

Elektrotechnik 1 + 2 Klausur Frühjahr 2009

Musterlösung

12. Juni 2009

1 Lösung Aufgabe 1

1.1 Aufstellung des Gleichungssystems

Die Anzahl der Knoten $k = 2$

Die Anzahl der Zweige $z = 3$

Ansatz: X p Lösung: X p

Es gibt $n = 3$ Unbekannte (Zweigströme), d.h. es werden $n = 3$ linear unabhängige Gleichungen zu der Bestimmung der drei Unbekannten benötigt!

Ansatz: X p Lösung: X p

Knotengleichung : $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$

Ansatz: X p Lösung: X p

1. Maschengleichung : $\bar{U} = \bar{U}_{G1} + \bar{U}_{R1} + \bar{U}_L$
 $\bar{U} = (R_{G1} + R_1) \cdot \bar{I}_1 + j \cdot X_L \cdot \bar{I}_1$
 $\bar{U} = (R_{G1} + R_1 + R_1 + j \cdot X_L) \cdot \bar{I}_1$

Ansatz: X p Lösung: X p

2. Maschengleichung : $\bar{U} = \bar{U}_{G2} + \bar{U}_{R2} + \bar{U}_C$
 $\bar{U} = (R_{G2} + R_2) \cdot \bar{I}_2 - j \cdot X_C \cdot \bar{I}_2$
 $\bar{U} = (R_{G2} + R_2 - j \cdot X_C) \cdot \bar{I}_2$

Ansatz: X p Lösung: X p

1.2 Zeigerdiagramm

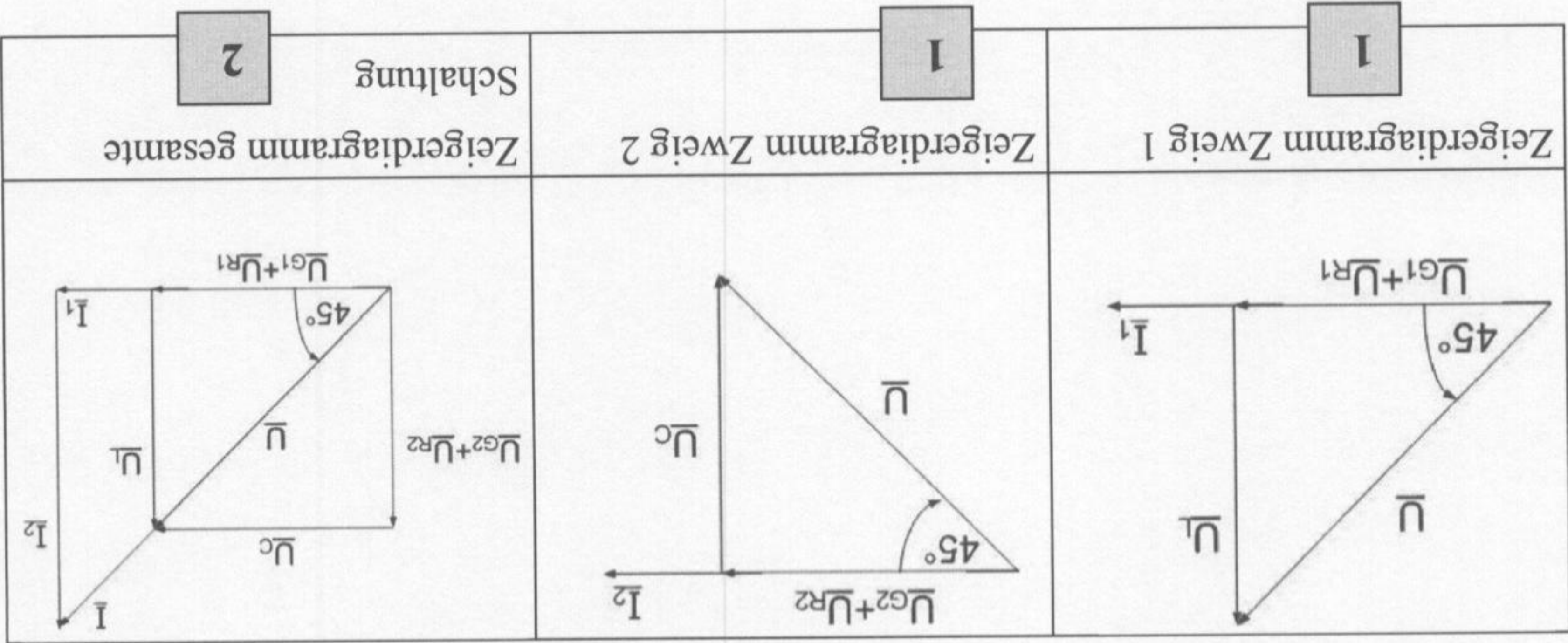


Abbildung 1: Zeigerdiagramme zu Aufgabe 1

Linkes Diagramm (Zweig 1):

Ansatz: X p

Lösung: X p

Mittleres Diagramm (Zweig 2):

Ansatz: X p

Lösung: X p

Rechtes Diagramm (vollständig):

Ansatz: X p

Lösung: X p

1.3 Effektivwerte

Aus dem Zeigerdiagramm 1 zu entnehmen $U_L = U_C = U_{G1} + U_{R1} = U_{G2} + U_{R2}$, genauer:

Ansatz: X p

Lösung: X p

$$|\bar{U}_{G1} + \bar{U}_{R1}| = \bar{U} \cdot \cos(45^\circ) = 230\text{ V} \cdot \cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 230\text{ V} = 162,6\text{ V}$$

Ansatz: X p

Lösung: X p

Der Effektivwert des Stromes im ersten Zweig und im zweiten Zweig:

$$I_1 = \frac{P_{G1}}{60\text{ W}} = \frac{U_{G1}}{120\text{ V}} = 0,5\text{ A}$$

Ansatz: X p

Lösung: X p

$$I_2 = \frac{P_{G2}}{60\text{ W}} = \frac{U_{G2}}{120\text{ V}} = 0,5\text{ A}$$

Ansatz: X p

Lösung: X p

1.4 Bestimmung der Bauelemente

Bestimmen der Widerstände der Glühlampen G1 und G2:

$$R_{G1} = R_{G2} = \frac{120 \text{ V}}{0,5 \text{ A}} = \underline{\underline{240 \Omega}}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Bestimmen der Induktivität:

$$U_L = X_L \cdot I_1 = 2\pi \cdot f \cdot L \cdot I_1$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$L = \frac{U_L}{2\pi \cdot f \cdot I_1} = \frac{162,6 \text{ V}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,5 \text{ A}} = \underline{\underline{1035 \text{ mH}}}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Bestimmen der Kapazität :

$$U_C = X_C \cdot I_1 = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \cdot I_2$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$C = \frac{I_2}{2\pi \cdot f \cdot U_C} = \frac{0,5 \text{ A}}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 162,6 \text{ V}} = \underline{\underline{9,79 \mu\text{F}}}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Bestimmen der Widerstände R1 und R2:

$$|\bar{U}_{G1} + \bar{U}_{R1}| = 162,6 \text{ V} \Rightarrow U_{R1} = 162,6 \text{ V} - 120 \text{ V} = 42,6 \text{ V}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$R_1 = R_2 = \frac{U_{R1}}{I_1} = \frac{42,6 \text{ V}}{0,5 \text{ A}} = \underline{\underline{85,2 \Omega}}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

1.5 Impedanz und Leistung

Bestimmen der Impedanz $\bar{Z}$, Ansatz Z_1 parallel zu Z_2 $\left(\bar{Z} = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \right)$.

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1035 \text{ mH} = 325,2 \, \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 9,79 \, \mu\text{F}} = 325,2 \, \Omega$$

$$\bar{Z}_1 = (R_{G1} + R_{L1}) + j \cdot X_L = (240 \, \Omega + 85,2 \, \Omega) + j \cdot 325,2 \, \Omega = 460 \, \Omega \cdot e^{j45^\circ}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$\bar{Z}_2 = (R_{G2} + R_{L2}) + j \cdot X_C = (240 \, \Omega + 85,2 \, \Omega) + j \cdot 325,2 \, \Omega = 460 \, \Omega \cdot e^{j-45^\circ}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$\bar{Z} = \frac{460 \, \Omega \cdot e^{j45^\circ} \cdot 460 \, \Omega \cdot e^{j-45^\circ}}{325,2 \, \Omega \cdot e^{j0^\circ}} = 650,4 \, \Omega$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$S = U \cdot I = 230 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \cdot 0,5 \text{ A} = 162,6 \text{ VA}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$P = (R_{G1} + R_{L1}) \cdot I_1^2 + (R_{G2} + R_{L2}) \cdot I_2^2$$

$$P = 2 \cdot (240 \, \Omega + 85,2 \, \Omega) \cdot (0,5 \text{ A})^2 = 162,6 \text{ W}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$Q_L = X_L \cdot I_1^2 = 325,2 \, \Omega \cdot (0,5 \text{ A})^2 = 81,25 \text{ var}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$Q_C = -X_C \cdot I_2^2 = -325,2 \, \Omega \cdot (0,5 \text{ A})^2 = -81,25 \text{ var}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Die Schaltung wirkt rein ohmsch!

Ansatz: X p Lösung: X p

2 Lösung Aufgabe 2

2.1 Ersatzschaltbild des Akkus

Ermitteln der Ersatzspannungsquelle: $U_0 = U_{I=0} = \overline{28 \text{ V}}$:

Ansatz: X p Lösung: X p

$$\Delta U = 8 \text{ V und } \Delta I = 16 \text{ A}$$

$$\Rightarrow R_i = \frac{8 \text{ V}}{16 \text{ A}} = \overline{0,5 \Omega}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

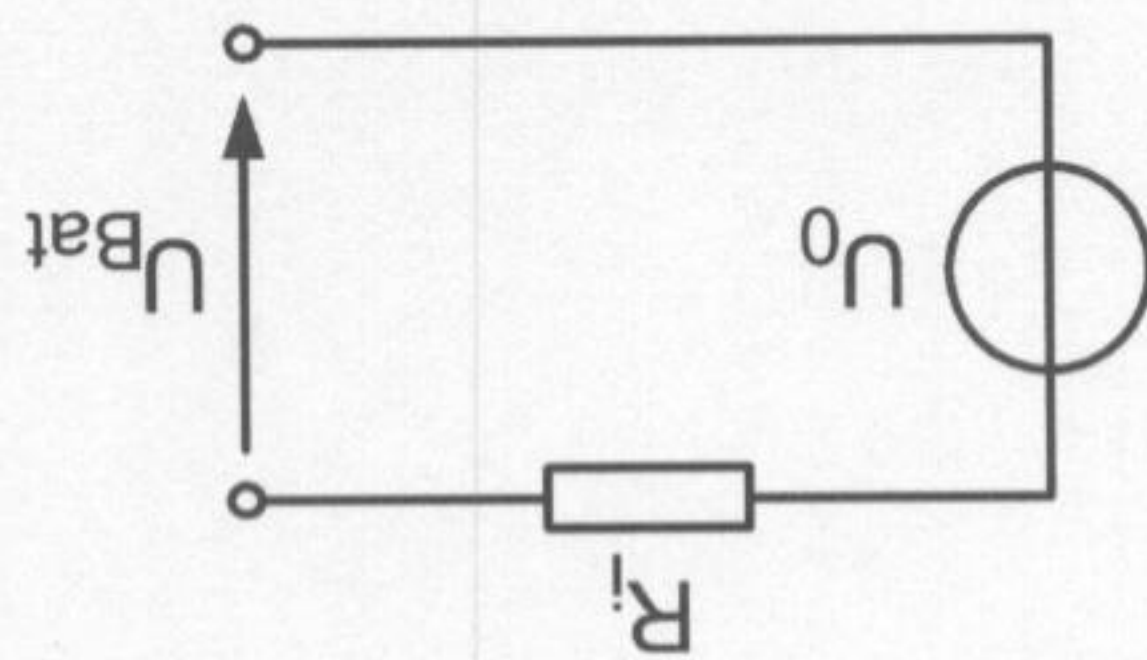


Abbildung 2: Ersatzspannungsquelle

Ansatz: X p Lösung: X p

2.2 Klemmspannung des Akkus

Ausgangsspannung U_{Bat} abhängig von I_{Bat} :

$$U_{Bat} = U_0 - R_i \cdot I_{Bat} = \overline{28 \text{ V} - 0,5 \Omega \cdot I_{Bat}}$$

$$U_{Bat} = \overline{27 \text{ V} - 0,375 \Omega \cdot I_{Bat}}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Ausgangsleistung P_{Bat} abhängig von I_{Bat} :

$$P_{Bat} = U_{Bat} \cdot I_{Bat}$$

$$P_{Bat} = (28 \text{ V} - 0,5 \Omega \cdot I_{Bat}) \cdot I_{Bat}$$

$$P_{Bat} = \overline{28 \text{ V} \cdot I_{Bat} - 0,5 \Omega \cdot (I_{Bat})^2}$$

$$P_{Bat} = \overline{27 \text{ V} \cdot I_{Bat} - 0,375 \Omega \cdot (I_{Bat})^2}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Verlustleistung am Innenwiderstand R_i , abhängig von I_{Bat} :

$$P_{VBat} = R_i \cdot (I_{Bat})^2$$

$$\overline{P_{VBat}} = 0,5 \, \Omega \cdot (I_{Bat})^2$$

$$P_{VBat} = 0,375 \, \Omega \cdot (I_{Bat})^2$$

Ansatz: X p Lösung: X p

2.3 Ersatzschaltbild der Gleichstrommaschine

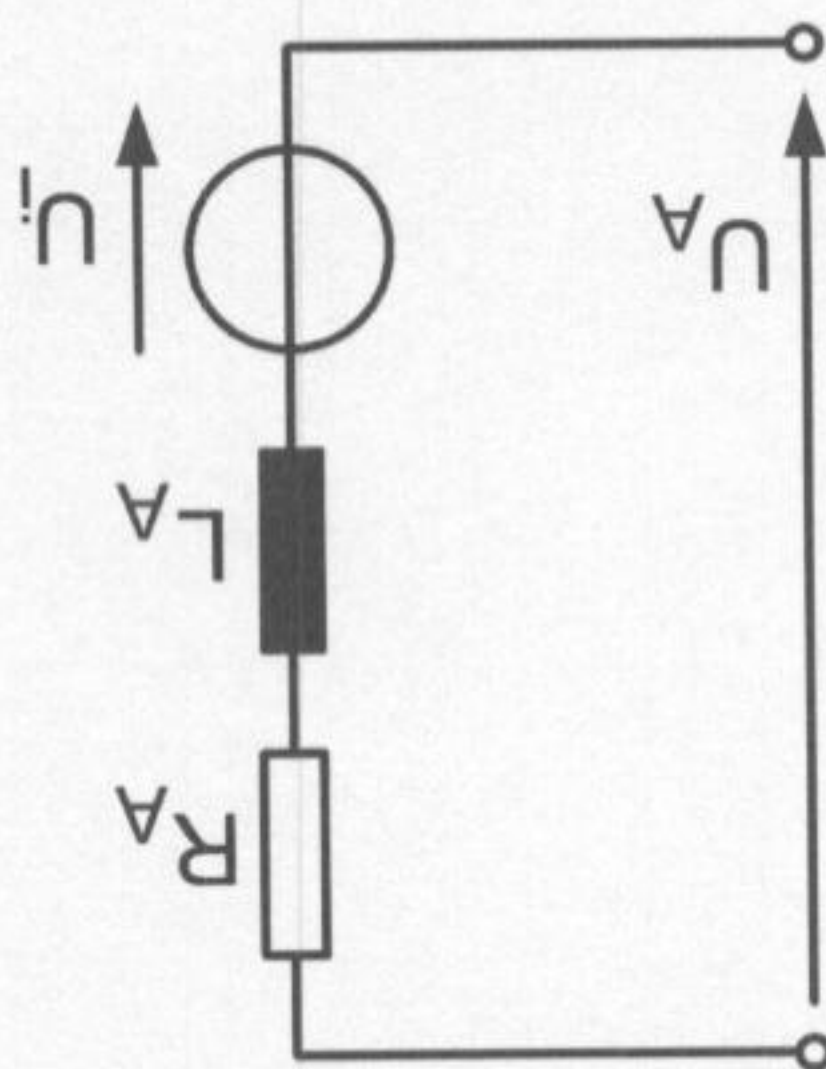


Abbildung 3: Das ESB der permanentmagnetisch erregten Gleichstrommaschine

Ansatz: X p Lösung: X p

2.4 Nennwerte der Gleichstrommaschine

Nennmoment M_N bestimmen, Ansatz $P_N = M_N \cdot \Omega_N$:

$$\Rightarrow M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = \frac{150 \, \text{W}}{\frac{\pi}{30} \cdot 2000 \, \text{s}^{-1}} = \frac{4500}{\pi \cdot 2000} \, \text{N m} = \frac{4\pi}{9} \, \text{N m} = \underline{\underline{0,717 \, \text{N m}}}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Aufgenommene Leistung und Wirkungsgrad:

$$P_{auf} = 24 \, \text{V} \cdot 8 \, \text{A} = 192 \, \text{W}$$

$$\Rightarrow \eta_N = \frac{150 \, \text{W}}{192 \, \text{W}} = \underline{\underline{0,7813}}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Induzierte Spannung in Nennbetrieb und Ankerwiderstand, Ansatz Verluste nur durch R_A :

$$\eta_{M,N} = \frac{P_{ab}}{P_{auf}} = \frac{U_{i,N}}{U_{A,N}}$$

$$\Rightarrow U_{i,N} = \eta_{M,N} \cdot U_{A,N} = 0,78125 \cdot 24 \text{ V} = 18,75 \text{ V}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$R_A = \frac{U_{RA}}{I_{A,N}} = \frac{24 \text{ V} - 18,75 \text{ V}}{8 \text{ A}} = 0,656 \Omega$$

Ansatz: X p Lösung: X p

2.5 Betrieb unter Last

Induzierte Spannung und Strom im Arbeitspunkt (1):

$$U_{i,1} = \frac{n_1}{n_N} \cdot U_{i,N} = \frac{1500 \text{ min}^{-1}}{2000 \text{ min}^{-1}} \cdot 18,75 \text{ V} = 14,06 \text{ V}$$

$$U_{i,1} = \frac{1500 \text{ min}^{-1}}{2000 \text{ min}^{-1}} \cdot 19,2 \text{ V} = 14,40 \text{ V}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$I_{A,1} = \frac{M_1}{M_N} \cdot I_{A,N} = \frac{0,50 \text{ Nm}}{0,717 \text{ Nm}} \cdot 8 \text{ A} = 5,58 \text{ A}$$

$$I_{A,1} = \frac{0,50 \text{ Nm}}{0,735 \text{ Nm}} \cdot 8 \text{ A} = 5,44 \text{ A}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Ankerspannung und aufgenommene Leistung im Arbeitspunkt (1):

$$U_{A,1} = U_{i,1} + R_a \cdot I_{A,1} = 14,06 \text{ V} + 0,656 \Omega \cdot 5,58 \text{ A} = 17,73 \text{ V}$$

$$U_{A,1} = 14,40 \text{ V} + 0,590 \Omega \cdot 5,44 \text{ A} = 17,60 \text{ V}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

$$P_{el1} = U_{A,1} \cdot I_{A,1} = 17,73 \text{ V} \cdot 5,58 \text{ A} = 99,0 \text{ W}$$

$$P_{el1} = 17,60 \text{ V} \cdot 5,44 \text{ A} = 95,7 \text{ W}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Bestimmen der gesamten Verluste, Ansatz $P_{V,1} = P_{V,Anker1} + P_{V,Bat1}$ Lösung für $P_{V,Bat1}$ durch Bestimmen von I_{Bat} bei $P_{Bat} = P_{el1} = 99,0 \text{ W}$:

$$\Rightarrow P_{el1} = 28 \text{ V} \cdot I_{Bat} - 0,5 \Omega \cdot (I_{Bat})^2$$

$$99,0 \text{ W} = 28 \text{ V} \cdot I_{Bat} - 0,5 \Omega \cdot (I_{Bat})^2$$

$$\Rightarrow (I_{Bat})^2 - \frac{56 \text{ V}}{1} \cdot I_{Bat} = 2 \cdot 99,0 \text{ W}$$

$$I_{Bat}(1/2) = \frac{28 \text{ V}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{28 \text{ V}}{2}\right)^2 - 198,022 \text{ W}/\Omega}$$

$$\rightarrow I_{Bat}(1) = 52,20 \text{ A}$$

$$\rightarrow I_{Bat}(2) = 3,793 \text{ A}$$

$$I_{Bat} = \frac{36 \text{ V}}{\Omega} \pm \sqrt{\left(\frac{36 \text{ V}}{\Omega}\right)^2 - \frac{95,7 \text{ W}}{0,375 \Omega}} = 3,74 \text{ A}$$

Sinnvolle Lösung $I_{Bat} = 3,793 \text{ A}$

Ansatz: X p Lösung: X p

Bestimmen der Gesamtverluste, R_i aus Abschnitt 2.1.

$$P_{V,Bat} = R_i \cdot I_{Bat} + R_A \cdot I_{A,1} = 0,5 \Omega \cdot (3,79 \text{ A})^2 + 0,656 \Omega \cdot 5,58 \text{ A} = 27,61 \text{ W}$$

$$P_{V,Bat} = 0,375 \Omega \cdot (3,74 \text{ A})^2 + 0,590 \Omega \cdot 5,44 \text{ A} = 22,71 \text{ W}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

3 Lösung Aufgabe 3

3.1 Betrachtung der Dehnmessstreifen

Bestimmen des Gesamtwidstandes :

$$R_{ges} = \frac{(R_1 + R_4) \cdot (R_2 + R_3)}{(R_1 + R_4) + (R_2 + R_3)}$$

mit: $(R_1 + R_4) = (R_2 + R_3) = [1 \text{ k}\Omega \cdot (1 + 100 \cdot \epsilon_1)] + [1 \text{ k}\Omega \cdot (1 + 100 \cdot \epsilon_2)]$

$$(R_2 + R_3) = 1 \text{ k}\Omega \cdot (2 + 100 \cdot \epsilon_1 + 100 \cdot \epsilon_2)$$

$$(R_2 + R_3) = 1 \text{ k}\Omega \cdot (2 + 100 \cdot \epsilon_1 - 100 \cdot \epsilon_1)$$

$$\Rightarrow (R_2 + R_3) = (R_1 + R_4) = 2 \text{ k}\Omega$$

$$\Rightarrow R_{ges} = \frac{2 \text{ k}\Omega \cdot 2 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega} = 1 \text{ k}\Omega$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Bestimmen der Spannung U_{12} :

$$U_{12} = R_{ges} \cdot I_C = 1 \text{ k}\Omega \cdot 15 \text{ mA} = 15 \text{ V}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

3.2 Belasteter Stahlträger

Ansatz zur Bestimmung der Spannung U_{34} bei F_{max}

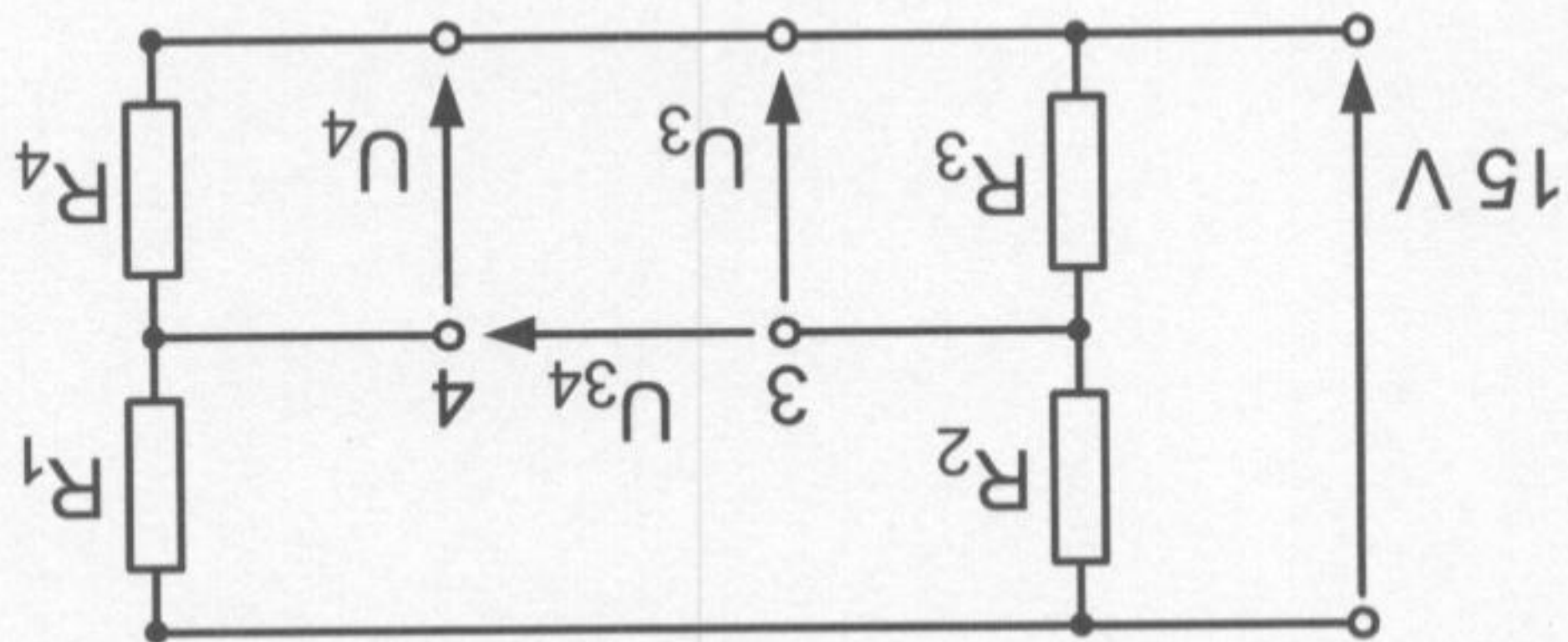


Abbildung 4: Die Spannung U_{34} an den Messstreifen

$$U_{34} = U_3 - U_4 = \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) \cdot U_{12} - \left(\frac{R_4}{R_1 + R_4} \right) \cdot U_{12} \quad (1)$$

Ansatz: X p Lösung: X p

Bestimmen der einzelnen Widerstände, ein Punkt auch bei anderer richtiger Lösung:

$$\begin{aligned} \text{bei } F = F_{max} \text{ gilt: } \epsilon_1 &= +2\% = +0,02 \\ \text{und: } \epsilon_2 &= -2\% = -0,02 \\ \Rightarrow R_1 = R_3 &= 1 \text{ k}\Omega \cdot (1 + 0,02) = 1,02 \text{ k}\Omega \\ \Rightarrow R_2 = R_4 &= 1 \text{ k}\Omega \cdot (1 - 0,02) = 0,98 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Ansatz: X p

Lösung: X p

Eingesetzt in Gleichung 1 und mit der Spannung U_{12} aus Abschnitt 3.1 :

$$U_{34} = \left(\frac{1,02 \text{ k}\Omega}{2,0 \text{ k}\Omega} \right) \cdot 15 \text{ V} - \left(\frac{0,98 \text{ k}\Omega}{2,0 \text{ k}\Omega} \right) \cdot 13,5 \text{ V} = 0,30 \text{ V}$$

$$U_{34} = \left(\frac{1,02 \text{ k}\Omega}{2,0 \text{ k}\Omega} \right) \cdot 13,5 \text{ V} - \left(\frac{0,98 \text{ k}\Omega}{2,0 \text{ k}\Omega} \right) \cdot 15 \text{ V} = 0,27 \text{ V}$$

Ansatz: X p

Lösung: X p

3.3 Gleichstrom-Ersatzschaltbild

Das vollständige ESB wie in Abbildung 5

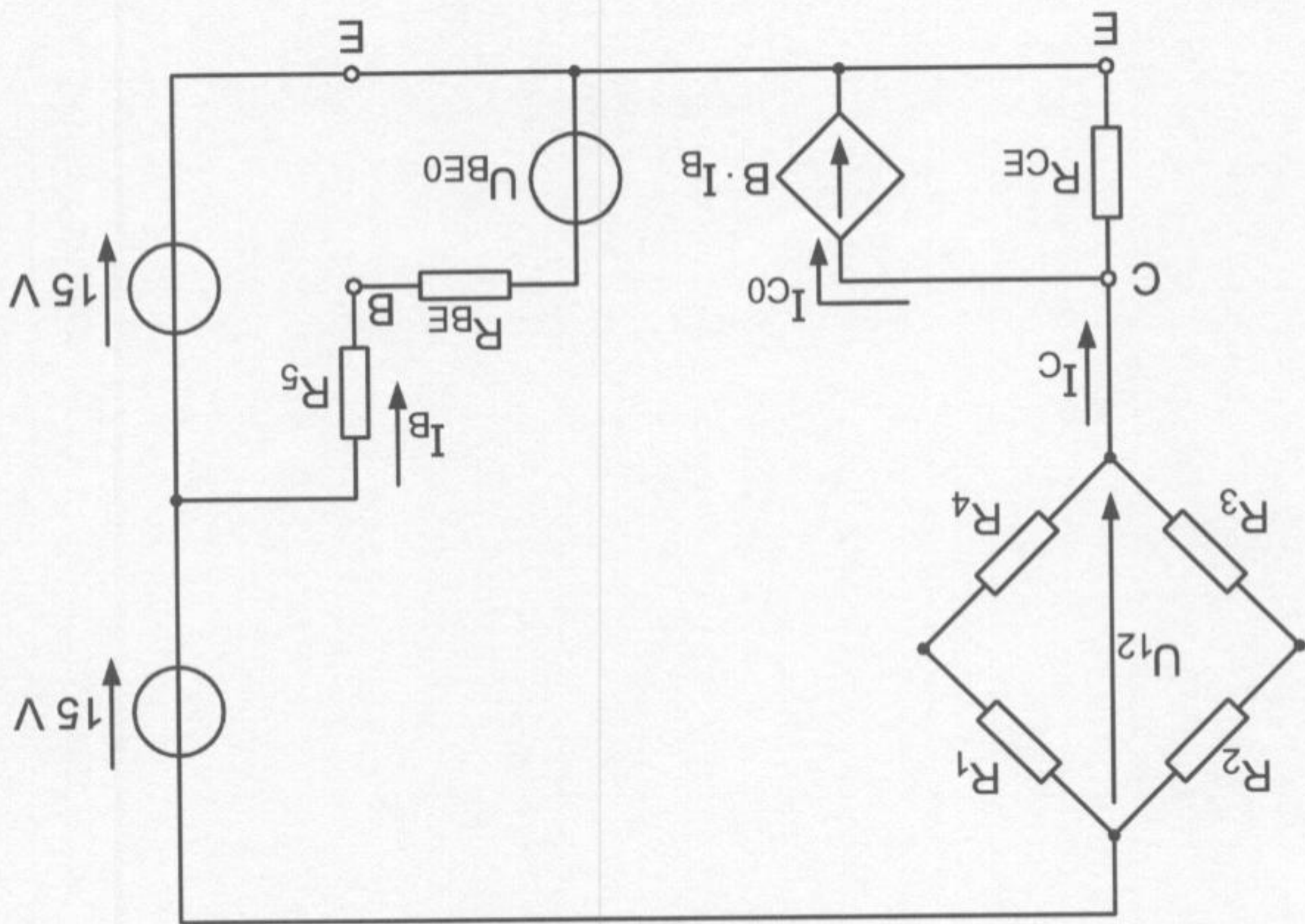


Abbildung 5: Das vollständige ESB der Transistorstromquelle mit den Dehmessstreifen

Ansatz: X p

Lösung: X p

Folgende Punkteabzüge für Fehler im ESB:

- Spannung U_{12} nicht eingezeichnet: 0.5 Punkte Abzug
- Kollektorstrom I_C durch die Stromquelle bei Vorhandenem R_{CE} : 1.0 Punkte Abzug
- Strom I_{C0} nicht eingezeichnet bei Vorhandenem R_{CE} : 0.5 Punkte Abzug
- Kollektor-Emmitter-Widerstand R_{CE} nicht vorhanden: 2.0 Punkte Abzug (ggf. kein weiter Abzug bei I_{C0})
- R_{CE} nicht vorhanden begründet mit $R_{CE} \rightarrow \infty$: 1.0 Punkte Abzug
- Basiswiderstand R_{BE} zu null angenommen: 1.5 Punkte Abzug
- Basis-Vorwiderstand R_5 falsch eingezeichnet: 3.0 Punkte Abzug

3.4 Arbeitspunktseinstellung

Bestimmen des Basisvorwiderstandes R_5 , Ansatz durch sinnvolle Maschengleichung :

$$R_5 = \frac{U_{Bat2} - U_{BE0}}{I_B} - R_{BE}$$

(2)

Ansatz: X p

Lösung: X p

Bestimmen von I_B aus I_{C0} (Lösung ohne R_{CE} nur bei Punktabzug im ESB Teil 3.3):

$$I_B = \frac{I_{C0}}{I_C - I_{RCE}} = \frac{B}{I_C - I_{RCE}}$$

$$I_B = \frac{B}{I_C - \left(\frac{U_{CE}}{R_{CE}}\right)} = \frac{B}{15\text{ mA} - \left(\frac{15\text{ V}}{3\text{ k}\Omega}\right)} = \frac{100}{10\text{ mA}} = 0,1\text{ mA}$$

ohne R_{CE} : $I_B = \frac{15\text{ mA}}{100} = 0,15\text{ mA}$

Ansatz: X p

Lösung: X p

Einsetzen in die Maschengleichung aus Gleichung 2:

$$R_5 = \frac{15\text{ V} - 0,75\text{ V}}{0,1\text{ mA}} - 500\ \Omega$$

$$R_5 = \frac{14,25\text{ V}}{0,1\text{ mA}} - 500\ \Omega$$

$$R_5 = 142,5\text{ k}\Omega - 0,5\text{ k}\Omega = \underline{\underline{142,0\text{ k}\Omega}}$$

ohne R_{CE} : $R_5 = 95\text{ k}\Omega - 0,5\text{ k}\Omega = 94,5\text{ k}\Omega$

Ansatz: X p

Lösung: X p

3.5 Messverstärker-Eingangsstufe

Es handelt sich um Spannungfolger bzw. Impedanzwandler

Ansatz: X p Lösung: X p

Die Ausgangsspannung U_{diff} ist gleich der Spannung U_{34} , ist gleich 0,3 V bzw. 0,27 V bei F_{max}

$$\underline{\underline{U_{diff} = U_{34}}}$$

Ansatz: X p Lösung: X p

3.6 Messverstärker-Ausgangsstufe

Es handelt sich um einen Subtrahierer

Ansatz: X p Lösung: X p

Subtrahierer: $U_a = \frac{R_2}{R_1} \cdot (U_1 - U_2)$

hier: $U_a = \frac{R_7}{R_6} \cdot (U_X - (U_X + U_{diff}))$

$U_a = \frac{R_7}{R_6} \cdot -U_{34}$

$U_a(F_{max}) = -10 \text{ V} = \frac{R_7}{R_6} \cdot 1 \text{ k}\Omega \cdot -0,3 \text{ V}$

$\Rightarrow R_7 = \frac{10 \text{ V}}{0,3 \text{ V}} \cdot 1 \text{ k}\Omega = \underline{\underline{33,3 \text{ k}\Omega}}$

$R_7 = \frac{10 \text{ V}}{0,5 \text{ V}} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 20,0 \text{ k}\Omega$

$R_7 = \frac{10 \text{ V}}{0,27 \text{ V}} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 37,0 \text{ k}\Omega$

Ansatz: X p Lösung: X p

4 Lösung Aufgabe 4

Teilaufgabe	Antwort	Teilaufgabe	Antwort
4.01	a	4.11	a
4.02	b	4.12	b
4.03	b	4.13	c
4.04	c	4.14	c
4.05	c	4.15	a
4.06	b	4.16	a
4.07	b	4.17	b
4.08	b	4.18	b
4.09	b	4.19	b
4.10	c	4.20	a

Ansatz: X p	Lösung: X p
-------------	-------------