

BIOMECHANIK

KAPITEL 1 - Einführung

- Biomechanik
 - mechanische Beschreibung u. ^{Erläuterung} ~~Letzte~~ von Ursachen der Bewegung
 - Wirkung von inneren u. äußeren Kräften auf den Organismus u. die zeitl. Änderung

KAPITEL 2: SKELETT

- Bewegungsapparat:
 - aktiv: Muskeln, Steuerung, Regelung
 - passiv: Knochen, Bänder, Gelenke
- anthropometr. Punkte: Grenzen der Segmente bei Segmentaufteilung des Körpers
- anatom. Punkte $\leftrightarrow$ Gelenkpunkte
- holonome Bindungen: schränken Lage u. Geschwindigkeiten ein
nicht-holonome Bind.: schränken nur Geschwindigkeiten ein
- Kinematik: reine Bewegungslehre
Kinetik: Beziehungen zu Bewegungen/-störungen u. beeinflussenden Kräften (Weg, Zeit, Masse, Kraft)
- Inverse Kinetik: aus vorgegebenen Bewegungen die eingepprägten Kräfte berechnen

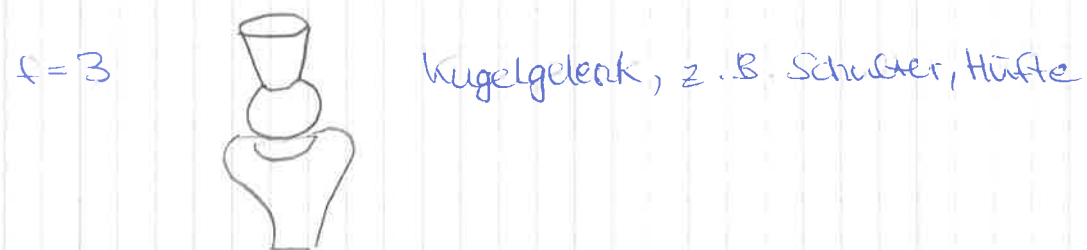
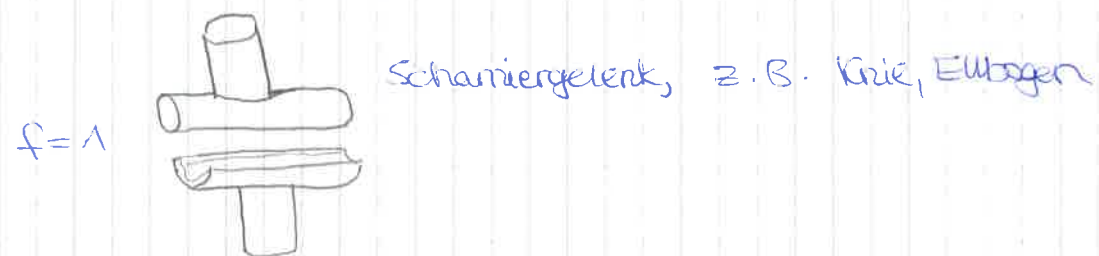
KAPITEL 3 : Gelenke

Unterteilung:

- **Fibrose Gelenke**: verbinden Knochen mit Gewebe → lassen nur kleine Bewegungen zu
 - dienen der Stabilisierung
 - lassen kleine oder keine Bewegungen zu (Kopfbereich, Schien-/Wadenbein)
- **Knorpelige Gelenke**: verbinden Knochen mittels Knorpel
 - dienen der Stabilisierung
 - lassen geringe Bewegungen zu (Rippenbereich, Wirbelsäule)
- **Synoviale Gelenke**: verbinden Knochen mittels Bändern
 - dienen der Bewegung (kleine Translationen, große Rotationen) (Knie, Hüfte, Schulter)

→ Aufbau von synovialen Gelenken:
System aus Knochen, knorpeligen Gelenkschalen, Bändern, Muskeln

Gelenke nach Freiheitsgraden (H.S. 1)



Bsp.: Knie konvexe Gelenkschalen → Bänder zur Stabilisierung
aufgebaut aus:

- Gelenkspalt *Cavitas articularis*
- Ligamenta
- Disci oder Menisci articulares
- Gelenklippen
- Gelenkknorpel

Mechanische Betrachtung

Gelenke sind meist "nicht ideal" im Sinne der Mechanik

- geometrisch: Oberflächen sind meist nicht kongruent
(Punkt- / Linienbelastung, Rotation u. Translation)
- nachgiebig
- reibungsbehaftet

KAPITEL 4 Knochen

- Strukturen:

- Geflechtknochen: Kollagenfibrillen (10-20nm lang), ungeordnet (z.B. bei Kallusbildung)
- Lamellenknochen: Kollagenfasern geordnet

- Zeitveränderungen (Bone adaption):

- Alterung: Geflechtknochen → Lamellenknochen
- mechanische Belastung:
 - Osteoblasten: knochenaufbauende Zellen (bone modelling)
 - Osteoklasten: knochenabbauende Zellen (bone remodelling)

Einflüsse: Höhe der Belastung, zeitl. Fhnd. der Belastung



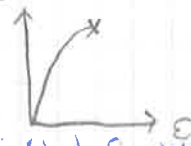
→ Knochenbildung wird nur durch zykl. Belastung angeregt, insb. durch Druckspannungen

- Materialzusammensetzung:

Mineralien (Hydroxylapatit), Wasser, Kollagen

- mechanische Eigenschaften:

- inhomogen (Mineralien)
- Theorem: Bruchspannung u. E-Modul abh. von Belastungsgeschw.
 $\sigma_B, E \sim \dot{\epsilon}^{1/3}$



- elasto-plastisch $\epsilon = \frac{\sigma}{E_{0,02}} + a \cdot \sigma^n \cdot \epsilon^b$
- anisotrop, nicht linear abhängig von Belastungsrichtung u. Position im Körper

- linear elastisch 21 Konstanten, $T_{ij} = C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl}$ $\sigma_i = c_{ij} \cdot \epsilon_j$

- orthotrop (orthogonal anisotrop): Eigenschaften für alle 3 Hauptachsen unterschiedlich → 9 elastische Konstanten

- transvers isotrop (beide Querrichtungen identisch): Eigenschaften in Radial- u. Umfangsrichtung → 5 elast. Konst.

- isotrop → 2 unabh. Elemente

⇒ Bei Festigkeitsaussagen unterscheiden: Material, Bauform u. Struktur

- allg. $\sigma_{\text{Druck}} \approx 1/4 \cdot \sigma_{\text{Zug}}$ → zugunfähig, halten Druck stand
- spongiöse Knochen (substantia spongiosa):
Werte ca. 1 Zehnerpotenz kleiner
- Messung der mechan. Eig.: Zugversuche, Ultraschall
- Steuerung der Knochenspannung durch Vorspannung von Bändern
→ leichte Erhöhung Druck, starke Reduktion Biegung
→ Vernetzung u. Muskelaktivität u. Spannungen in Knochen u. Gelenken

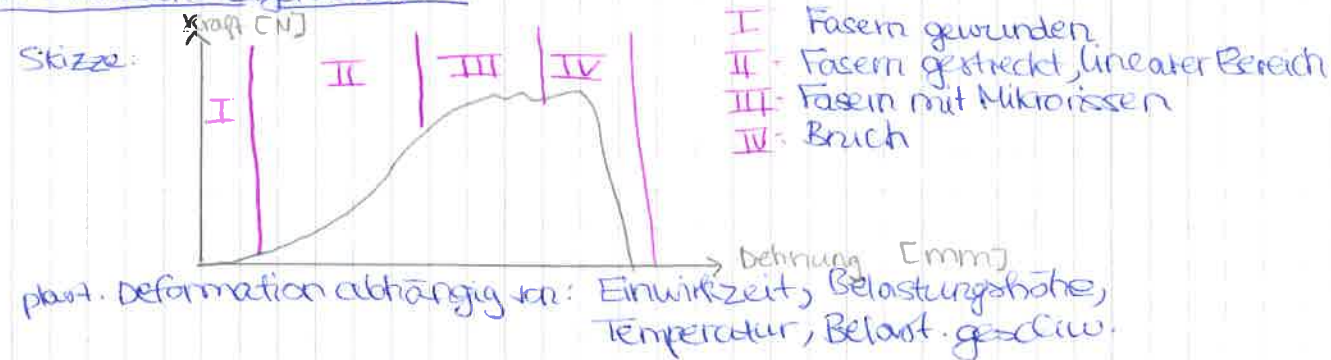
KAPITEL 5: Weichgewebe

= Fasern, die Wasser binden können

Wichtige Molekülketten E-Modul

- Kollagen (fibröses Protein, unverzweigt) $E_K \approx 10^3 \text{ MPa}$
 - gewundene Faserbündel (3-fach Helix) unterschiedl. Anordnung
 - enthalten u. a. Fibroblasten
 - Bruchdehnung ca. 12%
- Elastin (fibr. " " " ") $E_E \approx 0,6 \text{ MPa}$
 - schwer löslich, wärmegest.
 - extrem elastische Molekülkette, stark gewunden
 - Bruchdehnung 200-300%
 - Festigkeit $\frac{1}{25}$ von Kollagen

Mechanische Eigenschaften



→ Hilfsansatz: $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$

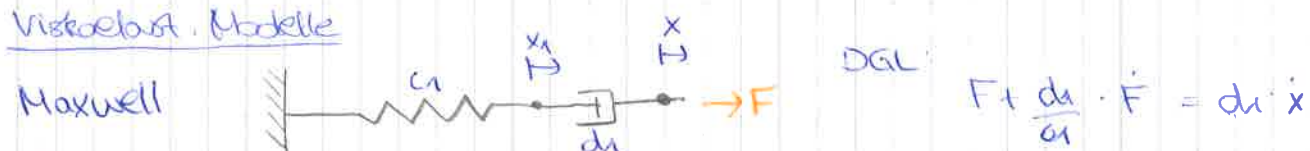


- > Sekantenmodul $E_s = \frac{\sigma_1}{\epsilon_1}$
- > Ursprungsmodul $E_0 = \lim_{\epsilon_s \rightarrow 0} E_s$
- > Tangentenmodul $E_t = \frac{d\sigma}{d\epsilon} \bigg|_{\epsilon_1}$

Kollagenfasern straffen sich mit wachsendem E-Modul

⇒ HOCHGRADIG NICHTLINEAR U. INELASTISCH
Energiedissipation → viskoelastische Modelle

Viskoelast. Modelle



Übertragungsfkt: $G(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{c_1 \cdot d_1^2 \cdot \omega}{c_1^2 + d_1^2 \omega^2} + \frac{c_1^2 d_1 \omega}{c_1^2 + d_1^2 \omega^2} j$

Impedanz: $Z(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{\dot{x}(j\omega)} = \frac{c_1^2 d_1}{c_1^2 + d_1^2 \omega^2} - \frac{c_1 d_1^2 \omega}{c_1^2 + d_1^2 \omega^2} j$

Voigt (Parallelschaltung)

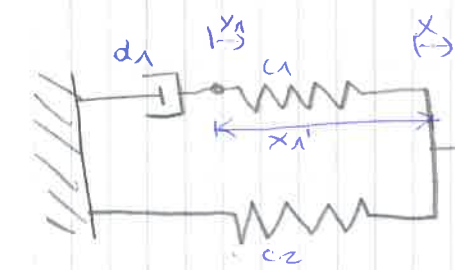


$$F = d_1 \dot{x} + c_2 x$$

$$G = c_2 + d_1 \omega j$$

$$Z = d_1 - \frac{c_2}{\omega} j$$

Kelvin



$$F + \frac{d_1}{c_1} \cdot \dot{F} = c_2 x + d_1 \left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right) \dot{x}$$

$$G = \dots$$

$$Z = \dots$$

→ belieb. Kombinationen, v.a. Serienschaltung von Kelvin-Elementen mit untersch. Zeitkonstanten

Oszillationsmessungen

Eingang, z.B. Auslenkung $x(t) = \hat{x} \cdot \sin(\omega t)$
Ausgang, z.B. Kraft $F(x, t)$

z.B. Voigt $F = c x = c \hat{x} \cdot \sin(\omega t) \rightarrow \sigma_e = E \cdot \hat{\epsilon} \cdot \sin(\omega t)$

$F_d = d \cdot \dot{x} = d \cdot \hat{x} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \rightarrow \sigma_v = E' \cdot \hat{\epsilon} \cdot \cos(\omega t)$
mit Verlustmodul $E' = d \cdot \omega$
elastisch
viskos
viskoelastisch

→ $\sigma_{ev} = E \cdot \hat{\epsilon} \cdot \sin(\omega t) + E' \cdot \hat{\epsilon} \cdot \cos(\omega t)$

→ komplexer E-Modul $E^* = E + E' j$

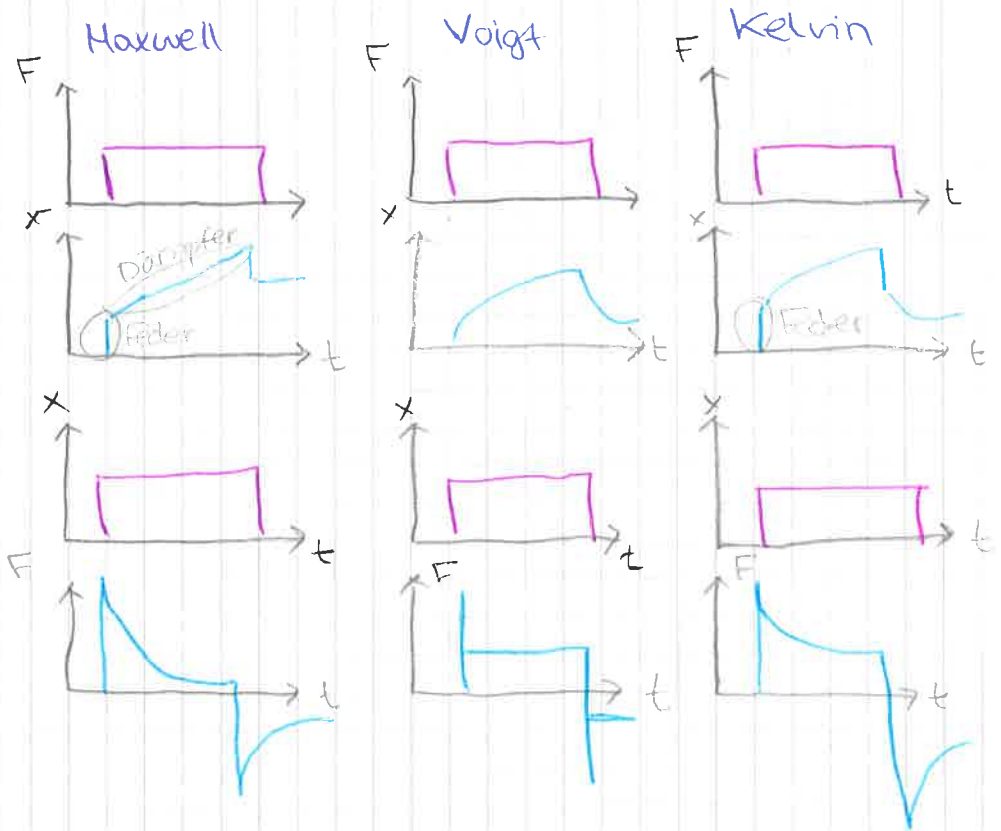
$\sigma = |E^*| \cdot \hat{\epsilon} \cdot \sin(\omega t + \delta)$

$$|E^*| = \sqrt{E^2 + (E')^2}$$

$$\tan \delta = \frac{E'}{E}$$

Funktionen

- Kriechfunktion (Sprung in F)



- Relaxationsfkt (Sprung in x)

Knorpel

hyalin:	strukturelos	Gelenkknorpel
faserig:	////	Randscheiben
elastisch:		70-80% Flüssigkeiten → auspressen bei Belastung aufsaugen bei Entlastung → Nährstoffbelastung



→ Flüssigkeitsgehalt ändert sich mit der Belastung

- zykl. Belastung: Nährstoffversorgung, verstärkte Knorpelbildung
- Ruhe: Knorpelabbau

Bänder (Ligaments)

- verbinden Knochen, Teil der Gelenkfunktion
 - Kollagenfasern nahezu parallel
- teilweise vorgespannt

Sehnen (Tendons)

- verbinden Muskeln mit Knochen
 - Kollagenfasern parallel
- Speichermögen von elastischer Formänderungsenergie

30-40% Festige 60-70% Flüssigkeit

- i.a. < 3% Elastin
- 70-80% Kollagen

→ Nährstoffversorgung von den Einspannungsregionen her

am Knie: lateral collateral lig., äußeres Seitenband
medial " " , inneres Seitenband
anterior cruciate lig., vorderes Kreuzband
posterior cruciate lig., hinteres Kreuzband

KAPITEL 7: Muskeln

- Arten
 - Glatte Muskel (Blutgefäße, Peristaltik)
 - Herzmuskel
 - ^{nicht steuerbar} ← Skelettmuskel (Nervenzellen übertragen Signale vom ZNS → abgestufte Kräfte möglich)

- Skelettmuskel (treten i.R. paarweise auf: Agonist, Antagonist)
quergestreift (I-Streifen hell, A-Streifen dunkel)

- Skelettmuskel → Muskel-faser-bündel → Muskelfaser → Myofibrille
- Aufbau einer Myofibrille:
Sarkomer = kleinstes kontraktiles Element
 $\frac{1}{2} I + A + \frac{1}{2} I$



- 2 Fasertypen:
 - langsame Fasern (slow-twitch), T_{kontr.} ≈ 60ms → energieeffizient (z.B. Wadenmuskel)
 - schnelle Fasern (fast-twitch), T_{kontr.} ≈ 25-50ms → hoher Energieverbrauch (z.B. Bizeps)
- kommen immer gemischt vor, nur Verhältnis ist unterschiedlich

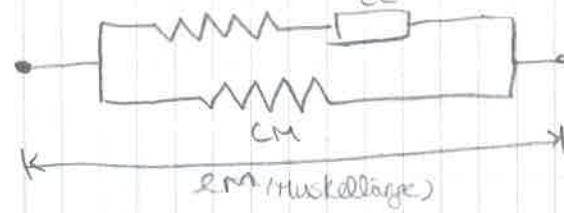
Muskelformen u. Sehnenansätze



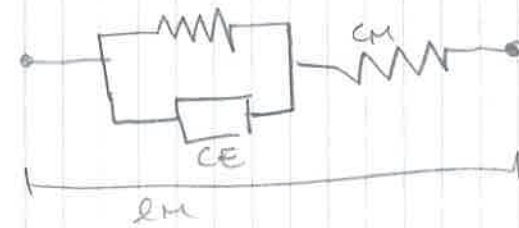
Parallelfasrige M.: Schnelligkeitsmotoren
gefiederte M.: Kraftmotoren mit großem physiolog. Querschnitt Apt

Modelle

- Hüll-Typ: kontraktiles Element CE kombin. mit Federelementen C_i

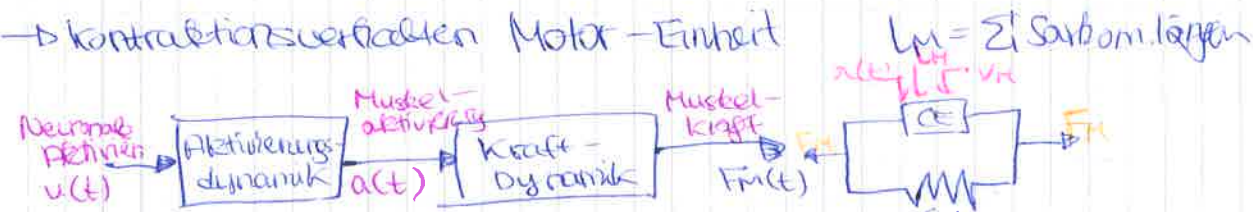


CE: Wegstellelement
→ parallel oder in Reihe
→ Nachteile: keine Dämpfer,
keine Muskelbause



Sehnenelastizität
berücksichtigen!

- Kontraktionsverhalten Motor-Einheit



- Isometrische Aktivität: (Kraftänd. bei konst. ~~Kraft~~ Länge)
→ Kraft ist abh. von aktueller Muskelänge l_M ,
optimale Muskelänge l_0

Isotonische Aktivität: (Verförmung bei konst. Länge)
 $l_M = l_0$

DIAGRAMME MUH4?!

Muskel - Sehnen-Komplex

- Sehne ist nichtlineare Feder
- Isometr. Aktivität: Muskelverkürzung + Sehnenverlängerung



Sensorische Elemente

- Affärente Nerven von zum ZNS
- Muskelspindeln (parallel zu Muskelfasern)
- Muskel-Sehnen-Übergängen (Golgiorgane)

- Muskelspindeln melden: M. Länge, Muskelgeschwindigkeit
behindern Kontraktion d. Antagonisten

Golgiorgane melden: Muskelkraft
behindern Kontr. d. Antagonisten

KAPITEL 8: Kreislauf

- Transport von:
 - Blutgase (O_2 , CO_2)
 - Nährstoffe (Kohlenhydrate, Aminosäuren, ...)
 - Wärme
 - Hormone
 - Abwehrstoffe
 - Wasser, Schlackenstoff
- Niederdrucksystem: Venen, Rechtes Herz, Gefäße d. Lungenkreislaufs, Linker Vorhof

Hochdrucksystem: Linke Herzkammer, Arterien d. Ktk

- Blutweg:

Körpervenen $\rightarrow$ rechter Vorhof (Atrium dextrum) $\rightarrow$ rechter Ventrikel
 $\rightarrow$ Lungenarterie $\rightarrow$ Lunge $\rightarrow$ Lungenvene $\rightarrow$ linker Vorhof
 $\rightarrow$ linker Ventrikel $\rightarrow$ Körperarterien $\rightarrow$ ORGANE

- Arterien: Herz $\rightarrow$ Peripherie, Lunge
- Venen: " $\leftarrow$ "

- hintereinander liegende Sektionen, seriell

- Blut
 - Plasma (ohne Fibrinogen = Serum)
 - Hämatokrit: Erythrozyten, Leukozyten, Thrombozyten

Eigenschaften von Fluiden

$\rightarrow$ Dichte: $\rho_{H_2O} = 999 \frac{kg}{m^3}$ $\rho_{Blut} = 1060 \frac{kg}{m^3}$ $\rho_{Luft} = 1,22 \frac{kg}{m^3}$

$\rightarrow$ Viskosität: nimmt mit $T \uparrow$ ab
Näherung für Blut bei hohen Scherungen γ u. in kleinen Grenzschichten

$\rightarrow$ Oberflächenspannung: Kapillarkwirkung, Benetzbarkeit

$\rightarrow$ Kompressibilität: Kompressionsmodul $E = \rho \frac{dp}{d\rho}$ z.B. $E_{H_2O} = 2,15 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$

Klassifizierung von Strömungen

- eindimensional, eben, räumlich
- reibungsfrei, zäh
- laminar, turbulent
- stationär, instationär
- kompressibel, inkompressibel
- starre oder nachgiebige Begrenzung

- Reibungsfreie Strömungen

Bernoulli, Torricelli

- Staudruck
- Rohrverengungen

- Reibungsbetaffete Strömungen

- Turbulenz ($Re > Re_{krit} \approx 2300$): erhöhte Wandscherkräfte, erhöhter Druckabfall, erhöhte Widerstandskräfte an umströmten Objekten, erhöhter Wärme- und Stoffübergang
- Ausbildung von Grenzschichten: Entmischungsprozesse, erhöhter Durchsatz in Rohren
↳ laminar oder turbulent
- Strömungsablösung: Wirbelbildung
↳ bei Störkörpern! Wiederauflagen erzeugt turbul. Druckschwankungen
- Reynoldszahl $Re = \frac{\rho V d}{\mu}$
↳ Rohrlänge
↳ Effekte treten auch bei Hertelapparat auf
- Hagen-Poiseuille $\Delta p = \frac{32 \mu L v}{d^2}$ mit Strömungsgeschwindigkeit

[- Instationäre Strömungen

Pulsationen im Herz u. Arterien, Dämpfung durch viskose Dissipation, nachgiebige Gefäße u. Kapillaren

- langsame Pulsation: quasistatische Betrachtung
- schnelle Pulsation: Grenzschicht (Stokes Layer)]

- gekrümmte Rohre: Verzerrung der Poiseuille-Strömung, Sekundärströmungen, gegenläufige Wirbel im Querschnitt, erhöhter Druckabfall

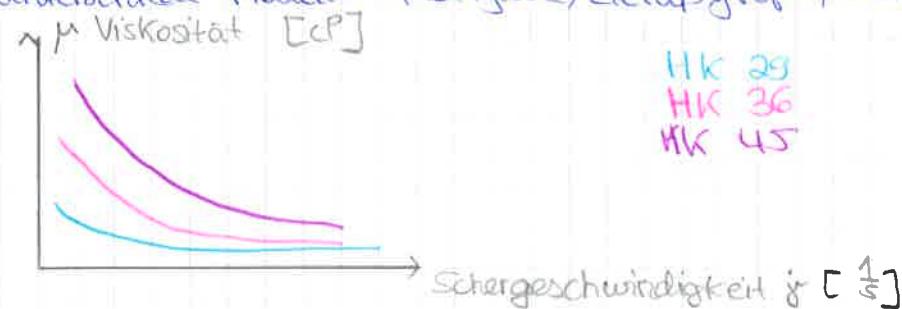
- umströmte Objekte: Widerstand von Re abhängig, Auftriebseffekte

- Strömungen im Kreislaufsystem

- Gefäße:
 - nachgiebig: nichtlinear, inhomogen, anisotrop, Vorspannung
 - komplexe Geometrie: Verengungen u. Verzweigungen, konisch, gekrümmte Bahnen
 - teilweise aktiv, können kollabieren
 - Vereinfachungen: viskoelast. Material; dickwandige/dünne Rohre
- Gefäße meist so kurz, dass die Strömung nach Einlauf oft nicht vollständig ausgebildet ist

- Blut ~~Reologie~~ Reologie:

- Zähigkeit abhängig von: Schergeschwindigkeit, Temp., Gefäß, HK-Wert
- Messung: Viskosimeter
- Unterschiedl. Modelle: Aufgabe, Gefäßgröße, Größe des betracht. Gebiets



- Anomalien des Blutes:

mit abnehmendem Gefäß wird nominelles μ kleiner

a) Störnung: Blutplättchenkonz. am Rand geringer

b) Entmischung: Plasma am Rand, Festkörper im Kern

(abhängig von Re:

- niedrig $\rightarrow$ elast. Teilchen ins Zentrum, starr bleiben außen
- hoch $\rightarrow$ elast. u. starr bilden Röhre

$\rightarrow$ Fahraeus - Lindquist Effekt

$\rightarrow$ Modelle

- Arterien: $\dot{\gamma} \gg 100 \frac{1}{s}$, Newtonsches Fluid
- Arterien: nominal $\dot{\gamma} \gg 100 \frac{1}{s}$, aber Newton-Fluid nicht passend
- Kapillaren: Blut nicht mehr als homogene Flüssigkeit modellierbar, Bewegung der Teilchen im (newtonschen) Fluid beachten. Strömung weitgehend stationär ohne Pulsation. Re-Zahl sehr klein, $\approx 10^{-3}$

* $D \approx 8 \mu m$: Erythrozyten strömen als undeformierte „Pflöcke“
Bewegungsgleichung ist linear, Schleichströmung

* $3 \leq D \leq 7 \mu m$: Eryths sind kappenförmig deformiert, Grenzschicht am Gefäßrand, Bew. gl. ist linear



Stromlinien

* $D < 3 \mu m$: Eryts sind gefaltet

$\rightarrow$ Nominelle Viskosität stark vom Gefäß abhängig, 5-10x größer als bei Hagen-Poiseuille

• Venensystem:

- Keine Pulsationen vom Herz
- Blutdruck niedrig
- Bluttransport u.ä. durch Muskeln in Gefäßnähe
- Rückflussverhinderung durch Venenklappen
- weitgehend stationäre Strömung
- Druck innerhalb oft niedriger als außerhalb der Vene:
Gefäße können kollabieren

DIAGRAMM M.15.16

- Messverfahren: → Sonographie, Dopplerverfahren
→ Elektromagn. Verfahren

• Numerische Simulation CFD

- Finite Volumen Verfahren
- Finite Elemente
- Randelemente
- Visualisierung d. Strömung

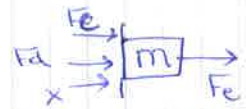
FORMELBLATT BIOMECHANIK

$$\sin \frac{G}{A} \cos A$$

Ortsvektor r , Geschwindigkeit $v = \dot{r}$, Beschleunigung $a = \ddot{r} = \ddot{r}$ $\tan \frac{G}{A}$

• Federkraft $F_c = -cx$

• Dämpferkraft $F_d = -d \cdot \dot{x}$



$$\frac{r}{x} \cdot y = \frac{y}{x}$$

⇒ Impulssatz: $ma = \sum F = m \ddot{x}$ $m \ddot{x} = 0$, wenn keine Bewegung vorliegt, z.B. fester Bodenkontakt
(Newtonsche Gleichung)

Γ. für geradlinige Bewegung $ma = F_c + F_d + F_e$ $r = (x, 0, 0)^T$
 $m \ddot{x} = -cx - d\dot{x} + F_e$

Bewegungsgleichung $\ddot{x} + \frac{d}{m} \dot{x} + \frac{c}{m} x = \frac{F_e}{m}$ $\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \nu_0^2 x = \dots$

Normalform $\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \nu_0^2 x = F_e$

Eigenfrequenz ungedämpft
(das was vor ν steht)

$\nu_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$, schwach gedämpft

$$\nu_0 = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1}{T} \quad f = \frac{1}{T}$$

$$\nu = \sqrt{\nu_0^2 - \delta^2}$$

für krummlinige Bewegung

$$r = \begin{pmatrix} l \sin \varphi \\ -l \cos \varphi \end{pmatrix}$$



$$v = \dot{r} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \cdot l \cdot \cos \varphi \\ \dot{\varphi} \cdot l \cdot \sin \varphi \end{pmatrix} \quad a = \ddot{r} = \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} l \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 l \sin \varphi \\ \ddot{\varphi} l \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 l \cos \varphi \end{pmatrix}$$

• Drehgeschwindigkeitsvektor: $\omega = \dot{\varphi} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

• Drehbeschleunigung: $d = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$

$$ma = \sum F \quad m \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum F_x \\ \sum F_y \\ \sum F_z \end{pmatrix}$$

für kleine Auslenkungen $\varphi_0 \approx 0 \Rightarrow \sin \varphi \approx \varphi \quad \cos \varphi \approx 1$ (Taylorreihe)

$$m l \ddot{\varphi} + m g \varphi = 0$$

$$NF: \quad \ddot{\varphi} + \nu_0^2 \varphi = 0 \quad \nu_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

• Schwerpunkt $S = r_s = \frac{1}{m} \int r dm = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n r_i \cdot m_i$

• Trägheitsmoment

$$- \text{bzgl } S \quad J_s = \int r^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm = m \cdot k^2$$

$$- \text{bzgl } O \text{ (Steiner)} \quad J_o = J_s + m d^2 = m k^2 + m d^2$$

$$[kgm^2, \frac{Ns^2}{m^2}]$$

k Trägheitsradius

d ist Abstand zu S

BRUNNEN

$$\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2}$$

Trägheitstensor bzgl. O: Deviationsmomente

$$J_O = \begin{bmatrix} J_{O,xx} & J_{O,xy} & J_{O,xz} \\ J_{O,xy} & J_{O,yy} & J_{O,yz} \\ J_{O,xz} & J_{O,yz} & J_{O,zz} \end{bmatrix} = \int_K \begin{bmatrix} y^2 + z^2 & -xy & -xz \\ -xy & x^2 + z^2 & -yz \\ -xz & -yz & x^2 + y^2 \end{bmatrix}$$

bzgl. S:

$$J_S =$$

Trägheitsmoment bzgl. Drehachse e durch S: $J_{S,e} = e \cdot J_S \cdot e$

Federmoment $M_c = -c_e \cdot \varphi$

Federkraft $M_d = -d \cdot \dot{\varphi}$ = 0 bei stationärer Bewegung

Dämpfermoment

⇒ Drallsatz: $J \cdot \ddot{\omega} + \omega \times J \omega = \sum M$ (Euler'sche Gleichung)

$$J \cdot \ddot{\varphi} = \sum M_0$$

quadrat. Flächenmomente: $I_y = \int_A z^2 dA$, $I_z = \int_A y^2 dA$, $I_{yz} = -\int_A yz dA$ Deviationsmoment

Flächenträgheitsmomente

polares Flächenträgheitsmoment $I_P = \int_A r^2 dA$ $r^2 = y^2 + z^2$

$$I_P = I_y + I_z$$

Schubspannung $\tau = \frac{F}{A}$ $\sigma = \frac{F}{A}$

Viskosität μ $\left[\frac{Ns}{m^2} \right]$, Pas, 1 Poise = 0,1 Pas

kinematische Zähigkeit $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ $\left[\frac{m^2}{s} \right]$; 1 Stoke = $10^{-4} \frac{m^2}{s}$

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} = \mu \cdot \frac{\gamma}{\dot{\gamma}}$$

Schergeschwindigkeit $\dot{\gamma} = \frac{du}{dy}$

Kompressibilität $E = \rho \cdot \frac{dp}{d\rho}$

Schallgeschw. $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Hagen-Poiseuille $\Delta p = \frac{32 \mu L Q}{d^3}$ Rehmann'sche Strömungsgeschw. [MPa] $\Delta p = \rho g h$

Reynoldszahl $Re = \rho \cdot \frac{v d}{\mu}$