

Protokoll des Versuchs Saitenschwingungen

Autor: Ricarda Staehle
Versuchspartner: Linda Seibel
Praktikumsgruppe: 04
Studiengang: Medizintechnik
Betreuer: Marc Breisch

Ziel des Versuchs:

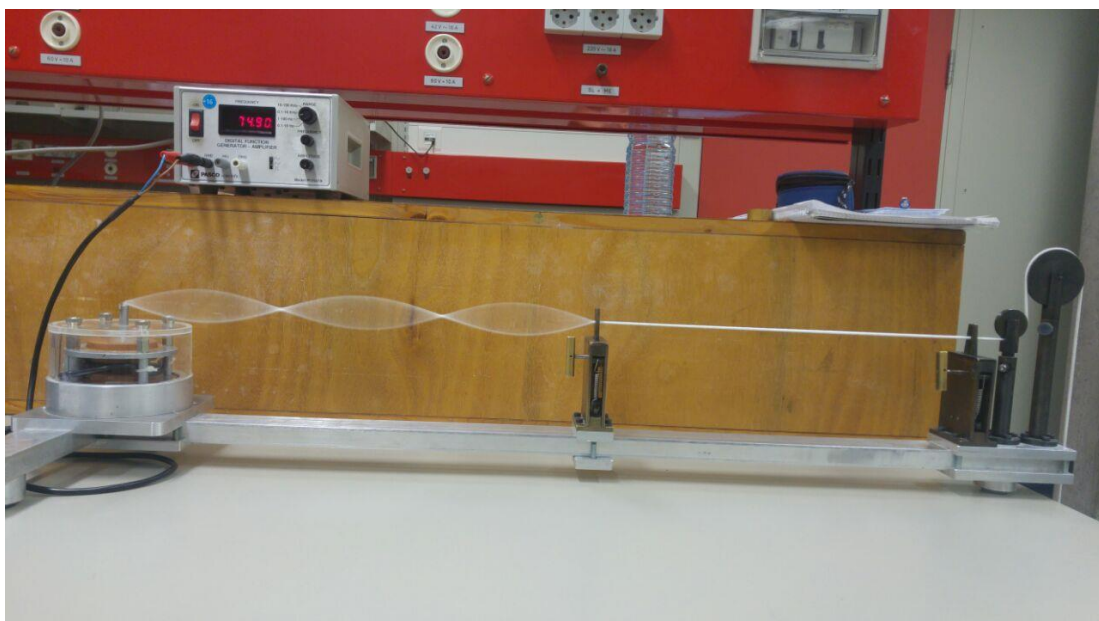
In dem Versuch wurde eine stehende Welle erzeugt und untersucht durch Variierung der Saitenspannung (mithilfe von vier unterschiedlichen Gewichten), der Länge und der erregenden Frequenz.

Aus den Messdaten der Oberschwingungen sollen in Versuch 1 und 2 mithilfe von zwei unterschiedlichen Methoden die genauen Grundschwingungen und die Ausbreitungsgeschwindigkeiten berechnet werden.

Zudem wird die Masse der Saite berechnet.

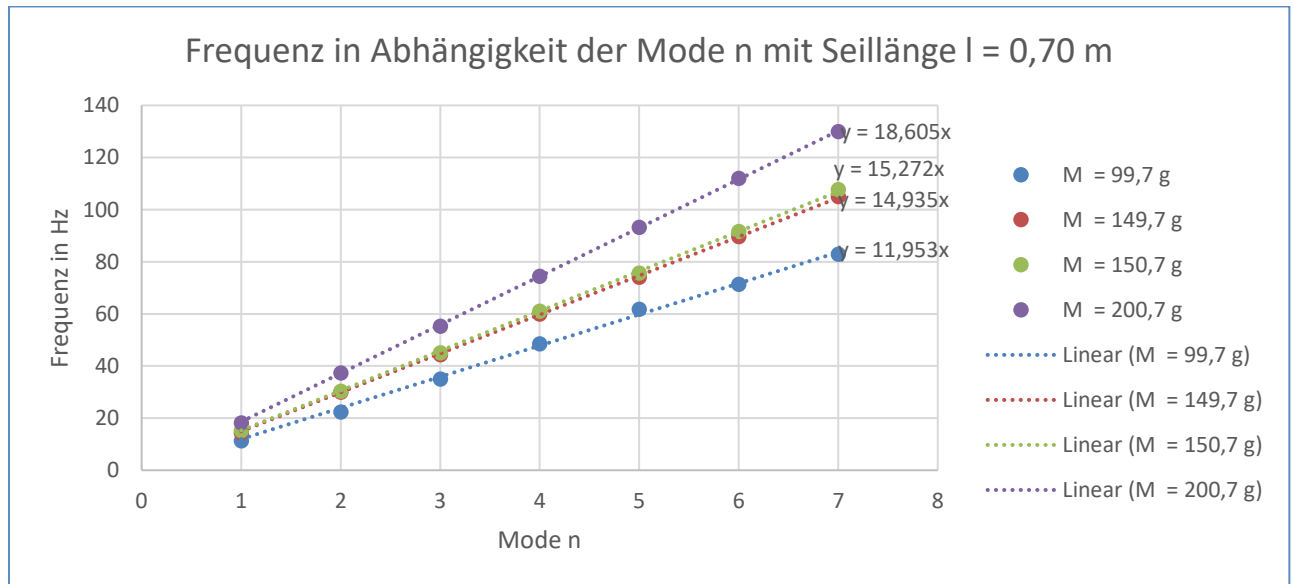
Versuchsaufbau:

Ein Gummiseil wird an der einen Seite durch einen Lautsprecher mit einstellbarer Frequenz erregt und auf der anderen Seite durch das Anhängen einer Masse gespannt. Die rechte Klammer sorgt dafür, dass sich die Spannung gleichmäßig über das Seil verteilt und mithilfe der linken Klammer wird die Länge verstellt. So entsteht eine stehende Welle mit zwei festen Enden.



Auswertungen:

1. a) Bestimmung der Grundfrequenzen



Die Grundfrequenzen bestimmen sich nach Gleichung SA.4 durch die Steigung der durch null gelegten Trendlinien. Die Unsicherheiten wurden durch die RGP- Funktion von Excel berechnet.

$$M = 99,7 \text{ g}: f_1 = (11,95 \pm 0,11) \text{ Hz}$$

$$M = 149,7 \text{ g}: f_1 = (14,94 \pm 0,04) \text{ Hz}$$

$$M = 150,7 \text{ g}: f_1 = (15,27 \pm 0,05) \text{ Hz}$$

$$M = 200,7 \text{ g}: f_1 = (18,61 \pm 0,04) \text{ Hz}$$

b) Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit c

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit kann durch die Gleichungen SA.1 und SA.2 in Abhängigkeit von der Grundschwingung und der Saitenlänge wie folgt angegeben werden:

$$c(f_1, L) = 2 \cdot L \cdot f_1$$

(aus Gleichung SA.1 und SA.2)

Durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung kann die Messunsicherheit dieser berechnet werden:

$$\Delta c = \sqrt{(2 \cdot f_1 \cdot \Delta L)^2 + (2 \cdot L \cdot \Delta f_1)^2} \quad (\text{Gauß'sche Fehlerfortpflanzung})$$

Die relative Abweichung der Länge ergibt sich durch die Addition des statischen und des systematischen Anteils.

$$\Delta L_{\text{syst}} = a + b \cdot L = 0,6 \text{ mm} + 0,4 \frac{\text{mm}}{\text{m}} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ mm} \quad (\text{Messtab: EG III})$$

$$\Delta L_{\text{stat}} = 0,3 \text{ mm}$$

$$\Delta L = \Delta L_{\text{syst}} + \Delta L_{\text{stat}} = 1,3 \text{ mm}$$

Es resultieren folgende Messwerte:

$$M = 99,7 \text{ g: } c = (16,73 \pm 0,16) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M = 149,7 \text{ g: } c = (20,92 \pm 0,06) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M = 150,7 \text{ g: } c = (21,38 \pm 0,08) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$M = 200,7 \text{ g: } c = (26,05 \pm 0,06) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Bestimmung der Saitenmasse m

Durch das Umstellen der Gleichungen SA.4 bis SA.7 ergibt sich folgende Gleichung für die Saitenmasse:

$$m = \frac{M \cdot g}{4 \cdot L \cdot f_1^2} \quad (\text{aus Gleichung SA.4 bis SA.7})$$

Durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung können die Messunsicherheiten berechnet werden:

$$\Delta m = \sqrt{\left(\frac{g}{4 \cdot L \cdot f_1^2} \cdot \Delta M\right)^2 + \left(\frac{M \cdot g}{4 \cdot L^2 \cdot f_1^2} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{g}{4 \cdot L \cdot f_1^3} \cdot \Delta f_1\right)^2}$$

Die relativen Unsicherheiten der Spannmass und der Erdbeschleunigung sind gegeben:

$$\Delta M = 1g, \Delta g = 0, \Delta f_1 \text{ und } \Delta L \text{ aus Aufgabenteil a) bzw. b) bekannt}$$

$$M = 99,7 \text{ g: } m = (2,446 \pm 0,025) \text{ g}$$

$$M = 149,7 \text{ g: } m = (2,350 \pm 0,017) \text{ g}$$

$$M = 150,7 \text{ g } m = (2,264 \pm 0,016) \text{ g}$$

$$M = 200,7 \text{ g: } m = (2,030 \pm 0,011) \text{ g}$$

d) Bestimmung des gewichteten Mittelwerts der Saitenmasse

Der gewichtete Mittelwert und seine Messungenauigkeit kann durch die gegebenen Gleichungen wie folgt berechnet werden:

$$\bar{m} = \frac{\sum \frac{m_i}{s_i^2}}{\sum \frac{1}{s_i^2}} \quad (\text{GR.61})$$

$$s_m = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{s_i^2}}} \quad (\text{GR.62})$$

$$\bar{m} = (2,186 \pm 0,008) \text{ g}$$

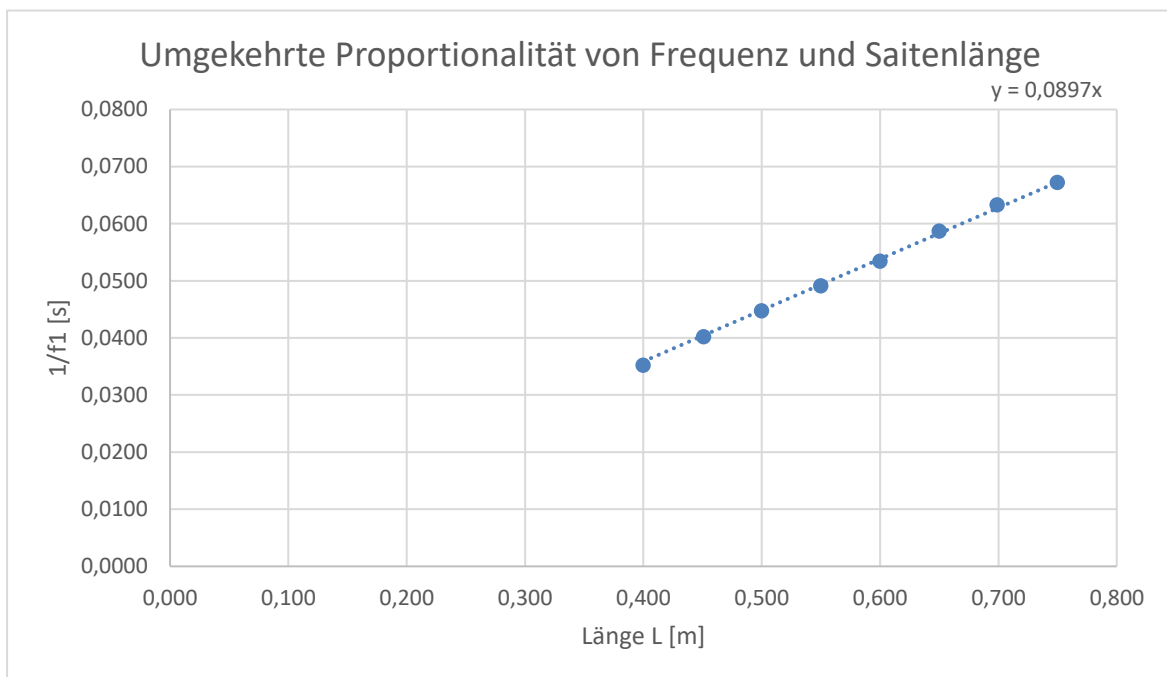
2. a) Bestimmung der Grundfrequenzen

Im zweiten Versuch werden die Grundfrequenzen für die verschiedenen Saitenlängen durch folgende Gleichung bestimmt:

$$f_1 = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{6} \quad (\text{nach Gleichung SA.4})$$

L [cm]	f ₁ [Hz]
75,0	14,87
69,9	15,79
65,0	17,02
60,0	18,70
55,0	20,35
50,0	22,33
45,1	24,85
40,0	28,37

b) Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit



Aus Gleichung SA.4 erkennt man den linearen Zusammenhang zwischen der Länge und der Grundfrequenz:

$$L = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{f_1} \quad (\text{SA.4})$$

Man kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit c mithilfe der Steigung $m = \frac{1}{f_1 \cdot L}$ der Ausgleichsgeraden bestimmen:

$$c_2 = \frac{2}{m} = (22,30 \pm 0,07) \frac{m}{s}$$

Die Messunsicherheit wird nach Gauß über folgende Formel berechnet:

$$\Delta c_2 = \frac{2}{m^2} \cdot \Delta m \quad (\text{Gauß'sche Fehlerfortpflanzung})$$

$$\text{mit } \Delta m = 0,00025$$

Vergleich zum Messergebnis aus dem ersten Versuch mit derselben Spannmasse $M = 150,9 \text{ g}$:

$$\frac{c_2}{c_1} = 1 - \frac{22,30 \frac{m}{s}}{21,38 \frac{m}{s}} = 0,043$$

Die geringe Messabweichung von 4,3 % kann durch unterschiedliche Messfehler zustande kommen. Zum Beispiel durch das Einstellen der Frequenz des Lautsprechers für die Oberschwingungen nach Augenmaß. Außerdem war bei unserem Versuchsaufbau die rechte Klammer nicht stabil.

Anhang: Messwerte

Teil 1		Gruppe 4
Masse		Linda Seibel
Saitenlänge		Ricarda Staehle
I	99,7	69,9 cm
II	99,7+50	69,8 cm
III	99,7+51	69,9 cm
	99,7+50+51	69,9 cm
EG - Genauigkeitsklasse III		
I	Grundschwingung	11,32 Hz
	1. OS	22,38 Hz
	2. OS	35,06 Hz
	3. OS	48,48 Hz
	4. OS	61,81 Hz
	5. OS	71,39 Hz
	6. OS	82,97 Hz
II	GS	14,41 Hz
	1. OS	30,02 Hz
	2. OS	44,39 Hz
	3. OS	59,98 Hz
	4. OS	74,04 Hz
	5. OS	89,63 Hz
	6. OS	105,05 Hz

h. 44

III GS	15,28 Hz
1.0S	30,40 Hz
2.0S	45,13 Hz
3.0S	61,06 Hz
4.0S	75,67 Hz
5.0S	91,63 Hz
6.0S	107,74 Hz

IV GS	18,24 Hz
1.0S	37,36 Hz
2.0S	55,22 Hz
3.0S	74,45 Hz
4.0S	93,26 Hz
5.0S	0,112 KHz 112 Hz
6.0S	130 Hz

Teil 2

Masse: 51 + 99,7

Länge 1: 75 cm

GS	15,08 Hz
1.0S	29,40 Hz
2.0S	44,75 Hz

Länge 2: 69,9 cm

GS	15,71 Hz
1.0S	31,80 Hz
2.0S	47,23 Hz

n. n.

3. Länge: 65 cm

GS 16,95 Hz

1. OS 34,11 Hz

2. OS 51,05 Hz

4. Länge: 60 cm

GS 18,65 Hz

1. OS 36,71 Hz

2. OS 56,82 Hz

5. Länge: 55 cm

GS 20,33 Hz

1. OS 40,64 Hz

2. OS 61,10 Hz

6. Länge: 50 cm

GS 22,19 Hz

1. OS 43,71 Hz

2. OS 68,10 Hz

7. Länge: 45,1 cm

GS 24,96 Hz

1. OS 48,70 Hz

2. OS 75,45 Hz

8. Länge: 40 cm

GS 28,06 Hz

1. OS 56,98 Hz

2. OS 85,18 Hz

