



Universität Stuttgart

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. W. Ehlers

www.mechbau.uni-stuttgart.de

Ergänzung zur Vorlesung

Technische Mechanik I

Lösungen zur
Aufgabensammlung

Stand WS 2013/14

letzte Änderung: 03.09.2013

1 Grundzüge der Vektoralgebra

Aufgabe 1.1:

1. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = 3 \mathbf{e}_1 + 2 \mathbf{e}_2$, $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 2 \mathbf{e}_1 + 2 \mathbf{e}_2 + 2 \mathbf{e}_3$,
2. $|\mathbf{a}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{b}| = \sqrt{6}$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{13}$,
3. wenn $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ die gleiche Richtung haben,
4. $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ sind linear abhängig.

Aufgabe 1.2:

$$\mathbf{d} = \frac{1}{\sqrt{14}} (4 \mathbf{e}_2 + 24 \mathbf{e}_3).$$

Aufgabe 1.3:

1. $s = 0,5$,
2. $\alpha = 45^\circ$.

Aufgabe 1.4:

$$\mathbf{s} = 5 \mathbf{e}_1 + 2 \mathbf{e}_2.$$

Aufgabe 1.5:

1. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = 5 \mathbf{e}_1 + 4 \mathbf{e}_2$,
2. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c} + 3 \mathbf{d}$.

Aufgabe 1.6:

$$3 s_m, \quad 9 s_m, \quad 9 s_m, \quad s_m, \quad s_k t_k, \quad s_j s_a, \quad 3 s_k t_k.$$

Aufgabe 1.7:

1. $2 \mathbf{e}_1 + 2 \mathbf{e}_2 + 2 \mathbf{e}_3$,
2. $2 \sqrt{3}$,
3. $\alpha = 54,736^\circ$.

Aufgabe 1.8:

1. $\alpha = 45^\circ$,
2. $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ sind nicht linear abhängig.

Aufgabe 1.9:

1. $k = 5$,
2. $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ sind linear abhängig, da sie in einer Ebene liegen.

Aufgabe 1.10:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = 0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} = \alpha \mathbf{a} + \beta \mathbf{b}.$$

Aufgabe 1.11:

$$\mathbf{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{5}} (2 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2), \quad \mathbf{b}_0 = \frac{1}{\sqrt{5}} (\mathbf{e}_1 - 2 \mathbf{e}_2).$$

Aufgabe 1.12:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{u} = \mathbf{v} \times \mathbf{w} \perp \mathbf{v}.$$

3 Kräftesysteme

Aufgabe 3.1:

1. Seilkräfte vom Körper weg antragen,
2. $S_1 = (3 \text{ kN} - F)/\sqrt{2}$,
3. $|F| \leq 3 \text{ kN}$,
4. $S_1 = 1,4 \text{ kN}$, $S_2 = 2,8 \text{ kN}$.

Aufgabe 3.2:

$$S_{DA} = -\frac{7}{25} P, \quad S_{DB} = -\frac{3}{25} \sqrt{11} P, \quad S_{DC} = -\frac{1}{\sqrt{5}} P.$$

Aufgabe 3.3:

1. $S_{BC} = G \{ \cos 60^\circ - \cos (\alpha + 30^\circ) \}$,
2. $\alpha^* = 30^\circ$,
3. $S_{BC} < 0$ (Druckkraft) $\Rightarrow$ Ausleger dreht nach links in eine neue Gleichgewichtslage, da Seile keine Druckkräfte aufnehmen können.

Aufgabe 3.4:

$$S_{\text{links}} = \frac{2G}{\sqrt{3}}, \quad S_{\text{rechts}} = \frac{G}{\sqrt{3}}.$$

Aufgabe 3.5:

1. $\alpha_1 = 50,96^\circ, \quad \alpha_2 = 129,04^\circ$,
2. zwei,
3. $R_1 = 7,85 \text{ kN}, \quad R_2 = 4,07 \text{ kN}$,
4. $F_{3\min} = 2,33 \text{ kN}$.

Aufgabe 3.6:

1. $S_{CA} = (\sqrt{3} - 1)V, \quad S_{CB} = (\sqrt{3} - 1)V$,
2. $\frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{V}{H} < \sqrt{3}$.

Aufgabe 3.7:

1. $R = 2,83 \text{ kN}$ (nach Oben positiv).

Aufgabe 3.8:

$$A = \frac{3}{2}mg, \quad S = \frac{mg}{2\sqrt{3}}.$$

Aufgabe 3.9:

$$\tan \beta = \frac{2}{3} \Rightarrow \beta = 33,69^\circ, \quad S_1 = S_2 = 10\sqrt{117} \text{ kN}, \quad S_{AB} = -233,75 \text{ kN}.$$

Aufgabe 3.10:

1. $D = 2 \text{ kN}$,
2. $A = -3\sqrt{2} \text{ kN}, \quad B = -\sqrt{2} \text{ kN}$.

Aufgabe 3.11:

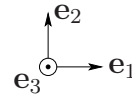
$$1. \mathbf{R} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 + \mathbf{P} + \mathbf{G},$$

$$\mathbf{M}_A = -\left(\frac{\sqrt{3}a}{2} S_3 + \frac{a}{4} P + \frac{a}{2} G\right) \mathbf{e}_3,$$

$$\mathbf{M}_B = -\left(\frac{\sqrt{3}a}{2} S_1 + \frac{3a}{4} P - \frac{a}{2} G\right) \mathbf{e}_3,$$

$$\mathbf{M}_C = -\left(\frac{\sqrt{3}a}{2} S_2 - \frac{a}{4} P\right) \mathbf{e}_3,$$

$$2. S_1 = S_3 = -\frac{2}{\sqrt{3}} G, \quad S_2 = \frac{G}{\sqrt{3}}.$$

**Aufgabe 3.12:**

$$1. R = 50 \text{ kN (nach Oben positiv)}, \quad x = 5,8 \text{ m (horizontaler Abstand zu A)},$$

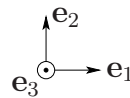
$$2. A_V = 32,9 \text{ kN}, \quad A_H = 0 \text{ kN}, \quad B = -82,9 \text{ kN}.$$

Aufgabe 3.13:

$$\mathbf{R} = 2,4 \text{ kN } \mathbf{e}_1 + 0,87 \text{ kN } \mathbf{e}_2,$$

$$\mathbf{M}_A = -8,95 \text{ kNm } \mathbf{e}_3,$$

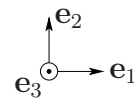
$$\mathbf{M}_B = -11,55 \text{ kNm } \mathbf{e}_3.$$

**Aufgabe 3.14:**

$$1. \text{ Reduktion im Schwerpunkt:}$$

$$\mathbf{R} = 2,414 \text{ kN } \mathbf{e}_1 - 2,05 \text{ kN } \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{M}_S = 4,928 \text{ kNm } \mathbf{e}_3,$$

$$2. K_1 = -2,4 \text{ kN}, \quad K_2 = 1,1 \text{ kN}, \quad K_3 = 1,0 \text{ kN}.$$

**Aufgabe 3.15:**

$$1. \mathbf{R} = \left(G - \frac{K+P}{\sqrt{2}}\right) \mathbf{e}_1 - \frac{K}{\sqrt{2}} \mathbf{e}_2 - \frac{P}{\sqrt{2}} \mathbf{e}_3,$$

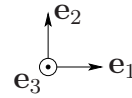
$$\mathbf{M}_0 = Ga \mathbf{e}_2 + \left(\frac{Ka}{\sqrt{2}} - 2Ga\right) \mathbf{e}_3,$$

$$\mathbf{M}_B = -\frac{Ka}{\sqrt{2}} \mathbf{e}_1 + \frac{Ka+Pa}{\sqrt{2}} \mathbf{e}_2 + \left(\frac{Ka}{\sqrt{2}} - 2Ga\right) \mathbf{e}_3.$$

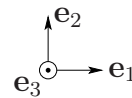
$$2. \mathbf{M}_B + \mathbf{r}_B \times \mathbf{R} = \mathbf{M}_0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{r}_B = a \mathbf{e}_3.$$

Aufgabe 3.16:

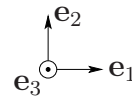
1. Auflagerkräfte zum Körper hin,
2. $\mathbf{e}_B = -\frac{1}{\sqrt{10}} \mathbf{e}_1 + \frac{3}{\sqrt{10}} \mathbf{e}_2$,
3. $A = 2 \text{ kN}$, $B = 2\sqrt{10} \text{ kN}$.

**Aufgabe 3.17:**

1. $\mathbf{e}_B = \frac{2}{\sqrt{7}} \mathbf{e}_1 + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \mathbf{e}_2$,
2. $A = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ kN}$, $B = \frac{\sqrt{7}}{2} \text{ kN}$.

**Aufgabe 3.18:**

1. $\mathbf{R} = \left(\frac{P}{\sqrt{2}} + F\right) \mathbf{e}_1 - \left(\frac{P}{\sqrt{2}} + G\right) \mathbf{e}_2$,
 $\mathbf{M}_A = \left(\frac{Ga}{3} - \frac{Pa}{\sqrt{2}} - \frac{Fa}{3}\right) \mathbf{e}_3$,
2. $F = 3 \text{ kN}$.

**Aufgabe 3.19:**

1. Vollständiges Freischneiden der Rolle und anschließendes Aufstellen der Gleichgewichtsrelationen zeigt die Unabhängigkeit der Rollenlagerkräfte von r ,
2. $\alpha_1^* = 0^\circ$, $\alpha_2^* = 90^\circ$.

Aufgabe 3.20:

1. $A = \frac{3}{4 \cos \alpha - 2 \sin \alpha} P$, $B = \frac{5 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{4 \cos \alpha - 2 \sin \alpha} P$, $C = \frac{4 \cos \alpha + \sin \alpha}{4 \cos \alpha - 2 \sin \alpha} P$,
 $A(\alpha = 30^\circ) = 12,17 \text{ kN}$, $B(\alpha = 30^\circ) = 9,46 \text{ kN}$, $C(\alpha = 30^\circ) = 16,09 \text{ kN}$,
2. $\alpha^* = 63,43^\circ$.

Aufgabe 3.21:

1. $\mathbf{R} = P_2 \mathbf{e}_1 - P_3 \mathbf{e}_2 - P_1 \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{M}_A = -P_1 l \mathbf{e}_1 + (P_1 l - P_2 l) \mathbf{e}_2 - P_3 l \mathbf{e}_3,$
2. $\mathbf{r}_{CA} = -\frac{l}{3} \mathbf{e}_1 - \frac{2l}{3} \mathbf{e}_2 + \frac{l}{3} \mathbf{e}_3,$
3. Ja, ist möglich.

Aufgabe 3.22:

1. $\mathbf{R} = 1 \text{ kN } \mathbf{e}_1 - 5 \text{ kN } \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{M}_A = -2x \text{ kN } \mathbf{e}_3,$
2. $x = 0 \text{ m},$
3. die Resultierende geht durch $A \Rightarrow M_A = 0.$

Aufgabe 3.23:

$$A = 4,3 \text{ kN}, \quad B_V = 4,3 \text{ kN}, \quad B_H = -1,5 \text{ kN}.$$

Aufgabe 3.24:

1. $\mathbf{R} = -12 \text{ kN } \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{M}_C = (0,9 \text{ m} - 3x) \text{ kN } \mathbf{e}_3,$
2. $x = 0,3 \text{ m}, \quad \mathbf{R} = -12 \text{ kN } \mathbf{e}_2.$

Aufgabe 3.25:

$$A = 0,5 \text{ kN}, \quad B_V = 6,5 \text{ kN}, \quad B_H = -1 \text{ kN}.$$

Aufgabe 3.26:

$$A_V = 4 \text{ kN}, \quad A_H = 9 \text{ kN}, \quad B_V = 6 \text{ kN}, \quad B_H = 9 \text{ kN}.$$

Aufgabe 3.27:

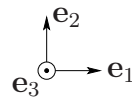
1. $\mathbf{R} = \left(K - \frac{2P}{3}\right) \mathbf{e}_1 + \left(\frac{2P}{3} - F\right) \mathbf{e}_2 - \frac{P}{3} \mathbf{e}_3,$
 $\mathbf{M}_0 = -\frac{2Pa}{3} \mathbf{e}_1 + Ka \mathbf{e}_2 + \left(\frac{4Pa}{3} - 2Ka - 2Fa\right) \mathbf{e}_3,$
 $\mathbf{M}_A = -Fa \mathbf{e}_1 - 2Ka \mathbf{e}_3,$
2. $\mathbf{M}_A + \mathbf{r}_A \times \mathbf{R} = \mathbf{M}_0.$

Aufgabe 3.28:

1. Alle Lagerkräfte positiv zum Tragwerk hin,
2. $A_V = \frac{2}{3} \text{ kN}$, $A_H = -6 \text{ kN}$, $B = \frac{10}{3} \text{ kN}$,
3. $R = 0$.

Aufgabe 3.29:

1. $A_V = A_H = B_V = 0$,
2. $\mathbf{A} = 1 \text{ kN } \mathbf{e}_1 + \frac{5}{4} \text{ kN } \mathbf{e}_2$, $\mathbf{B} = -\frac{1}{4} \text{ kN } \mathbf{e}_2$.

**Aufgabe 3.30:**

1. $P_1: A = 0 \text{ kN}$, $B = 5 \text{ kN}$, $M_B = -5 \text{ kNm}$,
 $P_2: A = 3 \text{ kN}$, $B = 3 \text{ kN}$, $M_B = 3 \text{ kNm}$,
 $P_3: A = 3 \text{ kN}$, $B = 0 \text{ kN}$, $M_B = 6 \text{ kNm}$,
 $M: A = 0 \text{ kN}$, $B = 0 \text{ kN}$, $M_B = -6 \text{ kNm}$,
2. $\sum A = 6 \text{ kN}$, $B = 8 \text{ kN}$, $M_B = -2 \text{ kNm}$.

Aufgabe 3.31:

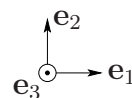
$$\mathbf{A} = G \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{M}_A = Gl (\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2).$$

Aufgabe 3.32:

1. $\mathbf{R} = -5 P \mathbf{e}_3$, $\mathbf{M}_0 = -Pa \mathbf{e}_1$,
2. $\mathbf{r}_{B0} = -\frac{a}{5} \mathbf{e}_2$, $\mathbf{M}_B = \mathbf{0}$,
3. $\mathbf{r}(s) = \frac{a}{5} \mathbf{e}_2 + s \mathbf{e}_3$, $\forall s \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3.33:

1. Reduktion im Ursprung des Koordinatensystems am linken Balkenende:
 $\mathbf{R} = -2 \text{ kN } \mathbf{e}_1 - 4 \text{ kN } \mathbf{e}_2$, $\mathbf{M}_A = -2 \text{ kNm } \mathbf{e}_3$,
 Wirkungslinie: $x_2 = 2x_1 - 1 \text{ m}$.



Aufgabe 3.34:

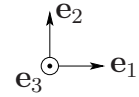
$$R = 20,73 \text{ kN}, \quad \alpha = -69,49^\circ \quad (\text{Winkel zur Horizontalen}).$$

Aufgabe 3.35:

1. Koordinatensystem in Punkt A:

$$\mathbf{r}_{0C} = -7a \mathbf{e}_2, \quad R \approx 4,2 \text{ kN},$$

2. $\mathbf{R} = -4,2 \text{ kN} (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2), \quad \mathbf{M}_A = -27 \text{ kNm } \mathbf{e}_3.$

**Aufgabe 3.36:**

$$1. \quad K_{\text{links}} = -\frac{G \cos \beta}{\cos \gamma \sin \beta - \sin \gamma \cos \beta},$$

$$K_{\text{rechts}} = \frac{1}{2} \frac{G \cos \gamma}{\cos \gamma \sin \beta - \sin \gamma \cos \beta} - G \sin \alpha,$$

$$K_{\text{unten}} = -\frac{G \cos \gamma}{\cos \gamma \sin \beta - \sin \gamma \cos \beta}$$

$$\text{mit } \beta = 60^\circ - \alpha, \quad \gamma = 60^\circ - \alpha.$$

Aufgabe 3.37:

$$A = -\frac{2}{\sqrt{3}} G, \quad B = \frac{1}{\sqrt{3}} G, \quad C = -\frac{2}{\sqrt{3}} G.$$

4 Schwerpunkt

Aufgabe 4.1:

$$x_{1F} = \frac{2R}{3\beta} \sin \beta, \quad x_{2F} = \frac{2R}{3\beta} (1 - \cos \beta).$$

Aufgabe 4.2:

$$\mathbf{x}_F = \frac{h}{4} \mathbf{e}_3.$$

Aufgabe 4.3:

$$x_{1F} = 8a, \quad x_{2F} = \frac{28}{24 - 3\pi} a.$$

Aufgabe 4.4:

$$x_{1F} = \frac{2}{3}a, \quad x_{2F} = \frac{1}{3}b.$$

Aufgabe 4.5:

$$\mathbf{x}_F = \frac{4r_0}{3\pi} \mathbf{e}_2.$$

Aufgabe 4.6:

$$x_{1F} = x_{2F} = \frac{19}{21}a.$$

Aufgabe 4.7:

$$\mathbf{x}_F = \frac{3}{5}b \mathbf{e}_2.$$

Aufgabe 4.8:

1. dickwandig: $x_{1F} = \frac{15a^2 + ah - 3h^2}{16a - 6h}, \quad x_{2F} = \frac{a^2 + 3ah - 3h^2}{16a - 6h},$

2. dünnwandig: $x_{1F} = \frac{15}{16}a, \quad x_{2F} = \frac{1}{16}a.$

Aufgabe 4.9:

1. $x_{1F} = 89,96 \text{ mm}, \quad x_{2F} = 80,40 \text{ mm},$

2. $F_1 = \frac{0,04}{89,86} = 0,04\%, \quad F_2 = \frac{0,40}{80,40} = 0,50\%.$

Aufgabe 4.10:

$$x_{1F} = \frac{12}{25}, \quad x_{2F} = \frac{3}{7}.$$

5 Verschieblichkeitsuntersuchungen

Aufgabe 5.1:

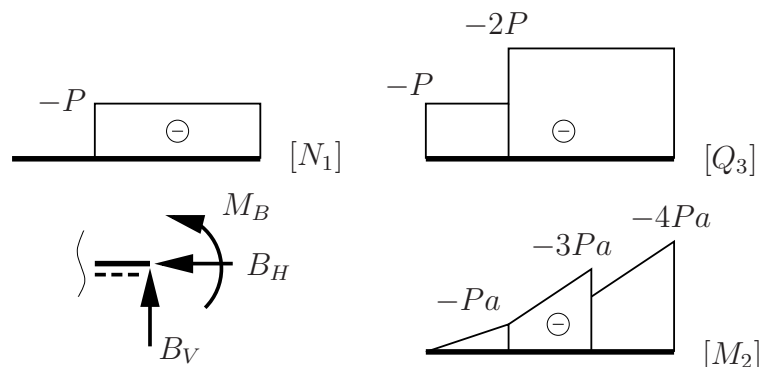
Von links nach rechts:

1. $f = 0$ infinitesimal beweglich daher unbrauchbar,
2. $f = -1$ 1-fach statisch unbestimmt und brauchbar,
3. $f = 0$ verschieblich und unbrauchbar,
4. $f = -1$ 1-fach statisch unbestimmt und brauchbar,
5. $f = 1$ verschieblich und unbrauchbar,
6. $f = 0$ statisch bestimmt und brauchbar,
7. $f = 0$ statisch bestimmt und brauchbar,
8. $f = 0$ statisch bestimmt und brauchbar.

6 Auflagerreaktionen und Schnittgrößen

Aufgabe 6.1:

$$\begin{aligned} B_H &= P, \\ B_V &= 2P, \\ M_B &= -4Pa. \end{aligned}$$



Aufgabe 6.2:

Bereich I: $0 \leq x_1 \leq \frac{l}{2}$

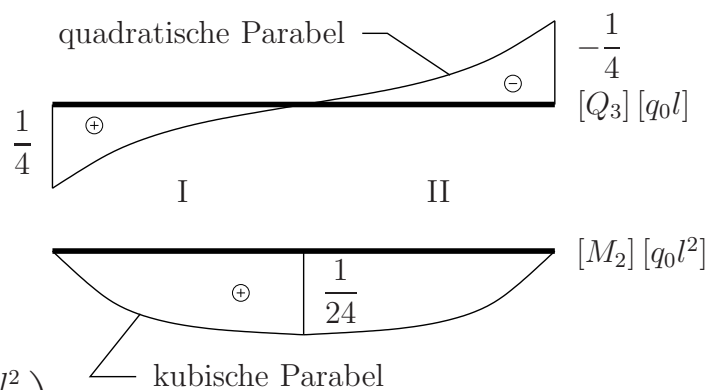
$$Q_3 = q_0 \left(\frac{x_1^2}{l} - x_1 + \frac{l}{4} \right),$$

$$M_2 = q_0 \left(\frac{x_1^3}{3l} - \frac{x_1^2}{2} + \frac{l}{4} x_1 \right).$$

Bereich II: $\frac{l}{2} \leq x_1 \leq l$

$$Q_3 = -q_0 \left(\frac{x_1^2}{l} - x_1 + \frac{l}{4} \right),$$

$$M_2 = -q_0 \left(\frac{x_1^3}{3l} - \frac{x_1^2}{2} + \frac{l}{4} x_1 - \frac{l^2}{12} \right).$$



Aufgabe 6.3:

Von links nach rechts:

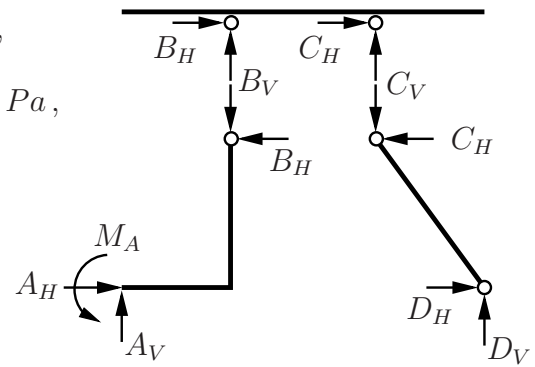
- 1.
- $f = 0$
- statisch bestimmt und brauchbar,

$$A_V = \frac{7}{4}P, \quad A_H = -\frac{9}{16}P, \quad M_A = \frac{15}{2}Pa,$$

$$B_V = \frac{7}{4}P, \quad B_H = -\frac{9}{16}P,$$

$$C_V = -\frac{3}{4}P, \quad C_H = \frac{9}{16}P,$$

$$D_V = -\frac{3}{4}P, \quad D_H = \frac{9}{16}P,$$



- 2.
- $f = -2$
- 2-fach statisch unbestimmt und brauchbar,

- 3.
- $f = -1$
- 1-fach statisch unbestimmt und brauchbar,

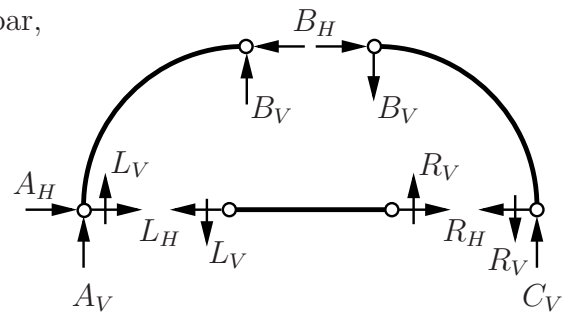
- 4.
- $f = 0$
- statisch bestimmt und brauchbar,

$$A_V = P, \quad A_H = 0, \quad C_V = P,$$

$$B_V = 0, \quad B_H = P/2,$$

$$L_V = 0, \quad L_H = P/2,$$

$$R_V = 0, \quad R_H = P/2,$$

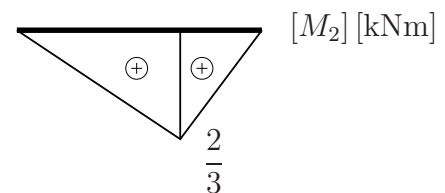
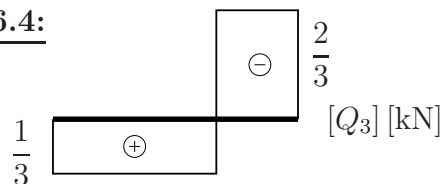


- 5.
- $f = 1$
- kinematisch und unbrauchbar,

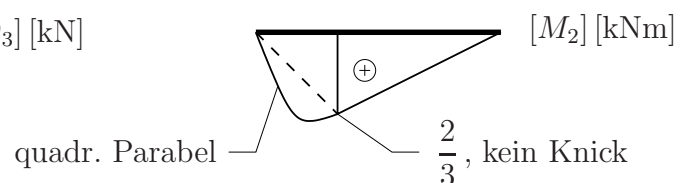
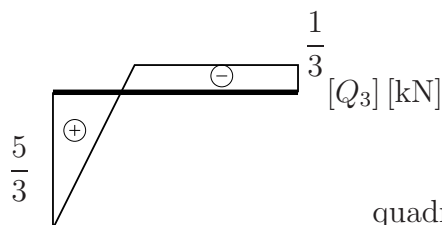
- 6.
- $f = -2$
- 2-fach statisch unbestimmt und brauchbar.

Aufgabe 6.4:

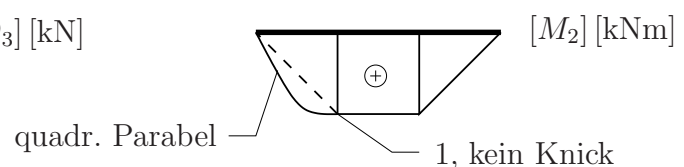
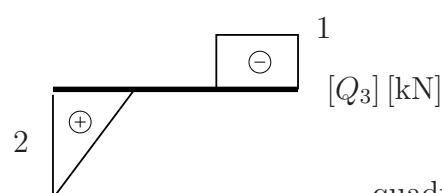
- 1.



- 2.

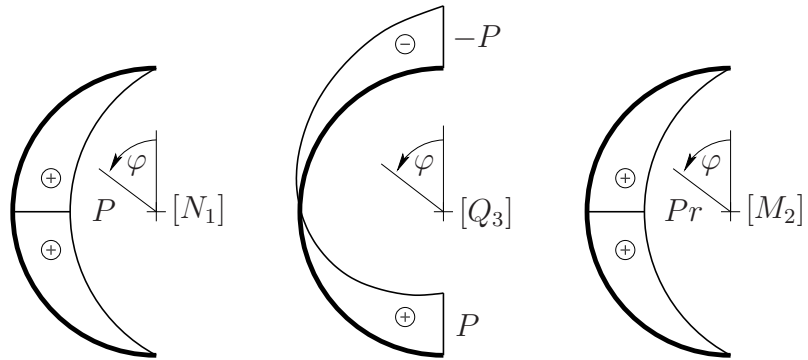
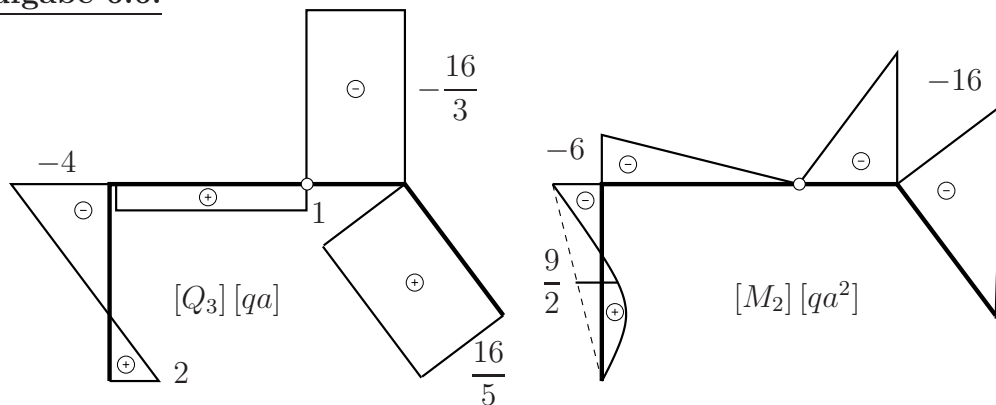


- 3.

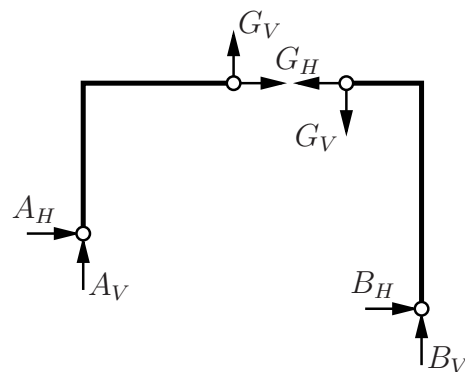


Aufgabe 6.5:

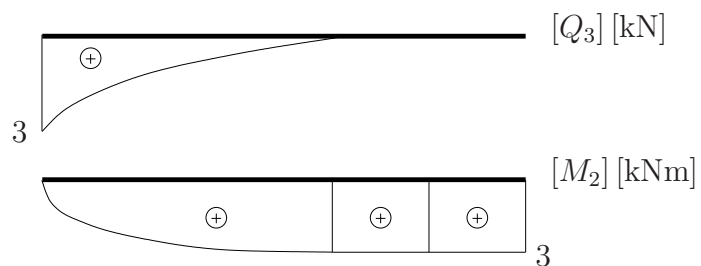
$$\begin{aligned} N_1 &= \sin \varphi P, \\ Q_3 &= -\cos \varphi P, \\ M_2 &= r \sin \varphi P. \end{aligned}$$

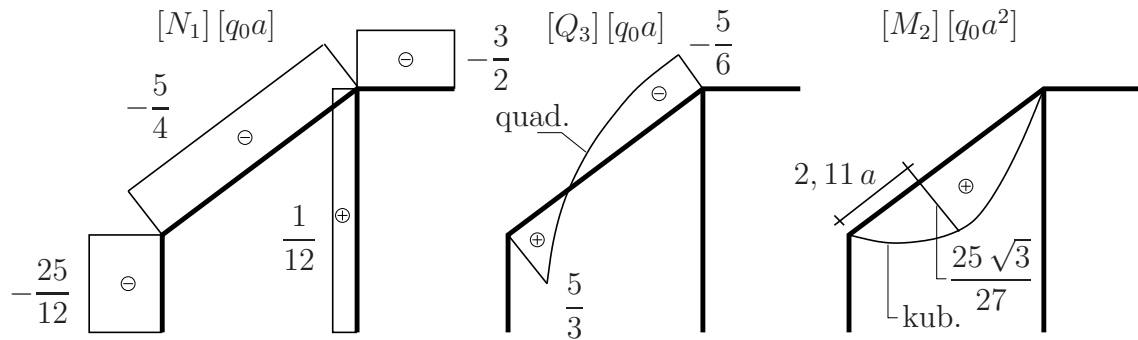

Aufgabe 6.6:

Aufgabe 6.7:

$$\begin{aligned} A_V &= \frac{5}{4} P, & A_H &= -\frac{3}{4} P, \\ B_V &= \frac{7}{4} P, & B_H &= \frac{3}{4} P, \\ G_V &= \frac{3}{4} P, & G_H &= -\frac{5}{4} P. \end{aligned}$$


Aufgabe 6.8:

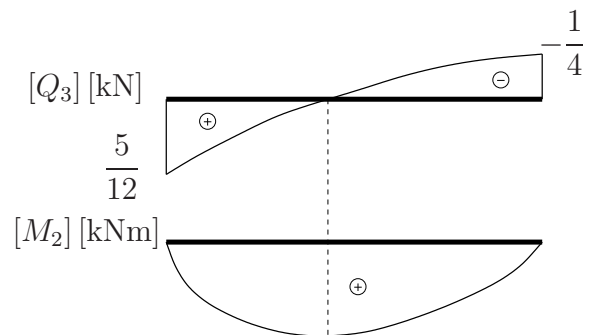
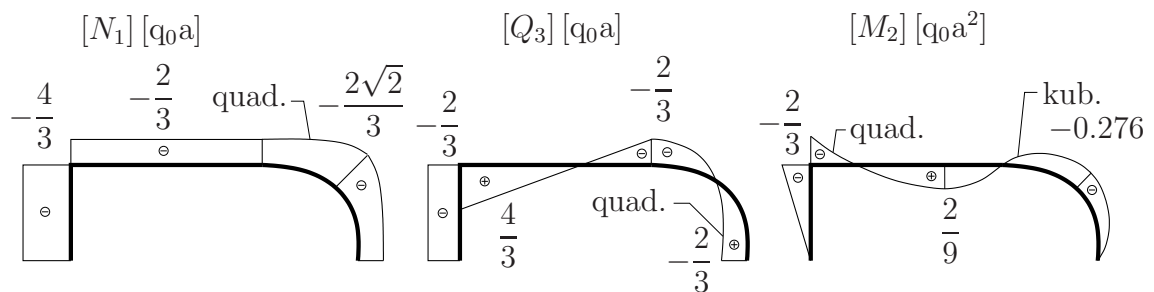
$$M_C = -3 \text{ kNm}.$$



Aufgabe 6.9:

Aufgabe 6.10:

$$Q_3(x) = \frac{1}{3l^2} q_0 x^3 - q_0 x + \frac{5l}{12} q_0,$$

$$M_2(x) = \frac{q_0 l^2}{12} \left[\left(\frac{x}{l} \right)^4 - 6 q_0 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + 5 \frac{x}{l} \right].$$


Aufgabe 6.11:


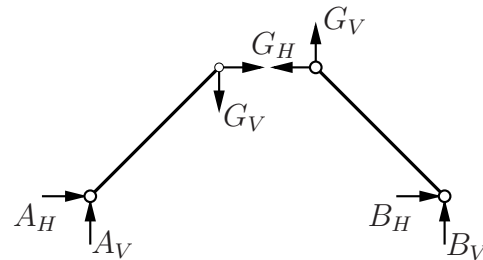
Aufgabe 6.12:

 1. $f = 0$, jedoch für $\alpha = 0$ infinitesimal beweglich,

$$2. \quad A_H = \frac{1}{4} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} P, \quad A_V = \frac{1}{4} P,$$

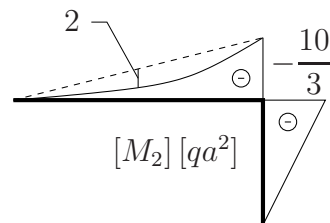
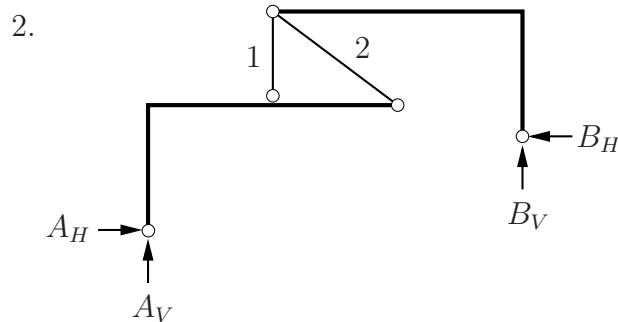
$$B_H = -\frac{1}{4} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} P, \quad B_V = \frac{3}{4} P,$$

$$G_H = -\frac{1}{4} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} P, \quad G_V = \frac{1}{4} P.$$

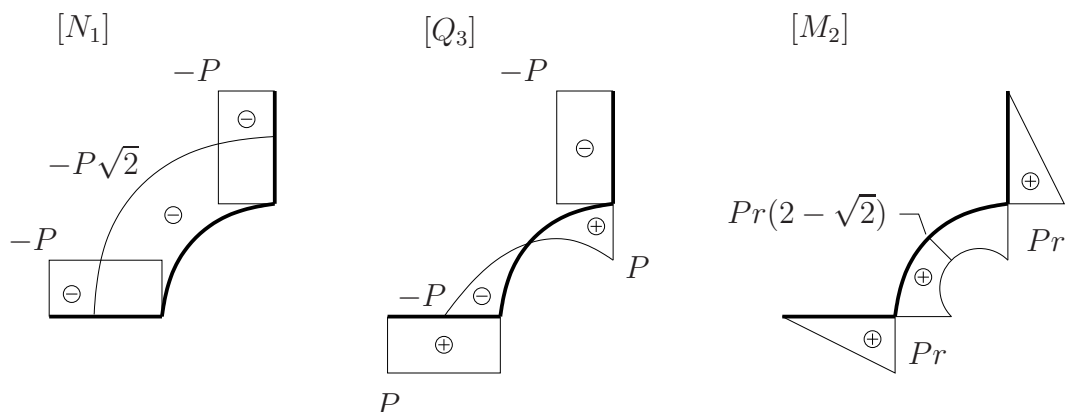

Aufgabe 6.13:

$$1. \quad A_V = \frac{14}{9} qa - \frac{7}{18} P, \quad A_H = \frac{8}{9} qa - \frac{2}{9} P, \quad S_1 = -\frac{20}{9} qa + \frac{5}{9} P,$$

$$B_V = \frac{22}{9} qa + \frac{7}{18} P, \quad B_H = \frac{8}{9} qa + \frac{7}{9} P, \quad S_2 = \frac{10}{9} qa - \frac{5}{18} P,$$

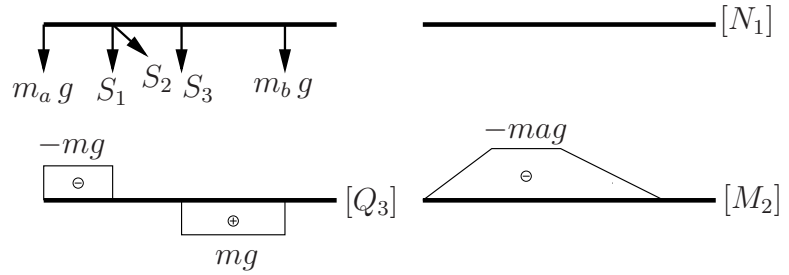


$$3. \quad \frac{P}{qa} = 4, \quad M_C = -8 qa.$$

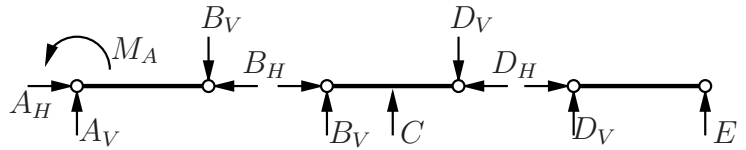
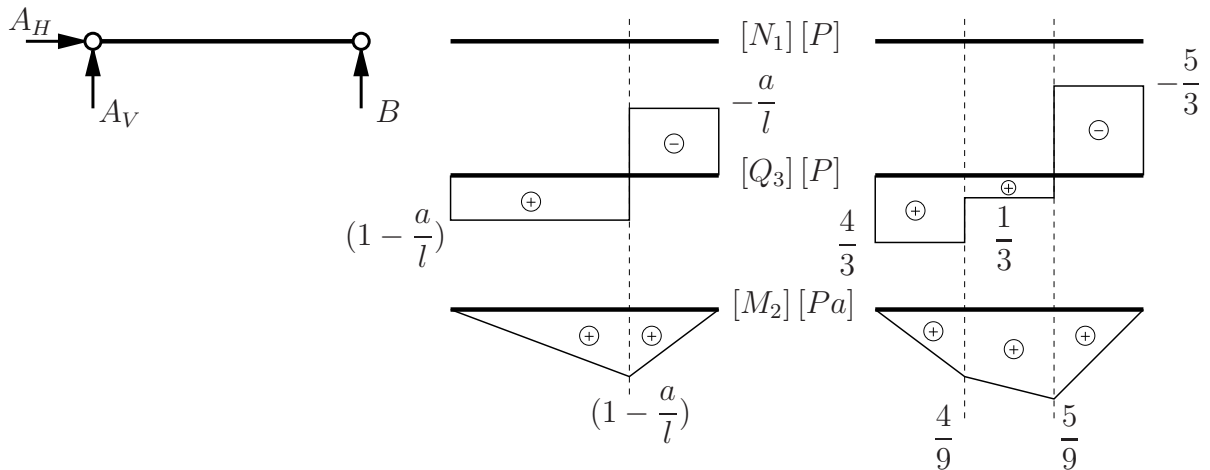
Aufgabe 6.14:


Aufgabe 6.15:

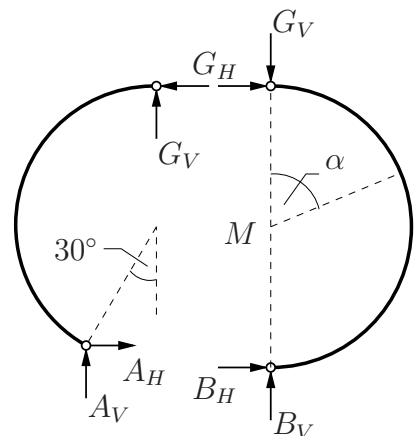
$$\begin{aligned} S_1 &= -2m_a g + \frac{b}{a} m_b g, \\ S_2 &= 0, \\ S_3 &= m_a g - \left(1 + \frac{b}{a}\right) m_b g. \end{aligned}$$


Aufgabe 6.16:

$$\begin{aligned} A_V &= 2 \text{ kN}, & A_H &= 7 \text{ kN}, \\ B_V &= -5 \text{ kN}, & B_H &= 0 \text{ kN}, \\ C &= 10 \text{ kN}, & M_A &= 16 \text{ kNm}, \\ D_V &= 5 \text{ kN}, & D_H &= 0 \text{ kN}, \\ E &= 5 \text{ kN}. \end{aligned}$$

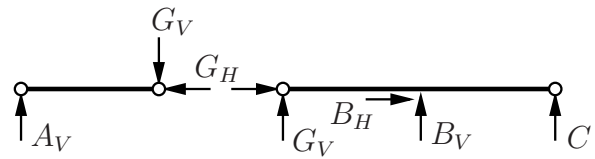

Aufgabe 6.17:

Aufgabe 6.18:

$$\begin{aligned} A_H &= \frac{P}{2} \sin \alpha, & A_V &= \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) P \sin \alpha, \\ B_H &= \frac{P}{2} \sin \alpha, & B_V &= P \left[\cos \alpha - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \sin \alpha \right], \\ G_H &= -\frac{P}{2} \sin \alpha, & G_V &= -\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) P \sin \alpha. \end{aligned}$$

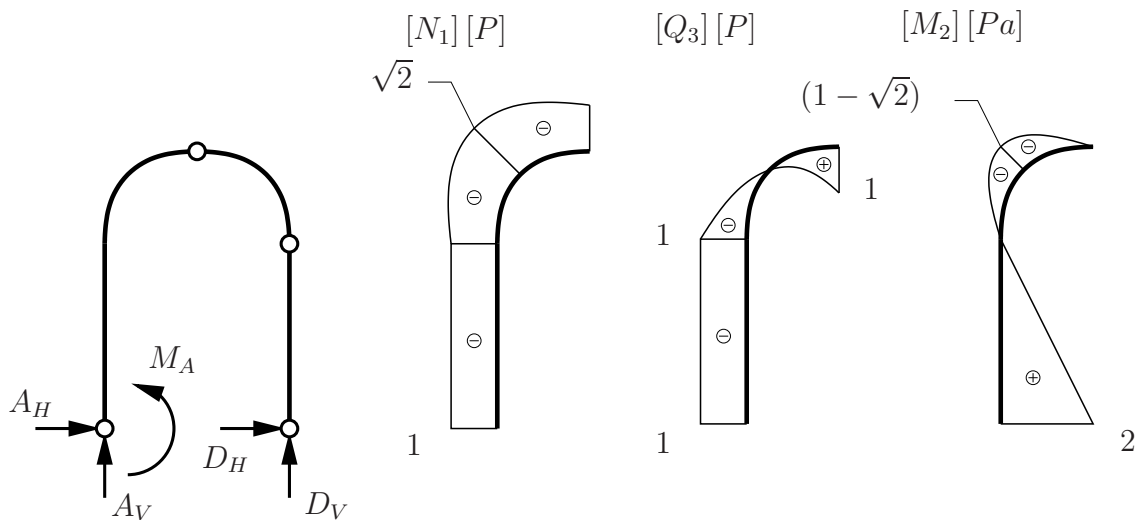


Aufgabe 6.19:

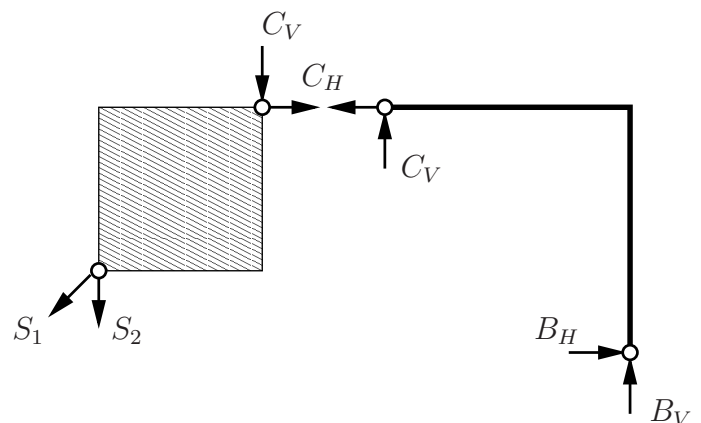
$$\begin{aligned}
 A_V &= \frac{P}{2\sqrt{2}}, & B_H &= -\frac{P}{\sqrt{2}}, \\
 B_V &= \frac{1}{3}q_0 a + \frac{P}{\sqrt{2}}, & G_H &= -\frac{P}{\sqrt{2}}, \\
 G_V &= -\frac{P}{2\sqrt{2}} & C &= -\frac{P}{2\sqrt{2}} + \frac{2}{3}q_0 a.
 \end{aligned}$$


Aufgabe 6.20:

$$A_V = qa, \quad A_H = qa, \quad M_A = -2qa^2, \quad D_V = qa, \quad D_H = qa.$$


Aufgabe 6.21:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= -30\sqrt{2} \text{ kN}, & S_2 &= -20 \text{ kN}, \\
 B_V &= 30 \text{ kN}, & B_H &= 10 \text{ kN}, \\
 C_V &= 10 \text{ kN}, & C_H &= -30 \text{ kN}.
 \end{aligned}$$



7 Ebene Fachwerke

Aufgabe 7.1:

$$A_V = 0, \quad A_H = -P, \quad B_V = P,$$

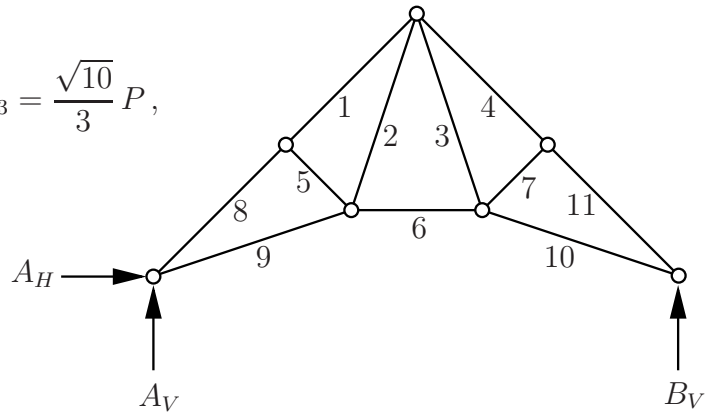
$$S_1 = -\sqrt{2}P, \quad S_2 = \frac{\sqrt{10}}{3}P, \quad S_3 = \frac{\sqrt{10}}{3}P,$$

$$S_4 = -\sqrt{2}P, \quad S_5 = -\frac{\sqrt{2}}{2}P,$$

$$S_6 = \frac{2}{3}P, \quad S_7 = -\frac{\sqrt{2}}{2}P,$$

$$S_8 = -\frac{\sqrt{2}}{2}P, \quad S_9 = \frac{\sqrt{10}}{2}P,$$

$$S_{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}P, \quad S_{11} = -\frac{3}{\sqrt{2}}P.$$



Aufgabe 7.2:

$$S_1 = -P, \quad S_2 = 0, \quad S_3 = P,$$

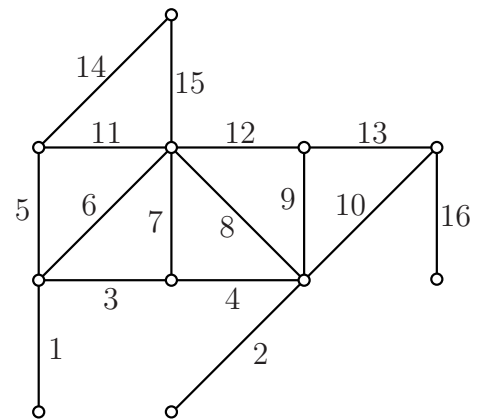
$$S_4 = P, \quad S_5 = 0, \quad S_6 = -\sqrt{2}P,$$

$$S_7 = 0, \quad S_8 = 0, \quad S_9 = -P,$$

$$S_{10} = \sqrt{2}P, \quad S_{11} = 0, \quad S_{12} = -P,$$

$$S_{13} = -P, \quad S_{14} = 0, \quad S_{15} = -P,$$

$$S_{16} = -2P.$$



Aufgabe 7.3:

$$S_1 = 16,08 \text{ kN}, \quad S_{10} = -23,1 \text{ kN}, \quad S_{11} = 23,1 \text{ kN},$$

$$S_{14} = -4,53 \text{ kN}, \quad S_{15} = -27,6 \text{ kN}.$$

Aufgabe 7.4:

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = S_7 = S_{10} = S_{11} = S_{13} = S_{14} = 0,$$

$$S_8 = P, \quad S_9 = S_{12} = S_{15} = -\sqrt{2}P.$$

8 Reibung

Aufgabe 8.1:

1. $P = \frac{2}{5} \mu_H G,$
2. $x < 2a \left(\frac{\mu_G}{\mu_H} + 1 \right).$

Aufgabe 8.2:

1. $\mu_H \geq \frac{|R_B|}{|N_B|} \approx 0,717,$
2. Kein Kippen $\longrightarrow N_B \geq 0,$
 $\cot \alpha \geq \frac{1}{2} \cot \beta \iff 2,75 \geq 1,87 \quad \text{q.e.d.}$

Aufgabe 8.3:

$$|x| \leq \frac{l(G_B + G_M)(e^{\mu_H \pi} - 1)}{G_M(e^{\mu_H \pi} + 1)}.$$

Aufgabe 8.4:

1. $P = \frac{(1 + \sqrt{2})R + h}{\sqrt{2}l(e^{3\mu_H/4\pi} - 1)} \frac{r}{R} G,$
2. $A_H = \frac{G}{\sqrt{2}(e^{3\mu_H/4\pi} - 1)} \frac{r}{R}, \quad A_V = P - \frac{r}{R} G \frac{e^{3\mu_H/4\pi} + 1/\sqrt{2}}{(e^{3\mu_H/4\pi} - 1)},$
 $B_H = \frac{G}{\sqrt{2}(e^{-3\mu_H/4\pi} - 1)} \frac{r}{R}, \quad B_V = G + \frac{r}{R} G \frac{e^{3\mu_H/4\pi} + 1/\sqrt{2}}{(e^{3\mu_H/4\pi} - 1)}.$

Aufgabe 8.5:

1. $\frac{4G \sin \alpha}{\frac{3}{2} - 3 \sin \alpha} \leq P \leq \frac{4G \sin \alpha}{\frac{1}{2} - \sin \alpha} \iff 0,709 P \leq P \leq 2,128 P,$
2. Die Haftreibungsbedingung ist erfüllt.

Aufgabe 8.6:

$$x = 0,5 a.$$

Aufgabe 8.7:

$$\mu_s \geq \frac{2}{\pi} \ln 2 \approx 0,4413, \quad \mu_z \geq \frac{Q}{2(G+Q)} \quad \text{für } Q \rightarrow \infty : \quad \mu_z \geq 0,5.$$

Aufgabe 8.8:

$$1. \quad F < \frac{\mu_H G}{\sqrt{2} - \mu_H},$$

$$2. \quad R = \frac{G}{2}.$$

Aufgabe 8.9:

$$1. \quad P = \frac{G R \sin \alpha + Q (r + R \sin \alpha)}{r - R \sin \alpha}, \quad N = \frac{G + 2 Q}{r - R \sin \alpha} r \cos \alpha,$$

$$R_H = \frac{G + 2 Q}{r - R \sin \alpha} r \sin \alpha,$$

$$2. \quad \alpha_{\max} = \arctan \mu_W,$$

$$3. \quad \mu_Z \geq \frac{1}{\pi} \ln \frac{G R \sin \alpha + Q (r + R \sin \alpha)}{Q (r - R \sin \alpha)}.$$

9 Seilstatik**Aufgabe 9.1:**

$$0,46 \frac{G}{a} \leq q \leq \frac{G}{a}.$$

Aufgabe 9.2:

1. $x_3(x_1) = \left(\frac{\Delta h}{l} + \frac{q_0 l}{2H} \right) x_1 - \frac{q_0}{2H} x_1^2$ mit: $\Delta h = h_A - h_B$,
2. Abstand: $\min x_3(H) = h_A - \frac{H}{2q_0} \left(\frac{\Delta h}{l} + \frac{q_0 l}{2H} \right)^2$, Ort: $x_{1m} = \left(\frac{\Delta h}{l} + \frac{q_0 l}{2H} \right) \frac{H}{q_0}$,
3. $\max S = H \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta h}{l} + \frac{q_0 l}{2H} \right)^2}$,
4. $l_0 = -\frac{H}{2q_0} \left[\left(\frac{\Delta h}{l} - \frac{q_0 l}{2H} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta h}{l} - \frac{q_0 l}{2H} \right)^2} + \operatorname{arsinh} \left(\frac{\Delta h}{l} - \frac{q_0 l}{2H} \right) - \left(\frac{\Delta h}{l} + \frac{q_0 l}{2H} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta h}{l} + \frac{q_0 l}{2H} \right)^2} - \operatorname{arsinh} \left(\frac{\Delta h}{l} + \frac{q_0 l}{2H} \right) \right]$.

Aufgabe 9.3:

$$S_{max} = \sqrt{2} q_0 l.$$

Aufgabe 9.4:

1. $x_3^I(x_1) = -\frac{q_1}{2H} x_1^2 + C_1 x_1 + C_2$, $x_3^{II}(x_1) = -\frac{q_2}{2H} x_1^2 + C_3 x_1 + C_4$,
mit: $C_1 = \frac{a}{8H} (3q_1 + q_2) + \frac{b}{a}$, $C_2 = 0$,
 $C_3 = \frac{a}{8H} (5q_2 - q_1) + \frac{b}{a}$, $C_4 = \frac{a^2}{8H} (q_1 - q_2)$,
2. $\max \eta(x_1^* = 9a/16) = 0,821 \text{ m}$.

Aufgabe 9.5:

$$M_{max} = 500 \text{ N}, \quad \text{Durchfahrtshöhe: } D = 13,62 \text{ m}, \quad S_{max} = 563,6 \text{ N}.$$

Aufgabe 9.6:

Meßfehler: 5,56 mm.

Aufgabe 9.7:

Seillinie: $x_3 = l \left[\frac{1}{6} \left(\frac{x_1}{l} \right)^3 - \left(\frac{x_1}{l} \right)^2 + \frac{5}{6} \left(\frac{x_1}{l} \right) \right] - \frac{1}{3} x_1,$

$$x_{max} = 0,472 l, \quad \eta_{max} = \eta(x_{max}) = 0,19 l.$$

10 Prinzip der virtuellen Arbeit

Aufgabe 10.1:

$$f = 0 \quad \text{statisch bestimmt,} \quad B = 300 \text{ kN}, \quad BC = 100 \text{ kN}.$$

Aufgabe 10.2:

$$\text{a) } A = \frac{ql}{2}, \quad \text{b) } M_A = Pl + M, \quad \text{c) } M_C = \frac{ab}{2(a+b)} P,$$

$$\text{d) } A = \frac{ql}{2}, \quad \text{e) } M_B = \frac{qb}{2} (a+b).$$

Aufgabe 10.3:

$$S = \frac{3}{4} P.$$

Aufgabe 10.4:

$$A_H = qa, \quad B = \frac{M}{a} - \frac{qa}{2}.$$

Aufgabe 10.5:

$$c > \frac{l(P+G)}{2}.$$

Aufgabe 10.6:

1. $\rho g \frac{\pi r^3}{3},$
2. $\sin \varphi = 2 \sin \alpha,$
3. $\alpha_{max} = \frac{\pi}{6},$
4. Indifferente Gleichgewichtslage, da für $\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \delta^2 A = 0.$

Aufgabe 10.7:

1. $S = -2 \text{ N},$
2. $\delta = -\frac{1}{26} \rightarrow \delta^2 A = -519,62 \text{ Nm} < 0 \rightarrow \text{stabile Gleichgewichtslage.}$

Aufgabe 10.8:

$$B_H = \frac{-M + qa^2}{2b}, \quad B_V = \frac{1}{2a}(2qa^2 - M).$$

Aufgabe 10.9:

Stabile Gleichgewichtslage für $\alpha = 0^\circ \rightarrow Q < G.$

Aufgabe 10.10:

$$\frac{R}{r} < 7.$$

Aufgabe 10.11:

$$H < 2a \sqrt{\frac{EA}{na}}.$$

Aufgabe 10.12:

$$S = \frac{2P \cos \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$