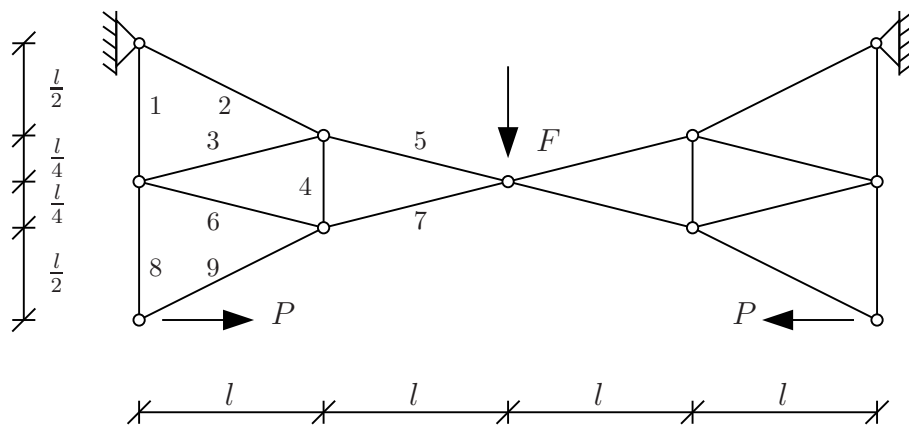


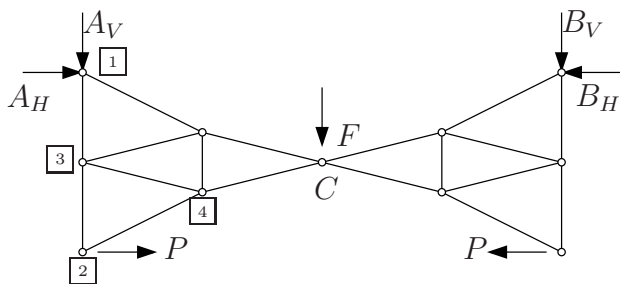
**Aufgabe 1 (25 Punkte)**

Gegeben ist ein symmetrisches, statisch bestimmtes Fachwerk, das wie dargestellt in der Mitte durch die vertikale Einzellast  $F$  sowie in den unteren Eckpunkten durch die horizontalen Einzellasten  $P$  beansprucht wird.

1. Bestimmen Sie alle Auflagerreaktionen.
2. Berechnen Sie die Stabkräfte  $S_5$  und  $S_7$  mit Hilfe des Ritterschnittverfahrens.
3. Ermitteln Sie die restlichen Kräfte mit Hilfe des Knotenpunktverfahrens.
4. In welchem Wertebereich muß  $P$  liegen damit die Stäbe 1 und 2 Zugstäbe bleiben?



Geg.:  $l, F$ .

**Lösung****1. Auflager**

$$\curvearrowright A: B_V \cdot 4l + F \cdot 2l - P \cdot \frac{6}{4}l + P \cdot \frac{6}{4}l = 0 \quad \rightarrow \quad B_V = -\frac{1}{2}F$$

$$\uparrow: A_v + F + B_v = 0 \quad \rightarrow \quad A_v = -B_v - F = \frac{1}{2}F - F = -\frac{1}{2}F \quad \rightarrow \quad A_v = -\frac{1}{2}F$$

$$\curvearrowright C: A_H \frac{3}{4}l - A_v 2l - P \frac{3}{4}l = 0 \quad \rightarrow \quad A_H = \frac{4}{3} \left( 2A_v + \frac{3}{4}P \right) \quad \rightarrow \quad A_H = P - \frac{4}{3}F$$

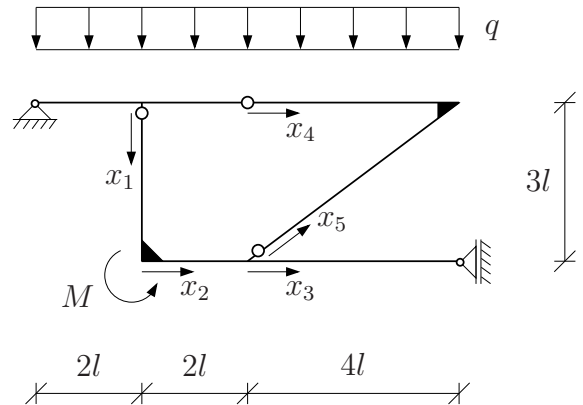
$$\rightarrow: A_H - B_H + P - P = 0 \quad \rightarrow \quad A_H = B_H \quad \rightarrow \quad B_H = P - \frac{4}{3}F$$



**Aufgabe 2**

Das dargestellte System wird durch eine konstante Streckenlast sowie durch ein Einzelmoment belastet.

1. Überprüfen Sie das System auf statische Bestimmtheit.
2. Ermitteln Sie alle Auflagerreaktionen.
3. Berechnen Sie alle horizontalen und vertikalen Gelenkkräfte.
4. Bestimmen Sie die Momentenverläufe  $M_i(x_i)$  für  $i = 1, 5$  und stellen Sie diese unter Angabe von Rand- und Extremwerten graphisch dar.



Geg.:  $l$ ,  $q$ ,  $M = 2ql^2$ .

**Lösung****1. statische Bestimmtheit**

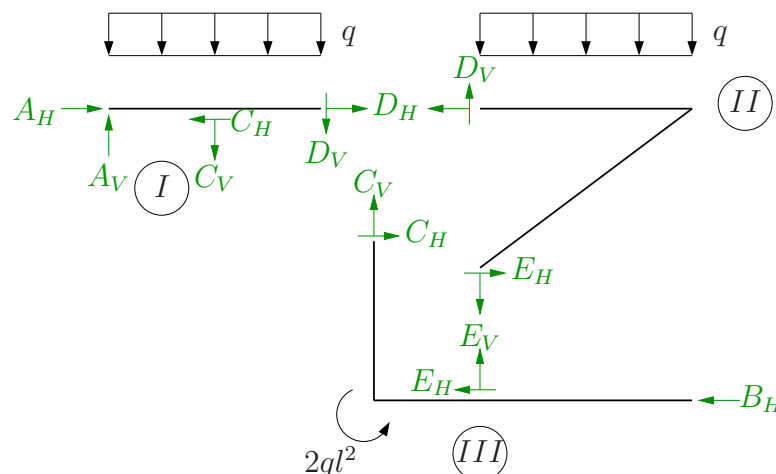
$$f = 3 + 18 - 3 \cdot 7 = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \text{statisch bestimmt}$$

**2. Auflager**

$$\curvearrowleft A: q \cdot 8l \cdot 4l + B_H \cdot 3l - 2ql^2 = 0 \rightarrow \boxed{B_H = -10ql}$$

$$\uparrow: \boxed{A_V = 8ql}$$

$$\rightarrow: \boxed{A_H = -10ql}$$

**3. Gelenkkräfte**

TS I:

$$\begin{aligned} \widehat{M}_D : \quad q \cdot 4l \cdot 2l - A_V \cdot 4l + C_V \cdot 2l &= 0 \\ 8ql^2 - 32ql^2 &= -C_V \cdot 2l \quad \rightarrow \quad \boxed{C_V = 12ql} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \uparrow : \quad A_V - C_V - 4ql &= D_V \\ D_V &= -4ql - 12ql + 8ql \quad \rightarrow \quad \boxed{D_V = -8ql} \end{aligned}$$

TS II:

$$\uparrow : \quad D_V - 4ql = E_V \quad \rightarrow \quad \boxed{E_V = -12ql}$$

$$\curvearrowright D : \quad E_H \cdot 3l = q \cdot 4l \cdot 2l \quad \rightarrow \quad \boxed{E_H = \frac{8}{3}ql} \quad \boxed{D_H = \frac{8}{3}ql}$$

TS I:

$$\begin{aligned} \rightarrow : \quad A_H + D_H &= C_H \\ C_H &= \frac{8}{3}ql - 10ql \quad \rightarrow \quad \boxed{C_H = -\frac{22}{3}ql} \end{aligned}$$

TS III:

$$\begin{aligned} \curvearrowright C : \quad -E_V \cdot 2l + E_H \cdot 3l + B_H \cdot 3l &= 2ql^2 \\ 24ql^2 + 8ql^2 - 30ql^2 &= 2ql^2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

## 4. Momentenverlauf

$$M_1(x_1) = C_H \cdot x_1 \quad \rightarrow \quad \boxed{M_1(x_1) = -\frac{22}{3}qlx_1}$$

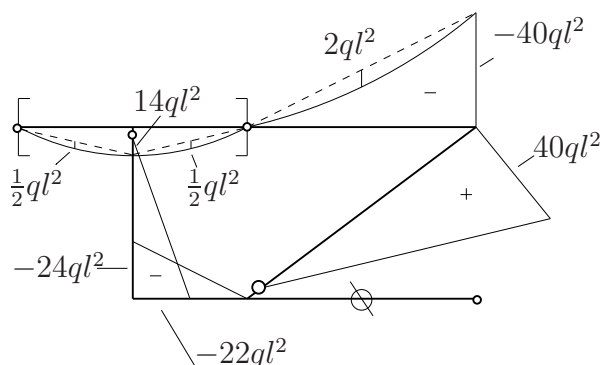
$$\begin{aligned} M_2(x_2) &= C_H \cdot 3l + C_V \cdot x_2 - 2ql^2 \\ &= -22ql^2 + 12qlx_2 - 2ql^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{M_2(x_2) = -24ql^2 + 12qlx_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_3(x_3) &= E_V \cdot x_3 + C_H \cdot 3l + C_V \cdot (2l + x_3) - 2ql^2 \\ &= -12qlx_3 - 22ql^2 + 24ql^2 + 12qlx_3 - 2ql^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{M_3(x_3) = 0} \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$M_4(x_4) = -q \cdot \frac{1}{2}x_4^2 + D_V \cdot x_4 \quad \rightarrow \quad \boxed{M_4(x_4) = -\frac{1}{2}qx_4^2 - 8qlx_4}$$

$$\begin{aligned} M_5(x_5) &= -\frac{3}{5} \cdot x_5 \cdot E_H - \frac{4}{5} \cdot x_5 \cdot E_V \\ &= -\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{3}ql \cdot x_5 + \frac{4}{5} \cdot 12ql \cdot x_5 \quad \rightarrow \quad \boxed{M_5(x_5) = 8qlx_5} \end{aligned}$$

graphische Darstellung

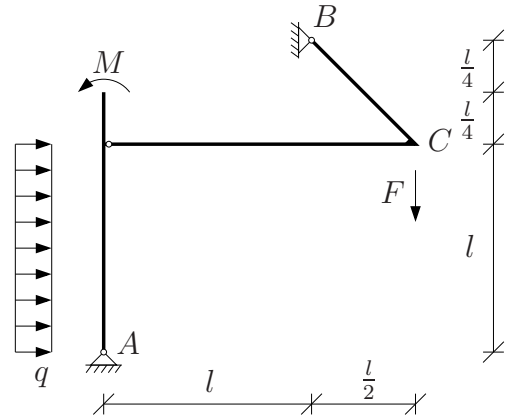
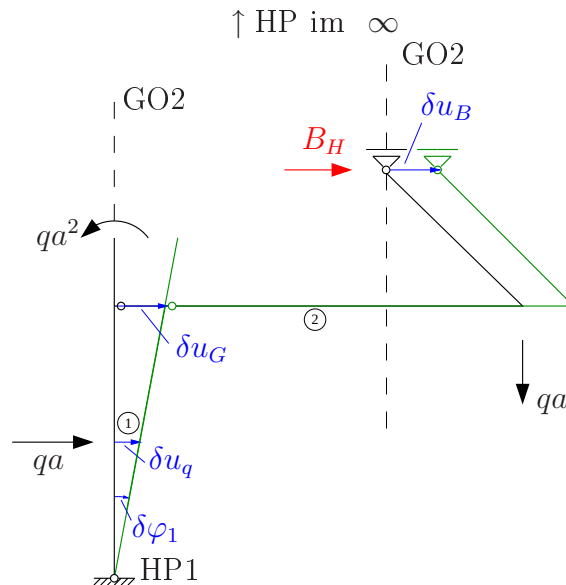


**Aufgabe 3**

Gegeben ist das durch eine Streckenlast, eine Einzelkraft und ein Einzelmoment belastete System. Berechnen Sie mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen

1. die horizontale und vertikale Auflagerkraft im Punkt B,
2. das Biegemoment am Punkt C.

**Geg.:**  $l$ ,  $q$ ,  $F = ql$ ,  $M = ql^2$ .

**Lösung****1. horizontale Auflagerkraft  $B_H$** 

Kinematik:

$$\delta u_q = \frac{a}{2} \cdot \delta \varphi_1$$

$$\delta u_G = a \cdot \delta \varphi_1 = \delta u_B$$

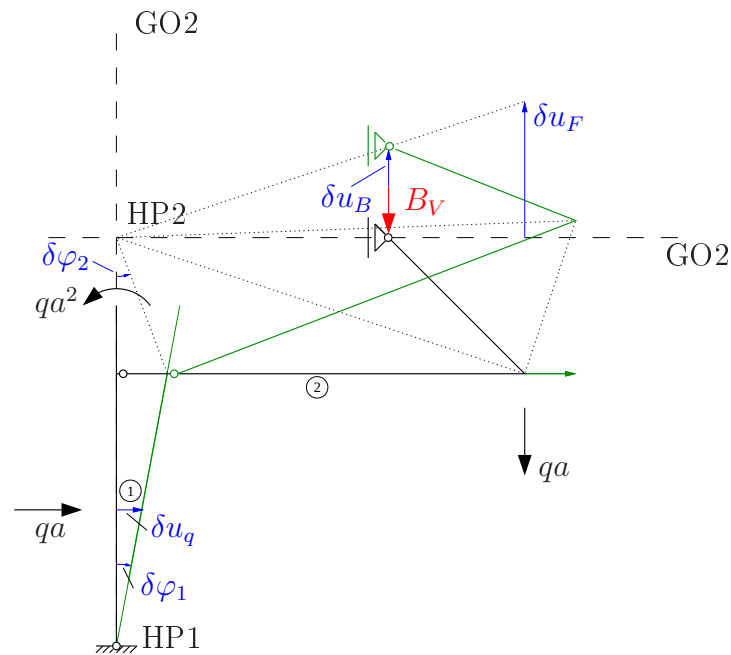
PvA:

$$\delta A = qa \cdot \delta u_q - qa^2 \cdot \delta \varphi_1 + B_H \cdot \delta u_B = 0$$

$$\left( qa \cdot \frac{a}{2} - qa^2 + B_H \cdot a \right) \cdot \delta \varphi_1 = 0$$

$\forall \delta \varphi_1 \neq 0$ :

$$\boxed{B_H = \frac{1}{2}qa}$$

**2. vertikale Auflagerkraft  $B_V$** 

Kinematik:

$$a \cdot \delta\varphi_1 = \frac{a}{2} \cdot \delta\varphi_2 \rightarrow \delta\varphi_1 = \frac{1}{2}\delta\varphi_2$$

$$\delta u_q = \frac{a}{2}\delta\varphi_1 = \frac{a}{4}\delta\varphi_2$$

$$\delta u_F = \frac{3}{2}a\delta\varphi_2$$

$$\delta u_B = a\delta\varphi_2$$

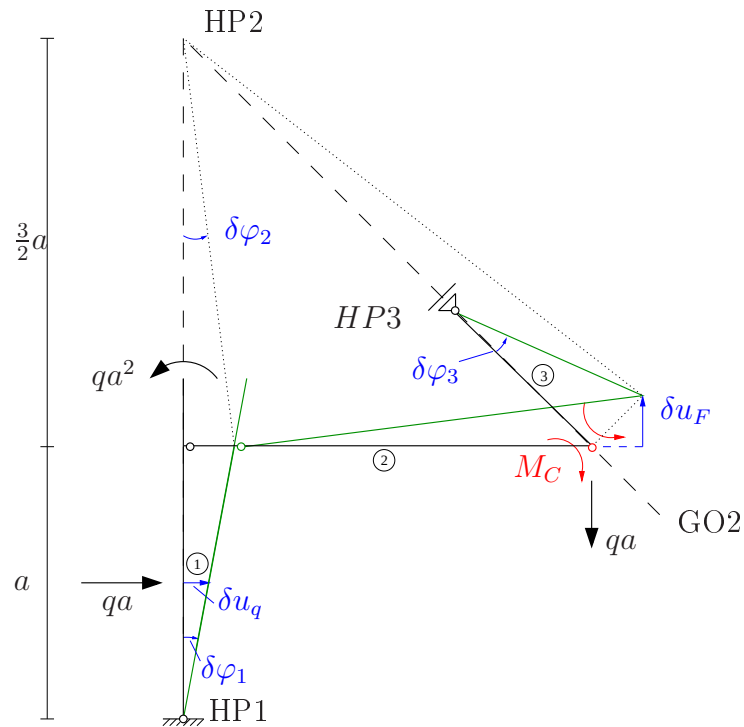
PvA:

$$\delta A = qa \cdot \delta u_q - qa^2 \cdot \delta\varphi_1 - B_V \cdot \delta u_B - qa \cdot \delta u_F = 0$$

$$\left( qa \cdot \frac{a}{4} - qa^2 \cdot \frac{1}{2} - B_V \cdot a - qa \cdot \frac{3}{2} \right) \cdot \delta\varphi_2 = 0$$

 $\forall \delta\varphi_2 \neq 0$ :

$$\boxed{B_V = -\frac{7}{4}qa}$$

3. Biegemoment  $M_C$ 

Kinematik:

$$\frac{3}{2}a \cdot \delta\varphi_2 = a \cdot \delta\varphi_1 \rightarrow \delta\varphi_1 = \frac{3}{2}\delta\varphi_2$$

$$\frac{3}{2}a \cdot \delta\varphi_2 = \frac{a}{2} \cdot \delta\varphi_3 \rightarrow \delta\varphi_3 = 3\delta\varphi_2$$

$$\delta u_q = \frac{a}{2}\delta\varphi_1 = \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{2}\delta\varphi_2 = \frac{3a}{4}\delta\varphi_2$$

$$\delta u_F = \frac{a}{2}\delta\varphi_3 = \frac{a}{2} \cdot 3\delta\varphi_2 = \frac{3a}{2}\delta\varphi_2$$

PvA:

$$\delta A = qa \cdot \delta u_q - qa^2 \cdot \delta\varphi_1 - qa \cdot \delta u_F - M_C \cdot \delta\varphi_2 + M_C \cdot \delta\varphi_3 = 0$$

$$\left( q \cdot a \cdot \frac{3a}{4} - qa^2 \cdot \frac{3}{2} - qa \cdot \frac{3a}{2} - M_C + M_C \cdot 3 \right) \cdot \delta\varphi_2 = 0$$

 $\forall \delta\varphi_2 \neq 0:$ 

$$\frac{3}{4}qa^2 - \frac{3}{2}qa^2 - \frac{3}{2}qa^2 + 2M_C = 0$$

$$\boxed{M_C = \frac{9}{8}qa^2}$$