

Universität Stuttgart

Institut für Mechanik

Prof. Dr.-Ing. W. Ehlers

www.mechbau.uni-stuttgart.de

Ergänzung zur Vorlesung

Technische Mechanik I

Aufgabensammlung
für den Übungsbetrieb

Stand WS 2013/14

letzte Änderung: 03.09.2013

1 Grundzüge der Vektoralgebra

Aufgabe 1.1:

Gegeben sind die drei Vektoren $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} = 1\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 + 1\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{b} = 2\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 - 1\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{c} = -1\mathbf{e}_1 + 0\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \end{array} \right\}$.

1. Berechnen Sie die Summen $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ und $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$.
2. Berechnen Sie den Betrag von $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{a} + \mathbf{b}$.
3. Berechnen Sie den Betrag von $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ aus den Beträgen von $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ mit dem Kosinussatz.
Wann gilt $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + 2|\mathbf{a}||\mathbf{b}| + |\mathbf{b}|^2$?
4. Prüfen Sie, ob $\mathbf{c}$ von $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ linear abhängig ist.

Aufgabe 1.2:

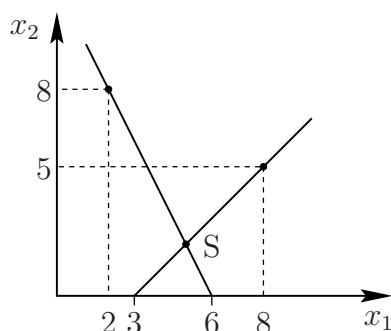
Zeigen Sie, daß die 3 Vektoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ eine Basis bilden, geben Sie die normierten Basisvektoren $\mathbf{a}_0$, $\mathbf{b}_0$ und $\mathbf{c}_0$ an und stellen Sie $\mathbf{d} = 4\mathbf{a}_0 + 3\mathbf{b}_0 + \mathbf{c}_0$ bezüglich der Basis $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ dar.

Gegeben: $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} = -1\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{b} = 1\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{c} = 1\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3 \end{array} \right\}$.

Aufgabe 1.3:

Gegeben sind die Vektoren $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} = 0\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 + 1\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{b} = 1\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 + s\mathbf{e}_3 \end{array} \right\}$.

1. Bestimmen Sie die Größe s mit Hilfe des Skalarprodukts, so daß der Winkel zwischen den Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ 45° beträgt.
2. Überprüfen Sie das Ergebnis mit dem Kreuzprodukt.



Aufgabe 1.4:

Bestimmen Sie rechnerisch den Schnittpunkt der beiden Geraden.

Abb. 1.4

Aufgabe 1.5:

Gegeben sind die vier zweidimensionalen Vektoren $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} = 2\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 \\ \mathbf{b} = 3\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 \\ \mathbf{c} = 2\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 \\ \mathbf{d} = 1\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 \end{array} \right\}$.

1. Bestimmen Sie zeichnerisch die Resultierende der Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$.
2. Zerlegen Sie ebenfalls zeichnerisch die Summe in die Richtungen $\mathbf{c}$ und $\mathbf{d}$.
3. Überprüfen Sie die Ergebnisse rechnerisch.

Aufgabe 1.6:

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

- $s_m \delta_{ik} \delta_{ik},$
- $s_m \delta_{kk} \delta_{ii},$
- $s_m \delta_{aa} \delta_{bb},$
- $s_k \delta_{im} \delta_{ik},$
- $s_k t_m \delta_{im} \delta_{ki},$
- $s_k s_m \delta_{am} \delta_{kj},$
- $s_k t_m \delta_{ii} \delta_{km}.$

Aufgabe 1.7:

Gegeben sind die drei Vektoren $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} = 1\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 + 1\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{b} = 2\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 - 1\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{c} = -1\mathbf{e}_1 + 0\mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3 \end{array} \right\}$.

1. Bestimmen Sie die Summe der drei Vektoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$.
2. Bestimmen Sie den Betrag der Summe $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$.
3. Bestimmen Sie den Winkel, den die Summe mit der x_1 -Achse einschließt, mit Hilfe des Skalar- und Kreuzprodukts.

Aufgabe 1.8:

Berechnen Sie den Winkel zwischen den beiden zweidimensionalen Vektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ und überprüfen Sie ihn zeichnerisch. Sind die beiden Vektoren linear abhängig?

Gegeben: $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} = 1\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 \\ \mathbf{b} = 3\mathbf{e}_1 + 1\mathbf{e}_2 \end{array} \right\}.$

Aufgabe 1.9:

Berechnen Sie das Spatprodukt der Vektoren $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a} = 1 \mathbf{e}_1 + 2 \mathbf{e}_2 + 1 \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{b} = 0 \mathbf{e}_1 + 1 \mathbf{e}_2 + 3 \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{c} = -1 \mathbf{e}_1 + 0 \mathbf{e}_2 + k \mathbf{e}_3 \end{array} \right\}$.

Bestimmen Sie k derart, daß das Volumen des Spats gleich Null wird.
Was bedeutet das für den Vektor $\mathbf{c}$?

Aufgabe 1.10:

Zeigen Sie, daß das Spatprodukt von 3 linear abhängigen Vektoren verschwindet.

Aufgabe 1.11:

Gegeben ist der Vektor $\mathbf{a}$. Bauen Sie mit ihm eine orthonormierte Basis im zweidimensionalen Vektorraum auf.

Gegeben: $\mathbf{a} = 2 \mathbf{e}_1 + 1 \mathbf{e}_2$.

Aufgabe 1.12:

Berechnen Sie allgemein das Kreuzprodukt zweier Vektoren $\mathbf{u} = \mathbf{v} \times \mathbf{w}$ und zeigen Sie mit Hilfe des Skalarprodukts, daß $\mathbf{u}$ senkrecht auf $\mathbf{v}$ steht.

3 Kräftesysteme

Aufgabe 3.1:

Gegeben ist ein Körper der Masse m , der an zwei Seilen befestigt ist. Auf ihn wirkt die horizontale Kraft $\mathbf{F}$ mit dem Betrag F und die Gewichtskraft $\mathbf{G}$ mit dem Betrag $G = mg$ (Abb. 3.1).

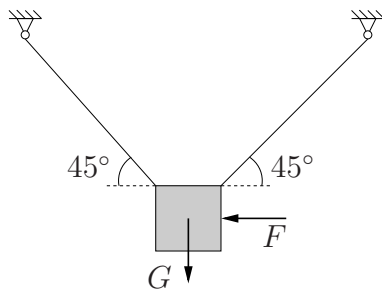


Abb. 3.1

1. Schneiden Sie den Körper frei.
2. Berechnen Sie die Seilkräfte, so daß die Resultierende aller Kräfte verschwindet.
3. Wie groß darf der Betrag der Kraft F maximal sein, so daß die Seile nur auf Zug beansprucht werden?
4. Überprüfen Sie die Seilkräfte zeichnerisch für $F = 1 \text{ kN}$.

Gegeben: $G = 3 \text{ kN}$.

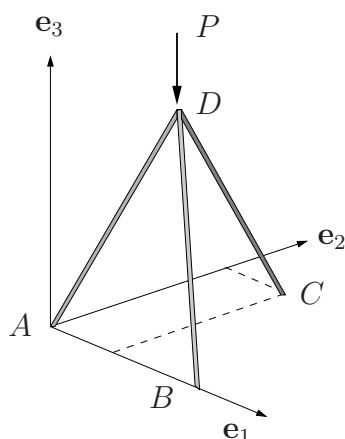


Abb. 3.2

Aufgabe 3.2:

Das in Abb. 3.2 skizzierte Stativ ist durch die lotrechte Kraft P belastet. Ermitteln Sie die Stabkräfte.

Gegeben: $\mathbf{A} = 0\mathbf{e}_1 + 0\mathbf{e}_2 + 0\mathbf{e}_3$,
 $\mathbf{B} = 5a\mathbf{e}_1 + 0\mathbf{e}_2 + 0\mathbf{e}_3$,
 $\mathbf{C} = 3a\mathbf{e}_1 + 5a\mathbf{e}_2 + 0\mathbf{e}_3$,
 $\mathbf{D} = 3a\mathbf{e}_1 + 2a\mathbf{e}_2 + 6a\mathbf{e}_3$,
 a, P .

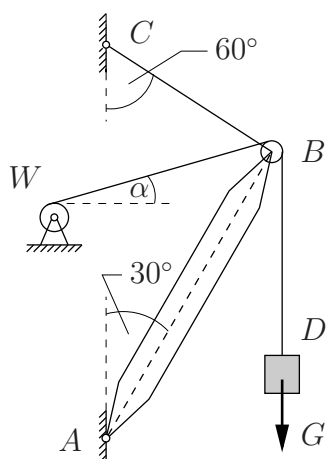


Abb. 3.3

Aufgabe 3.3:

Ein Ladekran besteht aus einem starren Ausleger AB , der in A drehbar gelagert ist und durch ein Seil BC gehalten wird. Mit Hilfe der Seilwinde W wird eine Last vom Gewicht G gehoben (Abb. 3.3).

1. Schneiden Sie den Ausleger frei und bestimmen Sie die Kraft im Halteseil BC in Abhängigkeit vom Winkel α , so daß die Summe aller angreifenden Kräfte gleich Null ist.
2. Für welchen Winkel α^* ist die Kraft im Halteseil gleich Null?
3. Was geschieht, wenn sich die Winde W in Höhe von B befindet, d. h. $\alpha = 0$ (oder allgemein: $\alpha < \alpha^*$) ist?

Gegeben: G .

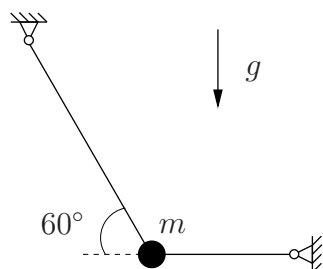


Abb. 3.4

Aufgabe 3.4:

Die Masse m wird durch zwei Seile gehalten (Abb. 3.4). Schneiden Sie die Masse frei und bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch die Kräfte in den Seilen, so daß die Summe aller an der Masse angreifenden Kräfte verschwindet.

Gegeben: m, g .

Aufgabe 3.5:

An der Spitze des abgebildeten Masts sind drei Seile befestigt, in denen die Kräfte F_1 , F_2 und F_3 wirken. Seile und Mast liegen in einer Ebene.

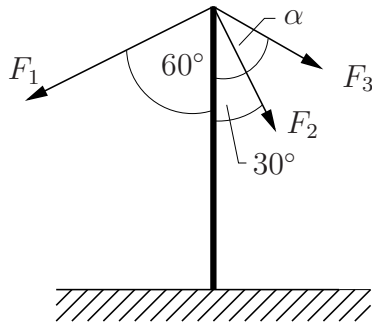


Abb. 3.5

1. Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch den Winkel α , so daß die Resultierende der drei Seilkräfte in Richtung des Masts zeigt.
2. Wieviele Lösungen gibt es?
3. Geben Sie den Betrag der Resultierenden an.
4. Wie groß muß F_3 mindestens sein, damit die Aufgabe bei gegebenem F_1 und F_2 lösbar ist?

Gegeben: $F_1 = 5 \text{ kN}$, $F_2 = 4 \text{ kN}$, $F_3 = 3 \text{ kN}$.

Aufgabe 3.6:

An einem Seil, das in den Punkten A und B befestigt ist, greifen im Punkt C die beiden Kräfte H und V an (Abb. 3.6).

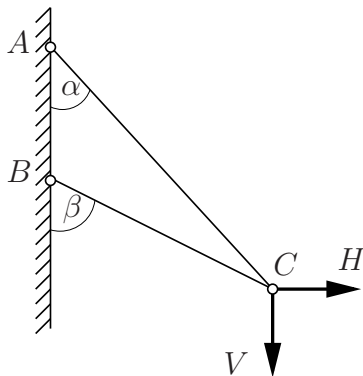


Abb. 3.6

1. Wie groß sind die Kräfte in den beiden Seilabschnitten, wenn $H = V$ ist? (graphische und analytische Lösung!)
2. Ermitteln Sie die Grenzwerte für das Verhältnis V/H so, daß das Seil immer gespannt ist.

Gegeben: V , $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$.

Aufgabe 3.7:

An dem in Abb. 3.7 dargestellten Körper greifen die zwei betragsmäßig gleich großen Kräfte F_1 und F_2 an.

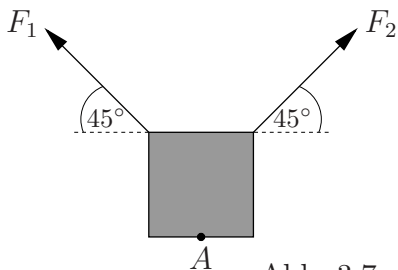


Abb. 3.7

1. Bestimmen Sie zeichnerisch sowohl den Betrag als auch die Richtung der Kraft, die im Punkt A angreifen muß, so daß die Resultierende verschwindet.
2. Überprüfen Sie die Ergebnisse rechnerisch.

Gegeben: $F_1 = F_2 = F = 2 \text{ kN}$.

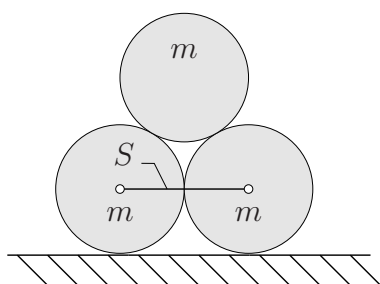


Abb. 3.8

Aufgabe 3.8:

Drei gleiche Walzen mit der Masse m sind gemäß Abb. 3.8 gelagert. Die beiden unteren Walzen sind durch eine Stange S verbunden.

1. Schneiden Sie das System frei.
2. Wie groß sind die Kräfte auf die Unterlage und in der Stange S ?

Gegeben: m .

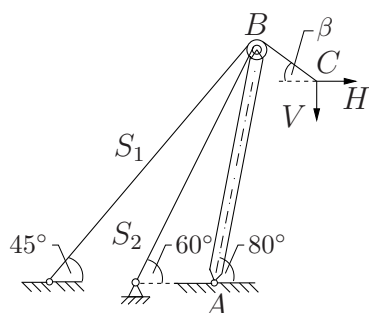


Abb. 3.9

Aufgabe 3.9:

Der Mast AB in Abb. 3.9 ist durch das Seil S_2 abgespannt. Am Ende B wird über eine Rolle reibungsfrei das Seil S_1 geführt, an dessen Ende C die Kräfte H und V angreifen.

Ermitteln Sie graphisch und rechnerisch den Winkel β , die Seilkräfte S_1 und S_2 sowie die Kraft im Mast AB .

Gegeben: $H = 90 \text{ kN}$, $V = 60 \text{ kN}$.

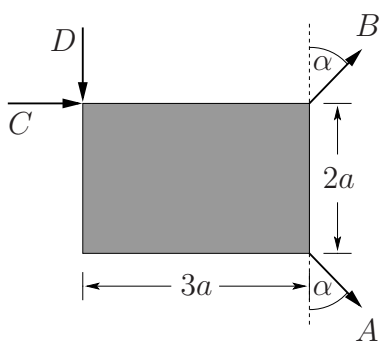


Abb. 3.10

Aufgabe 3.10:

An dem gegebenen Körper greifen gemäß Abb. 3.10 die Kräfte A , B , C und D an.

1. Bestimmen Sie zeichnerisch die Kraft D , so daß ein zentrales Kräftesystem vorliegt.
2. Bestimmen Sie damit ebenfalls zeichnerisch die Kräfte A und B , so daß die Resultierende aller angreifenden Kräfte verschwindet.
3. Überprüfen Sie die Ergebnisse rechnerisch.

Gegeben: $C = 4 \text{ kN}$, $\alpha = 45^\circ$.

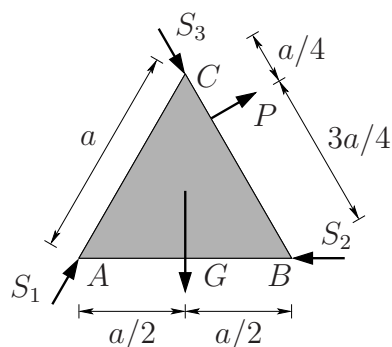


Abb. 3.11

Aufgabe 3.11:

Eine starre Scheibe in der Form eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a wird durch ihr Gewicht und die Kräfte P , S_1 , S_2 und S_3 belastet.

1. Reduzieren Sie das Kräftesystem auf die Eckpunkte des Dreiecks A , B und C .
2. Bestimmen Sie die Kräfte S_1 , S_2 und S_3 , so daß die Momente bezüglich den Punkten A , B und C gleich Null werden.

Gegeben: G , $P = 2G$, a .

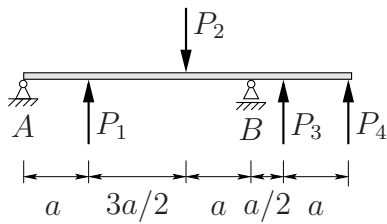


Abb. 3.12

Aufgabe 3.12:

Auf den in Abb. 3.12 dargestellten Balken wirken vier Kräfte P_1 bis P_4 .

1. Bestimmen Sie graphisch und analytisch die Lage und den Betrag der Resultierenden der Kräfte P_1 bis P_4 .
2. Ermitteln Sie dann die Auflagerreaktionen in A und B, so daß unter Verwendung der Resultierenden aus Teil 1 Gleichgewicht herrscht.

Gegeben: $P_1 = 20 \text{ kN}$, $P_2 = 60 \text{ kN}$, $P_3 = 30 \text{ kN}$,
 $P_4 = 60 \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$.

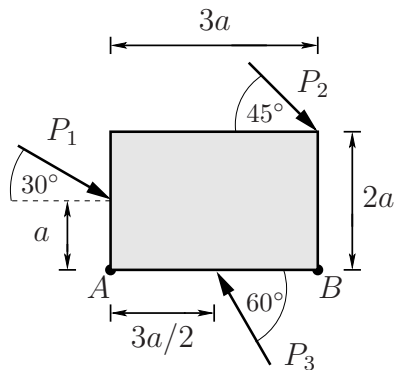


Abb. 3.13

Aufgabe 3.13:

Reduzieren Sie das am Körper angreifende Kräftesystem in den Punkten A und B (Abb. 3.13) rechnerisch. Kontrollieren Sie die Reduktion zeichnerisch.

Gegeben: $P_1 = 3 \text{ kN}$, $P_2 = 4 \text{ kN}$, $P_3 = 6 \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$.

Aufgabe 3.14:

An einer Scheibe greifen gemäß Abb. 3.14 die Kräfte P_1 bis P_5 an.

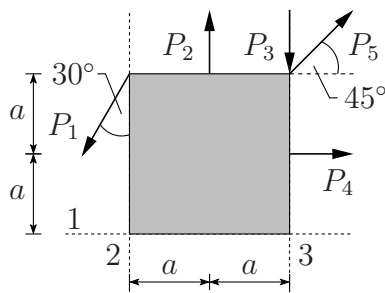
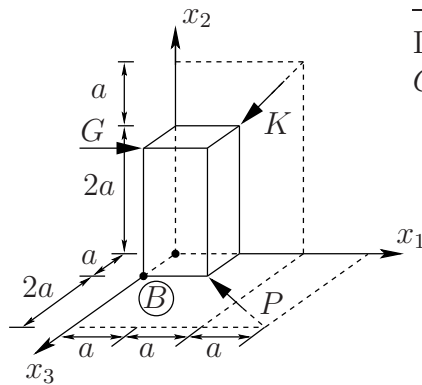


Abb. 3.14

Gegeben: $P_1 = 4 \text{ kN}$, $P_2 = P_3 = P_4 = 3 \text{ kN}$, $P_5 = 2 \text{ kN}$,
 $a = 2 \text{ m}$.

Abb. 3.15 Gegeben: G, K, P, a .**Aufgabe 3.15:**

Der in Abb. 3.15 gegebene Körper wird durch die Kräfte G, P und K belastet.

1. Reduzieren Sie das Kräftesystem im Punkt B und im Ursprung des gegebenen Koordinatensystems.
2. Berechnen Sie die Summe des resultierenden Moments um B und des Moments der Resultierenden um den Ursprung. Interpretieren Sie das Ergebnis.

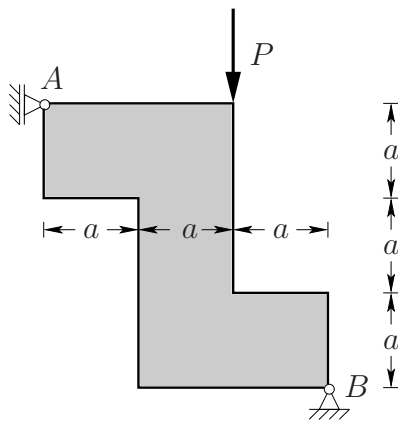


Abb. 3.16

Aufgabe 3.16:

Der gegebene Körper (Abb. 3.16) ist im Punkt B zweiwertig und im Punkt A einwertig gelagert. Er wird durch eine Kraft P belastet.

1. Schneiden Sie den Körper frei.
2. Bestimmen Sie zeichnerisch die Wirkungslinie der Lagerkraft im Punkt B , so daß ein zentrales Kräftesystem vorliegt.
3. Ermitteln Sie ebenfalls zeichnerisch die Beträge der Lagerkräfte, so daß die Resultierende verschwindet.
4. Überprüfen Sie die Ergebnisse rechnerisch.

Gegeben: $P = 6 \text{ kN}$.

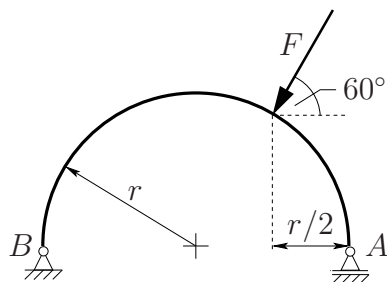


Abb. 3.17

Aufgabe 3.17:

Der abgebildete Bogen besitzt ein einwertiges Lager im Punkt A und ein zweiwertiges Lager im Punkt B . Er wird durch die Kraft F belastet (Abb. 3.17).

Bestimmen Sie zeichnerisch und numerisch

1. die Richtung der Wirkungslinie der Kraft im zweiwertigen Lager, so daß ein zentrales Kräftesystem vorliegt und
2. die Beträge der Lagerkräfte, so daß die Resultierende aller am Bogen angreifenden Kräfte verschwindet.

Gegeben: $F = 2 \text{ kN}, r$.

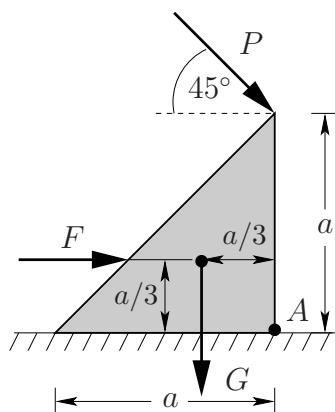


Abb. 3.18

Aufgabe 3.18:

An dem gleichschenkligen Dreieck greifen die Kräfte F , P , und G an (Abb. 3.18).

1. Reduzieren Sie das angreifende Kräftesystem im Punkt A .
2. Bestimmen Sie den Betrag von F , so daß das Moment um A verschwindet, der Körper also nicht kippt.
3. Überprüfen Sie das Ergebnis graphisch.

Gegeben: $G = 6 \text{ kN}$, $P = \sqrt{2} \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$.

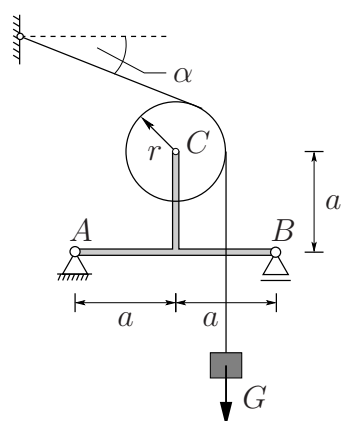


Abb. 3.19

Aufgabe 3.19:

An einem Seil, das bei C über eine Rolle geführt wird, hängt eine Last vom Gewicht G (Abb. 3.19).

1. Zeigen Sie, daß die Lagerreaktionen in A und B unabhängig vom Radius r der Rolle sind.
2. Für welchen Winkel α^* ist das Lager bei B unbelastet?

Gegeben: G , r , a , α .

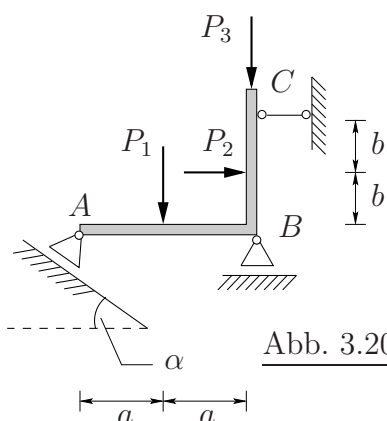


Abb. 3.20

Aufgabe 3.20:

Das in Abb. 3.20 dargestellte Tragwerk ist durch die Kräfte P_1 , P_2 und P_3 belastet.

1. Ermitteln Sie analytisch die Lagerreaktionen in A , B und C in Abhängigkeit von α und für $\alpha = 30^\circ$.
2. Für welchen Winkel α^* liegt ein Sonderfall vor?

Gegeben: $P_1 = P_2 = P_3 = 10 \text{ kN}$, $a = 2b = 10 \text{ m}$.

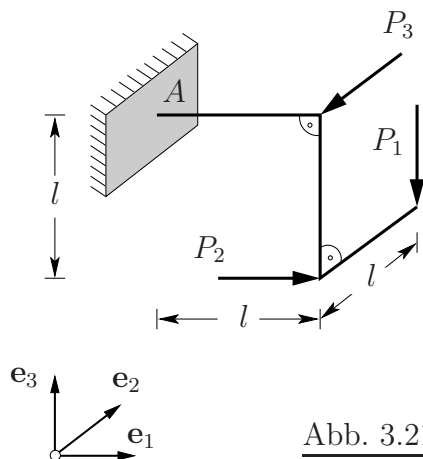
Aufgabe 3.21:

Abb. 3.21

Das in Abb. 3.21 dargestellte Tragwerk ist durch die Kräfte P_1 , P_2 und P_3 belastet.

1. Reduzieren Sie das System im Punkt A.
2. Bestimmen Sie den Punkt C, in dem eine Reduktion auf eine Kraftschraube möglich ist, für den Fall $P_1 = P_2 = P_3 = P$.
3. Überprüfen Sie, ob im Punkt C eine weitere Reduktion auf eine Einzelkraft möglich ist.

Gegeben: l , $\mathbf{P}_1 = -P_1 \mathbf{e}_3$, $\mathbf{P}_2 = P_2 \mathbf{e}_1$, $\mathbf{P}_3 = -P_3 \mathbf{e}_2$.

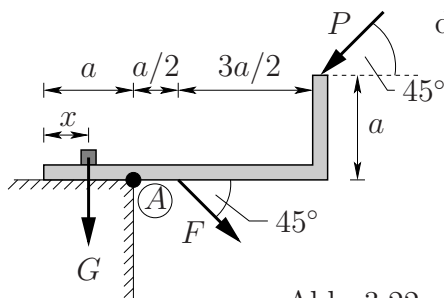
Aufgabe 3.22:

Abb. 3.22

An dem Balken in Abb. 3.22 greifen die Kräfte P , F und das Gewicht G an.

1. Reduzieren Sie das angreifende Kräftesystem im Punkt A.
2. Bestimmen Sie den Abstand x , so daß der Balken gerade nicht kippt.
3. Überprüfen Sie das Ergebnis zeichnerisch.

Gegeben: $F = 2\sqrt{2} \text{ kN}$, $P = \sqrt{2} \text{ kN}$, $G = 2 \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$.

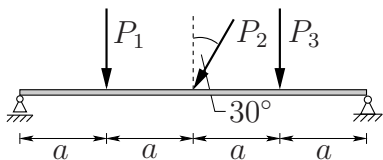


Abb. 3.23

Aufgabe 3.23:

Ermitteln Sie für den in Abb. 3.23 dargestellten Träger die Lagerreaktionen graphisch und analytisch.

Gegeben: $P_1 = P_2 = P_3 = 3 \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$.

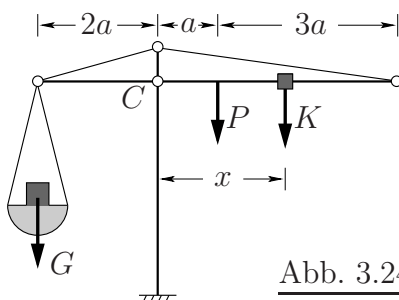
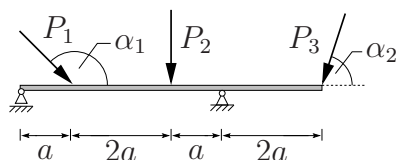
Aufgabe 3.24:

Abb. 3.24

Die in Abb. 3.24 dargestellte Waage wird durch eine Last G , das Eigengewicht des Balkens P und ein Ausgleichsgewicht K im Abstand x von C belastet.

1. Reduzieren Sie das angreifende Kräftesystem auf den Punkt C.
2. Bestimmen Sie den Abstand x , so daß das Moment um C gleich Null ist. Wie groß ist dann die Resultierende der angreifenden Kräfte?

Gegeben: $G = 6 \text{ kN}$, $P = 3 \text{ kN}$, $K = 3 \text{ kN}$, $a = 0,1 \text{ m}$.

**Aufgabe 3.25:**

Bestimmen Sie für den in Abb. 3.25 skizzierten Träger analytisch und graphisch die Auflagerkräfte.

Abb. 3.25 Gegeben: $P_1 = 2\sqrt{2}\text{ kN}$, $P_2 = 2\text{ kN}$, $P_3 = \sqrt{10}\text{ kN}$,
 $\tan \alpha_1 = -1$, $\tan \alpha_2 = 3$.

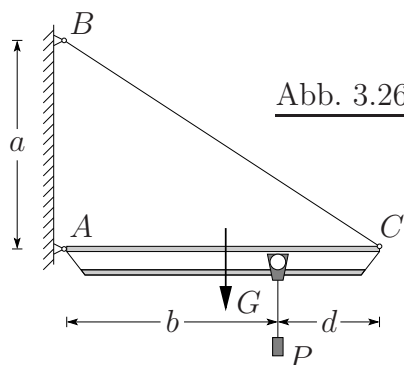
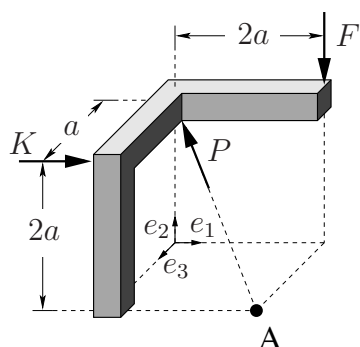
**Aufgabe 3.26:**

Abb. 3.26 Die Laufbahn eines Flasenzugs wird, wie in Abb. 3.26 gezeichnet, durch das Lager bei A und ein Seil bei C gehalten. Am Flasenzug hängt die Last P. Das Eigengewicht des Trägers greift in der Trägermitte an.

Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in A und B.

Gegeben: $a = 4\text{ m}$, $b = 4\text{ m}$, $d = 2\text{ m}$,
 $P = 6\text{ kN}$, $G = 4\text{ kN}$.

**Aufgabe 3.27:**

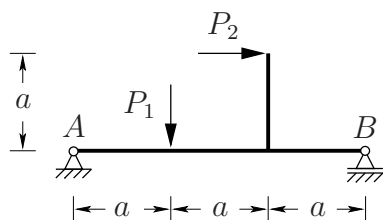
Der in Abb. 3.27 gegebene Träger wird durch die Kräfte K, P und F belastet.

1. Reduzieren Sie das Kräftesystem im Punkt A und im Ursprung des gegebenen Koordinatensystems.
2. Berechnen Sie anschließend ausgehend von der Reduktion in A die resultierende Kraft und das resultierende Moment um den Ursprung. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem ersten Aufgabenteil.

Abb. 3.27 Gegeben: P , K , F , a .

Aufgabe 3.28:

Gegeben ist das in Abb. 3.28 dargestellte Tragwerk.

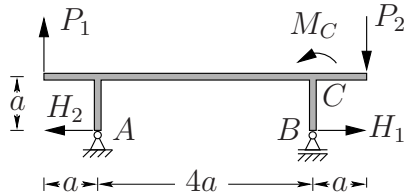


1. Schneiden Sie das gegebene System frei.
2. Bestimmen Sie rechnerisch die freigeschnittenen Kräfte, so daß die Dynamie in einem beliebigen Punkt gleich Null wird.
3. Wie groß ist die Resultierende für diesen Fall?

Abb. 3.28 Gegeben: $P_1 = 4\text{ kN}$, $P_2 = 6\text{ kN}$, $a = 1\text{ m}$.

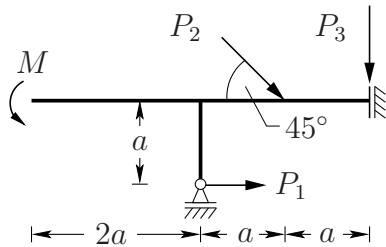
Aufgabe 3.29:

Bestimmen Sie die Auflagerkräfte des in Abb. 3.29 gegebenen Brückenquerschnitts in den Stützpunkten A und B mit



1. $H_1 = H_2 = 1 \text{ kN}$,
 $P_1 = P_2 = 1 \text{ kN}$,
 $M_C = 30 \text{ kNm}$ und
2. $H_1 = P_1 = 0 \text{ kN}$,
 $H_2 = P_2 = 1 \text{ kN}$,
 $M_C = 30 \text{ kNm}$.

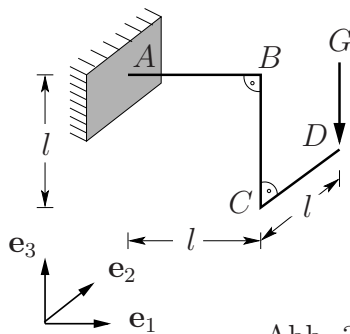
Abb. 3.29 Gegeben: $a = 5 \text{ m}$.

**Aufgabe 3.30:**

Gegeben ist das in Abb. 3.30 dargestellte Tragwerk.

1. Berechnen Sie die Auflagerreaktionen jeweils getrennt für die Belastung durch P_1, P_2, P_3 und M .
2. Geben Sie die Lagerkräfte für die gesamte Belastung an.

Abb. 3.30 Gegeben: $P_1 = 5 \text{ kN}$, $P_2 = 3\sqrt{2} \text{ kN}$, $P_3 = 3 \text{ kN}$,
 $M = 6 \text{ kNm}$, $a = 1 \text{ m}$.

**Aufgabe 3.31:**

Das in Abb. 3.31 skizzierte räumliche Tragwerk ist im Punkt A eingespannt und wird bei D durch eine lotrechte Kraft G belastet. Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in A .

Gegeben: G, l .

Abb. 3.31

Aufgabe 3.32:

In Abb. 3.32 sind vier parallele Kräfte dargestellt.

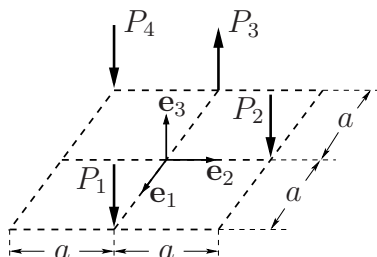


Abb. 3.32 Gegeben: $a, P_1 = P, P_2 = 3P, P_3 = P, P_4 = 2P$.

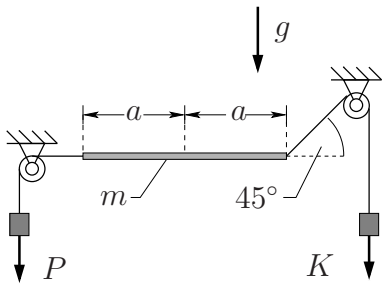


Abb. 3.33

Aufgabe 3.33:

Gegeben ist ein homogener Balken mit der Masse m , an dem zwei Seile befestigt sind, an deren Ende jeweils ein Gewicht hängt (Abb. 3.33).

1. Reduzieren Sie das am Balken angreifende Kräftesystem in einem beliebigen Punkt und bestimmen Sie die Wirkungslinie der Resultierenden.
2. Überprüfen Sie das Ergebnis zeichnerisch.

Gegeben: $P = 4 \text{ kN}$, $K = 2\sqrt{2} \text{ kN}$, $m = 600 \text{ kg}$,
 $a = 1 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

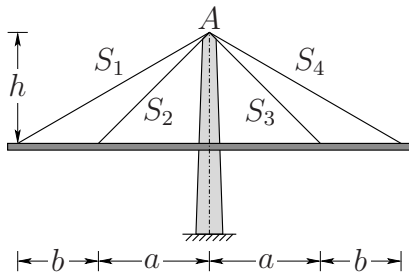


Abb. 3.34

Aufgabe 3.34:

Im Punkt A eines Pylons einer Schrägseilbrücke laufen die Seile S_1 , S_2 , S_3 und S_4 zusammen (Abb. 3.34). Die Seilkräfte sind bekannt.

Bestimmen Sie graphisch und analytisch Betrag und Richtung der resultierenden Kraft, die auf den Pylon in A wirkt.

Gegeben: $S_1 = 6 \text{ MN}$, $S_2 = 8 \text{ MN}$, $S_3 = 10 \text{ MN}$,
 $S_4 = 12 \text{ MN}$, $a = h = 22 \text{ m}$, $b = 38 \text{ m}$.

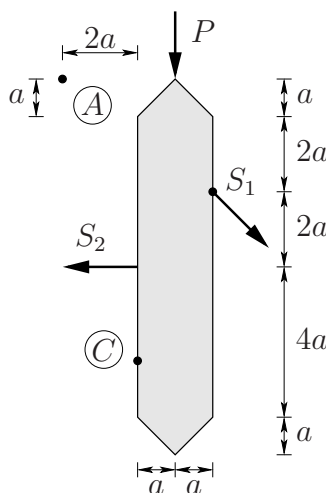


Abb. 3.35

Aufgabe 3.35:

Gegeben ist ein Boot, das mit zwei Seilen (Seilkräfte S_1 und S_2) festgemacht ist (Abb. 3.35). Auf das Boot wirkt durch die Strömung die Kraft P . An der Stelle C befindet sich ein Pfahl.

1. Bestimmen Sie zeichnerisch den Punkt C , an dem sich der Pfahl befinden muß, damit das Boot sich nicht dreht.
2. Berechnen Sie anhand der zeichnerisch bestimmten Resultierenden deren Moment um den Punkt A . Reduzieren Sie das angreifende Kräftesystem im Punkt A rechnerisch und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Gegeben: $P = 2 \text{ kN}$, $S_1 = \sqrt{2} \text{ kN}$, $S_2 = 4 \text{ kN}$, $a = 1 \text{ m}$.

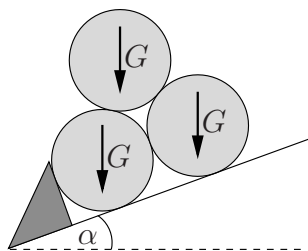


Abb. 3.36

Aufgabe 3.36:

Drei gleiche, glatte Walzen (Gewicht jeweils G) liegen wie in Abb. 3.36 abgebildet auf einer glatten, schiefen Ebene (Neigungswinkel α) und werden durch einen Keil am Herunterrollen gehindert.

1. Berechnen Sie die Kräfte, die zwischen den drei Walzen wirken.
2. Innerhalb welcher Grenzen muß α liegen damit die Anordnung im Gleichgewicht bleibt?

Gegeben: G, α .

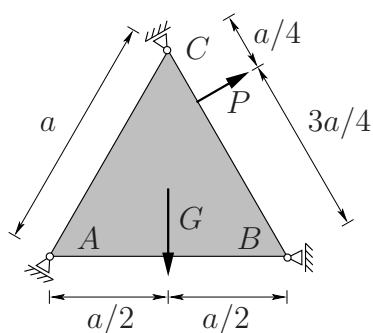


Abb. 3.37

Aufgabe 3.37:

Eine starre Scheibe in der Form eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a wird durch ihr Gewicht G und die Kraft P belastet (Abb. 3.37).

Bestimmen Sie die Auflagergrößen in den Punkten A, B und C .

Gegeben: $a, G, P = 2G$.

4 Schwerpunkt

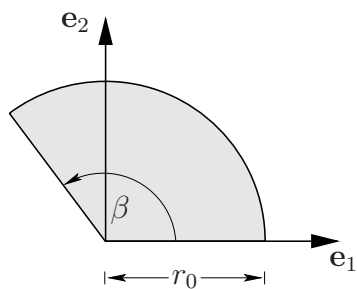


Abb. 4.1

Aufgabe 4.1:

Berechnen Sie für den in Abb. 4.1 dargestellten Kreissektor die Lage des Flächenschwerpunkts.

Gegeben: r_0, β .

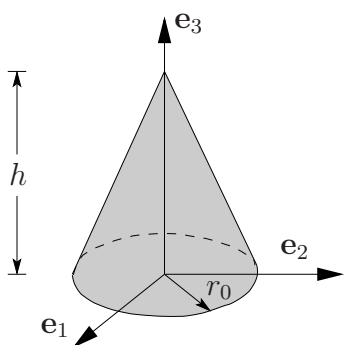


Abb. 4.2

Aufgabe 4.2:

Berechnen Sie den Volumenschwerpunkt des in Abb. 4.2 gegebenen homogenen Kreiskegels mit Hilfe der Integralrechnung.

Gegeben: r_0, h .

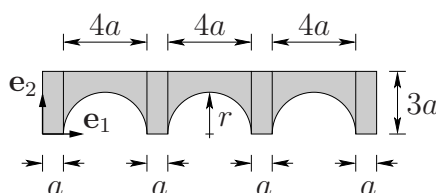


Abb. 4.3

Aufgabe 4.3:

Bestimmen Sie den Schwerpunkt der Brücke (Abb. 4.3) bezüglich des angegebenen Koordinatensystems.

Gegeben: $r = 2a$.

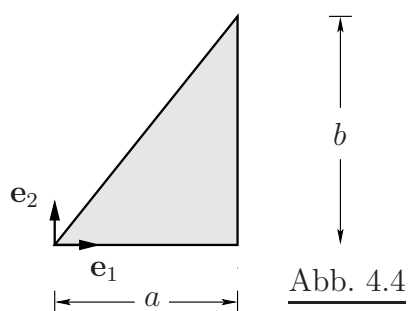


Abb. 4.4

Aufgabe 4.4:

Bestimmen Sie den Flächenschwerpunkt des Dreiecks in Abb. 4.4 im angegebenen Koordinatensystem durch Integration.

Gegeben: a, b .

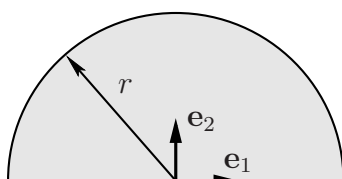


Abb. 4.5

Aufgabe 4.5:

Bestimmen Sie den Schwerpunkt des Halbkreises (Abb. 4.5) im angegebenen Koordinatensystem durch Integration.

Gegeben: r .

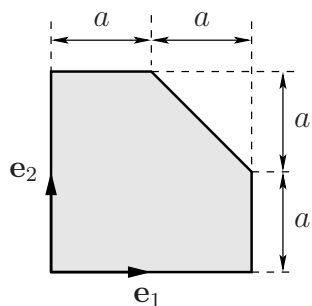


Abb. 4.6

Aufgabe 4.6:

Gegeben ist die in Abb. 4.6 dargestellte homogene Scheibe. Bestimmen Sie die Lage des Schwerpunkts im angegebenen Koordinatensystem.

Gegeben: a .

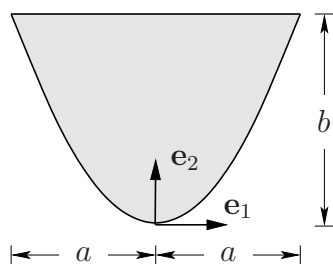


Abb. 4.7

Aufgabe 4.7:

Ermitteln Sie den Flächenschwerpunkt der in Abb. 4.7 dargestellten schraffierten Fläche mit parabelförmigem Rand.

Gegeben: a, b .

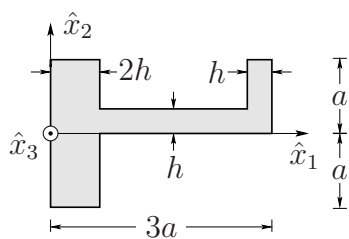


Abb. 4.8

Aufgabe 4.8:

Ermitteln Sie den Schwerpunkt des in Abb. 4.8 dargestellten Querschnitts.

Was ergibt sich, wenn h sehr klein ist im Verhältnis zu a (dünnwandiges Profil, $h \rightarrow 0$)?

Gegeben: a, h .

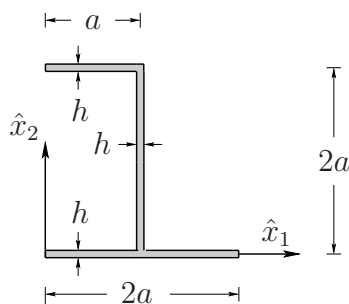


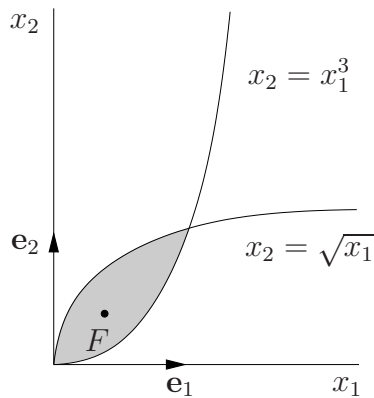
Abb. 4.9

/auto/ls2/mibtm/ auto/ls2/mibtm/:

Gegeben ist das Profil gemäß Abb. 4.9.

1. Ermitteln Sie den Flächenschwerpunkt.
2. Wie groß ist der Fehler, wenn man das Profil als Linienzug betrachtet und den Linienschwerpunkt berechnet (dünnwandiges Profil)?

Gegeben: $a = 100 \text{ mm}$, $h = 5 \text{ mm}$.


Aufgabe 4.10:

Bestimmen Sie die Lage des Schwerpunkts $\mathbf{x}_F$ der von den Funktionen $x_2 = \sqrt{x_1}$ und $x_2 = x_1^3$ eingeschlossenen Fläche (Abb. 4.10).

Abb. 4.10

5 Verschieblichkeitsuntersuchungen

Aufgabe 5.1:

Untersuchen Sie die in Abb. 5.1 gegebenen Tragwerke auf statische Bestimmtheit und Brauchbarkeit.

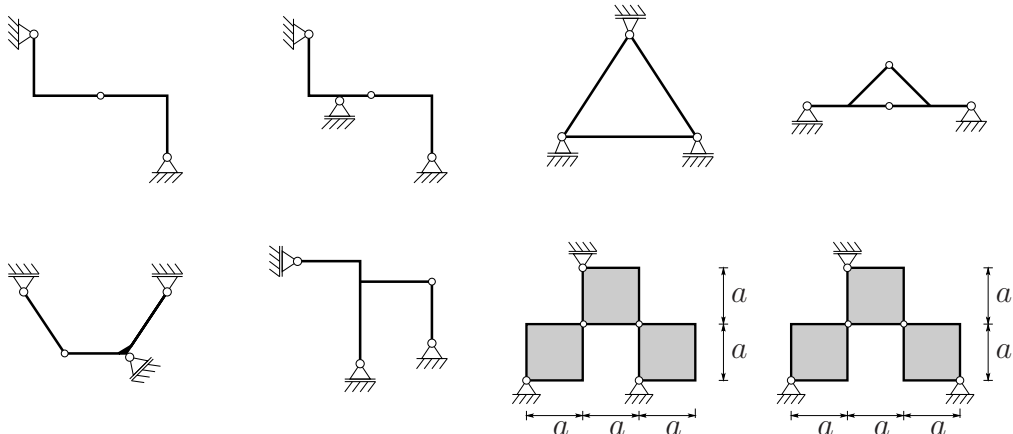
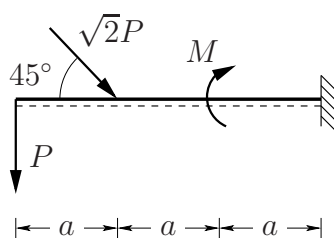


Abb. 5.1

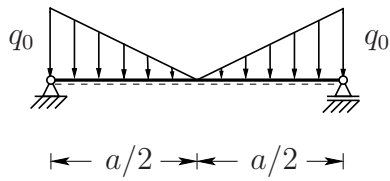
6 Auflagerreaktionen und Schnittgrößen


Aufgabe 6.1:

Ermitteln Sie für den in Abb. 6.1 dargestellten Balken die Auflagerreaktionen sowie den Verlauf von Biegemoment, Querkraft und Normalkraft.

Gegeben: $P, a, M = Pa$.

Abb. 6.1


Aufgabe 6.2:

Bestimmen Sie für den in Abb. 6.2 gegebenen Balken den Momenten- und Querkraftverlauf und skizzieren Sie diese.

Gegeben: q_0, a .

Abb. 6.2

Aufgabe 6.3:

Bestimmen Sie bei den Tragwerken in Abb. 6.3 den Grad der statischen Bestimmtheit, und geben Sie die Ausnahmefälle (unbrauchbare Systeme) an. Berechnen Sie bei den statisch bestimmten Tragwerken die Lager- und Gelenkkräfte.

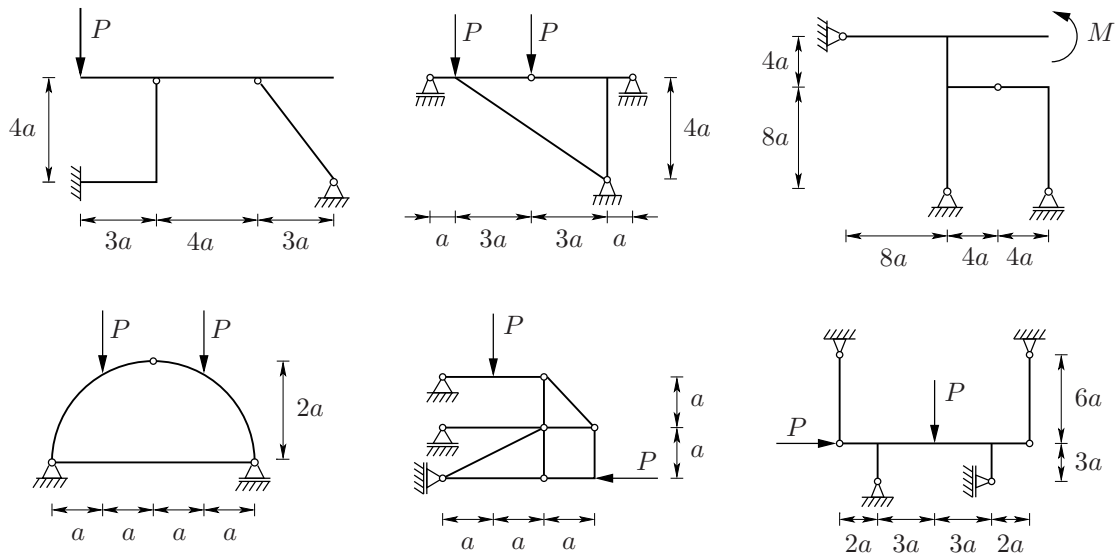


Abb. 6.3

Aufgabe 6.4:

Bestimmen Sie den Momenten- und Querkraftverlauf für den in Abb. 6.4 dargestellten Träger mit

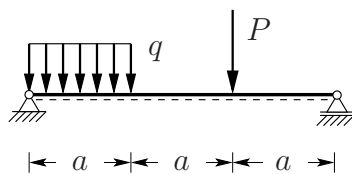


Abb. 6.4

1. $P = 1 \text{ kN}$ und $q = 0 \text{ kN/m}$,
2. $P = 0 \text{ kN}$ und $q = 2 \text{ kN/m}$,
3. $P = 1 \text{ kN}$ und $q = 2 \text{ kN/m}$,

und skizzieren Sie die jeweiligen Verläufe.

Gegeben: $a = 1 \text{ m}$.

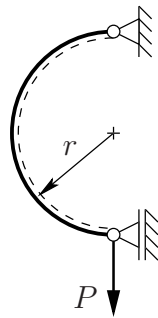


Abb. 6.5

Aufgabe 6.5:

Bestimmen Sie den Verlauf sämtlicher Schnittgrößen für den halbkreisförmigen Träger in Abb. 6.5.

Gegeben: P, r .

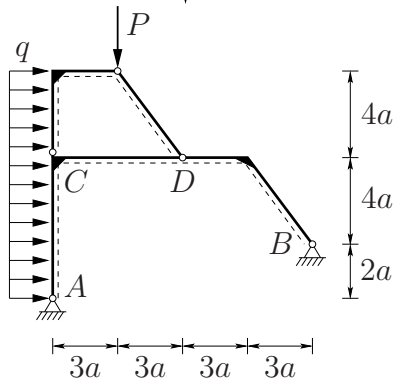


Abb. 6.6

Aufgabe 6.6:

Gegeben ist ein Tragwerk gemäß Abb. 6.6. Ermitteln Sie sämtliche Auflagerreaktionen und den Verlauf des Moments M_2 sowie der Querkraft Q_3 im Tragwerksteil ACDB (jeweils Skizze mit Angabe der Extremwerte).

Gegeben: $a, q, P = 10 qa$.

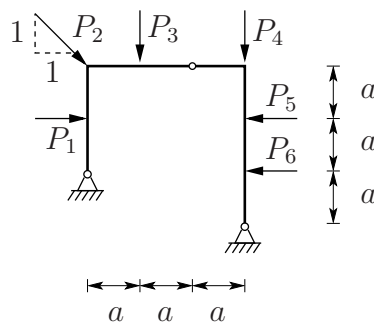


Abb. 6.7

Aufgabe 6.7:

Ermitteln Sie für das in Abb. 6.7 dargestellte Dreigelenktragwerk die Lager- und Gelenkreaktionen.

Gegeben: $P_1 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = P$,
 $P_2 = \sqrt{2}P, a$.

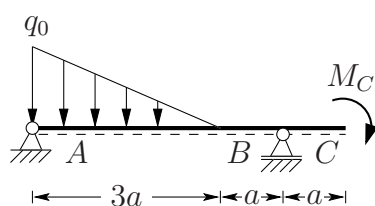


Abb. 6.8

Aufgabe 6.8:

Bestimmen Sie für den Träger in Abb. 6.8 das Moment M_C , so daß die Auflagerkraft in B gleich Null wird.

Ermitteln Sie den Momenten- und Querkraftverlauf und skizzieren Sie die Verläufe.

Gegeben: $q_0 = 2 \text{ kN/m}, a = 1 \text{ m}$.

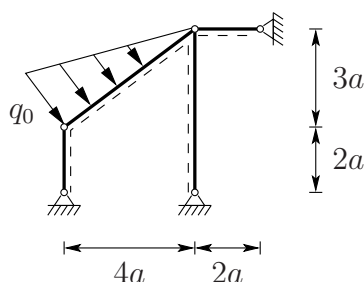
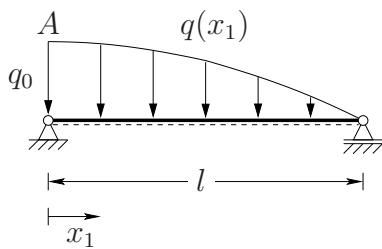


Abb. 6.9

Aufgabe 6.9:

Ermitteln Sie für das Tragwerk in Abb. 6.9 sämtliche Schnittkraftverläufe und skizzieren Sie diese.

Gegeben: q_0, a .

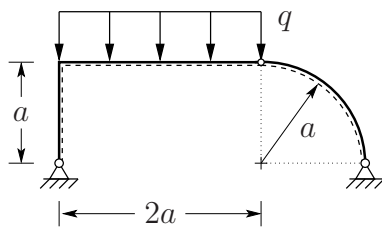

Aufgabe 6.10:

Berechnen Sie für den Balken in Abb. 6.10 den Querkraft- und Momentenverlauf unter Verwendung der Beziehungen

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = Q(x_1) \quad \text{und} \quad \frac{dQ(x_1)}{dx_1} = -q(x_1).$$

Die Belastungsfunktion $q(x_1)$ ist eine Parabel 2. Ordnung mit dem Scheitel bei A und dem Scheitelwert q_0 .

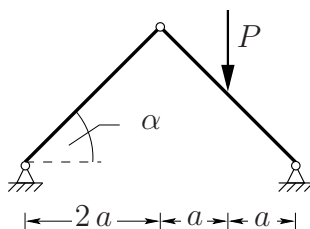
Abb. 6.10 Gegeben: q_0, l .


Aufgabe 6.11:

Der in Abb. 6.11 gegebene Dreigelenkträger wird durch eine konstante Streckenlast q belastet.

1. Bestimmen Sie analytisch die Lagerreaktionen und den Verlauf der Schnittgrößen.
2. Stellen Sie den Verlauf der Schnittgrößen graphisch dar.

Abb. 6.11 Gegeben: a, q .


Aufgabe 6.12:

Überprüfen Sie den Dreigelenkbogen in Abb. 6.12 auf statische Bestimmtheit und berechnen Sie die Lager- und Gelenkkräfte in Abhängigkeit von α .

Gegeben: P, a .

Abb. 6.12

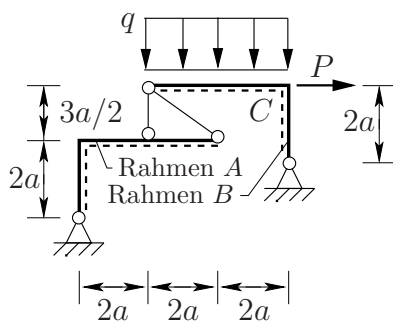


Abb. 6.13

Aufgabe 6.13:

Das Tragwerk (Abb. 6.13) ist aus den Rahmen A und B aufgebaut, die über zwei Stäbe miteinander verbunden sind. Es wird durch die Gleichstreckenlast q und die Einzelkraft P belastet.

1. Ermitteln Sie sämtliche Lager- und Stabkräfte.
2. Geben Sie den Momentenverlauf $M_2(x_1)$ im Rahmen B mit $P = qa$ (Skizze mit Angabe der Extremwerte) an.
3. Für welches Verhältnis $P/(qa)$ bleibt der Rahmen A momentenfrei? Wie groß ist für diesen Fall das Schnittmoment in C?

Gegeben: P, q, a .

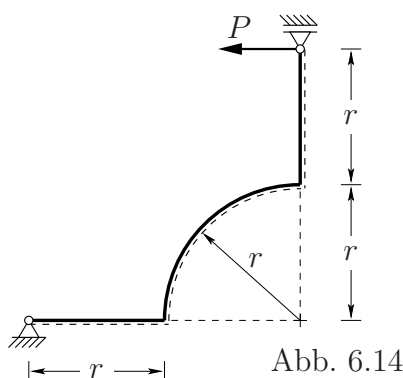


Abb. 6.14

Aufgabe 6.14:

Ermitteln und skizzieren Sie den Verlauf sämtlicher Schnittgrößen für das in Abb. 6.14 dargestellte Tragwerk.

Gegeben: P, r .

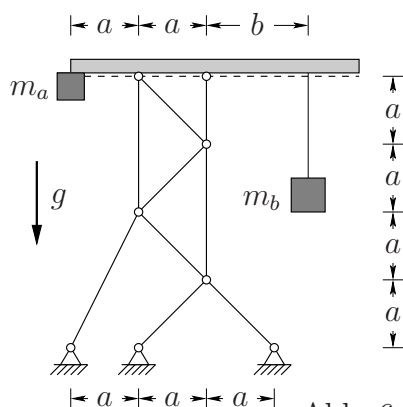


Abb. 6.15

Aufgabe 6.15:

Berechnen Sie für den in Abb. 6.15 gegebenen Ausleger des Krans

1. sämtliche Schnittgrößen und skizzieren Sie diese für $m_a = m_b = m$ und $a = b$.
2. die Stabkräfte im Fachwerk.

Gegeben: m_a, m_b, a, b, g .

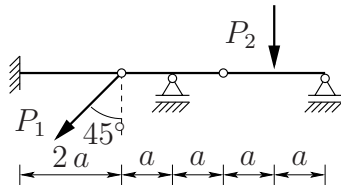


Abb. 6.16

Aufgabe 6.16:

Für den Träger in Abb. 6.16 sind die Lager- und Gelenkkräfte zu ermitteln.

Gegeben: $a = 4 \text{ m}$, $P_1 = 7\sqrt{2} \text{ kN}$, $P_2 = 10 \text{ kN}$.

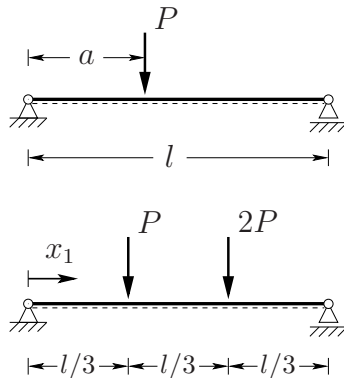


Abb. 6.17

Aufgabe 6.17:

Berechnen und skizzieren Sie für die beiden in Abb. 6.17 gegebenen Balken die Schnittgrößen $N_1(x_1)$, $Q_3(x_1)$ und $M_2(x_1)$.

Gegeben: a , l , P .

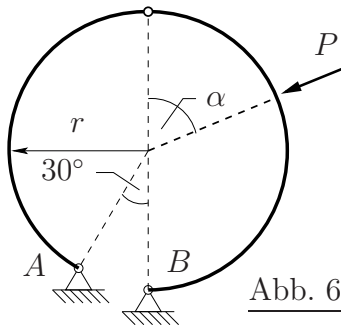


Abb. 6.18

Aufgabe 6.18:

Ein kreisförmiger Dreigelenkbogen ist gemäß Abb. 6.18 durch eine radial gerichtete Kraft P belastet. Bestimmen Sie die Lager- und Gelenkreaktionen in Abhängigkeit von α .

Gegeben: P , r , $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.

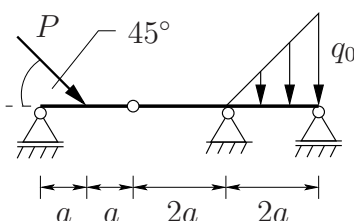


Abb. 6.19

Aufgabe 6.19:

Bestimmen Sie die Lager- und Gelenkreaktionen des in Abb. 6.19 dargestellten Gerberträgers.

Gegeben: P , a , q_0 .

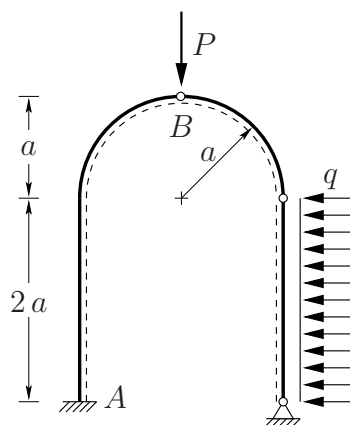


Abb. 6.20

Aufgabe 6.20:

Ermitteln Sie für das in Abb. 6.20 gegebene Tragwerk die Auflagerreaktionen und den Verlauf der Schnittgrößen in Bereich A-B.

Skizzieren Sie die Verläufe für den Fall $P = 2qa$

Gegeben: P, q, a .

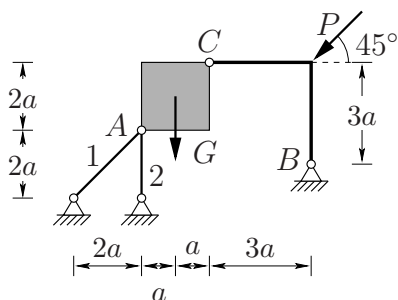


Abb. 6.21

Aufgabe 6.21:

Ermitteln Sie für das in Abb. 6.21 dargestellte Dreigelenktragwerk die Auflagerreaktionen in A und B sowie die Gelenkkraft in C.

Geben Sie die Kräfte in den Stäben 1 und 2 an.

Gegeben: $G = 40 \text{ kN}, P = \sqrt{2}G, a = 1 \text{ m}$.

7 Ebene Fachwerke

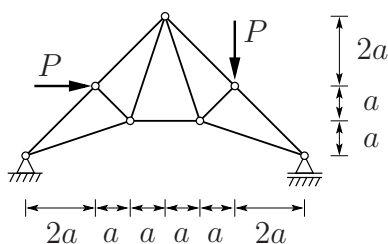


Abb. 7.1

Aufgabe 7.1:

Untersuchen Sie das Fachwerk in Abb. 7.1 auf statische Bestimmtheit und berechnen Sie die Lagerreaktionen und Stabkräfte.

Gegeben: P, a .

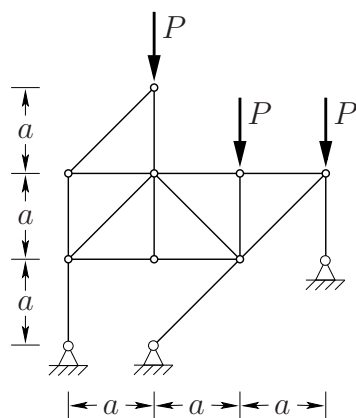


Abb. 7.2

Aufgabe 7.2:

Untersuchen Sie das Fachwerk in Abb. 7.2 auf statische Bestimmtheit und ermitteln Sie die Nullstäbe sowie die übrigen Stabkräfte.

Gegeben: P, a .

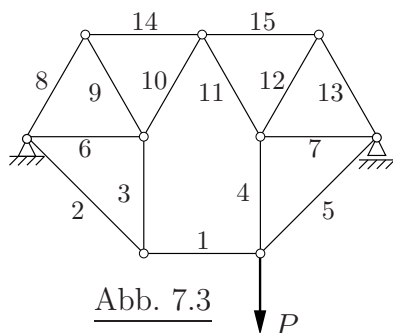


Abb. 7.3

Aufgabe 7.3:

Für das gezeichnete Fachwerk (Abb. 7.3) sind die Auflagerreaktionen und die Stabkräfte $S_1, S_{10}, S_{11}, S_{14}$ und S_{15} zu berechnen sowie die Nullstäbe zu bestimmen.

Gegeben: $P = 60 \text{ kN}$, Länge der Stäbe (außer Stab 2 und 5) $l = 2 \text{ m}$.

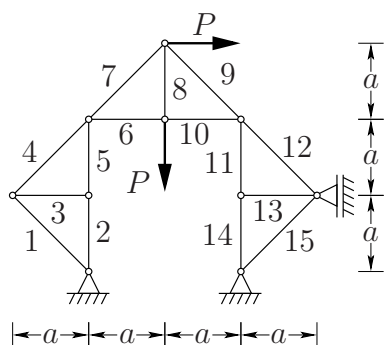


Abb. 7.4

Aufgabe 7.4:

Untersuchen Sie das dargestellte Fachwerk (Abb. 7.4) auf statische Bestimmtheit und berechnen Sie die Lager- und Stabkräfte.

Gegeben: a, P .

8 Reibung

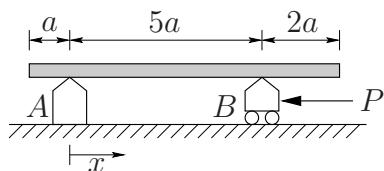


Abb. 8.1

Aufgabe 8.1:

Ein Balken mit dem Gewicht G liegt auf zwei Böcken, von denen der rechte verschiebbar ist (Abb. 8.1). Die Reibungskoeffizienten zwischen Balken und Böcken sind μ_H bzw. μ_G .

1. Wie groß muß P sein, damit sich der Block B aus der Ruhelage verschieben läßt?
2. Bis zu welcher Stelle x kann der Block B verschoben werden, ohne daß sich der Balken relativ zum Block B verschiebt?

Gegeben: a, G, μ_H, μ_G .

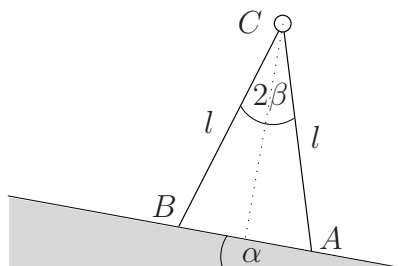


Abb. 8.2

Aufgabe 8.2:

Eine Leiter steht auf einer um den Winkel α geneigten schiefen Ebene (Abb. 8.2). Die Holme der Leiter haben jeweils die Länge l und das Gewicht G . Der Öffnungswinkel zwischen den Holmen beträgt 2β .

1. Bestimmen Sie den mindestens notwendigen Reibungskoeffizienten zwischen Leiter und schiefer Ebene, damit die Leiter nicht rutscht.
2. Zeigen Sie, daß die Leiter nicht umkippt.

Gegeben: $\alpha = 20^\circ, \beta = 15^\circ, l, G$.

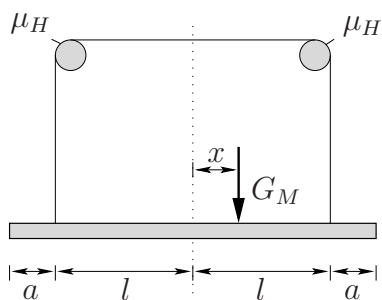


Abb. 8.3

Aufgabe 8.3:

Eine Arbeitsbühne (Bohle vom Gewicht G_B und der Länge $L = 2l + 2a$) wird durch ein Seil gehalten, das über zwei Kragbalken (Rundhölzer) gelegt wurde (Abb. 8.3). In welchem Bereich von x darf sich ein Mann (Gewicht G_M) aufhalten, ohne daß das Seil zu rutschen beginnt?

Gegeben: a, l, G_M, G_B, μ_H .

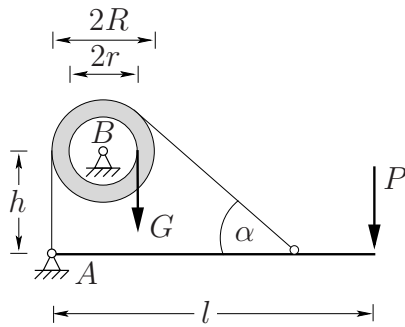


Abb. 8.4

Aufgabe 8.4:

Die dargestellte Bandbremse dient zum Abbremsen einer Seilrolle, an der das Gewicht G hängt (Abb. 8.4). Zwischen dem Band und der Trommel herrscht der Reibungskoeffizient μ_H .

1. Welche Bremskraft P ist mindestens erforderlich, wenn das Gewicht in Ruhe bleiben soll?
2. Wie groß sind dann die Lagerreaktionen in A und in B ?

Gegeben: $G, \mu_H, r, R, l, h, \alpha = 45^\circ$.

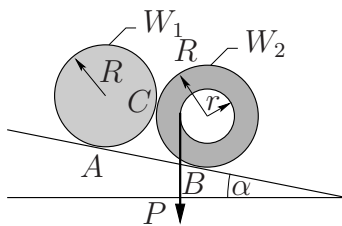


Abb. 8.5

Aufgabe 8.5:

Die Walzen W_1 und W_2 liegen auf einer rauhen, schiefen Ebene und werden durch die Kraft P , die an der Walze W_2 mit dem Abstand r vom Mittelpunkt angreift, gehalten (Abb. 8.5). Bei A , B und C herrsche der Haftreibungskoeffizient μ_H , beide Walzen haben das Gewicht G und den Radius R .

1. Bestimmen Sie unter der Voraussetzung, daß die maximale Haftreibungskraft zuerst in Punkt C erreicht wird, die obere und untere Grenze der Kraft P so, daß die Anordnung in Ruhe bleibt.
2. Überprüfen Sie in den Punkten A und B jeweils die Haftreibungsbedingung.

Gegeben: $R = 2r, \mu_H = 0,5, \alpha = 10^\circ, G$.

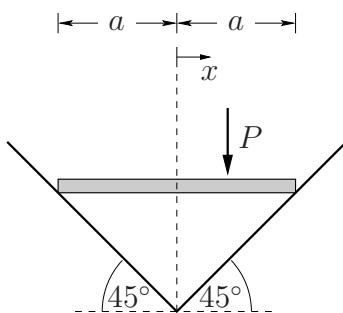


Abb. 8.6

Aufgabe 8.6:

Ein masseloser Stab der Länge $2a$ liegt auf zwei geneigten Wänden gemäß Abb. 8.6. An der Stelle x wird der Stab durch die Kraft P belastet. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Stab und Wand beträgt μ_H . Wie groß darf $x > 0$ maximal sein, ohne daß der Stab rutscht?

Gegeben: $\mu_H = \tan 15^\circ, P, a$.

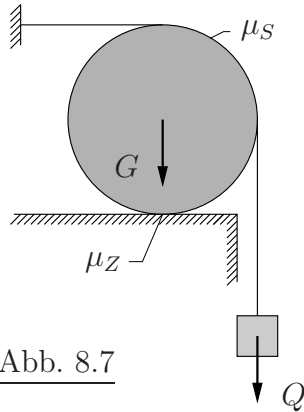


Abb. 8.7

Aufgabe 8.7:

Ein Zylinder vom Gewicht G liegt auf einer horizontalen Unterlage. Über den Zylinder ist ein Seil geführt, das an einem Ende fest verankert ist und am anderen Ende eine Last vom Gewicht Q trägt (Abb. 8.7). Zwischen Zylinder und Unterlage bzw. Zylinder und Seil tritt Reibung auf. Wie groß müssen die Haftreibungskoeffizienten μ_Z und μ_S jeweils sein, damit kein Rutschen eintritt?

Gegeben: G, Q .

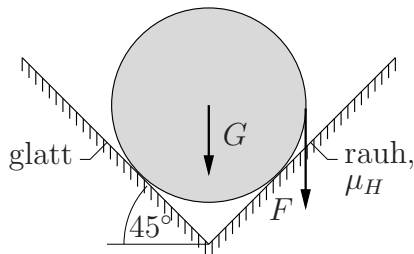


Abb. 8.8

Aufgabe 8.8:

Gegeben ist eine Rolle (Gewichtskraft G) gemäß Abb. 8.8, die in einer Rinne mit dem Öffnungswinkel 90° liegt und an der die Kraft F angreift. Auf der rechten Seite ist die Rinne rau (Haftreibungskoeffizient μ_H zwischen Rolle und Rinne), während die linke Seite glatt ist.

1. Wie groß darf F bei gegebenem μ_H maximal sein, damit die Rolle in Ruhe bleibt?
2. Wie groß ist die Haftreibungskraft R für $F = G/2$?

Gegeben: G, F, μ_H .

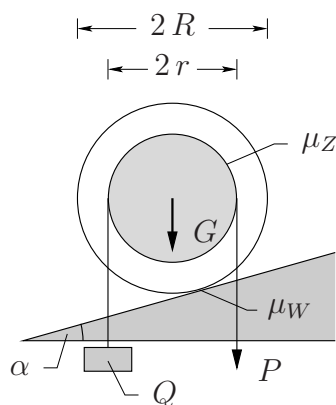


Abb. 8.9

Aufgabe 8.9:

Eine Walze (Gewicht G , Durchmesser $2R$) liegt auf einer schiefen Ebene. Über einen zentrisch auf der Walze befestigten Zapfen (Durchmesser $2r$) wird ein Seil geführt, an dem am einen Ende eine Last mit dem Gewicht Q hängt und am anderen Ende die Kraft P angreift. Zwischen Walze und Unterlage, sowie zwischen Zapfen und Seil, herrsche der Haftreibungskoeffizient μ_W bzw. μ_Z (Abb. 8.9).

1. Bestimmen Sie unter der Voraussetzung, daß an keiner Stelle Gleiten eintritt, die für Gleichgewicht erforderliche Kraft P , sowie die Normal- und Reibungskraft zwischen Walze und Unterlage.
2. Wie groß ist der maximal mögliche Neigungswinkel α_{max} , wenn die Walze nicht abgleiten soll?
3. Wie groß muß μ_Z mindestens sein, damit das Seil nicht über den Zapfen rutscht?

Gegeben: $G, Q, r, R, \mu_W, \mu_Z, \alpha > 0$.

9 Seilstatik

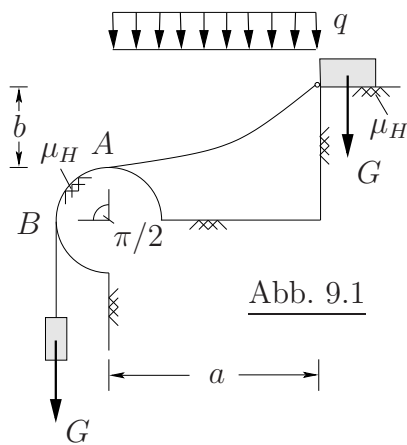


Abb. 9.1

Aufgabe 9.1:

Ein Seil mit vernachlässigbarem Eigengewicht soll durch eine Gleichlast q belastet werden (Abb. 9.1). Am rechten Ende des Seils ist ein Quader (Gewicht G), der auf einer rauhen Ebene (Haftreibungskoeffizient μ_H) liegt, befestigt. Am linken Ende des Seils, das vom Punkt A bis zum Punkt B über einen rauhen Zylinder (Haftreibungskoeffizient μ_H) läuft, ist ein zweiter Quader (Gewicht G) befestigt. Für welchen Größenbereich von q tritt an keiner Stelle Rutschen ein?

Gegeben: $a, b = a/2, G, \mu_H = 0,5$.

Aufgabe 9.2:

Eine Wäscheleine der Länge l_0 ist an ihren Enden A und B in den Höhen $h_A > h_B$ über dem Boden gemäß Abb. 9.2 befestigt. Durch die Wäschestücke erfährt die Leine näherungsweise eine konstante Streckenbelastung $q(x_1) = q_0$.

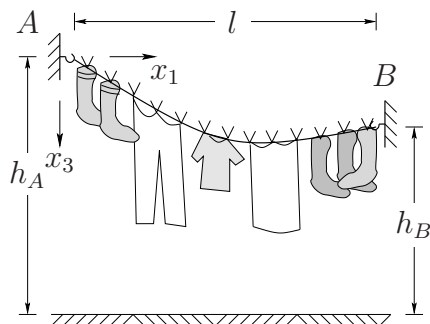


Abb. 9.2

1. Für das angegebene Koordinatensystem bestimme man die Gleichung der Seillinie.
2. Geben Sie den geringsten Abstand $\min x_3(H)$ der Leine vom Boden, sowie dessen Lage in Abhängigkeit vom Horizontalzug H an.
3. Welchen Wert nimmt die maximale Seilkraft $S_{\max}(H)$ an und wo tritt sie auf?
4. Geben Sie die Gleichung zur Lösung (numerisch) von H an.

Gegeben: l, l_0, h_A, h_B, q_0 .

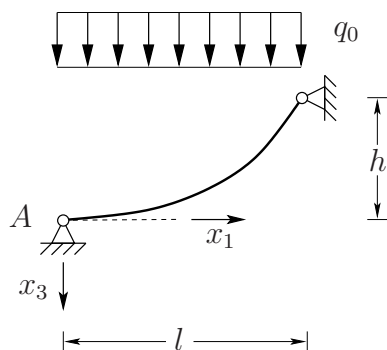
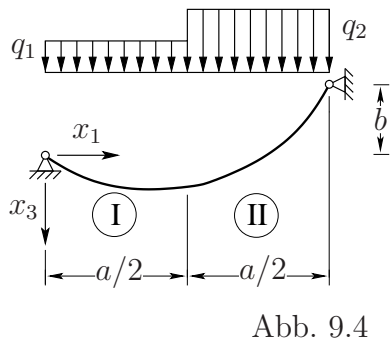


Abb. 9.3

Aufgabe 9.3:

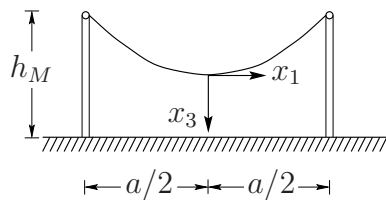
Das abgebildete Seil (vernachlässigbares Eigengewicht) wird mit der Last q_0 belastet und besitzt in A eine horizontale Tangente (Abb. 9.3). Bestimmen Sie die maximale Seilkraft.

Gegeben: $q_0, l, h = l/2$.

**Aufgabe 9.4:**

Ein Seil wird durch zwei bereichsweise konstante Linienlasten q_1 bzw. q_2 beansprucht (Abb. 9.4). Ermitteln Sie unter der Voraussetzung, daß die größte Seilkraft S_{max} beträgt, die Gleichung der Seilcurve in den Bereichen I und II sowie Ort und Betrag des maximalen Durchhangs.

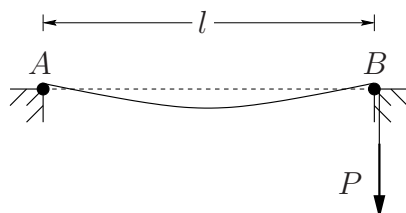
Gegeben: $q_1 = 1 \text{ kN/m}$, $q_2 = 2 \text{ kN/m}$, $S_{max} = 100 \text{ kN}$,
 $a = 20 \text{ m}$, $b = 4 \text{ m}$.

Aufgabe 9.5:

Ein durch sein Eigengewicht $q_3(\Theta)$ belastetes Seil (Abb. 9.5) ist zwischen zwei gleich hohen Masten über eine Fahrbahn gespannt.

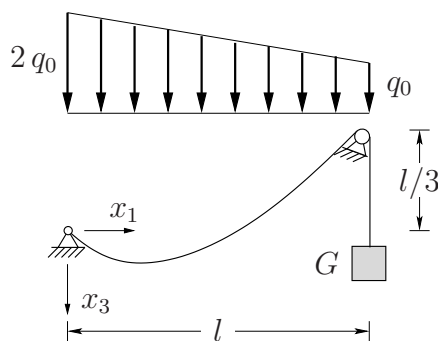
Bestimmen Sie für den Fall, daß an den Fußpunkten der Masten das maximale Moment M_{max} aufgenommen werden kann, die größte freie Durchfahrtshöhe sowie die maximale Seilkraft.

Gegeben: $h_M = 20 \text{ m}$, $a = 50 \text{ m}$, $M_{max} = 10 \text{ kNm}$,
 $q_3(\Theta) = 10 \text{ N/m}$.

**Aufgabe 9.6:**

Mit einem Maßband aus Stahl (Abb. 9.6) soll der Abstand zwischen den Punkten A und B gemessen werden. Der tatsächliche Abstand ist $l = 20 \text{ m}$. Das Maßband hat das Eigengewicht $q_3(\Theta)$ und wird mit der Kraft P gehalten. Wie groß wird der Meßfehler sein?

Gegeben: $P = 50 \text{ N}$, $q_3(\Theta) = 0,204 \text{ N/m}$, $l = 20 \text{ m}$.

**Aufgabe 9.7:**

Ein durch das Gewicht G vorgespanntes Seil werde durch eine linear verteilte Last beansprucht. Die Rolle am rechten Auflager sei reibungsfrei gelagert und in ihrer Abmessung vernachlässigbar klein (Abb. 9.7). Ermitteln Sie die Gleichung der Seillinie sowie Ort und Größe des maximalen Durchhangs.

Gegeben: l , G , $q_0 = \sqrt{2} G/2l$.

10 Prinzip der virtuellen Arbeit

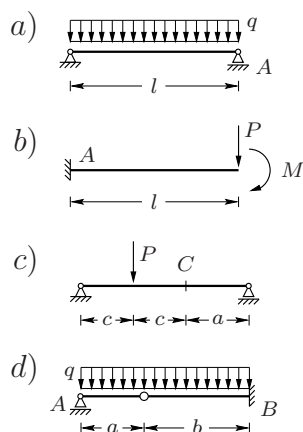


Abb. 10.1

Aufgabe 10.1:

Berechnen Sie mit Hilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* ($PdvV$) für das Tragwerk in Abb. 10.1

- die Lagerkraft A ,
- das Einspannmoment M_A ,
- das Schnittmoment M_C und
- die Lagerkraft A und das Einspannmoment M_B .

Bestimmen Sie hierzu zunächst die Drehpunkte der einzelnen Scheiben.

Gegeben: $a, b, c = b/2, l, M, P, q$.

Aufgabe 10.2:

Das dargestellte Tragwerk (Abb. 10.2) wird durch die Kräfte P_1 und P_2 sowie die Momente M_1 und M_2 belastet.

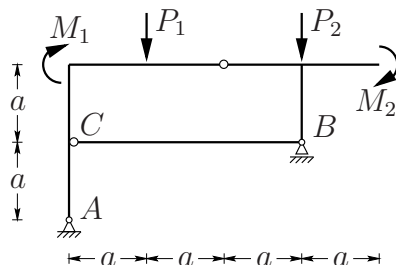


Abb. 10.2

- Bestimmen Sie den Grad der statischen Bestimmtheit und überprüfen Sie die Brauchbarkeit des Tragwerks.
- Bestimmen Sie mit Hilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* ($PdvV$) die Auflagerkraft in B und die Stabkraft im Stab BC .

Gegeben: $M_1 = 2M_2 = 200 \text{ kNm}$, $P_1 = 2P_2 = 300 \text{ kN}$, $a = 2 \text{ m}$.

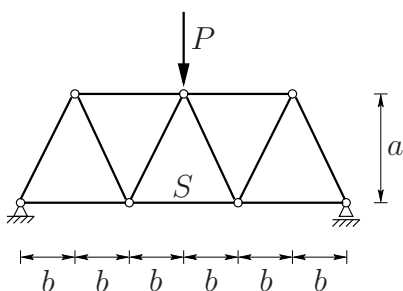


Abb. 10.3

Aufgabe 10.3:

Berechnen Sie für das Tragwerk in (Abb. 10.3) die Stabkraft S mit Hilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* ($PdvV$).

Gegeben: $a, b = a/2, P$.

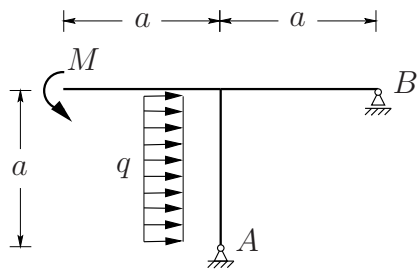


Abb. 10.4

Aufgabe 10.4:

Bestimmen Sie für das Tragwerk (Abb. 10.4) die horizontale Lagerreaktion in A und die Auflagerkraft in B mit Hilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* (PdvV).

Gegeben: a, q, M .

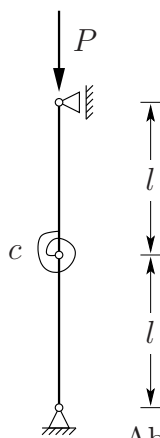


Abb. 10.5

Aufgabe 10.5:

Zwei starre homogene prismatische Stäbe (gleiche Länge l , gleiches Gewicht G) sind durch eine Drehfeder verbunden und gemäß Abb. 10.5 gelagert und belastet. In der gezeichneten Lage sei die Feder spannungsfrei.

Wie groß muß die Federkonstante c sein, damit stabiles Gleichgewicht herrscht?

Gegeben: P, G, l .

Aufgabe 10.6:

Ein Körper der Dichte ρ mit der Form einer Halbkugel (Radius r) mit kegelförmiger Aussparung ruht auf einer rauhen schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α (Abb. 10.6).

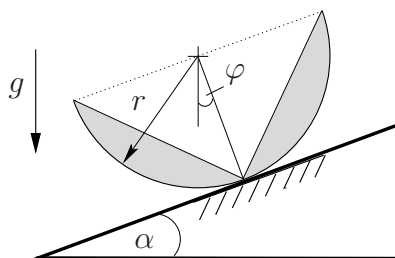


Abb. 10.6

1. Ermitteln Sie den Schwerpunkt des Körpers.
2. Bestimmen Sie die Gleichgewichtslage des Körpers (Winkel φ in Abb. 10.6).
3. Wie groß darf α höchstens sein (Grenzwert α_{max}), damit Gleichgewicht möglich ist (Gleiten sei ausgeschlossen)?
4. Beurteilen Sie die Stabilität der Gleichgewichtslage für α_{max} .

Gegeben: r, α, ρ, g .

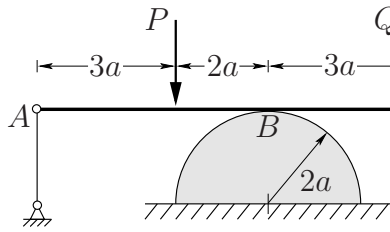


Abb. 10.7

Aufgabe 10.7:

Ein Balken liegt in B auf einer rauhen zylindrischen Unterlage (Radius R) auf, und wird in A durch einen Stab gestützt (Abb. 10.7). Der Balken ist durch die Kräfte P und Q belastet.

1. Ermitteln Sie mit dem *Prinzip der virtuellen Verrückungen* ($PdvV$) die Stabkraft S .
2. In welcher Gleichgewichtslage befindet sich der Balken, wenn der Stab bricht? Ist diese Gleichgewichtslage stabil?

Gegeben: $P = 80 \text{ N}$, $Q = 50 \text{ N}$, $r = 2a = 4 \text{ m}$.

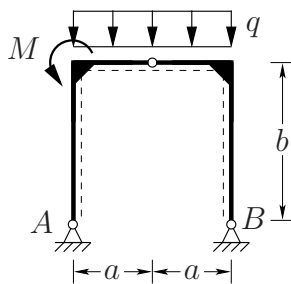


Abb. 10.8

Aufgabe 10.8:

Ein ebener Rahmen wird durch eine Gleichstreckenlast q und ein Einzelmoment M belastet (Abb. 10.8).

Bestimmen Sie mit Hilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* ($PdvV$) die Lagerreaktionen in B .

Gegeben: a , b , q , M .

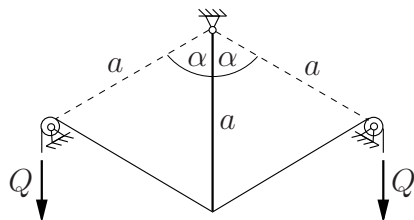


Abb. 10.9

Aufgabe 10.9:

An einem pendelnd aufgehängten, homogenen und starren Stab (Länge a , Gewicht G) sind zwei undeformbare Seile befestigt, die über zwei Rollen (Durchmesser vernachlässigbar) geführt sind und jeweils Lasten vom Gewicht Q tragen (Abb. 10.9). Wie groß darf Q höchstens sein, damit sich die Anordnung in der skizzierten Lage im stabilen Gleichgewicht befindet?

Gegeben: a , G , $\alpha = 60^\circ$.

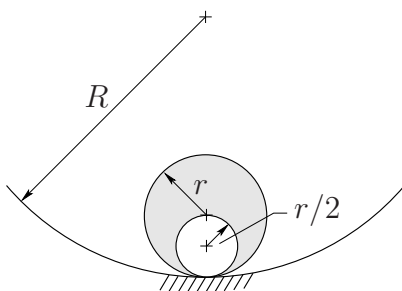


Abb. 10.10

Aufgabe 10.10:

Aus einer homogenen Kreisscheibe vom Radius r ist ein kreisförmiges Loch vom Radius $r/2$ ausgenommen (Abb. 10.10). Die Scheibe steht in der skizzierten Weise in einer zylindrischen Rinne (Radius R).

Für welche Verhältnisse r/R ist diese Gleichgewichtslage stabil? (Gleiten sei ausgeschlossen.)

Gegeben: r , R .

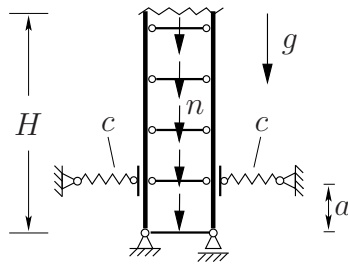


Abb. 10.11

Aufgabe 10.11:

Ein durch eine Rahmenkonstruktion ausgebildeter Turm wird durch zwei Federn mit der Federsteifigkeit c gestützt (Abb. 10.11). Der Turm hat ein konstantes Eigengewicht n pro Längeneinheit.

Eine Verformung der Stützen und Riegel soll nicht berücksichtigt werden.

Wie groß ist die zulässige Turmhöhe H für stabiles Gleichgewicht?

Gegeben: c, a, n, g .

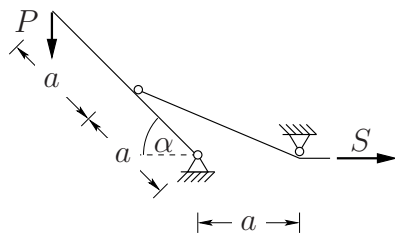


Abb. 10.12

Aufgabe 10.12:

Bestimmen Sie mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen die erforderliche Seilkraft S , um das in Abb. 10.12 skizzierte System im Gleichgewicht zu halten.

Gegeben: a, P, α .