

Konstruktionsübung 5: Lager- und Wellenberechnung

Aufgabe 1: Dimensionierung der Welle

a. Vordimensionierung

26. JUNI 2018

Die Welle wird auf Biegung und Torsion belastet.

$$d_{erf} = d_1 \cdot 17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_v}{\sigma_{bzul}}} \quad \text{mit} \quad M_v = \sqrt{M_b^2 + 3 \cdot \left(\frac{M_t}{\alpha}\right)^2}$$

Somit sind M_b und M_t an der höchstbelasteten Stelle gesucht

b. Mechanisches Ersatzschaltbild

- Es gilt: $F_a = \Delta p \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_i^2$ mit $\Delta p = p \cdot g \cdot H$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow F_a &= p \cdot g \cdot H \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D_i^2 = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 13,7 \text{m} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (50 \text{mm})^2 \\ &= 237,50 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \underline{237,50 \text{N}} \end{aligned}$$

mit p ... Dichte Fördermedium

g ... Ortsfaktor

H ... Förderhöhe

D_i ... Eintrittsdurchmesser Pumpenrad

F_a ... Axialkraft

- Radialkraft: $F_r = \Delta p \cdot k_r \cdot D_a \cdot b_a$

k_r ... Radialkraftkoeffizient

$$= p \cdot g \cdot H \cdot k_r \cdot D_a \cdot b_a$$

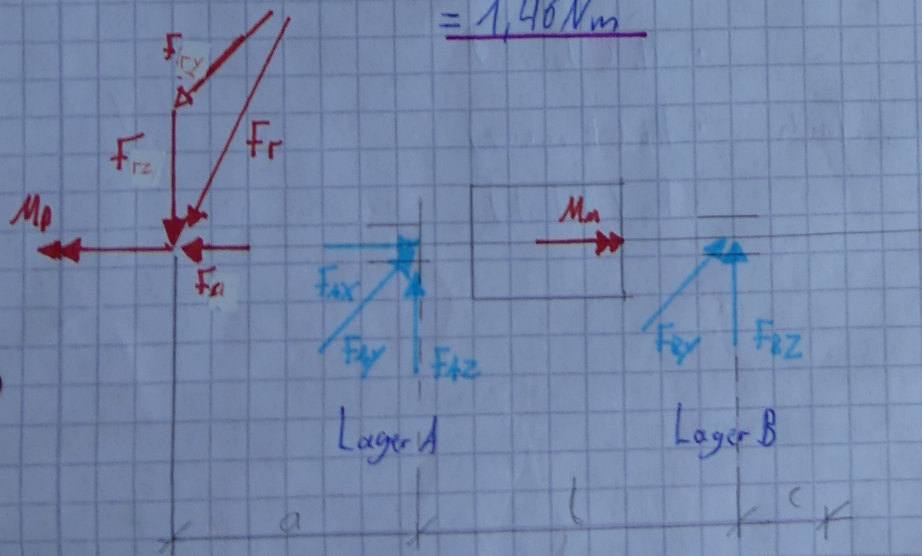
D_a ... Außendurchmesser Pumpenrad

$$= 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 13,7 \text{m} \cdot 0,5 \cdot 0,125 \text{m} \cdot 0,03 \text{m}$$

b_a ... Wirksame Breite Pumpenrad

$$= \underline{226,79 \text{N}}$$

- $P = M_n \cdot \omega \rightarrow M_n = \frac{P}{\omega} = \frac{375 \text{W}}{2 \cdot \pi \cdot \frac{2450}{60} \cdot \frac{1}{5}} = \underline{1,46 \text{Nm}}$



c. Lagerkräfte

Es gilt: $\sum F_x \stackrel{!}{=} 0: \rightarrow F_{Ax} = F_a = 237,5 \text{ N}$

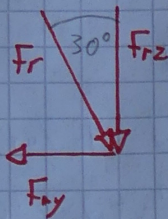
(I) $\sum F_y \stackrel{!}{=} 0: \rightarrow -F_{ry} + F_{ay} + F_{by} = 0$

(II) $\sum F_z \stackrel{!}{=} 0: \rightarrow -F_{rz} + F_{az} + F_{bz} = 0$

(III) $\sum M_{Ay} \stackrel{!}{=} 0: \rightarrow -F_{rz} \cdot a - F_{bz} \cdot l = 0$

(IV) $\sum M_{Az} \stackrel{!}{=} 0: \rightarrow -F_{ry} \cdot a + F_{by} \cdot l = 0$

Folgende Winkelverhältnisse gelten:



$F_{rz} = F_r \cdot \cos 30^\circ = 226,79 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 196,41 \text{ N}$

$F_{ry} = F_r \cdot \sin 30^\circ = 226,79 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} = 113,40 \text{ N}$

(... Lagerabstand
d... Pumpenrad-
auslenkung

Aus Gl. (III) ergibt sich: $F_{bz} = - \frac{F_{rz} \cdot a}{l} = - \frac{226,79 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot \sqrt{3}}{0,09 \text{ m} \cdot 2} = -218,23 \text{ N}$

Aus Gl. (IV) ergibt sich: $F_{by} = \frac{F_{ry} \cdot a}{l} = \frac{113,40 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ m}}{0,09 \text{ m}} = 126 \text{ N}$

Aus Gl. (I) ergibt sich $F_{ay} = F_{ry} - F_{by} = 113,4 \text{ N} + 126 \text{ N} = 239,4 \text{ N}$

Aus Gl. (II) ergibt sich: $F_{az} = F_{rz} - F_{bz} = 196,41 \text{ N} + 218,23 \text{ N} = 414,64 \text{ N}$

• Resultierende Kräfte

$F_A = \sqrt{F_{Ay}^2 + F_{Az}^2} = \sqrt{239,4^2 + 414,64^2} \text{ N} = 478,78 \text{ N}$

$F_B = \sqrt{F_{By}^2 + F_{Bz}^2} = \sqrt{(-218,23)^2 + (126)^2} \text{ N} = 251,99 \text{ N}$

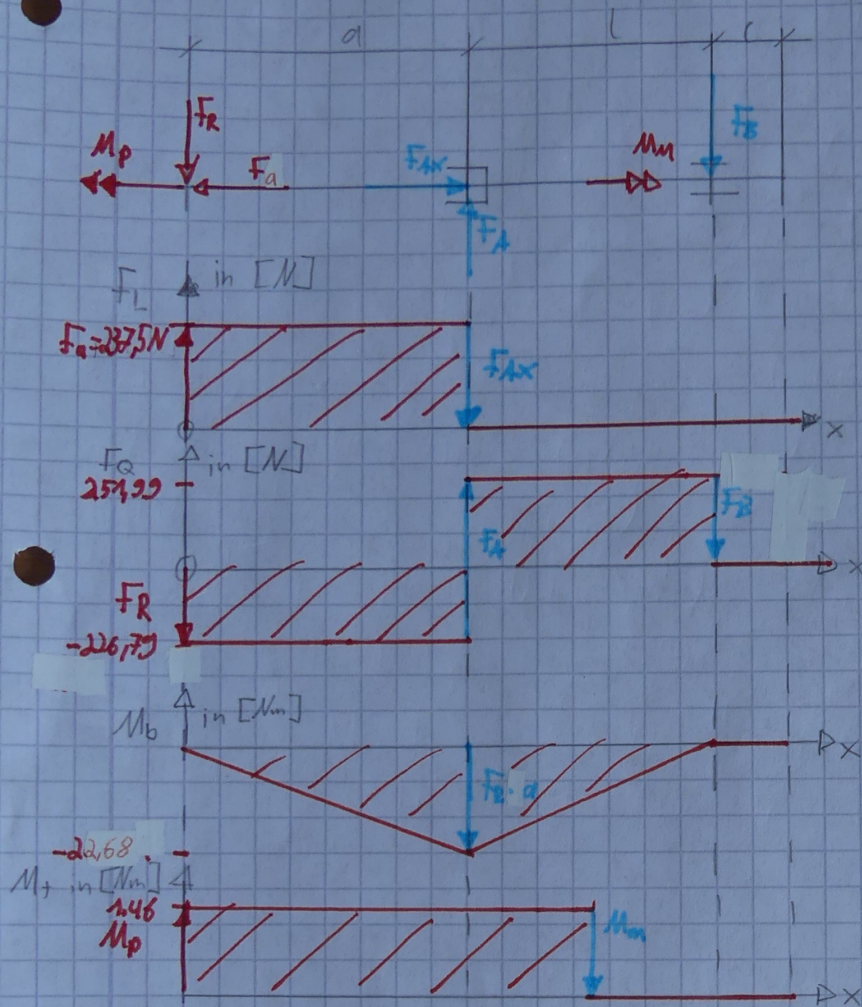
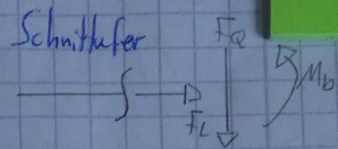
→ wir betrachten die Ebene mit F_A, F_B & F_r → 2-dimensionale Betrachtung

d. Beanspruchungsanalyse

- Statische Belastung durch
 - F_L (Zug, Druck)
 - M_T (Torsion)
- Dynamische Belastung durch
 - M_b (Biegung)
 - F_Q (Schub)

e. Schnittgrößenverläufe

↳ M_m wird in der Mitte des Motors angesetzt



f. Bestimmung der höchstbelasteten Stelle

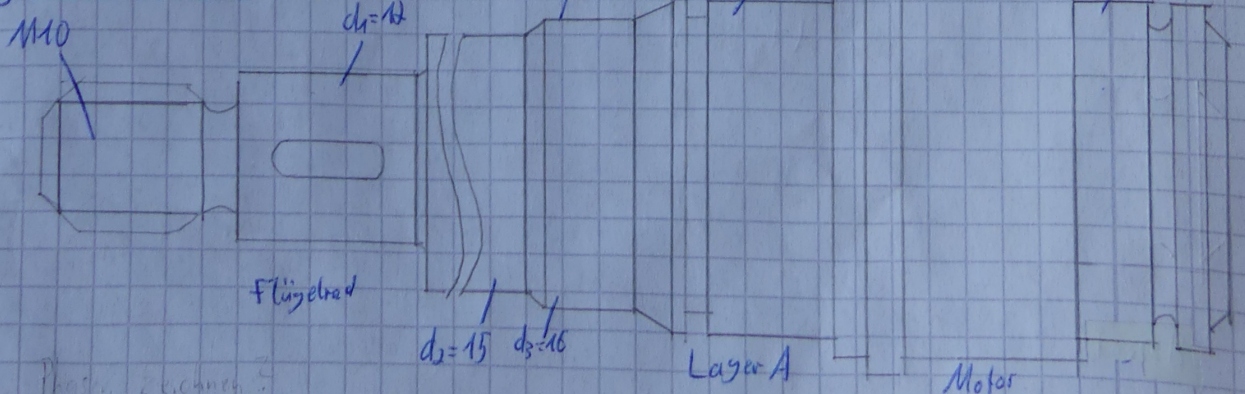
→ Die höchste dynamische Belastung tritt im Lager A auf

Aus Teilaufgabe a) folgt $M_v = \sqrt{(-22,68)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1,46}{2}\right)^2} \text{ Nm} = 22,72 \text{ Nm}$

↳ $d_{\text{erf}} = 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{22,72 \text{ Nm}}{400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 8,34 \text{ mm}$

⇒ Wähle $d_{\text{min}} = 12 \text{ mm}$ wegen Verbundungen & Passfedern
Radialwellendrehung

g. Konstruktion



Aufgabe 2: Festigkeitsnachweis der Welle

b. Nennspannungen

Wie in Aufgabe 1 erkannt worden ist, ist Lager 1 die höchstbeanspruchte Stelle, genauer am Lagersitz mit dem Sicherungsring nach DIN 471

→ Kritische Stelle: Nut, da: kleiner Querschnitt

• Kerbe

⇒ Damit die Spannungserhöhung durch die Kerbe nicht zu groß wird, sollte eine größt mögliche Vertundung gewählt werden

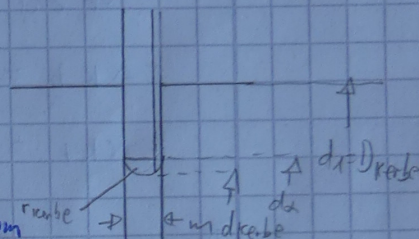
Nach TB 9-7 gilt für einen Wellerdurchmesser von 17mm

$$d_2(\text{Nut}) = 16,2\text{mm} \quad m(\text{Nut}) = 1,1\text{mm}$$

Es gilt:

$$r_{\text{Kerbe}} = \frac{m}{2} = 1,1\text{mm} \cdot \frac{1}{2} = 0,55\text{mm}$$

$$d_{\text{Kerbe}} = d - m = 16,2\text{mm} - 1,1\text{mm} = 15,1\text{mm}$$



Statische Belastungen

• Zug / Druck

$$\begin{aligned} \underline{\sigma_{z/d\ m}} &= 0,5 \cdot (\sigma_{z/d\ o} + \sigma_{z/d\ u}) \quad \text{mit } \sigma_{z/d\ o} = \sigma_{z/d\ u} \\ &= \sigma_{z/d} = \frac{F_{z/d}}{A} = \frac{F_a}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{Kerbe}}^2} = \frac{237,5\text{N}}{\frac{\pi}{4} \cdot (15,1\text{mm})^2} \\ &= \underline{1,33\text{MPa}} \end{aligned}$$

$$\underline{\sigma_{z/d\ a}} = 0,5 \cdot (\sigma_{z/d\ o} - \sigma_{z/d\ u}) = \underline{0\text{MPa}} \rightarrow \text{statische Belastung}$$

• Torsion

$$\begin{aligned} \tau_{t\ m} &= 0,5 \cdot (\tau_{t\ m\ o} + \tau_{t\ m\ u}) = \tau_{t\ m} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{1,46\text{Nm}}{\frac{\pi}{32} \cdot (15,1\text{mm})^3} \\ &= \underline{2,16\text{MPa}} \end{aligned}$$

$$\underline{\tau_{t\ a}} = \underline{0\text{MPa}} \quad (\text{s.o.})$$

Dynamische Belastungen

$$\begin{aligned} \text{• Biegung: } \left. \begin{array}{l} \sigma_{b\ o} = \sigma_b \\ \sigma_{b\ u} = \sigma_b \end{array} \right\} &\Rightarrow \underline{\sigma_{b\ m} = 0\text{MPa}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{b\ a} = \sigma_b &= \frac{M_b}{W_b} = \frac{F_r \cdot d}{\frac{\pi}{32} \cdot d^3} = \frac{22,68\text{Nm}}{\frac{\pi}{32} \cdot (15,1\text{mm})^3} \\ &= \underline{67,1\text{MPa}} \end{aligned}$$

• Schub

$$\left. \begin{array}{l} \tau_{so} = \tau_s \\ \tau_{su} = \tau_s \end{array} \right\} \underline{\tau_{sm} = 0 \text{ MPa}}$$

$$\underline{\tau_{sd}} = \frac{F_a}{A} = \frac{F_a}{\frac{\pi}{4} \cdot (15,1 \text{ mm})^2} = \frac{220,79 \text{ N}}{\frac{\pi}{4} \cdot (15,1 \text{ mm})^2} = \underline{1,27 \text{ MPa}}$$

i) Spannungserhöhung durch Kerbwirkung

$$\left. \begin{array}{l} D = 17 \text{ mm} \\ d = 15,1 \text{ mm} \\ r = 0,55 \text{ mm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{r}{d} = 0,036 \\ \frac{D}{d} = 1,126 \end{array}$$

→ Lese Formzahlen aus dem Diagramm ab.

$$- \alpha_{kzld} = 3,0$$

$$- \alpha_{kb} = 2,7$$

$$- \alpha_{kt} = 1,9$$

Berechnung der Kerbwirkungszahl β für den dynamischen Anteil:

$$\underline{\beta_{kzld}} = \frac{\alpha_{kzld}}{1 + \frac{55}{\text{Re}} \cdot \sqrt{\frac{c}{r}}} = \frac{3}{1 + \frac{55}{600 \text{ MPa}} \cdot \sqrt{\frac{2}{0,55 \text{ mm}}}} = \underline{2,55}$$

$$\beta_{kb} \text{ mit } \alpha_{kb} = 2,7 \text{ und } c=2 \quad \underline{\beta_{kb} = 2,30}$$

$$\beta_{kt} \text{ mit } \alpha_{kt} = 1,9 \quad c=1 \quad \underline{\beta_{kt} = 1,69}$$

j) Maximalspannungen

$$\sigma_{zld \max} = \alpha_{kzld} \cdot \sigma_{zld \text{ on}} = 3 \cdot 133 \text{ MPa} = 3,99 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zld \min} = \alpha_{kzld} \cdot \sigma_{zld \text{ min}} = 3,99 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zld \max} = \beta_{kzld} \cdot \sigma_{zld \text{ an}} = 2,55 \cdot 0 = 0$$

$$\sigma_{b \max 0} = \alpha_{kb} \cdot \sigma_{b \text{ on}} = 2,7 \cdot 67,1 \text{ MPa} = 181,17 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{b \min} = \alpha_{kb} \cdot \sigma_{b \text{ min}} = 2,7 \cdot 0 = 0$$

$$\sigma_{b \max} = \beta_{kb} \cdot \sigma_{b \text{ an}} = 2,30 \cdot 67,1 \text{ MPa} = 154,33 \text{ MPa}$$

$$\tau_{s \max} = \alpha_{kt} \cdot \tau_{s \text{ on}} = 1,9 \cdot 1,27 \text{ MPa} = 2,41 \text{ MPa}$$

$$\tau_{s \min} = \alpha_{kt} \cdot \tau_{s \text{ min}} = 1,9 \cdot 0 = 0$$

$$\tau_{s \max} = \beta_{kt} \cdot \tau_{s \text{ an}} = 1,69 \cdot 1,27 \text{ MPa} = 2,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{to, \max} = \alpha_{kt} \cdot \tau_{to, n} = 1,9 \cdot 2,16 \text{ MPa} = 4,1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{tm, \max} = \alpha_{kt} \cdot \tau_{tm, n} = 1,9 \cdot 2,16 \text{ MPa} = 4,1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{ta, \max} = \beta_{et} \cdot \tau_{ta, n} = 0$$

k) Vergleichsspannungen

- gleichartige Spannungen zusammenfassen

$$\tau_{o, \max} = |\tau_{so, \max}| + |\tau_{to, \max}| = 2,41 \text{ MPa} + 4,1 \text{ MPa} = 6,51 \text{ MPa}$$

$$\tau_{m, \max} = |\tau_{sm, \max}| + |\tau_{tm, \max}| = 4,1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{a, \max} = |\tau_{sa, \max}| = 2,15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{o, \max} = |\sigma_{z/d, \max}| + |\sigma_{b, \max}| = 3,99 \text{ MPa} + 181,17 \text{ MPa} = 185,16 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m, \max} = |\sigma_{z/d, \max}| = 3,99 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{a, \max} = |\sigma_{b, \max}| = 184,33 \text{ MPa}$$

- ungleichartige Spannungen zusammenfassen

$$\sigma_{Vm} = \sqrt{\sigma_{m, \max}^2 + 3 \cdot \tau_{m, \max}^2} = \sqrt{3,99^2 + 3 \cdot 4,1^2} \text{ MPa} = 8,15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Va} = \sqrt{\sigma_{a, \max}^2 + 3 \cdot \tau_{a, \max}^2} = \sqrt{184,33^2 + 3 \cdot 2,15^2} \text{ MPa} = 184,37 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Vo} = \sqrt{\sigma_{o, \max}^2 + 3 \cdot \tau_{o, \max}^2} = \sqrt{185,16^2 + 3 \cdot 6,51^2} \text{ MPa} = 185,50 \text{ MPa}$$

l.) Festigkeitsnachweis: Dauerbruch und Fließen

→ größte Belastung dynamisch

Es gilt: $S_D = \frac{\sigma_A \cdot b_o \cdot b_s}{\sigma_{Va}}$, wobei nach Skript 15.24 gilt
 $b_s = 0,76$ und $b_o = 0,97$

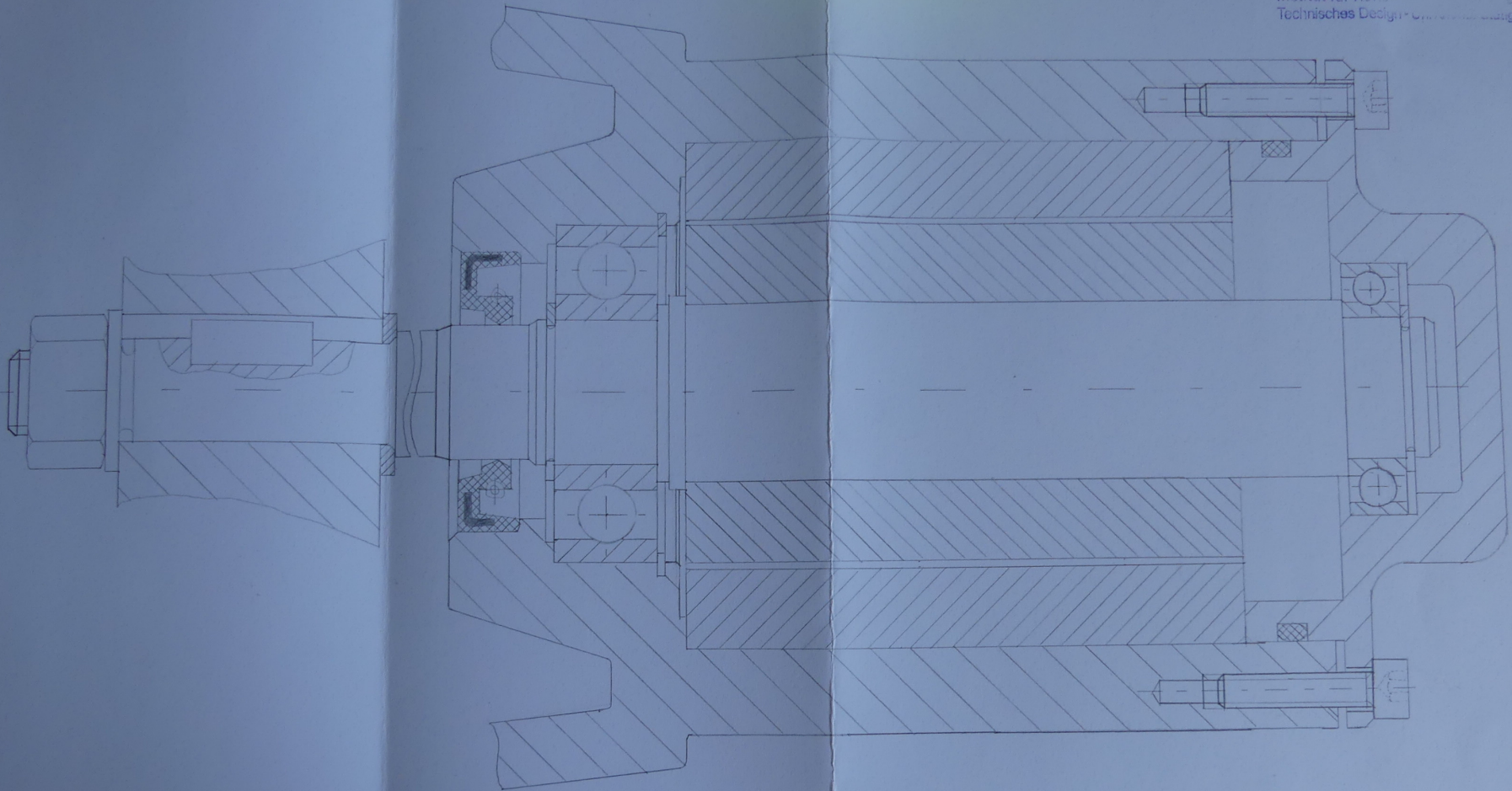
Ausschlagsfestigkeit aus Dauerfestigkeitschaubild:

$$\sigma_A = \sigma_w \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma_{Vm}}{R_m}} = 300 \text{ MPa} \cdot \sqrt{1 - \frac{8,15 \text{ MPa}}{300 \text{ MPa}}} = 298,47 \text{ MPa}$$

$$S_D = \frac{298,47 \text{ MPa} \cdot 0,76 \cdot 0,97}{184,37 \text{ MPa}} = 1,43 > 1,2$$

Gegen Fließen $S_F = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_{Vo}} = \frac{600 \text{ MPa}}{185,50 \text{ MPa}} = 3,23 > 1,2$

→ sicher



Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768-mS	Werkstückkanten ISO 13715	Maßstab 2:1	Gewicht 10kg
Verantwortliche Abtl. IKTD-TD	techn. Referenz IKTD-10	Genehmigt von Prof. Dr.-Ing. T. Maier	
IKTD Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design Universität Stuttgart Forschungs- und Lehrgebiet Technisches Design		Dokumentenart Zusammenbauzeichnung	in Bearbeitung
		Titel, zusätzlicher Titel Konstruktionsübung 5	Sachnummer K05-GDM/MAI/KTE SS18
		And. A	Ausgabedatum 12.06.2018
		Spr. de	Blatt 1

Konstruktionsübung 5 - Testat 2

STICHPROBENDURCHSICHT
Institut für Konstruktionstechnik
Technisches Design • Universität Stuttgart

26. JUNI 2013

III. Berechnung der Lager

m. Auslegung Loslager - Lager B

Es gilt $C_{ref B} = \sqrt[p]{\frac{L_{10h} \cdot 60 \cdot n}{10^6}} \cdot P_B$ mit $n = 2450 \cdot \frac{1}{\text{min}}$

$L_{10h} = 10000h$ (nominelle Lebensdauer)

$P_B = F_B = 251,99 N$ (dynamisch äquivalente Lagerbelastung)

$p=3$ für Kugellager

(Aus Wälzlager erhält man für das Lager mit der Bezeichnung 61903 die
dynamische Tragzahl: $C_r = 4900 N$)

$C_{ref B} = \sqrt[3]{\frac{10000h \cdot 60 \cdot 2450}{10^6}} \cdot 251,99 N = 2865,21 N$

n. Lebensdauernachweis Loslager

Es gilt: $L_{h \text{ vorh } B} = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left(\frac{C_{ref B}}{P_B}\right)^p = \frac{10^6 \text{ min}}{60 \cdot 2450} \cdot \left(\frac{4900 N}{251,99 N}\right)^3 = 50017,39 h > 10000h$

↳ ausreichend

o. Vorauslegung Festlager mit Radialkraft - Lager A

Es gilt: $C_{ref A} = \sqrt[p]{\frac{L_{10h} \cdot 60 \cdot n}{10^6}} \cdot P_A^*$ mit $p=3$ Kugellager

$L_{10h} = 10000h$

$n = 2450 \cdot \frac{1}{\text{min}}$

$P_A^* = F_A = 478,78 N$ (nur mit Radialkraft)

(Aus Wälzlager erhält man für das Lager mit der Bezeichnung 6003 die
dynamische Tragzahl $C_r = 6400 N$)

↳ $C_{ref A} = \sqrt[3]{\frac{10000h \cdot 60 \cdot 2450}{10^6}} \cdot 478,78 N = 5443,88 N$

p. Lebensdauernachweis Festlager mit tatsächlicher Belastung

Es gilt: $L_{h \text{ vorh } A} = \frac{10^6}{n \cdot 60} \cdot \left(\frac{C_{ref A}}{P_A}\right)^p \rightarrow \text{Gesucht: } P_A$

Fallunterscheidung: $\frac{F_a}{F_r} \leq e$ oder $\frac{F_a}{F_r} > e$

mit $\frac{F_a}{F_r} = 0,5 \rightarrow$ mit $F_r = F_A$

$$\frac{237,5 N}{478,78 N} = 0,5 \checkmark$$

→ Gesucht sind die Faktoren, e, X, Y für das Rillenkugellager 6003

Berechne $\frac{f_0 \cdot F_a}{C_{or}}$ mit $f_0 = 14,3$
 $C_{or} = 3250 N$
 $F_a = 237,5 N$ } $\frac{f_0 \cdot F_a}{C_{or}} = 1,045$

Interpolation: $e = 0,29$

$X = 0,56$

Interpolation: $Y = 1,54$

↳ $P_d = X \cdot F_A + Y \cdot F_a = 0,56 \cdot 478,78 N + 1,54 \cdot 237,5 N = 633,87 N$

↳ $L_{H \text{ versch}} = \frac{10^6 \text{ min}}{60 \cdot 24 \cdot 60} \cdot \left(\frac{6000 N}{633,87 N} \right)^3 = 7002,00 \text{ h} < 10000 \text{ h}$

⇒ nicht ausreichend

Wähle das nächstgrößere Lager: 6203-C

Faktor e, X, Y neu bestimmen

$\frac{f_0 \cdot F_a}{C_{or}} = 0,85$ mit $f_0 = 13$

C_{or}

$F_a = 237,5 N$

$C_{or} = 4750 N$

Interpolation $e = 0,25$

$X = 0,58$

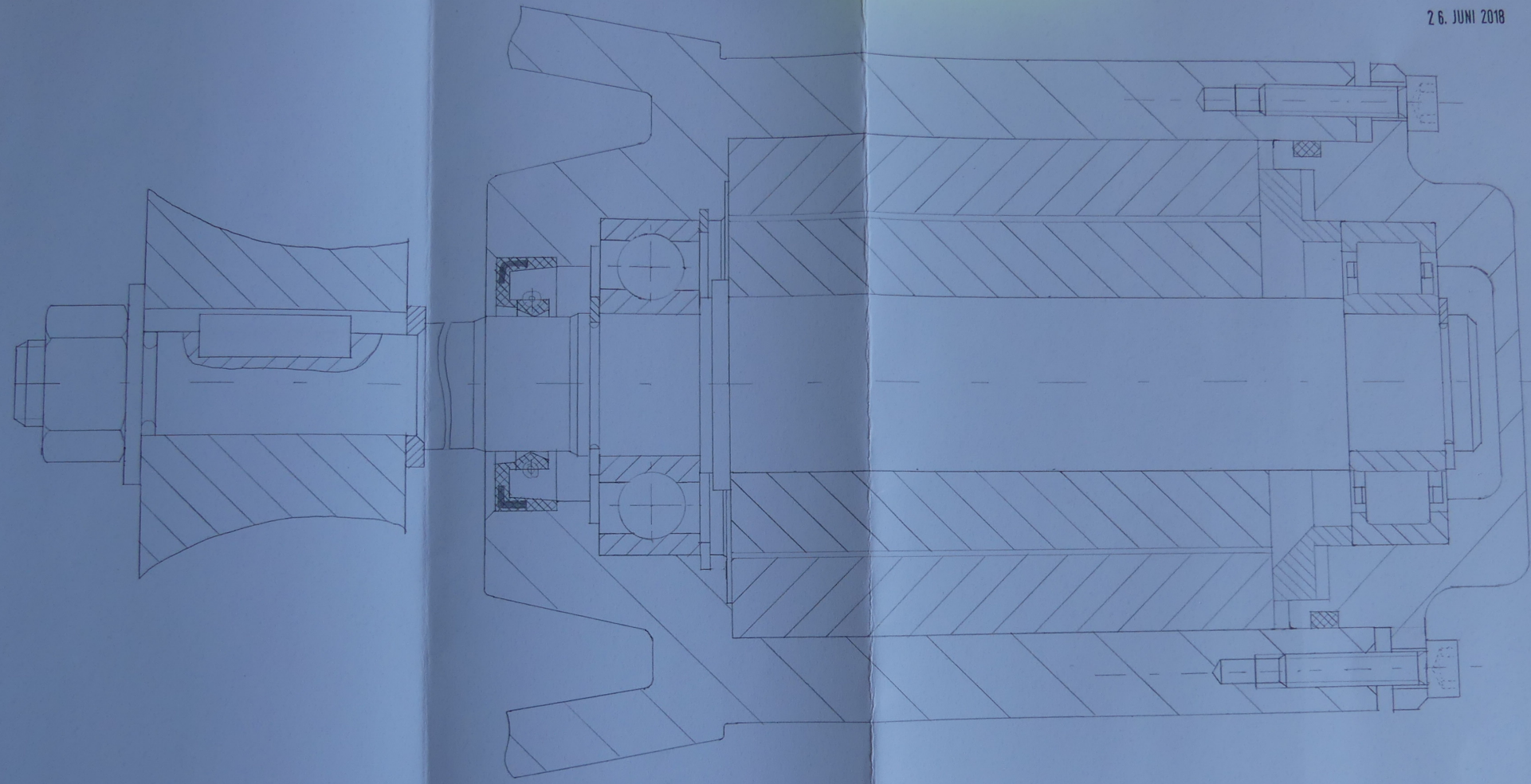
Interpolation: $Y = 1,72$

↳ $P_d = 0,58 \cdot 478,78 N + 1,72 \cdot 237,5 N = 676,62 N$

↳ $L_{H \text{ versch}} = \frac{10^6 \text{ min}}{60 \cdot 24 \cdot 60} \cdot \left(\frac{10000 N}{676,62 N} \right)^3 = 24702,91 \text{ h} > 10000 \text{ h}$

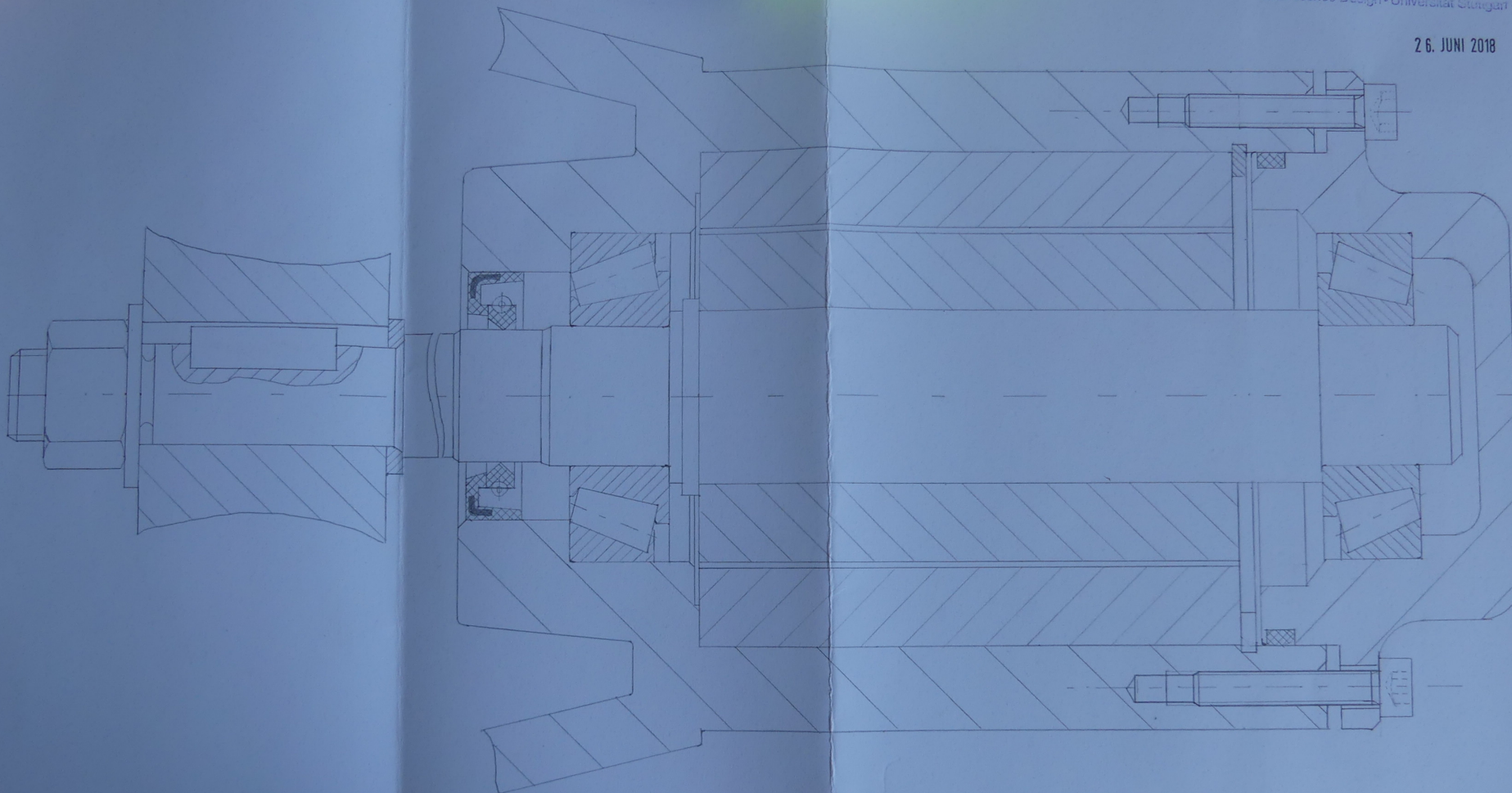
⇒ ausreichend

26. JUNI 2018



Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768-mS	Werkstückkanten ISO 13715	Maßstab 2:1	Gewicht 10,6
Verantwortliche Abtl. IKTD-TD	techn. Referenz IKTD-MD	Genehmigt von Prof. Dr.-Ing. T. Maier	
IKTD Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design Universität Stuttgart Forschungs- und Lehrgebiet Technisches Design		Dokumentenart Zusammenbezeichnung	in Bearbeitung
		Titel, zusätzlicher Titel Konstruktionsübung 5	Sachnummer K05_G01/MAK/KMT_SF18 And. Ausgabedatum Spr. Blatt 1 12.06.2018 de 1

26. JUNI 2018



Allgemeintoleranzen DIN ISO 2768-mK	Werkstückkanten ISO 13715	Maßstab 2:1	Gewicht 101
Verantwortliche Abtl. IKTD-TD	techn. Referenz IKTD-10	Genehmigt von Prof. Dr.-Ing. T. Maier	in Bearbeitung
IKTD Institut für Konstruktionstechnik und Technisches Design Universität Stuttgart Forschungs- und Lehrgebiet Technisches Design		Dokumentenart Zusammenbauzeichnung	
		Titel, zusätzlicher Titel Konstruktionsübung 5	Sachnummer K05_604/M4/KNT_SS18
		And. 4	Ausgabedatum 12.06.2018
		Spr. de	Blatt 1