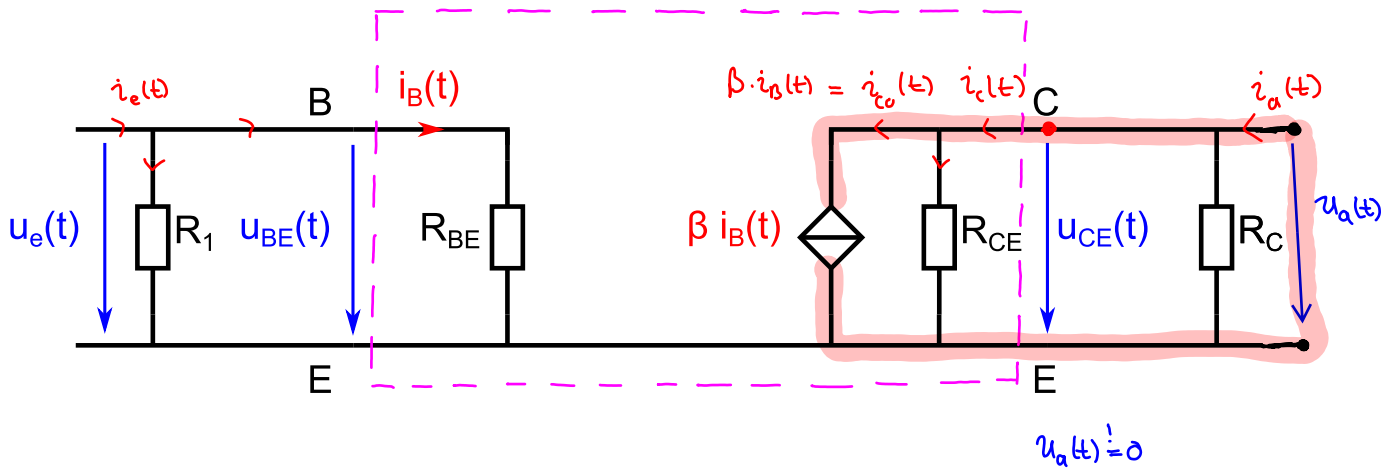
$$\parallel V_i = \frac{i_a(t)}{i_e(t)} \big|_{u_a(t)=0} \quad \text{im Arbeitsbereich} \quad f_u < f < f_0$$

$$V_i = \frac{\hat{i}_a}{\hat{i}_e} \big|_{u_a(t)=0}$$

$$V_i = \frac{I_a}{I_e} \big|_{u_a(t)=0}$$

 $u_a(t) = 0$  bedeutet, dass der Ausgang kurzgeschlossen ist

## Betrachtung der Stromverstärkung



$$\mathbf{V}_i = \frac{i_a(t)}{i_e(t)} \Big|_{u_a(t)=0}$$

$$\dot{i}_a(t) = \dot{i}_c(t) \quad \text{weil} \quad u_a(t) = 0$$

$$i_a(t) = \beta \cdot i_B(t)$$

Stromteilerregel:  $i_c(t) = i_b(t) \cdot \frac{R_1 + R_{BE}}{R_1}$

$$V_i = \frac{i_a(t)}{i_e(t)} \bigg|_{u_a(t)=0} = \frac{\beta \cdot i_b(t)}{i_b(t) \cdot \frac{R_1 + R_{BE}}{R_1}}$$

$$V_i = \beta \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{DE}} \quad (12)$$

In der Praxis:  $R_{BE} \ll R_A$

$$V_i \approx \beta$$

Berechnung  $V_i$ :

Eingangswiderstand:

$$\parallel R_e = \frac{\hat{u}_e}{\hat{i}_a} = \frac{U_e}{I_e} \quad (14)$$

Ausgangswiderstand:

$$\parallel R_a = \frac{\hat{u}_{ao}}{\hat{i}_{aK}} = \frac{U_{ao}}{I_{aK}} \quad (15)$$

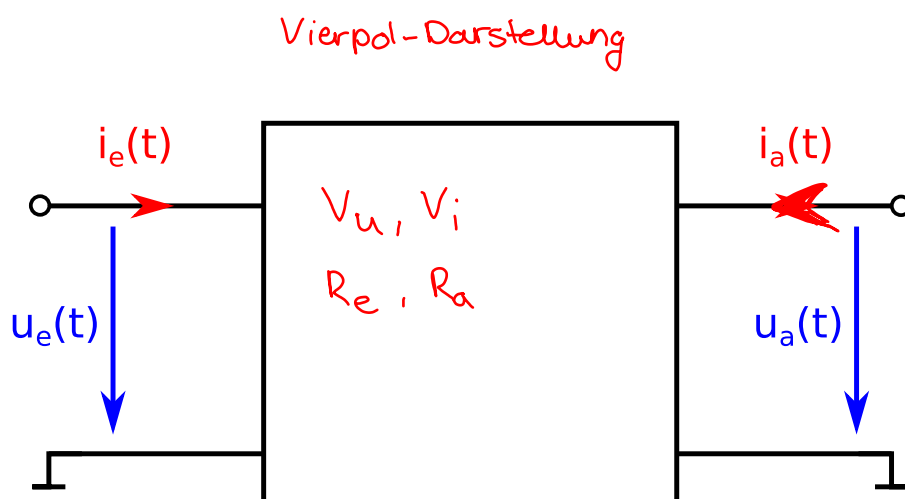
$U_{ao}$  : Ausgangsleerlaufspannung

$I_{aK}$  : Ausgangskurzschlussstrom

Für die Beispielschaltung :  $R_e = R_1 \parallel R_{BE}$

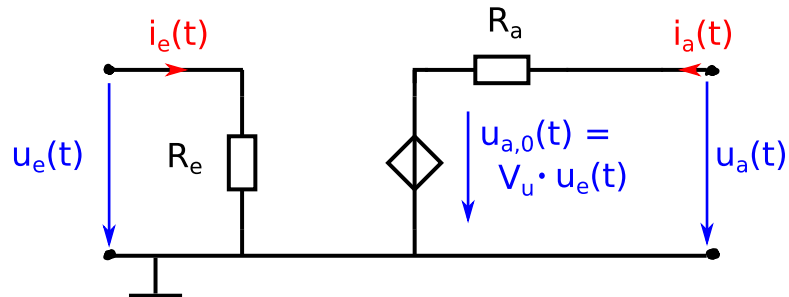
$R_a = R_{CE} \parallel R_C$

Vierpol-Darstellung des Wechselstrom-Verstärkers





Elektrisches ESB des Wechselstrom-Verstärkers als aktiver Vierpol (Kapazitäten sind vernachlässigbar)



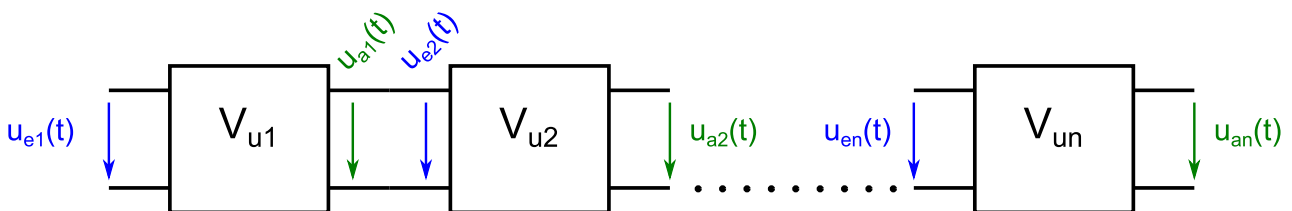
steuerbare  
Spannungsquelle

$$u_{a,0}(t) = V_u \cdot u_e(t)$$

$$u_e(t) = R_e \cdot i_e(t)$$

$$R_a \cdot i_a(t) + u_{a,0}(t) = u_a(t)$$

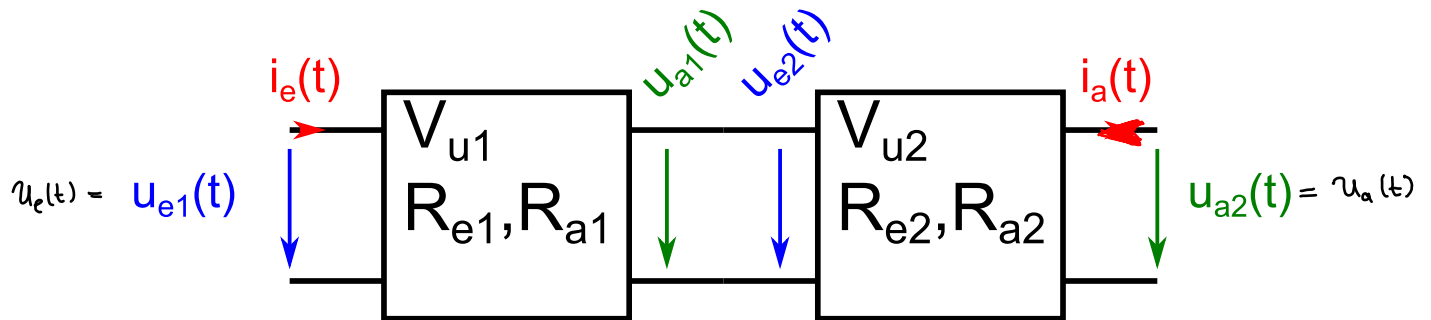
Mehrstufiger Verstärker



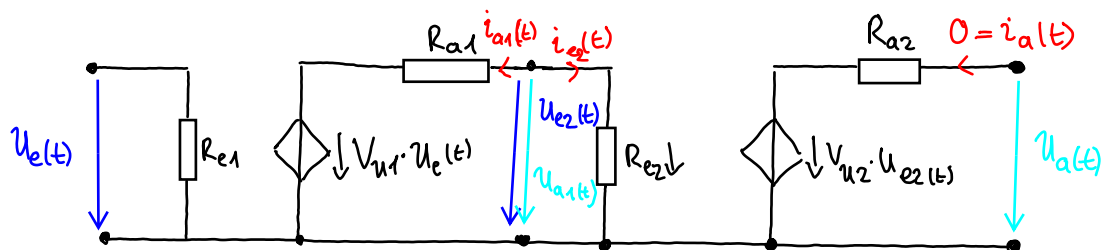
$$V_{u, \text{gesamt}} = \frac{U_{ao}(t)}{U_e(t)} \approx V_{u1} \cdot V_{u2} \cdot \dots \cdot V_{un}$$

Beispiel:

Zweistufiger Verstärker



Gesucht:  $V_{u, \text{Gesamt}} = \frac{u_{ao}(t)}{u_e(t)}$



$$u_{ao}(t) = V_{u2} \cdot u_{e2}(t)$$

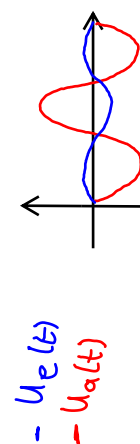
$$u_{e2}(t) = u_{a1}(t) = u_e(t) \cdot V_{u1} \cdot \frac{R_{e2}}{R_{e2} + R_{a1}}$$

$$u_{ao}(t) = V_{u2} \cdot V_{u1} \cdot \frac{R_{e2}}{R_{e2} + R_{a1}} \cdot u_e(t)$$

$$\parallel V_u = V_{u1} \cdot V_{u2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{a1}}{R_{e2}}}$$

$$\text{Falls } \frac{R_{a1}}{R_{e2}} \approx 0 \rightarrow V_u = V_{u1} \cdot V_{u2}$$

|                                      | Emitterschaltung                   | Kollektorschaltung     | Basis-Schaltung                              |
|--------------------------------------|------------------------------------|------------------------|----------------------------------------------|
| $V_u$                                | $+$ groß                           | kleiner als 1 $-$      | groß $+$                                     |
| $V_i$                                | $+$ groß<br>$\Rightarrow V_o$ groß | groß                   | kleiner als 1                                |
| $R_e$                                | $-$ klein                          | groß $+$               | sehr klein                                   |
| $R_a$                                | $-$ groß                           | sehr klein $+$         | groß                                         |
| $\varphi$ : zwischen $u_e$ und $u_a$ | $180^\circ$                        | gleiche Phase $+$      | gleiche Phase                                |
| <b>Anwendung:</b>                    | WS-Verstärker                      | <u>Impedanzwandler</u> | <u>Hochfrequenz-</u><br><u>anwendung</u> $+$ |



# Operationsverstärker

Operationsverstärker (OP, OPV, OPamp)

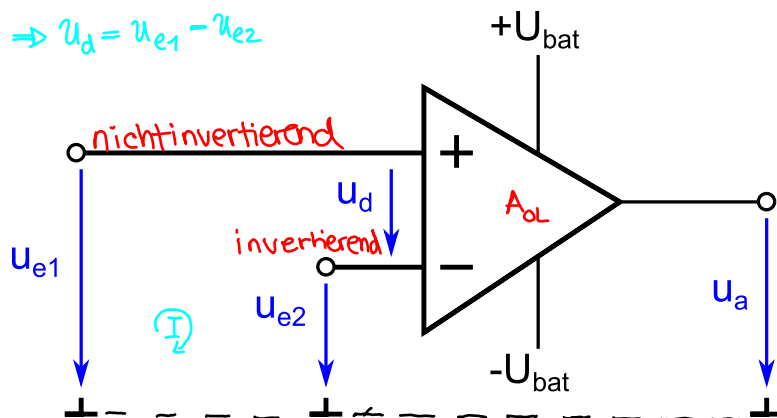
→ Mehrstufiger Verstärker

→ Universalverstärker kann Wechsignale  $u(t)$ , Gleichsignale  $U$  und Mischsignale  $u$  verstärken

Schaltsymbol OP

$u_d$  : Differenzspannung

$$\textcircled{I_2}: u_d + u_{e2} - u_{e1} = 0 \Rightarrow u_d = u_{e1} - u_{e2}$$



"+" : Nichtinvertierender Eingang

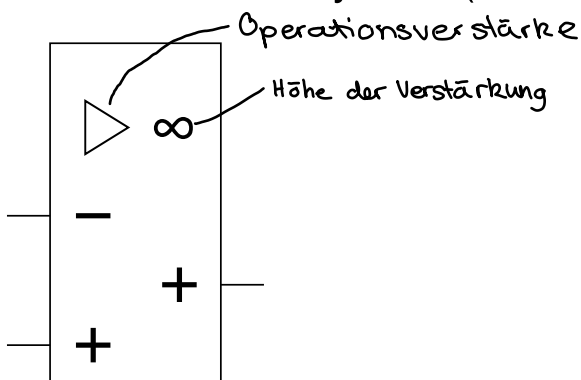
"-" : Invertierender Eingang

Eigenschaft des OP:

$$u_a = A_{OL} \cdot u_d$$

↳ open loop

Weiteres Schaltsymbol (nach DIN):

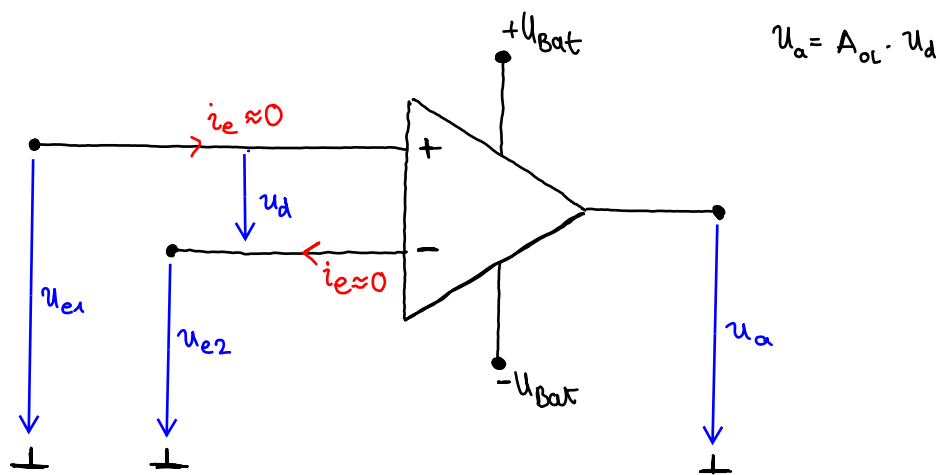


## Idealer OP:

Sehr, sehr guter Verstärker

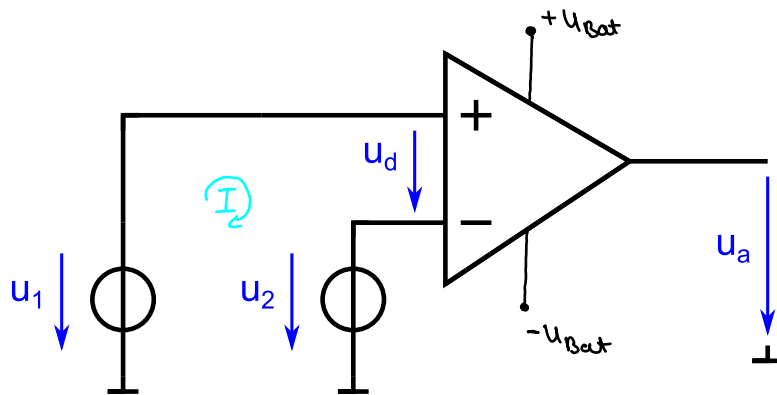


|                                                    |
|----------------------------------------------------|
| $A_{oL} \rightarrow \infty$                        |
| $R_e \rightarrow \infty \rightarrow i_e \approx 0$ |
| $R_a \approx 0$                                    |



! In unserer Vorlesung arbeiten wir mit idealen Operationsverstärkern

## OP im Open Loop-Betrieb



$$u_a = A_{OL} \cdot u_d$$

NR: I:  $u_d = u_1 - u_2$

$u_a = A_{OL} \cdot u_d = A_{OL} (u_1 - u_2)$  mit  $A_{OL} \approx \infty$  folgt:

$$u_1 > u_2 \rightarrow u_d > 0 \xrightarrow{\text{Theorie}} u_a \approx \infty$$

$$u_1 = u_2 \rightarrow u_d = 0 \longrightarrow u_a = 0$$

$$u_1 < u_2 \rightarrow u_d < 0 \longrightarrow u_a \approx -\infty$$

In der Praxis

$$u_1 > u_2 \rightarrow u_d > 0 \rightarrow u_a = u_{a,\max} ; u_{a,\max} \approx u_{\text{bat}}$$

$$u_1 = u_2 \rightarrow u_d = 0 \rightarrow u_a = 0$$

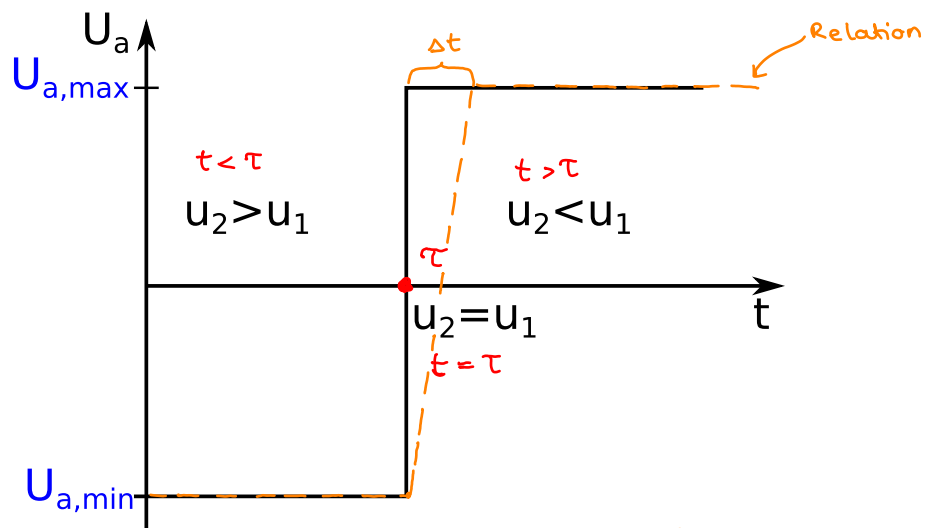
$$u_1 < u_2 \rightarrow u_d < 0 \rightarrow u_a = u_{a,\min} ; u_{a,\min} \approx -u_{\text{bat}}$$

Beispiel:  $u_{\text{bat}} = \pm 15V \rightarrow u_{a,\min} = -12V, u_{a,\max} = +12V$



OP im Open-Loop-Betrieb ermöglicht den Vergleich von zwei Spannungen  $\Rightarrow$  Komparator

## OP im Open-Loop-Betrieb



SR: Slew Rate  
(Anstiegsrate)  
 $SR = \frac{\Delta u}{\Delta t}$

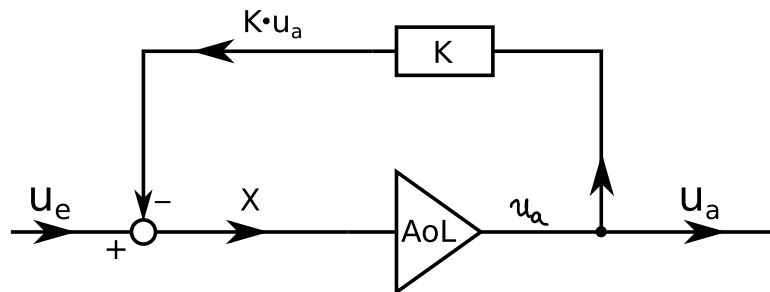
Beispiel:

$$SR = \frac{1V}{\mu s}$$

Anstieg  $-12V$  auf  $+12V$  erfolgt in  $24 \mu s$

Rückkopplung: Gegenkopplung (−); Mitkopplung (+)

Signalflussplan



$$\left. \begin{array}{l} x = u_e - K u_a \\ u_a = A_{ol} \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow u_a = A_{ol} \cdot (u_e - K u_a)$$

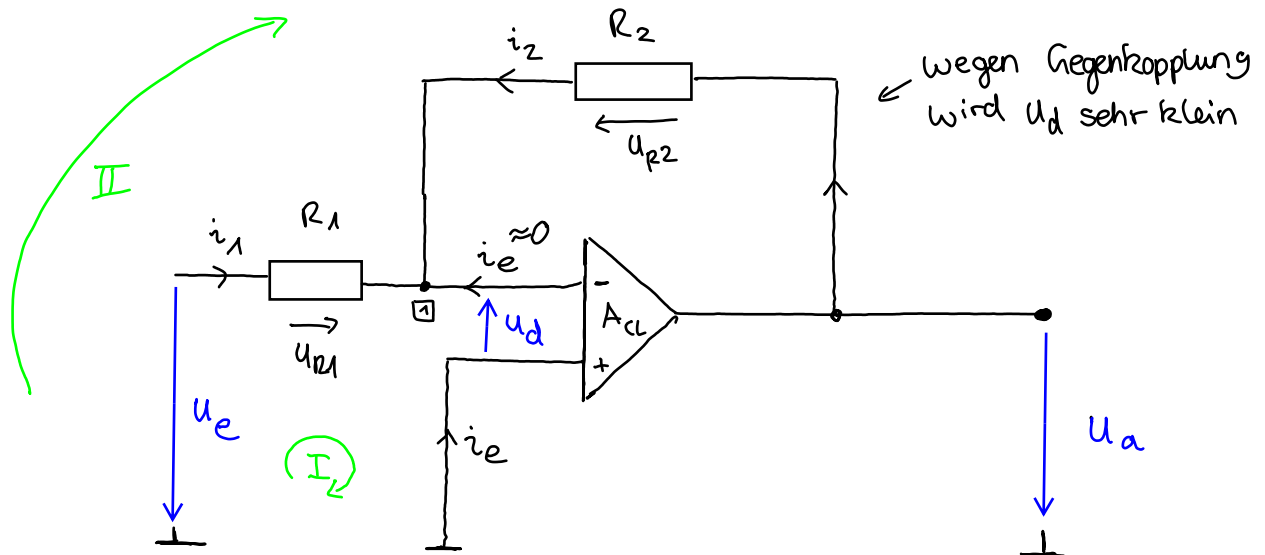
$$\frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{K + \frac{1}{A_{ol}}}$$

$$\text{mit } A_{ol} \approx \infty: \frac{u_a}{u_e} = \frac{1}{K}$$



## Rückgekoppelter OP – mit Gegenkopplung

### Beispiel: Invertierender Verstärker



Bekannt:  $R_1, R_2$ , idealer OP ( $i_e \approx 0$ )

Gegenkopplung  $\Rightarrow u_d \approx 0$

ges:  $\frac{u_a}{u_e} = V$

Berechnung des Verstärkungsfaktors  $V$ :

$V = \frac{U_a}{U_e}$  für einen gegengekoppelten Operationsverstärker:

$$\text{Masche I: } \left. \begin{array}{l} U_{R1} - U_d - U_e = 0 \\ \text{mit } U_d \approx 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} U_{R1} = U_e \\ i_1 \cdot R_1 = U_e \end{array} \quad (a)$$

$$\text{Masche II: } \begin{array}{l} U_a - U_{R2} + U_{R1} - U_e = 0 \\ U_a - U_e - R_2 i_2 + R_1 i_1 = 0 \end{array} \quad (b)$$

$$\boxed{1} \quad \left. \begin{array}{l} i_1 + i_e + i_2 = 0 \\ \text{mit } i_e \approx 0 \end{array} \right\} i_1 = -i_2 \quad (c)$$

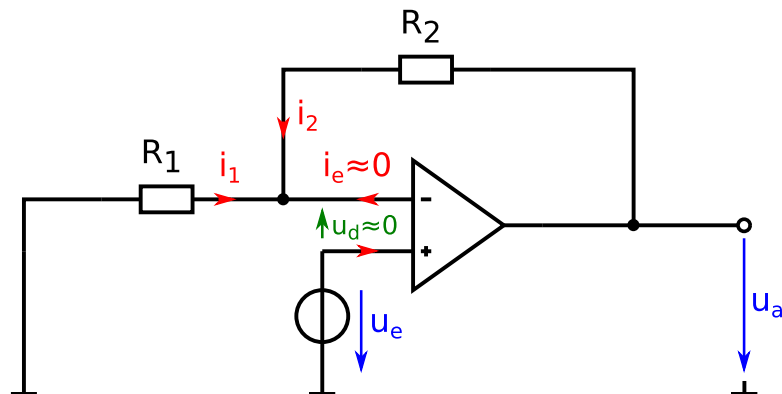
$$\begin{array}{l} (b) \text{ und } (c) \rightarrow U_a - U_e + R_2 i_1 + R_1 i_1 = 0 \\ U_a - U_e + (R_1 + R_2) i_1 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{mit } (a) \rightarrow U_a - U_e + (R_1 + R_2) \frac{U_e}{R_1} = 0 \\ U_a - U_e \left[ \frac{R_1 + R_2}{R_1} - 1 \right] = 0 \end{array}$$

$$U_a = -U_e \frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{\frac{U_a}{U_e} = - \frac{R_2}{R_1}} \quad (16)$$

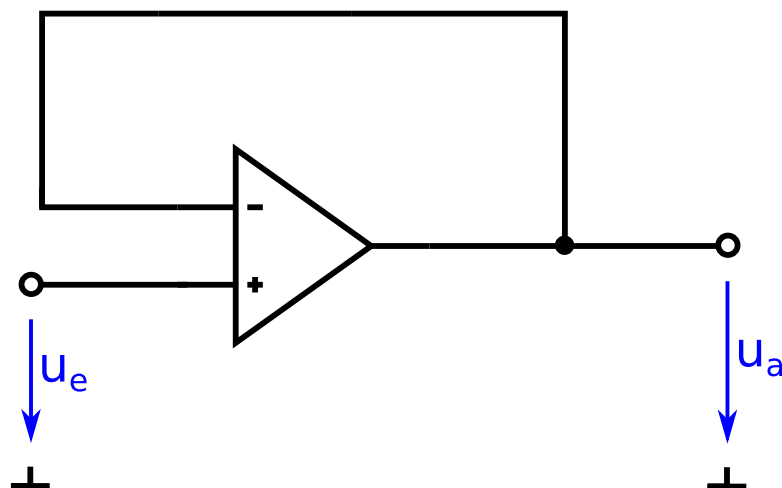
## Nichtinvertierender Verstärker



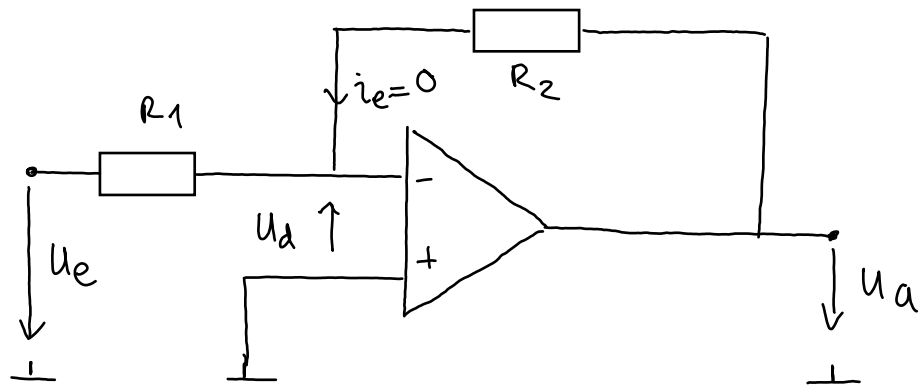
$$\frac{u_a}{u_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

(17)

Sonderfall des nichtinvertierenden Verstärkers : Impedanzwandler



$$\frac{u_a}{u_e} = 1$$



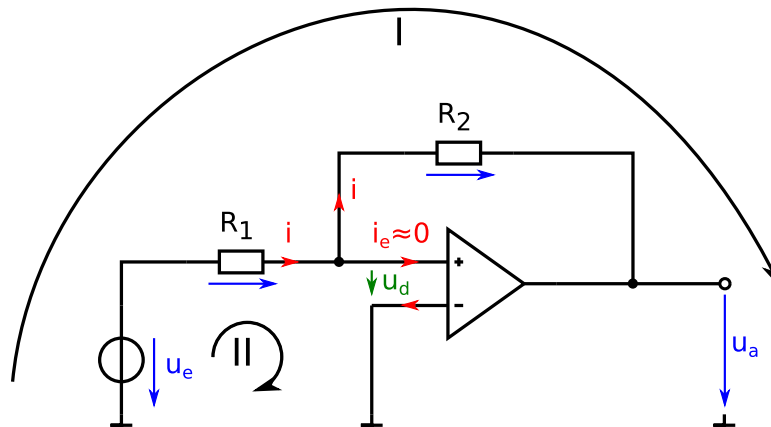
$$V = -\frac{R_2}{R_1}$$

Frage: Wenn  $R_1 = R_2 \rightarrow V$

$V = -1 \leadsto$  Sonderfall vom invertierenden  
Verstärker  $\leadsto$  Inverter

Rückgekoppelter OP — Mitkopplung

Beispiel: ” Nichtinvertierender Schmitt-Trigger



Idealer OP  $\rightarrow \underline{i_e \approx 0}$  aber  $u_d \neq 0$

Wir wissen:

Wenn  $u_d > 0 \Rightarrow u_a = u_{a,max}$

Wenn  $u_d = 0 \Rightarrow u_a = 0$

Wenn  $u_d < 0 \Rightarrow u_a = u_{a,min}$

1) Wir legen  $u_e \gg 0$  an

$$\Rightarrow u_d \gg 0 \Rightarrow u_a = u_{a,\max}$$

2) Wir reduzieren  $u_e$  bis  $u_e = 0$

$$\Rightarrow u_a = u_{a,\max}$$

3)  $u_e < 0$  und  $u_a = u_{a,\max}$  bis  $u_e = u_{e,\text{aus}} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot u_{a,\max}$

$$\Rightarrow u_a = 0 \text{ und } u_d = 0$$

4)  $u_e \leq -\frac{R_1}{R_2} \cdot u_{a,\max}$

$$\Rightarrow u_d < 0 \Rightarrow u_a = u_{a,\min}$$

5)  $u_e$  wird wieder erhöht solange  $u_e < -\frac{R_1}{R_2} \cdot u_{a,\min}$

$$\Rightarrow u_d < 0 \Rightarrow u_a = u_{a,\min}$$

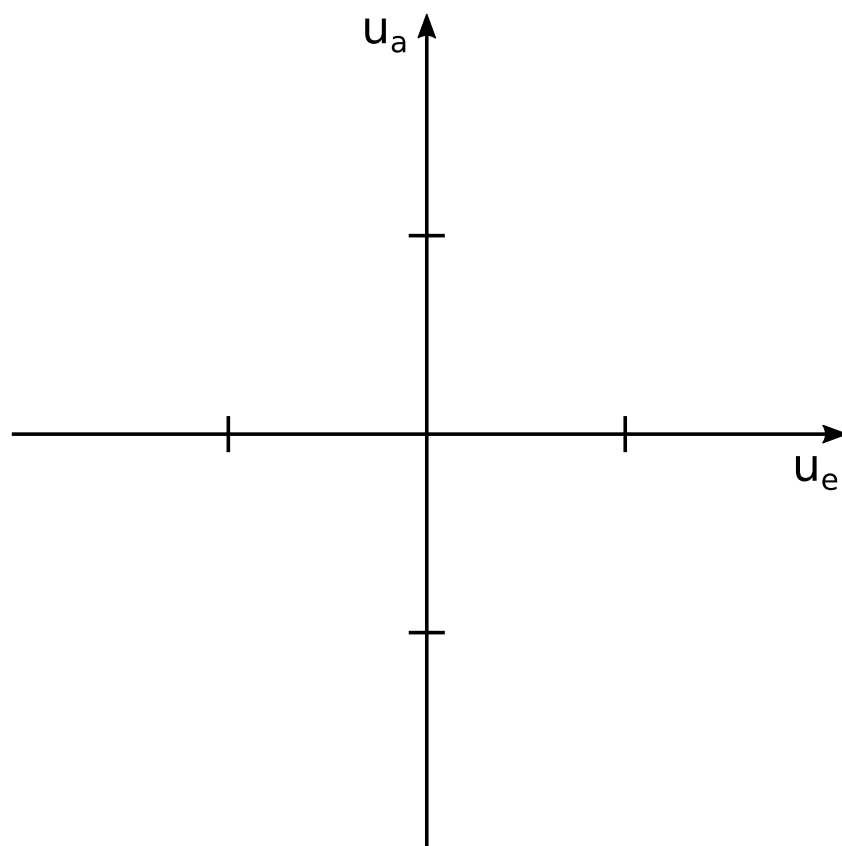
6)  $u_e = u_{e,\text{ein}} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot u_{a,\min}$

$$\Rightarrow u_d = 0 \Rightarrow u_a = 0$$

7)  $u_e \geq -\frac{R_1}{R_2} \cdot u_{a,\min}$

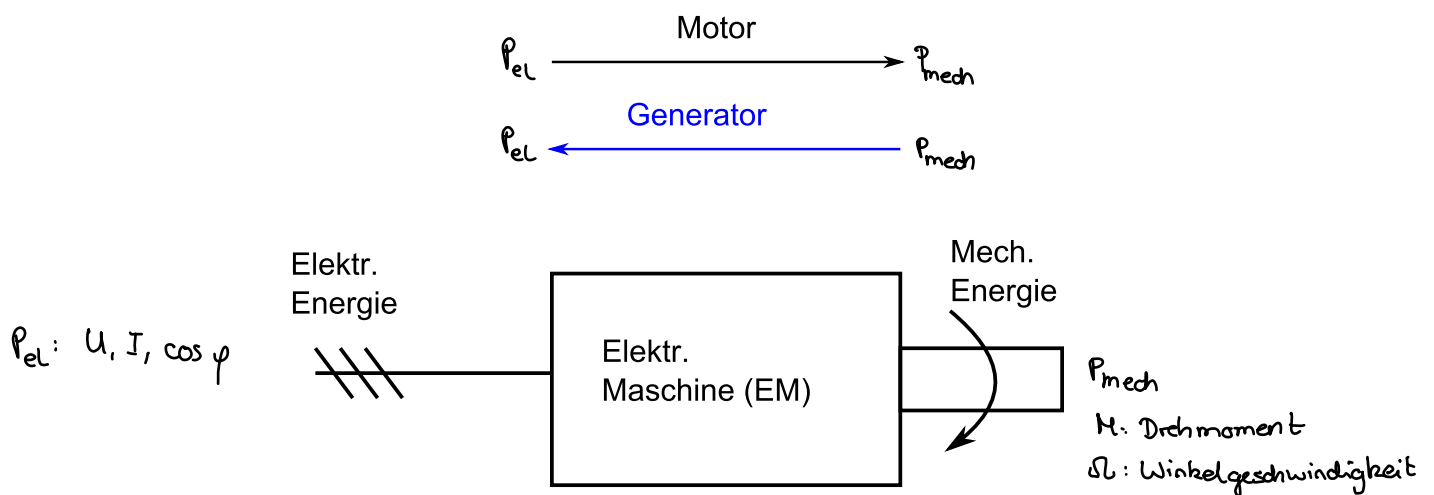
$$\Rightarrow u_a = u_{a,\max}$$

## "Schalthysterese"



# Elektrische Maschinen

## Elektrische Maschinen



EM:  
Elektromechanischer  
Energiewandler



## Größen und Einheiten

### Elektrische Wirkleistung

- ① Gleichstrom:  $P_{el} = U \cdot I$  ← Gleichgrößen
- ② Wechselstrom:  $P_{el} = m \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$  ← Effektivwert  
 m: Anzahl der Stränge meistens  $m=3$

- ③ Mechanische Leistung:  $P_{mech} = M \cdot \Omega$   
 $\Omega$ : Winkelgeschwindigkeit

$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot n$  ④

$[\Omega] = \frac{1}{s} ; [n] = \frac{1}{s}$

$[n] \text{ in } \frac{1}{s} = \frac{[n] \text{ in } \frac{1}{\text{min}}}{60 \frac{s}{\text{min}}}$

### Wirkungsgrad $\eta$ :

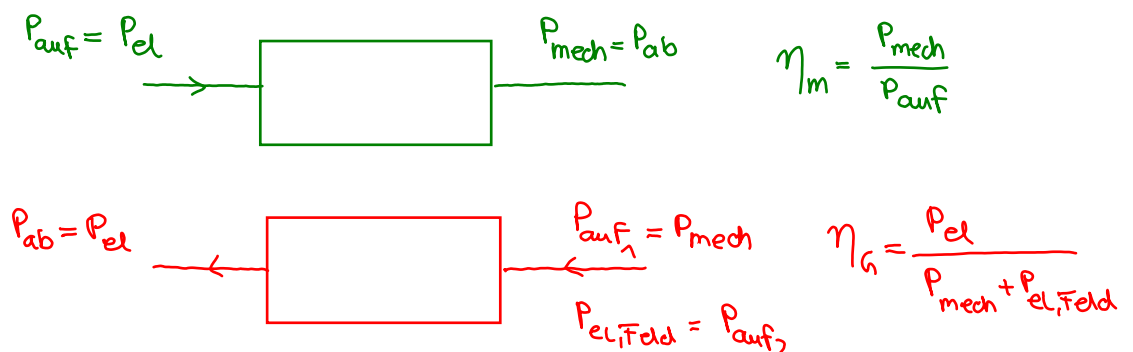
Allgemein gilt

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}}$$

Motor  $\longrightarrow \eta_M = \frac{P_{mech}}{P_{el}}$

Generator  $\longrightarrow \eta_G = \frac{P_{el}}{P_{mech} + P_{el,Feld}^*}$

\*: aufgenommene elektrische Leistung zur Erzeugung des magnetischen Feldes

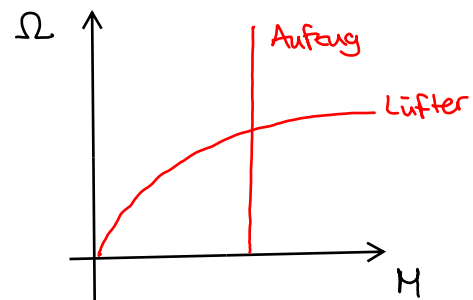
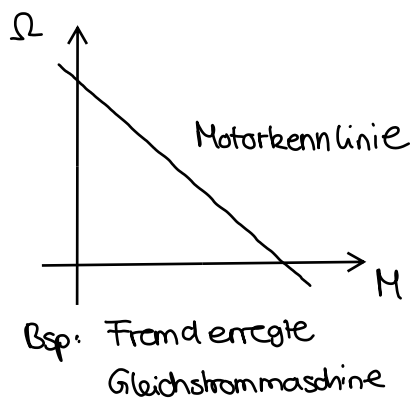
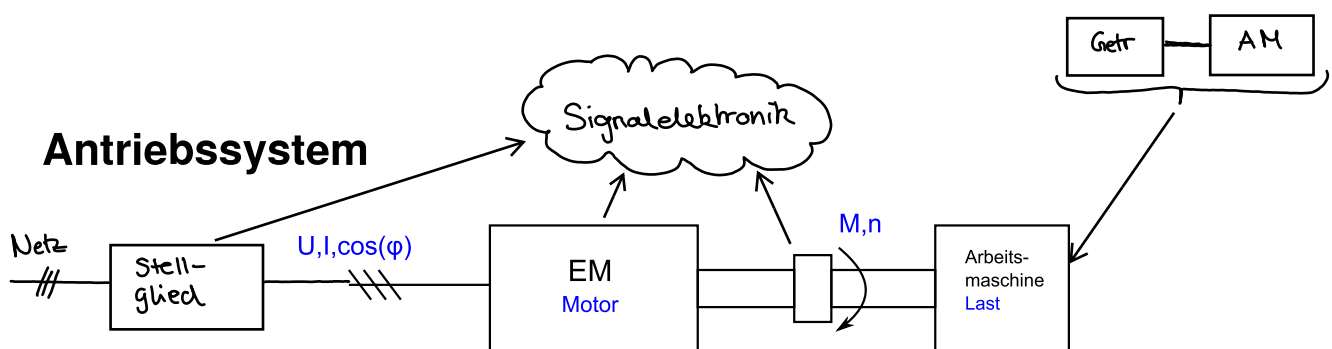


## Nennleistung $P_N$

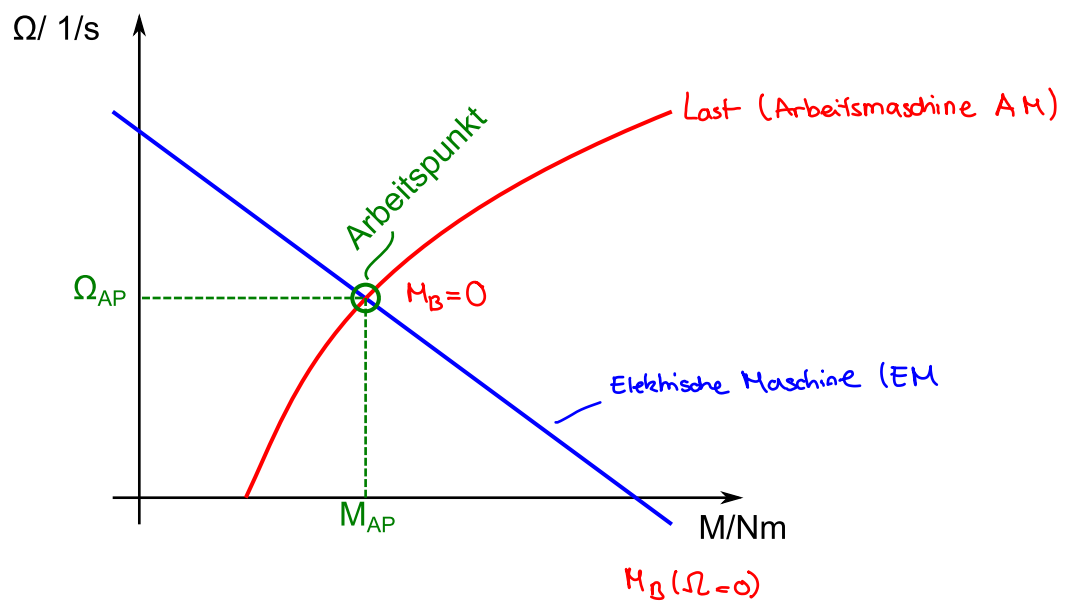
Definition: Typ abgegebene Leistung

$P_N$  ist die höchste Leistung, die dauerhaft erbracht werden kann, ohne die Lebensdauer und die Sicherheit der EM zu beschränken

Motor  $P_N = P_{\text{mech}}$   
 Generator  $P_N = P_{\text{el}}$



## Arbeitspunkt des Antriebssystems



$M_{el}$ : Drehmoment der EM

$M_L$ : Drehmoment der Last

**Bewegungsgleichung:**  $\sum M = J \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt}$  ⑦

J: Trägheitsmoment

Beispiel Motor:  $M_{el} - M_L = J \cdot \frac{d\Omega(t)}{dt}$

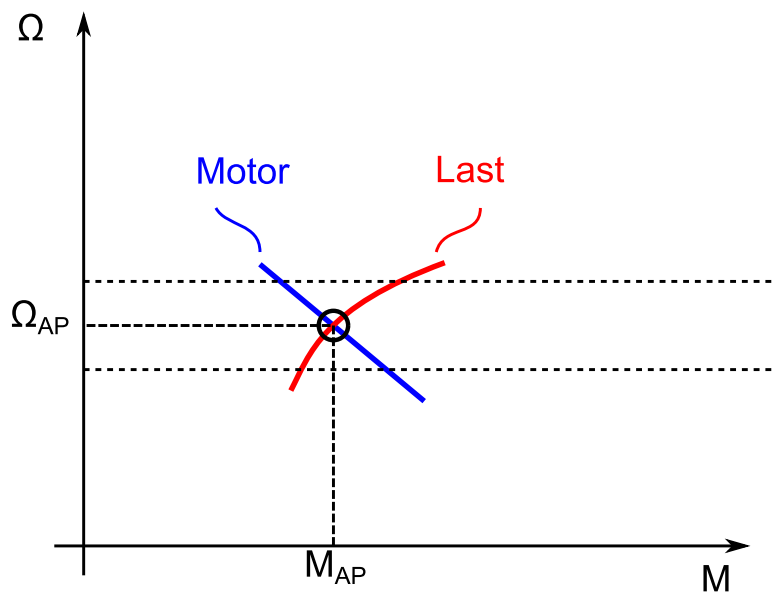
$$M_{el} - M_L = M_B$$

$M_{el}$ : Elektr. erzeugtes Drehmoment

$M_B$ : Beschleunigen des Drehmoment

|| Im AP:  $M_{el} - M_L = 0 \rightarrow M_{el} = M_L$

## Stabilität eines Arbeitspunktes



$$\Omega > \Omega_{AP} \longrightarrow M_L > M_{el} : M_B < 0$$

und

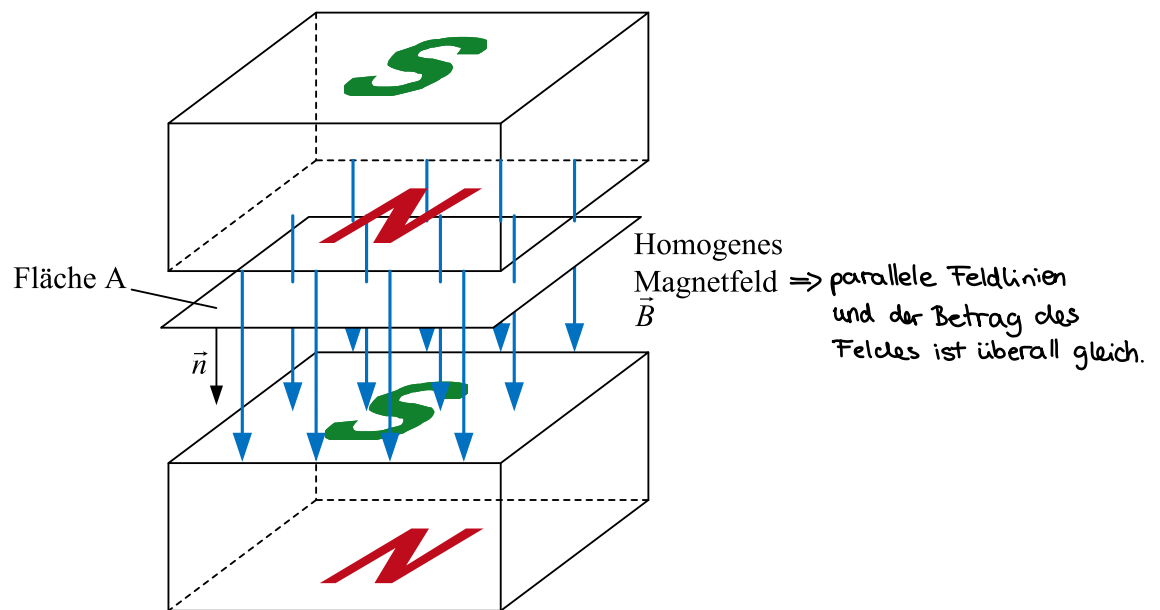
$$\Omega < \Omega_{AP} \longrightarrow M_{el} > M_L : M_B > 0$$

$\Downarrow$   
stabiler AP

$$\left. \frac{\partial M_L}{\partial \Omega} \right|_{AP} > \left. \frac{\partial M_{el}}{\partial \Omega} \right|_{AP}$$

# Magnetisches Feld

## Magnetisches Feld - Kenngrößen



$\vec{H}$  : magn. Feldstärke  $[\frac{A}{m}]$

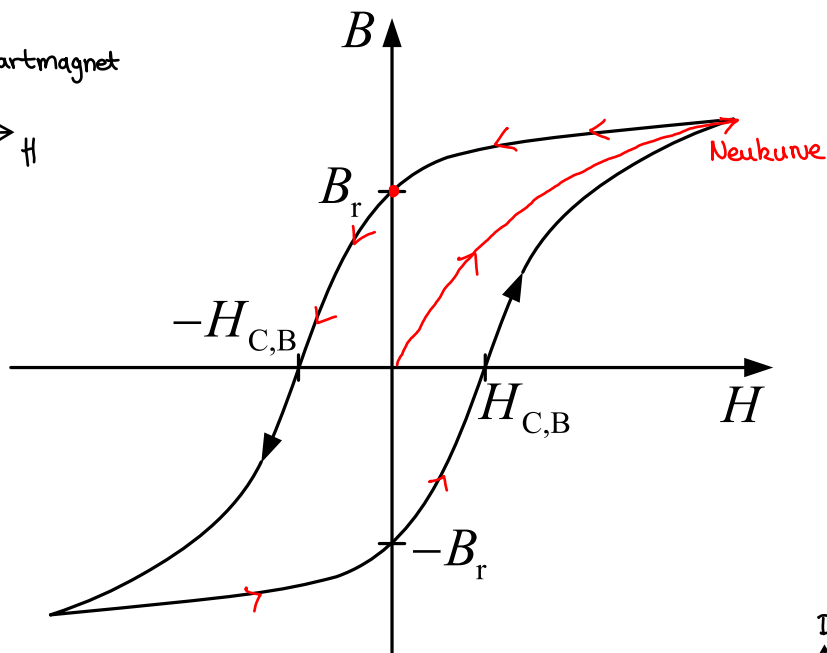
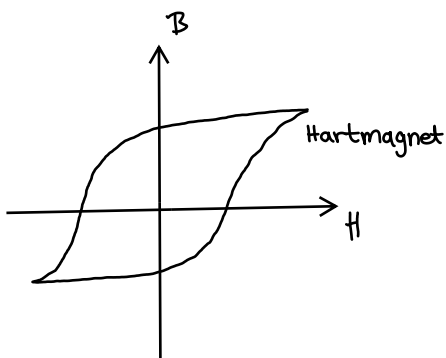
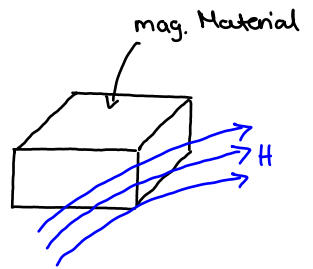
$\vec{B}$  : magn. Flussdichte  $[\frac{Vs}{m^2}] \rightarrow$  Je näher die Feldlinien zueinander, desto höher die Flussdichte

$\Phi$  : Magn. Fluss  $[Vs]$  Anzahl der Feldlinien, die eine Fläche A durchsetzen.

# Vereinfachte Beziehung für das <sup>homogene</sup> magn. Feld und senkrechte Flächen:

$$|\vec{B}| = \frac{\Phi}{A} \quad (9) \rightarrow \Phi = A \cdot |\vec{B}|$$

$B = f(H) \rightarrow$  Hysteresekurve

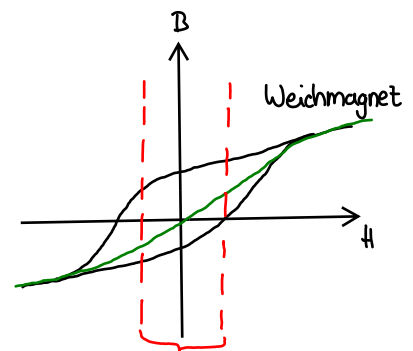


Im linearen Bereich der Hysteresekurve:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} \quad (10)$$

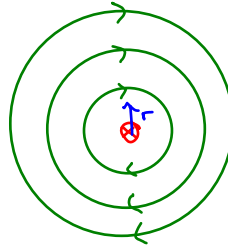
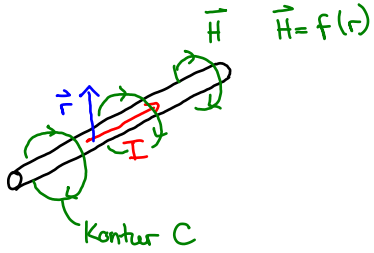
$\mu_0$ : Permeabilitätskonstante im Vakuum

$\mu_r$ : Permeabilitätskonstante des Materials



# Elektromagnetismus: Exkurs - Durchflutungsgesetz

Beispiel:



$$\sum_k I_k = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

$$I = \oint_C |\vec{H}| \cdot |d\vec{s}| \cdot \underbrace{\cos(\angle \vec{H}, d\vec{s})}_{1}$$

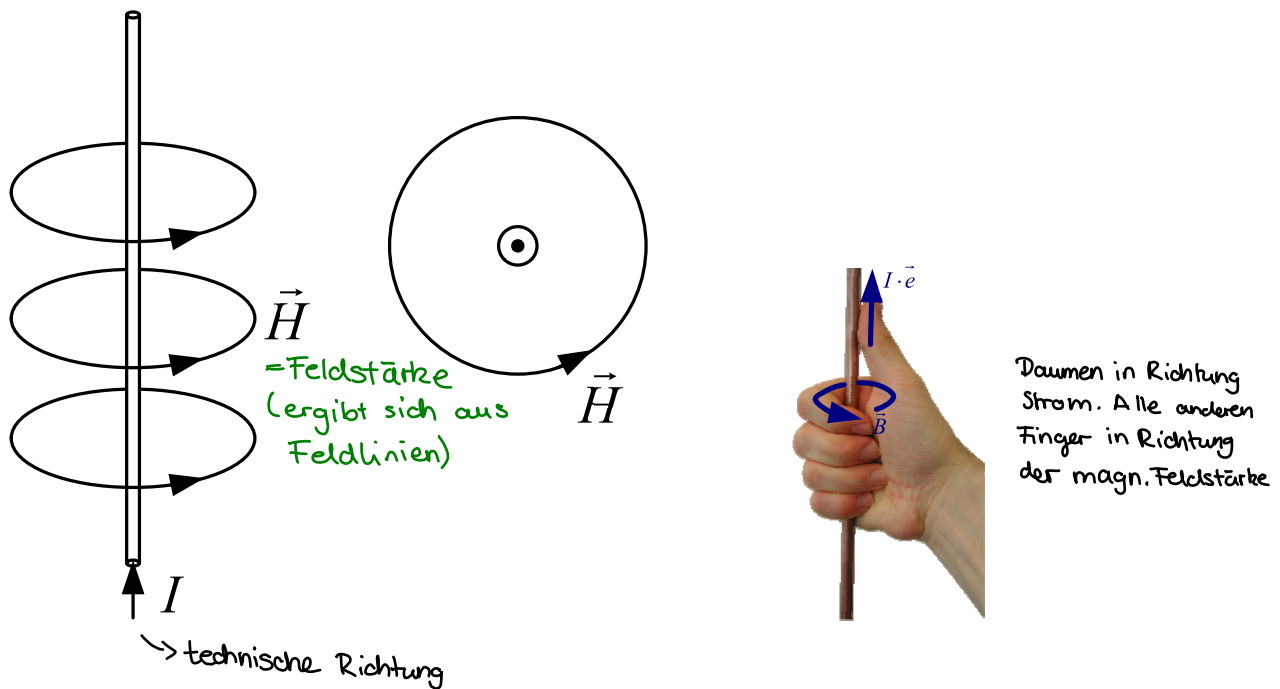
Winkel = 0 (liegen aufeinander)

$$I = H \oint_C ds = H 2\pi r$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos(\angle \vec{A}, \vec{B})$$

## Elektromagnetismus



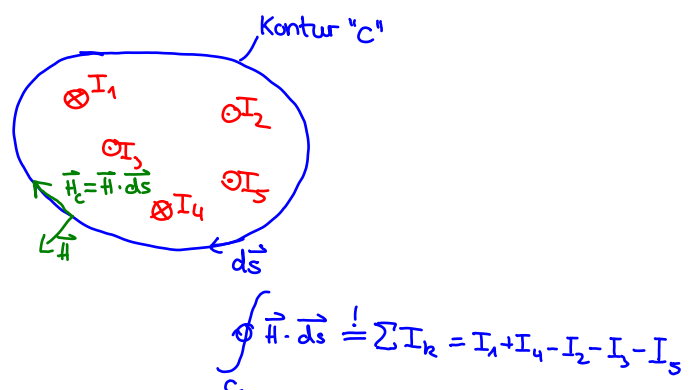
## Durchflutungsgesetz:

$$\sum_K I_K = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

$$\sum_K I_K = \Theta$$

$\Theta$  : Durchflutung

$$[\Theta] = 1\text{A}$$





**Induktionsgesetz:**

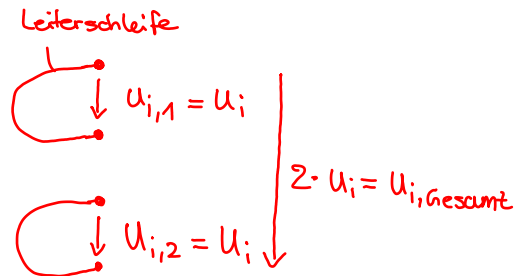
Jede Änderung des magn. Flusses verursacht die Induktion einer elektr. Spannung

$$u_i(t) = -N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

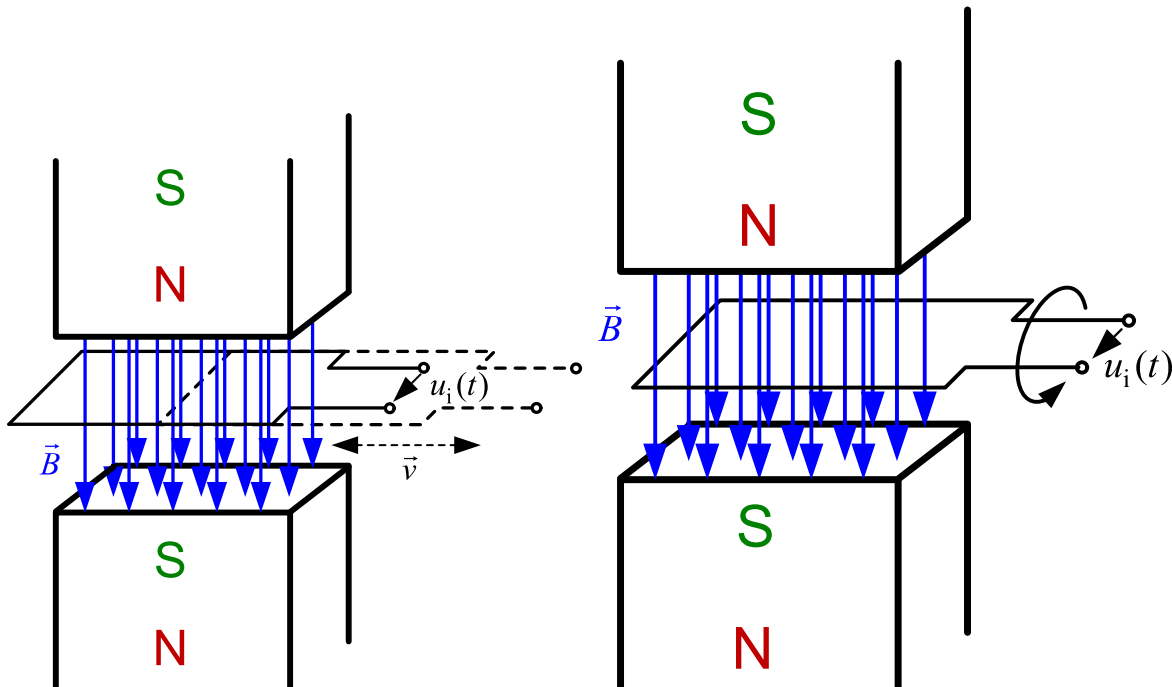
$u_i$ , Gesamt

(12)

N: Anzahl der Leiterschleifen

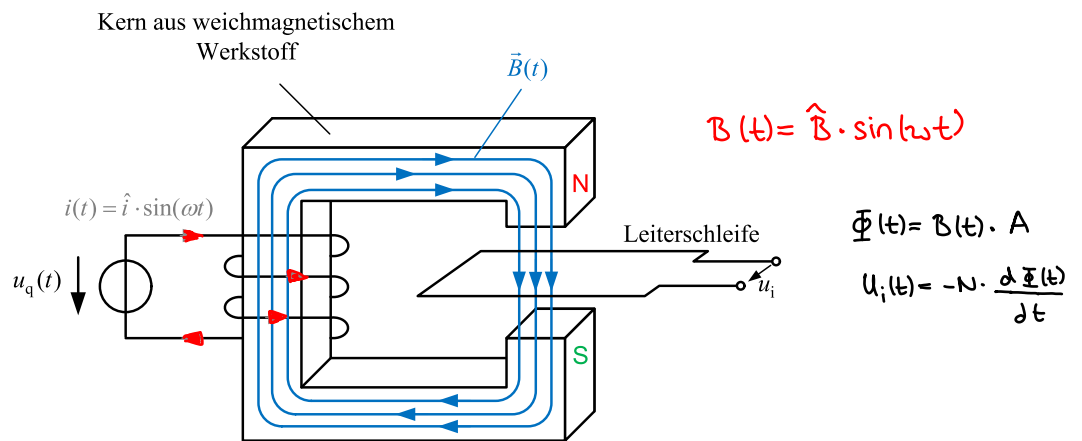
**Induktionsgesetz - Fall I:**

Ruhendes Feld und bewegte Leiterschleife

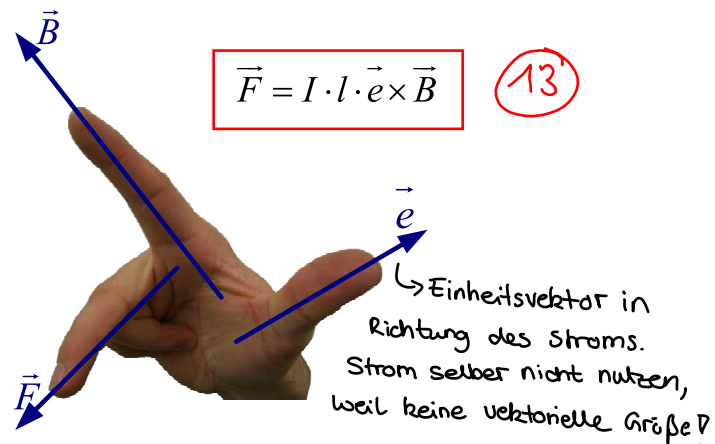
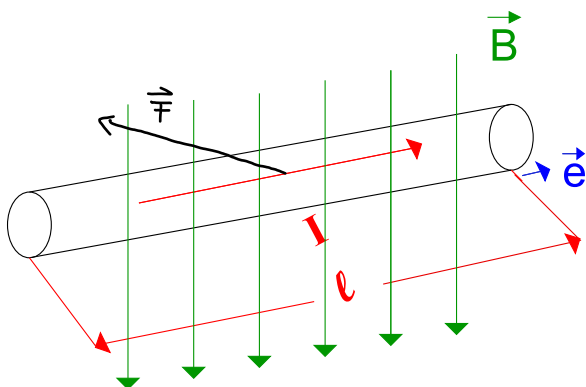


## Induktionsgesetz - Fall II:

### Ruhende Leiterschleife und veränderliches Feld



## Lorenzkraft



$$\vec{F} = l \cdot I (\vec{e} \times \vec{B}) = \text{Lorenzkraft}$$

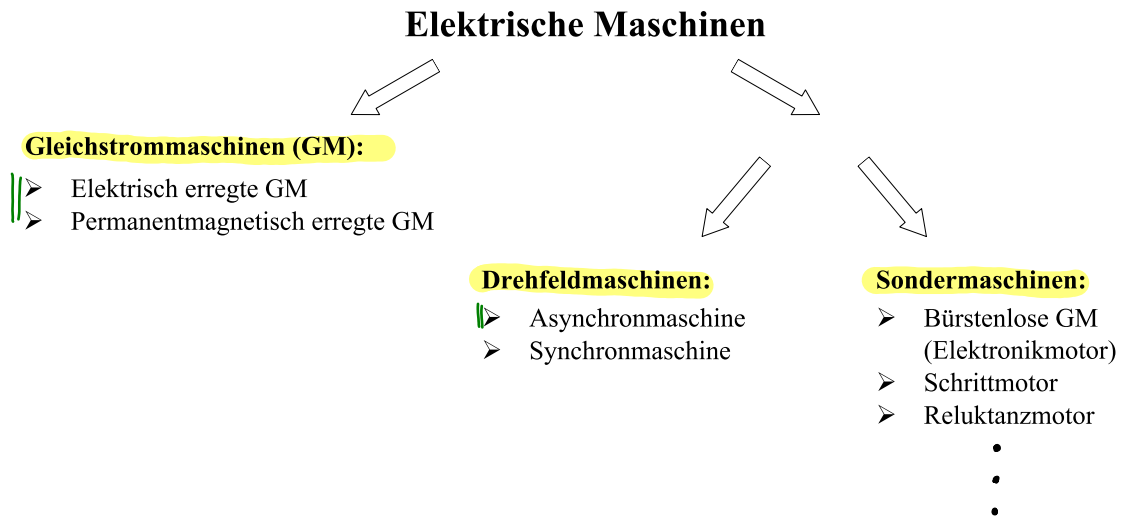
$\vec{e}$  : Einheitsvektor in Richtung des Stroms  $I$

$$|\vec{F}| = l \cdot I \cdot |\vec{e}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin(\angle \vec{e}, \vec{B})$$

$= 1$

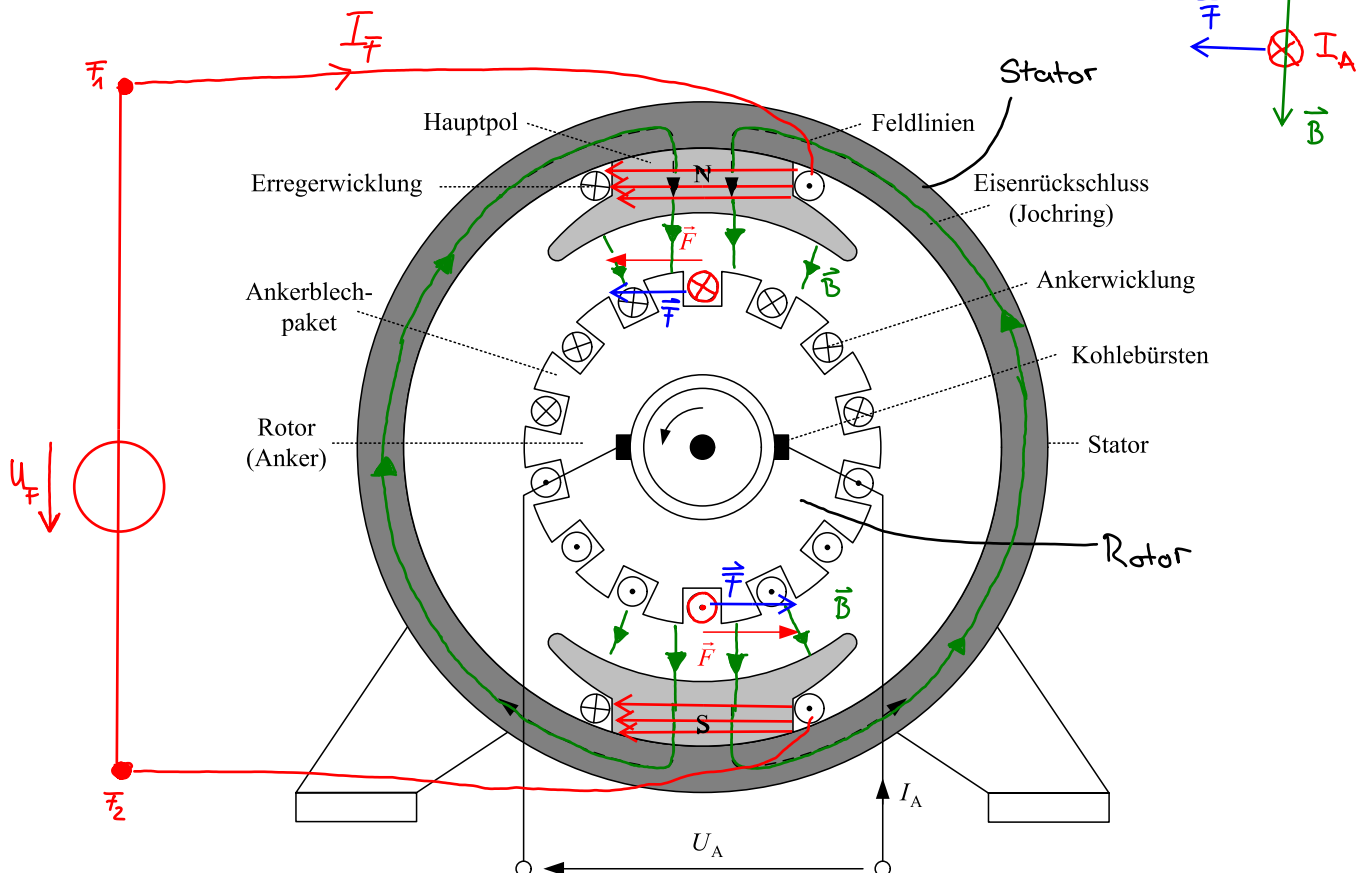
$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin(\angle \vec{A}, \vec{B})$$

## Klassifikation



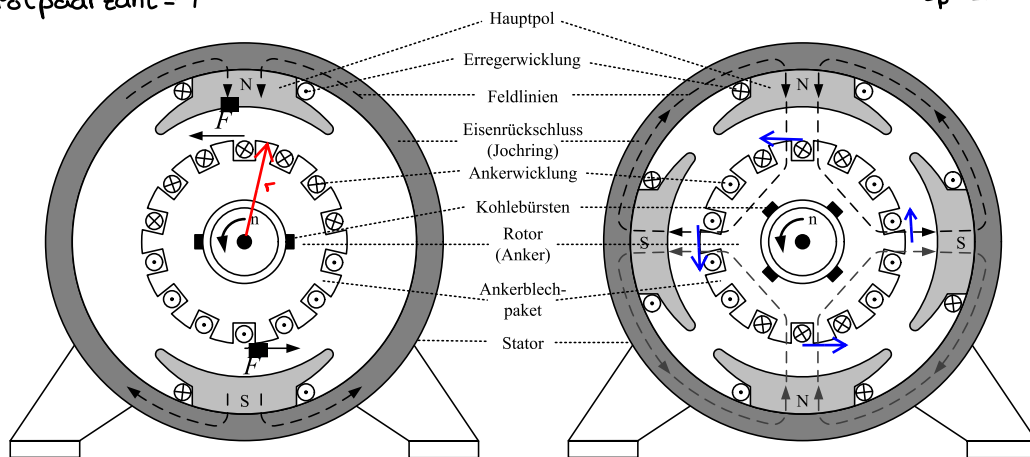
## Gleichstrommaschine

### Fremderregte Gleichstrommaschine (FMG)



Polzahl = 2  
 $z_p = \text{Polpaarzahl} = 1$

Polzahl = 4  
 $z_p = 2$



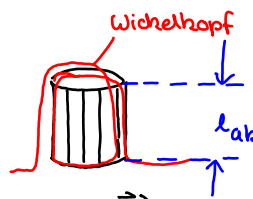
## Berechnung des Drehmoments $M_{el}$ - Fremderregte GM (FGM)

$$M_{el} = F_{el} \cdot r \quad ; \quad r: \text{Rotorradius}$$

Kraft auf einen Leiter:

$$\vec{F}_{el,1} = I_A \cdot l_{ak} \cdot (\vec{e} \times \vec{B})$$

$l_{ak}$ : aktive Leiterlänge  $\rightarrow$



$$|\vec{F}_{el,1}| = F_{el,1} = I_A \cdot l_{ak} \cdot |\vec{e}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin(\underbrace{\angle \vec{e} \vec{B}}_{=\frac{\pi}{2}})$$

$$F_{el,1} = I_A \cdot l_{ak} \cdot 1 \cdot B \cdot 1 = I_A \cdot l_{ak} \cdot B \quad \rightarrow \quad 2 \text{ Leiter} \hat{=} 1 \text{ Windung}$$

Für eine Windung gilt:  $F_{el,wind} = 2 \cdot I_A \cdot l_{ak} \cdot B$

Für  $N$ -Windungen:  $F_{el} = 2 \cdot N \cdot I_A \cdot l_{ak} \cdot B \quad (14)$

$$M_{el} = F_{el} \cdot r = 2 \cdot N \cdot l_{ak} \cdot I_A \cdot B \cdot r \quad (15)$$

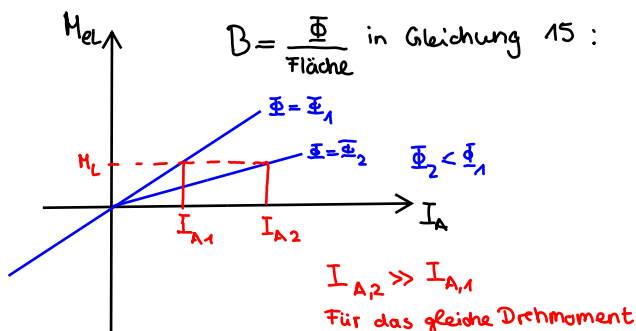
$B = \frac{\Phi}{\text{Fläche}}$  in Gleichung 15:

$$M_{el} = \frac{2N}{\pi} \cdot z_p \cdot \Phi \cdot I_A \quad (16)$$

$=: c$

$c$ : Maschinenkonstante

$$M_{el} = c \cdot \Phi \cdot I_A \quad (17)$$



## Berechnung der induzierten Spannung $U_i$ - FGM

In einem Leiter gilt:  $U_{i,1} = \Omega \cdot r \cdot l_{ak} \cdot B$

$\Omega$ : Winkelgeschwindigkeit

$$\Omega = 2\pi \cdot \overset{\uparrow}{n} \cdot \frac{1}{s}$$

Für  $2N$  Leiter ( $N$ -Windungen):

$$U_{i,1} = 2 \cdot N \cdot \Omega \cdot r \cdot l_{ak} \cdot B \quad (18)$$

mit  $B = \frac{\Phi}{\text{Fläche}}$  in Gleichung 18

$$U_i = \left[ \frac{2N}{\pi} \cdot z_p \right] \cdot \Phi \cdot \Omega = c \cdot \Phi \cdot \Omega$$

$=: c \quad c: \text{Maschinenkonstante}$

$$U_i = c \cdot \Phi \cdot \Omega \quad (19)$$

$$M_{el} = c \cdot \Phi \cdot I_A$$

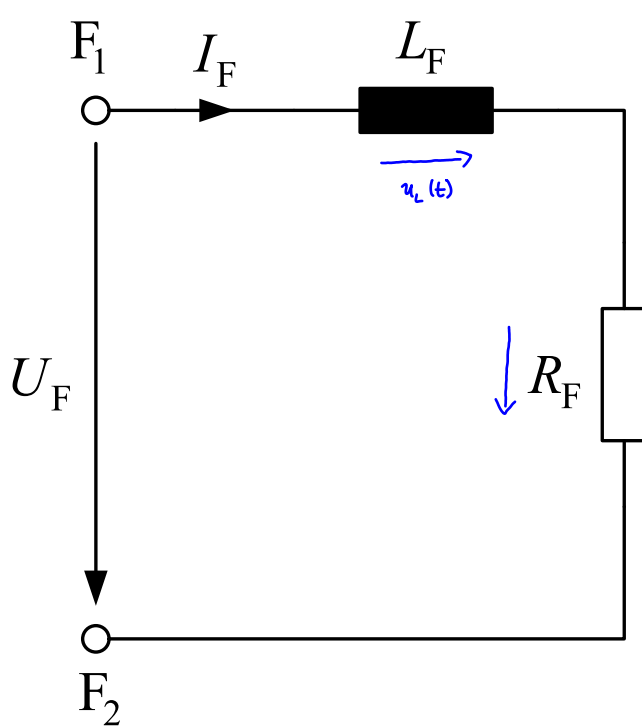
Bei elektr. erregte GM:  $\Phi = f(I_F)$

Bei permanent magnetisch erregte GM:

$$\Phi = \text{konst}$$

## Elektr. Ersatzschaltbild der FGM:

Stator



$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Im stationären Zustand

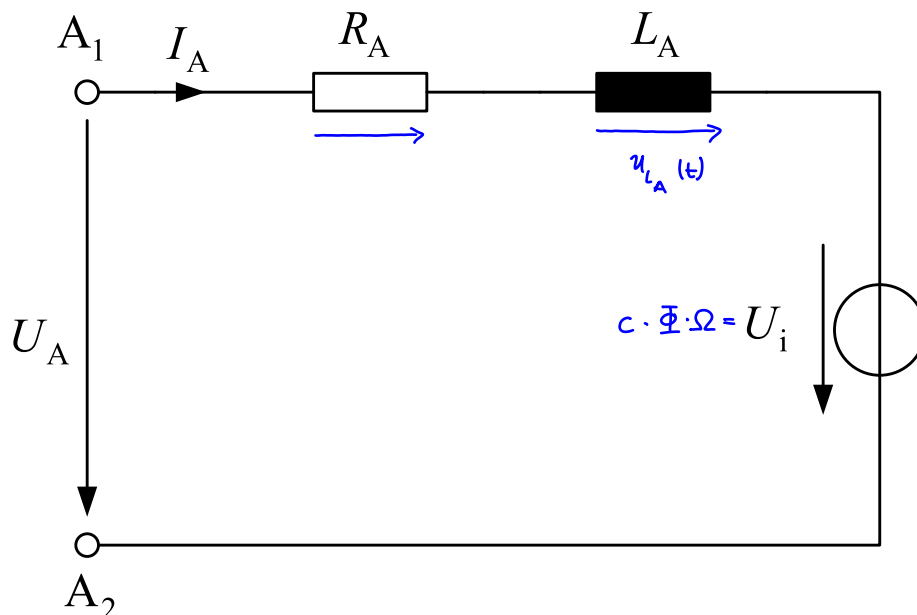
$$i_F(t) = I_F$$

↓

$$u_L(t) = L \cdot \frac{dI_F}{dt} = 0$$

$$\Phi = f(I_K) \approx K \cdot I_F ; K : \text{Konstante}$$

Rotor(Anker)



Im stationären Zustand

$$i_A(t) = I_A$$

↓

$$u_{L_A}(t) = 0$$

$$c \cdot \Phi \cdot \Omega = U_i$$

$$U_i = c \cdot \Phi \cdot \Omega;$$

$$M_{el} = c \cdot \Phi \cdot I_A$$

**Herleitung der Kennlinie  $\Omega = f(M_{el})$ :**

Aus dem Rotor-ESB im stationären Zustand:  $L_A \cdot \frac{dI_A}{dt} = 0$

Maschengleichung im Anker-ESB im stationären Zustand:

$U$ : Spannung, die am Rotor angelegt wird.

$$\underbrace{I_A \cdot R_A}_{\text{GL 17}} + \underbrace{U_i}_{c \cdot \Phi \cdot \Omega} = U$$

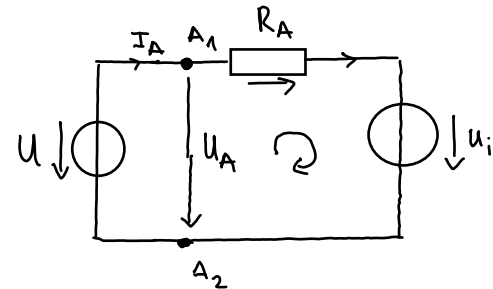
$$I_A = \frac{M_{el}}{c \Phi}$$

$$R_A \cdot \frac{M_{el}}{c \Phi} + c \Phi \Omega = U$$

$\Downarrow$

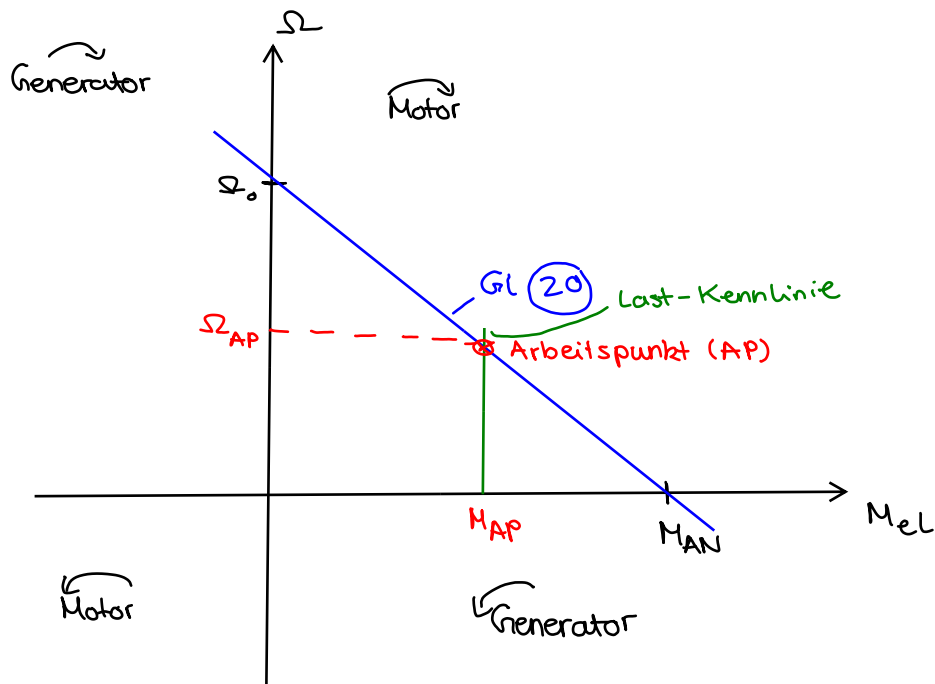
$$\Omega = \frac{U}{c \Phi} - \frac{R}{(c \Phi)^2} \cdot M_{el} \quad (20)$$

"Drehmoment-Drehzahl"-Kennlinie  
der fremderregten Gleichstrommaschine  
& mit  $c \cdot \Phi = \text{Konstant}$  durchgültig für  
PM erregte GM



$$\Omega = \frac{U}{c \Phi} - \frac{R_A}{(c \Phi)^2} \cdot M_{eL}$$

$U$  &  $\Phi$  sind gegeben und konst.



$\Omega_0$ : Leerlaufgeschwindigkeit

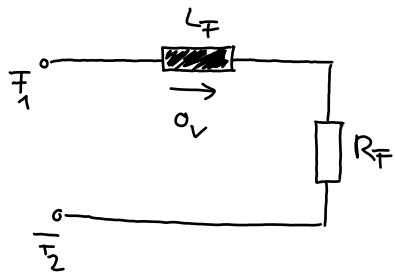
$$\Omega_0: \frac{U}{c \Phi} \quad (21)$$

$M_{AN}$ : Anlaufdrehmoment (Stillstandsrehmoment)

$$M_{AN} = \frac{U}{R_A} \cdot c \Phi \quad (22)$$

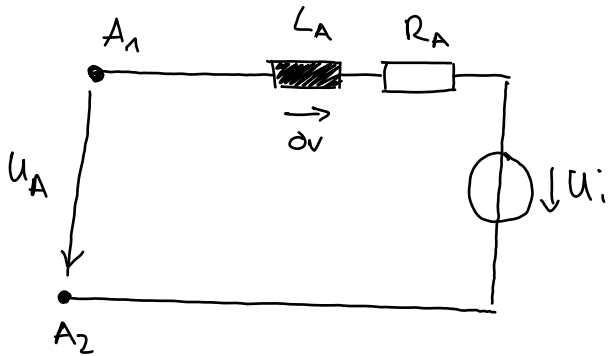


GM-ESB



für Gleichstrom für stationären Zustand

$$U_{L_F} = 0V$$



$$\Omega = \frac{U_i}{c \Phi}$$

$$M_A = \frac{U_A}{R_A} c \Phi$$

$$M_{el} = c \Phi \cdot I_A$$

$\Omega / M$  - Kennlinie / Gleichung

$\Omega$

## Nennkennlinie:

Gl. 20 mit  $U_A = U_{A,N}$  ;  $\Phi = \Phi_N$

$$\Omega = \frac{U_{A,N}}{c \Phi_N} - \frac{R_A}{(c \Phi_N)^2} \cdot M_{el}$$

(23)

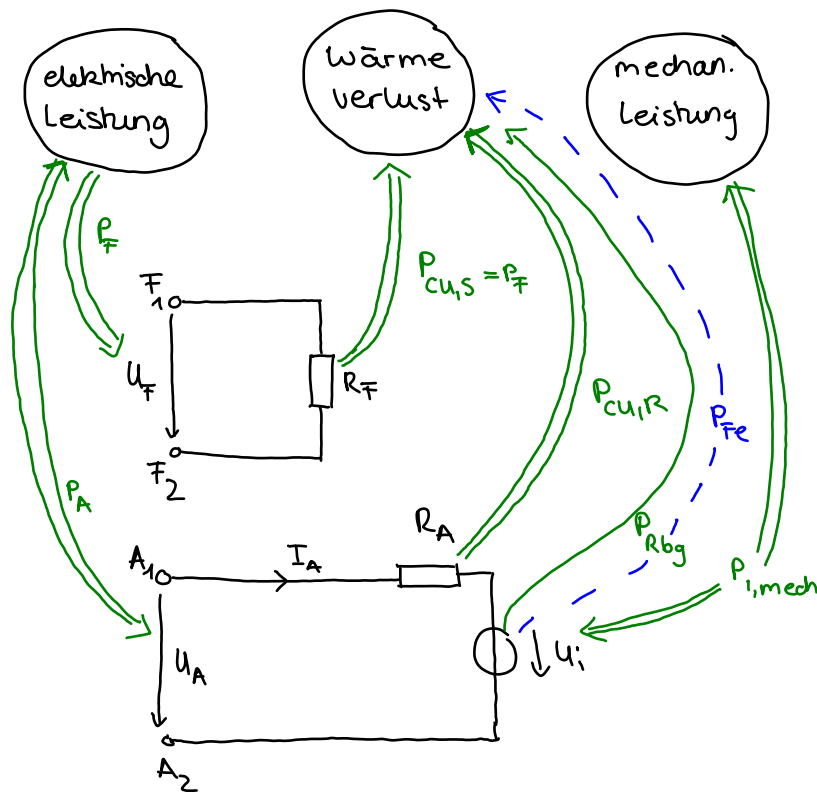
Nennpunkt: der Arbeitspunkt auf der Nennkennlinie

mit:  $\Omega = \Omega_N$  ;  $M_{el} = M_{el,N}$

$$\Omega_N = \frac{U_{A,N}}{c \Phi_N} - \frac{R_A}{(c \Phi_N)^2} \cdot M_{el,N}$$

(24)

## Leistung in der GH

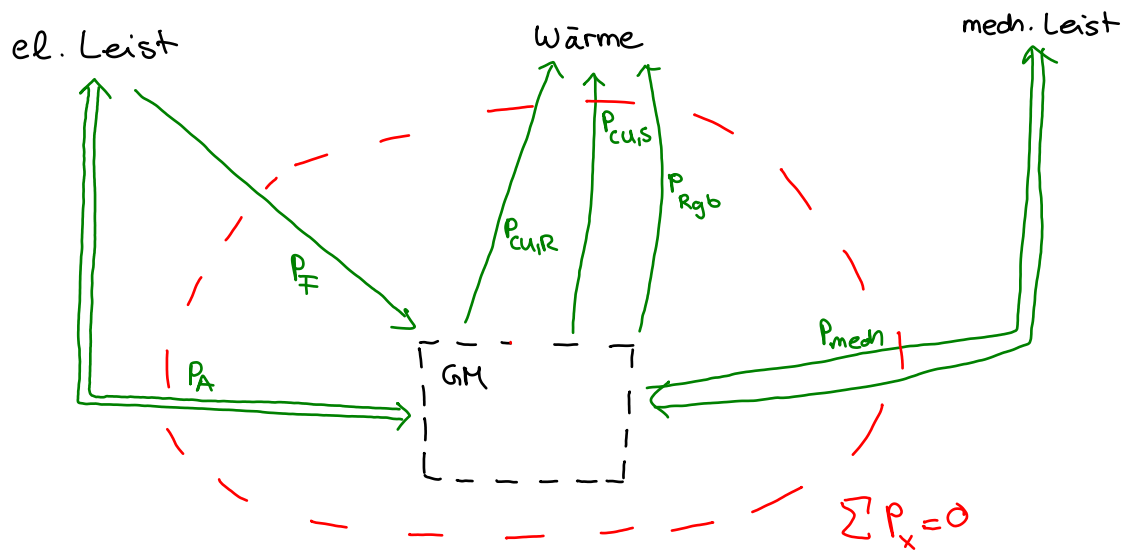


$P_{cu,s}$ : Kupferverluste im Stator (ohm'sch)

$P_{cu,r}$ : Kupferverluste im Rotor (ohm'sch)

$P_{Rbg}$ : Reibungsverluste

$P_{Fe}$ : "Eisenverluste" (hier in EET vernachlässigbar)



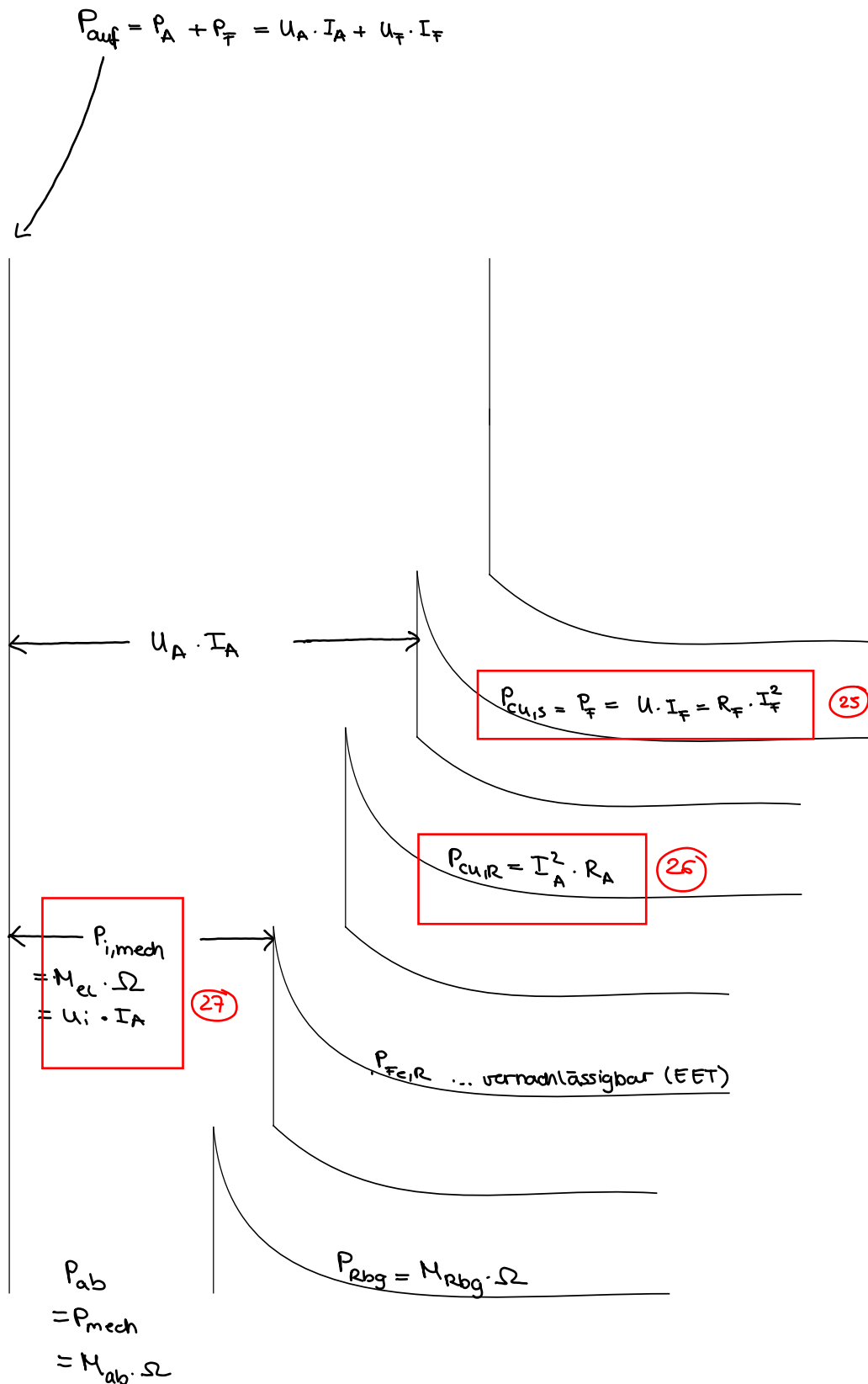
Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_{\text{genutzt}}}{P_{\text{aufgewendet}}}$$

„aufgewendet“  $\Rightarrow$  „alles was rein fließt“

„genutzt“  $\rightarrow$  Motor:  $P_{\text{mech}}$   
 $\rightarrow$  Generator:  $P_A$

## Leistungsflussdiagramm für FGM-Motor



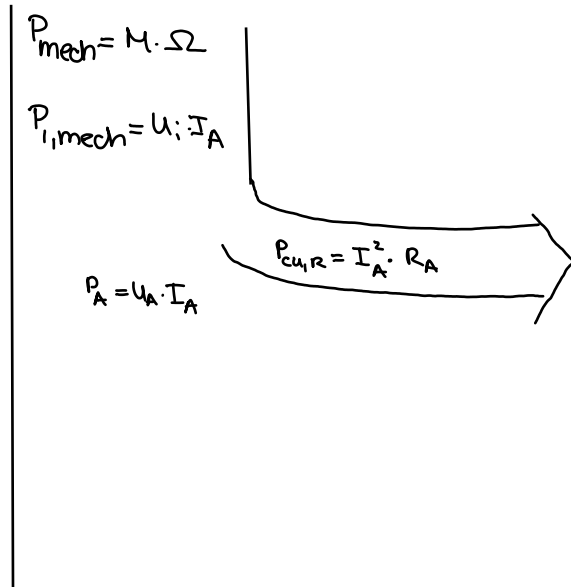
## Beispiel: Leistungsflussdiagramm

Für: Permanentmagn. erregte GM

als Generator

mit Vereinfachung:  $\rightarrow$  keine Reibung

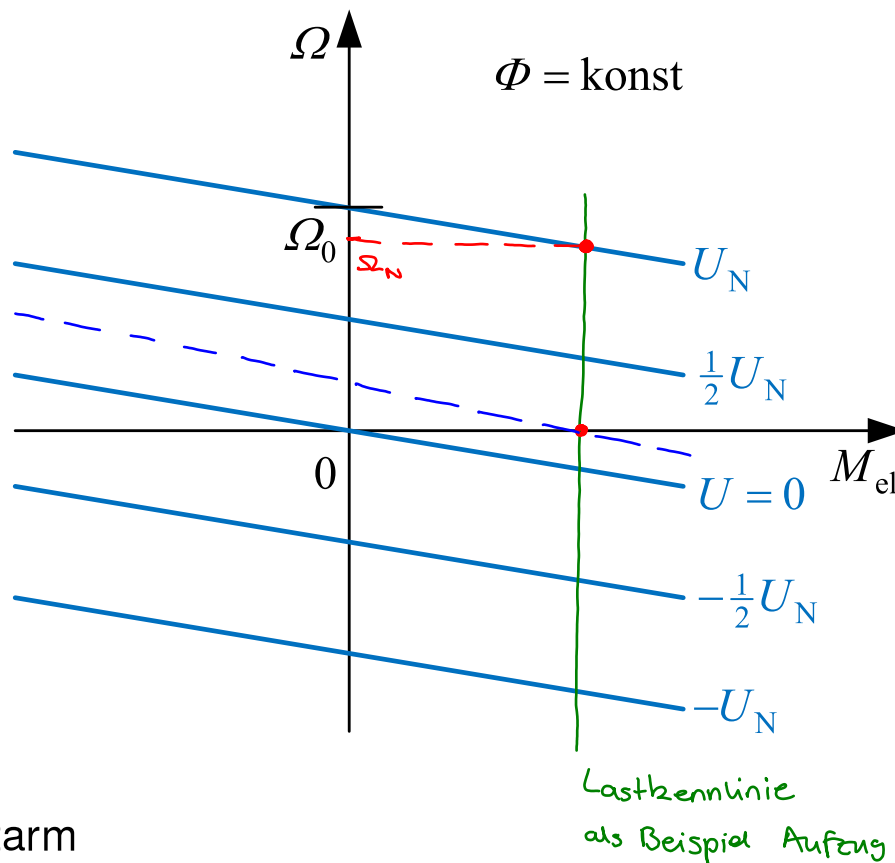
$\rightarrow$  keine Eisenverluste



$$\eta = \frac{P_A}{P_{\text{mech}}} = \frac{P_A}{P_A + \underbrace{I_A^2 \cdot R_A}_{\text{Verluste}}}$$

## Drehzahlsteuerung FGM - Spannungssteuerung am Anker

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_A}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M_{el}$$

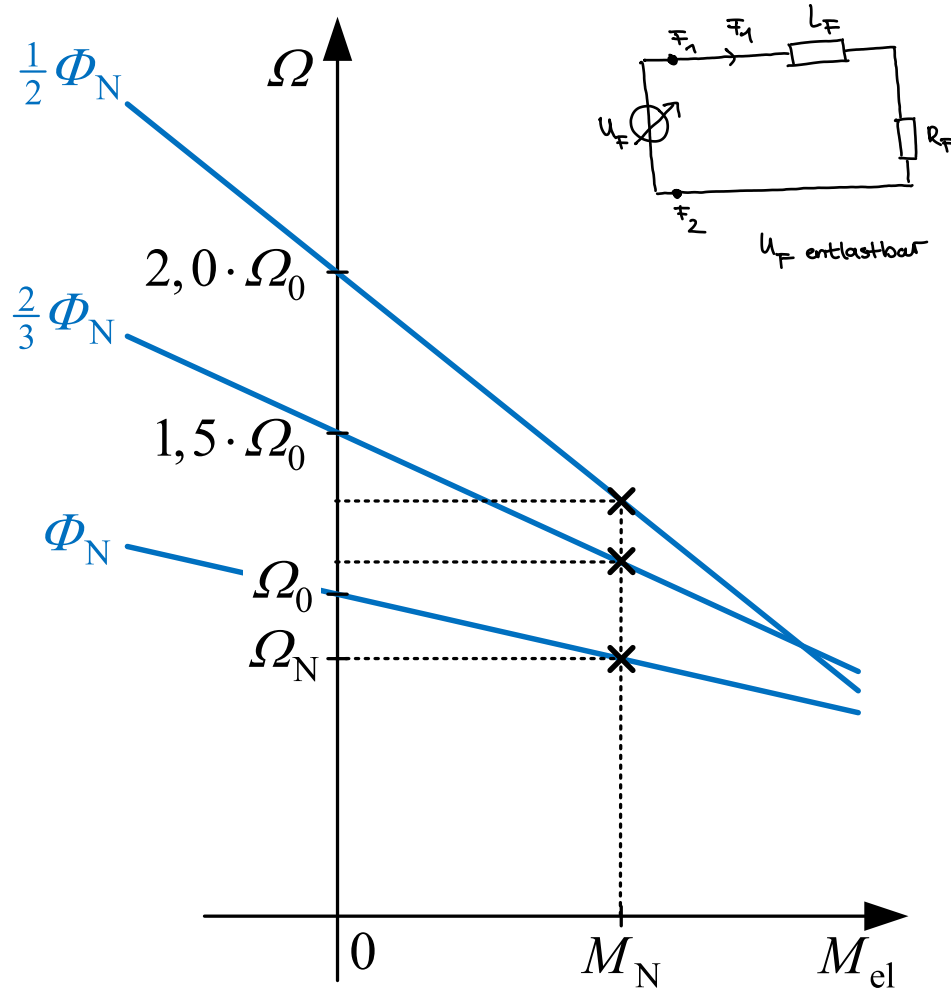


- + ) Verlustarm
- + ) Dynamisch

→ Stellglied wird benötigt

## Drehzahlsteuerung FGM - Flusssteuerung

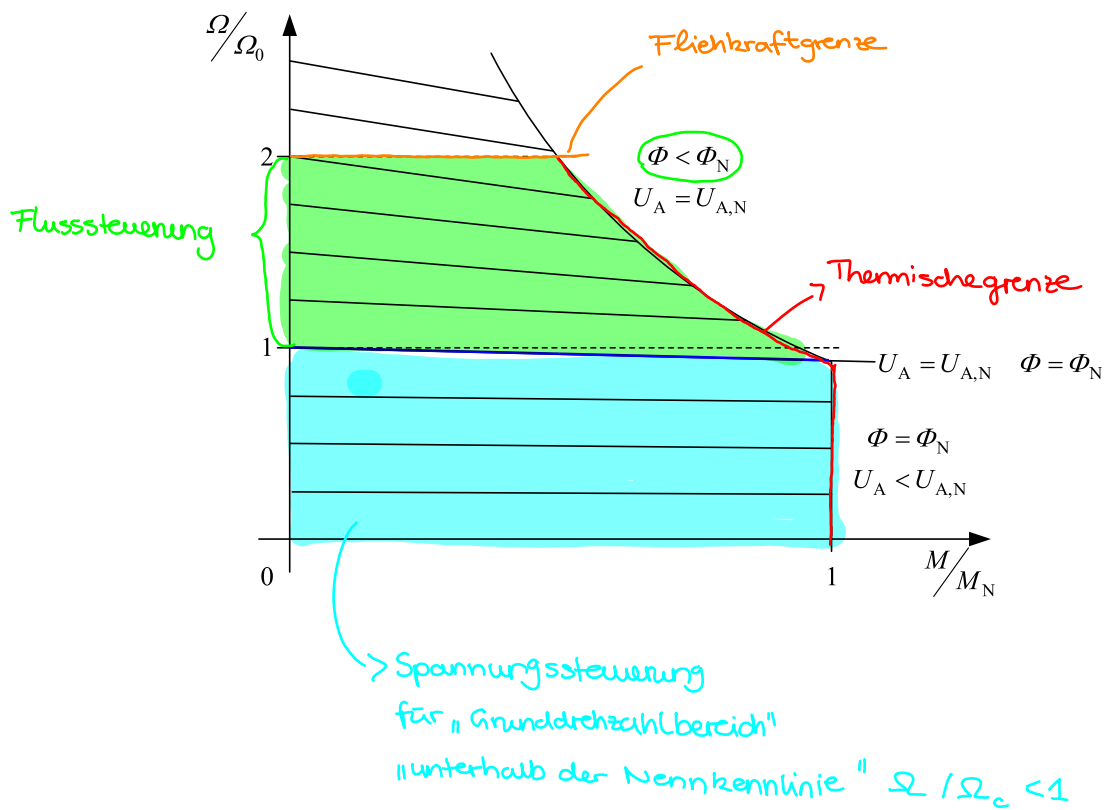
$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_A}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M_{el}$$



Flussschwächung:  $M_{el} = c \cdot \Phi \cdot I_A$

→ Für gleiches Moment ist mehr Ankerstrom nötig → mehr Verluste

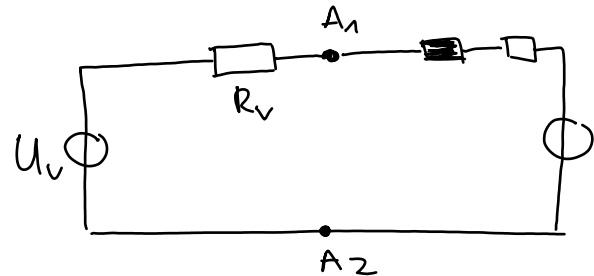
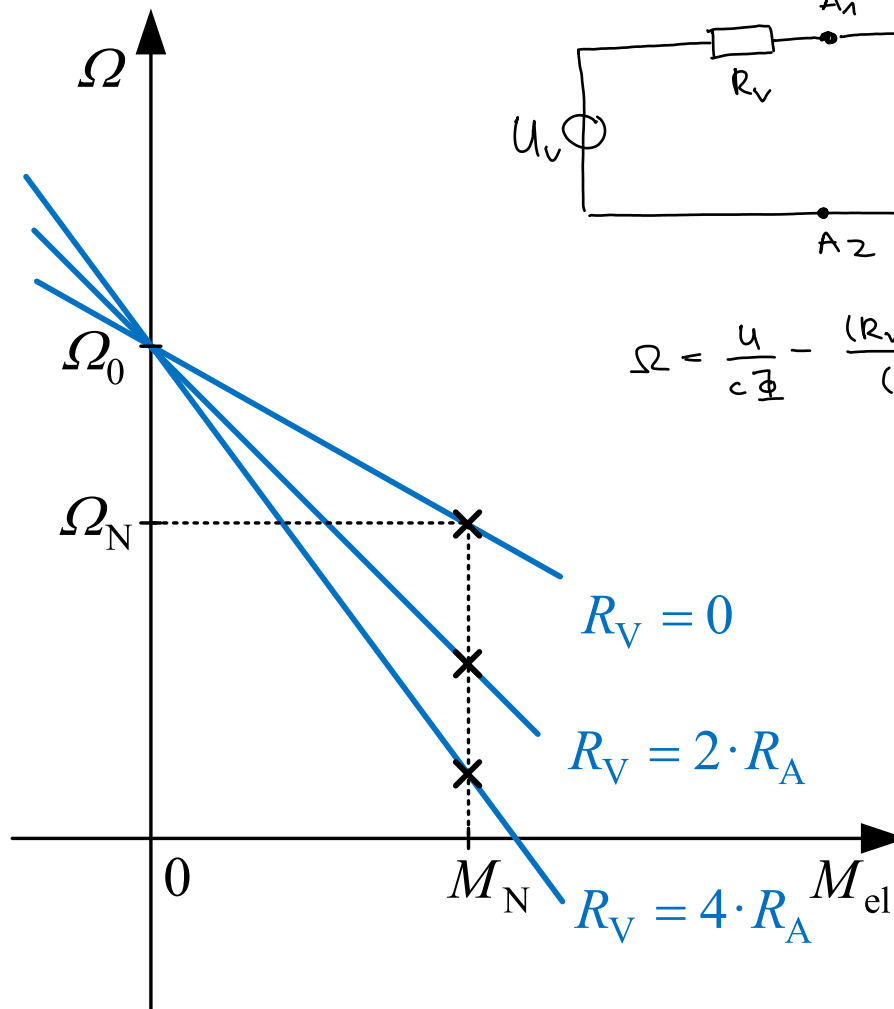
## Drehzahlsteuerung - Kombination von zwei Verfahren





## Drehzahlsteuerung FGM - Widerstandssteuerung

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_A}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M_{el}$$

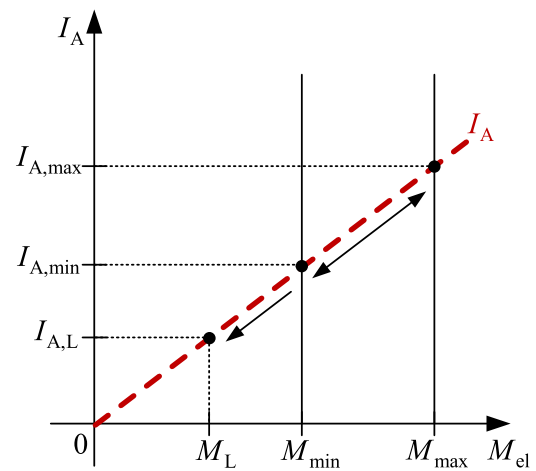
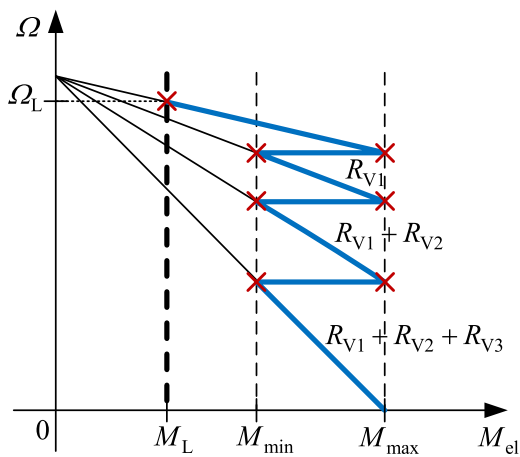
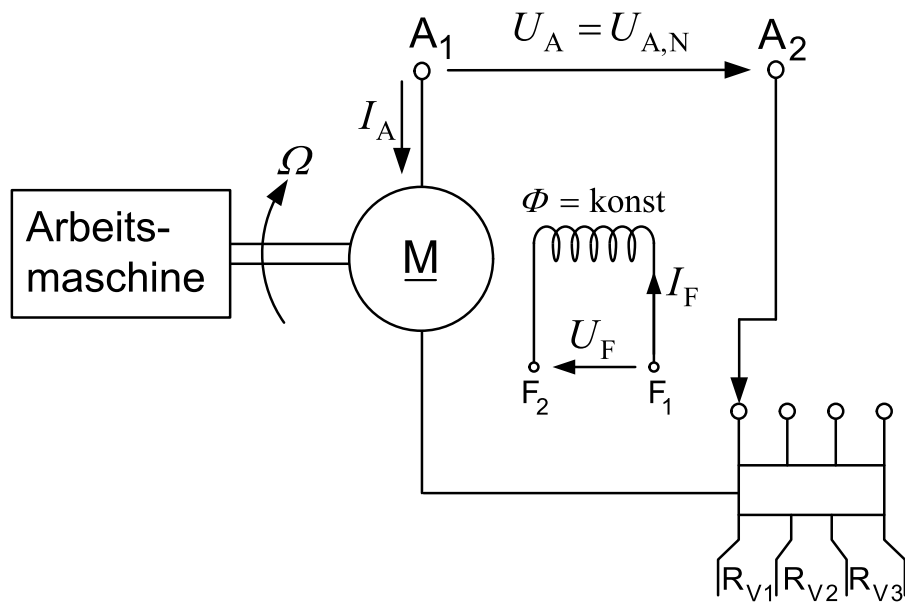


$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{(R_V + R_A)}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M_{el}$$

- + ) einfacher Aufbau
- ) unwirtschaftlich

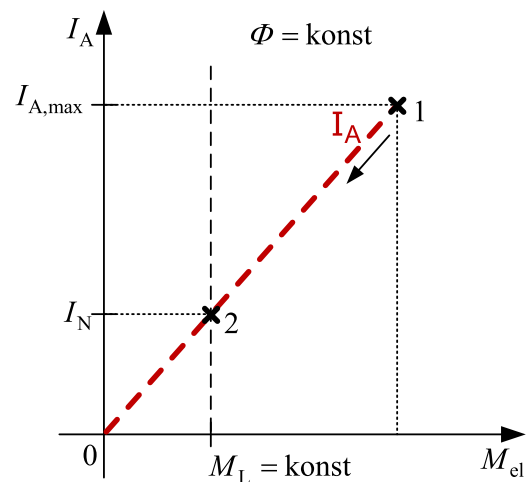
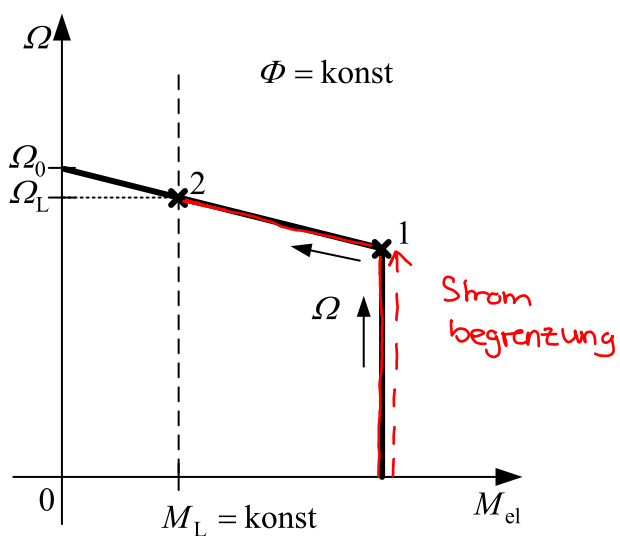
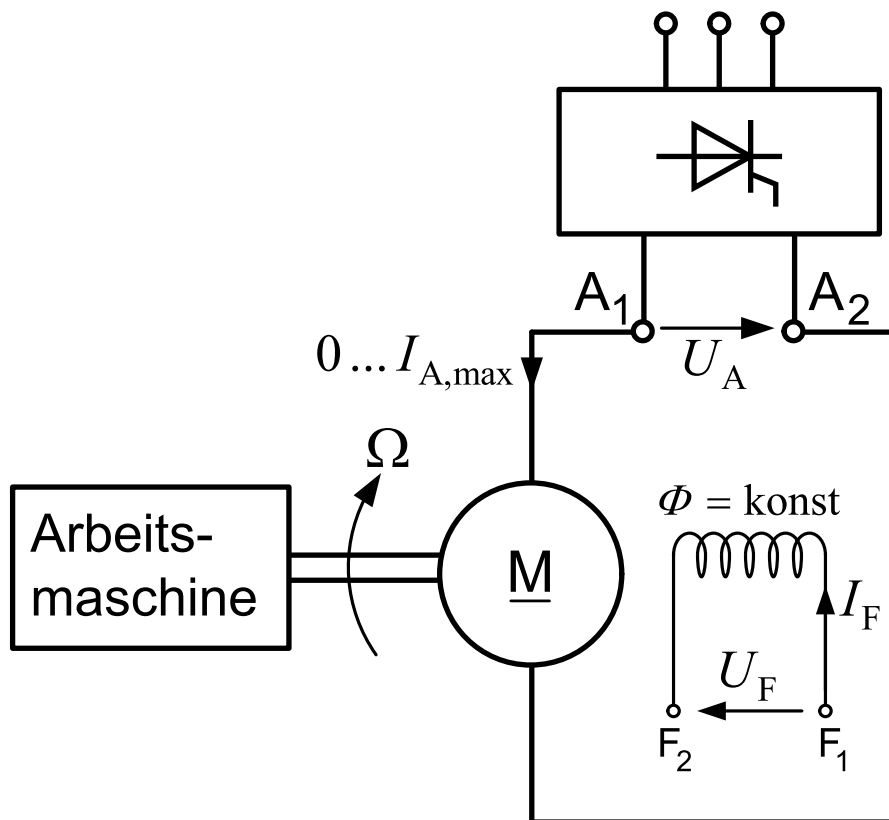
⇒ geeignet für kleine Leistungen

## Anlaufen mit Vorwiderständen

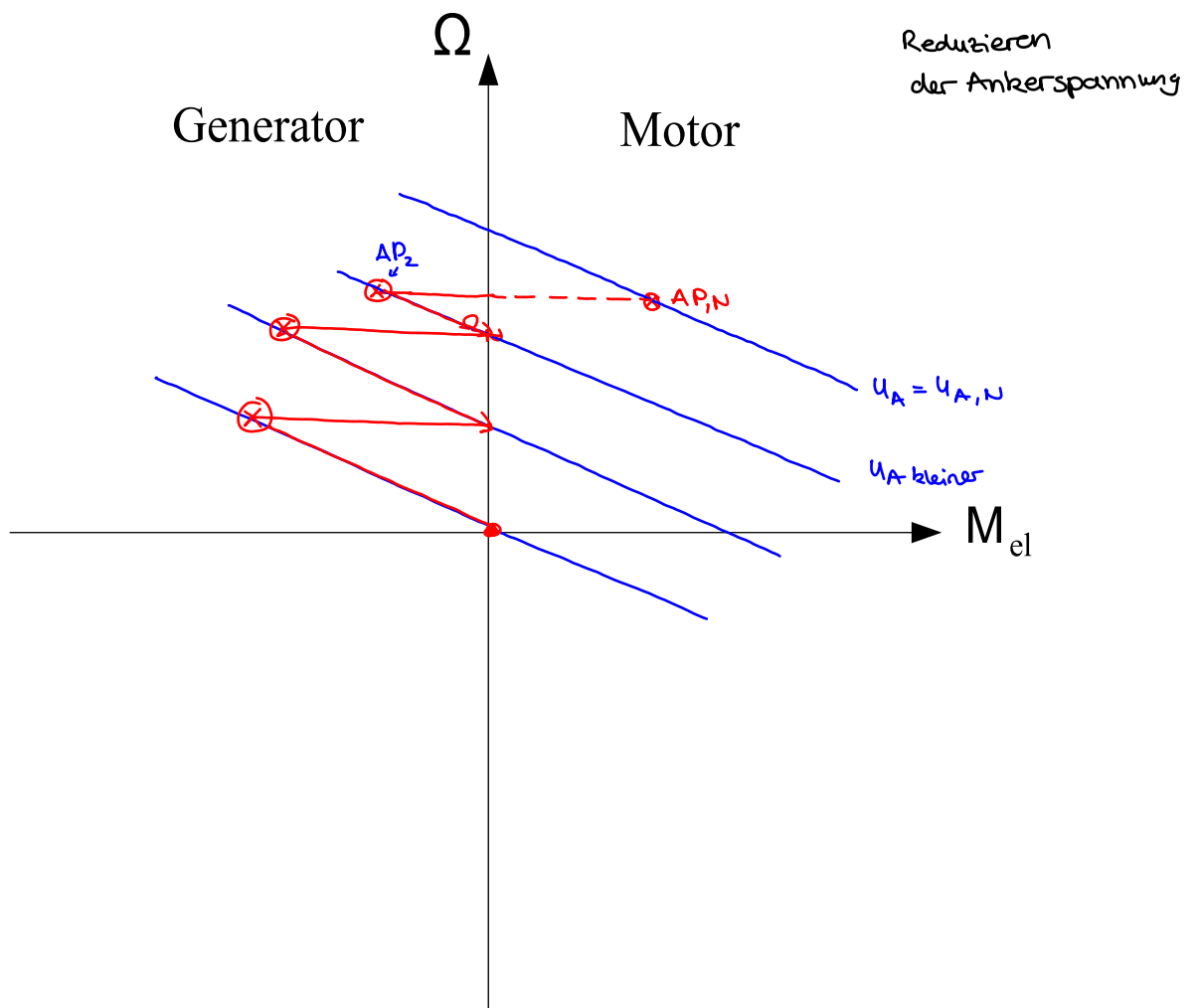


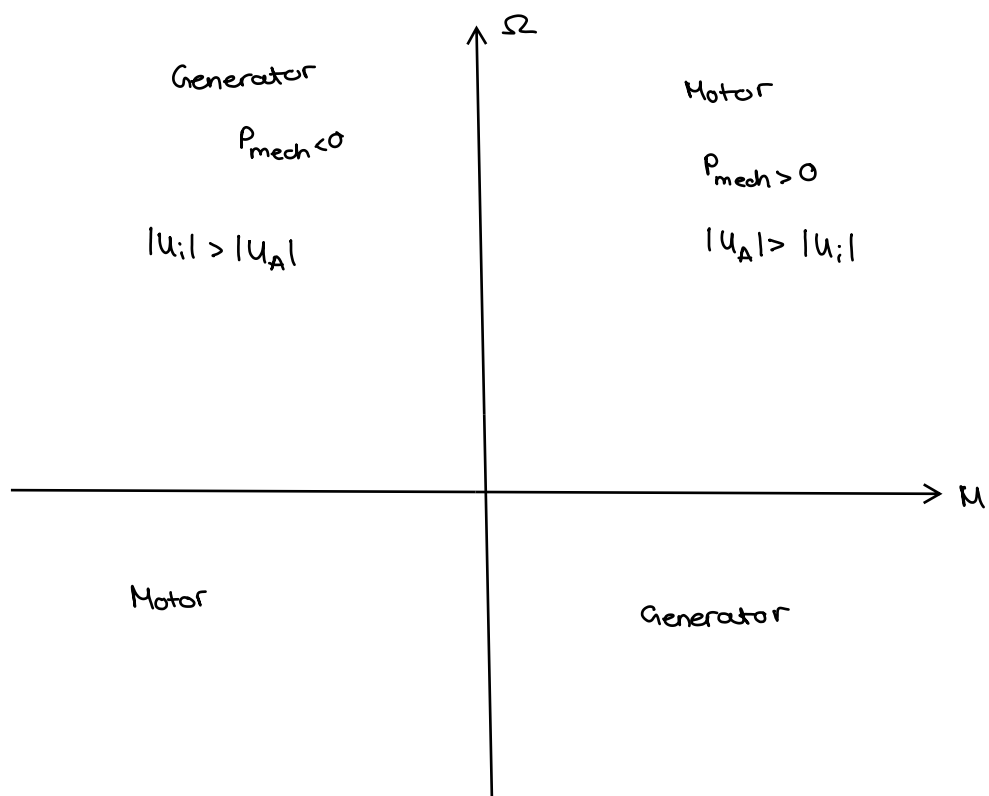
Grenze  
maximales Moment  $\hat{=}$  max. Strom!

## Anlaufen mit Strombegrenzung



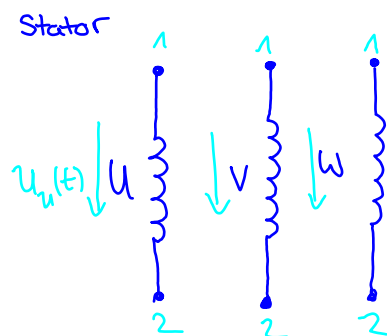
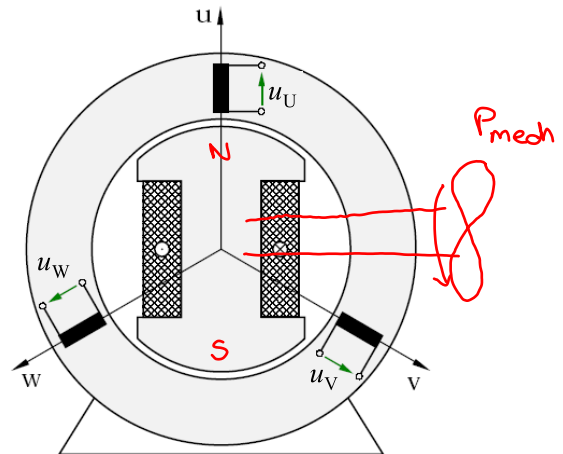
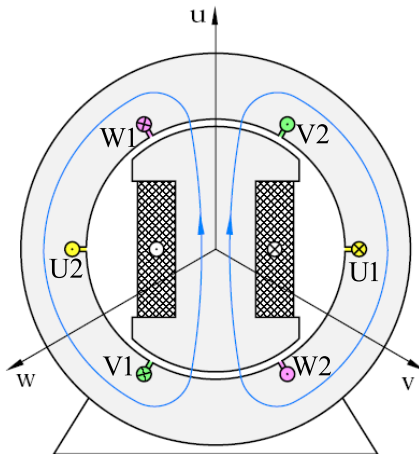
## Nutzbremsung





# Synchronmaschine

## Synchronmaschine - Als Generator



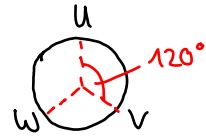
Drehung des Rotors führt zur Induktion der Spannung in den Stator

## Dreiphasen System



Drehung des Rotors  $\Rightarrow$

Spannungsinduktion im Stator



Strang U:  $u_u(t) = \hat{u}_u \cdot \sin(\omega t)$

Strang V:  $u_v(t) = \hat{u}_v \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$

Strang W:  $u_w(t) = \hat{u}_w \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$

$\omega = 2\pi f$  ;  $f$ : Frequenz der induzierten Spannung

Bei  $z_p = 1 \rightarrow f = f_{\text{Rotor}}$

Allg.  $\rightarrow f = z_p \cdot f_{\text{Rotor}}$

$z_p \rightarrow$  polpaar Zahl

## Drehstrom: symmetrisches Dreiphasensystem

Symmetrie bedeutet:

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_1 &= \hat{u}_2 = \hat{u}_3 \\ \varphi_{u1} - \varphi_{u2} &= \varphi_{u2} - \varphi_{u3} = \frac{2\pi}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Drehstrom}$$

## Mathematische Betrachtung

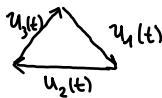
Spannungen

$$u_1(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$u_2(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3})$$

$$u_3(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3})$$

$$u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$$



⇓  
Dreieckschaltung

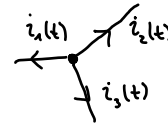
Ströme

$$i_1(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

$$i_2(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3} - \varphi)$$

$$i_3(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3} - \varphi)$$

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0$$



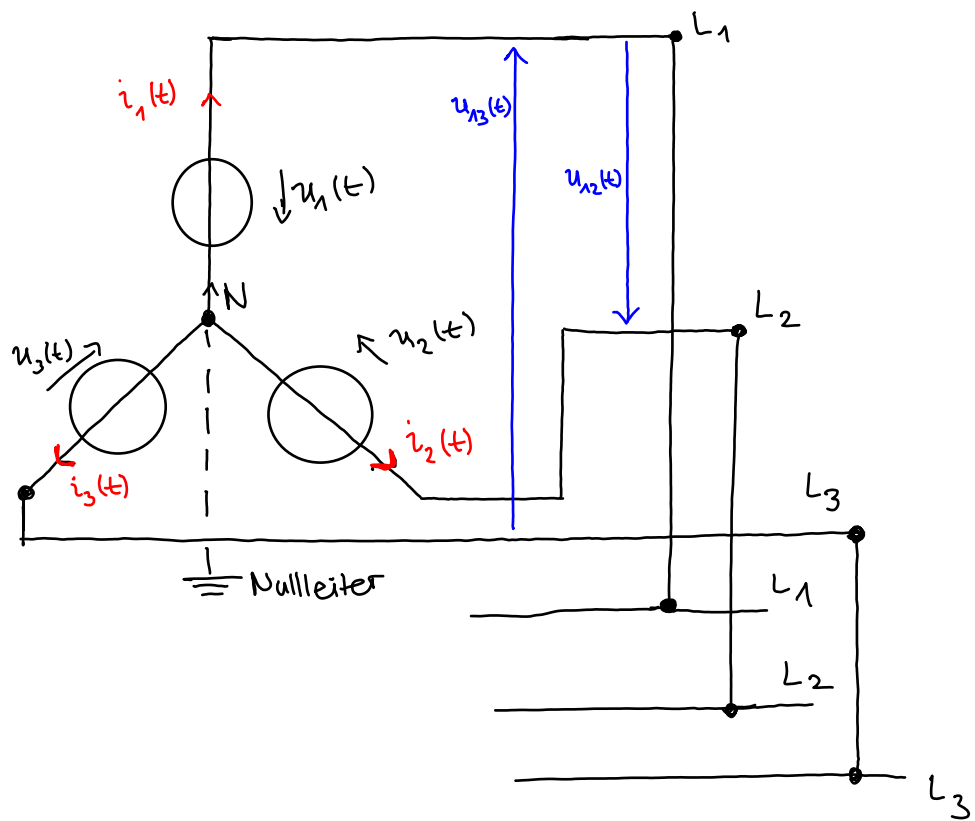
⇓  
Sternschaltung



3  
 1  
 0

Stern-Schaltung

$u \rightarrow "1"$   
 $v \rightarrow "2"$   
 $w \rightarrow "3"$



Wenn die Polpaarzahl  $z_p = 1 \Rightarrow f = f_{\text{Rotor}}$

Allg.:  $f = z_p \cdot f_{\text{Rotor}}$

## **Drehstrom:symmetrisches Dreiphasensystem**

### **Symmetriebedingungen:**

$$\hat{u}_1 = \hat{u}_2 = \hat{u}_3$$

$$\varphi_{u1} - \varphi_{u2} = \varphi_{u2} - \varphi_{u3} = \frac{2\pi}{3}$$

### **Mathematische Betrachtung des symmetrischen Dreiphasensystems:**

#### Spannungen

$$u_1(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$u_2(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3})$$

$$u_3(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3})$$

#### Ströme

$$i_1(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

$$i_2(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3} - \varphi)$$

$$i_3(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3} - \varphi)$$



## **Y: Betrachtung zwischen Leiter-und Strangspannung**

**Stern-Schaltung**  $\Upsilon$ **Ströme** Leiterströme = Strangströme**Spannungen**

$$\hat{u}_{12} = \sqrt{3} \cdot \hat{u}$$

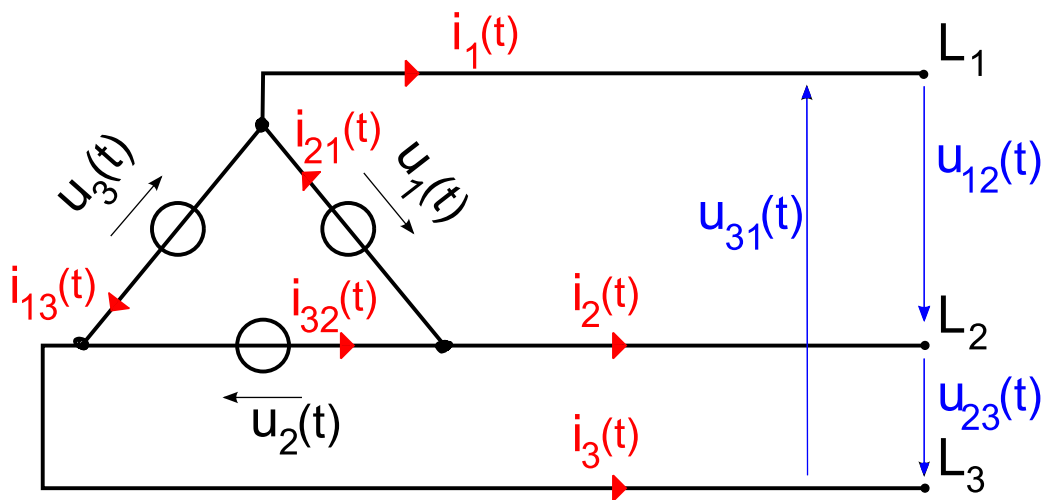
$$\hat{u}_{23} = \sqrt{3} \cdot \hat{u}$$

$$\hat{u}_{31} = \sqrt{3} \cdot \hat{u}$$

$$u_{12} = \sqrt{3} u$$

$$\Rightarrow u_{23} = \sqrt{3} u$$

$$u_{31} = \sqrt{3} u$$

Außenleiterspannungen =  $\sqrt{3}$  · Strangspannung**Dreieck - Schaltung**  $\triangle$ **Stranggrößen**

$$u_1(t), u_2(t), u_3(t)$$

$$i_{21}(t), i_{32}(t), i_{13}(t)$$

**Leitergrößen**

$$u_{12}(t), u_{23}(t), u_{31}(t)$$

$$i_1(t), i_2(t), i_3(t)$$

**△ - Schaltung****Spannungen:**

$$u_1(t) = u_{12}(t)$$

$$u_2(t) = u_{23}(t)$$

$$u_3(t) = u_{31}(t)$$

**Ströme:**

$$\hat{i}_1 = \sqrt{3} \cdot \hat{i}$$

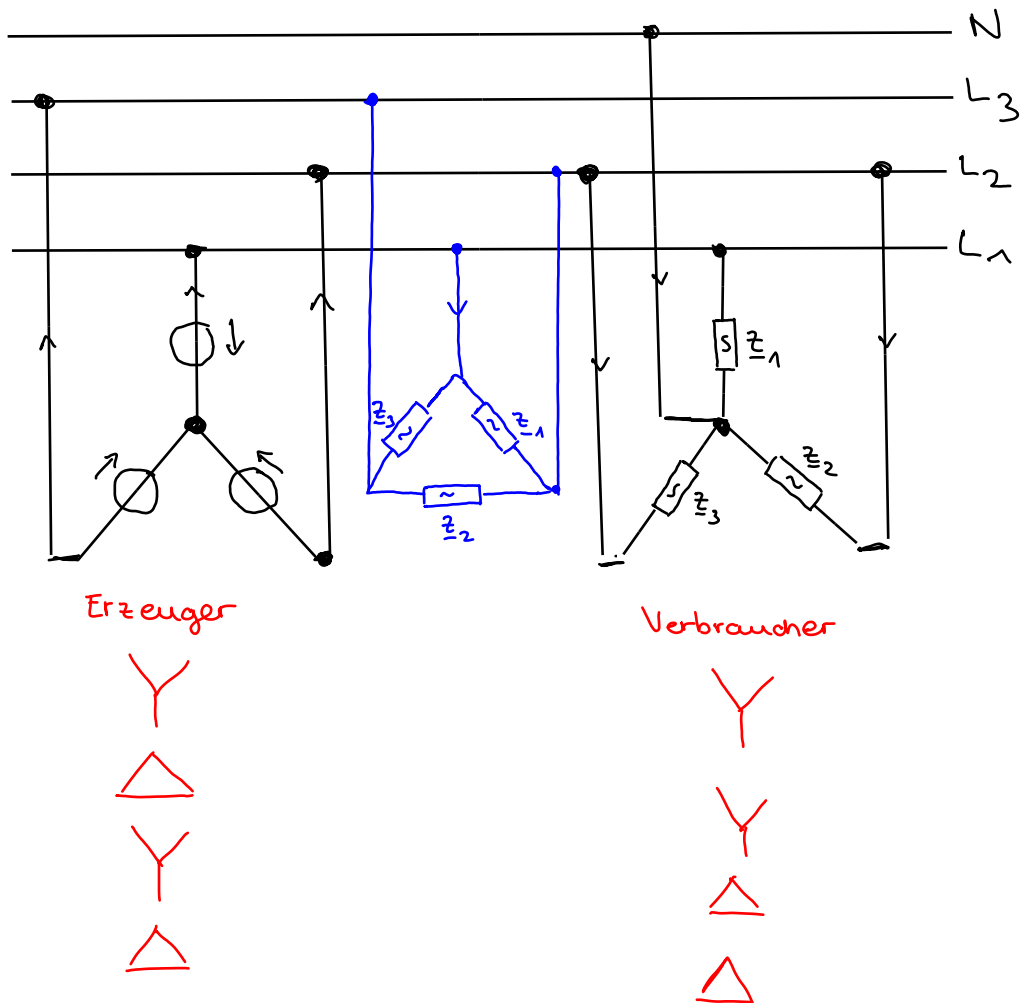
$$\hat{i}_2 = \sqrt{3} \cdot \hat{i}$$

$$\hat{i}_3 = \sqrt{3} \cdot \hat{i}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} I_1 &= \sqrt{3} I \\ I_2 &= \sqrt{3} I \\ I_3 &= \sqrt{3} I \end{aligned}$$

mit  $\hat{i} = \hat{i}_{21} = \hat{i}_{13} = \hat{i}_{32}$ Leiterstrom =  $\sqrt{3}$  · Strangstrom

## Mögliche Verschaltungen:



Leistung im Drehstromsystem für  $\Delta$  und  $Y$ :

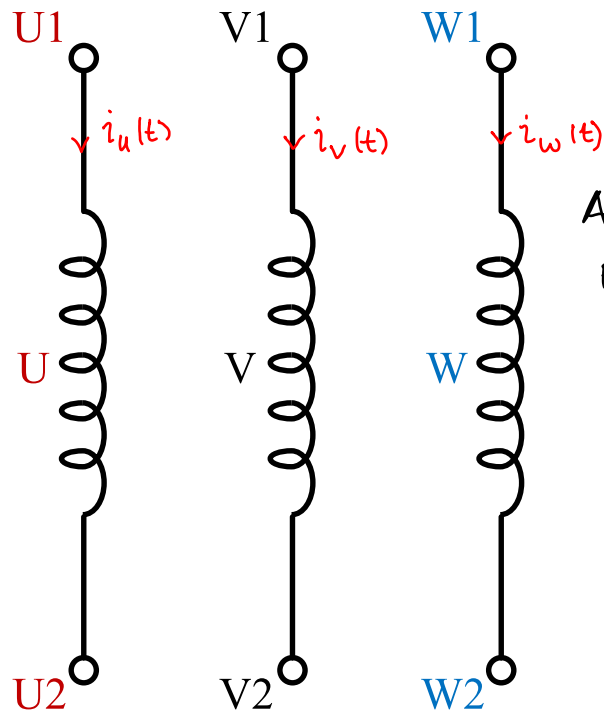
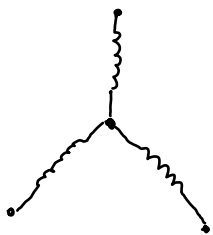
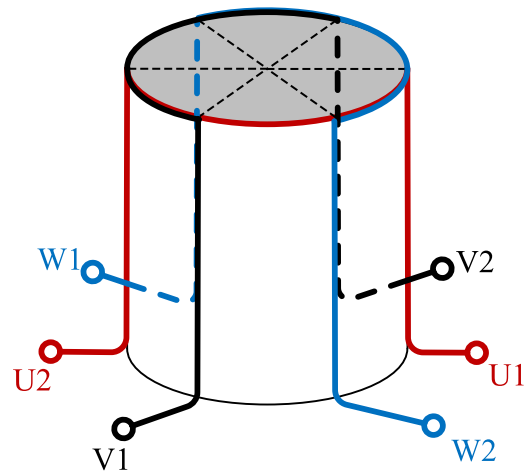
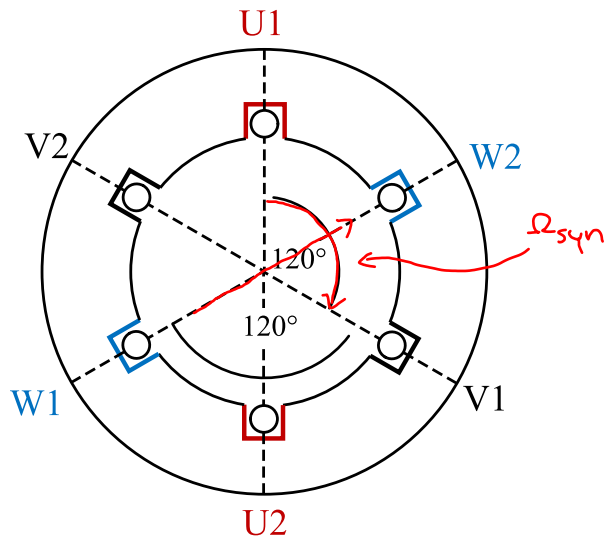
$$\begin{aligned}\text{Wirkleistung} &= 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I_{\text{strang}} \cdot \cos \varphi \\ &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Leiter}} \cdot I_{\text{Leiter}} \cdot \cos \varphi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Blindleistung} &= 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I_{\text{strang}} \cdot \sin \varphi \\ &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Leiter}} \cdot I_{\text{Leiter}} \cdot \sin \varphi\end{aligned}$$

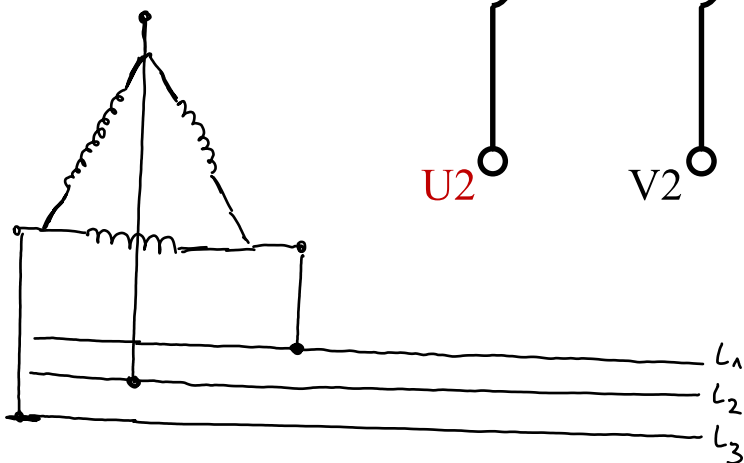
$$\begin{aligned}\text{Scheinleistung} &= 3 \cdot U_{\text{strang}} \cdot I_{\text{strang}} \\ &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Leiter}} \cdot I_{\text{Leiter}}\end{aligned}$$



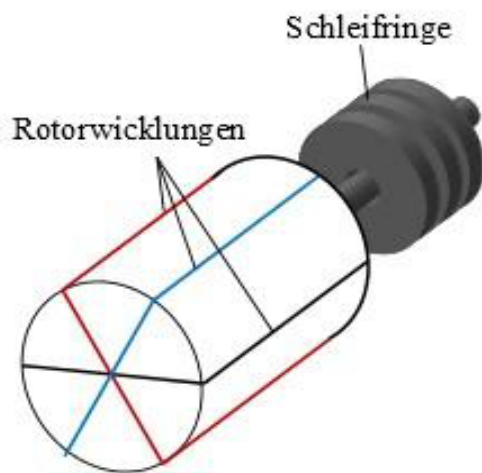
# Asynchron-Maschine (ASM)



Aufgabe des Stators:  
Erzeugung des magnetischen Drehfelds

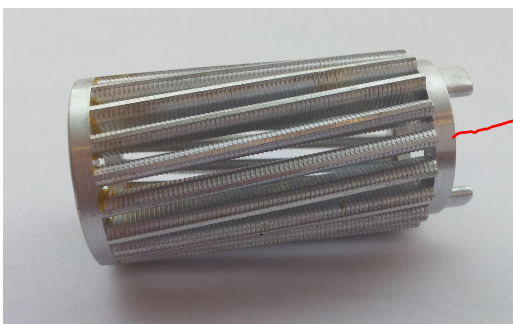


## Rotor - ASM - Typ I: Schleifringläufer

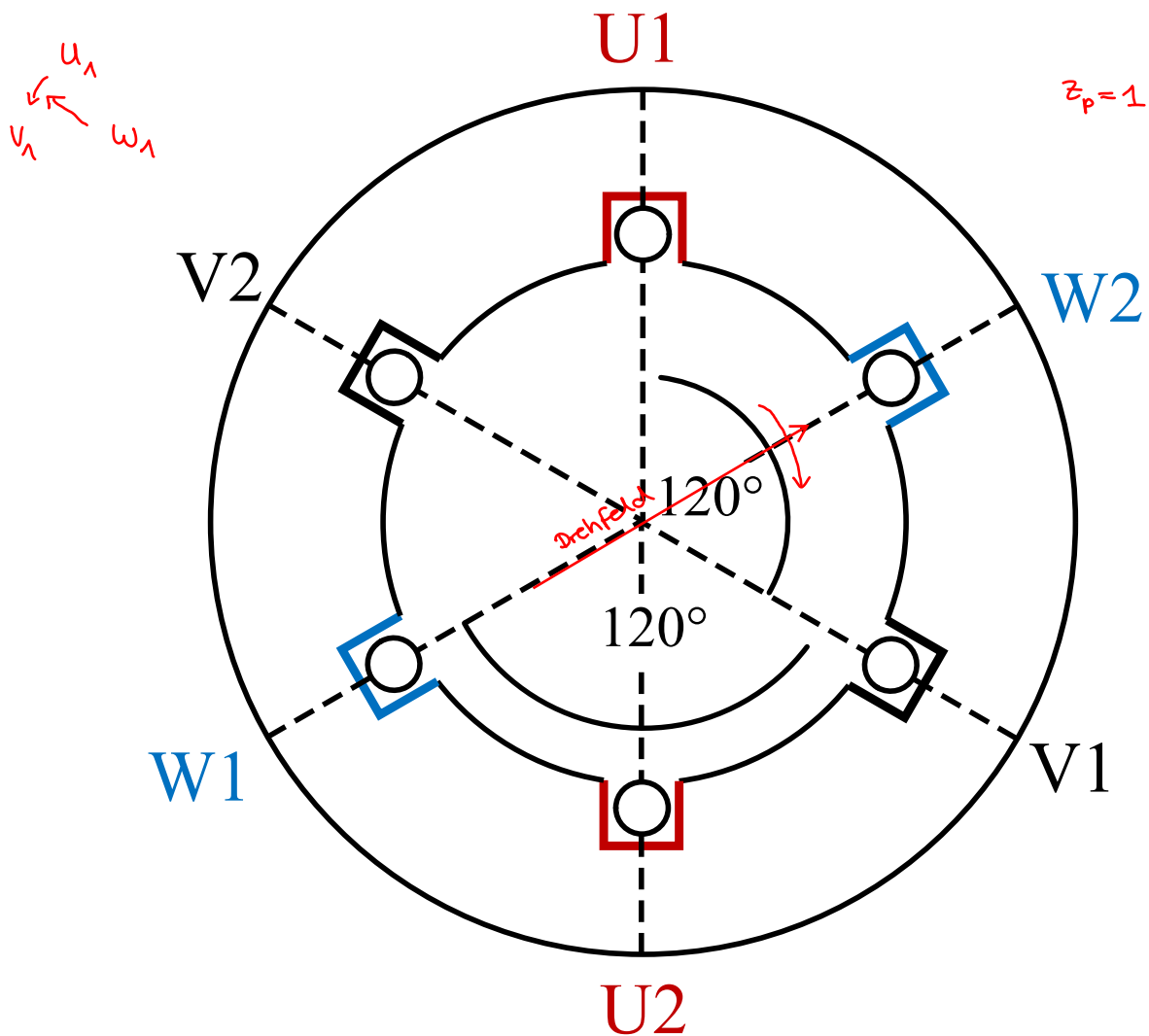


## Rotor - ASM - Typ II - Käfigläufer

- Robust
- preiswert



## Aufgabe des Stators: Erzeugung des Drehfeldes

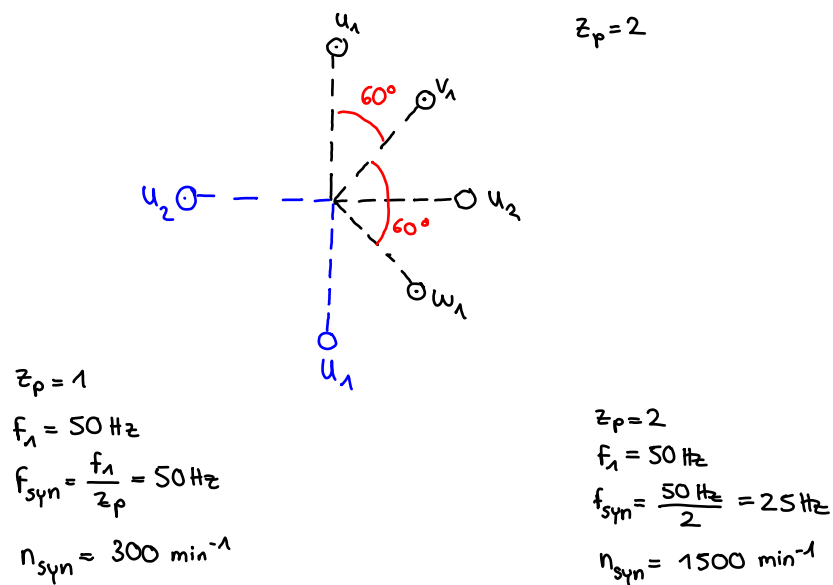


$$f_{\text{syn}} = \frac{f_1}{Z_p}$$

$$u_U(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t)$$

$$u_V(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - \frac{2\pi}{3})$$

$$u_W(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - \frac{4\pi}{3})$$



## Funktion der ASM

- 1) Stator erzeugt ein magn. Drehfeld
- 2) Drehfeld durchsetzt die Rotor-Stäbe und induziert in den Stäben (bzw. Wicklungen) eine Spannung
- 3) Sind Rotorwicklungen kurzgeschlossen, dann fließt  $I_{Rotor}$
- 4)  $I_{Rotor}$  und  $B_{Stator} \Rightarrow \vec{F}_{el}$
- 5)  $\vec{F}_{el} \Rightarrow$  Rotor dreht sich und erreicht die Drehzahl  $n$  ( $n < n_{syn}$ )

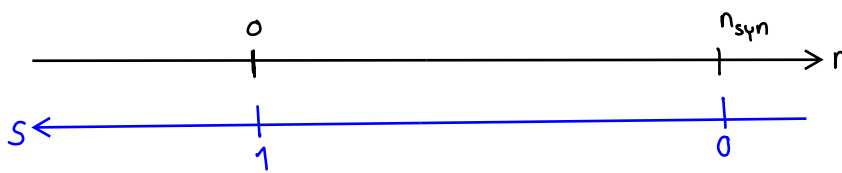
$s = \text{Schlupf}$

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} = \frac{\Omega_{syn} - \Omega}{\Omega_{syn}} = 1 - \frac{\Omega}{\Omega_{syn}} = 1 - \frac{n}{n_{syn}}$$

(29)

$$\Omega_{syn} = 2\pi \cdot n_{syn}$$

↑  
[n<sub>syn</sub>] = 1/s



## Drehmoment der ASM:

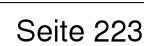
### Kloss'sche Formel

$$M_{el} = M_{Kipp} \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_{Kipp}} + \frac{s_{Kipp}}{s}}$$

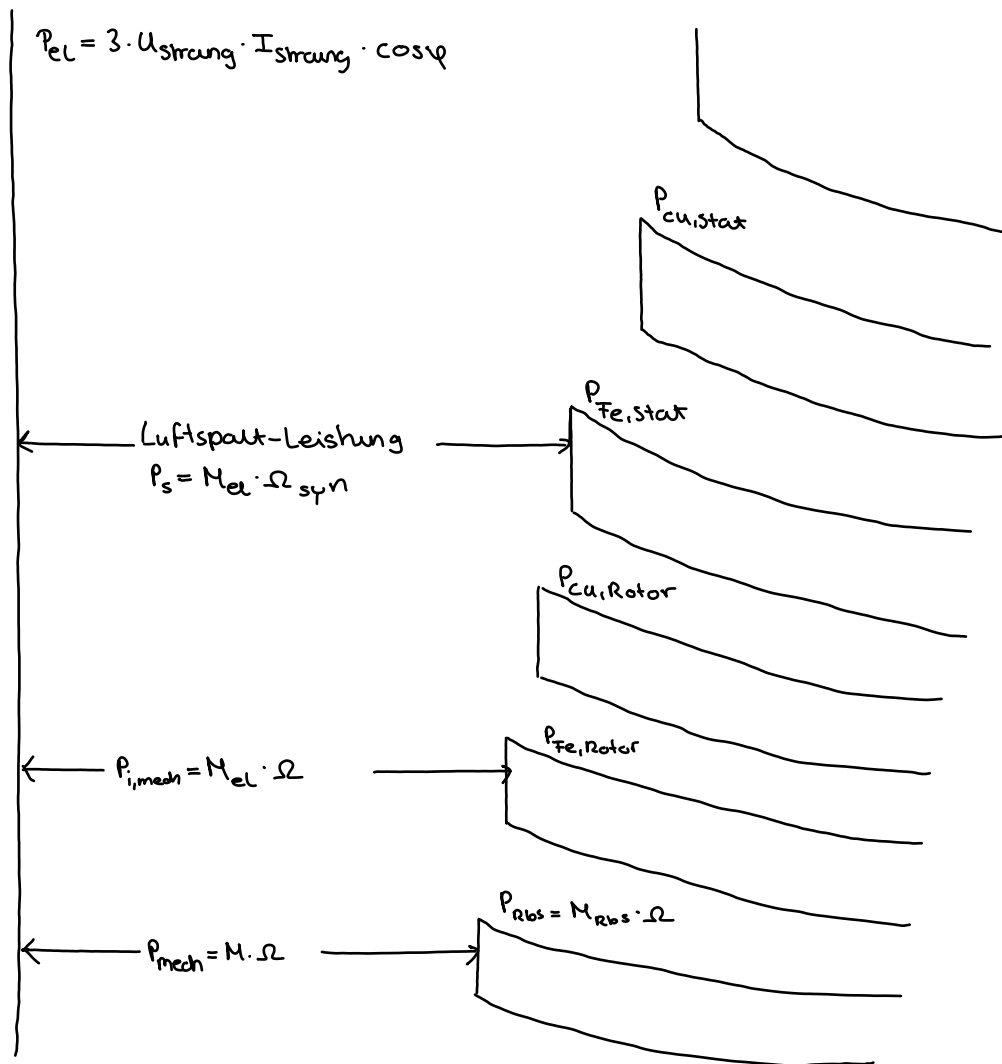
$M_{Kipp}$  : Das maximale Drehmoment

$s_{Kipp}$  : Schlupf bei  $M_{Kipp}$

$$\rightarrow \frac{M_{el}}{M_{Kipp}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{Kipp}} + \frac{s_{Kipp}}{s}}$$



Leistungsdiagramm - ASM  
Motor-Betrieb



$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{el}}$$

Klausur: 120 min

- 3 Aufgaben EET 1: 2 Gleichstrom  
1 Wechselstrom
- 3 Aufgaben EET 2: Diode  
Bipolar-Trans.  
Op-Verstärker  
GM